



به نام خدا

تمرین دوم

سیگنال‌ها و سیستم‌ها – بهار ۱۴۰۱

توضیحات

- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی صورت گیرد و در صورت مشاهده هرگونه **تقلب** نمره **صفر** برای کل تمرین منظور خواهد شد.
- پاسخ‌ها مرتب و خوانا باشند.
- مهلت ارسال پاسخ‌ها تا ساعت ۲۳:۵۹ جمعه ۲۰ اسفند می‌باشد.
- پاسخ‌های بخش تئوری را به صورت pdf و پاسخ‌های بخش عملی را به صورت zip با قالب نامگذاری HW?_Name_StudentNumber بارگذاری نمایید. (مثال: HW5_SeyyedFarzadRadnia_9831024)
- در صورت بروز هرگونه ابهام، سوال خود را از طریق ایمیل SS.2022Spring@gmail.com یا شناسه‌ی تلگرامی [@AUTSS](https://t.me/AUTSS) با تدریس‌یاران درس مطرح کنید. موضوع ایمیل را "تمرین تئوری/عملی X: سوال Y" قرار دهید. همچنین برای سوالات خارج از تمرین از موضوع "سوال از فصل X" استفاده نمایید.



بخش اول - تمارین تئوری

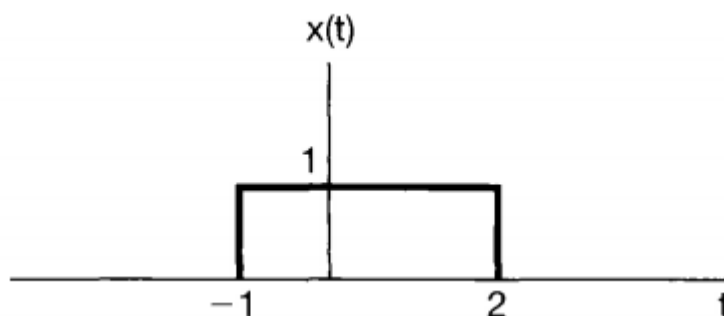
۱. سیستم LTI با رابطه صریح زیر را در نظر بگیرید.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-\tau)} x(\tau + 1) d\tau$$

الف) پاسخ ضربه این سیستم را به دست آورید.

ب) پاسخ سیستم را به ازای ورودی $x(t) = e^{2t-1}u(-t+1)$ به دست آورید.

ج) پاسخ سیستم زمانی که $x(t)$ به صورت زیر می باشد را به دست آورید.





۲. در هریک از موارد زیر، در سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t)$ ، خروجی سیستم را به اعضای ورودی $x(t)$ به دست بیاورید.

a) $x(t) = u(t) - u(t - 2)$, $h(t) = e^{-2t}u(t)$

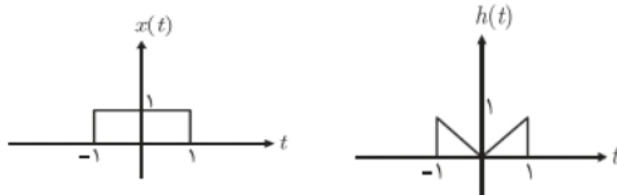
b) $x(t) = e^t u(t)$, $h(t) = u(t)$

c) $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n - 1] - \delta[n - 3]$, $h[n] = 2\delta[n + 1] + 2\delta[n - 1]$

d) $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u[-n - 1]$, $h[n] = u[n - 1]$

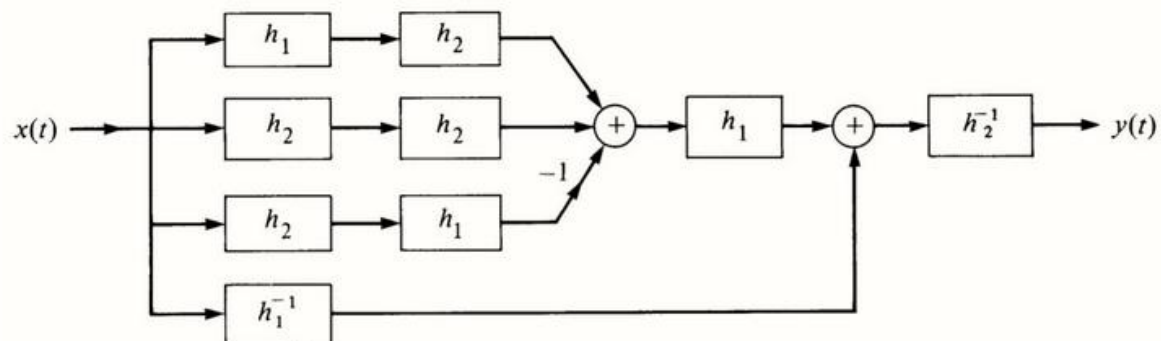
e) $x(t) = u(t - 3) - u(t - 5)$, $h(t) = e^{-3t}u(t)$

f)





۳. پاسخ ضربه نهایی سیستم LTI زیر را به دست آورید.



راهنمایی:

$$x(t) * h(t) * h^{-1}(t) = x(t)$$



۴. با توجه به پاسخ ضربه سیستم‌های LTI زیر، آن‌ها را از لحاظ علیت، پایداری و حافظه‌دار بودن بررسی کنید.

(الف)

$$h_1(t) = e^{-t}u(t+1)$$

(ب)

$$h_2(t) = \sum_{k=0}^7 \sin\left(4\pi\left(t - \frac{k}{8}\right)\right)$$

(ج)

$$h_3(t) = \begin{cases} \delta(2t^3 - 2t^2 - 12t) & |t| \leq 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$$

(د)

$$h_4(t) = u[n-1] - 2u[n-2] + 2u[n-3]$$

(هـ)

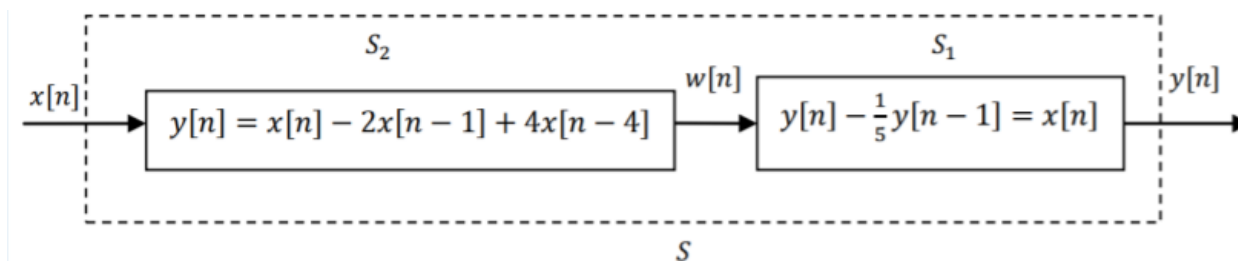
$$h_5[n] = 3^n u[-n-2]$$

(و)

$$h_6[n] = \begin{cases} \frac{n}{2}u[n-3] & |n| \leq 3 \\ \text{Sinc}(2n) & |n| > 3 \end{cases}$$



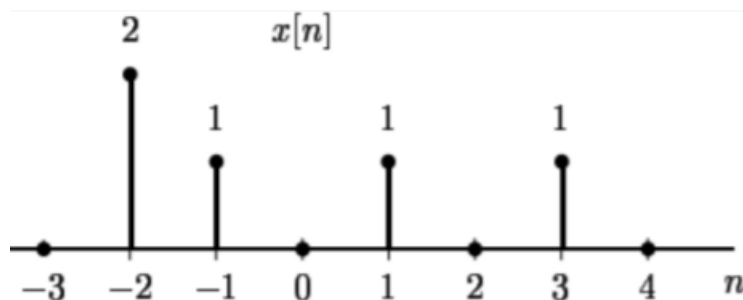
۵. سیستم های LTI و علی S_1 و S_2 را در شکل زیر در نظر بگیرید. (معادلات تفاضلی نظیر آن ها درون شکل آمده است).



الف) پاسخ ضربه سیستم S_1 را با فرض سکون اولیه محاسبه کنید.

ب) معادله ی ورودی-خروجی کلی S و پاسخ ضربه آن را به دست آورید.

ج) پاسخ سیستم S به ورودی شکل زیر را به دست آورید.





۶. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کرده و برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

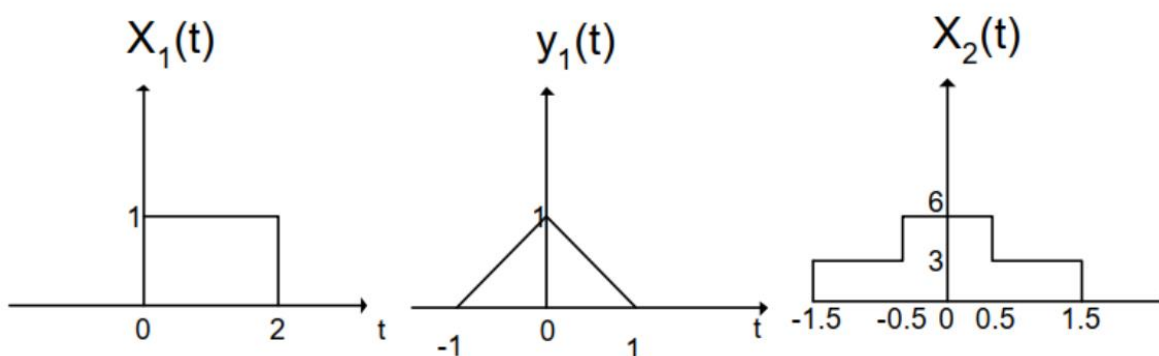
- a) $x[n] * \{h[n]g[n]\} = \{x[n] * h[n]\}g[n]$
- b) If $y(t) = x(t) * h(t)$, then $y(2t) = x(2t) * h(2t)$.
- c) If $x(t)$ and $h(t)$ are odd signals, then $y(t) = x(t) * h(t)$ is an even signal.
- d) If $h(t)$ is the impulse response of an LTI system and $h(t)$ is periodic and non-zero, the system is unstable.
- e) The inverse of a causal LTI system is always causal.
- f) If an LTI system is causal, it is stable.
- g) A continuous-time LTI system is stable if and only if its step response $s(t)$ is absolutely integrable.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt < \infty$$

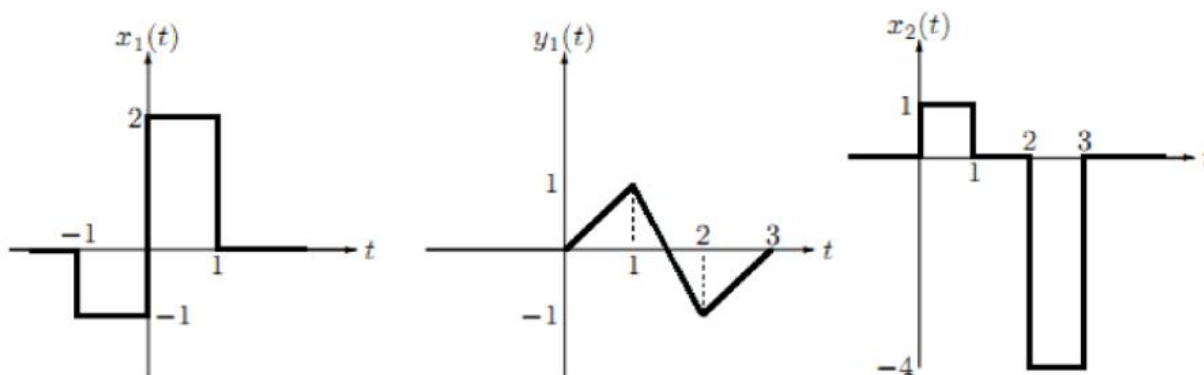


۷. اگر پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $x_1(t)$ به شکل سیگنال $y_1(t)$ باشد، با توجه به نمودارهای رسم شده برای $y_1(t)$ و $x_1(t)$ خروجی این سیستم را به ورودی $x_2(t)$ بیابید. (امتیازی)

(الف)



(ب)





بخش دوم - تمرین شبیه سازی

برای ارسال این بخش، فایل های شبیه سازی را به همراه فایل pdf از تصاویر سیگنال های رسم شده، در قالب یک فایل با فرمت zip در سامانه بارگذاری نمایید.

رسم کانولوشن سیگنال های پیوسته زمان و گسسته زمان

۱. تابعی پیاده سازی کنید که convolution دو تابع را محاسبه کند. برای اطمینان از درستی می توانید نتیجه خود را با توابع کتابخانه ای (مثل [numpy.convolve](https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.convolve.html)) مقایسه کنید. دقت کنید که توابع آماده ی کتابخانه ای برای سیگنال های گسسته پیاده سازی شده اند و برای سیگنال های پیوسته، به ضرب خروجی این توابع در اندازه ی گام (معادل با dt انتگرال) نیاز است.

۲. با استفاده از تابع پیاده سازی شده فوق، سیگنال های زیر را رسم کنید. اندازه گام را 0.01 فرض کنید.

$$a. x_1(t) = u(t - 10) - u(t)$$

$$b. x_2(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 5 \\ 5 - t, & 5 \leq t < 10 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

$$c. x_3(t) = x_1(t) * x_2(t)$$

۳. یک سیستم با پاسخ ضربه $h[n] = 0.9^n(u[n - 5] - u[n])$ فرض کنید. پاسخ این سیستم را به ورودی $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n (u[n] - u[n - 10])$ بیابید.