



به نام خدا

تمرین چهارم

سیگنال‌ها و سیستم‌ها - بهار ۱۴۰۱

توضیحات

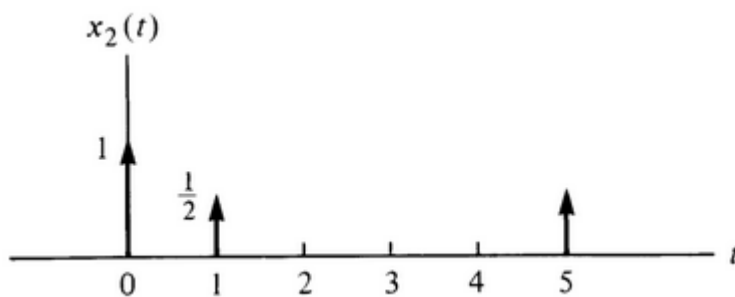
- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی صورت گیرد و در صورت مشاهده هرگونه **تقلب** نمره **صفر** برای کل تمرین منظور خواهد شد.
- پاسخ‌ها مرتب و خوانا باشند.
- مهلت ارسال پاسخ‌ها تا ساعت ۲۳:۵۹ جمعه ۹ اردیبهشت می‌باشد.
- پاسخ‌های بخش تئوری را به صورت pdf و پاسخ‌های بخش عملی را به صورت zip با قالب نامگذاری HW?_Name_StudentNumber بارگذاری نمایید. (مثال: HW5_FarзадRadnia_9831024)
- در صورت بروز هرگونه ابهام، سوال خود را از طریق ایمیل SS.2022Spring@gmail.com یا شناسه‌ی تلگرامی [@AUTSS](https://t.me/AUTSS) با تدریس‌یاران درس مطرح کنید. موضوع ایمیل را "تمرین تئوری/عملی X: سوال Y" قرار دهید. همچنین برای سوالات خارج از تمرین از موضوع "سوال از فصل X" استفاده نمایید.



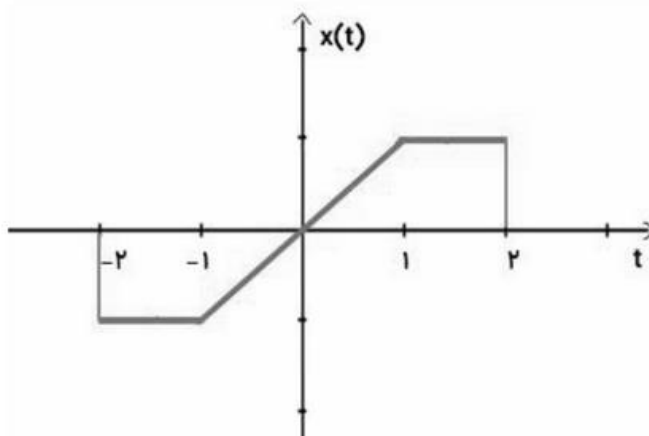
بخش اول - تمرین تئوری

۱. با استفاده از شکل سیگنال‌ها و روابط صریح، تبدیل فوریه سیگنال‌های پیوسته زمان زیر را بیابید.

- a. $e^{-2|t-1|}$
- b. $e^{(-1+j2)t}u(t)$
- c.



- d.



- e. $\frac{\sin(3t)\cos(t)}{\pi t}$
- f. $\int_{-\infty}^t \frac{1}{1+\tau^2} d\tau$
- g. $e^{-3|t|+j\frac{\pi}{6}t}$
- h. $te^{-2|t-1|}$



۲. عکس تبدیل فوریه سیگنال های زیر را به دست آورید.

a) $X(\omega) = \frac{\omega \cos \omega - \sin \omega}{\omega^2}$

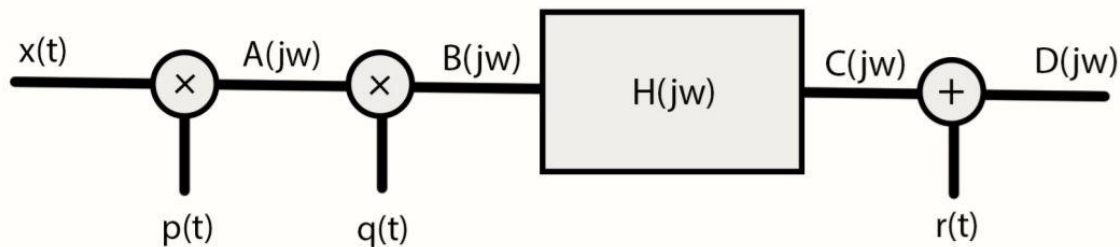
b) $X(\omega) = \pi[\delta(\omega + 6) + \delta(\omega - 6)] * \frac{2}{9 + \omega^2}$

c) $X(\omega) = \frac{5}{j\omega + 3} + \frac{4}{j\omega + 7} = \frac{9j\omega + 47}{-\omega^2 + 10j\omega + 21}$

d) $X(\omega) = \frac{\sin^2(-2\omega)}{4\omega^2}$



۳. در سیستمی که در ادامه آمده است، سیگنال‌های $D(j\omega)$, $C(j\omega)$, $B(j\omega)$, $A(j\omega)$ را به دست آورید.



$$x(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

$$p(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$$

$$q(t) = \cos(3\pi t)$$

$$H(j\omega) = 2u(\omega + 3\pi) - 2u(\omega - 3\pi)$$

$$r(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$



تمرین چهارم

۴. پاسخ فرکانسی سیستم LTI پایدار به صورت زیر است:

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 2}{6 - \omega^2 + 5j\omega}$$

الف) یک معادله دیفرانسیل که رابطه ورودی-خروجی این سیستم را مشخص میکند بنویسید.

ب) پاسخ ضربه را برای این سیستم محاسبه کنید.

ج) خروجی این سیستم را به ازای ورودی های زیر محاسبه کنید.

a) $x_1(t) = e^{-4t}u(t) - te^{-4t}u(t)$

b) $x_2(t) = e^{2t}$



تمرین چهارم

۵. یک سیستم LTI (با سکون ابتدایی) با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 9y(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

الف) پاسخ ضربه این سیستم را بدست آورید.

ب) وارون این سیستم را $g(t)$ می‌نامیم. $g(t)$ سکون ابتدایی دارد و با یک معادله دیفرانسیل توصیف میشود. این معادله دیفرانسیل را بیابید.

ج) پاسخ ضربه $g(t)$ را بیابید.



تمرین چهارم

۶. (امتیازی) فرض کنید تبدیل فوریه سیگنال $x(t)$ ، به صورت سیگنال $X(j\omega)$ باشد. در این صورت در هر یک از حالات زیر مشخص کنید سیگنال $x(t)$ باید چه خاصیتی را دارا باشد تا رابطه ذکر شده برقرار باشد.

الف) $\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) d\omega = 0$

ب) $\int_{-\infty}^{+\infty} \omega X(j\omega) d\omega = 0$

ج) $X(j\omega)$ متناوب باشد.

د) به ازای یک α حقیقی $e^{j\alpha\omega} X(j\omega)$ حقیقی باشد.

بخش دوم - تمرین شبیه‌سازی

برای ارسال این بخش، فایل‌های شبیه‌سازی را به همراه فایل pdf از تصاویر سیگنال‌های رسم شده، در قالب یک فایل با فرمت zip در سامانه بارگذاری نمایید.

تبدیل فوریه‌ی سیگنال‌های پیوسته زمان

۱. تابعی پیاده‌سازی کنید که سیگنالی را دریافت کرده و سیگنالِ تصویرِ تبدیل فوریه‌ی آن، در محدوده‌ی اعداد حقیقی را بازگرداند. (برای انتگرال استفاده از توابع آماده‌ی کتابخانه‌ای مجاز است).

۲. ابتدا سیگنال‌های زیر را در بازه‌ی زمانی $[-15, 15]$ و اندازه گام 0.01 رسم کرده و سپس با استفاده از تابع بخش قبل، تصویر تبدیل فوریه‌ی آن‌ها را در محدوده‌ی اعداد حقیقی و در بازه‌ی فرکانسی $[-15, 15]$ و اندازه گام 0.01 رسم کنید.

$$\text{a. } x_1(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$$

$$\text{b. } x_2(t) = \frac{\sin(t)}{\pi t}$$

$$\text{c. } x_3(t) = \frac{\cos(t)\sin(3t)}{\pi t}$$

$$\text{d. } x_4(t) = \left(\frac{\sin(t)}{\pi t}\right)^2$$