۹۸۳۱۱۰۳ سپهر مقصی

a) $x(t) = e^{-۴t}u(-t) + e^{-۵t}u(t)\frac{(e^{۵jt} - e^{-۵jt})}{۲j}$ —۱

$x(t) = e^{-۴t}u(-t) + \frac{1}{۲j}e^{-t(۵-۵j)}u(t) - \frac{1}{۲j}e^{-t(۵+۵j)}u(t)$

$x(S) = \frac{-1}{s+۴} + \frac{1}{۲j} + \frac{1}{s+۵-۵j} + \frac{1}{۲j} + \frac{1}{s+۵+۵j}$

$Re\{s\} < -۴ \quad Re\{s\} > -۵ \quad Re\{s\} > -۵$

اشتراک $\Rightarrow -۵ < Re\{s\} < -۴$

$x(s) = \frac{۵}{(s+۵)^۲+۲۵} + \frac{-1}{s+۴}$

b) $x(s) = \int_0^1 t e^{-st}\,dt + \int_1^۲ (۲-t)e^{-st}\,dt$

$\Rightarrow \frac{e^{-۲s} - ۲e^{-s} + 1}{s^۲} \quad Roc = R - \{0\}$

c) $X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nt}\, \delta(t-nt)\right) e^{-st}\, dt$

$= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nt} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-nt)\, e^{-st}\, dt$

$= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n(1+s)} \Rightarrow \frac{1}{1-e^{۲(1+s)}t} \quad \text{RoC} > -1$

d) $-\frac{d}{ds} X(s) = t\,x(t) \rightarrow (t\,u(t))$

$\frac{1}{s+۲} , \ \text{Re}\{s\} > -۲ \quad \rightarrow (e^{-۲t} u(t))$

$\frac{1}{۲}\left(\frac{1}{s-۳j} + \frac{1}{s+۳j}\right) = \frac{s}{s^{۲}+۹} \quad \text{Re}\{s\} > 0 \rightarrow (\cos(۳t)\, u(t))$

$t\,u(t) \rightarrow -\frac{d}{ds}\frac{1}{s} = \frac{1}{s^{۲}} \quad \text{Re}\{s\} > 0$

$X(s) = \frac{1}{s^{۲}} + \frac{1}{s+۲} + \frac{s}{s^{۲}+۹} \quad \text{RoC} \rightarrow \text{Re}\{s\} > 0$

۲-

$$X(s) = \frac{s+۵}{(s+۳)(s-۴)} = \frac{A}{s+۳} + \frac{B}{s-4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=1 \\ ۳B-۴A=۵ \end{cases} \Rightarrow A=\frac{۲}{-۷} \,,\, B=\frac{۹}{۷}$$

$$X(s) = \frac{۲}{-۷}\left(\frac{1}{s+۳}\right) + \frac{۹}{۷}\left(\frac{1}{s-۴}\right)$$

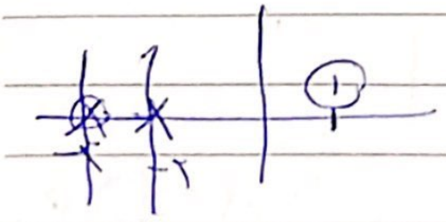
① if $ROC < -۳ \Rightarrow x(t) = \frac{۲}{۷} e^{-۳t} u(-t) - \frac{۹}{۷} e^{۴t} u(-t)$

② if $-۳ < ROC < ۴ \quad -\frac{۲}{۷} e^{-۳t} u(t) - \frac{۹}{۷} e^{۴t} u(-t)$

③ if $ROC > ۴ \quad -\frac{۲}{۷} e^{-۳t} u(t) + \frac{۹}{۷} e^{۴t} u(t)$

۳-

a) نیست علی



۱ صفر و دو قطب

در دو حالت ضدعلی

۱- بین دو قطب

۲- <-۳ باشد

$\frac{A}{s+۲} + \frac{B}{s+۳}$ $A = -۳ \ , B = ۴$

$H(s) = \frac{-۲}{s+۲} + \frac{۴}{s+۳} \Rightarrow x(t) = ۲e^{-۲t}u(-t) - ۴e^{-۳t}u(-t)$

ROC < -۳

b) $\frac{A}{s+۲} + \frac{B}{s+۳} + \frac{C}{s+1} \rightarrow H(s) = \frac{۱۸}{(s+۲)} - \frac{۱۲}{s+۳} \frac{-۶}{s+۱}$

$h(t) = -۱۸e^{-۲t}u(-t) - ۱۲e^{-۳t}u(t) + ۶e^{-t}u(-t)$

سیستم علی $\rightarrow$ پایدار

c) $\frac{As+B}{s+۲} + \frac{C}{s+۳}$ $\operatorname{Re}\{s\} \rightarrow > -۲$

$\Rightarrow (As+B)(s+۳) + C(s+۲) = s^۲ + ۱$

$\Rightarrow A = ۱ \quad C = -۱۰ \quad B = ۷$

$\frac{s+۷}{s+۲} \cancel{+} \frac{-۱۰}{s+۳}$

$$H(s)=\frac{s+۲+۵}{s+۲}+\frac{-۱۰}{s+۳}=1+\frac{۵}{s+۲}+\frac{-۱۰}{s+۳}$$

$$\Rightarrow \delta(t)+۵e^{-۲t}u(t)-۱۰e^{-۳t}u(t)$$

d) معیار م Re{s} جز ROC باشد که

$Re\{s\} > -1$

$$H(s)=\frac{s^۲-s+1+۲s-۲s}{s^۲+۲s+1}=1-\frac{۳s}{s^۲+۲s+1}$$

$$=1-\frac{۳s}{(s+1)^۲}=1-\frac{-۳}{s+1}+\frac{۳}{(s+1)^۲}$$

$$\Rightarrow h(t)=\delta(t)-۳e^{-t}u(t)+۳te^{-t}u(t)$$

۴- الف) زمانی که تمام قطب ها در نیمه چپ صفحه s

باشند تا ~~[illegible]~~ صفر را پوشش دهند

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}\Rightarrow H(s)=Y(s)$$

$(\{\delta(t)\}=1)$

$s^{۲} H(s) + ۴ s H(s) + k H(s) = 1$

$\Rightarrow H(s) = \frac{1}{s^{۲} + ۴s + k}$ $\frac{c}{a} > 0$ و $\frac{b}{a} > 0$

$\Rightarrow k > 0$

اگر $k > 0$ باشد سیستم علی است هم پایدار

ب) $y(t) = x(t) * h(t)$

$\Rightarrow H(s) = \frac{1}{s^{۲} + ۴s + ۳}$

$x(t) = u(t) \Rightarrow X(s) = \frac{1}{s}$

$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s^{۲} + ۴s + ۳} \Rightarrow \frac{A}{s} + \frac{B}{s+۳} + \frac{C}{s+1}$

$A = \frac{1}{(s+۳)(s+1)} \Big/ s = 0 \Rightarrow A = \frac{1}{۳}$

$B = \frac{1}{۶}$ و $C = -\frac{1}{۲}$

$y(s) = \frac{1}{۳} \frac{1}{s} + \frac{1}{۶} \times \frac{1}{s+۳} + -\frac{1}{۲} \times \frac{1}{s+1}$

$y(t) = \frac{1}{۳} u(t) + \frac{1}{۶} e^{-۳t} u(t) - \frac{1}{۲} e^{-t} u(t)$

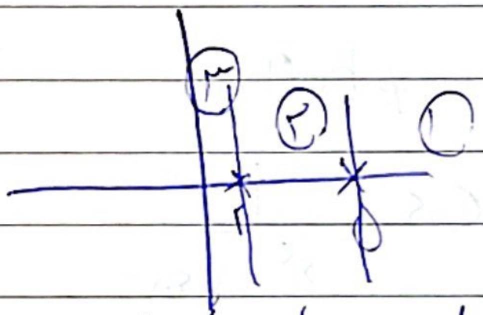
۵- الف)

$x(t) = \delta(t) \to y(t) = h(t)$

$s^2 H(s) - 7s H(s) + 10 H(s) = 6$

$H(s) = \frac{6}{(s-2)(s-5)} = \frac{A}{s-2} + \frac{B}{s-5}$

$A = -2 \quad B = 2$



① علی و ناپایدار

② غیر علی و ناپایدار

③ ضد علی و ناپایدار

ب)

۱) $ROC < 2$

$h(t) = 2e^{2t} u(-t) - 2e^{5t} u(-t)$

۲) $ROC > 5$

$h(t) = -2e^{2t} u(t) + 2e^{5t} u(t)$

۳)

$۲ < Roc < ۵$

$h(t) = -۲e^{۲t}u(t) - ۲e^{۵t}u(-t)$