

Impacto de la Crisis Sanitaria por COVID-19 sobre los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero

Sergio Cubero-Soto, Estadística, Universidad de Costa Rica

26/01/22

Índice

1. Introducción	2
2. Metodología	4
2.1. Datos	4
2.2. Series de Tiempo: Modelos de Pronostico	4
2.2.1. Modelo Lineal	5
2.2.1.1. Modelo de suavizamiento exponencial Holt-Winter	5
2.2.1.2. Modelos univariantes autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA)	6
2.2.2. Modelo No Lineal	7
2.2.2.1. TAR: Umbral autorregresivo	8
2.2.2.2. SETAR: Autorregresivo de umbral de autoexcitación	8
2.2.3. Modelo Machine Learning	8
2.2.3.1. PROPHET W/ XGBOOST ERRORS	8
2.2.4. Métricas de Rendimiento	9
2.3. Prueba de tensión	9
3. Resultados	12
3.1. Análisis Exploratorio	12
3.2. Modelos	18
3.2.1. Modelo Lineal	18
3.2.2. Modelo No Lineal	20
3.2.3. Modelo Aprendizaje Automático	22
3.2.4. Resumen de Modelo	27

4. Prueba de Tensión	28
5. Conclusiones	33
6. Anexos	33

1. Introducción

La crisis sanitaria por el COVID 19 ha impactado la conducta de los diferentes agentes económicos las cuales son importantes identificar ya que podrían profundizar aún más la crisis económica que se desarrolla actualmente. Este cambio en las conductas se observa desde el primer caso de COVID - 19 en Costa Rica y aún persiste en el 2021, en gran parte debido a la incertidumbre sobre el futuro de la pandemia, en términos de duración y profundidad.

Países como Costa Rica se han visto severamente afectados por esta crisis sanitaria y económica ya que poseen una apertura comercial internacional bastante alta y los expone a choques en la economía internacional, de acuerdo con el BCCR, gran medida de estos choques de las economías externas se deben a las medidas sanitarias impuestas por las grandes economías mundiales como medida para evitar la propagación del virus, ocasionando la interrupción de la producción y distribución global, así como el cierre de fronteras, esta última con severas consecuencias en el sector turístico de Costa Rica (Banco Central de Costa Rica 2021a).

Aunado a esto, las familias se vieron severamente impactadas por esta interrupción provocando una disminución en sus ingresos debido al impacto negativo que tiene la crisis en el mercado laboral, debido a lo anterior los hogares mostraron una reducción en el consumo de bienes y servicios (Banco Central de Costa Rica 2021a).

Los bancos centrales del mundo, como medida de re-activación de la economía, especialmente, por la vía del otorgamiento del crédito para consumo o productivo, establecieron una reducción en las tasas de interés, tomando una posición de política monetaria expansiva y contra cíclico; Costa Rica es uno de los países que siguió esta vía para atenuar el decaimiento de la actividad económica.

Con respecto a los mercados financieros internacionales, la incertidumbre de la pandemia ha provocado un gran volatilidad, ya que los agentes económicos buscan refugiarse en activos líquidos, que de acuerdo con el Banco Central de Costa Rica (Banco Central de Costa Rica 2021a) :

esto trae como consecuencia aumento de la prima por riesgo sobre la deuda de mercados emergentes, que ha contrarrestado para esos países la caída en las tasas de interés en las economías avanzadas.

Conforme la pandemia por COVID-19 evoluciona, las medidas sanitarias se flexibilizan para mitigar la crisis económica ocasionada. De acuerdo con el BCCR en la revisión del Programa Macroeconómico 2021-2022 (Banco Central de Costa Rica 2021b), el desempeño de la economía Costarricense muestra mejoras con

respecto al año 2020 en aspectos como el desempleo, exportaciones y la recaudación fiscal, sin embargo, se mantiene la incertidumbre de la duración de la pandemia y su rumbo en términos sanitarios, ya que como afirman muchos especialistas el país el aumento en los casos puede ocasionar una tercera ola (Rosero-Bixby, n.d.).

En Costa Rica, dada la crisis económica y sanitaria, los agentes económicos, como es de esperarse en tiempos de crisis e incertidumbre, optan por tomar una posición de refugiarse en activos líquidos y menos en ahorros de depósito a plazo (Banco Central de Costa Rica 2021b) . Esta conducta está fundamentada ya que los agentes desean tener el dinero disponible inmediatamente para hacer frente a cualquier situación inesperada provocada por la crisis sanitaria y económica. De acuerdo a los datos de la SUGEVAL en el informe del mercado de valores de Costa Rica I Trimestre 2021 (Superintendencia General de Valores 2021) :

La industria de fondos de inversión reportó al primer trimestre del año 2021 un crecimiento del 22 por ciento en el activo neto administrado con respecto al mismo periodo del año 2020, donde los fondos de inversión del mercado de dinero son los que reportan el mayor crecimiento (38 por ciento).

Los activos líquidos se pueden distinguir entre ahorros a la vista en cuentas de ahorros y/o corrientes (administrados por el sistema bancario) y las inversiones en fondos de inversión, estos últimos se desarrollan en el mercado de valores para lo cual el inversionista debe recurrir a las Sociedades de Administración de Fondos de Inversión, que como su nombre lo expresa, su función es administrar fondos de inversión.

Como se mencionó anteriormente, los agentes económicos en épocas de crisis económica buscan refugiarse en activos líquidos, especialmente, los que muestran tasas mayores rendimientos, por lo cual, el presente documento brinda detalle exclusivamente sobre los fondos de inversión financieros a la vista de corto plazo (compra de títulos valores), en los cuales se diferencian por la facilidad que tiene el inversionista para retirar el dinero cuando lo desea, en otras palabras, no está limitado a un plazo (Banco Nacional de Costa Rica, n.d.) .

Los fondos de inversión financieros a la vista de corto plazo se puede evaluar por medio de activo neto de inversión, el cual representa el dinero total invertido (participación) por las personas y que están respaldados por títulos valores (Banco Nacional de Costa Rica, n.d.) .

El rendimiento del fondo se define a partir de los títulos valores que componen y que se negocian en el mercado. Los títulos valores se negocian en el mercado de valores y tienen un precio el cual se establece de acuerdo a las expectativas de los agentes que los venden y su contraparte, el comprador, y a partir de este precio se calculan los rendimientos, y el conjunto de estos rendimientos definen las rentabilidades de las participaciones en el fondo.

Es importante resaltar que cada título que se negocia en el mercado de valores tiene una tasa, la cual varía de acuerdo al mercado y se ve influencia en cierto grado (no de forma directa ni unitaria) por la tasa de política monetaria que dicta el BCCR.

El BCCR en el 2021 tomó la decisión de realizar una política monetaria expansiva aún más profunda (Banco Central de Costa Rica 2021b):

... Esta política busca contribuir en el proceso de recuperación de la actividad económica y garantizar la estabilidad del sistema financiero. Así, el Banco Central ha reducido su Tasa de Política Monetaria en 450 puntos base (p.b.) entre marzo de 2019 y julio de 2021.

Dado lo anterior, existe un riesgo materializable de una reducción en el saldo activo neto administrado ocasionado por una salida de inversionista producto de la crisis sanitaria y económica provocada por el COVID-19. Este evento podría producir una profundización de la crisis económica incidiendo en las políticas macroprudenciales del sistema financiero.

Este trabajo tiene como objetivo estimar el efecto de una potencial caída abrupta de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dólares en Costa Rica para diciembre 2021 a partir de los pronósticos obtenidos de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dólares en Costa Rica. Esto con el fin que los entes reguladores tomen medidas preventivas ante este escenario.

2. Metodología

2.1. Datos

Para implementar el modelo de estimación de los volúmenes mensuales¹ del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en millones colones y dolares en Costa Rica para el periodo de febrero-2001 a julio-2021 (246 observaciones)².

2.2. Series de Tiempo: Modelos de Pronostico

El análisis de la serie comprende la descripción de la serie temporal donde se indica su comportamiento, identificación de valores extremos sus componentes (estacional, tendencia-ciclo y irregular), linealidad de la serie cronológica y identificación si la serie es estacionaria.

El estudio utiliza diferentes metodologías de pronostico como modelos lineales, no lineales y de minería de datos, los cuales se detallaran en los siguientes apartados. Una vez estimados se seleccionó el mejor de cada uno para posteriormente realizar un ensamble de modelos.

Para seleccionar el mejor modelo dentro de cada uno de los grupos de modelos (lineales, no lineales y de minería de datos) se utilizó las medidas de bondad de ajuste Porcentaje de Error Absoluto Medio (MAPE) y la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE).

¹Los valores mensuales se obtuvieron a partir del último día habil del mes.

²Los datos fueron obtenidos a partir de la información publicada en la Superintendencia General de Valores de Costa Rica publicada en : <https://aplicaciones.sugeval.fi.cr/InformesEstadisticas/InformesDiarios>

2.2.1. Modelo Lineal

Un serie estocástica x_t es lineal si se puede expresar como:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i}$$

Donde μ es una constante ψ_i es un número real con $\psi_0 = 1$ y a_t es una secuencia de variables aleatorias idénticamente distribuidas e independientes.

Para probar y seleccionar los mejores modelos lineales se seleccionó una muestra de la serie de tiempo considerando los periodos de ene-2011 a julio 2021. A partir de esta muestra se realiza la separación de la serie en un set de datos de entrenamiento, el cual comprende el 90 % del periodo; y un set de datos de prueba, el cual comprende el 10 % de los periodos más recientes de la serie, con el objetivo de generar un análisis robusto de las estimaciones producidas por los modelos empleados . (G. Hyndman Rob & Athanasopoulos 2018)

2.2.1.1. Modelo de suavizamiento exponencial Holt-Winter El modelo de suavizamiento exponencial Holt-Winter es una modificación al método Holt, ya que este no solo considera la tendencia, sino la estacionalidad. Este método tiene dos variantes en la que considera la tendencia de forma multiplicativa o aditiva.

Este modelo estima los parámetros α , β y γ , y se estiman minimizando la suma de cuadrados del error de pronóstico (Hernández-Rodríguez 2001; G. Hyndman Rob & Athanasopoulos 2018).

Este método está basado en 4 ecuaciones las cuales se detallan a continuación (Hernández-Rodríguez 2001):

- Ecuación 1: Estimación del nivel promedio de la serie en el tiempo t para el caso multiplicativo:

$$a_t = \alpha \frac{Z_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

Para el caso aditivo es:

$$a_t = \alpha(Z_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

Como se observa en la ecuación anterior a la serie original Z_t se le resta el componente estacional S_{t-s} , principal diferencia respecto al modelo de Holt.

- Ecuación 2: Estimación de la pendiente en el tiempo t

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

- Ecuación 3: Estimación de la estacionalidad. Para el caso multiplicativo es:

$$S_t = \gamma \frac{Z_t}{a_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}$$

Para el caso aditivo es:

$$S_t = \gamma(Z_t - a_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$$

- Ecuación 4: Pronostico de la serie, donde m es la cantidad de periodos a pronosticar. Para el caso multiplicativo es:

$$P_{t+m} = (a_t + b_t m)S_{t-s+m}$$

Para el caso aditivo es

$$P_{t+m} = a_t + b_t m + S_{t-s+m}$$

Los modelos ARIMA fueron estimados en el programa estadístico R con el paquete *forecast* (R. J. Hyndman and Khandakar 2008)

2.2.1.2. Modelos univariantes autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA) Los modelos univariantes autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA), utilizados por el enfoque Box-Jenkins, son una representación teórica de las posibles observaciones de una serie cronológica definida mediante una ecuación que incorpora elementos probabilísticos.

Esta metodología es adecuada para series temporales estacionarias, en otras palabras, que su media sea constante en el tiempo y que su varianza no este relacionada con el tiempo, además de que la correlación entre valores de la serie separados por k periodos dependa solo de k y es constante para todo t

Cada uno de estos procesos están relacionados con una función de autocorrelación teórica y una función de autocorrelación parcial teórica que lo caracteriza. Bajo el enfoque de Box-Jenkins, se debe comparar la funciones de autocorrelación muestral y la función de autocorrelación parcial, con sus respectivas funciones teóricas con el propósito de identificar el proceso probabilístico ARIMA que representa a la serie de tiempo. (Hernández-Rodríguez 2001)

Posterior a la identificación se procede a estimar los parámetros que lo definen y seguidamente se realiza un diagnostico evaluando los residuos en aspectos como normalidad y la autocorrelación de los residuos. Para el caso de la normalidad se utilizan los histogramas y la prueba Jarque-Bera, por otro lado para analizar la autocorrelación de los residuos se utiliza la prueba de Ljung-Box.

Para este estudio se utiliza el modelo ARIMA no estacional, la cual tiene como forma abreviada:

$$ARIMA(p, d, q)$$

donde p es el proceso Autoregresivo, d es la Diferenciación no estacional y q es el proceso de Medias Móviles. Este modelo se puede escribir mediante el operador de rezagos B como:

$$\varphi(B) \nabla^d \tilde{Z}_t = \theta(B) a_t$$

Donde los componentes:

$$AR(p) = \varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$$

$$MA(p) = \theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p$$

Los modelos ARIMA fueron estimados en R con el paquete *Seasonal* por medio de *X-13ARIMA-SEATS* (Sax and Eddelbuettel 2018)

2.2.2. Modelo No Lineal

Se considera que una serie es no lineal cuando es generadas por procesos no lineales, como por ejemplo ecuaciones dinámicas no lineales, las cuales no puede ser modeladas por modelos no lineales como los ARIMA.

Considere una serie de tiempo univariada x_t , se dice que un proceso es puramente estocástico si se puede representar por (Tsay 2010) :

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i}$$

Donde μ es una constante ψ_i es un número real y a_{t-i} es una secuencia de variables aleatorias independientes y idénticamente distribuidas (i.i.d), por lo tanto, según (Tsay 2010) cualquier proceso estocástico que no satisfaga la ecuación anterior es no lineal.

Para modelar las series no lineales existe una extensa variedad de modelos no lineales que se pueden aplicar, sin embargo, para considerar el mejor debe entenderse el tipo de serie que se va modelar y en que área se esa trabajando. Para el caso particular de este estudio, se utilizaron los modelos de cambio de régimen, ya que cuando se modelan series económicas como el Saldo del Activo Neto del Mercado de Dinero, este tipo de modelos no lineales son utilizados debido a que este tipo de series cronológica tienen a definirse en diferentes estados o regimenes los cuales son dinámicos³ (Franses and Dijk 2000).

En esta sección se explicara los modelos: Umbral autorregresivo (TAR), Autorregresivo de umbral de autoexcitación (SETAR) , Autorregresivo logístico de transición suave (LSTAR), los cuales fueron estimados

³De acuerdo con (Franses and Dijk 2000) se entiende “comportamiento dinámico dependiente del estado” como:

una serie de tiempo que tiene ciertas propiedades , como que su media, varianza y / o autocorrelación sean diferentes en los diferentes regímenes

en R con los paquetes: tsDyn-Nonlinear Time Series Models with Regime Switching (Narzo et al. 2020) y TSA- Time Series Analysis (Chan and Ripley 2020)

2.2.2.1. TAR: Umbral autorregresivo Los modelos TAR fueron propuestos Tong en 1978 y 1990 y Tong y Lim en 1980, estos modelos permiten modelar las asimetrías de la serie de tiempo que proveniente de los proceso crecientes o decrecientes, que los modelos lineales en ocasiones no logran modelar. TAR utiliza dos más ecuaciones lineales para obtener una aproximación de la ecuación de la media condicional; cada una de estas ecuaciones están determinados por el valor de un umbral (Franses and Dijk 2000; Tsay 2010) .

Los modelos TAR(p) de dos regímenes se pueden representar por (Franses and Dijk 2000) :

$$x_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \phi_{1,1}x_{t-1} + \dots + \phi_{p,1}x_{t-p} + \varepsilon_{1,t} & x_{t-1} \leq c \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}x_{t-1} + \dots + \phi_{p,2}x_{t-p} + \varepsilon_{2,t} & x_{t-1} > c \end{cases}$$

Donde c es el valor umbral que define en que régimen se encuentra la serie en el tiempo t , ε_t se asume que es ruido blanco (i.i.d) condicionada a la historia de la serie.

2.2.2.2. SETAR: Autorregresivo de umbral de autoexcitación Los modelos SETAR son un caso especial de los modelos TAR, ya que la variable umbral se toma como un valor rezagado (d) de la propia serie, en otras palabras, $q_t = x_{t-d}$ para un $d > 0$, por lo tanto la ecuación anterior se representa como (Franses and Dijk 2000):

$$x_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \phi_{1,1}x_{t-1} + \dots + \phi_{p,1}x_{t-p} + \varepsilon_{1,t} & x_{t-1} \leq c \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}x_{t-1} + \dots + \phi_{p,2}x_{t-p} + \varepsilon_{2,t} & x_{t-1} > c \end{cases}$$

Donde c es el valor umbral que define en que régimen se encuentra la serie en el tiempo t , ε_t se asume que es ruido blanco (i.i.d) condicionada a la historia de la serie.

Los modelos TAR y SETAR pueden ser alternativamente representados como:

$$x_t = (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}x_{t-1} + \dots + \phi_{p,2}x_{t-p} + \varepsilon_{2,t})(1 - I[y_{t-d} > c]) + \phi_{0,1} + \phi_{1,1}x_{t-1} + \dots + \phi_{p,1}x_{t-p} + \varepsilon_{1,t}(I[y_{t-d} > c])$$

2.2.3. Modelo Machine Learning

2.2.3.1. PROPHET W/ XGBOOST ERRORS Prophet es un regresión modular que permite pronosticar series temporales basado de un modelo aditivo que considera tendencias lineales o no lineales ajustadas por la estacionalidad anual, semanal y diaria, una de las ventajas de este modelo es que considera fuertes efectos estacionales y es robusta a cambios en la tendencia y valores atípicos, tal cual las series en estudio.⁴

⁴Para más detalle sobre el algoritmo revisar el artículo realizado por Sean J. Taylor y Benjamin Letham publicado en <https://peerj.com/preprints/3190/>

Los hiperparámetros ajustados para el modelo fue el tipo de crecimiento que se seleccionó el lineal y se utilizó una estacionalidad tipo aditiva.

Los residuos del modelo Prophet se utilizaron en el modelo XGBOOST (extreme gradient boosting) como regresor exógeno para mejorar los resultados de la predicción.

Para la calibración de los modelos se utilizó el enfoque de entrenamiento y prueba (los últimos 5 meses de la serie), en donde se ajustan los parámetros con la muestra de entrenamiento y se prueba el ajuste con una muestra diferente a la que se entrenó el modelo (muestra de prueba). Una vez se selecciona el mejor modelo se vuelve a reajustar con todos los datos con el fin de maximizar el uso de la información para el pronóstico. (Facebook, n.d.)

Es importante que se probó un modelo de ensamble donde se aplicó un promedio simple de los pronósticos de cada modelo y por último se aplicó un modelo de apilamiento o metaaprendiz por medio de una regresión lineal y XGBOOST para ajustar los parámetros. (Dancho 2022)

Para el modelo de apilamiento se utilizó validación cruzada para series cronológicas, este se basa en un proceso iterativo del enfoque entrenamiento/prueba, donde se selecciona muestras subsecuentes de la serie de tiempo, en otras palabras, el conjunto de datos de entrenamiento contiene observaciones que ocurrieron antes de la primera observación que conforma el conjunto de prueba, tal y como se muestra en la siguiente figura:

2.2.4. Métricas de Rendimiento

Para la comparación de los modelos se plantean métricas de rendimiento y criterios de información para la selección del mejor modelo. Entre las medidas de rendimiento están:

Error Absoluto Medio (MAE)

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_t|}{T}$$

Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}{T}}$$

2.3. Prueba de tensión

Las pruebas de tensión o estrés es una herramienta muy utilizada en el sector financiero, ya que permiten a las entidades financieras evaluar la capacidad que estas tienen para enfrentar escenarios económicos y/o financieros extremos (baja probabilidad de ocurrencia pero factibles) a través de modelos estadísticos o simulaciones (BCCR 2019) .

Para el caso en particular, se realiza una prueba de tensión con el fin de modelar el efecto que existe de que se haga efectiva una salida extrema de capital de los fondos de inversión (corrida) .



Figura 1: Plan de Validación Cruzada para Series de Tiempo

Como método estadístico para modelar el escenario adverso de una salida de inusual del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dolares se utiliza la **Teoría de Valor Extremo** (EVT, conocida por sus siglas en ingles) la cual se centra el modelamiento del comportamiento de la cola de una distribución (*para este caso nos interesa la cola inferior o izquierda por ser una salida en el activo neto*), para lo cual se utiliza solo los valores extremos en lugar de todo el set de datos (Damiélsón 2011).

De acuerdo con la **Teoría de Valor Extremo**, establece que las colas de cualquier distribución caen en tres categorías bajo el supuesto que la distribución no cambie con el tiempo. Estas tres distribuciones de las colas son (Damiélsón 2011):

1. **Weibull** Se caracteriza ser delgada con un final finito
2. **Gumbel** disminuyen exponencialmente
3. **Fréchet** Se conocen por colas gordas ya que declina por la regla de potencia

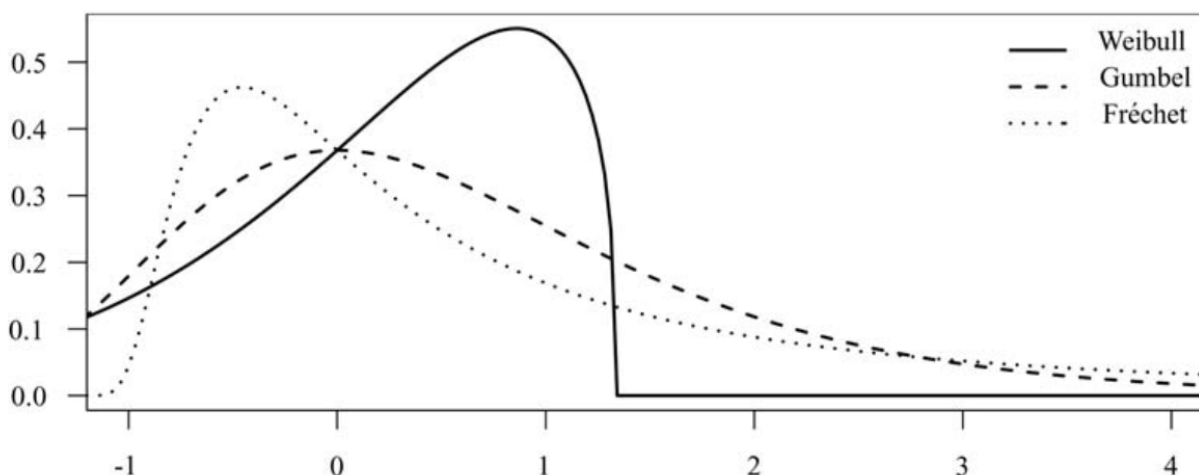


Figura 2: Distribuciones de Valores Extremos, tomado de Damiélsón

Existen diferentes enfoque para implementar la **Teoría de Valor Extremo**, sin embargo, para esta investigación se seleccionó el enfoque de extremos (picos) sobre un umbral (Peaks Over Thresholds, POT), el cual se basa en modelar las observaciones que superen un umbral, en el caso particular se seleccionaron las observaciones que superaron el percentil 95. Para el caso del enfoque POT se utiliza la distribución generalizada de Pareto (GDP) (Damiélsón 2011)

3. Resultados

El presente apartado esta dividido en dos secciones las cuales muestran los resultados obtenidos que buscan respaldar el objetivo planteado. La primera sección se compara y selecciona el mejor modelo de pronostico de serie de tiempo según el tipo de modelo: lineales, no lineales y de minería de datos, para posteriormente, realizar un ensamble con los mejores tres métodos. La segunda sección presenta una prueba de tensión en el cual se plantearán diferentes escenarios para estimar el potencial impacto de una caída abrupta de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dólares en Costa Rica para diciembre 2021.

3.1. Análisis Exploratorio

En la figura 3 se muestran los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dolares para febrero-2001 a julio-2021 y de la cual se genera el análisis para identificar las siguientes características: tendencias o ciclos, existencia de estabilidad en las observaciones, variancia de las observaciones (constante o variable en el tiempo), existencia de observaciones inusuales y de puntos extremos, cambios en la estructura de la serie, entre otras.

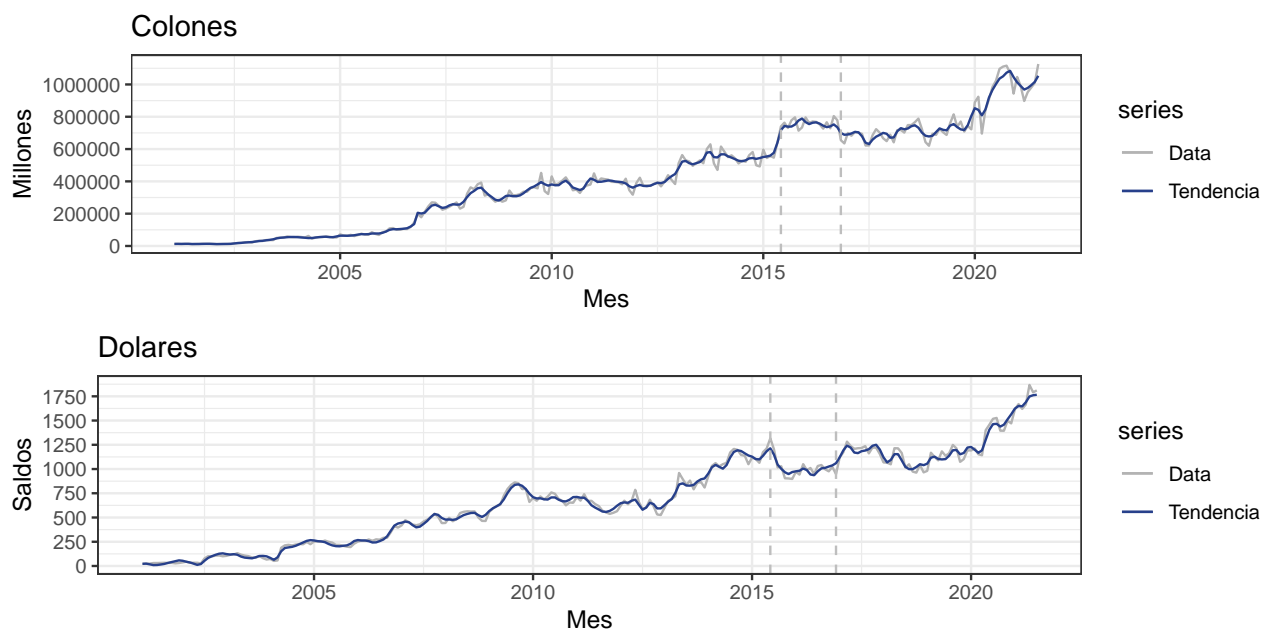


Figura 3: Costa Rica:Evolución de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dolares, febrero-2001 a julio-2021

A partir del análisis de la serie se identificaron las siguientes característica:

- Para ambas series del activo neto , colones y dolares, se observa una tendencia creciente desde febrero 2001, así como un aumento de la variabilidad conforme aumenta los meses.

- Para el periodo de mayo 2015 a octubre 2016 (lineas punteadas gris) hay un cambio de nivel (Valor extremo $LS[4]$) en el volumen mensual del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero tanto en colones como en dolares, sin embargo, es inverso en ambas series, lo cual sugiere que posiblemente los participantes trasladaron sus inversiones de dolares a colones, esto se explica por:
 - La adopción del régimen de tipo de cambio de flotación administrada por parte del Banco Central de Costa Rica (BCCR) y el incremento en el superávit de divisas del sector privado incidió en la apreciación del colón (disminución del tipo de cambio) (Banco Central de Costa Rica 2015).
 - La reducción de la tasa de interés de política monetaria por parte del BCCR en 300 puntos base en el 2015, con el objetivo de estimular la economía, promoviendo el crecimiento en el crédito nacional y para reducir el costo de la deuda para el gobierno (Mercado de Valores Multifondos 2015b, 2015a).
 - En el último trimestre del 2015, la industria tuvo una contracción de la liquidez en dolares, explicado por la salida de los participantes hacia el mercado internacional (Mercado de Valores Multifondos 2015a).
- Para el activo neto en colones se observa que en abril 2020 el activo neto en colones creció en 19.5 por ciento respecto al mismo periodo del año pasado, este comportamiento creciente y acelerado se mantuvo hasta diciembre de ese mismo año. Lo cual coincide con el efecto de la crisis sanitaria por COVID-19 que inicio en Costa Rica en marzo 2020, esta fecha es identificada como un valor extremo de cambio temporal.⁵ Esta situación sanitaria provocó un aumento de la incertidumbre en la economía mundial incidiendo en que los agentes económicos buscaran refugiarse en activos líquidos (Banco Central de Costa Rica 2021a). Un comportamiento similar ocurre para el activo neto en dolares.
- Respecto a la estacionalidad de las series, se observa en la figura 4 que para el caso de colones los saldos del activo neto tienden a ser mayores en enero y octubre, y presentar valores relativamente bajos al finalizar el año noviembre y diciembre, esto es de esperar debido a la época navideña y que diciembre comúnmente se labora 3 de las 4 semana del mes. Para el caso de dolares se observa que los meses con mayores saldos del activo neto se dan de mayo a agosto, y al igual que el caso de colones, se observa que los dos últimos meses del año los mismos se reduce.

⁵De acuerdo con (Maravall and Kaiser 1999)

- Level Shift (LS) - Cambio de Nivel: Son valores extremos asociados con el componente tendencia ciclo.
- Transitory Change (TC) - Cambio Transitorio y Additive Outliers (AO) Extremos Aditivos: Están asociados a con valores extremos que afecta en componente irregular
- Innovative Outlier (IO) o Extremo de Innovación: Es un extremo que simultaneamente afecta el componente tendencia ciclo y al componente estacional

Para observar los valores extremos y su impacto revisar la figura 22 en anexos.

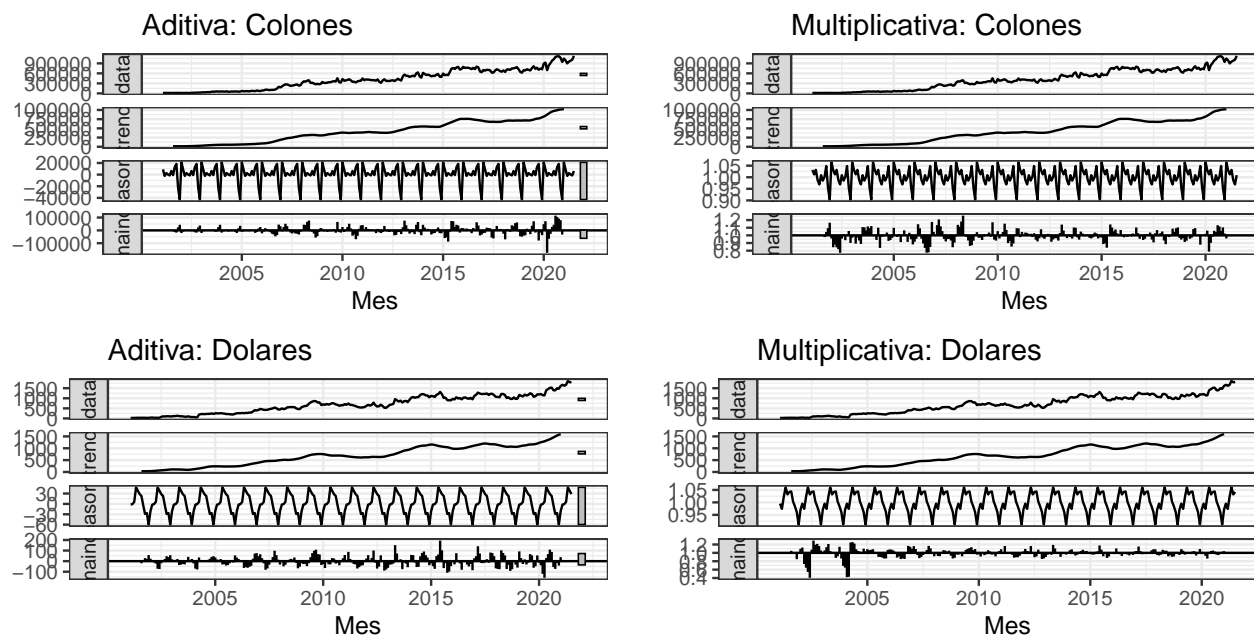


Figura 5: Costa Rica: Descomposición de la serie de tiempos de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dolares, febrero-2001 a julio-2021

Para confirmar cual modelo (aditivo o multiplicativo) se ajusta mejor a cada serie se procedió a evaluar si el componente irregular identificandose se ajusta a una distribución normal, para lo cual se realizaron la pruebas de hipótesis de normalidad *Shapiro-Wilk* y *Jarque-Bera*, así como una inspección gráfica por medio de Cuantil- Cuantil (qqplot). En la figura 6 se puede identificar que para el caso de la serie en colones, el mejor modelo es el multiplicativo mientras que para la serie en dolares es el aditivo.

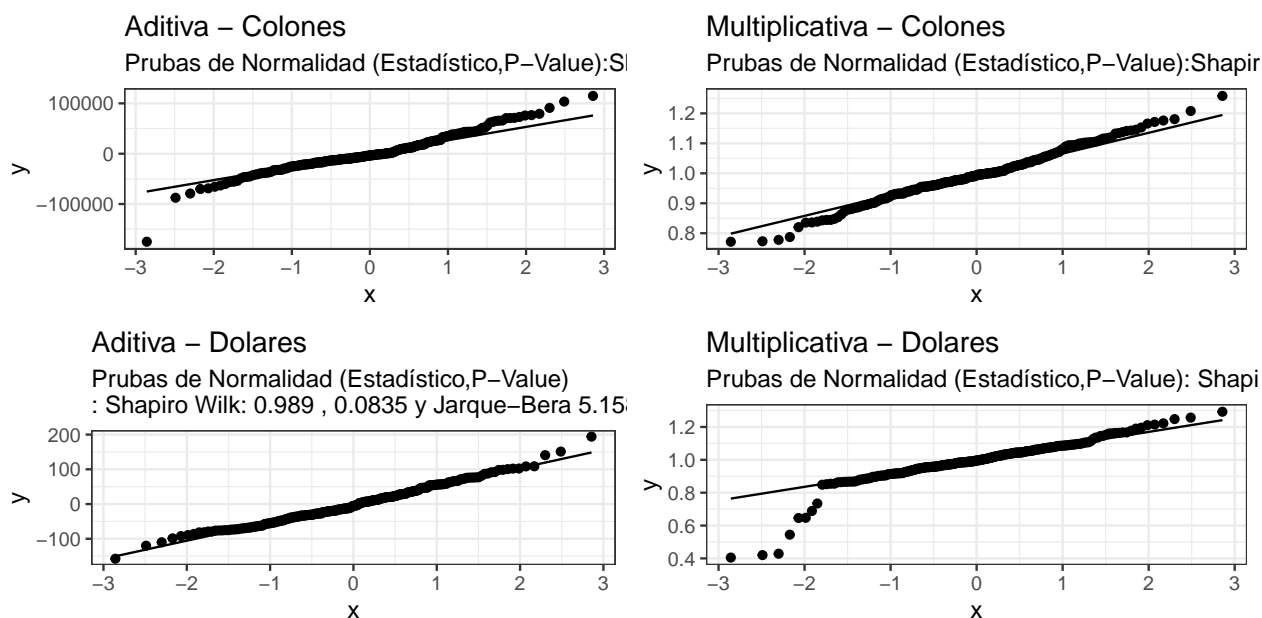


Figura 6: Costa Rica: QQQPlot de los residuos de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dolares por tipo de descomposición, febrero-2001 a julio-2021

En relación a la estacionariedad^[6] de las series, ambas no cumplen con dicha condición ya que presentan tendencia creciente y por ende no tienen media constante en el tiempo. Para confirmar esto realiza la prueba de hipótesis de Dickey-Fuller aumentada donde la hipótesis nula es que la serie tiene raíz unitaria (proceso no estacionario), en ambos casos no se rechaza la hipótesis nula (Serie Colones: estadístico: -3.0082767 y valor-p: 0.1515055 y la Serie Dolares: estadístico: -2.7303393 y valor-p: 0.2684702), y se puede observar que la Función de Autocorrelación Simple Muestral (ACF) decae lentamente a 0 (Figuras 7 y 8), esto sugiere que para realizar estacionaria las series se podrían transformar a logaritmo y diferenciar.

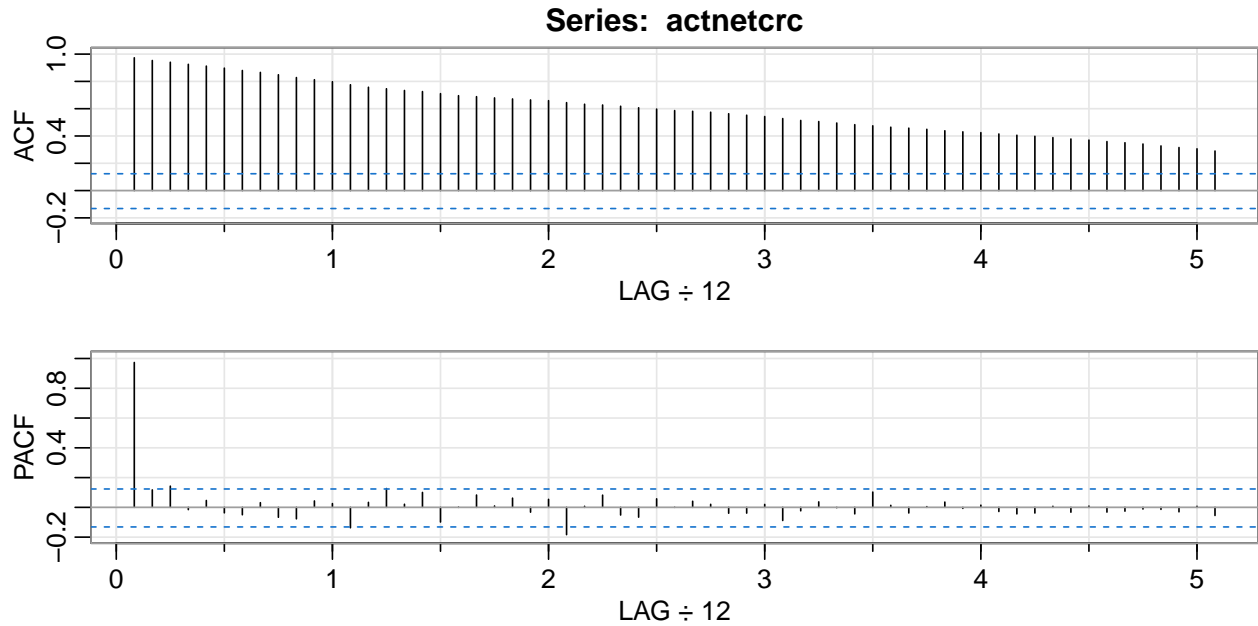


Figura 7: Función de autocorrelación y autocorrelación parcial estimadas de la serie de cronológica de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones, febrero 2001 a diciembre-2020

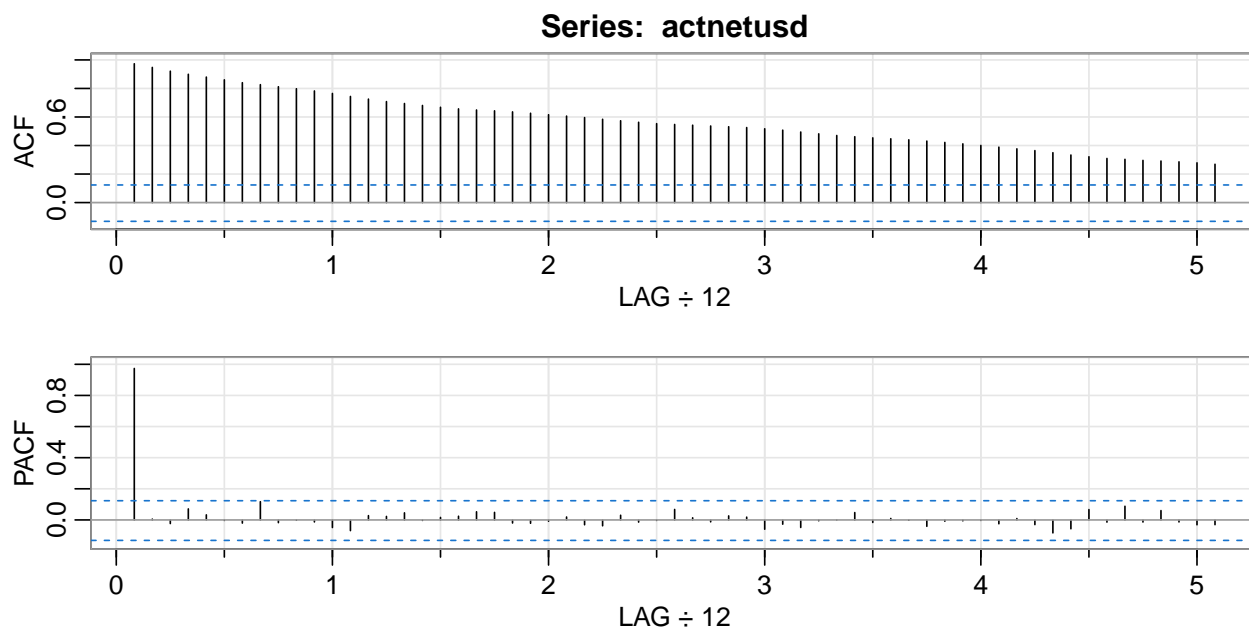


Figura 8: Función de autocorrelación y autocorrelación parcial estimadas de la serie de cronológica de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, febrero 2001 a diciembre-2020

Lo que respecta a la linealidad de las series, se observa que las mismas cumplen con la linealidad en la media lo que es confirmado con la prueba de hipótesis de *Teraesvirta*, de la cual se concluye que no hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula que la serie cronológica es lineal en la media, tanto para colones como dolares (Colones: Estadístico 0.4947052 , Valor P 0.7808653 ; Estadístico 1.4958362 , Valor P 0.473351)

En la figura ?? se observa para el caso de colones una variabilidad estable a lo largo del periodo de análisis, por otro lado, los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares se observa una variabilidad importante antes del año 2005, sin embargo, posterior a ese año tiende a estabilizarse.

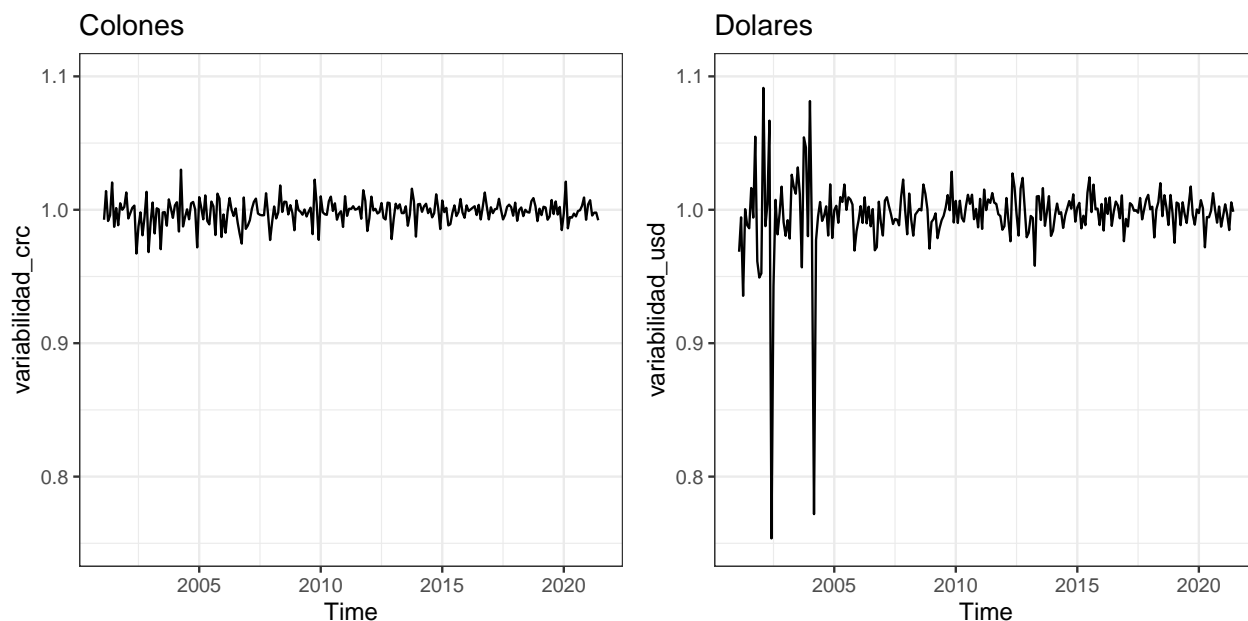


Figura 9: Evolución de la variabilidad de la serie cronológica de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, febrero 2001 a diciembre-2020 (#fig:variabilidadseries)

3.2. Modelos

En el siguiente apartado se detallan los mejores modelos obtenidos para cada enfoque de modelos: lineal, no lineal y de aprendizaje automático (machine learning), es importante resaltar que para cada uno de los enfoques se estimaron más de tres modelos y se seleccionó el que presentaba mejores métricas de rendimiento y no mostraba sobre ajuste en los datos de entrenamiento.

3.2.1. Modelo Lineal

Para el caso de la serie de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en **colones**, se estimó un modelo autoregresivo de medias móviles ARIMA(2 1 0)(1 0 0) con transformación logarítmica y con un ajuste por valores extremos para los meses de mayo 2015 y marzo 2020 (ver sección de análisis exploratorio @ref(análisis-exploratorio))

El modelo ARIMA(2 1 0)(1 0 0) cumple con los supuestos de los residuos: Normalidad (Prueba Jarque-Bera), No Autocorrelación Serial (Box-Ljung) y Estacionariedad (Dickey-Fuller), así como varianza constante (Prueba de Multiplicadores de Lagrange para Heterocedasticidad Condicional Autoregresiva).

En el gráfico @ref(fig:plot arima final crc) se puede apreciar el pronóstico sobre los últimos 5 meses reservado para probar el modelo, es importante resaltar que los meses pronosticados se acercan en gran medida a los valores reales y los intervalos de confianza son amplios pero contienen los valores reales, para mas detalles sobre las métricas de rendimientos de los modelos dirigirse al anexo.

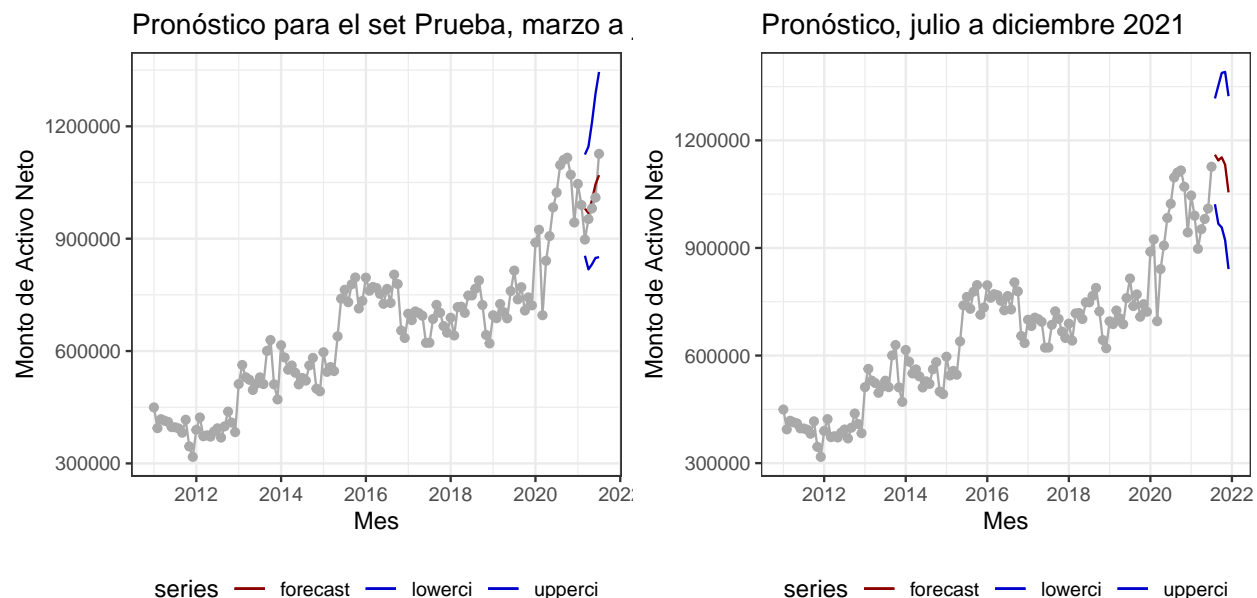


Figura 10: Costa Rica:Pronóstico de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones , marzo-2021 a diciembre-2021
(#fig:plot arima final crc)

Respecto a la la serie de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en **dolares**, se estimó un modelo autoregresivo de medias moviles ARIMA(0 1 1)(0 1 1) y transformación logaritmica .El modelo cumple con los supuestos de los residuos: Normalidad (Prueba Jarque-Bera), No Autocorrelación Serial (Box-Ljung) y Estacionariedad (Dickey-Fuller), así como varianza constante (Prueba de Multiplicadores de Lagrange para Heterocedasticidad Condicional Autoregresiva).

En el gráfico @ref(fig:plot arima final usd) se puede apreciar el pronostico sobre los últimos 5 meses reservado para probar el modelo, es importante resaltar que los meses pronosticados se acercan en gran medida a los valores reales y los intervalos de confianza son amplios pero contienen los valores reales, para mas detalles sobre las métricas de rendimientos de los modelos dirigirse al anexo.

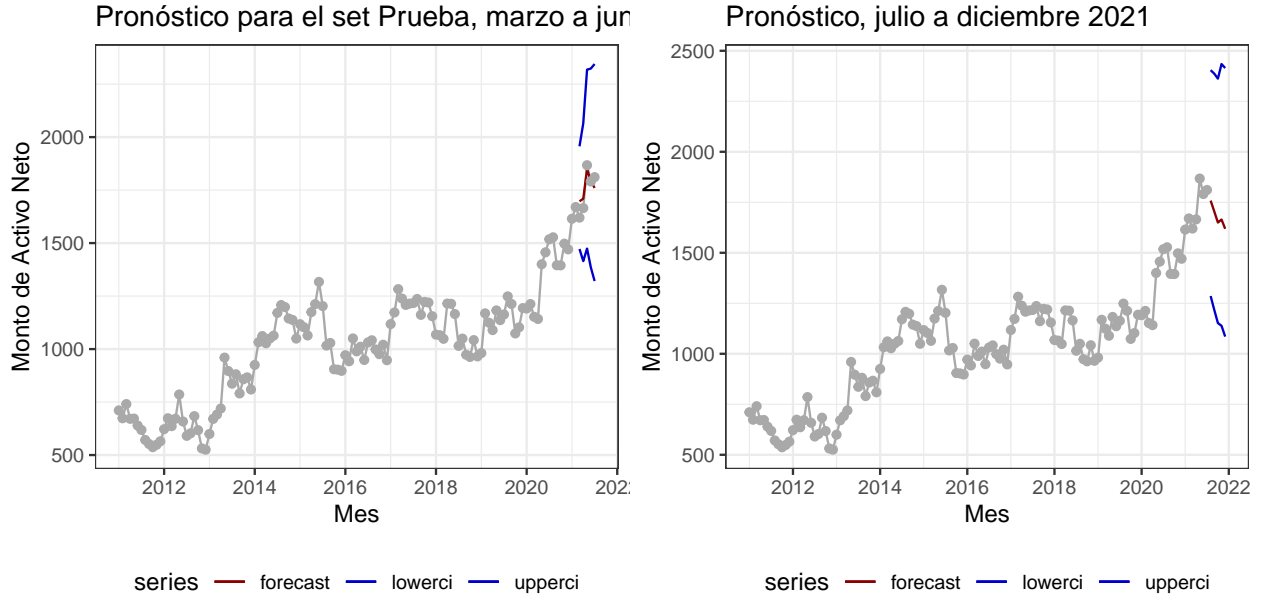


Figura 11: Costa Rica: Pronóstico de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, marzo-2021 a diciembre-2021
(#fig:plot arima final usd)

3.2.2. Modelo No Lineal

Dentro de la categoría de modelos no lineales para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en **colones**, se seleccionó el modelo de Umbral Autoregresivo (TAR por sus siglas en ingles), donde se obtuvo un umbral \$511224.5 que indica los dos regimenes autoregresivos del que se compone el modelo para el pronostico de la serie de tiempo, el modelo no muestra autocorrelación serial (Box-Ljung) y estacionariedad (Dickey-Fuller)

El modelo tiene la siguiente forma:

$$x_t = \begin{cases} 38543,7938885 + 0,6614203x_{t-1} + -0,7022195x_{t-2} + 0,9513138x_{t-3} & x_{t-1} \leq 511224,5 \\ 34728,59159827 + 0,78818409x_{t-1} + -0,05905747x_{t-2} + 0,23115235x_{t-3} & x_{t-1} > 511224,5 \end{cases}$$

En el gráfico @ref(fig:plot tar final crc) se puede muestra el pronostico sobre los últimos 5 meses reservado para probar el modelo, es importante resaltar que los meses pronosticados, a diferencia del modelo lineal, se aleja de los valores reales para la muestra de test y se mantiene constante alrededor de la media. Este mismo comportamiento se presenta para el pronóstico.

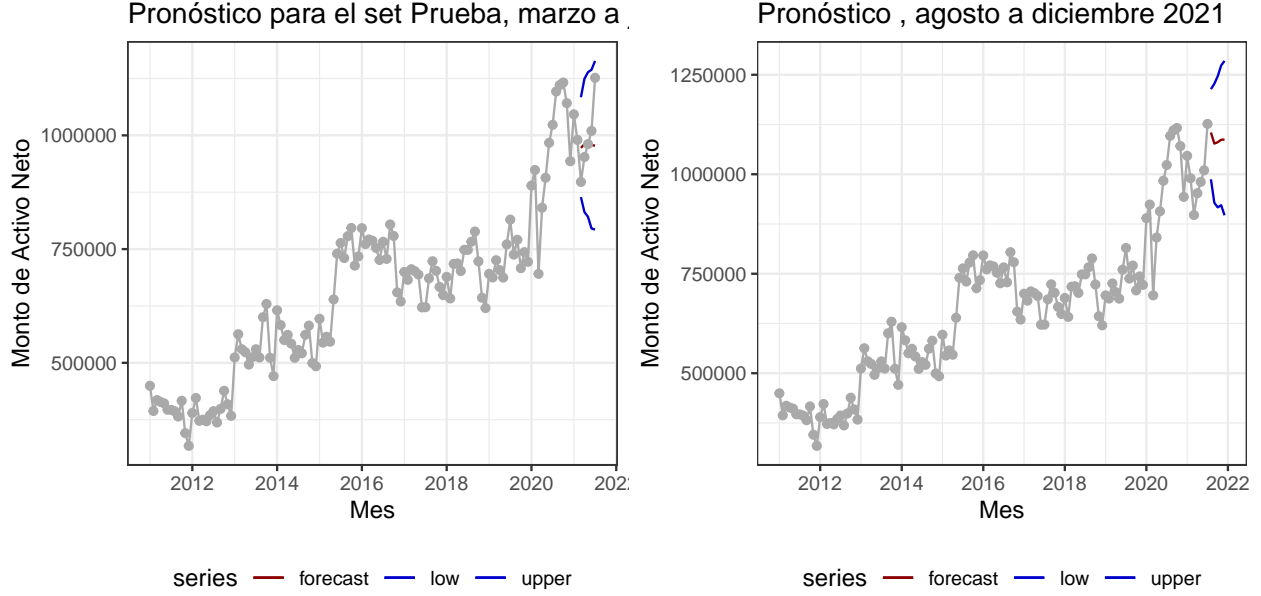


Figura 12: Costa Rica: Pronóstico de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, marzo-2021 a diciembre-2021
(#fig:plot tar final crc)

Respecto al modelo no lineal para para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en **dolares**, se seleccionó el modelo autorregresivo de umbral de autoexcitación (SETAR por sus siglas en ingles), donde se obtuvo un umbral \$1182 que indica los dos regimenes autoregresivos del que se compone el modelo para el pronostico de la serie de tiempo, donde el 75.9% de los puntos se encuentra en el régimen inferior, mientras que el restante 24.1% se encuentran en el régimen superior. Por otro lado, el modelo muestra estacionariedad (prueba Dickey-Fuller), sin embargo, para todos los modelos estimados se presenta autocorrelación serial (prueba Box-Ljung), por lo cual se sugiere en próximas investigaciones evaluar la utilización de otros algoritmos.

El modelo tiene la siguiente forma:

$$x_t = \begin{cases} 17,374267 + 1,019808x_{t-1} & x_{t-2} \leq 1182 \\ -664,840546 + 1,103997x_{t-1} - 0,102229x_{t-2} + 0,517559x_{t-3} & x_{t-2} > 1182 \end{cases}$$

En el gráfico @ref(fig:plot setar final usd) se puede muestra el pronostico sobre los últimos 5 meses para probar el modelo, es importante resaltar que los meses pronosticados se alejan de manera puntual de los valores de prueba con una tendencia creciente, no obstante, los valores de prueba se encuentran dentro de los intervalos de confianza. Este comportamiento se repite para los valores pronosticados fuera de la muestra de prueba.

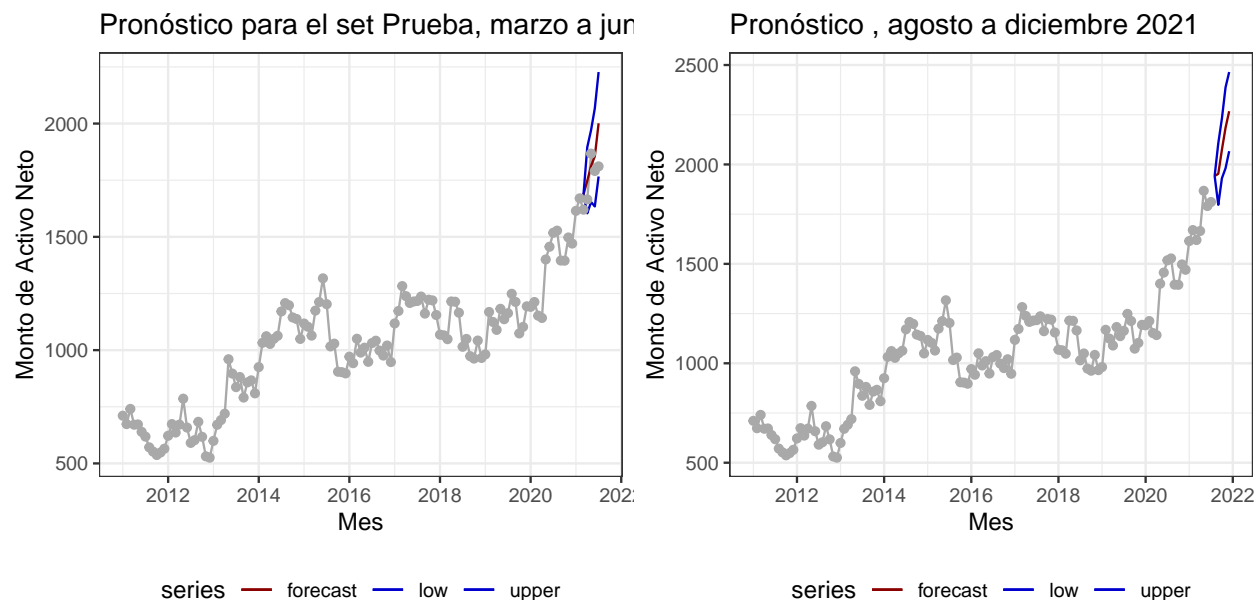


Figura 13: Costa Rica:Pronóstico de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, marzo-2021 a diciembre-2021
 (#fig:plot setar final usd)

3.2.3. Modelo Aprendizaje Automático

Para cada serie se estimaron 4 modelos de aprendizaje automático, entre los cuales esta: Prophet con XGBOOST en los errores, XGBOOST, Bosque Aleatorios y Maquinas de Soporte Vectorial, de esto se selecciono el que tenía menor error cuadrático medio. Para ambas series el mejor modelo es rophet con XGBOOST en los errores.

Por otro lado, también se estimaron 1 modelo de ensamble utilizando el promedio de los pronósticos de los cuatro modelos, así mismo se utilizaron dos modelos de ensamblaje meta-aprendiz: uno con regresión lineal y el segundo con XGBOOST, encontrando que el mejor modelo de ensamblaje para ambas series es meta-aprendiz con el algoritmo de regresión lineal.

Para ambas series se obtuvo que el mejor modelo de los modelos estimados para machine learning en la serie de colones es un con tendencia y estimación de los residuos por el algoritmo de XG-BOOTS, mientras que en la serie de dólares se obtuvo un modelo similar, en donde el modelo con menores indicadores de precisión corresponde a un ARIMA (0,1,0) (1,0,0)¹²

Serie en Colones

En el gráfico 14 se observa las métricas de rendimiento de cada uno de los modelos para cada división, donde se obtiene que el modelo Prophet con XGBOOST presenta los valores más bajos de MAE y RMSE en 3 de las cuatro divisiones, excepto para las divisiones 1 y 2 donde los modelos bosques aleatorios y XGBOOST presentan mejores resultados, no obstante los valores de las métricas no presentan diferencias importantes entre los tres modelos.

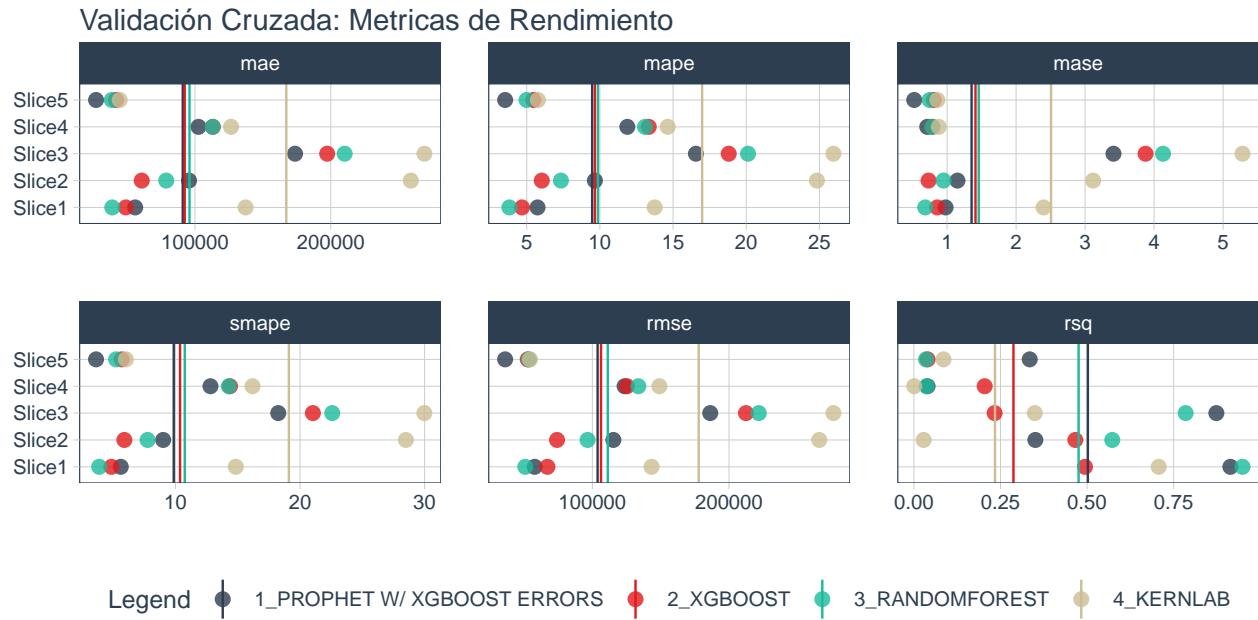


Figura 14: Costa Rica: Métricas de rendimiento en cada una de las particiones de validación cruzada para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones, marzo-2021 a diciembre-2021

En el gráfico 15 se observa los predicciones del modelo de Prophet con XGBOOST para la serie de colones, donde resalta que las de este se destaca que las predicciones (color celeste) son cercanas a los valores reales, adicionalmente los intervalos de confianza contienen dichos valores. No obstante, el mejor es el de ensamble con regresión lineal, pues como se observa la predicción se asemeja más a los valores reales.

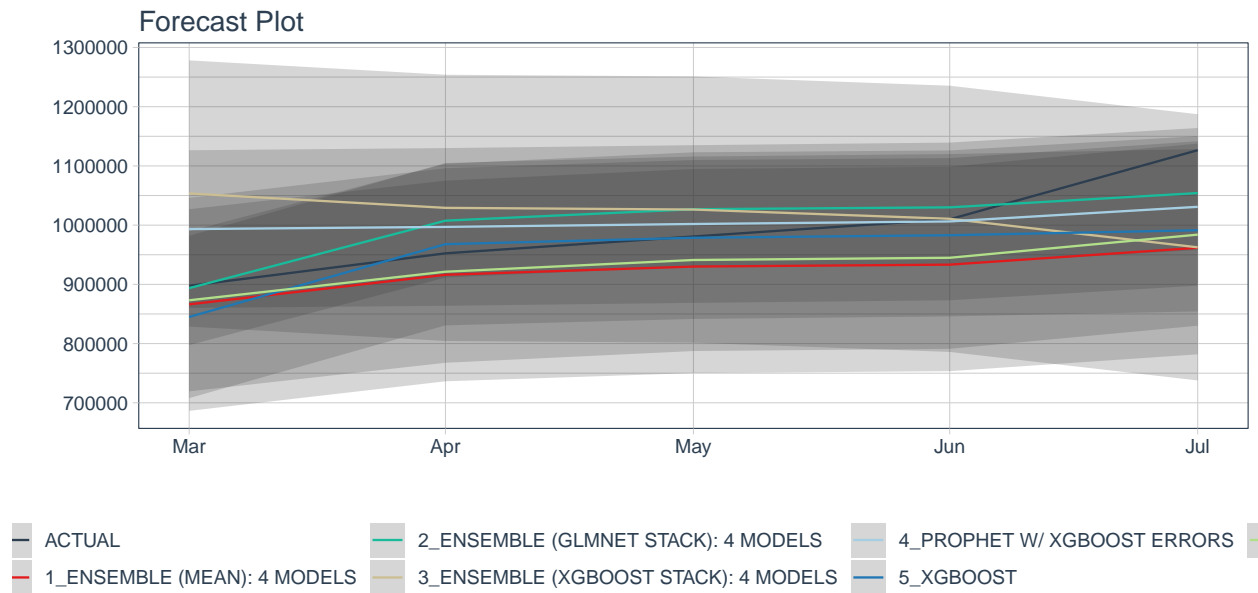


Figura 15: Costa Rica: Pronóstico sobre el set de datos para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones, marzo-2021 a diciembre-2021

En los siguientes gráficos (16 y ??) se muestra los valores pronosticados de agosto a diciembre 2021 para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones, agosto-2021 a diciembre-2021

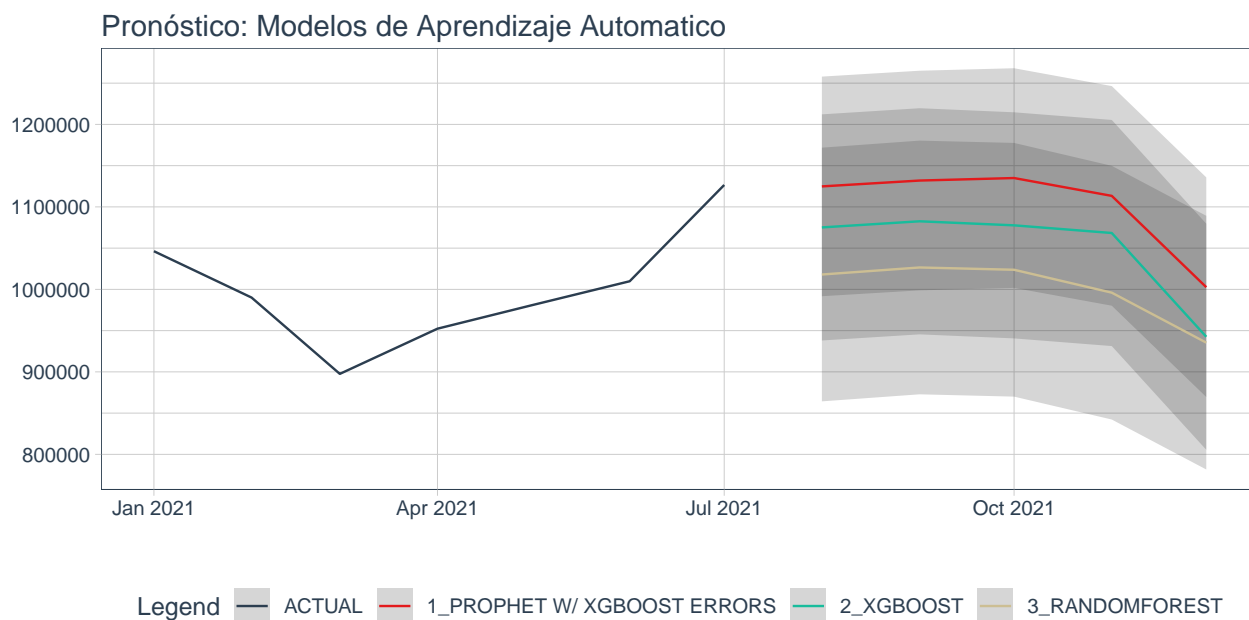
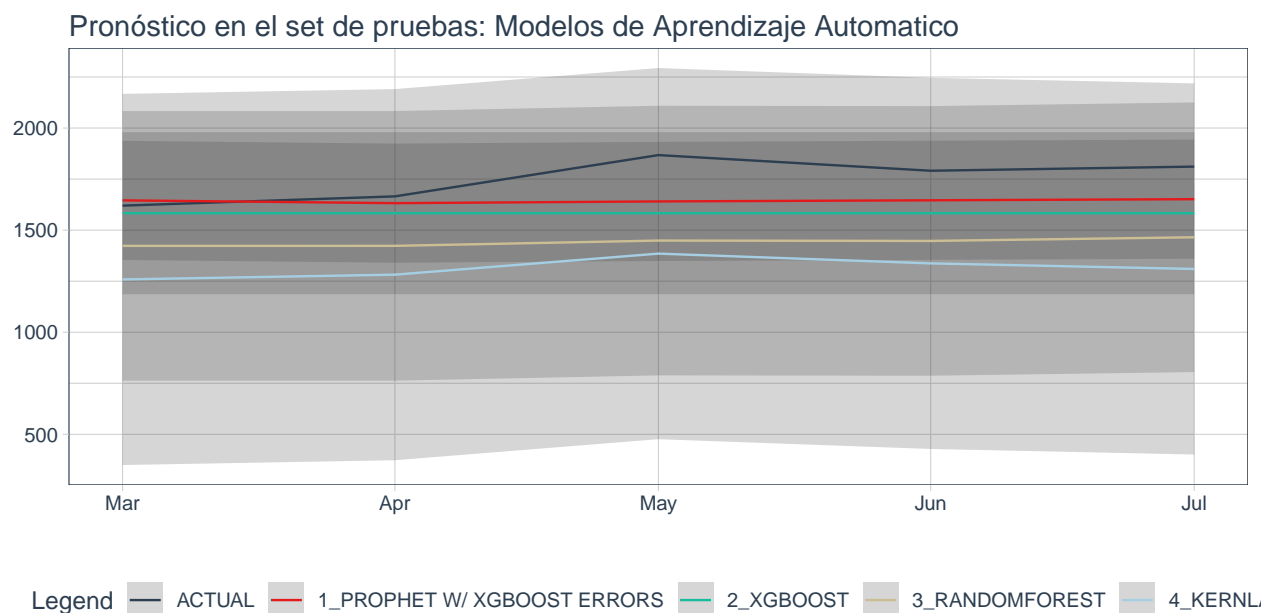


Figura 16: Costa Rica: Pronóstico de los modelos de machine learning para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones, agosto-2021 a diciembre-2021



En el gráfico 17 se observa las métricas de rendimiento de cada uno de los modelos para cada división, donde se obtiene que el modelo Prophet con XGBOOST presenta los valores más bajos de MAE y RMSE en 3 de las cuatro divisiones, excepto para las divisiones 1 y 2 donde los modelos bosques aleatorios y XGBOOST

presentan mejores resultados, no obstante los valores de las métricas no presentan diferencias importantes entre los tres modelos.

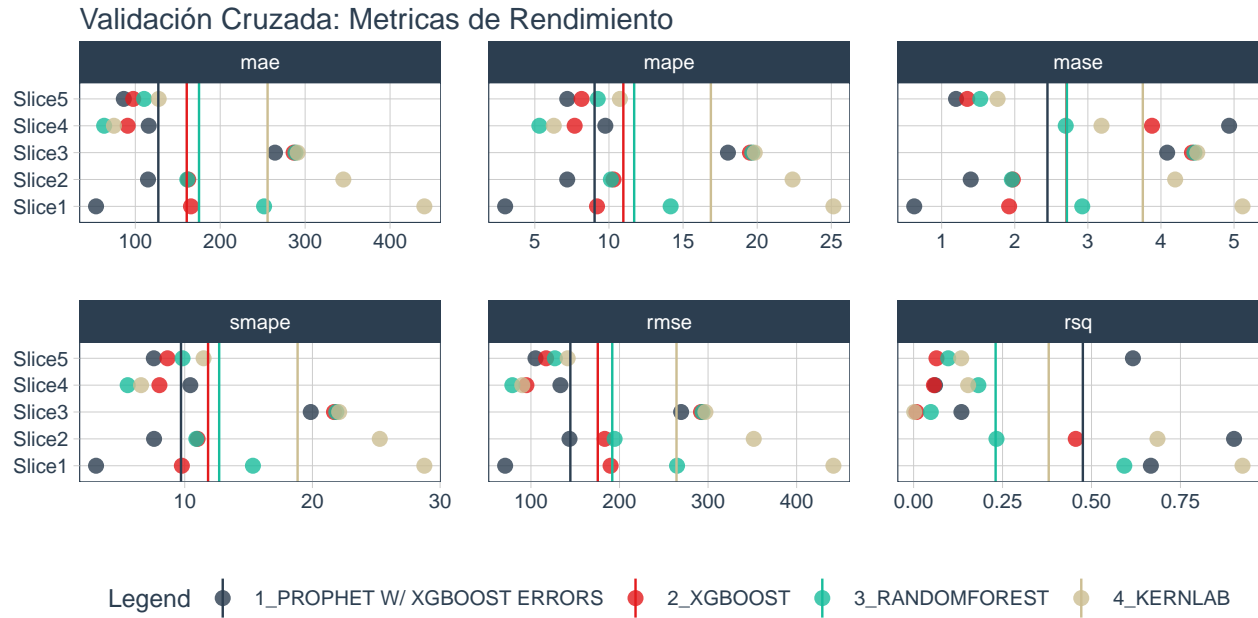


Figura 17: Costa Rica: Métricas de rendimiento en cada una de las particiones de validación cruzada para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, marzo-2021 a diciembre-2021

En el gráfico 18 se observa los predicciones del modelo de Prophet con XGBOOST para la serie de dolares, donde resalta que las de este se destaca que las predicciones (color celeste) son cercanas a los valores reales, adicionalmente los intervalos de confianza contienen dichos valores. No obstante, el mejor es el de ensamble con regresión lineal, pues como se observa la predicción se asemeja más a los valores reales.

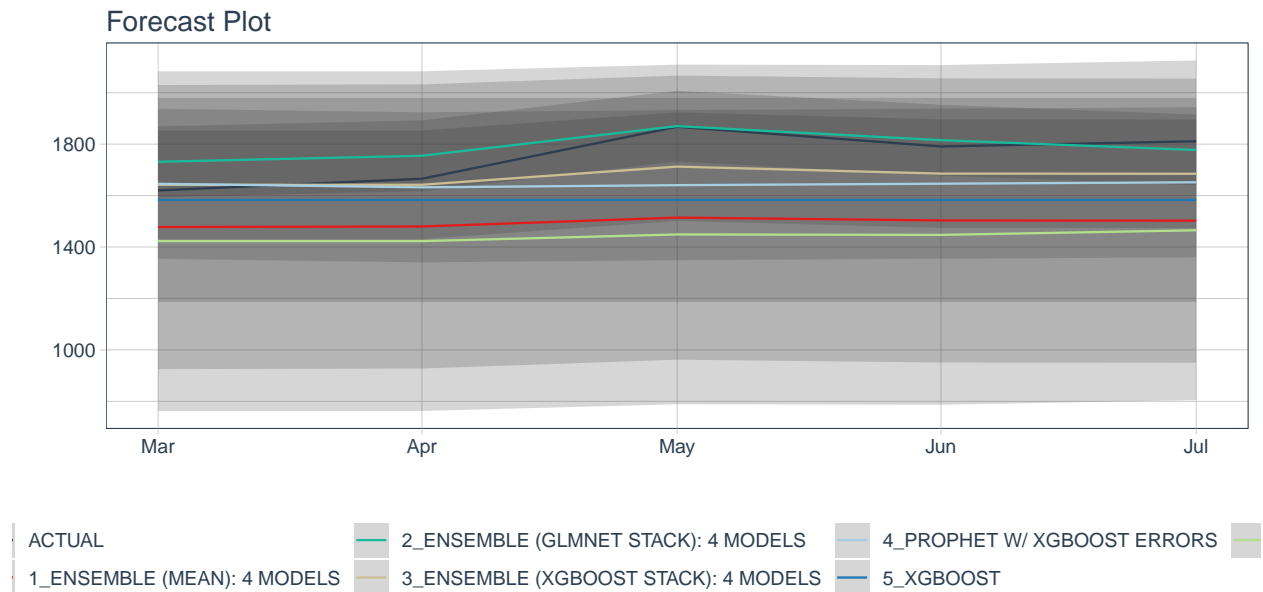


Figura 18: Costa Rica: Pronóstico sobre el set de datos de prueba para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, marzo-2021 a diciembre-2021

En el siguiente gráfico (19 y 20) se muestra los valores pronosticados de agosto a diciembre 2021 para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, agosto-2021 a diciembre-2021

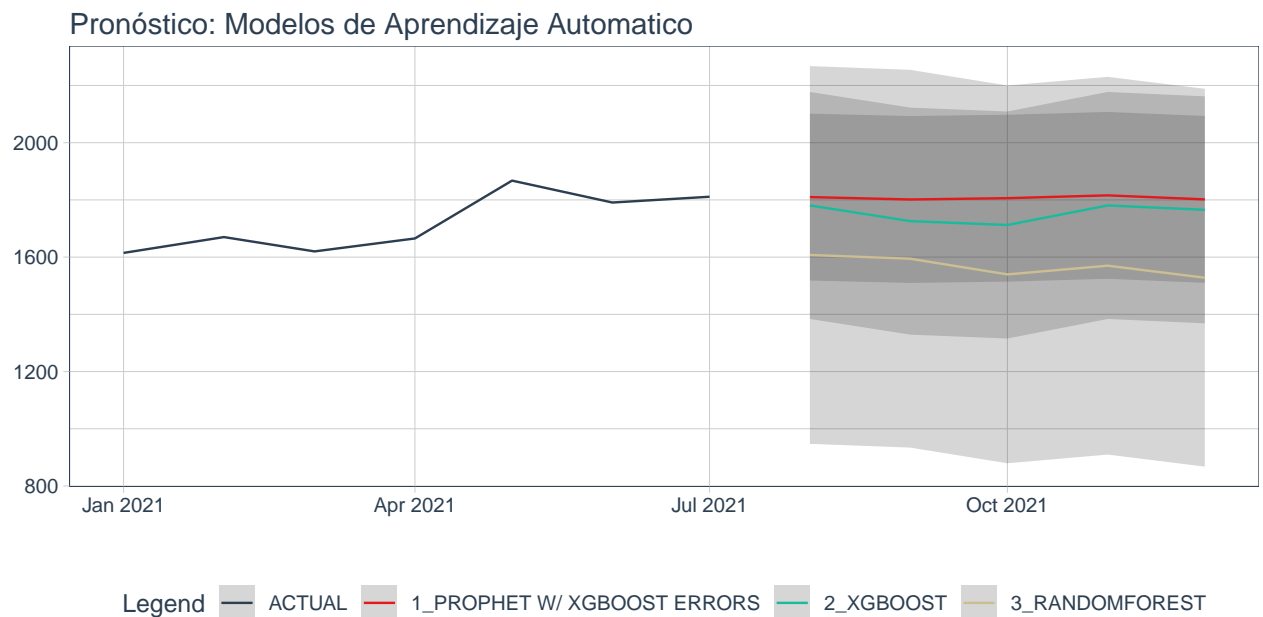


Figura 19: Costa Rica: Pronóstico para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, agosto-2021 a diciembre-2021

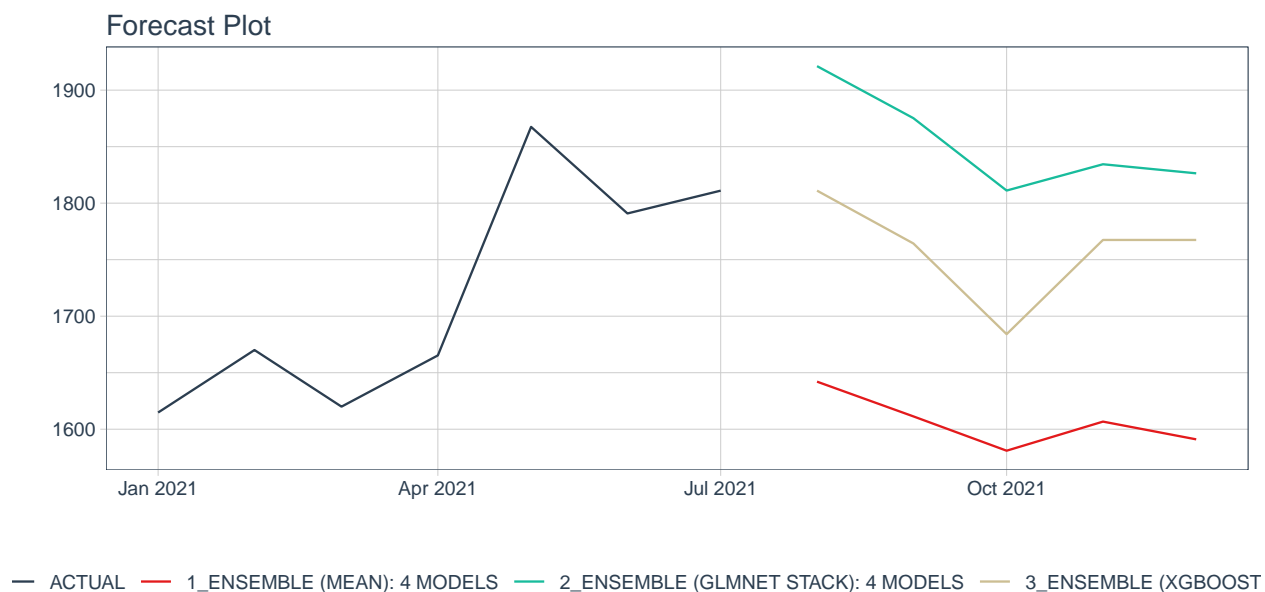


Figura 20: Costa Rica: Pronóstico de los modelos de ensamble para los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares, agosto-2021 a diciembre-2021

3.2.4. Resumen de Modelo

Colones



Dolares



4. Prueba de Tensión

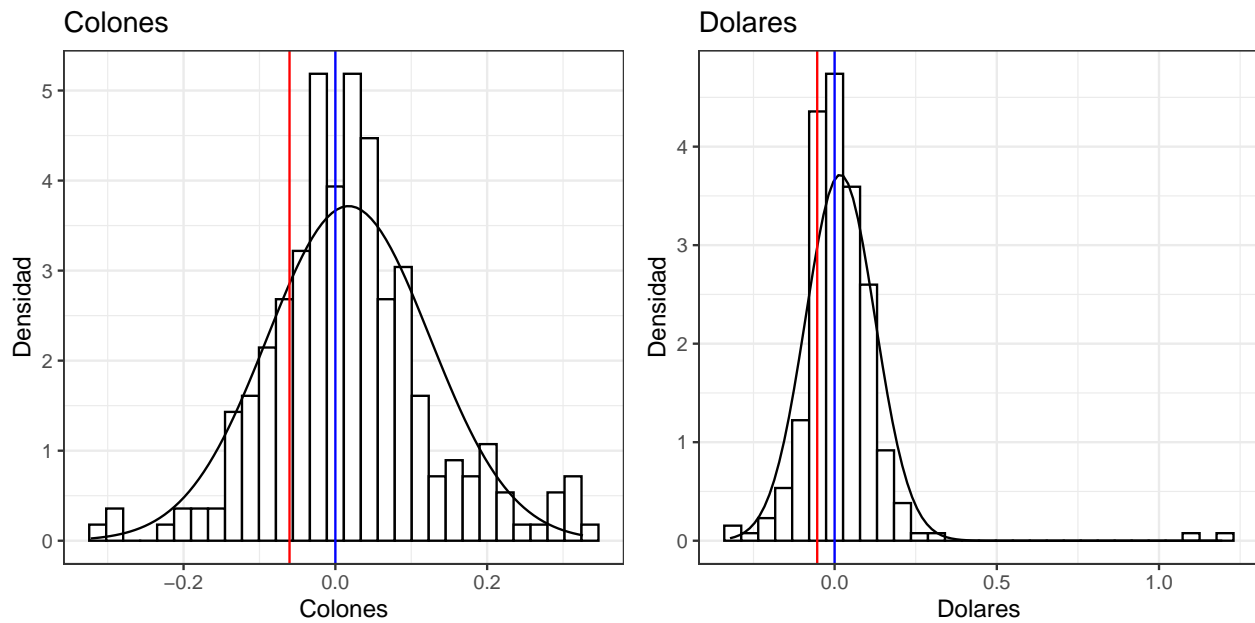


Figura 21: Costa Rica: Distribución de la variación de los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en dolares y colones, febrero-2001 a diciembre-2021

Colones

Dolares

\$n

[1] 250

\$data

```
[1] 0.05640400 0.18059882 0.31743203 0.21939662 0.07986147 0.12507960
[7] 0.08092466 0.05555194 0.14236512 0.23843363 0.19565154 0.32246152
[13] 0.10328274 0.10205192 0.05708962 0.06011128 0.13802553 0.07474278
[19] 0.11805560 0.07326798 0.07373304 0.18547714 0.07370575 0.07288584
[25] 0.09879610 0.07967197 0.05711886 0.17694386 0.10850081 0.10191921
[31] 0.15021832 0.06814372 0.06907264 0.10846545 0.06842797 0.08058403
[37] 0.09067820 0.16828447 0.12849489 0.05992406 0.06370076 0.07416377
[43] 0.06260682 0.05433794 0.07812528 0.13809842 0.07535299 0.07643513
[49] 0.12175772 0.09031933
```

\$threshold

20%

```
0.0536512
```

```
$p.less.thresh
```

```
[1] 0.8
```

```
$n.exceed
```

```
[1] 50
```

```
$method
```

```
[1] "ml"
```

```
$par.ests
```

```
xi beta
```

```
0.08530302 0.05336963
```

```
$par.ses
```

```
xi beta
```

```
0.17663150 0.01204763
```

```
$varcov
```

```
xi [,1] [,2]
```

```
[1,] 0.031198687 -0.0015649173
```

```
[2,] -0.001564917 0.0001451455
```

```
$information
```

```
[1] "observed"
```

```
$converged
```

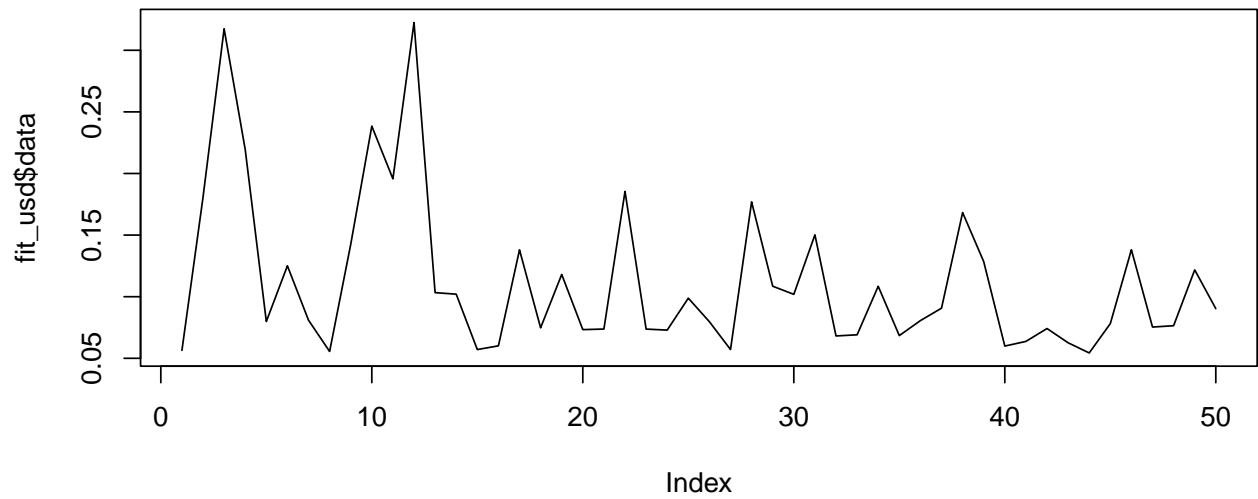
```
[1] 0
```

```
$nllh.final
```

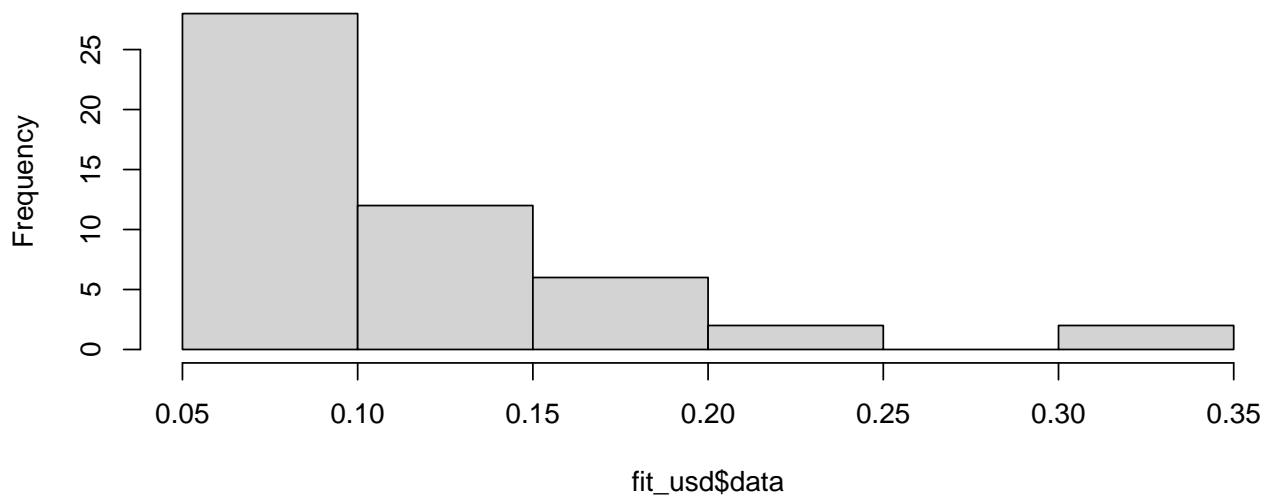
```
[1] -92.25393
```

```
attr("class")
```

```
[1] "gpd"
```



Histogram of fit_usd\$data



```
$lastfit
```

```
$n
```

```
[1] 250
```

```
$data
```

```
[1] 0.05640400 0.18059882 0.31743203 0.21939662 0.07986147 0.12507960
[7] 0.08092466 0.05555194 0.14236512 0.23843363 0.19565154 0.32246152
[13] 0.10328274 0.10205192 0.05708962 0.06011128 0.13802553 0.07474278
[19] 0.11805560 0.07326798 0.07373304 0.18547714 0.07370575 0.07288584
[25] 0.09879610 0.07967197 0.05711886 0.17694386 0.10850081 0.10191921
[31] 0.15021832 0.06814372 0.06907264 0.10846545 0.06842797 0.08058403
[37] 0.09067820 0.16828447 0.12849489 0.05992406 0.06370076 0.07416377
```

```
[43] 0.06260682 0.05433794 0.07812528 0.13809842 0.07535299 0.07643513
[49] 0.12175772 0.09031933
```

```
$threshold
```

```
20%
```

```
0.0536512
```

```
$p.less.thresh
```

```
[1] 0.8
```

```
$n.exceed
```

```
[1] 50
```

```
$method
```

```
[1] "ml"
```

```
$par.ests
```

```
xi beta
```

```
0.08530302 0.05336963
```

```
$par.ses
```

```
xi beta
```

```
0.17663150 0.01204763
```

```
$varcov
```

```
[,1] [,2]
```

```
[1,] 0.031198687 -0.0015649173
```

```
[2,] -0.001564917 0.0001451455
```

```
$information
```

```
[1] "observed"
```

```
$converged
```

```
[1] 0
```

```
$nllh.final
```

```
[1] -92.25393
```

```
attr(,"class")
```

```
[1] "gpd"
```

```
$type
```

```
[1] "tail"
```

```
$dist
```

```
[1] "gpd"
```

```
$plotmin
```

```
20%
```

```
0.0536512
```

```
$plotmax
```

```
[1] 0.4836923
```

```
$alog
```

```
[1] "xy"
```

```
$location
```

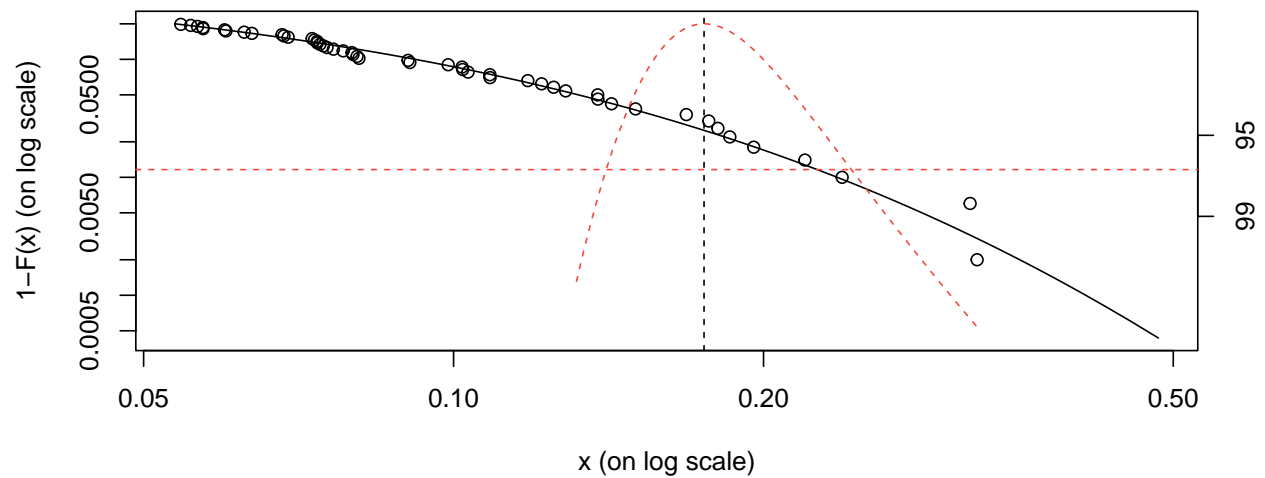
```
[1] -0.02660846
```

```
$shape
```

```
[1] 0.08530302
```

```
$scale
```

```
[1] 0.04652323
```

Lower CI Estimate Upper CI
0.1412498 0.1750818 0.2431672

Moneda	localizacion	escala	forma
Colones	-0.108634311616476	0.154641944816404	-0.26138314682249
Dolares	-0.0266084571497244	0.0465232347752692	0.0853030162679882

5. Conclusiones

6. Anexos

Series: actnetcrc

Regression with ARIMA(0,1,0)(1,0,0)[12] errors

Coefficients:

	sarl	I096	A0105	LS173	TC230	LS239
	0.5615	-6234.187	95244.48	125201.68	-224686.4	-119551.09
s.e.	0.0554	32747.622	20428.69	28912.83	26691.2	33145.94

sigma^2 = 1124677987: log likelihood = -2899.87

AIC=5813.74 AICc=5814.21 BIC=5838.24

Outliers:

	type	ind	time	coefhat	tstat
1	I0	96	2009:01	-6234	-0.1904
2	A0	105	2009:10	95244	4.6623
3	LS	173	2015:06	125202	4.3303

```

4 TC 230 2020:03 -224686 -8.4180
5 LS 239 2020:12 -119551 -3.6068

```

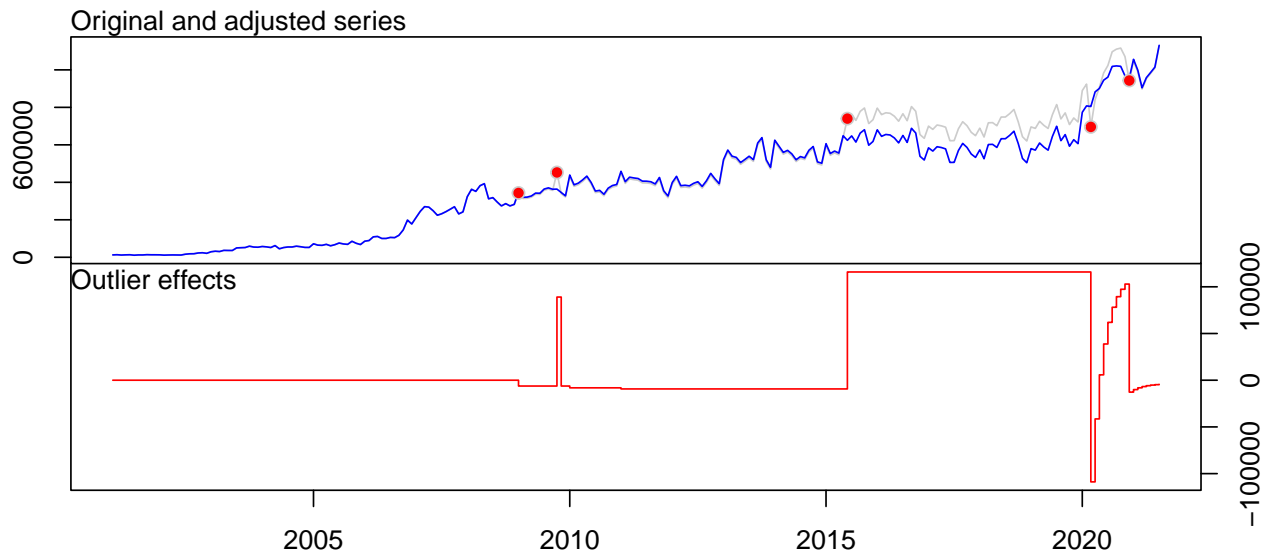


Figura 22: Costa Rica: Identificación de los valores extremos en los saldos del Activo Neto Administrado de los Fondos de Inversión del Mercado de Dinero en colones y dolares, febrero-2001 a julio-2021

'x' does not contain outliers to display

NULL

Series:

ARIMA(0,1,0)(0,0,1)[12]

Coefficients:

smal

0.1847

s.e. 0.0634

sigma^2 = 3565: log likelihood = -1349.28

AIC=2702.56 AICc=2702.61 BIC=2709.57

No outliers were detected.

Banco Central de Costa Rica. 2015. "Memoria Anual 2015." Banco Central de Costa Rica.

———. 2021a. "Coyuntura macroeconómica ante la pandemia y revisión de proyecciones 2020-2021." Banco Central de Costa Rica.

- . 2021b. “REVISIÓN PROGRAMA MACROECONÓMICO 2021 / 2022.” Banco Central de Costa Rica.
- Banco Nacional de Costa Rica. n.d. “Conceptos básicos de los fondos de inversión.” Banco Nacional de Costa Rica; Banco Nacional de Costa Rica.
- BCCR. 2019. “Informe Anual de Estabilidad Financiera 2019.” BCCR. 2019.
- Chan, Kung-Sik, and Brian Ripley. 2020. *TSA: Time Series Analysis*. <https://CRAN.R-project.org/package=TSA>.
- Dancho, Matt. 2022. *Modeltime: The Tidymodels Extension for Time Series Modeling*. Business Science.
- Dannéelsson, Jón. 2011. *Financial Risk Forecasting*. Edited by WileyFinance. WileyFinance.
- Facebook. n.d. “Forecasting at Scale: Prophet.”
- Franses, Philip Hans, and Dick van Dijk. 2000. *Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511754067>.
- Hernández-Rodríguez, Oscar. 2001. *Introducción a Las Series Cronológicas*. Edited by Editorial UCR. 1st ed. UCR.
- Hyndman, George, Rob & Athanasopoulos. 2018. *Forecasting: Principles and Practice*. Edited by OTexts. 2nd ed. OTexts. [OTexts.com/fpp2](https://otexts.com/fpp2).
- Hyndman, Rob J, and Yeasmin Khandakar. 2008. “Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R.” *Journal of Statistical Software* 26 (3): 1–22. <https://www.jstatsoft.org/article/view/v027i03>.
- Maravall, Agustín, and Regina Kaiser. 1999. “Seasonal Outliers in Time Series.” Banco de España.
- Mercado de Valores Multifondos. 2015a. “Informe Trimestra de Fondos de Inversión del 01 de octubre al 31 de diciembre del 2015.” Mercado de Valores Multifondos.
- . 2015b. “Informe Trimestral de Fondos de Inversión del 01 de abril al 30 de junio del 2015.” Mercado de Valores Multifondos.
- Narzo, Antonio Fabio Di, Jose Luis Aznarte, Matthieu Stigler, and Ho Tsung-wu. 2020. *tsDyn: Nonlinear Time Series Models with Regime Switching*. <https://CRAN.R-project.org/package=tsDyn>.
- Rosero-Bixby, Luis. n.d. “Situación de Covid-19 en Costa Rica al viernes 20 de agosto de 2021, con énfasis en la tasa R.” Centro Centroamericano de Población.
- Sax, Christoph, and Dirk Eddelbuettel. 2018. “Seasonal Adjustment by X-13arima-SEATS in R.” *Journal of Statistical Software* 87 (11): 1–17. <https://doi.org/10.18637/jss.v087.i11>.
- Superintendencia General de Valores. 2021. “Informe del mercado de valores de Costa Rica I Trimestre 2021.” Superintendencia General de Valores.
- Tsay, Ruey S. 2010. *Analysis of Financial Time Series*. 3rd ed. John Wiley & Sons, Inc.