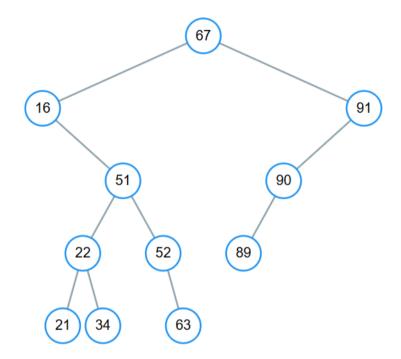


#### Adı – Soyadı – Numarası:

**Soru 1:** Aşağıda verilen ikili arama ağacı (BST) için (a) kök önde (preorder), (b) kök ortada (inorder) ve (c) kök sonda (postorder) gezildiğinde oluşan çıktıyı yazınız. Kök düğüm 67 numaralı düğümdür. (d) Ağaçta aynı değere sahip düğümler olabilir mi?



Preorder: 67 -> 16 -> 51 -> 22 -> 21 -> 34 -> 52 -> 63 -> 91 -> 90 -> 89

Inorder: 16 -> 21 -> 22 -> 34 -> 51 -> 52 -> 63 -> 67 -> 89 -> 90 -> 91

Postorder: 21 -> 34 -> 22 -> 63 -> 52 -> 51 -> 16 -> 89 -> 90 -> 91 -> 67

İkili arama ağacında (Binary Search Tree - BST) aynı değere sahip düğümlerin olup olamayacağı, uygulamanın tasarımına ve gereksinimlerine bağlıdır.

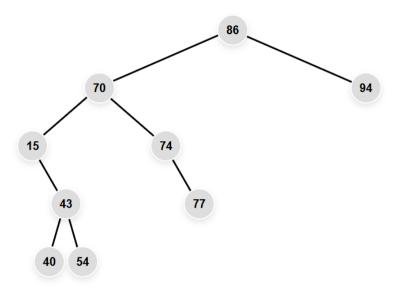
Eğer uygulama tasarımında aynı değerlere izin veriliyorsa, ağaca eklenebilir. Bu durumda, aynı değerlere sahip düğümler için bir kural belirlenir. Örneğin:

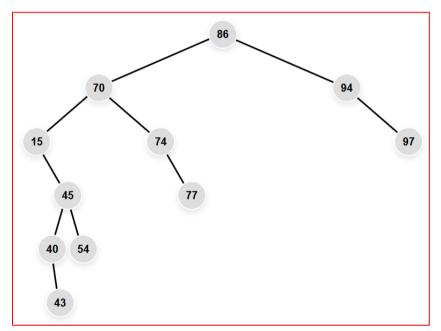
- Sol Alt Ağaçta: Aynı değere sahip yeni düğüm, mevcut düğümün sol alt ağacına eklenir.
- Sağ Alt Ağaçta: Aynı değere sahip yeni düğüm, mevcut düğümün sağ alt ağacına eklenir.

Eğer uygulama tasarımında aynı değerlere izin verilmiyorsa, aynı değere sahip bir düğüm eklenmeye çalışıldığında, genellikle hata verilir ya da ekleme işlemi yok sayılır.

**Soru 2:** Aşağıda verilen ikili arama ağacına, belirtilen işlemler sırayla uygulandıktan sonraki halini çiziniz. (a) ekle 97, ekle 45, sil 43, ekle 43. (b) Silme işlemi sırasında ağacın yapısı hangi durumlarda bozulabilir? Ne tür önlem alınabilir?







İkili arama ağacında, iki çocuğu olan bir düğümü silmek diğer durumlara göre karmaşıktır. Bu işlemde ağacın ikili arama ağacı özelliklerini (soldaki alt ağaçtaki değerler daha küçük, sağdaki alt ağaçtaki değerler daha büyük olmalı) koruyarak düğümün silinmesi gerekir.

İlk adım, ağacın üzerinde gezinerek silmek istenen düğümü bulmaktır. Eğer silinecek düğümün hem sol hem de sağ alt ağacı (iki çocuğu) varsa, özel bir işlem gerekir. Silinecek düğümün yerine geçecek uygun düğüm belirlenir. Bu işlem iki şekilde yapılabilir:

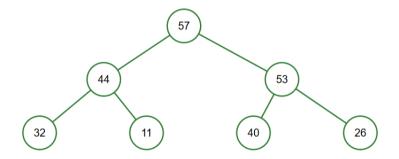
• Silinecek düğümün sağ alt ağacında, en küçük değere sahip düğüm bulunur.

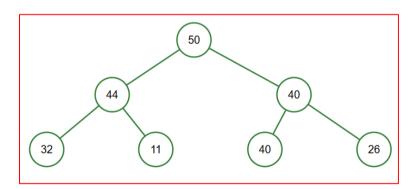


Silinecek düğümün sol alt ağacında, en büyük değere sahip düğüm bulunur.

Bulunan bu değer (örneğin, sağ alt ağacın minimum değeri) silinecek düğümün yerine yazılır. Bu, düğümün silinmiş gibi görünmesini sağlar. Daha önce seçilen ve silinecek düğümün yerine kopyalanan düğümün kendisini ağaçtan silmek gerekir. Bu düğüm ya yaprak düğüm olur (hiç çocuğu yoktur) ya da yalnızca bir çocuğu olur. Bu durumda, silme işlemi kolaydır.

**Soru 3:** Aşağıda verilen maksimum ikili yığına (max-heap) verilen işlemler uygulandıktan sonraki halini çiziniz. (a) ekle 40, ekle 50, ekle 60, sil (extract max), sil (extract max), sil (extract max). (b) İkili yığın yapısı sıralama (sorting) işlemlerinde kullanılabilir mi?





Evet, ikili yığın yapısı (binary heap), sıralama işlemlerinde kullanılabilir ve bu işlem Heap Sort algoritmasıyla gerçekleştirilir.

İlk olarak verilen dizi, bir heap (yığın) yapısına dönüştürülür. Ardından, heap'in kök elemanı (en büyük ya da en küçük) dizinin sonuna (sıralanmış listeye) eklenir ve yığından çıkarılır. Yığının kalan kısmı tekrar "heapify" (yığın özelliğini yeniden sağlama) işlemi ile düzeltilir. Bu adımlar yığın boşalana kadar devam eder.



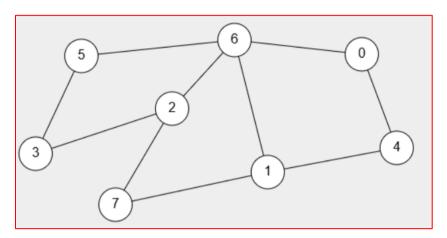
Soru 4: Bir hash tablosu oluştururken kullanılan hash fonksiyonunun özellikleri nasıl olmalıdır?

Hash fonksiyonu deterministik olmalı. Aynı girdi değeri her zaman aynı hash değerini üretmelidir. Fonksiyonun dengeli bir dağılım yapması önemlidir. Girdi değerleri, hash tablosunun tüm hücrelerine mümkün olduğunca eşit bir şekilde dağıtılmalıdır. Hash fonksiyonunun hızlı hesaplanabilir olması gerekir. Hash fonksiyonunun çakışma olasılığını azaltması beklenir. Çakışmalar tamamen önlenemese bile, bu olasılığı en aza indirecek bir fonksiyon tercih edilmelidir. Tablo boyutları genellikle asal sayılar olarak seçilir ve fonksiyon, bu boyutla doğru bir şekilde çalışır. Girdide yapılan ufak bir değişiklik, hash değerinde büyük bir farklılığa yol açmalıdır.

**Soru 5:** Aşağıda verilen komşuluk matrisine uygun (a) yönsüz çizgeyi çiziniz. (b) Derinlik Öncelikli (DFS) ve (c) Genişlik Öncelikli (BFS) arama ile gezildiğinde oluşan yolu (path) yazınız. Komşuların seçilme sırası küçükten büyüğe doğru olacaktır. Aramaya 0 nolu düğümden başlanacaktır. (d) DFS ve BFS hangi durumda aynı çıktıyı üretir?

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1	1
2	0	0	0	1	0	0	1	1
3	0	0	1	0	0	1	0	0
4	1	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	1	0
6	1	1	1	0	0	1	0	0
7	0	1	1	0	0	0	0	0





BFS: 
$$0 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 3$$

**DFS:** 
$$0 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7$$

Eğer bir ağaç veya çizgede her düğümün yalnızca tek bir çocuğu varsa, DFS ve BFS aynı sırada düğümleri ziyaret eder. Eğer tüm düğümler aynı düzeydeyse ve birbirine dallanmadan bağlıysa, DFS ve BFS aynı sırada düğümleri ziyaret eder.