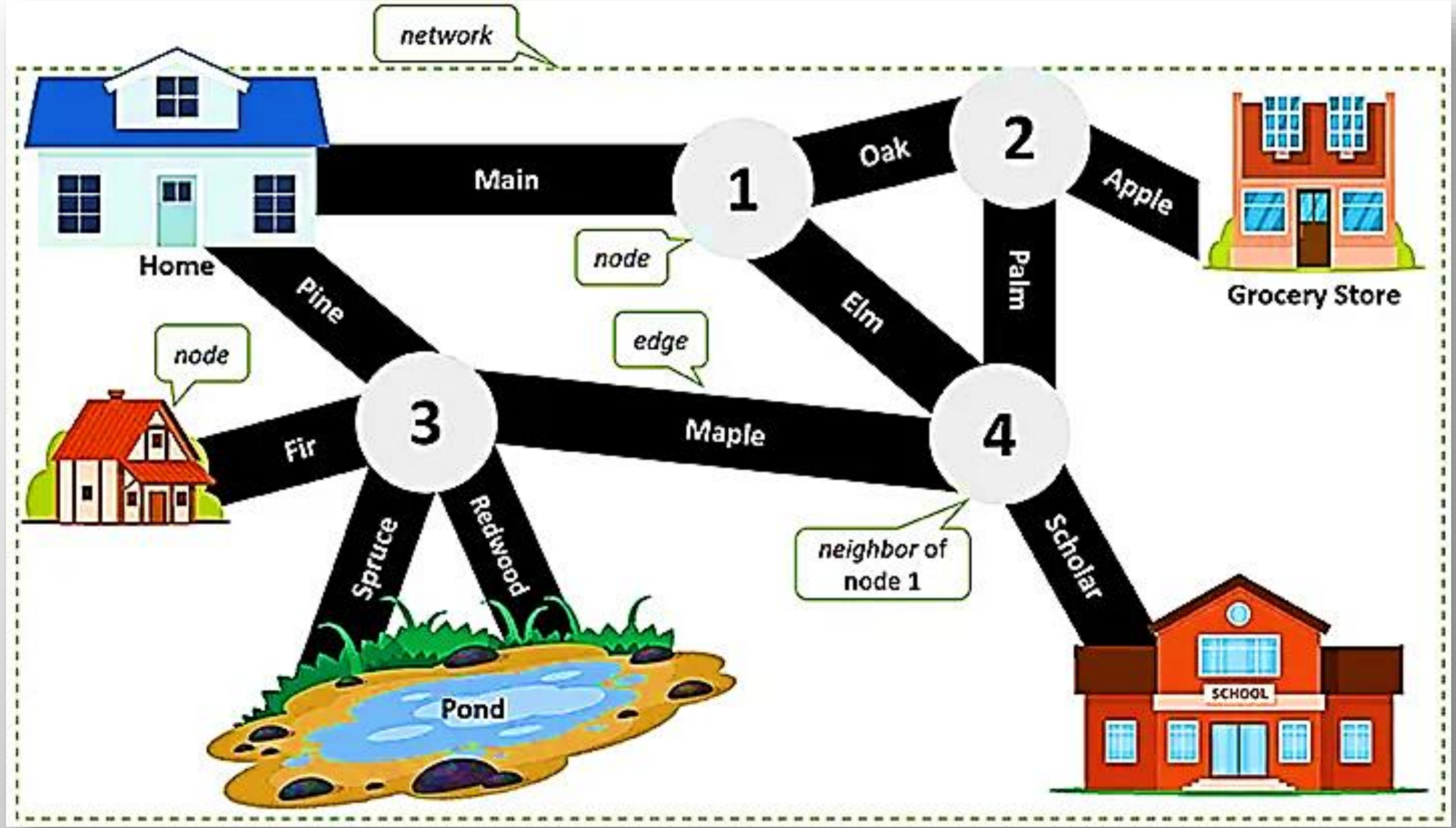
# Bölüm 4: Çizge Algoritmaları

## Algoritmalar

# Çizge



network
Main
Oak
Apple
Home
Grocery Store
node
Pine
Elm
Palm
edge
node
Fir
Maple
Spruce
Redwood
neighbor of node 1
Scholar
SCHOOL
Pond
1
2
3
4

# En Kısa Yol Algoritmaları (Shortest Path)

- Başlangıç düğümünden hedef düğüme giden en kısa yolu bulur.
- *Dijkstra*:
  - Başlangıç düğümünden diğer tüm düğümlere olan en kısa yolları bulur.
  - Kenar ağırlıkları pozitif değer olmalıdır.!
- *Bellman-Ford*:
  - Negatif ağırlıklı kenar içeren çizgelerde kullanılabilir.
  - Dijkstra algoritmasından yavaştır.!
- Floyd-Warshall:
  - Tüm çiftler arasındaki en kısa yolları bulur.
  - Negatif ağırlıklı çizgelerde kullanılabilir.

# En Kısa Yol Algoritmaları (Shortest Path)

- *A* Arama*:
  - Sezgisel (*heuristic*) bilgiler kullanılarak aramayı hızlandırır.
  - Hedef düğüme olan tahmini mesafeyi hesaba katar.
- BFS:
  - Ağırlıksız çizgeler üzerinde çalışır.

# Dijkstra

- Kaynak düğümden diğer tüm düğümlere olan en kısa yolu bulur.
- 1956 yılında *Edsger W. Dijkstra* tarafından geliştirilmiştir.
- Pozitif ağırlıklı kenarlardan oluşan çizgelerde çalışır.

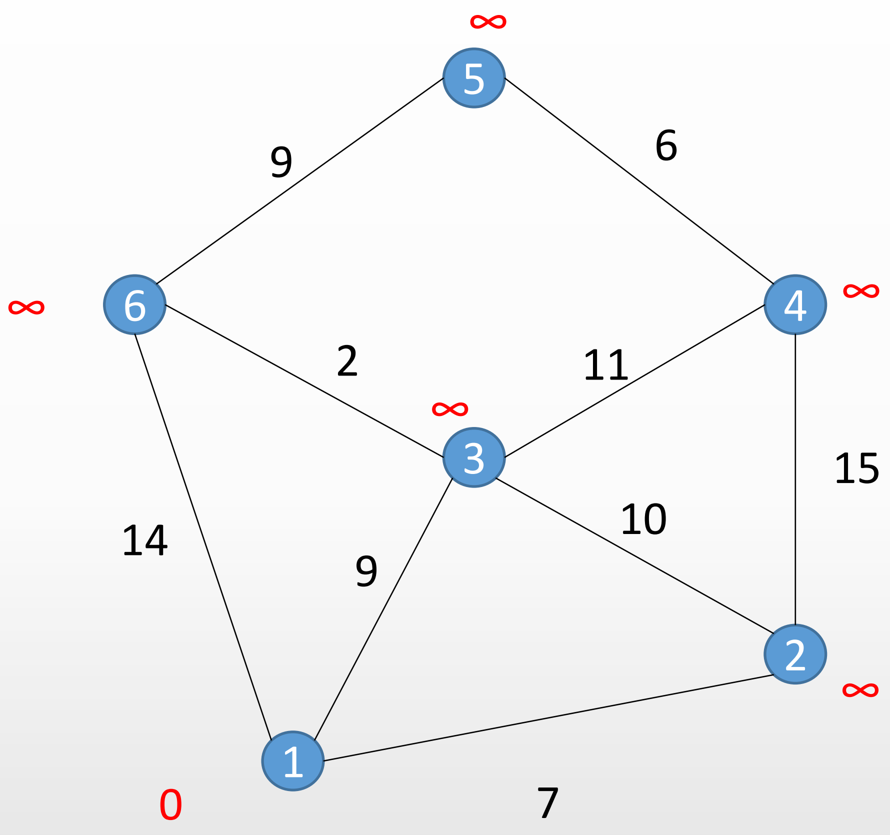
# Algoritma Adımları

- Adım 1: Başlangıç düğümü seçilir ve uzaklık değeri *0* atanır.
  - Diğer düğümlerin uzaklık değerine ∞ atanır.
- Adım 2: Başlangıç düğümünden başlayarak, henüz işlenmemiş komşu düğümlere olan uzaklıklar hesaplanır.
- Adım 3: Daha kısa bir yol varsa, düğümün uzaklığı güncellenir.
- Adım 4: İşlenen düğümler işaretlenir ve bir sonraki düğüm seçilir.
- Adım 5: Tüm düğümler işlenene kadar Adım 2'den 4'e kadar tekrarlanır.

# Algoritma Karmaşıklığı

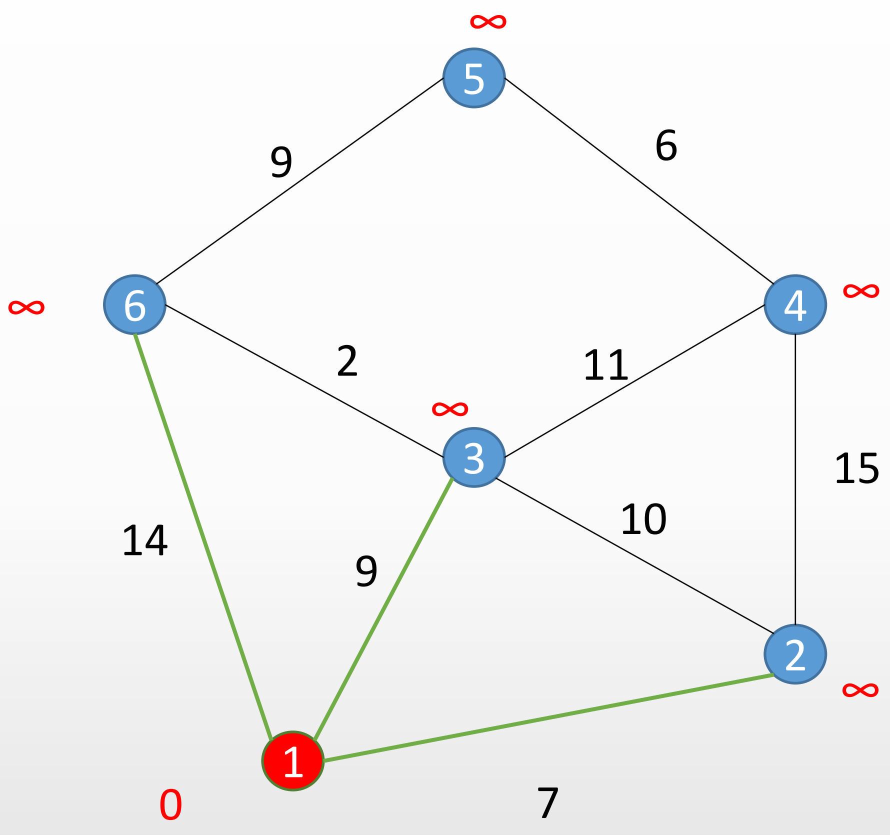
- En kısa mesafeli düğümü seçmek için;
  - Dizi temsili kullanılırsa;
    - $O(V^2)$ karmaşıklığına sahiptir.
  - Öncelik kuyruğu (*Priority Queue*) kullanılırsa;
    - $O((V + E)logV)$ karmaşıklığına sahiptir.

# Dijkstra



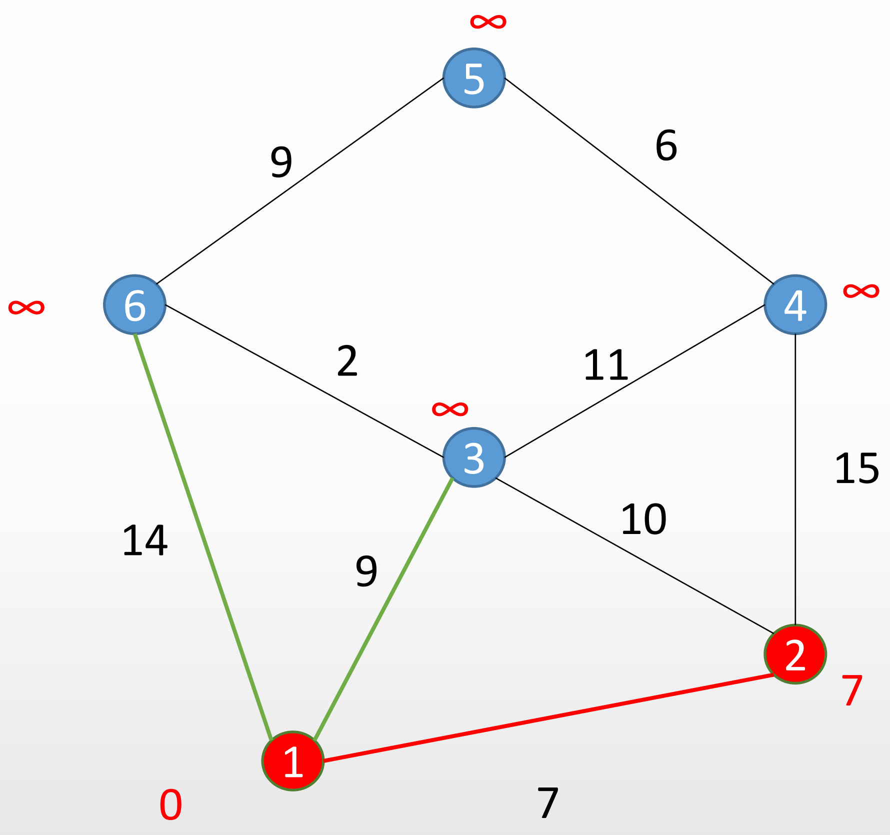

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | ∞ |
| 3 | ∞ |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | ∞ |

# Dijkstra



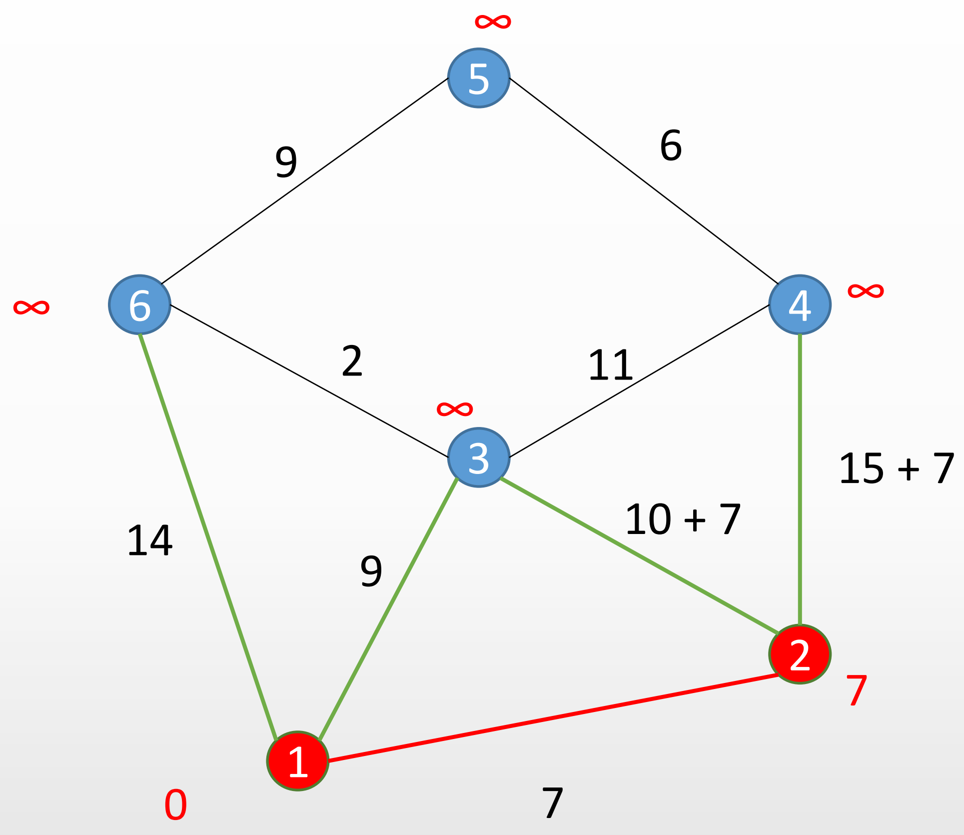

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | ∞ |
| 3 | ∞ |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | ∞ |

# Dijkstra



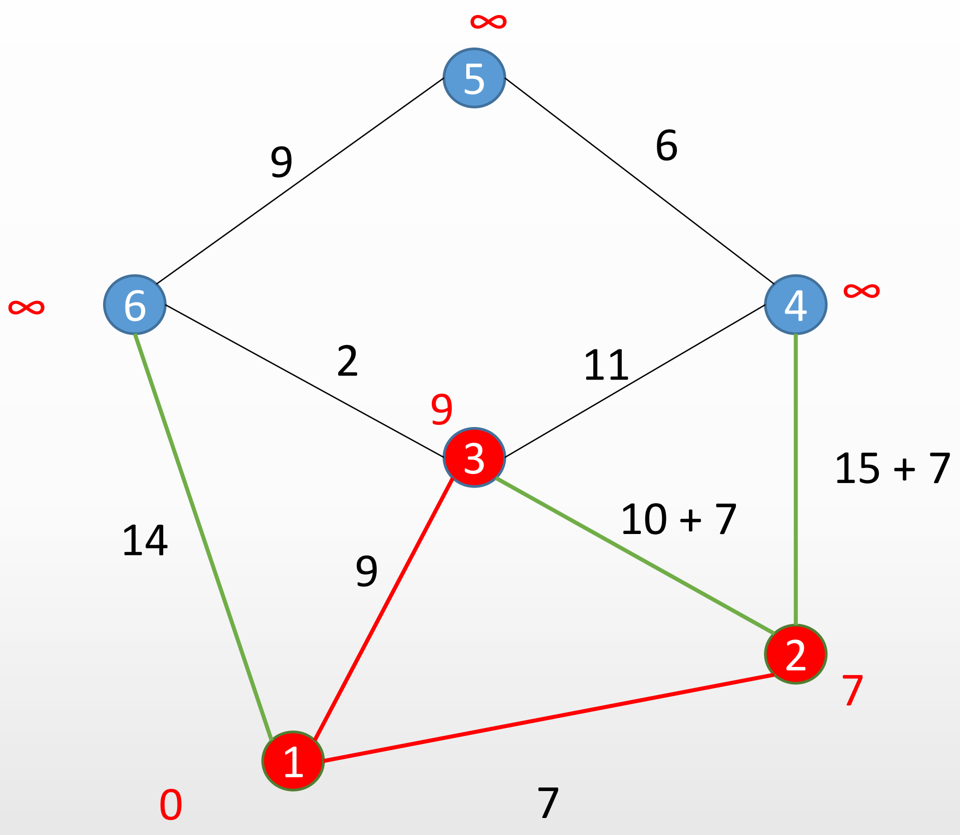

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | ∞ |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | ∞ |

# Dijkstra



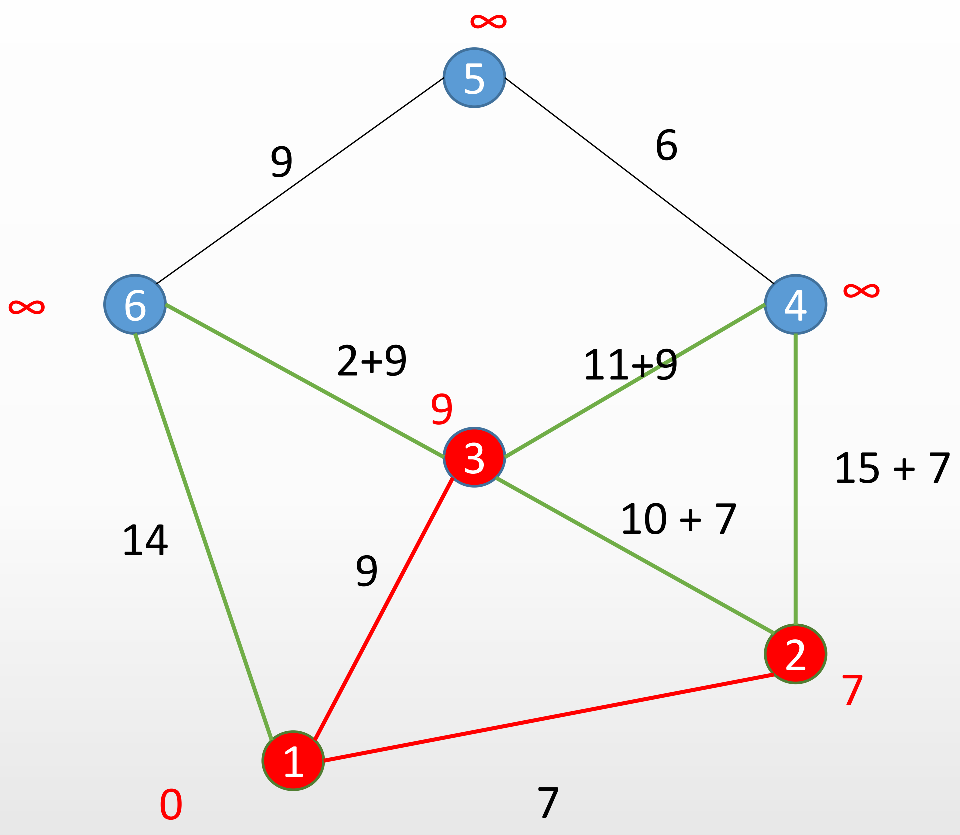

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | ∞ |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | ∞ |

# Dijkstra



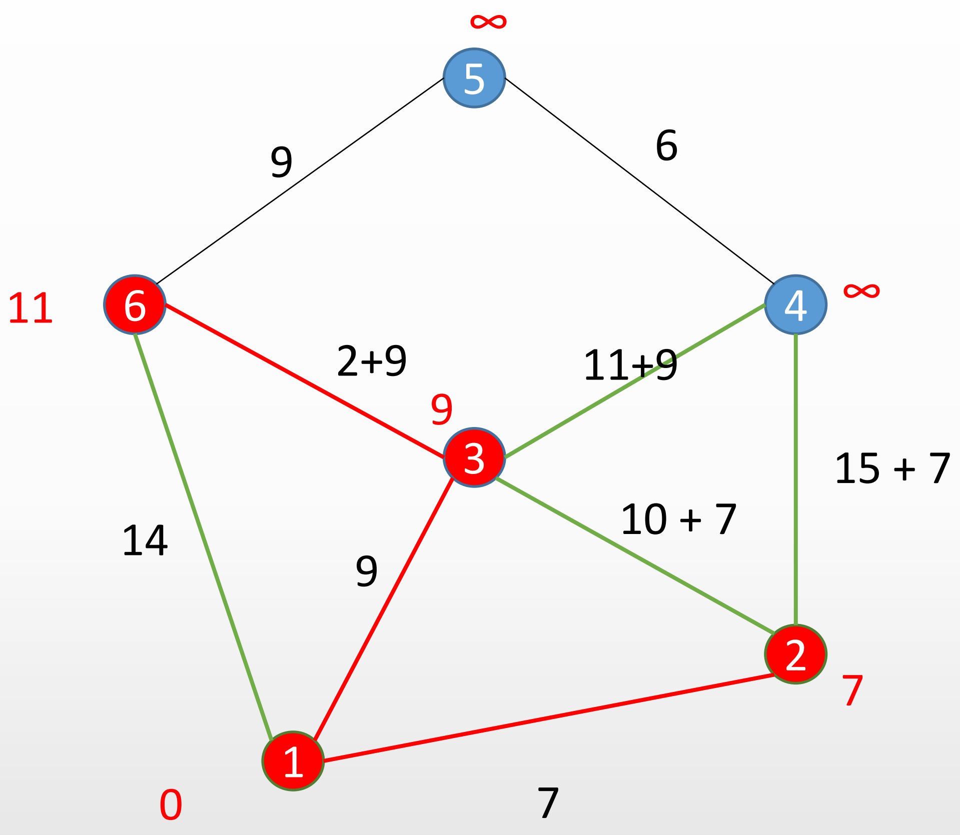

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | ∞ |

# Dijkstra



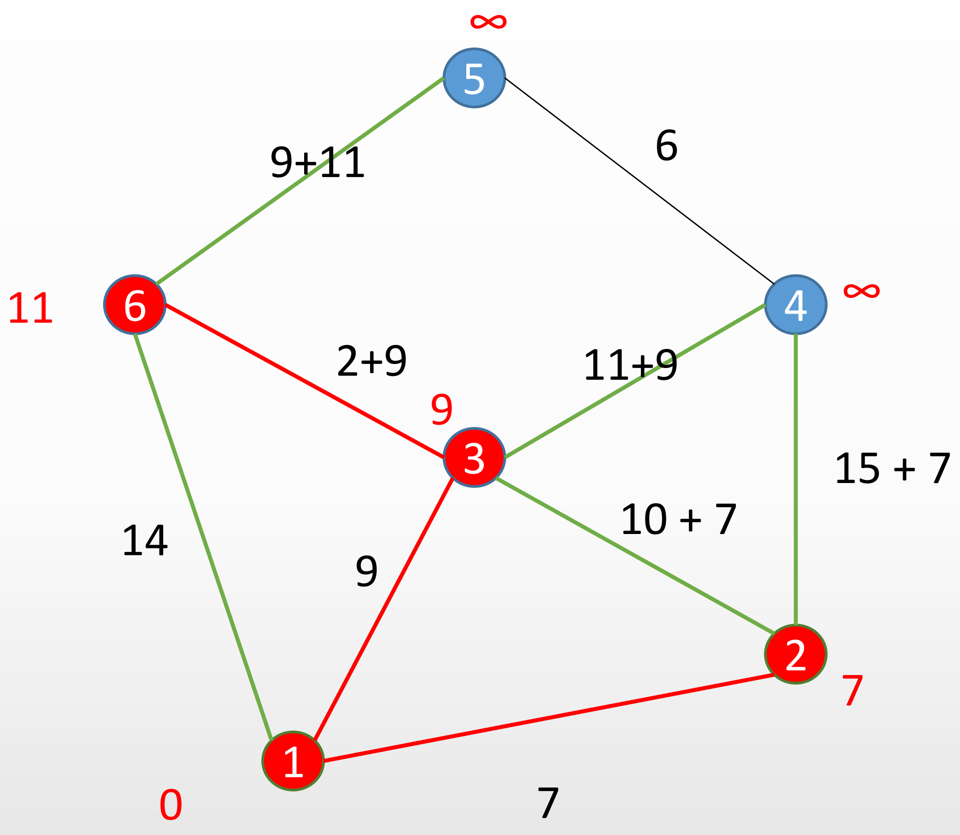

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | ∞ |

# Dijkstra



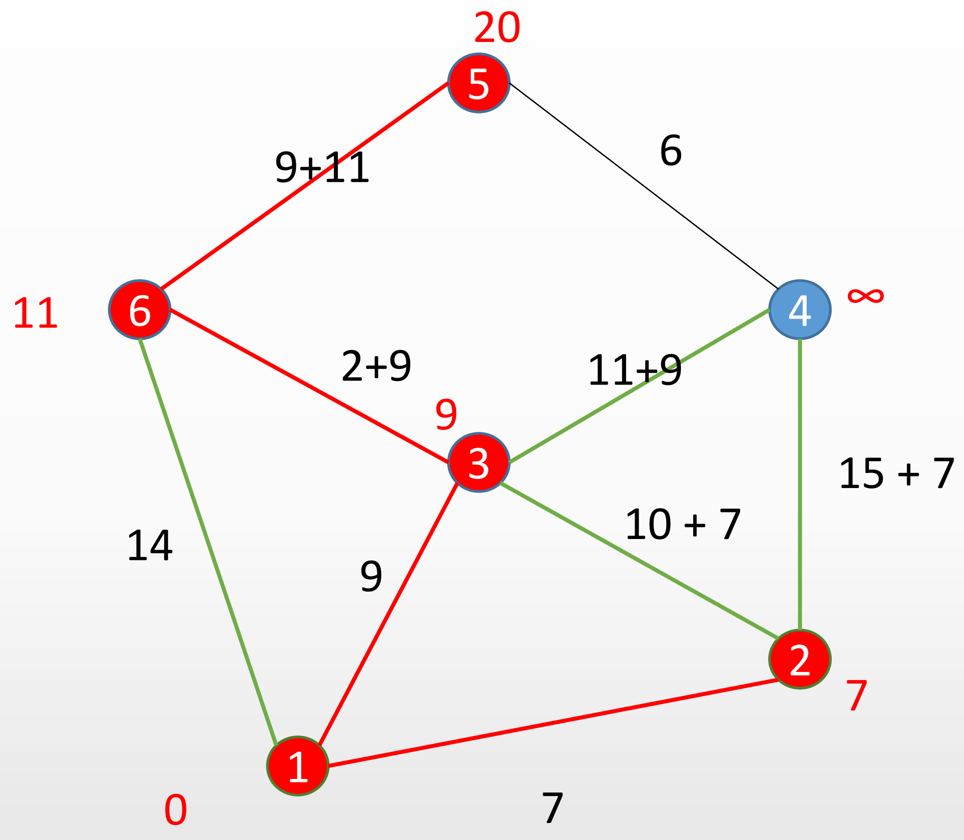

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | 11 |

# Dijkstra



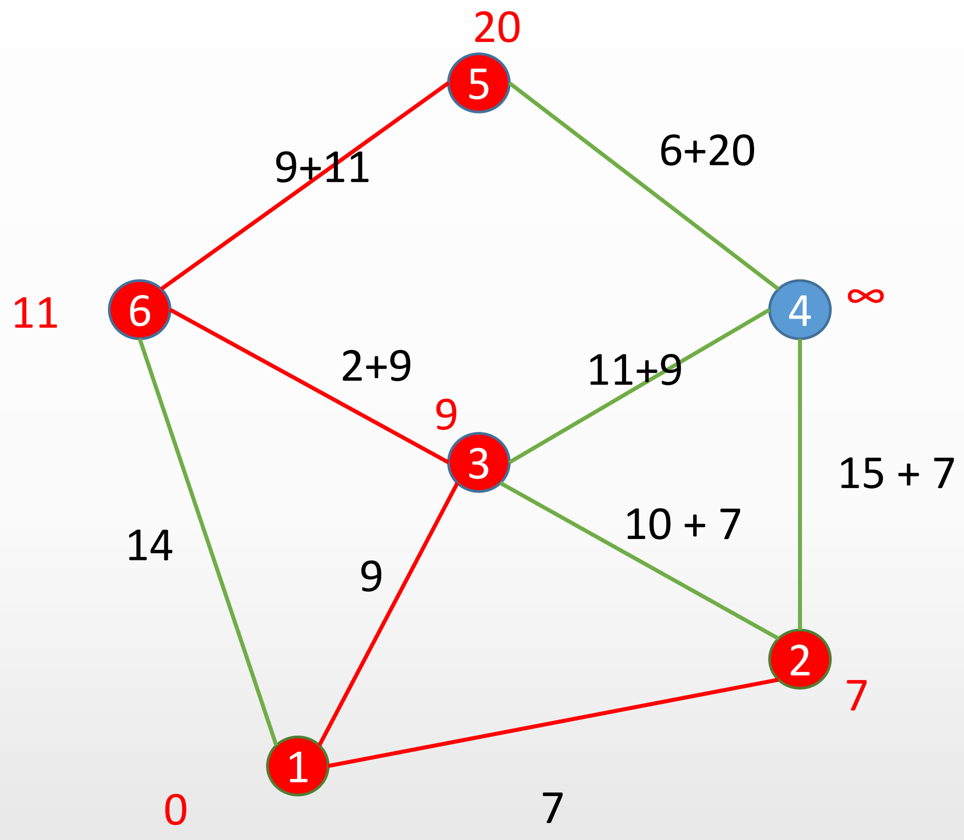

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | ∞ |
| 5 | ∞ |
| 6 | 11 |

# Dijkstra



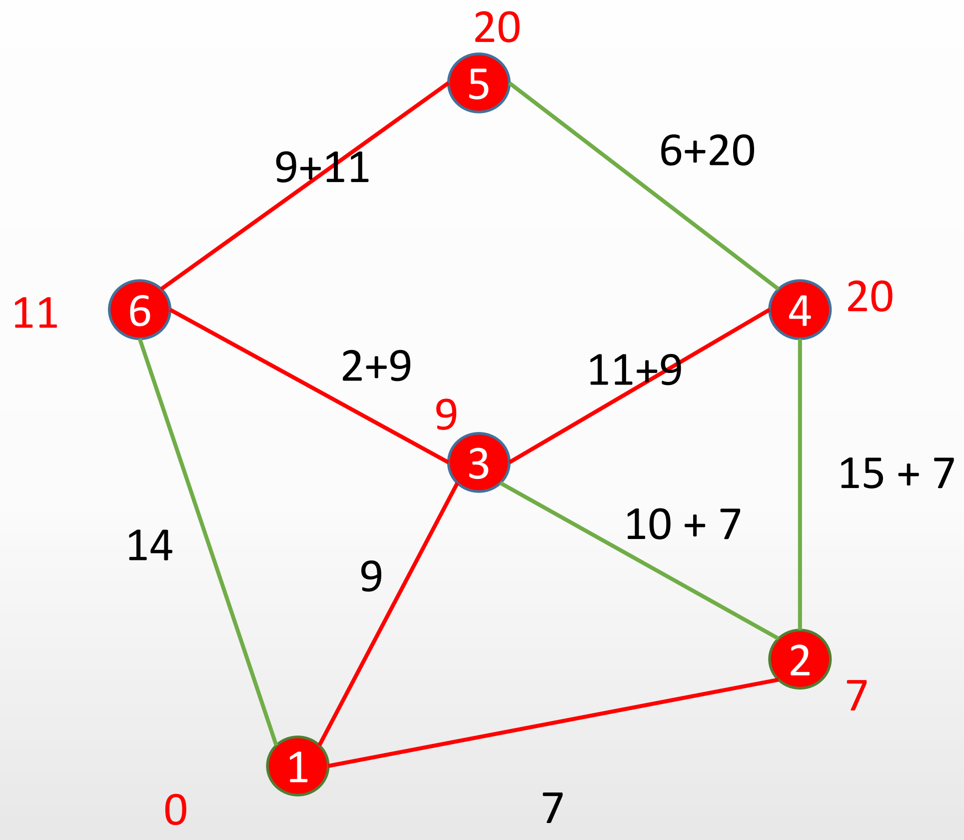

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | ∞ |
| 5 | 20 |
| 6 | 11 |

# Dijkstra



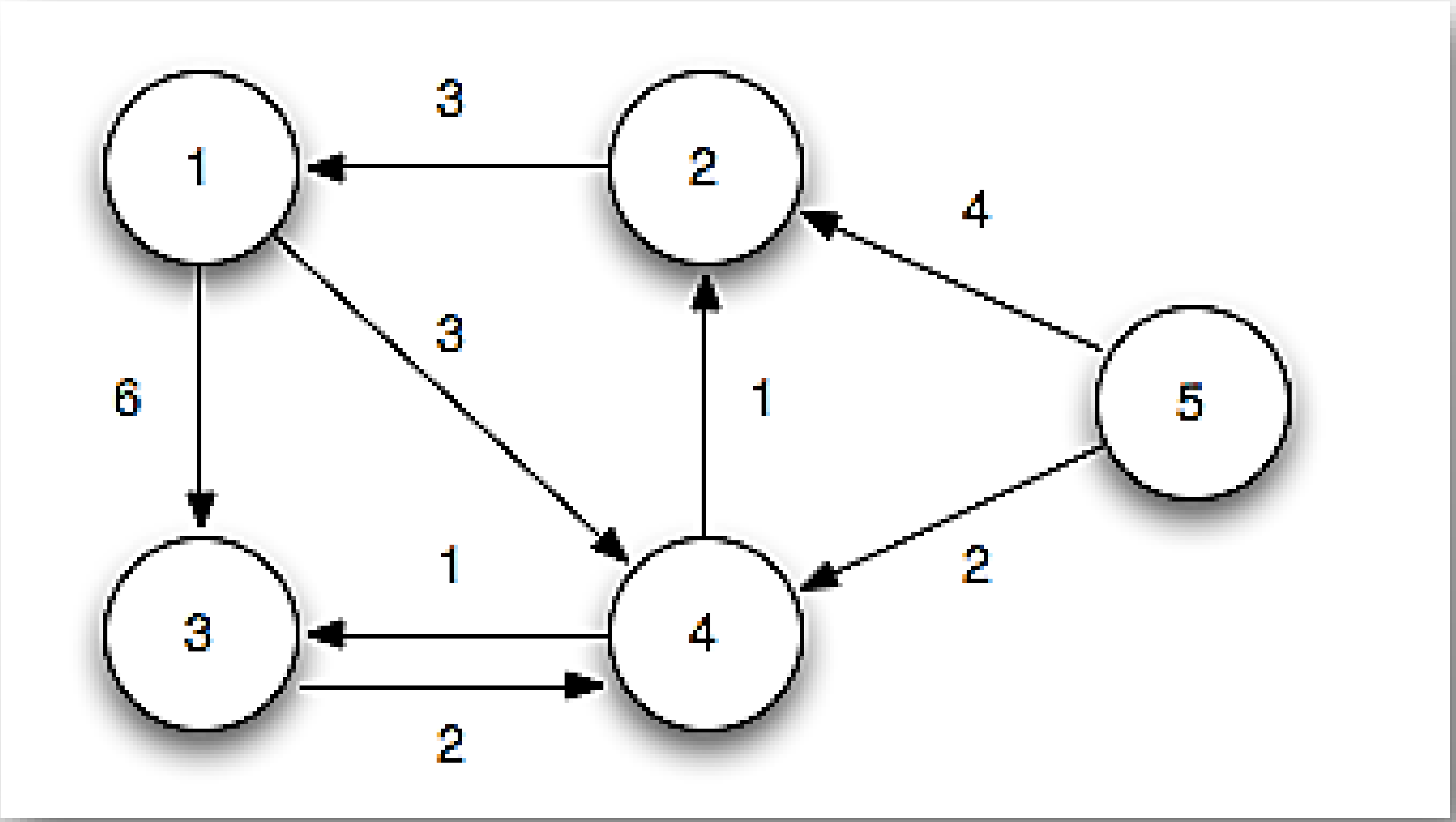

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | ∞ |
| 5 | 20 |
| 6 | 11 |

# Dijkstra



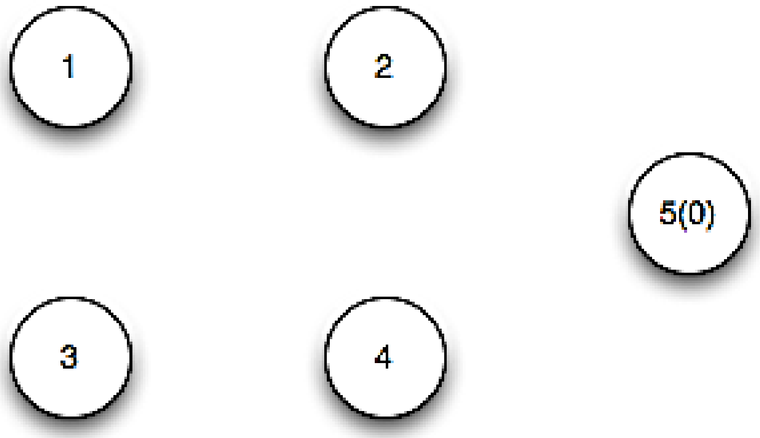

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | 20 |
| 5 | 20 |
| 6 | 11 |

# Örnek



# İlklendirme Aşaması

- Kaynak düğüm 5'in uzaklık değerine 0, diğerlerine ∞ atanır. S = ∅ olarak başlatılır.




Q

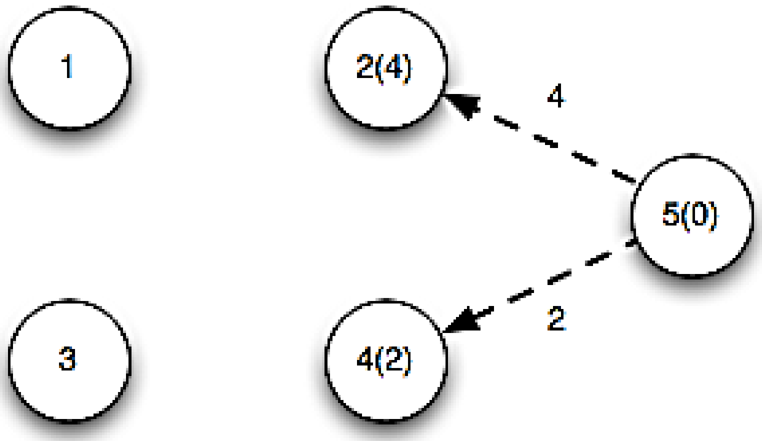
| d | u | π |
|---|---|---|
| 0 | 5 | / |
| ∞ | 1 | / |
| ∞ | 2 | / |
| ∞ | 3 | / |
| ∞ | 4 | / |

S

| u | d | π |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

# Adım 1

- Düğüm 5 kuyruktan alınır, 0 uzaklık ile S kümesine konur. (u5,u2) ve (u5,u4) kenarları incelenerek kısa yollar hesaplanır. (*relax*)




**Q**

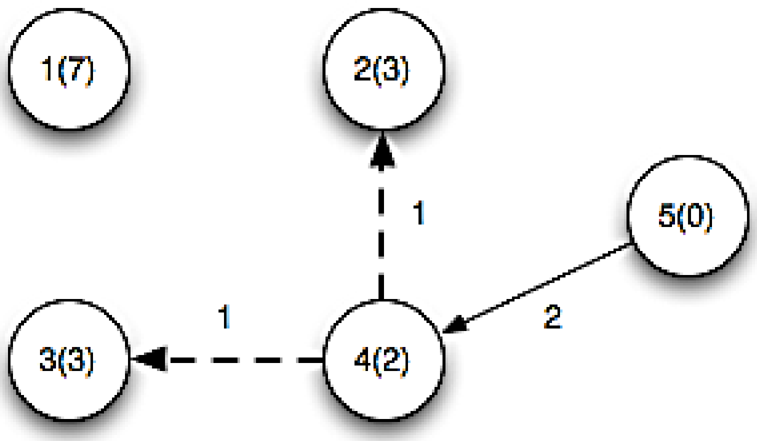
| d | u | π |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 5 |
| 4 | 2 | 5 |
| ∞ | 1 | / |
| ∞ | 3 | / |
| | | |

**S**

| u | d | π |
|---|---|---|
| 5 | 0 | / |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

# Adım 2

- Düğüm 4 kuyruktan alınır, ve 2 uzaklık ile S kümesine konur. (u4,u2) ve (u4,u3) kenarları incelenerek kısa yollar hesaplanır. (*relax*) (u4,u2) kenarı daha kısa bir yol bulur.




Q

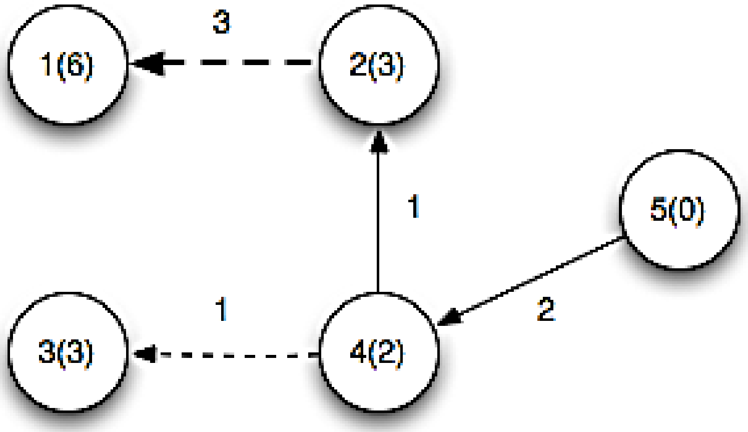
| d | u | π |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 4 |
| 3 | 3 | 4 |
| ∞ | 1 | / |
| | | |
| | | |

S

| u | d | π |
|---|---|---|
| 5 | 0 | / |
| 4 | 2 | 5 |
| | | |
| | | |
| | | |

# Adım 3

- Düğüm 2 kuyruktan alınır, 3 uzaklık ile S kümesine konur. (u2,u1) kenarı incelenerek en kısa yollar hesaplanır. (*relax*)




Q

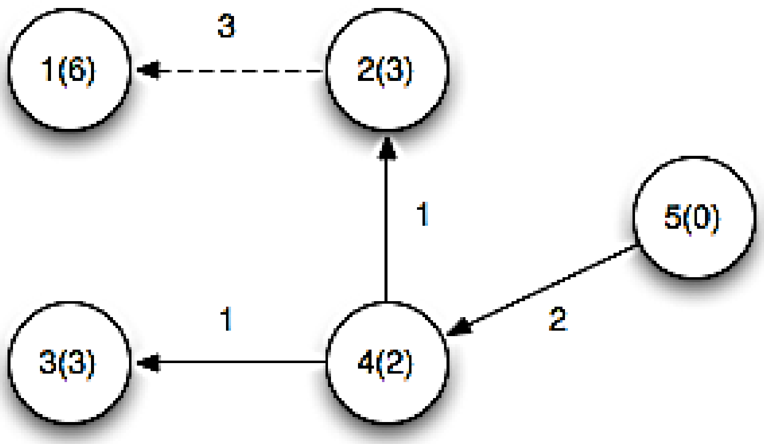
| d | u | π |
|---|---|---|
| 3 | 3 | 4 |
| 6 | 1 | 2 |
| | | |
| | | |
| | | |

S

| u | d | π |
|---|---|---|
| 5 | 0 | / |
| 4 | 2 | 5 |
| 2 | 3 | 4 |
| | | |
| | | |

# Adım 4

- Düğüm 3 kuyruktan alınır, 3 uzaklık ile S kümesine konur. İncelenecek kenar yok. (*no relax*)




**Q**

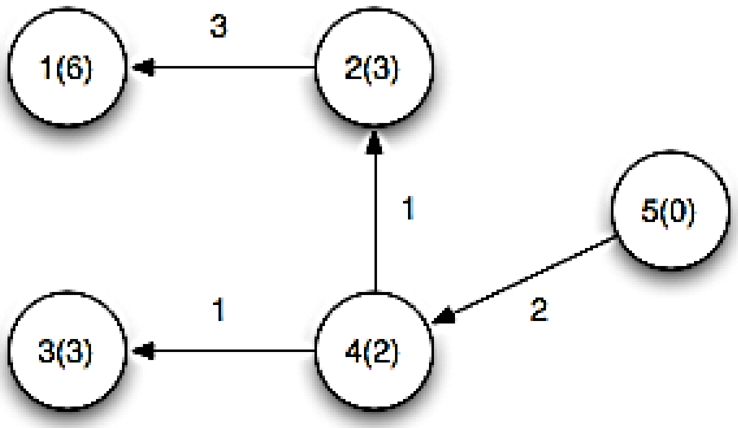
| d | u | π |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 2 |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

**S**

| u | d | π |
|---|---|---|
| 5 | 0 | / |
| 4 | 2 | 5 |
| 2 | 3 | 4 |
| 3 | 3 | 4 |
| | | |

# Adım 5

- Düğüm 1 kuyruktan alınır, 6 uzaklık ile S kümesine konur. İncelenecek kenar yok. (*no relax*)




**Q**

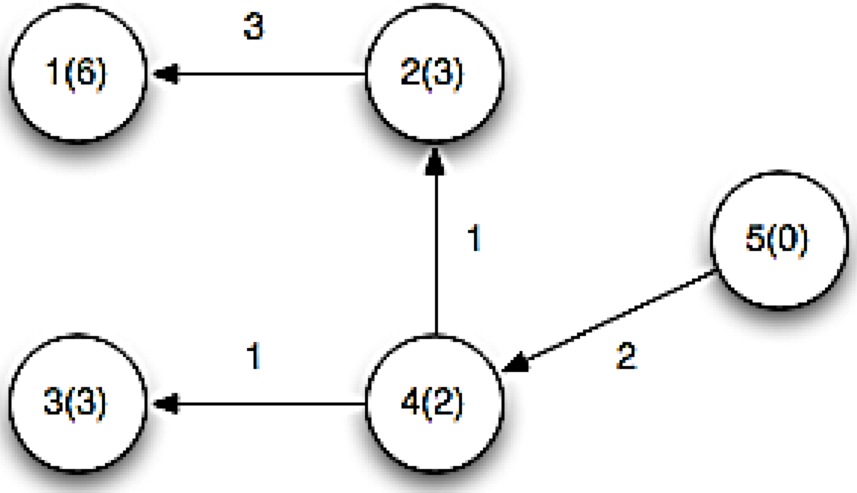
| d | u | π |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

**S**

| u | d | π |
|---|---|---|
| 5 | 0 | / |
| 4 | 2 | 5 |
| 2 | 3 | 4 |
| 3 | 3 | 4 |
| 1 | 6 | 2 |

# Son Durum

- Düğüm 5'ten diğer düğümlere olan en kısa yollar




| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| d | 6 | 3 | 3 | 2 | 0 |
| π | 2 | 4 | 4 | 5 | / |

# Sözde Kod

```
DIJKSTRA (G, kaynak):
    mesafeler = [ ]
    ziyaretEdildi = [ ]
    öncelikKuyruğu = { }

    her bir v için V içinde:
        mesafeler[v] = sonsuz
        ziyaretEdildi[v] = 0
    mesafeler[kaynak] = 0
    öncelikKuyruğu.ekle(kaynak, 0)
```

# Sözde kod (2)

```
döngü öncelikKuyruğu boş değil iken:
    u = öncelikKuyruğu.çıkar()
    eğer ziyaretEdildi[u] == 0:
        ziyaretEdildi[u] = 1
        her bir (u, v) için G[u] içinde:
            eğer mesafeler[u] + ağırlık(u, v) < mesafeler[v]:
                mesafeler[v] = mesafeler[u] + ağırlık(u, v)
                öncelikKuyruğu.ekle(v, mesafeler[v])

döndür mesafeler
```

# Bellman Ford

- Kaynak düğümden diğer tüm düğümlere olan en kısa yolu bulur.
- 1958 yılında *Richard Bellman* ve *Lester Ford Jr.* tarafından geliştirilmiştir.
- Negatif ağırlıklı kenarları işleyebilir.
- Negatif ağırlıklı döngüleri bulabilir.

# Algoritma İlkeleri

- Her düğüm için en kısa yol tahminlerini tutan bir dizi kullanır.
- Başlangıçta tüm düğümlerin en kısa yol tahminlerine ∞ atar.
- Çizge üzerindeki tüm kenarlar teker teker incelenir ve
  - her bir düğüm için en kısa yol tahminleri güncellenir.

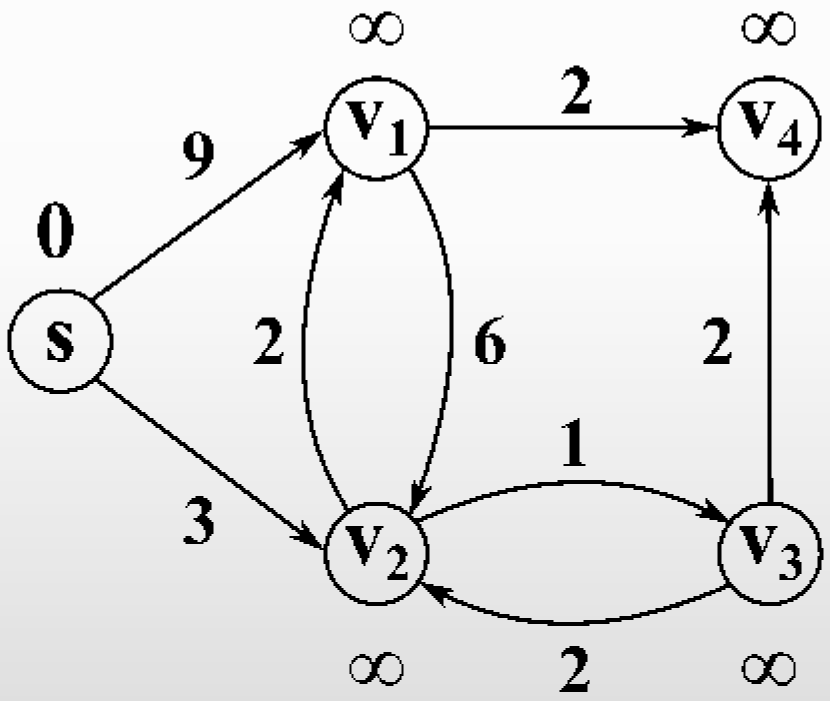
# Algoritma Adımları

- Adım 1: Başlangıç düğümü seçilir ve bu düğüme uzaklık *0* atanır.
  - Diğer düğümlere ∞ uzaklık atanır.
- Adım 2: Kenarlar tek tek incelenir, düğümler arası uzaklıklar güncellenir.
  - Negatif döngü kontrolü için tüm kenarlar bir kez daha incelenir.
- Adım 3: Bir düğümün uzaklığı güncellenirse, komşularının uzaklıkları da güncellenir.
- Adım 4: Eğer negatif döngü varsa, algoritma döngüyü tespit eder.

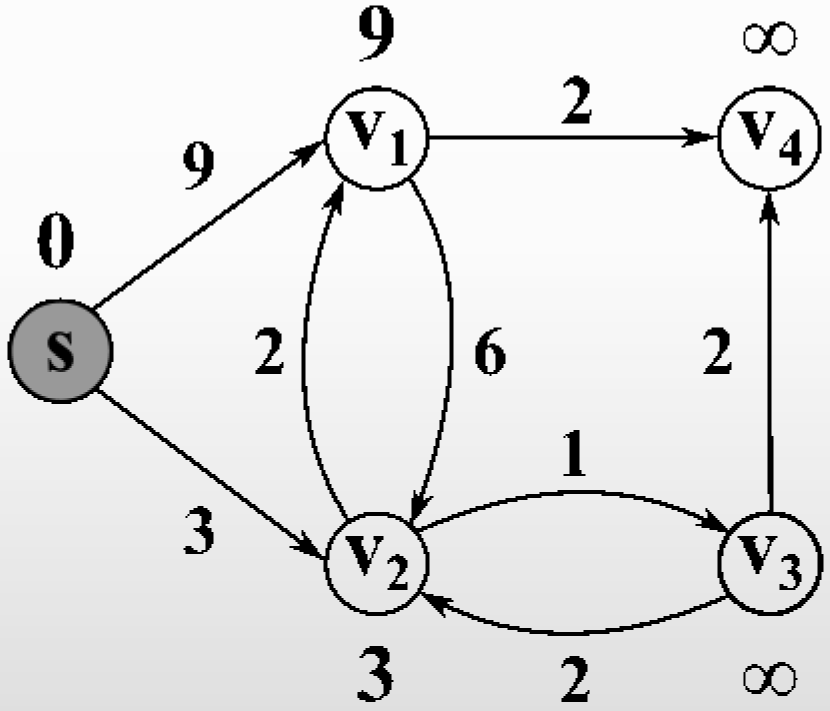
# Karmaşıklık Analizi

- Çizge üzerindeki tüm kenarları *V-1* kez inceler.
- O(V*E) karmaşıklığına sahiptir.

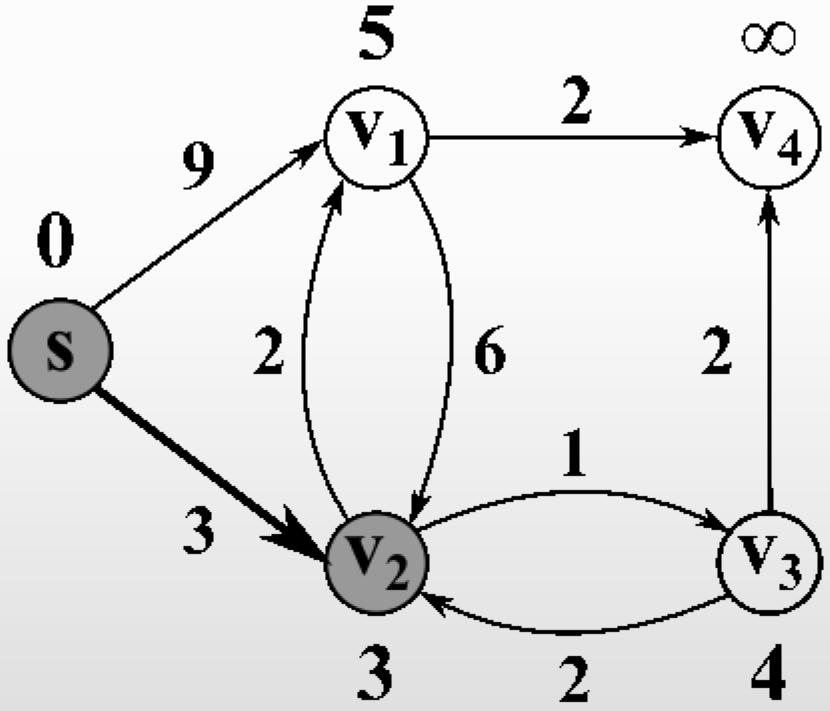
# Bellman Ford



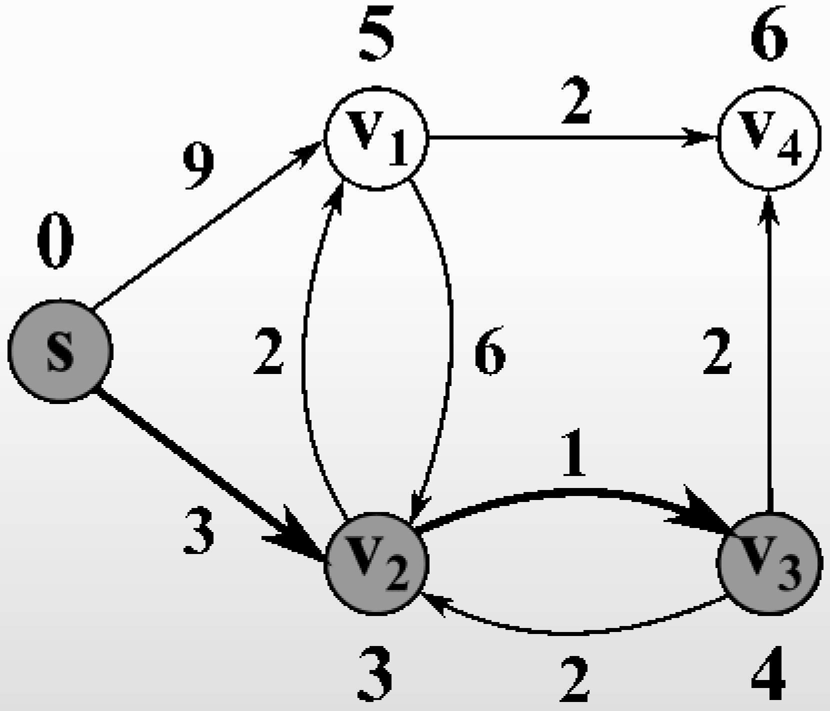
# Bellman Ford



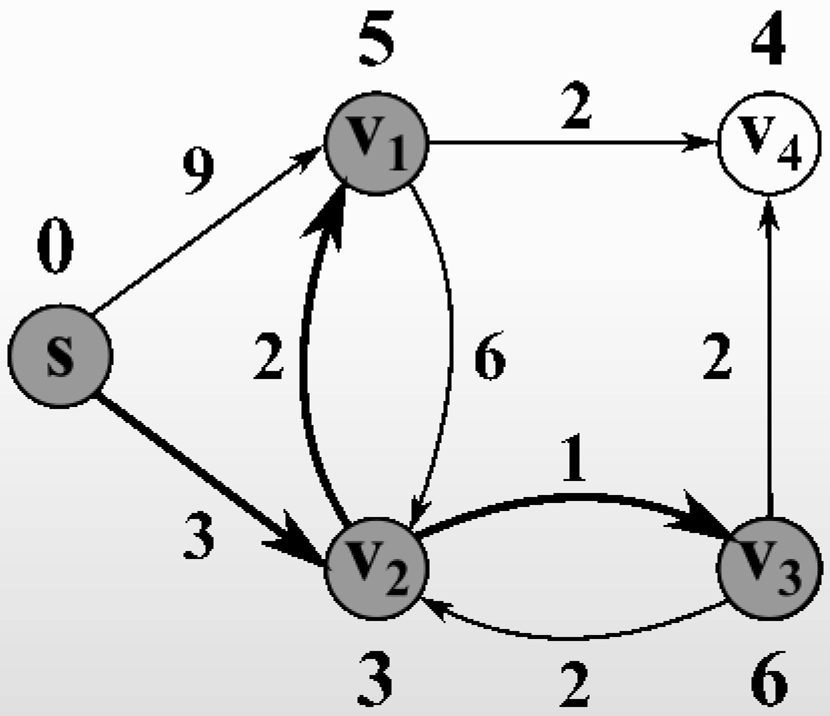
# Bellman Ford



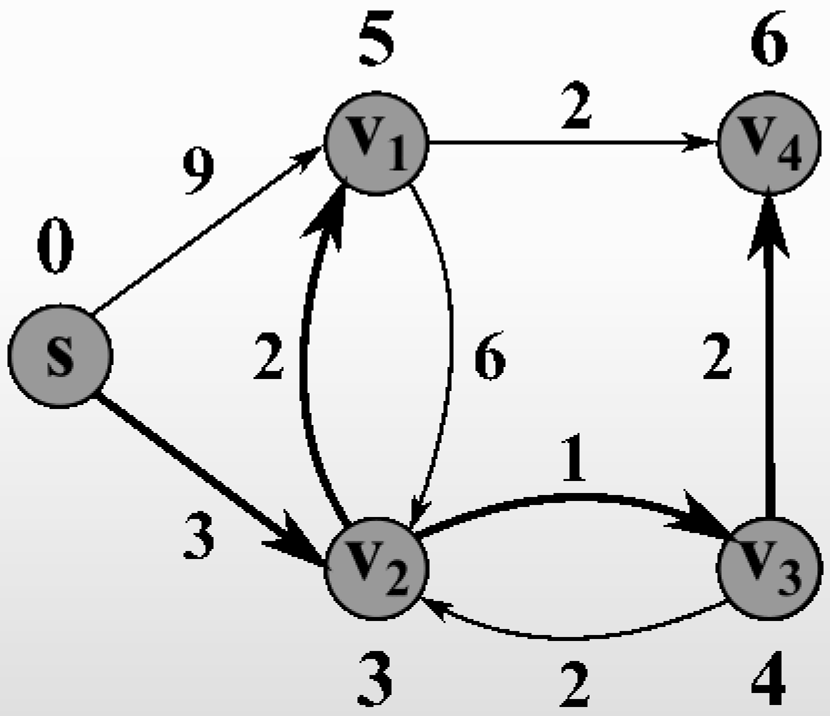
# Bellman Ford



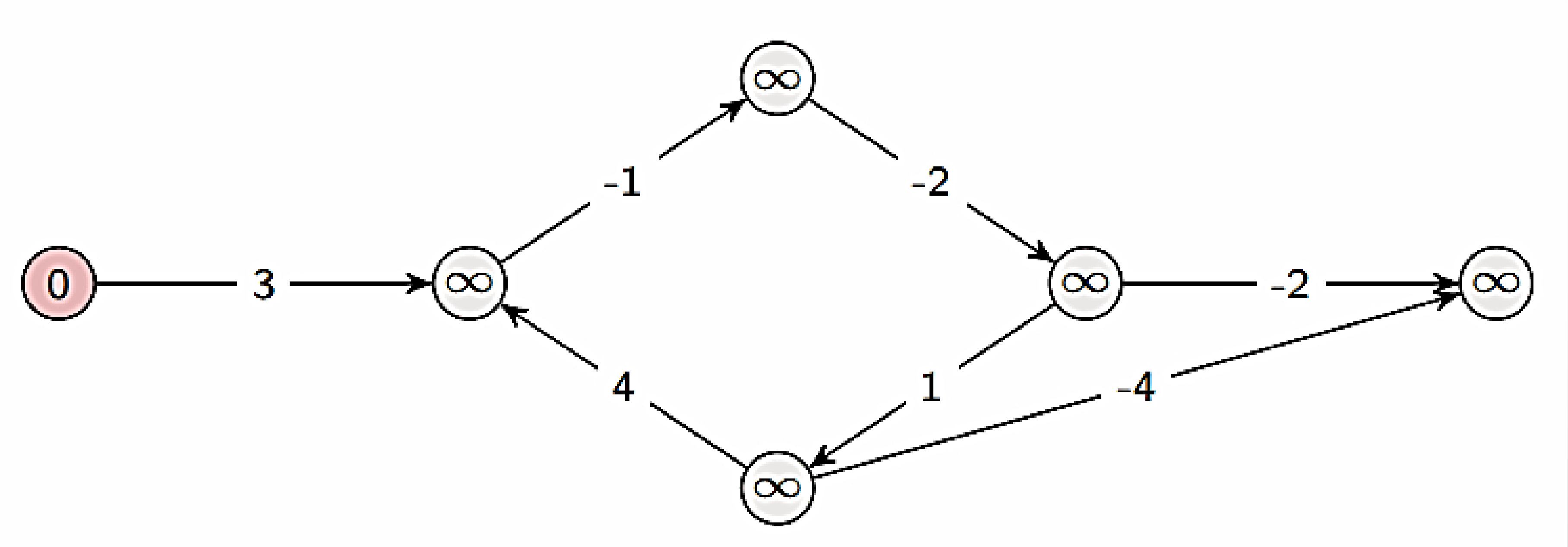
# Bellman Ford



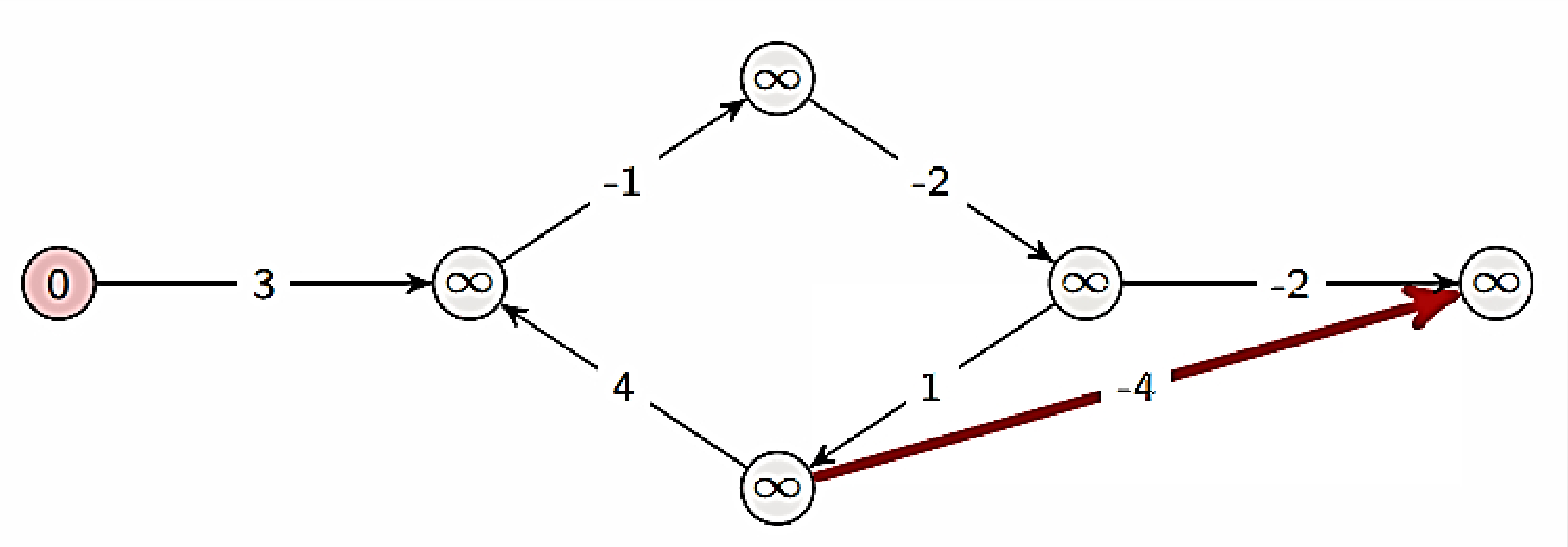
# Bellman Ford



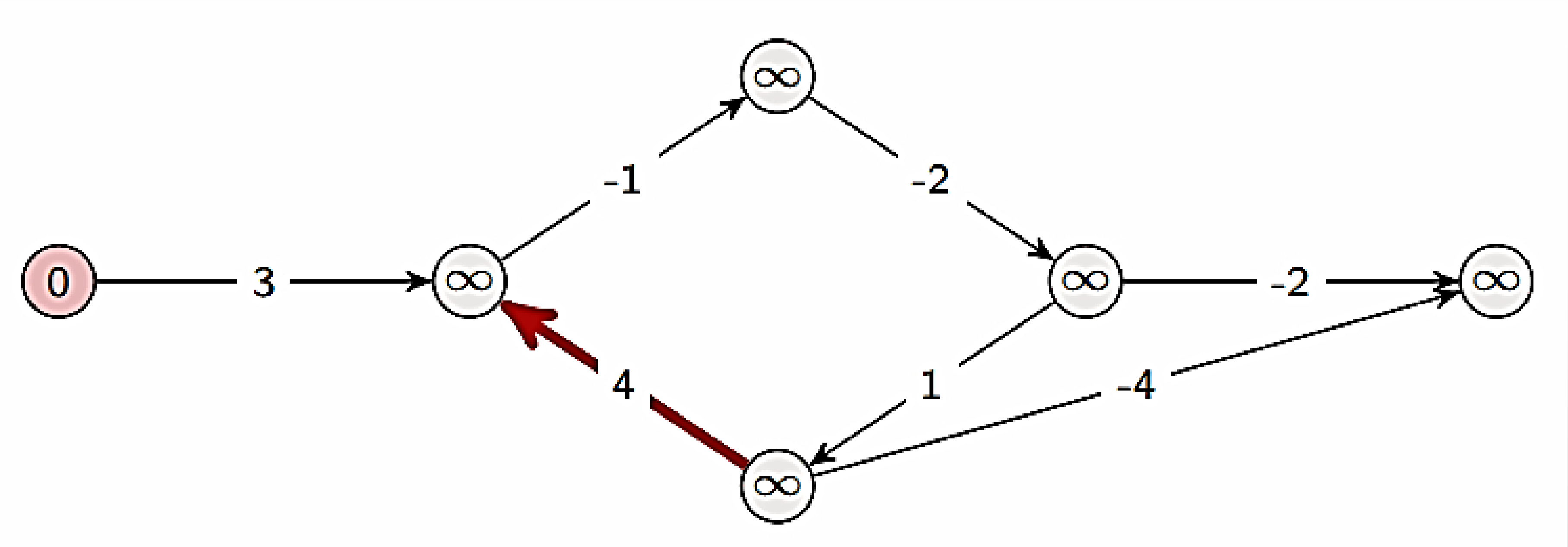
# Bellman Ford



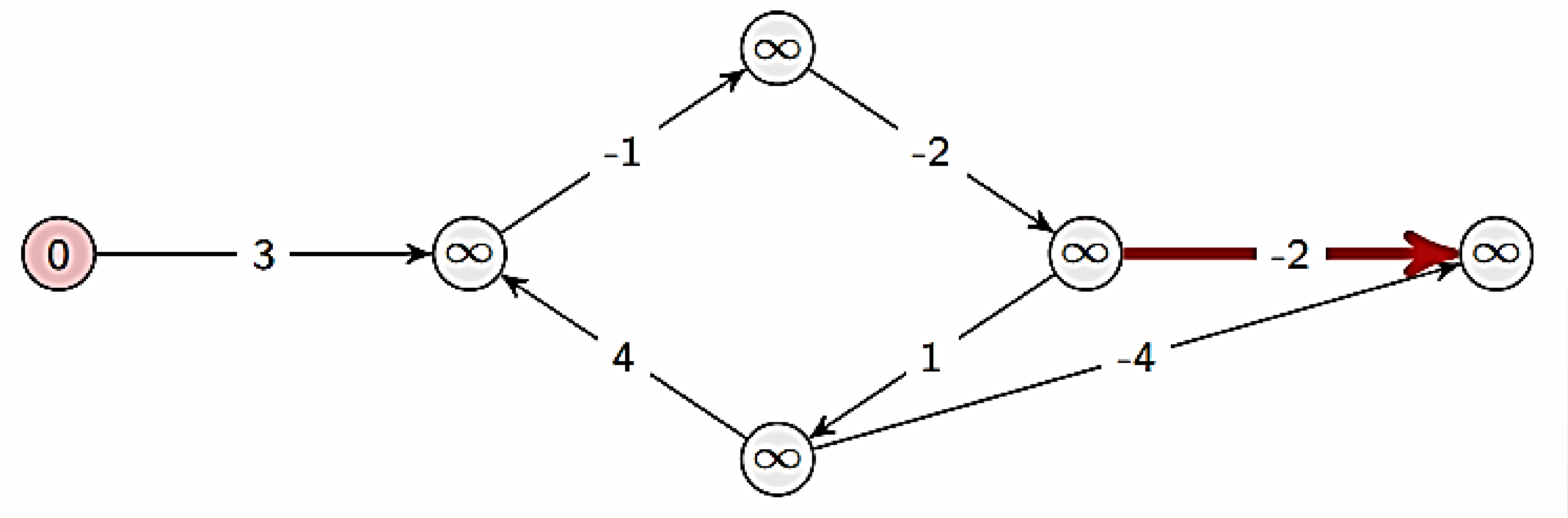
# Bellman Ford



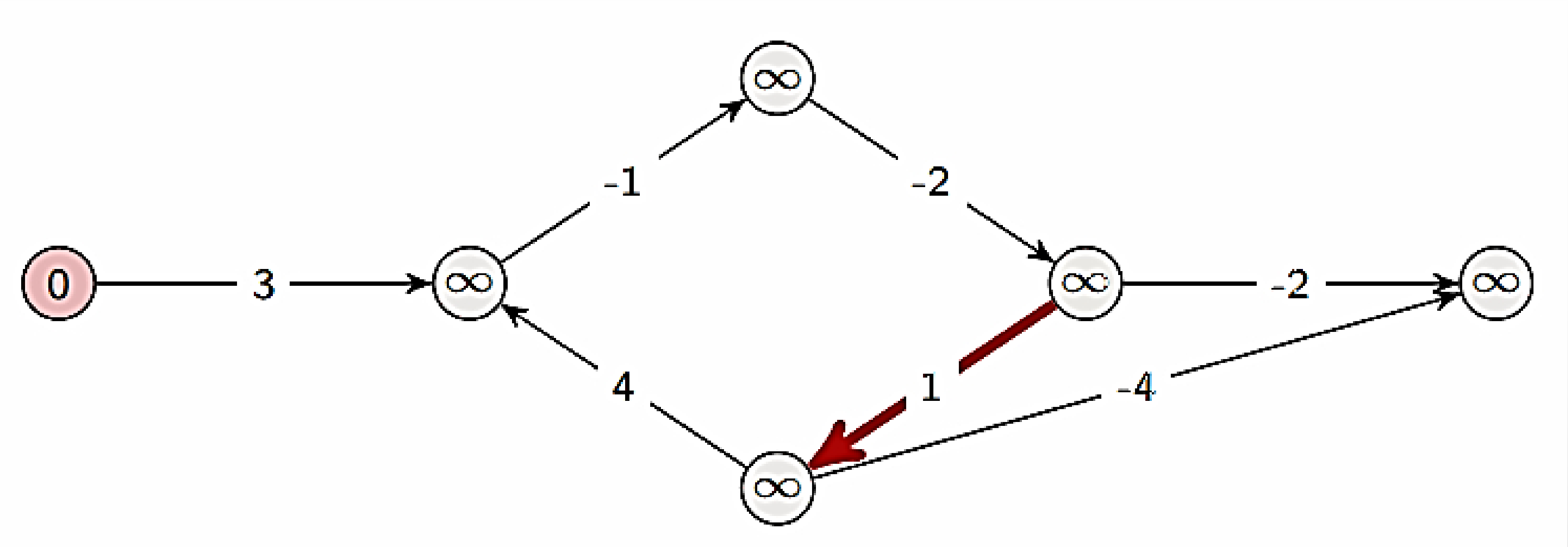
# Bellman Ford



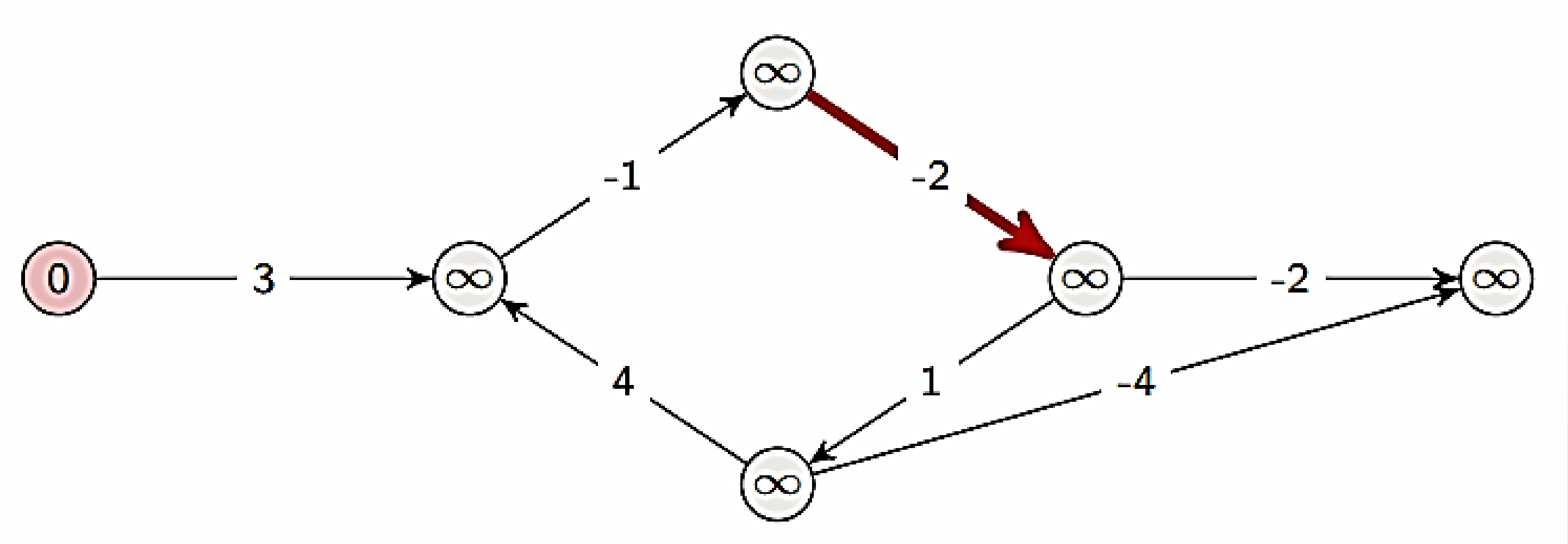
# Bellman Ford



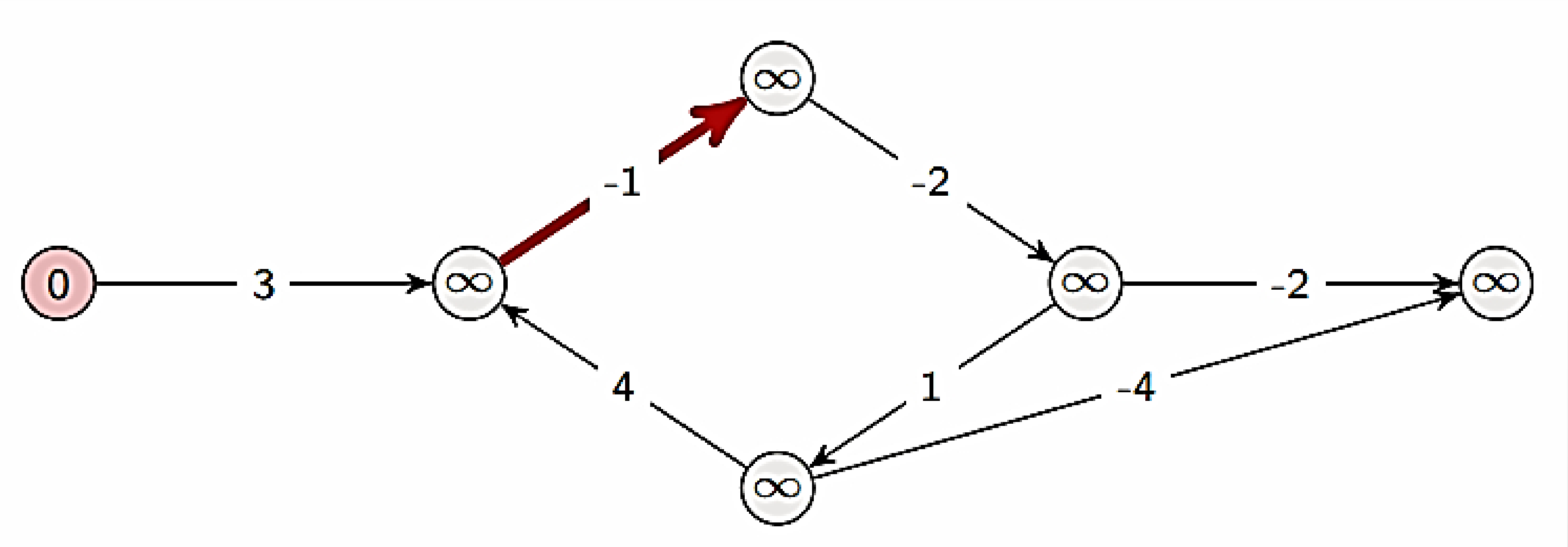
# Bellman Ford



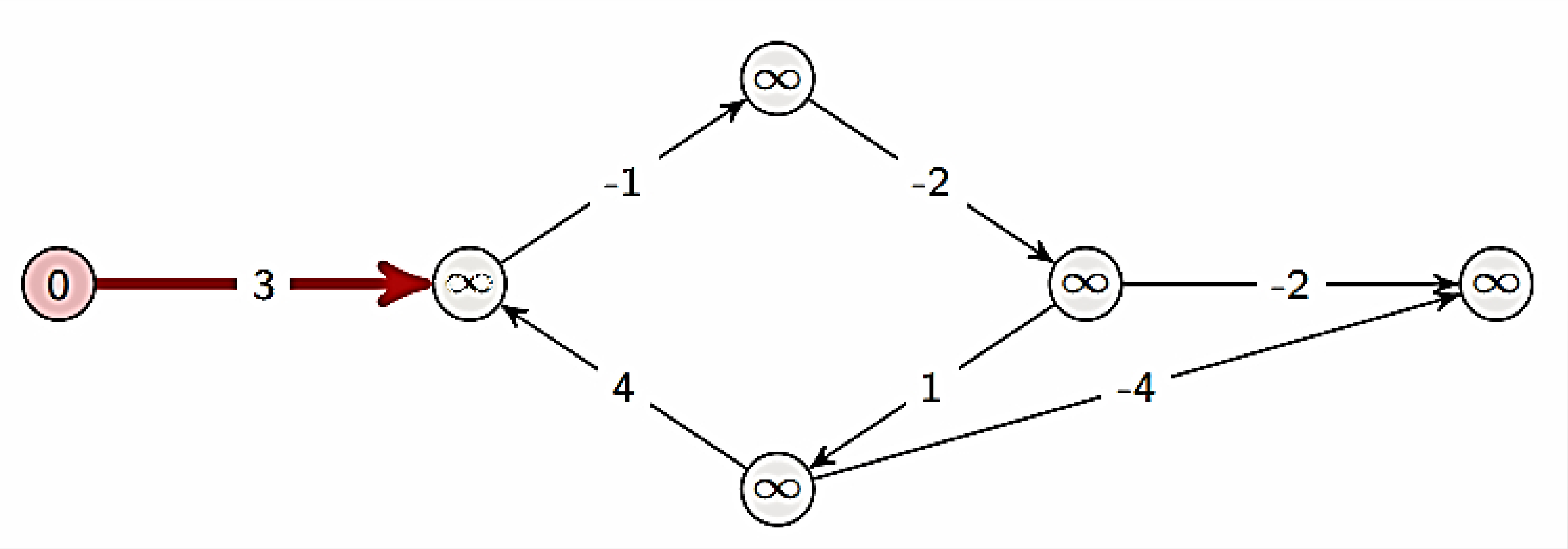
# Bellman Ford



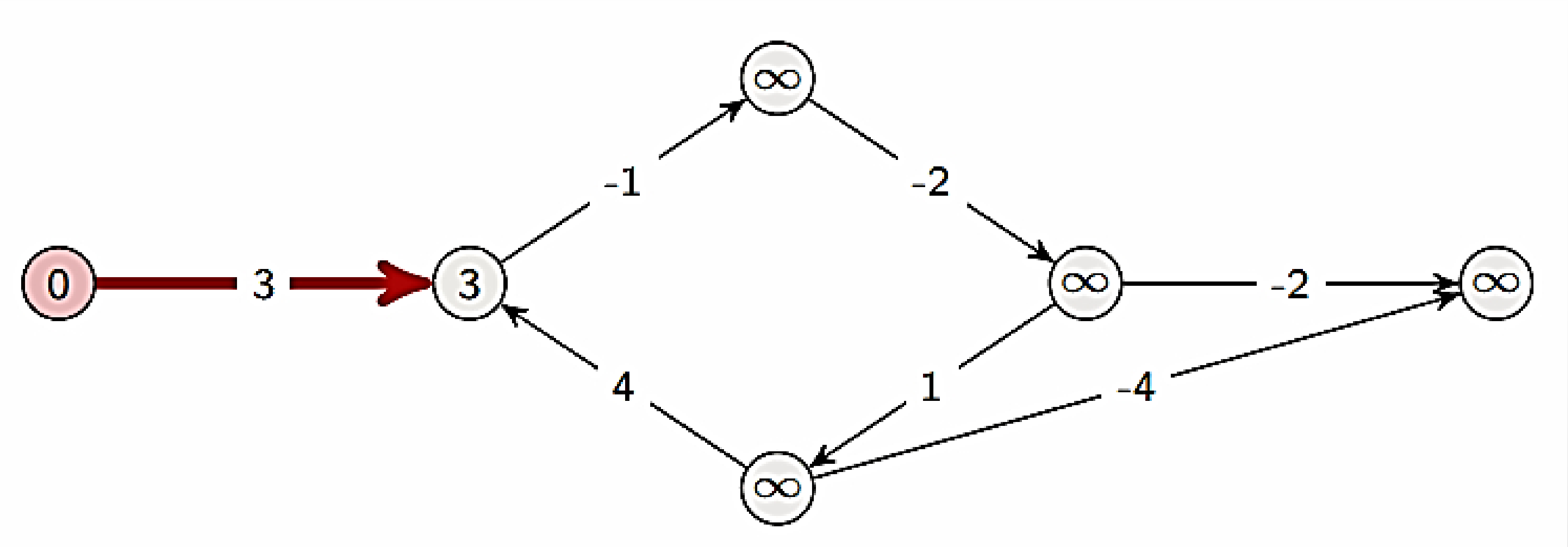
# Bellman Ford



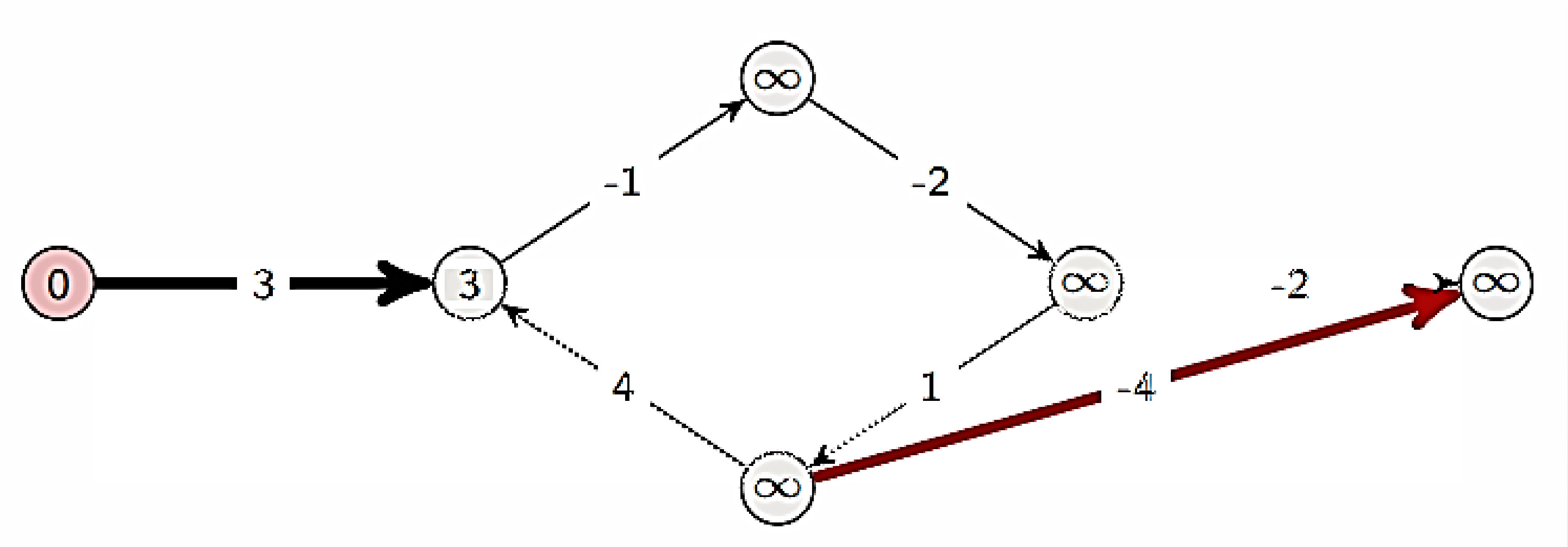
# Bellman Ford



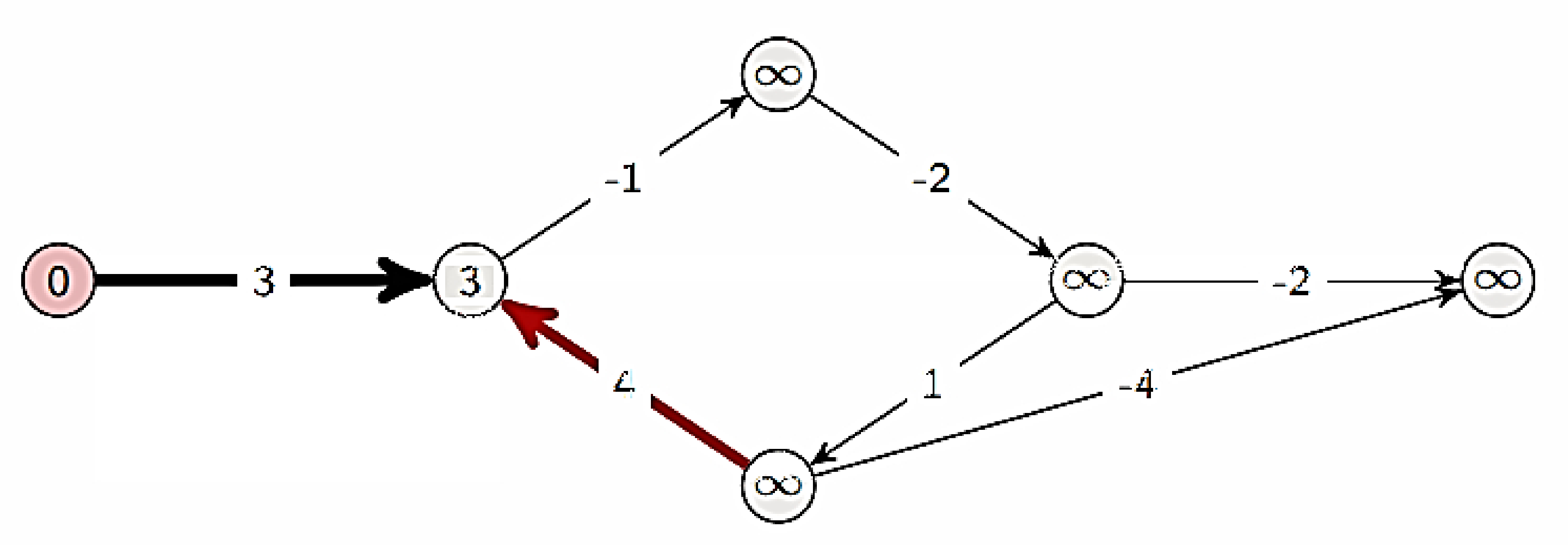
# Bellman Ford



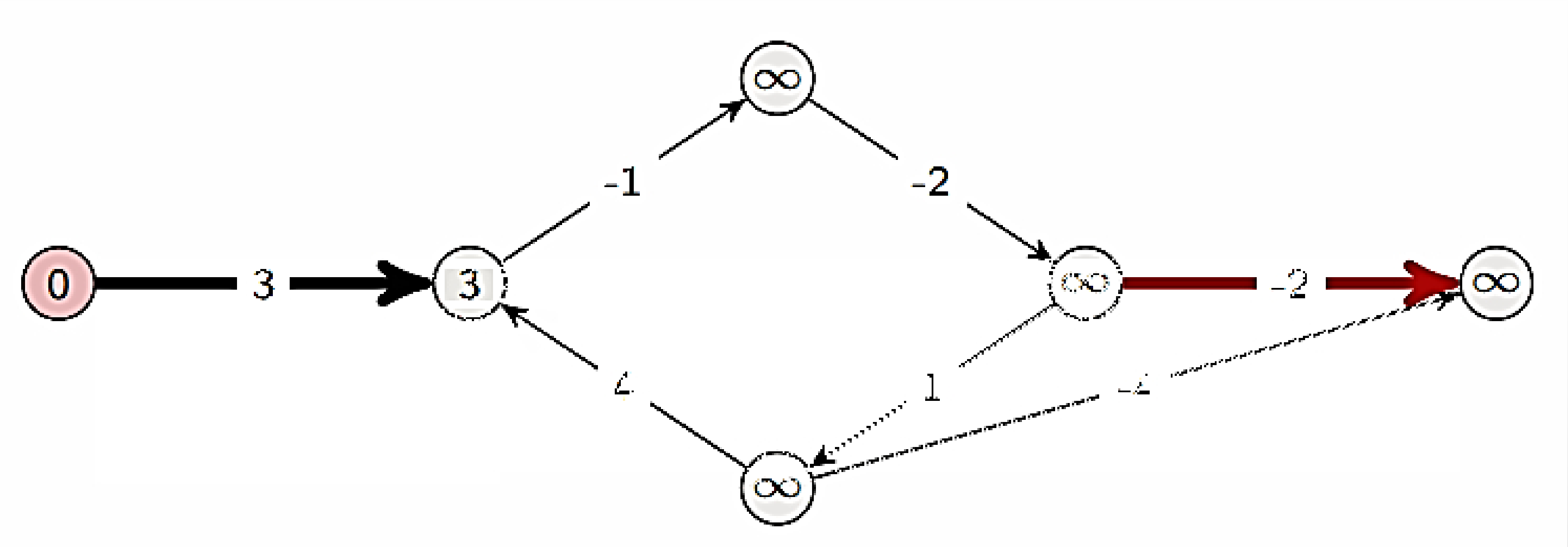
# Bellman Ford



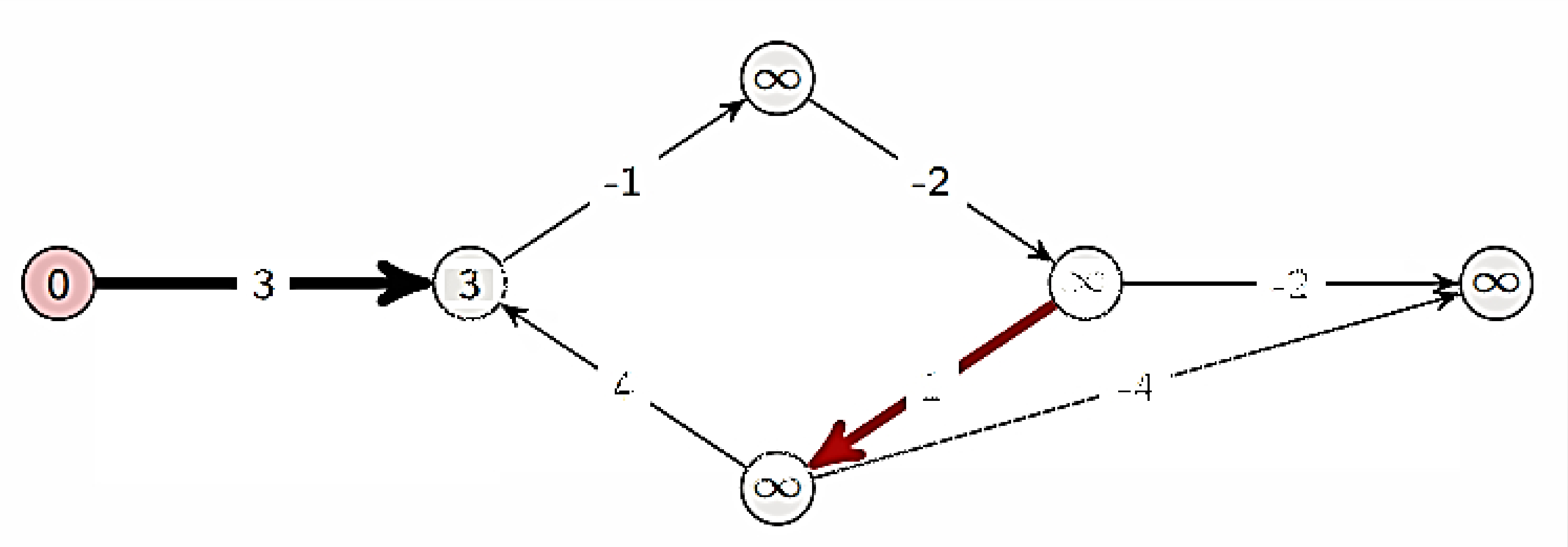
# Bellman Ford



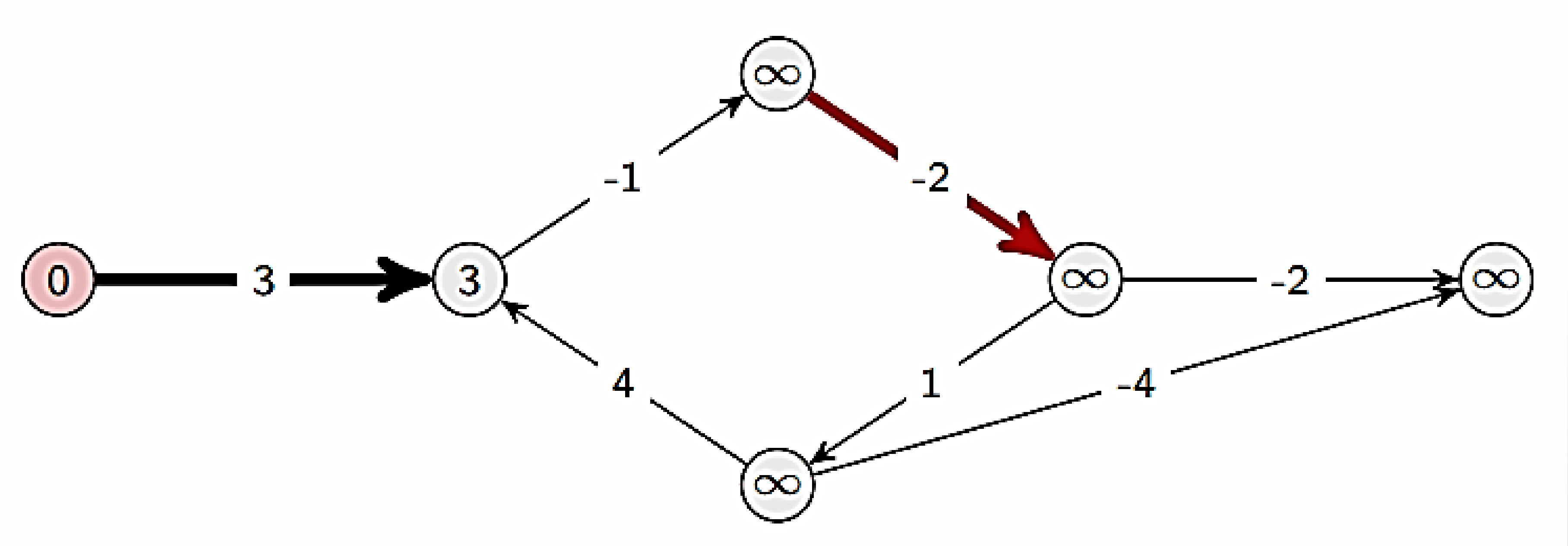
# Bellman Ford



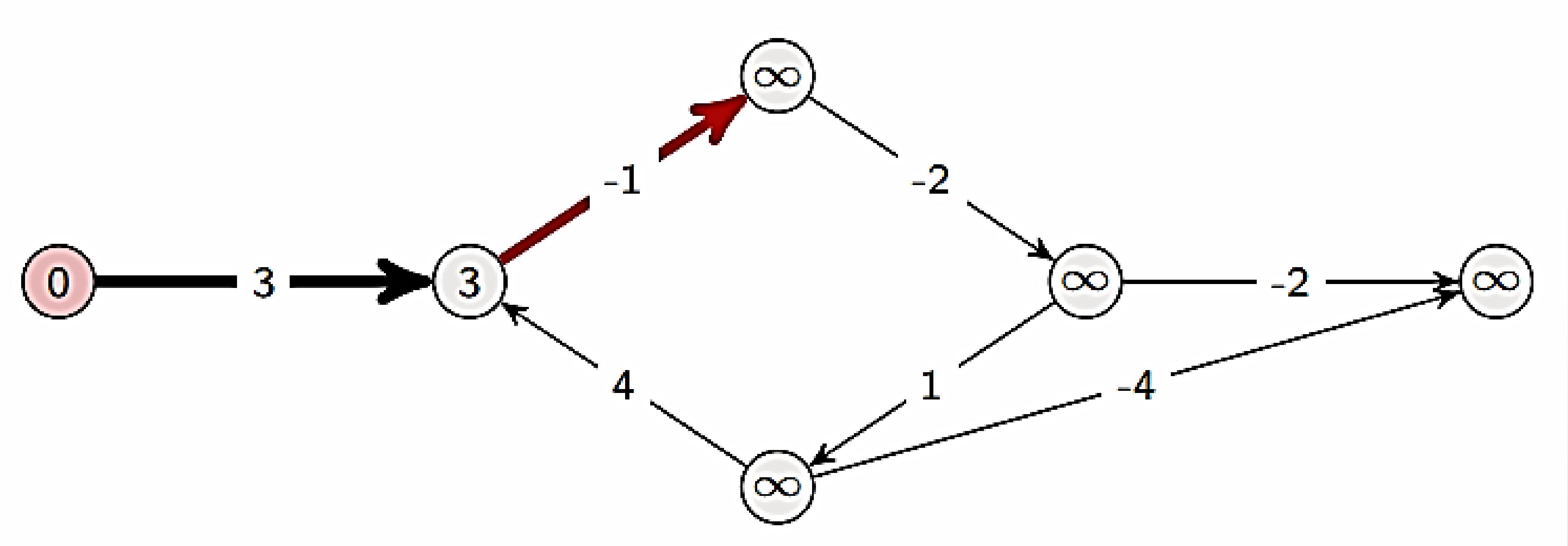
# Bellman Ford



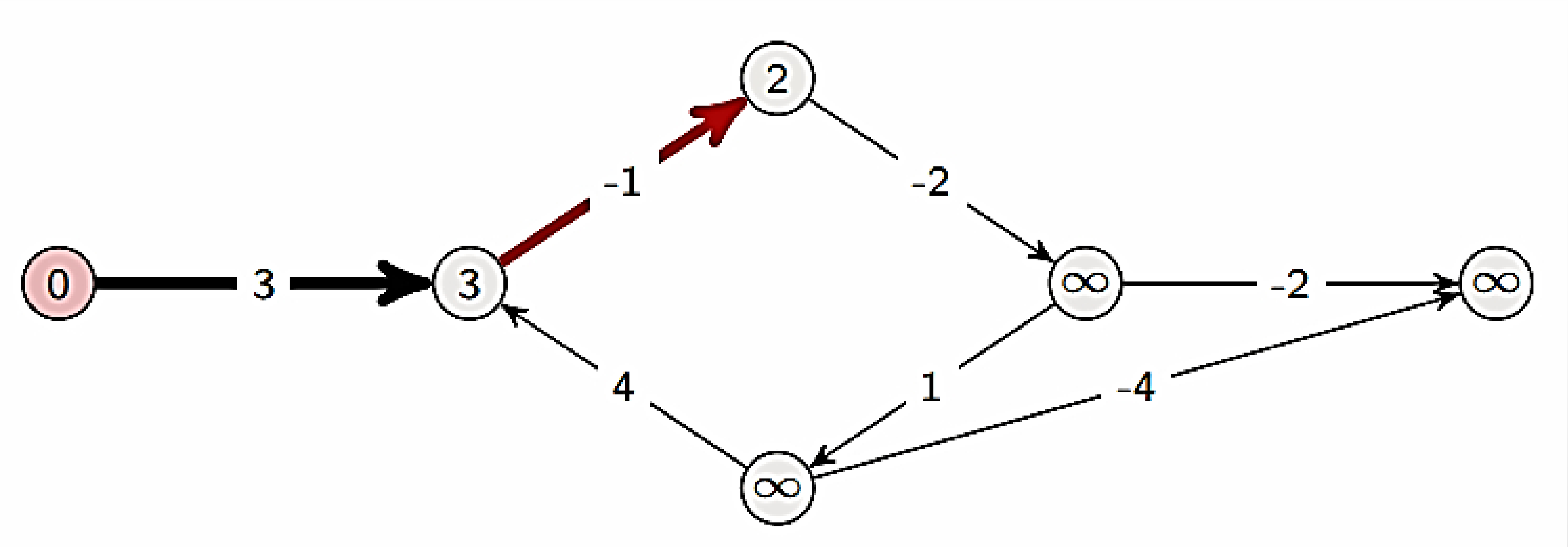
# Bellman Ford



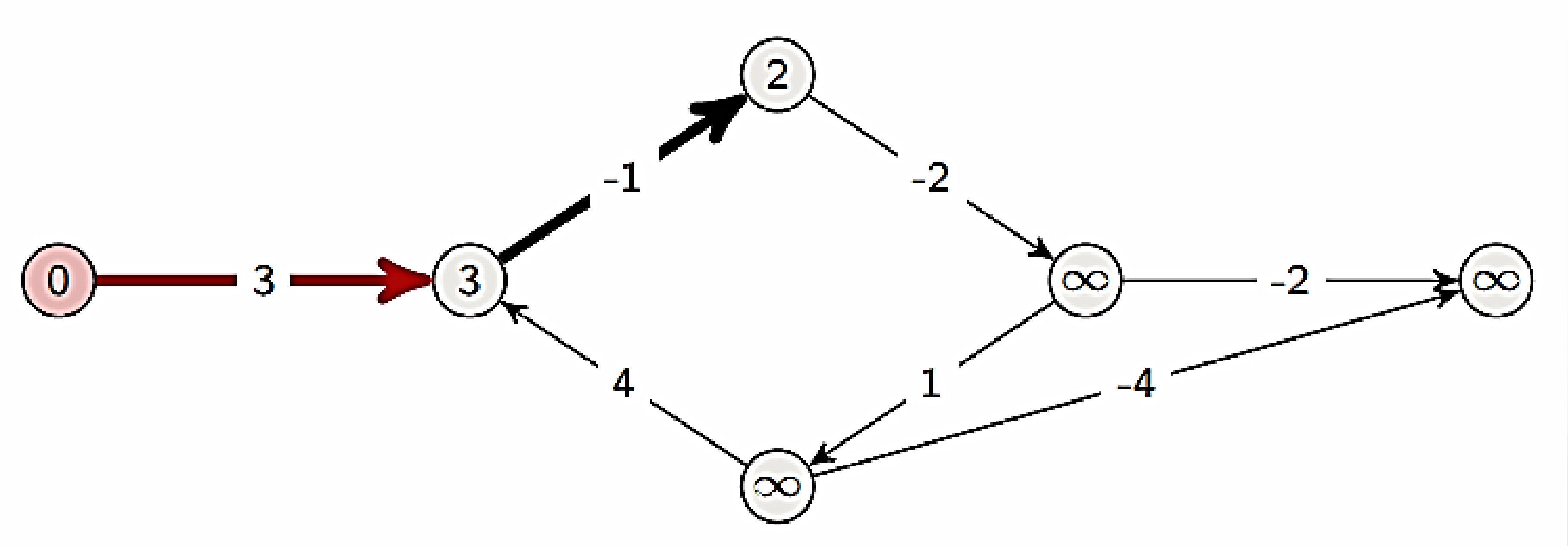
# Bellman Ford



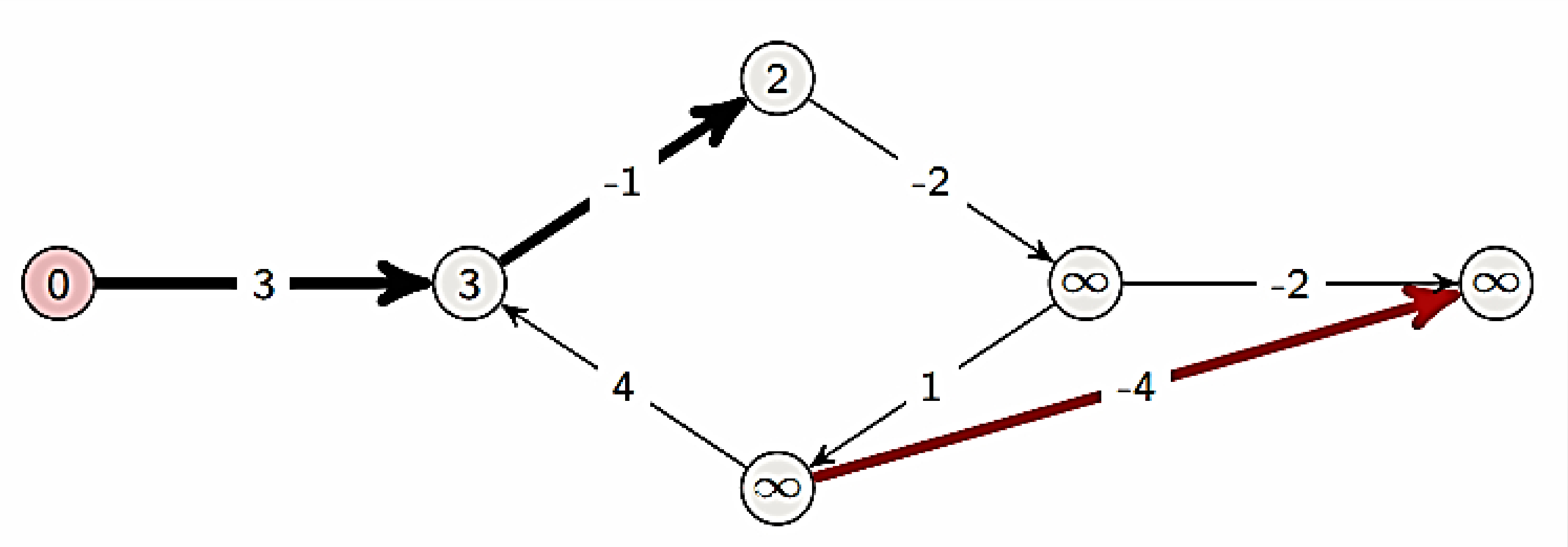
# Bellman Ford



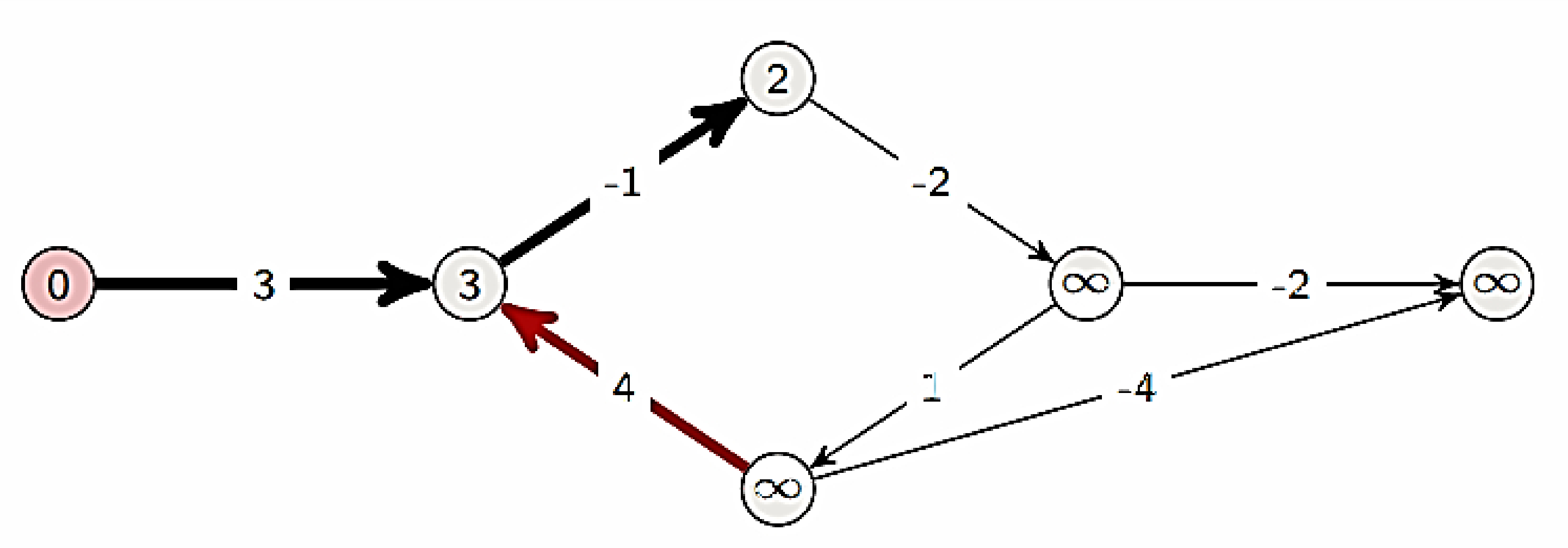
# Bellman Ford



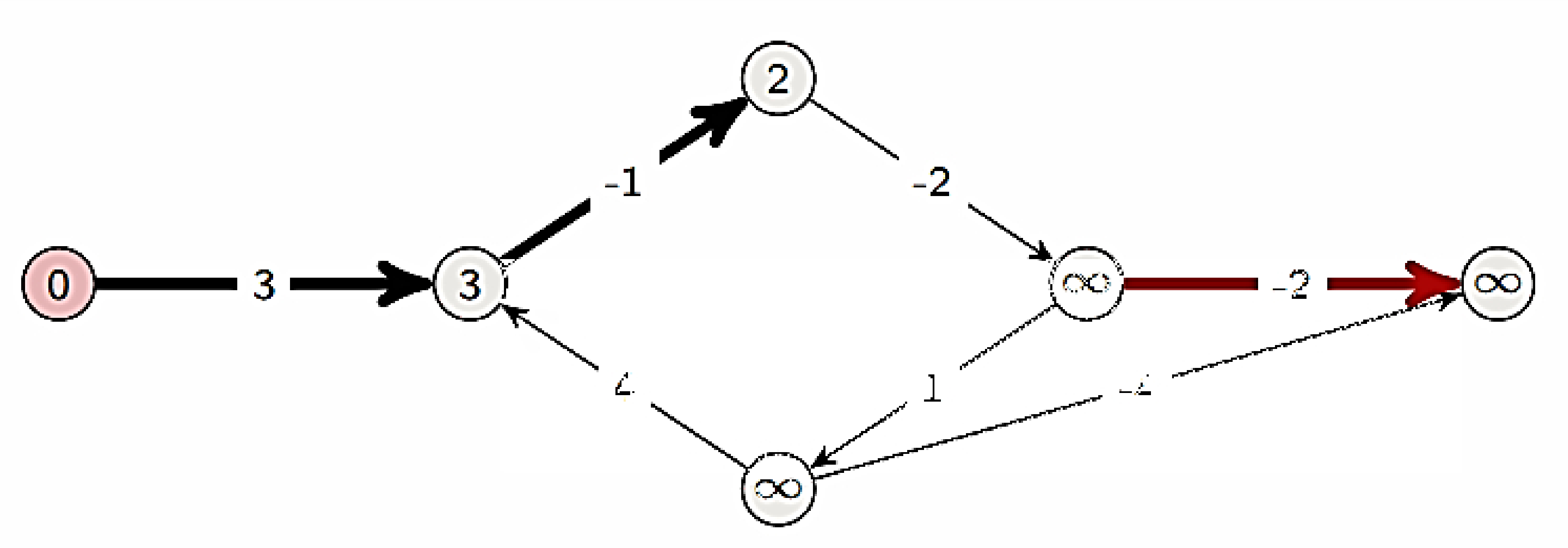
# Bellman Ford



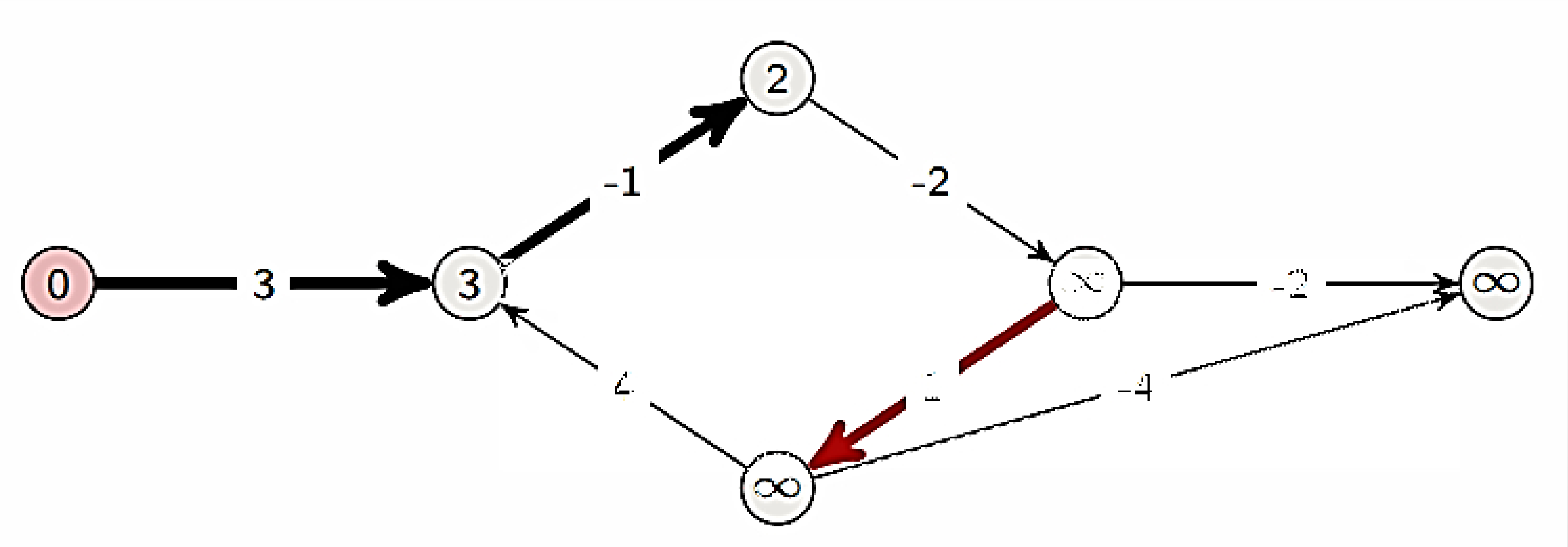
# Bellman Ford



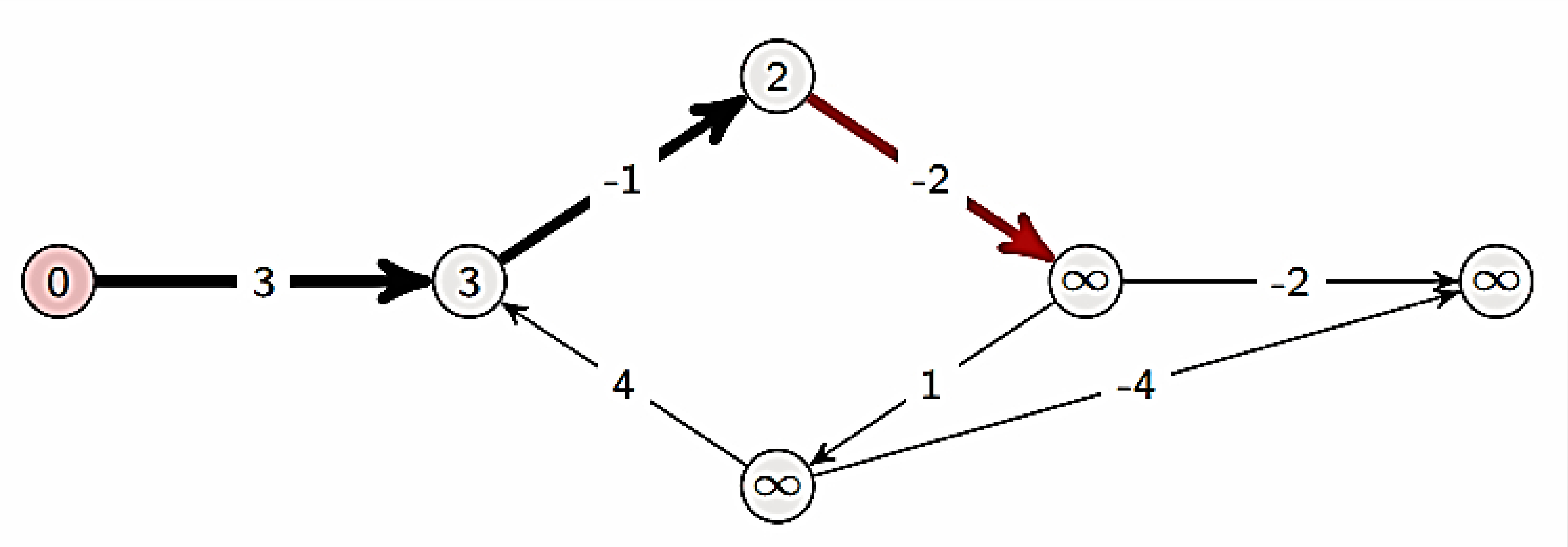
# Bellman Ford



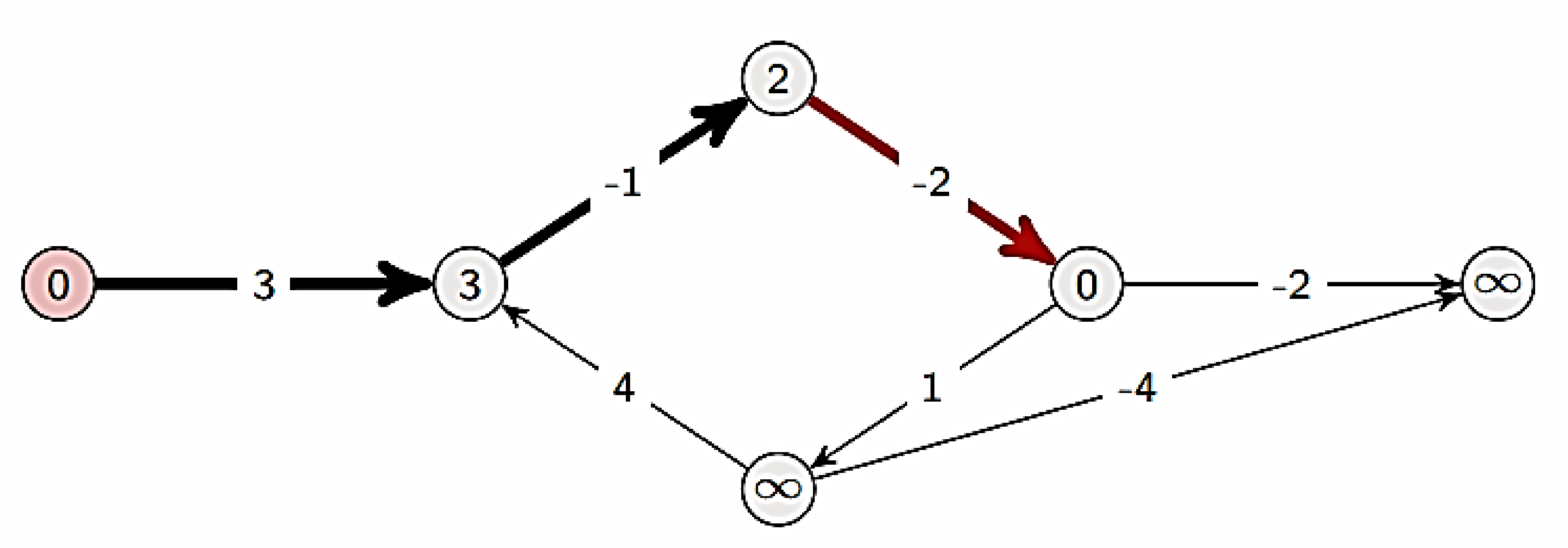
# Bellman Ford



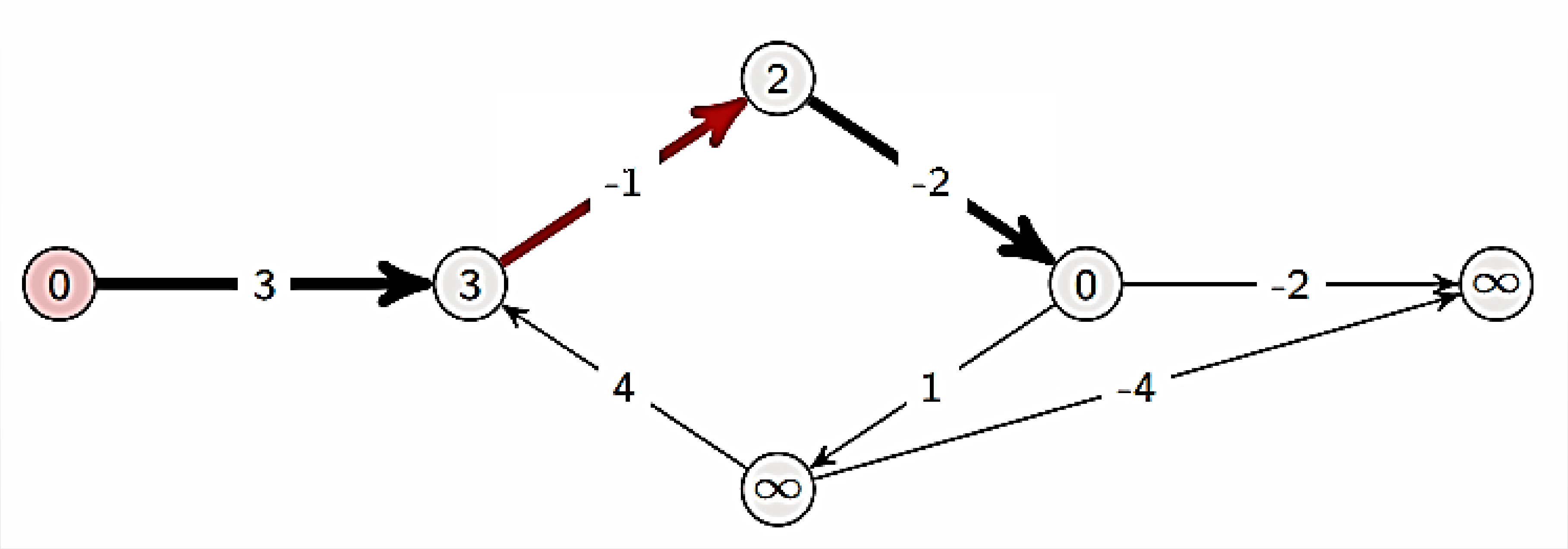
# Bellman Ford



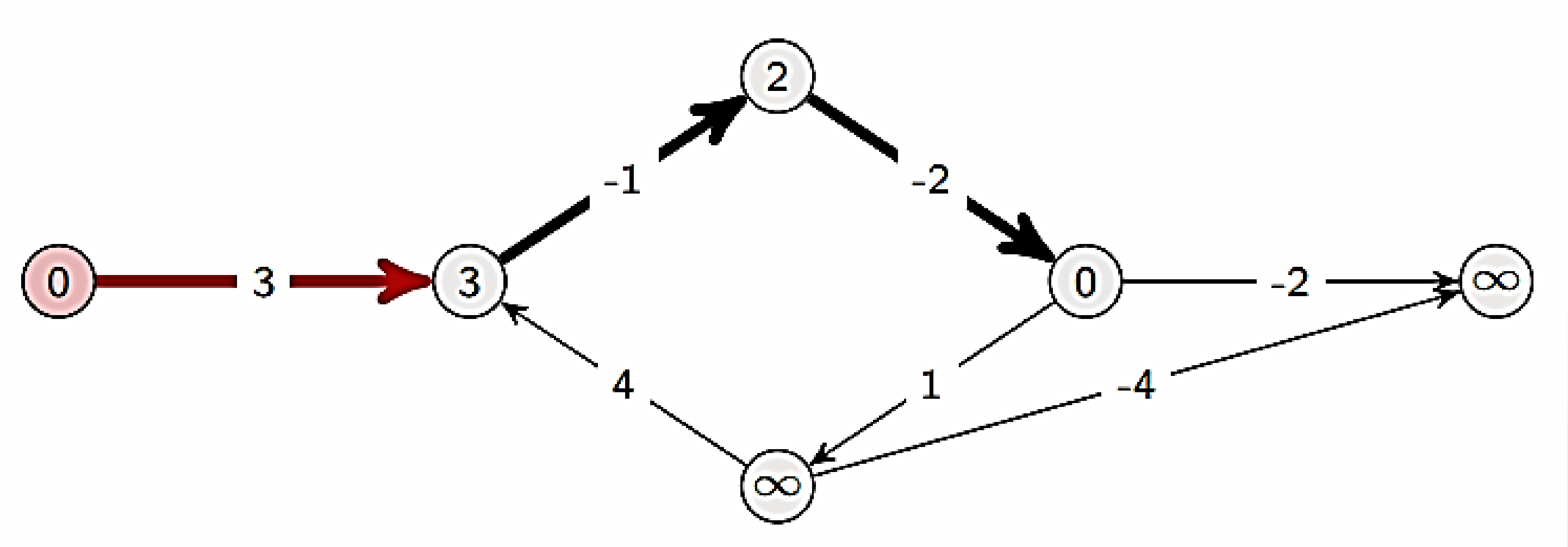
# Bellman Ford



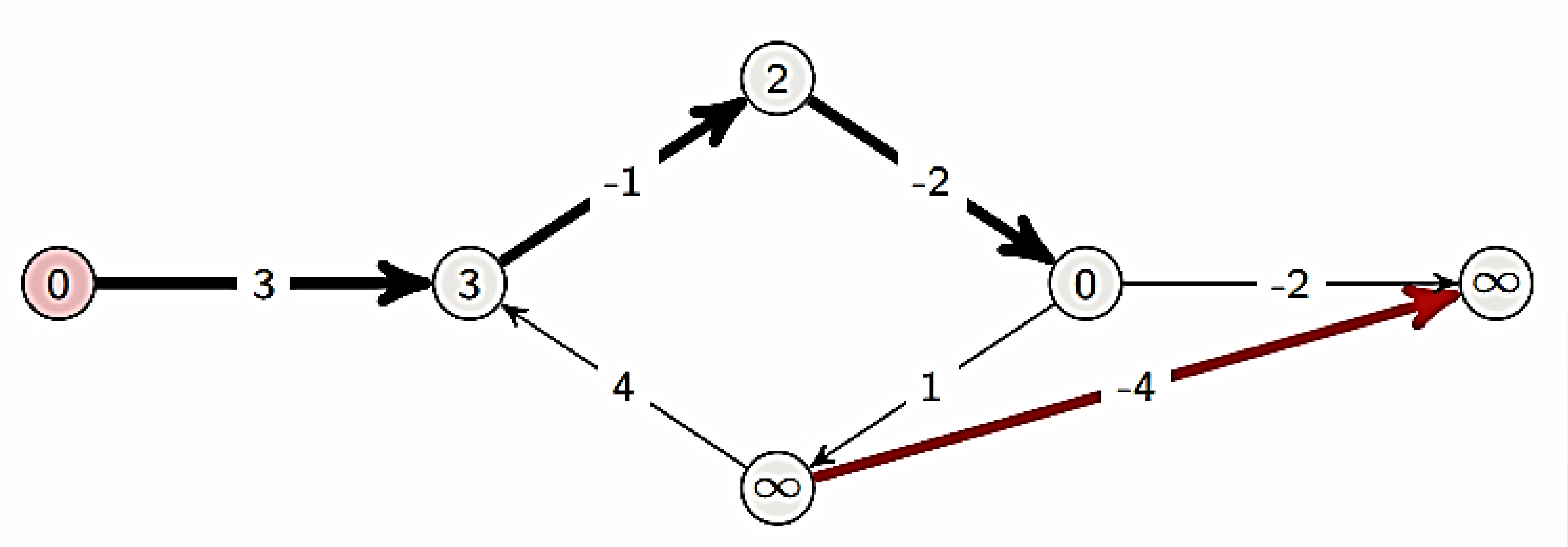
# Bellman Ford



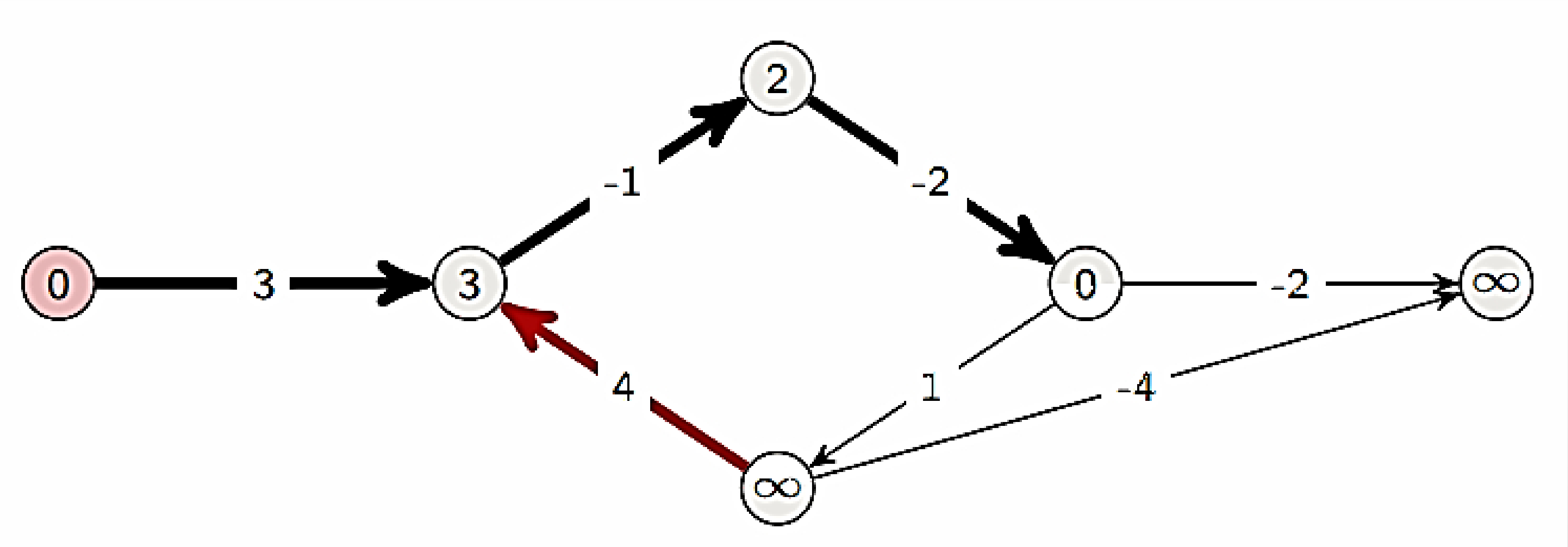
# Bellman Ford



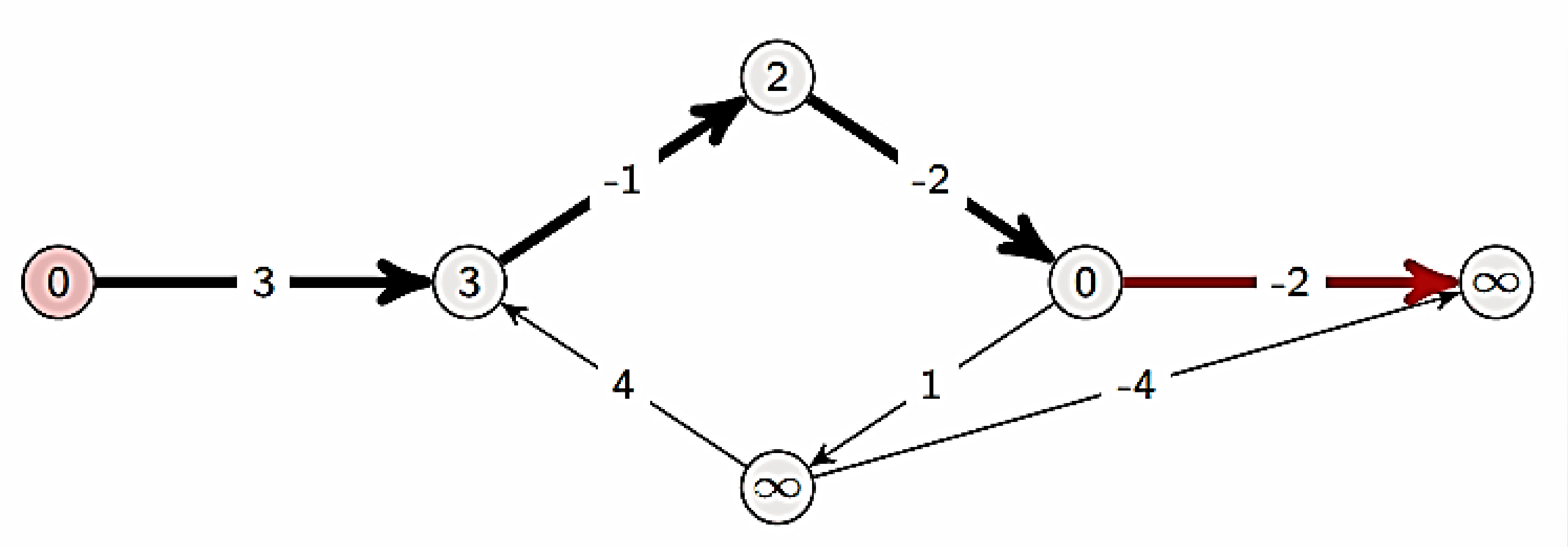
# Bellman Ford



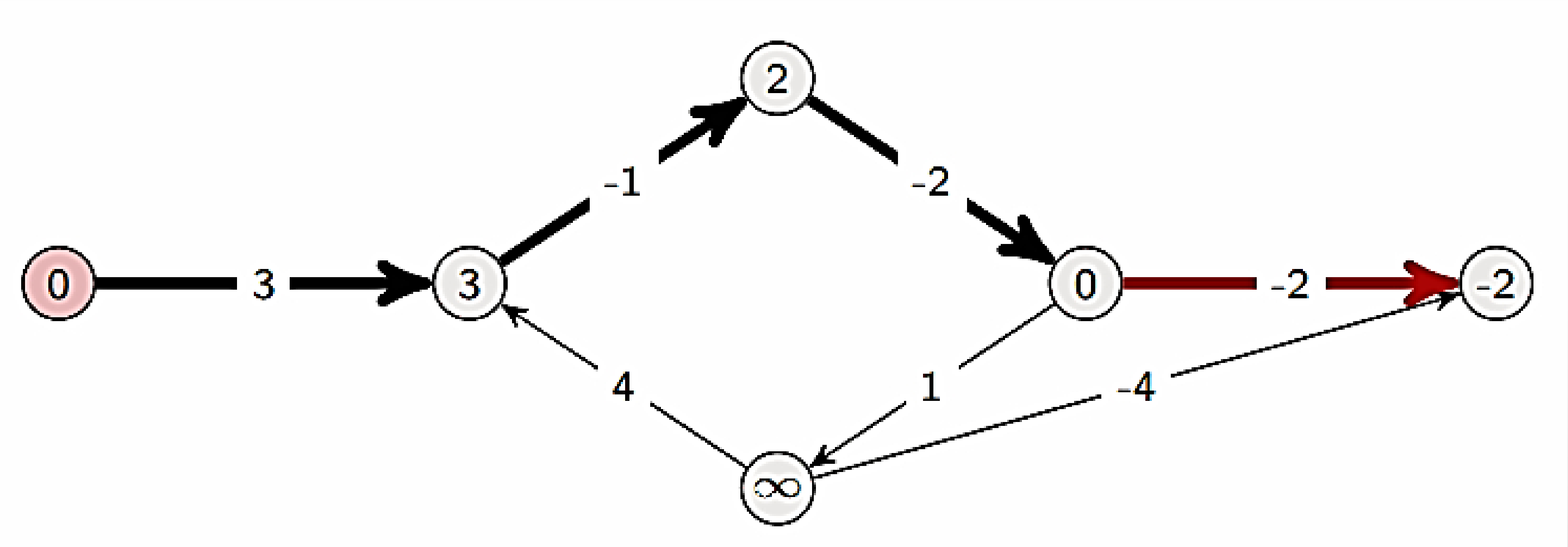
# Bellman Ford



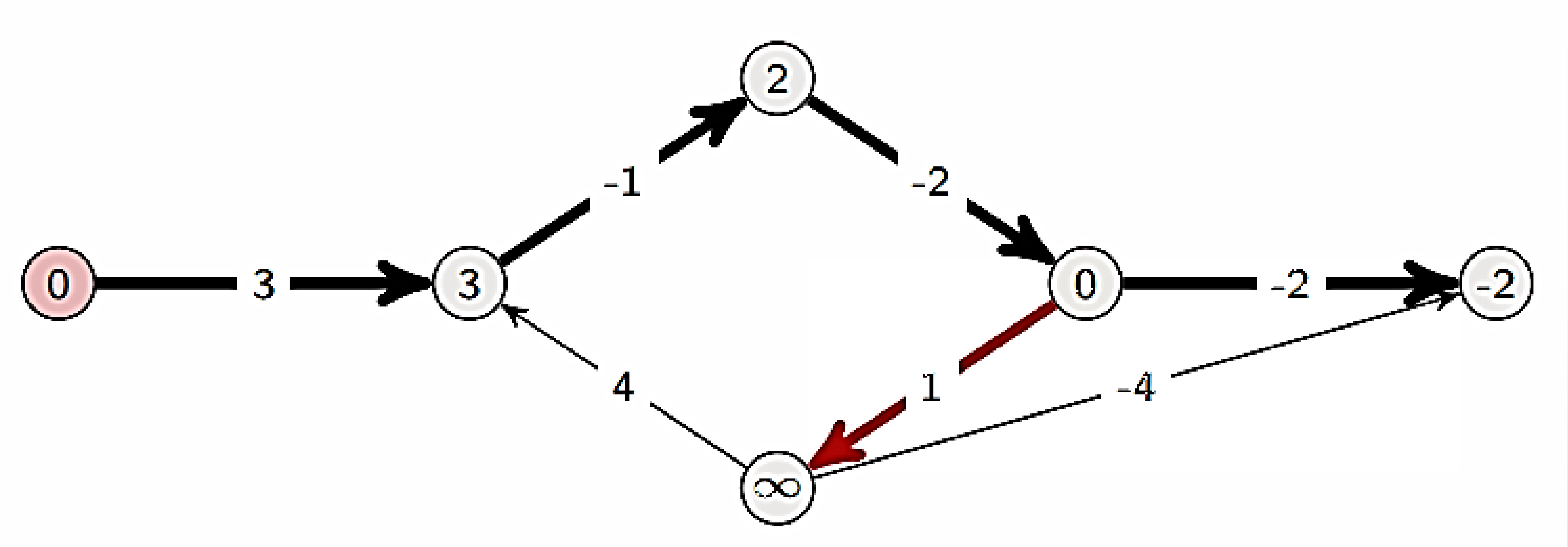
# Bellman Ford



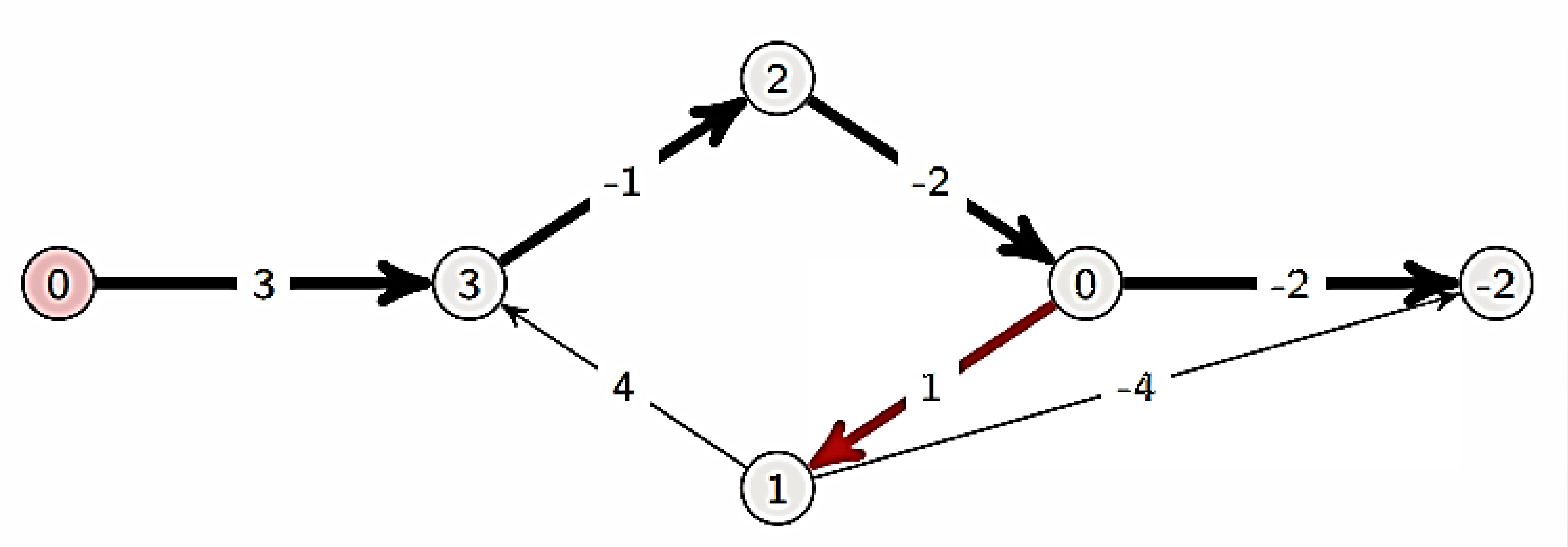
# Bellman Ford



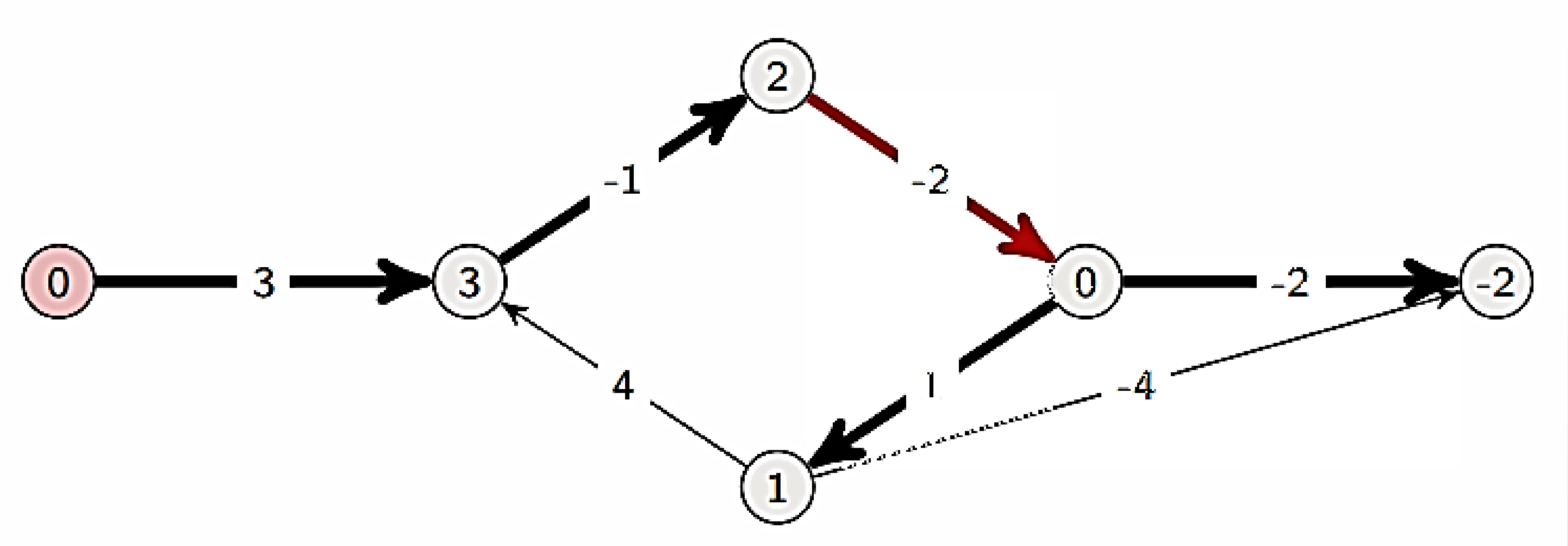
# Bellman Ford



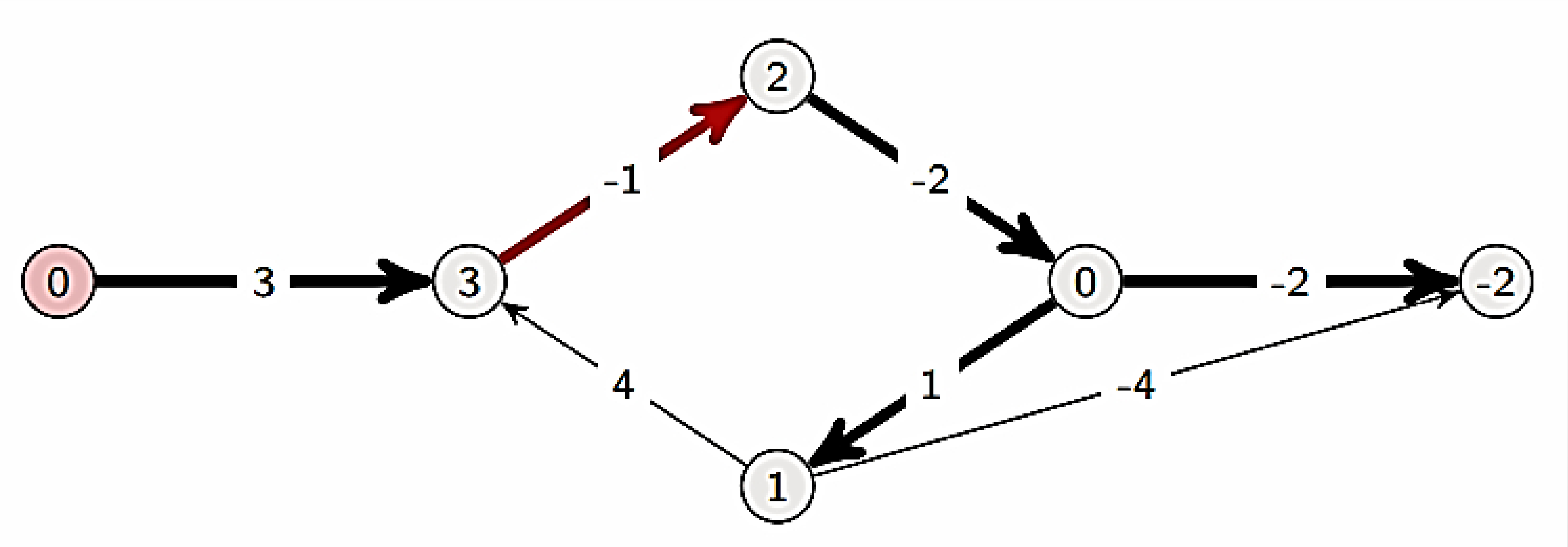
# Bellman Ford



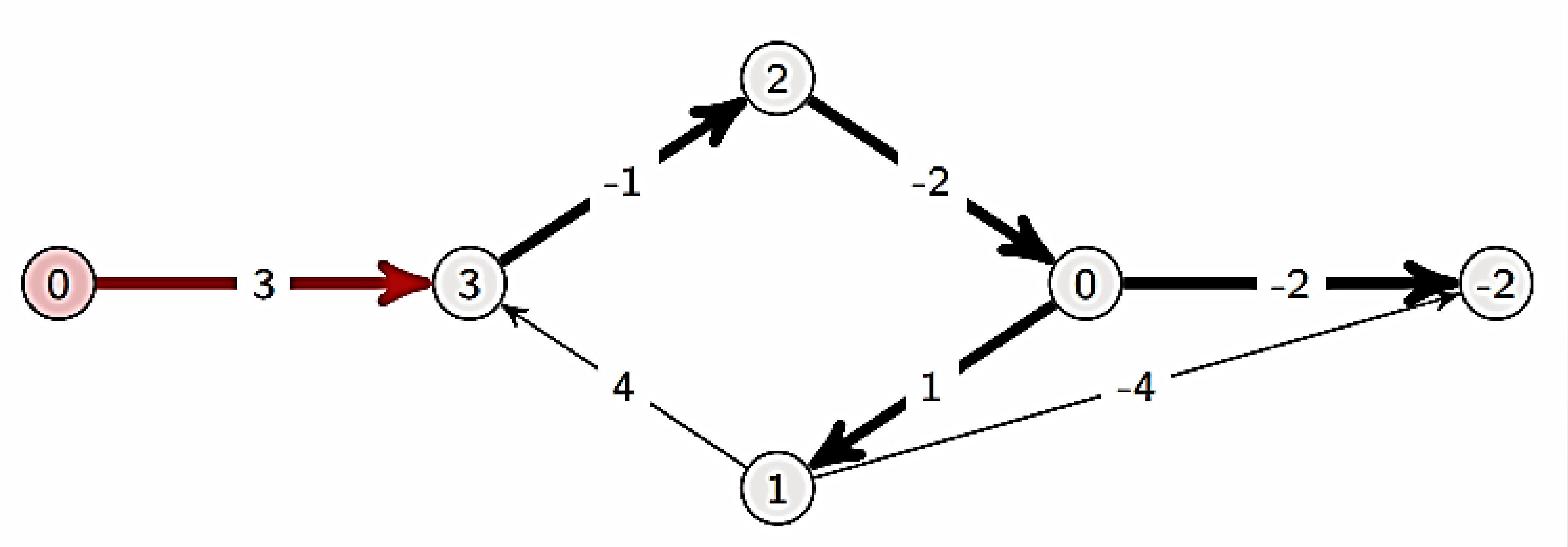
# Bellman Ford



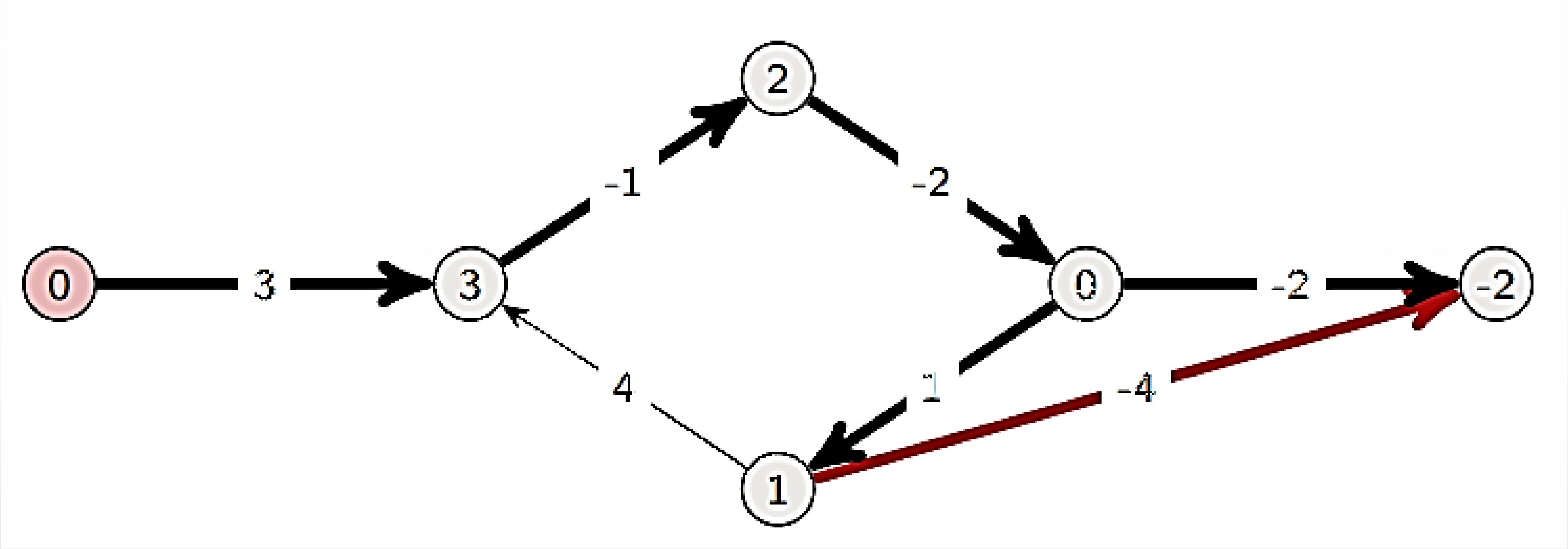
# Bellman Ford



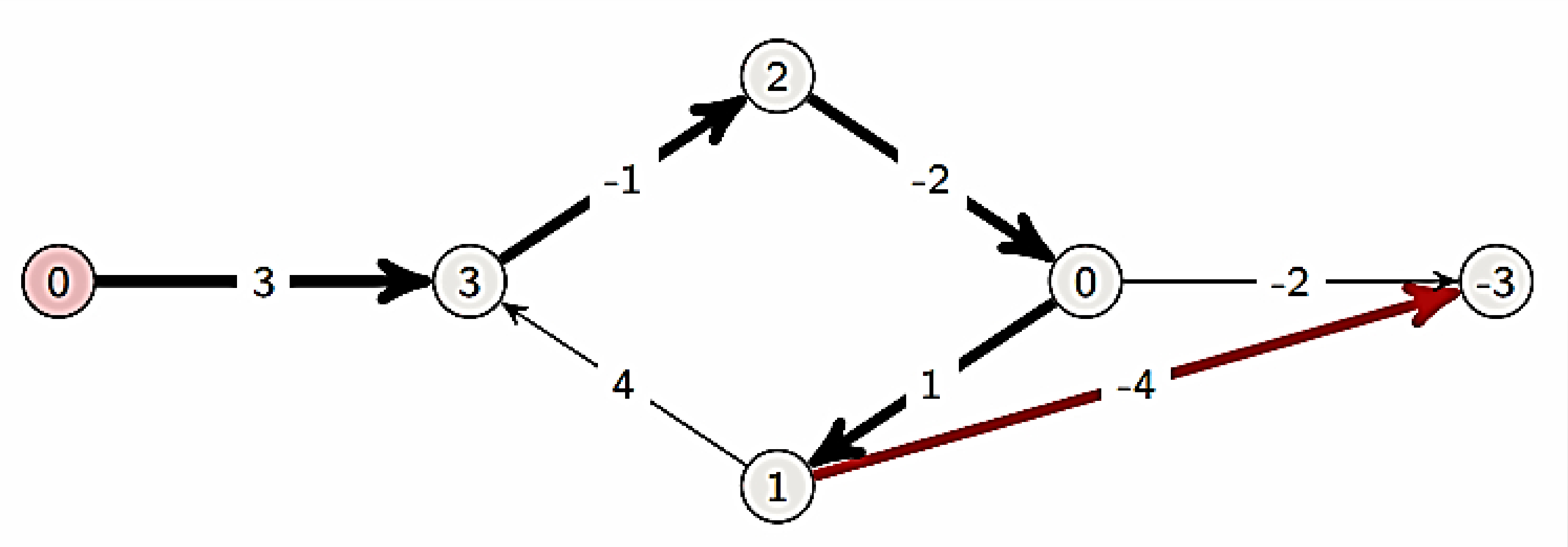
# Bellman Ford



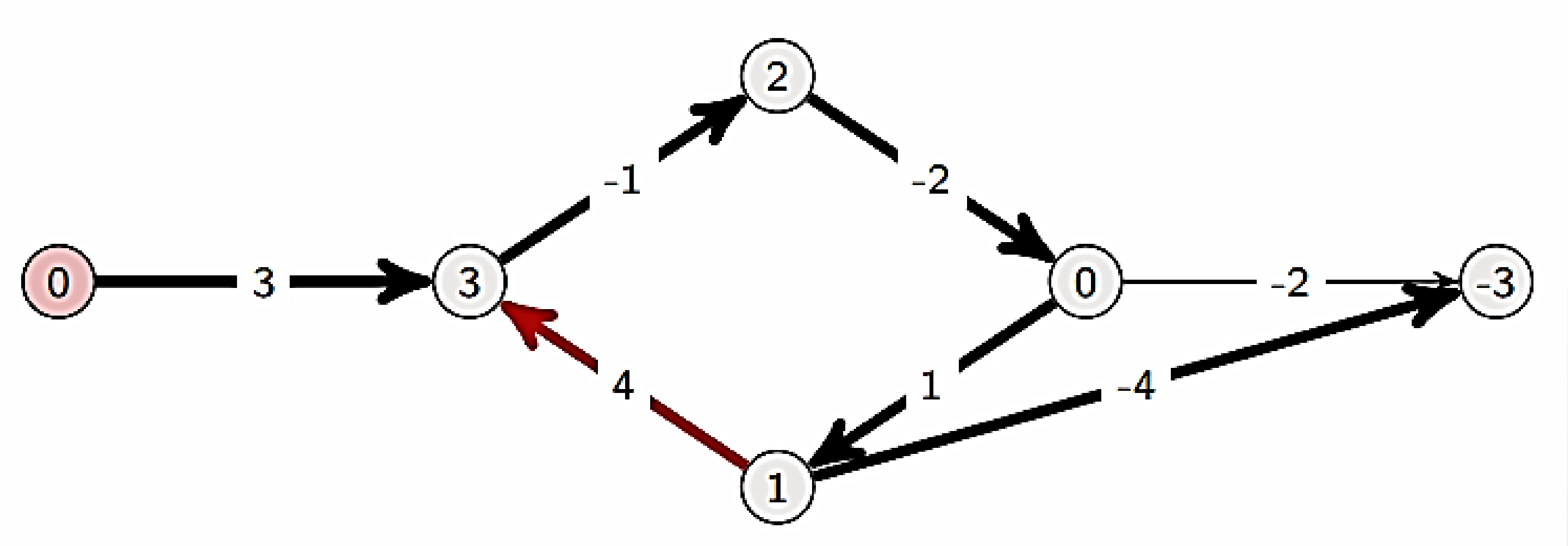
# Bellman Ford



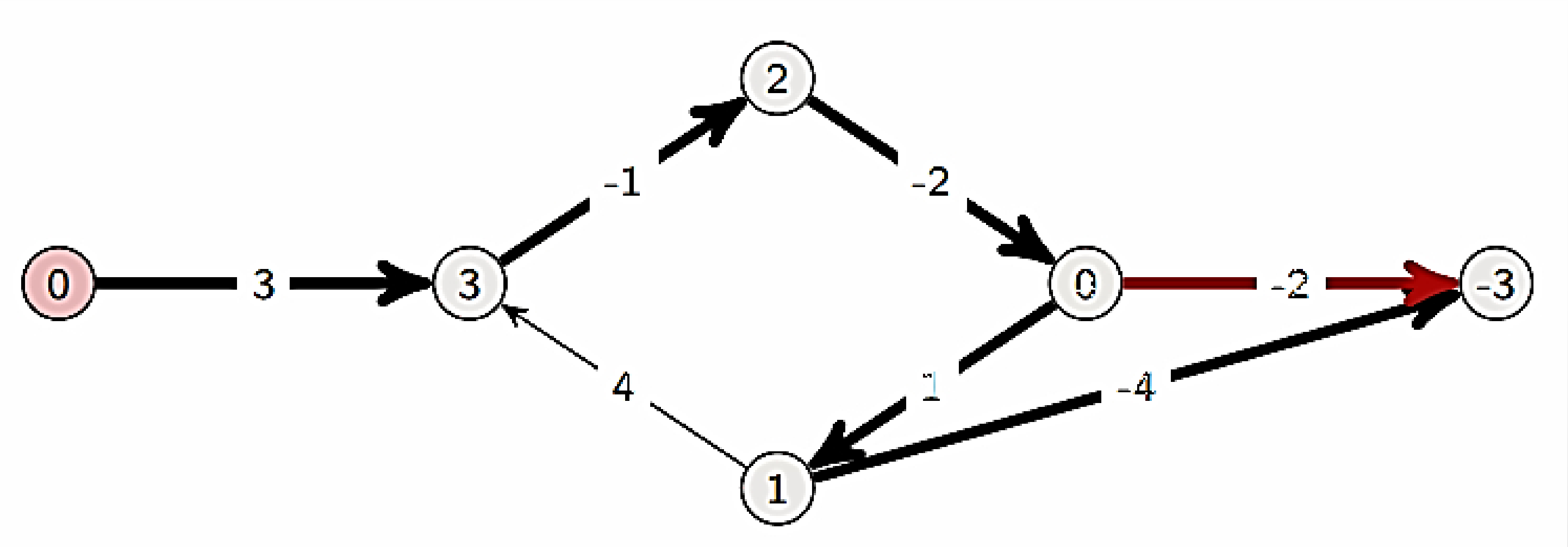
# Bellman Ford



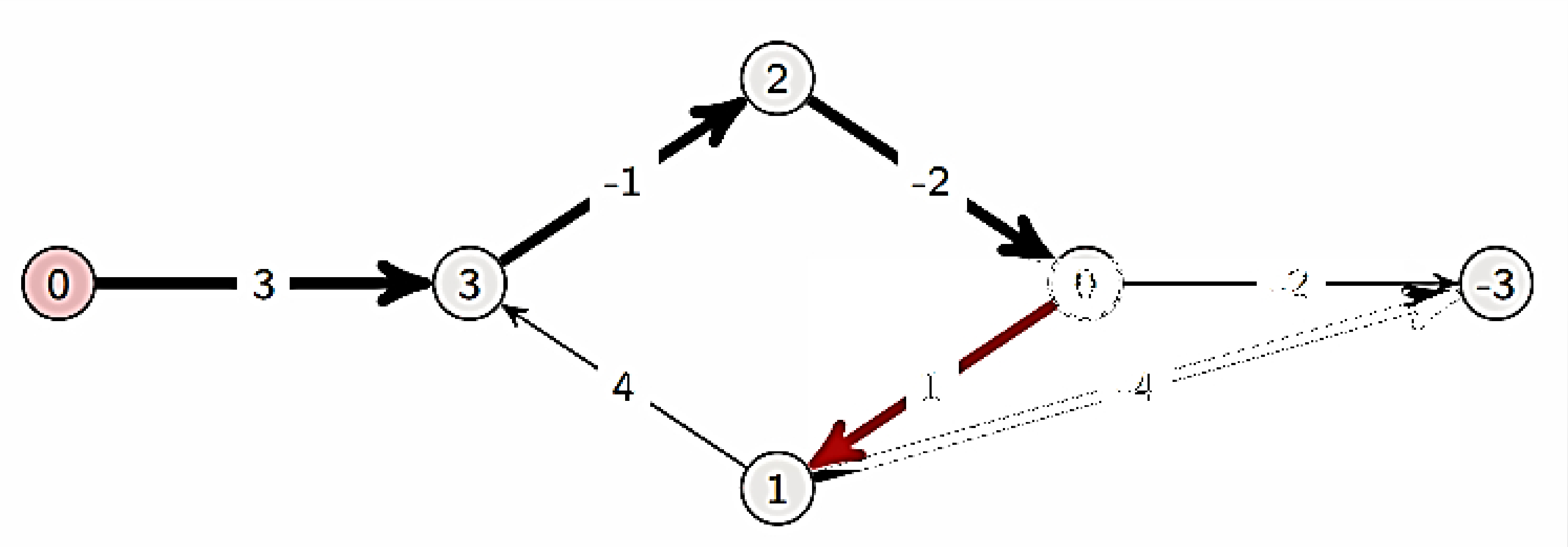
# Bellman Ford



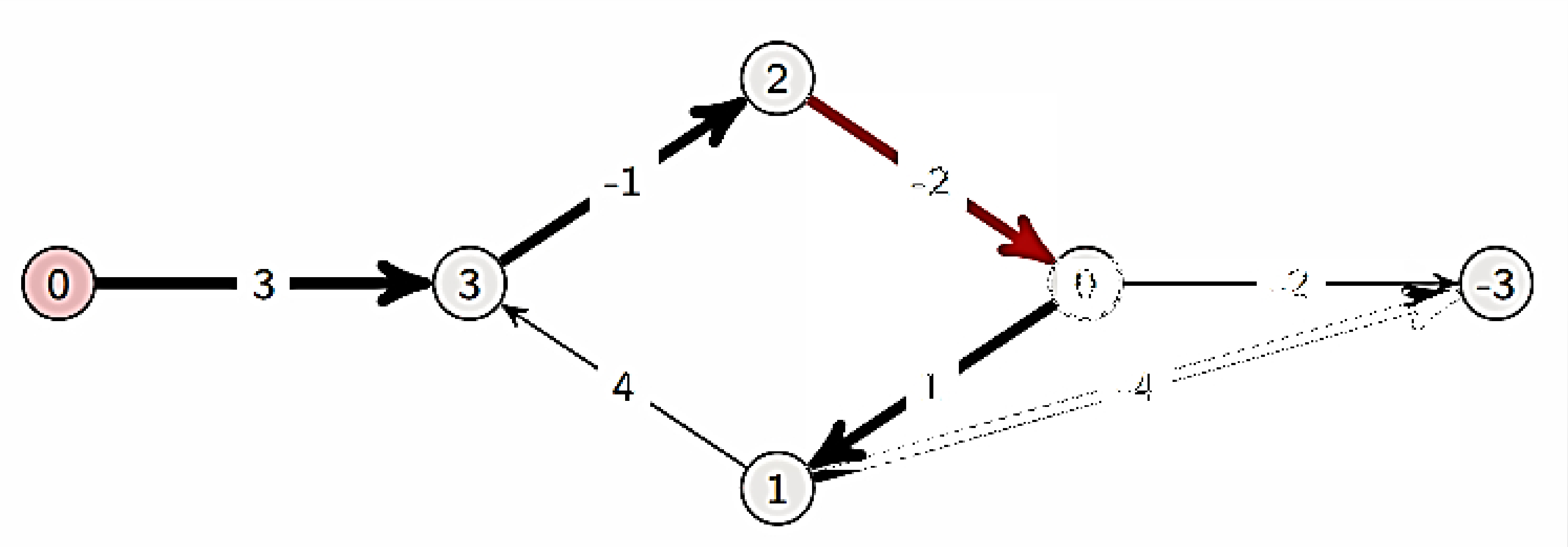
# Bellman Ford



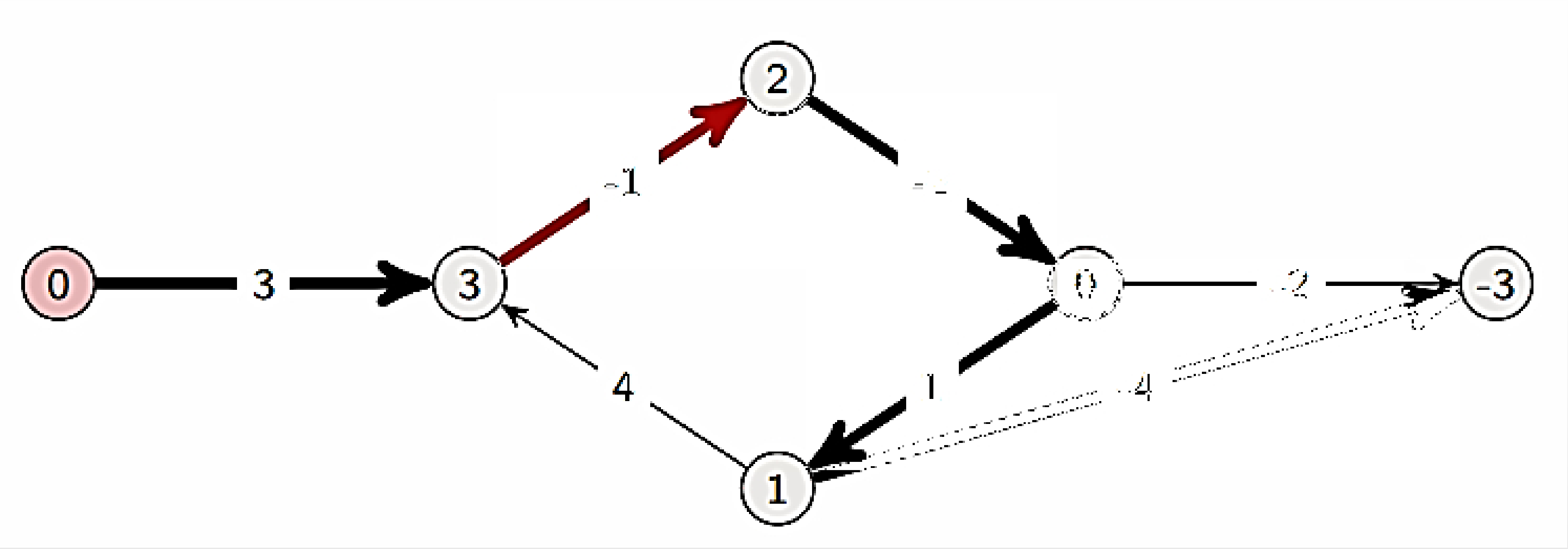
# Bellman Ford



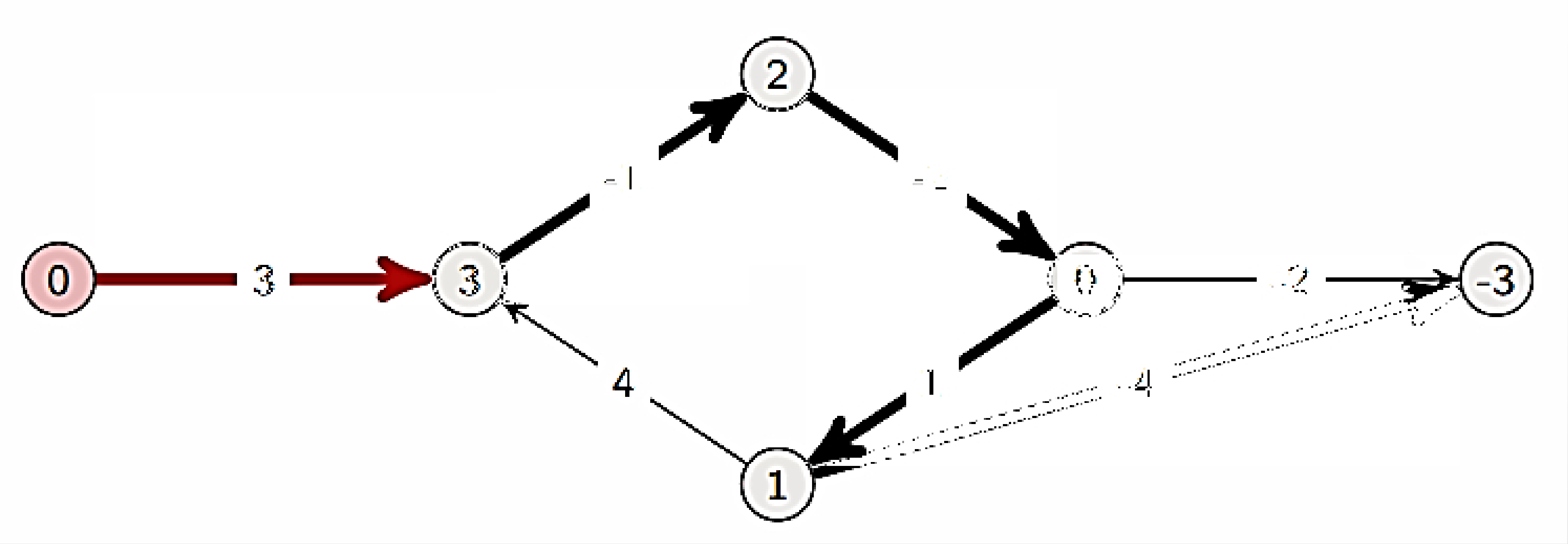
# Bellman Ford



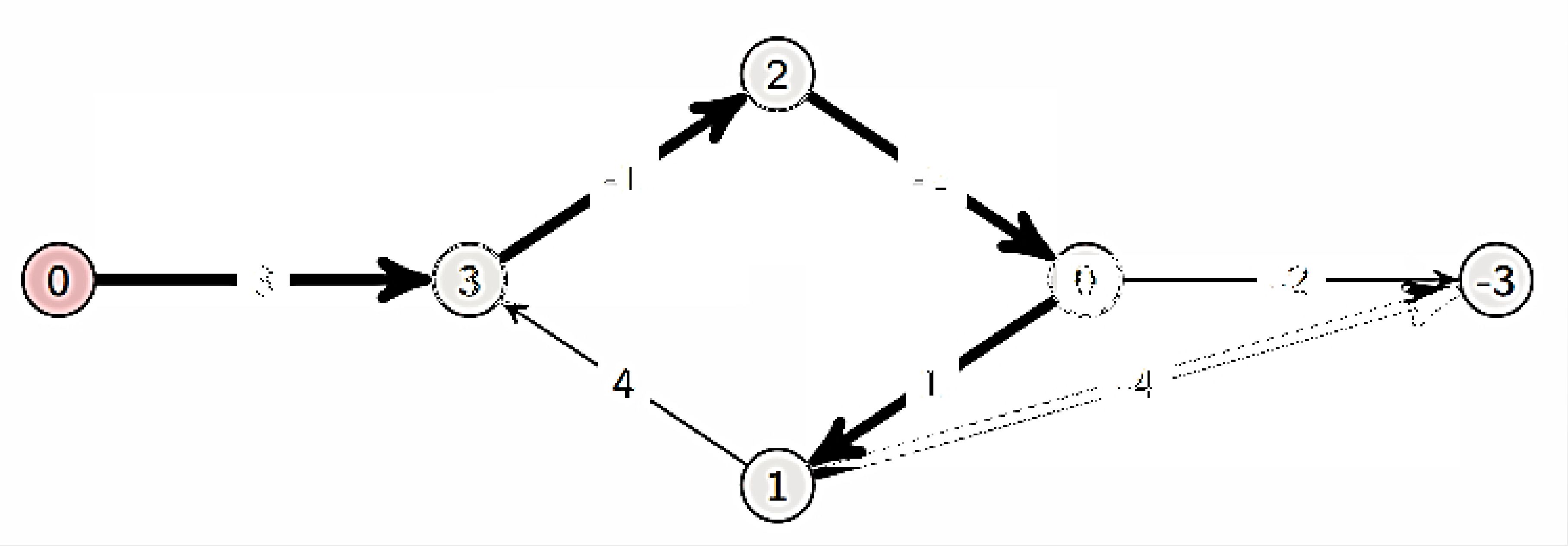
# Bellman Ford



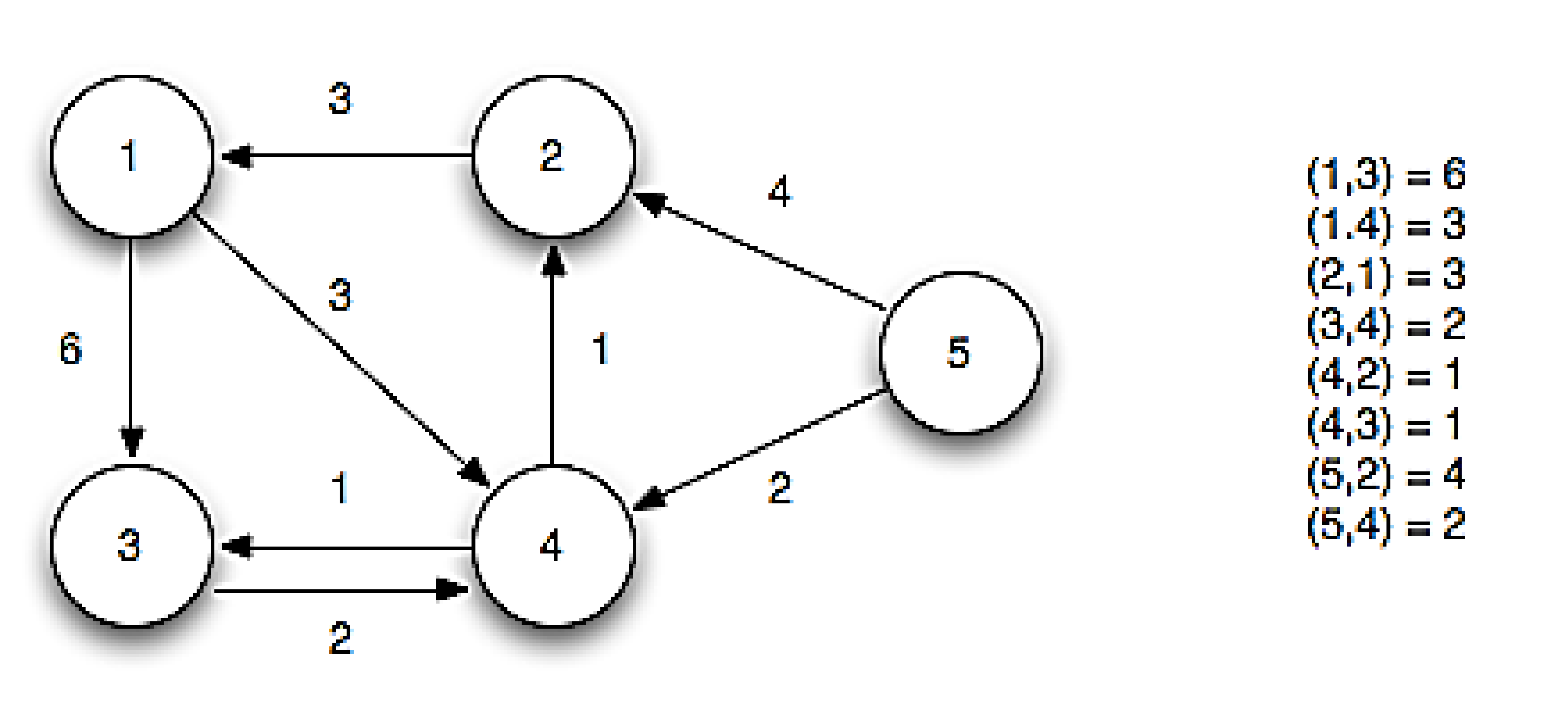
# Bellman Ford



# Bellman Ford

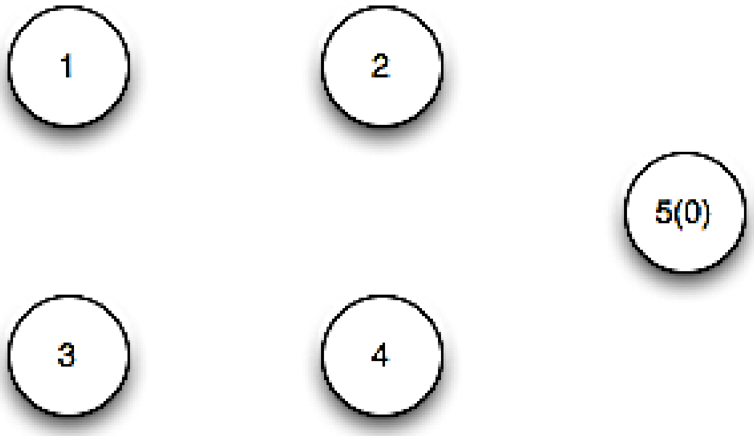


# Örnek



# İlklendirme Aşaması

- Kaynak düğüm 5'in uzaklık değerine 0, diğerlerine ∞ atanır.

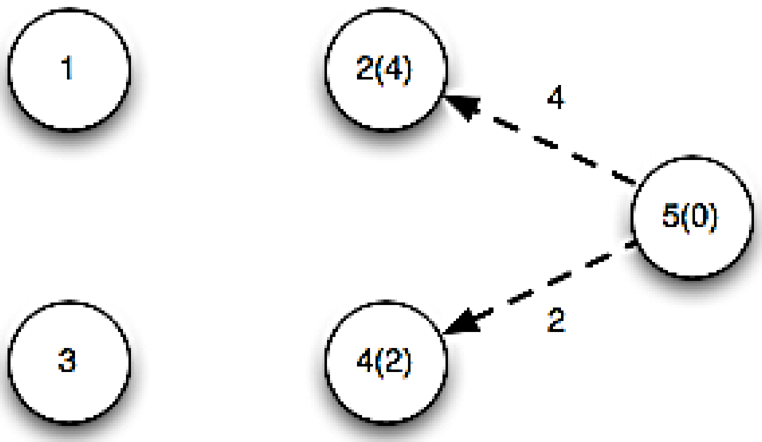



(1,3) = 6
(1.4) = 3
(2,1) = 3
(3,4) = 2
(4,2) = 1
(4,3) = 1
(5,2) = 4
(5,4) = 2

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| d | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |
| π | / | / | / | / | / |

# Adım 1

- (u5,u2) ve (u5,u4) kenarları incelenir. (*relax*) en kısa yollar sırasıyla 2 ve 4 olarak güncellenir.

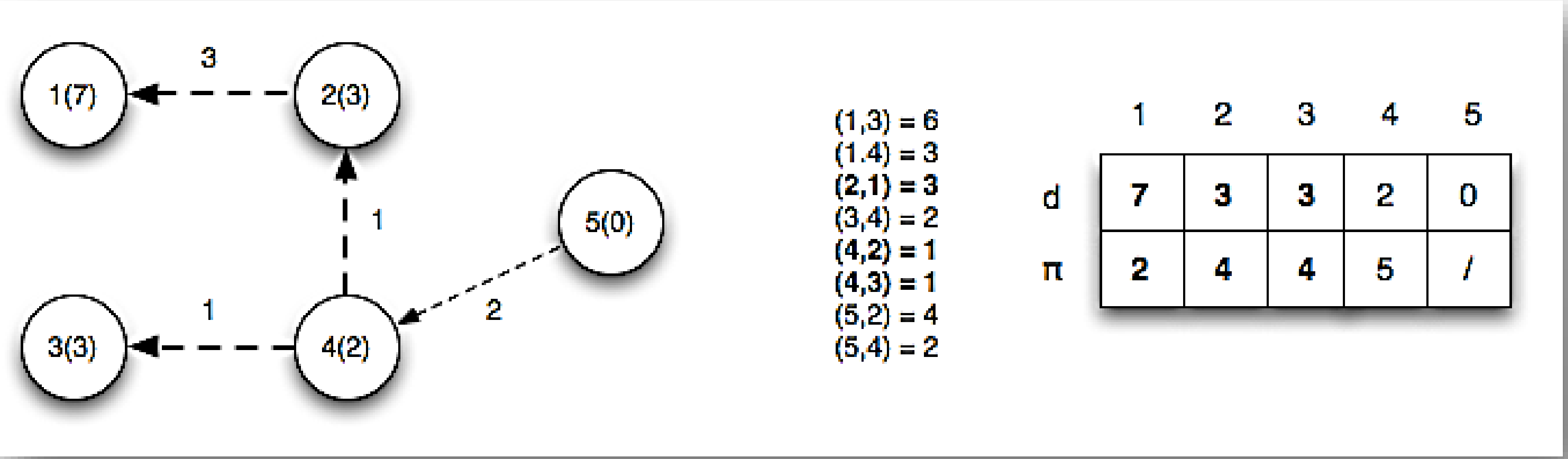



(1,3) = 6
(1.4) = 3
(2,1) = 3
(3,4) = 2
(4,2) = 1
(4,3) = 1
**(5,2) = 4**
**(5,4) = 2**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| d | ∞ | 4 | ∞ | 2 | 0 |
| π | / | 5 | / | 5 | / |

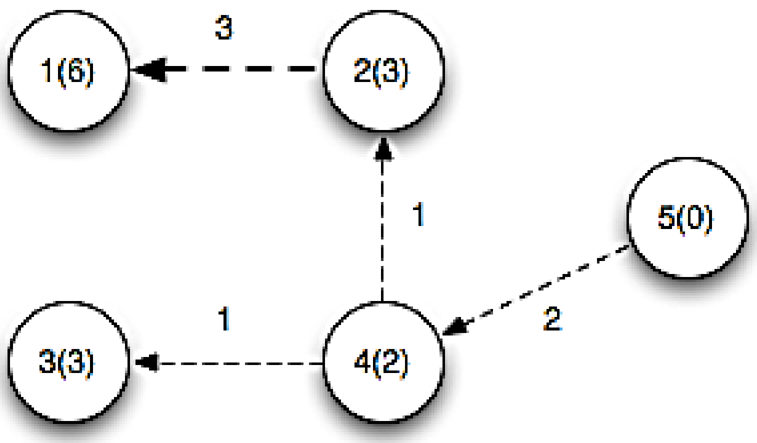
# Adım 2

- (u2,u1), (u4,u2) ve (u4,u3) kenarları incelenir. (*relax*) en kısa yollar sırasıyla 1, 2, 4 olarak güncellenir. (u4,u2) kenarı daha kısa bir yol bulur.



# Adım 3

- (u2,u1) kenarı (bir önceki adımda düğüm 2'ye daha kısa bir yol bulunduğu için) incelenir. (*relax*)

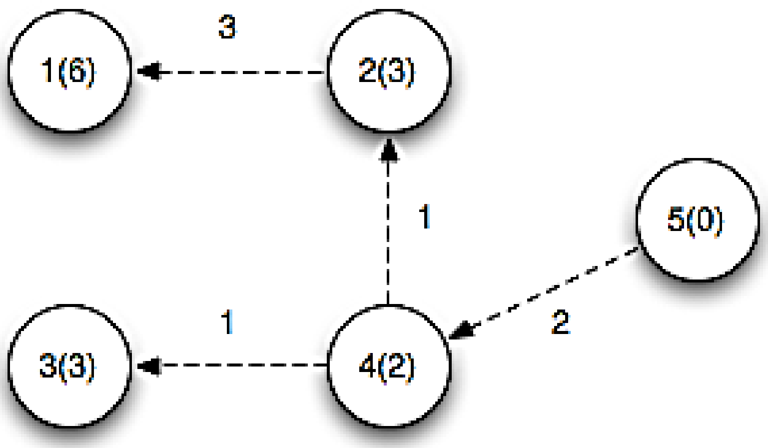



(1,3) = 6
(1.4) = 3
**(2,1) = 3**
(3,4) = 2
(4,2) = 1
(4,3) = 1
(5,2) = 4
(5,4) = 2

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| d | **6** | 3 | 3 | 2 | 0 |
| π | **2** | 4 | 4 | 5 | / |

# Adım 4

- Daha kısa bir yol bulunamadı. (*No edges relax*)

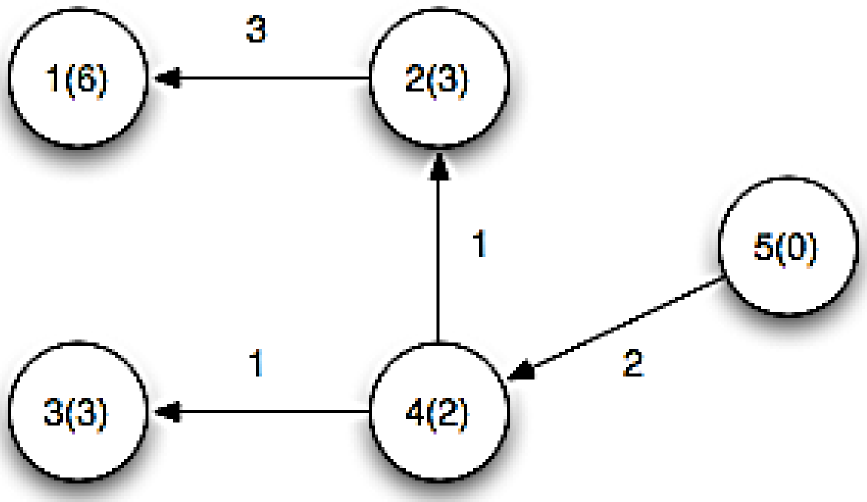



(1,3) = 6
(1.4) = 3
(2,1) = 3
(3,4) = 2
(4,2) = 1
(4,3) = 1
(5,2) = 4
(5,4) = 2

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| d | 6 | 3 | 3 | 2 | 0 |
| π | 2 | 4 | 4 | 5 | / |

# Son Durum

- Düğüm 5'ten diğer düğümlere olan en kısa yollar




| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| d | 6 | 3 | 3 | 2 | 0 |
| π | 2 | 4 | 4 | 5 | / |

# Negatif Döngü Konrolü

- Her kenar için son bir defa inceleme (*relaxation*) yapılır.
- Eğer kısa yol bulunursa negatif döngü vardır.

$$v3.d > u1.d + w(1,3) \Rightarrow 4 \not> 6 + 6 = 12 \checkmark$$
$$v4.d > u1.d + w(1,4) \Rightarrow 2 \not> 6 + 3 = 9 \checkmark$$
$$v1.d > u2.d + w(2,1) \Rightarrow 6 \not> 3 + 3 = 6 \checkmark$$
$$v4.d > u3.d + w(3,4) \Rightarrow 2 \not> 3 + 2 = 5 \checkmark$$
$$v2.d > u4.d + w(4,2) \Rightarrow 3 \not> 2 + 1 = 3 \checkmark$$
$$v3.d > u4.d + w(4,3) \Rightarrow 3 \not> 2 + 1 = 3 \checkmark$$
$$v2.d > u5.d + w(5,2) \Rightarrow 3 \not> 0 + 4 = 4 \checkmark$$
$$v4.d > u5.d + w(5,4) \Rightarrow 2 \not> 0 + 2 = 2 \checkmark$$

## Sözde Kod

```
BELLMAN_FORD (G, kaynak):
        mesafeler = [ ]
        her bir v için V içinde:
                mesafeler[v] = sonsuz
        mesafeler[kaynak] = 0
```

# Sözde Kod (2)

```
döngü i = 1 den |V| - 1:
    her bir (u, v, ağırlık) için E içinde:
        eğer mesafeler[u] + ağırlık < mesafeler[v]:
            mesafeler[v] = mesafeler[u] + ağırlık

her bir (u, v, ağırlık) için E içinde:
    eğer mesafeler[u] + ağırlık < mesafeler[v]:
        hata "Negatif ağırlıklı döngü var"

döndür mesafeler
```

# Floyd Warshall

- Tüm düğüm çiftleri arasındaki en kısa yolları bulur.
- 1959'da *Robert Floyd* tarafından bulunmuştur.
- 1962'de *Stephen Warshall* tarafından geliştirilmiştir.
- Negatif ağırlıklı kenarlar ve döngülerle başa çıkabilir.

# Algoritma İlkeleri

- Dinamik programlama yöntemini kullanır.
- Bir matris kullanarak tüm düğümler arasındaki en kısa mesafeleri bulur.
- *Bellman-Ford* ve *Dijkstra* tek kaynaktan düğümlere en kısa yolları bulur.
- *Floyd Warshall*, tüm çiftler arasındaki en kısa yolları hesaplar.

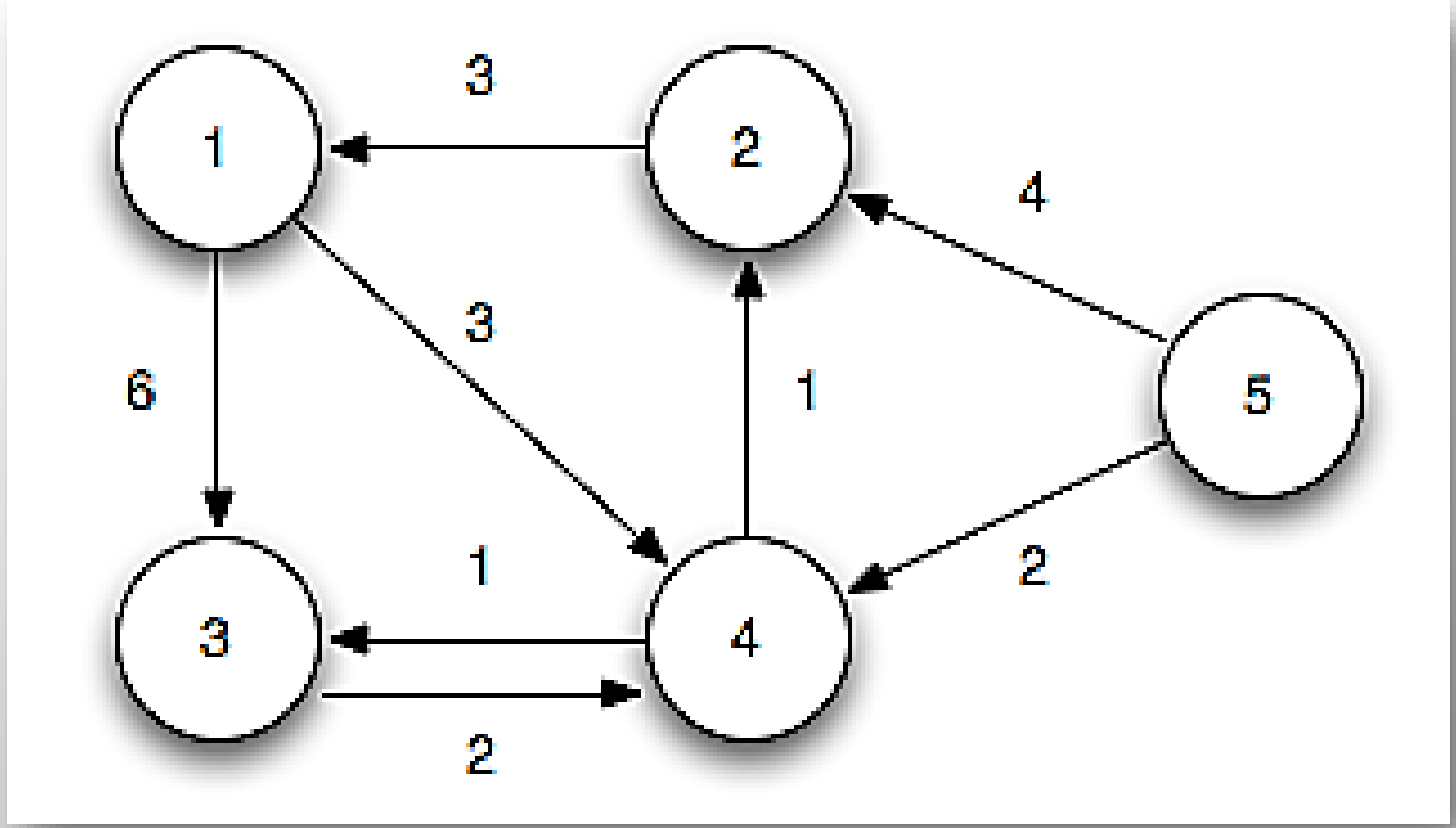
# Algoritma Adımları

- Adım 1: Her bir düğüm çifti arasındaki ağırlıklar, doğrudan kenarlarla belirtilir. Eğer iki düğüm arasında doğrudan bir kenar yoksa, uzaklık sonsuz kabul edilir.
- Adım 2: Her bir düğüm çifti için, tüm ara düğümler sırayla incelenir.
- Adım 3: Ara düğümler üzerinden geçerek, yeni yolun uzunluğu hesaplanır ve mevcut en kısa yol uzunluğu ile karşılaştırılır.
- Adım 4: Yeni bulunan kısa yollar, matrise kaydedilir.

# Karmaşıklık Analizi

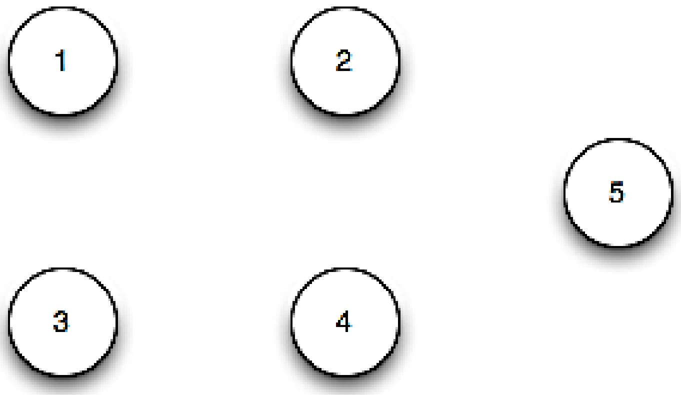
- Floyd-Warshall Algoritması'nın karmaşıklığı $O(V^3)$ şeklindedir.
- V düğüm sayısını temsil eder.
- 3 adet iç içe for döngüsü kullanılır.
  - ilk döngü tüm ara düğümleri gezer
  - ikinci döngü tüm kaynak düğümleri gezer.
  - son döngü tüm hedef düğümleri gezer.

# Örnek



# İlklendirme Aşaması

- (k = 0)
- kenar ağırlıklarına göre D matrisi doldurulur.




**D**

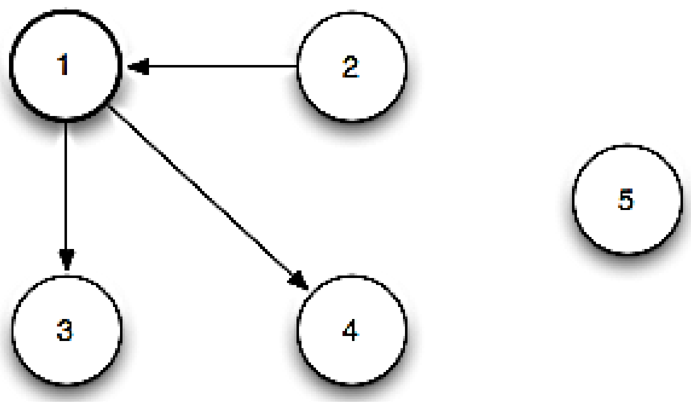
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | ∞ | 6 | 3 | ∞ |
| 2 | 3 | 0 | ∞ | ∞ | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 2 | ∞ |
| 4 | ∞ | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| 5 | ∞ | 4 | ∞ | 2 | 0 |

**Π**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | / | 1 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | / | / | / |
| 3 | / | / | / | 3 | / |
| 4 | / | 4 | 4 | / | / |
| 5 | / | 5 | / | 5 | / |

# Adım 1

- (k = 1)
- Düğüm 1 üzerinden 2 $\rightsquigarrow$ 3 ve 2 $\rightsquigarrow$ 4 kısa yolları bulundu.




D

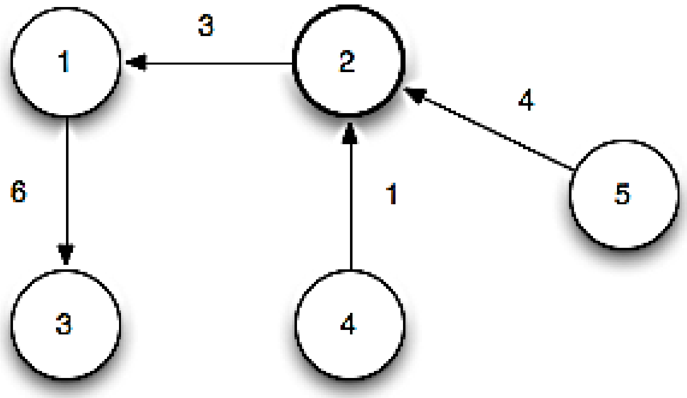
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | ∞ | 6 | 3 | ∞ |
| 2 | 3 | 0 | 9 | 6 | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 2 | ∞ |
| 4 | ∞ | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| 5 | ∞ | 4 | ∞ | 2 | 0 |

Π

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | / | 1 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | 1 | 1 | / |
| 3 | / | / | / | 3 | / |
| 4 | / | 4 | 4 | / | / |
| 5 | / | 5 | / | 5 | / |

# Adım 2

- (k = 2)
- Düğüm 2 üzerinden 4 ↝ 1, 5 ↝ 1, ve 5 ↝ 3 kısa yolları bulundu.




D

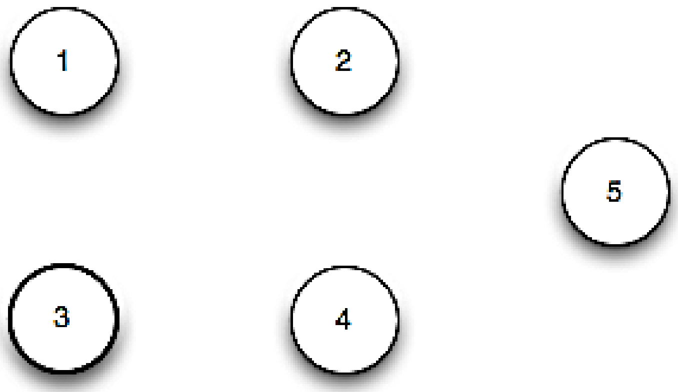
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | ∞ | 6 | 3 | ∞ |
| 2 | 3 | 0 | 9 | 6 | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 2 | ∞ |
| 4 | **4** | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| 5 | **7** | 4 | **13** | 2 | 0 |

Π

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | / | 1 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | 1 | 1 | / |
| 3 | / | / | / | 3 | / |
| 4 | **2** | 4 | 4 | / | / |
| 5 | **2** | 5 | **2** | 5 | / |

# Adım 3

- (k = 3)
- Düğüm 3 üzerinden kısa yol bulunamadı.




**D**

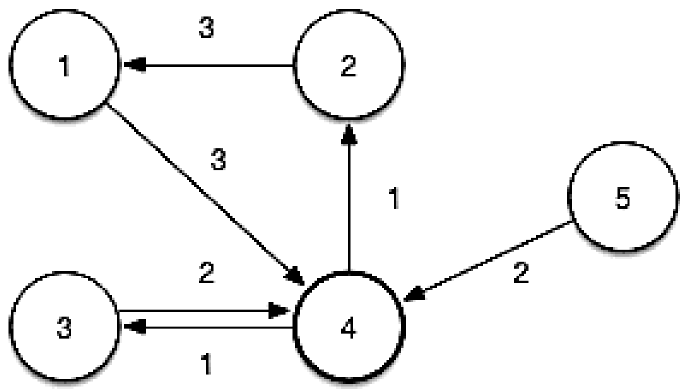
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | ∞ | 6 | 3 | ∞ |
| 2 | 3 | 0 | 9 | 6 | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 2 | ∞ |
| 4 | 4 | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| 5 | 7 | 4 | 13 | 2 | 0 |

**Π**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | / | 1 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | 1 | 1 | / |
| 3 | / | / | / | 3 | / |
| 4 | 2 | 4 | 4 | / | / |
| 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | / |

# Adım 4

- (k = 4)
- Düğüm 4 üzerinden 1 ↝ 2, 1 ↝ 3, 2 ↝ 3, 3 ↝ 1, 3 ↝ 2, 5 ↝ 1, 5 ↝ 2, 5 ↝ 3, ve 5 ↝ 4 kısa yolları bulundu.




**D**

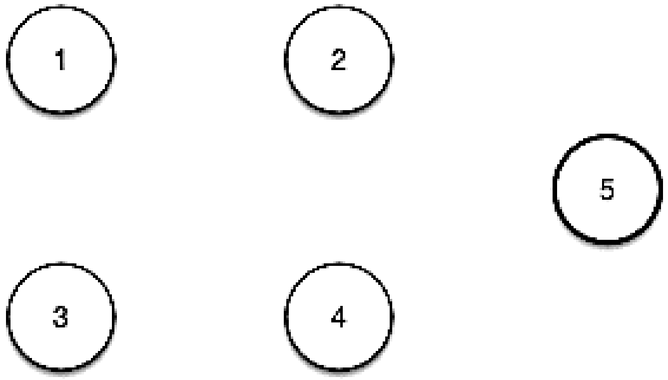
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 0 | 4 | 4 | 3 | ∞ |
| **2** | 3 | 0 | 7 | 6 | ∞ |
| **3** | 6 | 3 | 0 | 2 | ∞ |
| **4** | 4 | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| **5** | 6 | 3 | 3 | 2 | 0 |

**Π**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | 4 | 4 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | 4 | 1 | / |
| 3 | 2 | 4 | / | 3 | / |
| 4 | 2 | 4 | 4 | / | / |
| 5 | 2 | 4 | 4 | 5 | / |

# Adım 5

- (k = 5)
- Düğüm 5 üzerinden kısa yol bulunamadı.




**D**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 4 | 4 | 3 | ∞ |
| 2 | 3 | 0 | 7 | 6 | ∞ |
| 3 | 6 | 3 | 0 | 2 | ∞ |
| 4 | 4 | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| 5 | 6 | 3 | 3 | 2 | 0 |

**Π**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | 4 | 4 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | 4 | 1 | / |
| 3 | 2 | 4 | / | 3 | / |
| 4 | 2 | 4 | 4 | / | / |
| 5 | 2 | 4 | 4 | 5 | / |

# Son Durum

**D**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 4 | 4 | 3 | ∞ |
| 2 | 3 | 0 | 7 | 6 | ∞ |
| 3 | 6 | 3 | 0 | 2 | ∞ |
| 4 | 4 | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| 5 | 6 | 3 | 3 | 2 | 0 |

**Π**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | / | 4 | 4 | 1 | / |
| 2 | 2 | / | 4 | 1 | / |
| 3 | 2 | 4 | / | 3 | / |
| 4 | 2 | 4 | 4 | / | / |
| 5 | 2 | 4 | 4 | 5 | / |

# Sözde Kod

```
FLOYD_WARSHALL(G):
    mesafeler = [ ][ ]
    her bir u için V içinde:
        her bir v için V içinde:
            eğer u == v:
                mesafeler[u][v] = 0
            yoksa eğer (u, v) E içinde:
                mesafeler[u][v] = ağırlık(u, v)
            yoksa:
                mesafeler[u][v] = sonsuz
```

# Sözde Kod (2)

```
her bir k için V içinde:
    her bir i için V içinde:
        her bir j için V içinde:
            eğer mesafeler[i][k] + mesafeler[k][j] < mesafeler[i][j]:
                mesafeler[i][j] = mesafeler[i][k] + mesafeler[k][j]

her bir i için V içinde:
    eğer mesafeler[i][i] < 0:
        hata "Negatif ağırlıklı döngü var"

döndür mesafeler
```

# A* (A Star) Algoritması

- İki nokta arasındaki en kısa yolu bulan arama algoritmasıdır.
- 1968'de *Peter Hart, Nils Nilsson, Bertram Raphael* tarafından geliştirildi.
- Genişlik öncelikli arama (*Breadth-First Search*) ile en iyi ilk arama (*Best-First Search*) algoritmalarının kombinasyonunu kullanır.
- Düzgün çalışması için doğru bir tahmin fonksiyonu gereklidir.
- Düğümlerin sayısı arttıkça karmaşıklığı artar.

# Algoritma İlkeler

- Her bir düğüm için tahmin (*heuristic*) değeri kullanır.
- Bu değer, düğümün hedefe olan tahmini mesafesini belirtir.
- Her adımda, komşu düğümler arasından, hedefle arasında gerçek ve tahmini maliyet toplamı küçük olan seçilir.
- Algoritma hedefe doğru hareket ederken, aynı zamanda en az maliyetli yolu seçmeye çalışır.

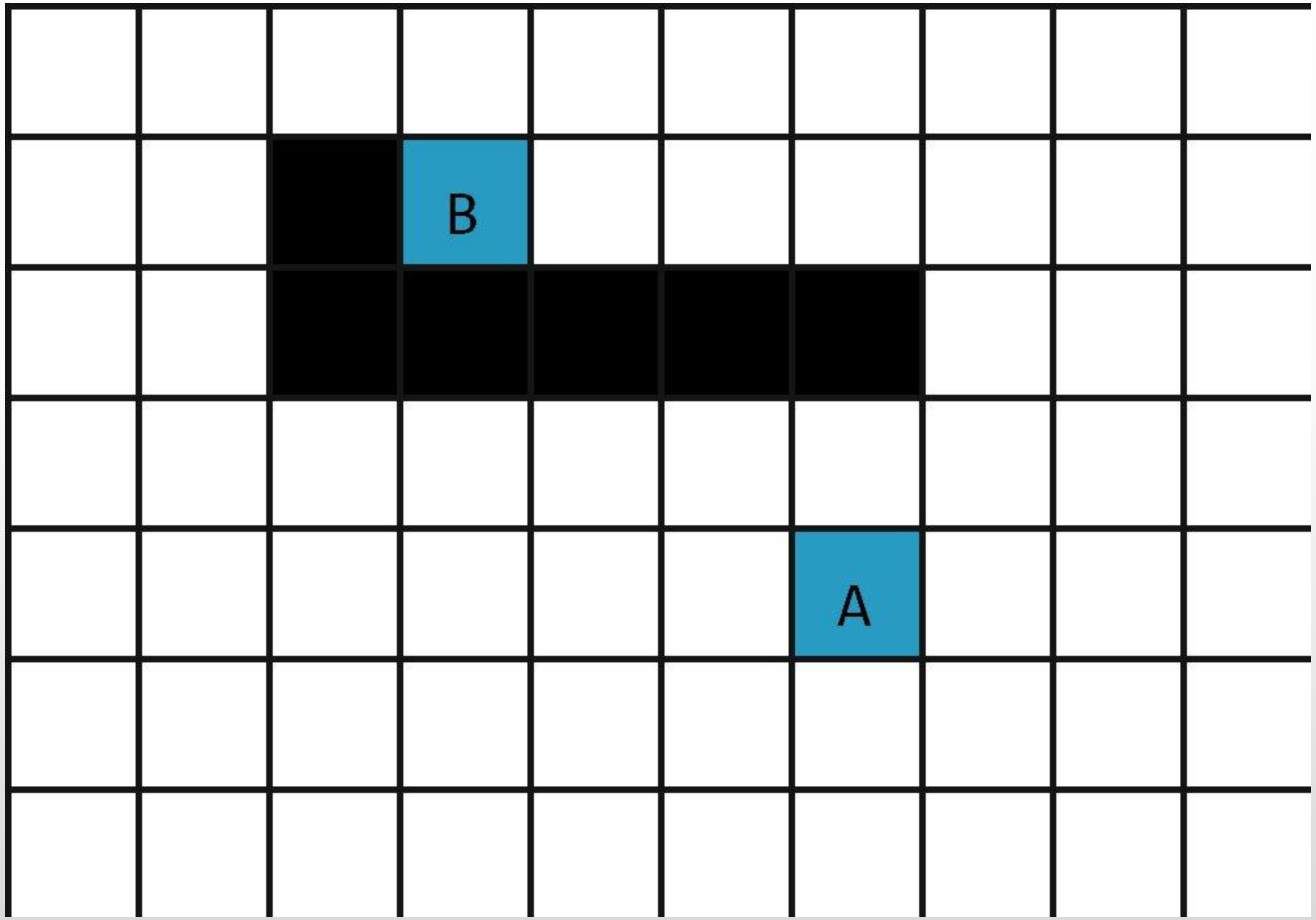
# Algoritma Adımları

- Adım 1: Başlangıç düğümü seçilir ve bu düğüme uzaklık 0 atanır.
  - Diğer düğümlere sonsuz uzaklık atanır.
- Adım 2: Mevcut düğümün komşuları incelenir ve her birinin tahmini maliyeti hesaplanır.
- Adım 3: Komşu düğümler arasından, gerçek maliyet ve tahmini maliyetin toplamı en küçük olan düğüm seçilir.
- Adım 4: Seçilen düğüm, o ana kadar bulunan en uygun yolun bir parçası olarak kaydedilir.

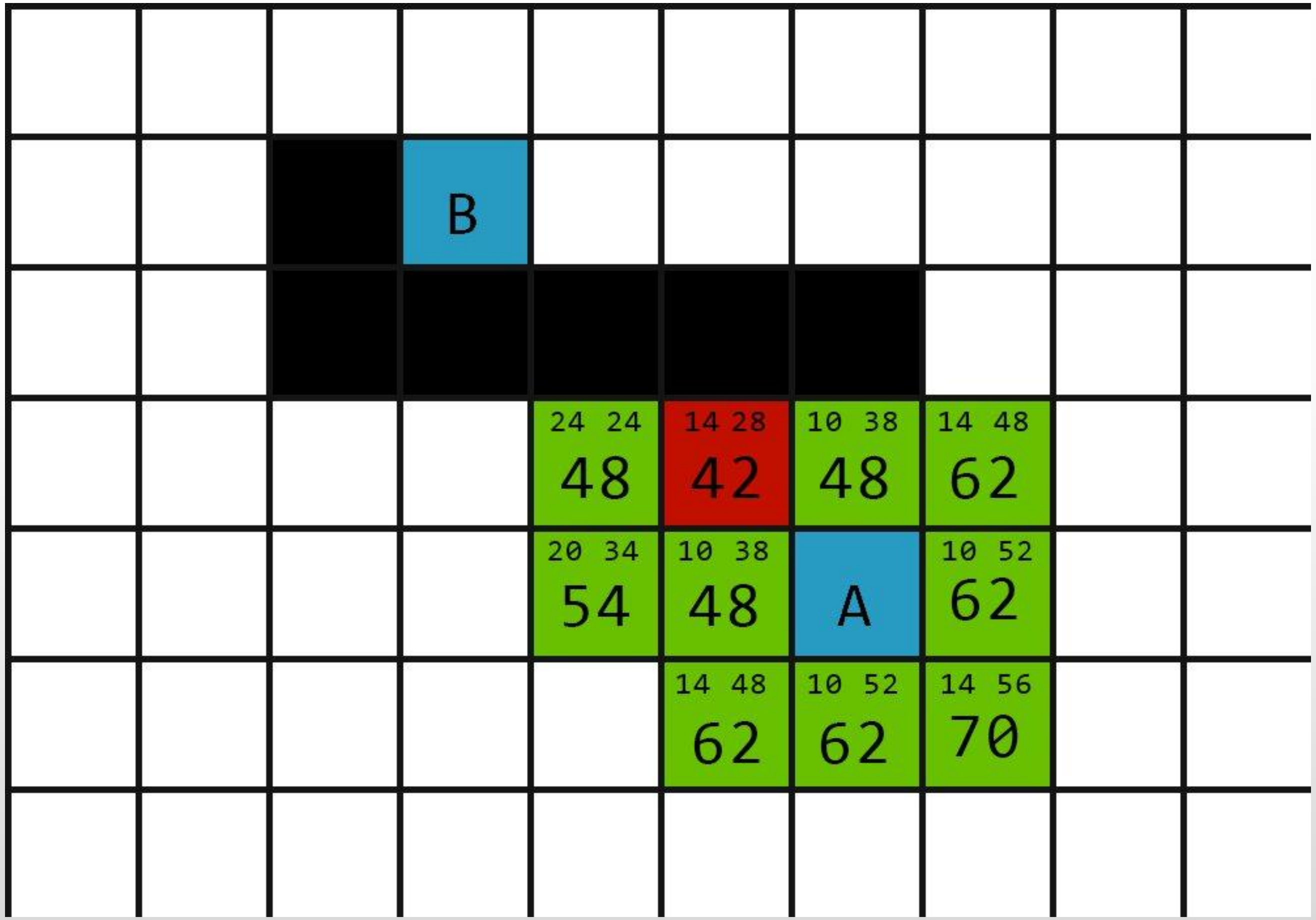
# Algoritma Karmaşıklığı

- Eğer tahmin fonksiyonu gerçek maliyeti tam olarak tahmin ediyorsa,
  - karmaşıklık $O(b^d)$ şeklinde ifade edilir.
  - b çizgenin dallanma faktörünü,
  - d ise hedef düğüme olan maksimum derinliği temsil eder.

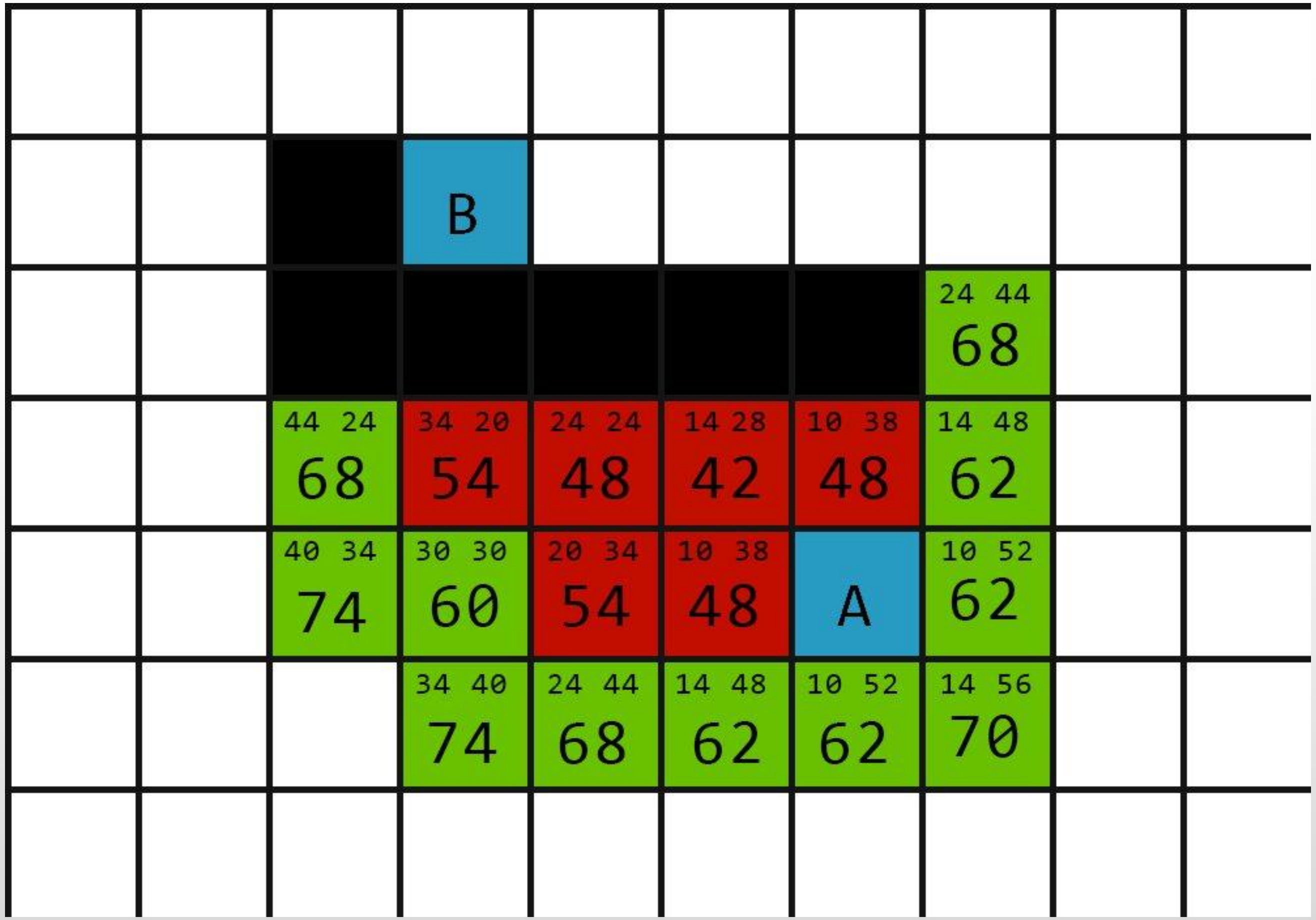
# A Star



# A Star

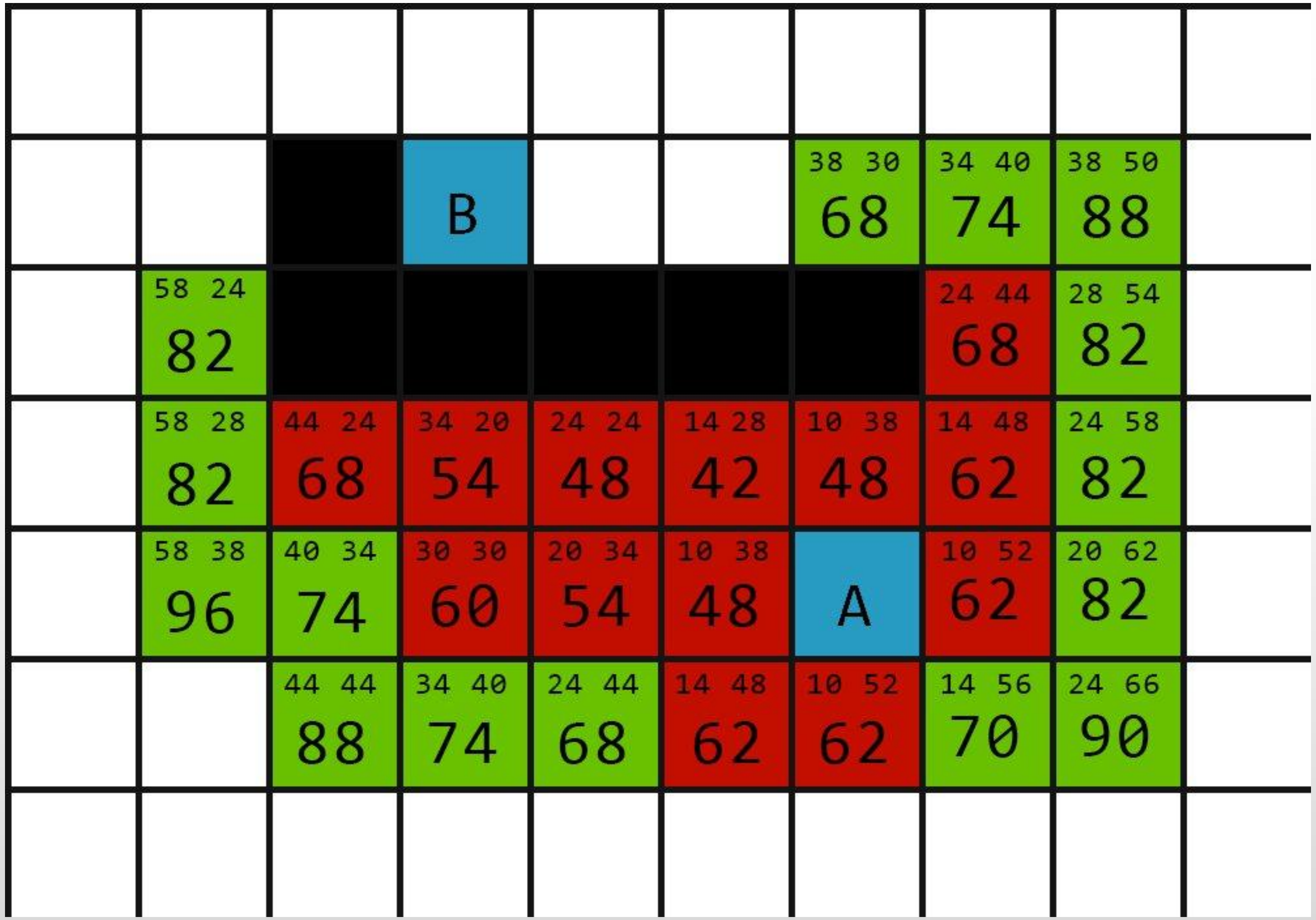

B
24 24
48
14 28
42
10 38
48
14 48
62
20 34
54
10 38
48
A
10 52
62
14 48
62
10 52
62
14 56
70

# A Star



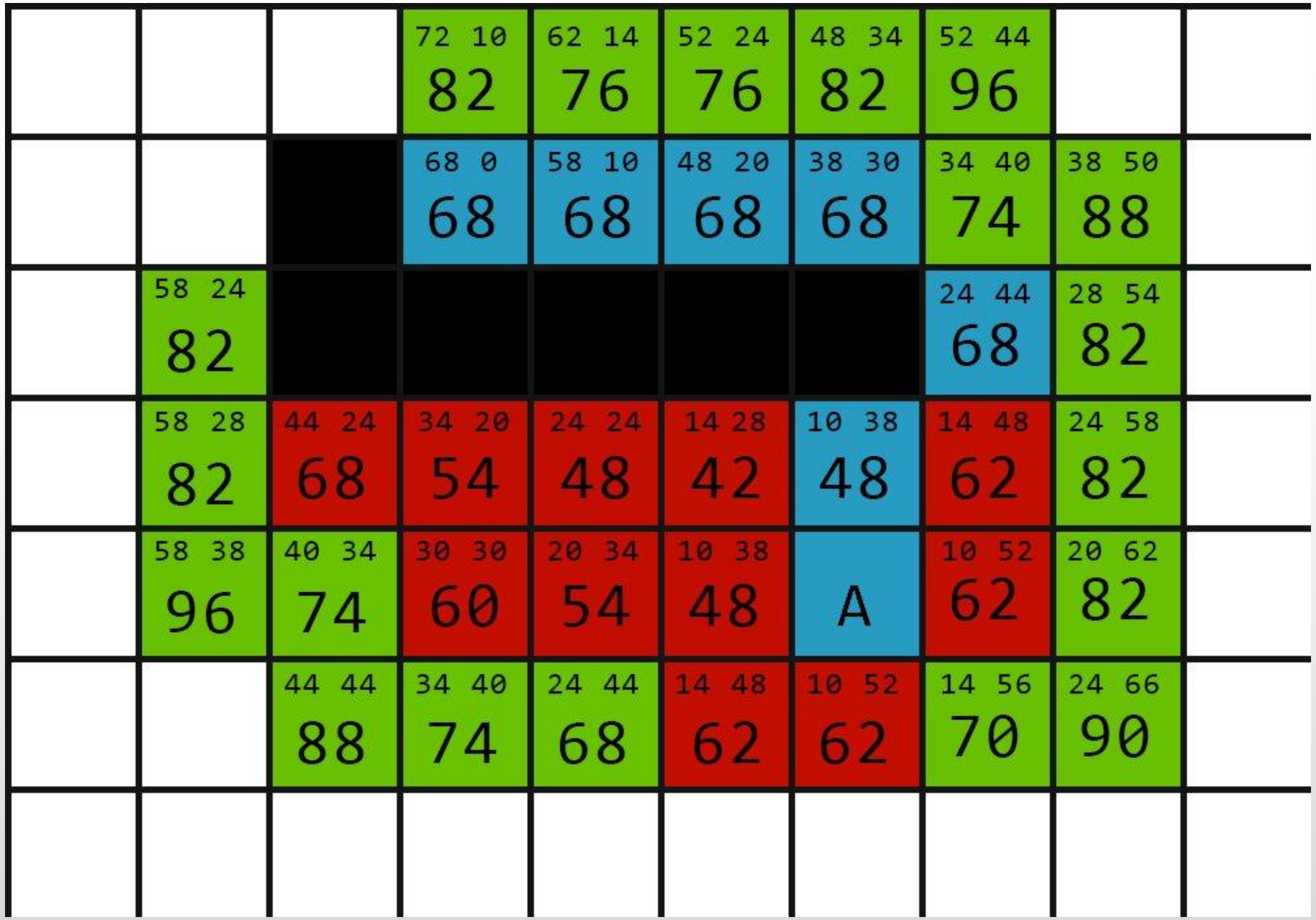
B
24 44
68
44 24
68
34 20
54
24 24
48
14 28
42
10 38
48
14 48
62
40 34
74
30 30
60
20 34
54
10 38
48
A
10 52
62
34 40
74
24 44
68
14 48
62
10 52
62
14 56
70

# A Star



B
38 30 68
34 40 74
38 50 88
58 24 82
24 44 68
28 54 82
58 28 82
44 24 68
34 20 54
24 24 48
14 28 42
10 38 48
14 48 62
24 58 82
58 38 96
40 34 74
30 30 60
20 34 54
10 38 48
A
10 52 62
20 62 82
44 44 88
34 40 74
24 44 68
14 48 62
10 52 62
14 56 70
24 66 90

# A Star



72 10 82
62 14 76
52 24 76
48 34 82
52 44 96
68 0 68
58 10 68
48 20 68
38 30 68
34 40 74
38 50 88
58 24 82
24 44 68
28 54 82
58 28 82
44 24 68
34 20 54
24 24 48
14 28 42
10 38 48
14 48 62
24 58 82
58 38 96
40 34 74
30 30 60
20 34 54
10 38 48
A
10 52 62
20 62 82
44 44 88
34 40 74
24 44 68
14 48 62
10 52 62
14 56 70
24 66 90

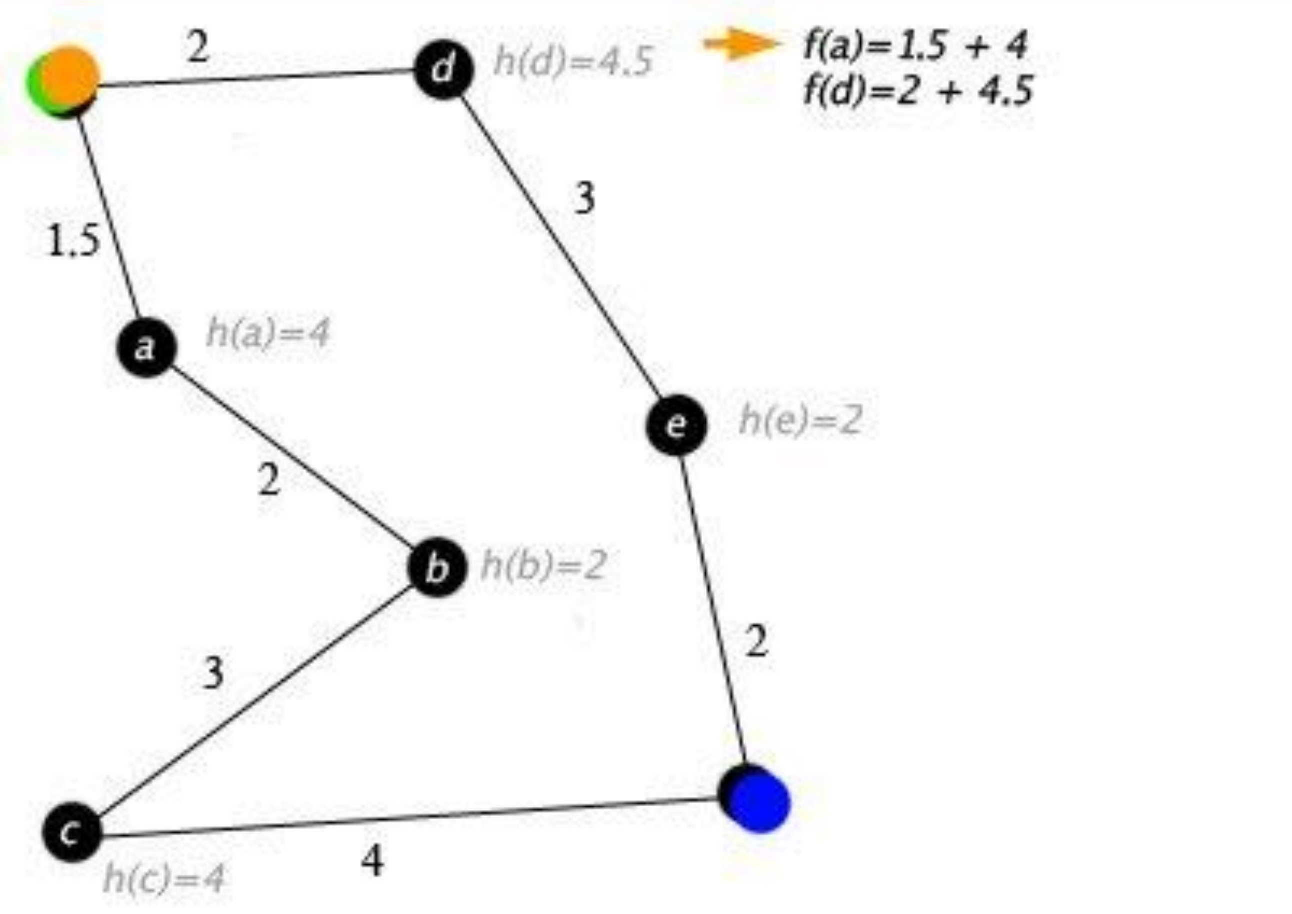
# A* Arama Nasıl Çalışır?

- Her düğümün başlangıç düğümünden ulaşım maliyetini ("g-maliyet") ve mevcut düğümden hedef düğüme tahmini ulaşım maliyetini ("h-maliyet" veya sezgisel) dikkate alır.
- Sezgisel tahminlere göre hedefe yakın görünen düğümleri önceliklendirir.

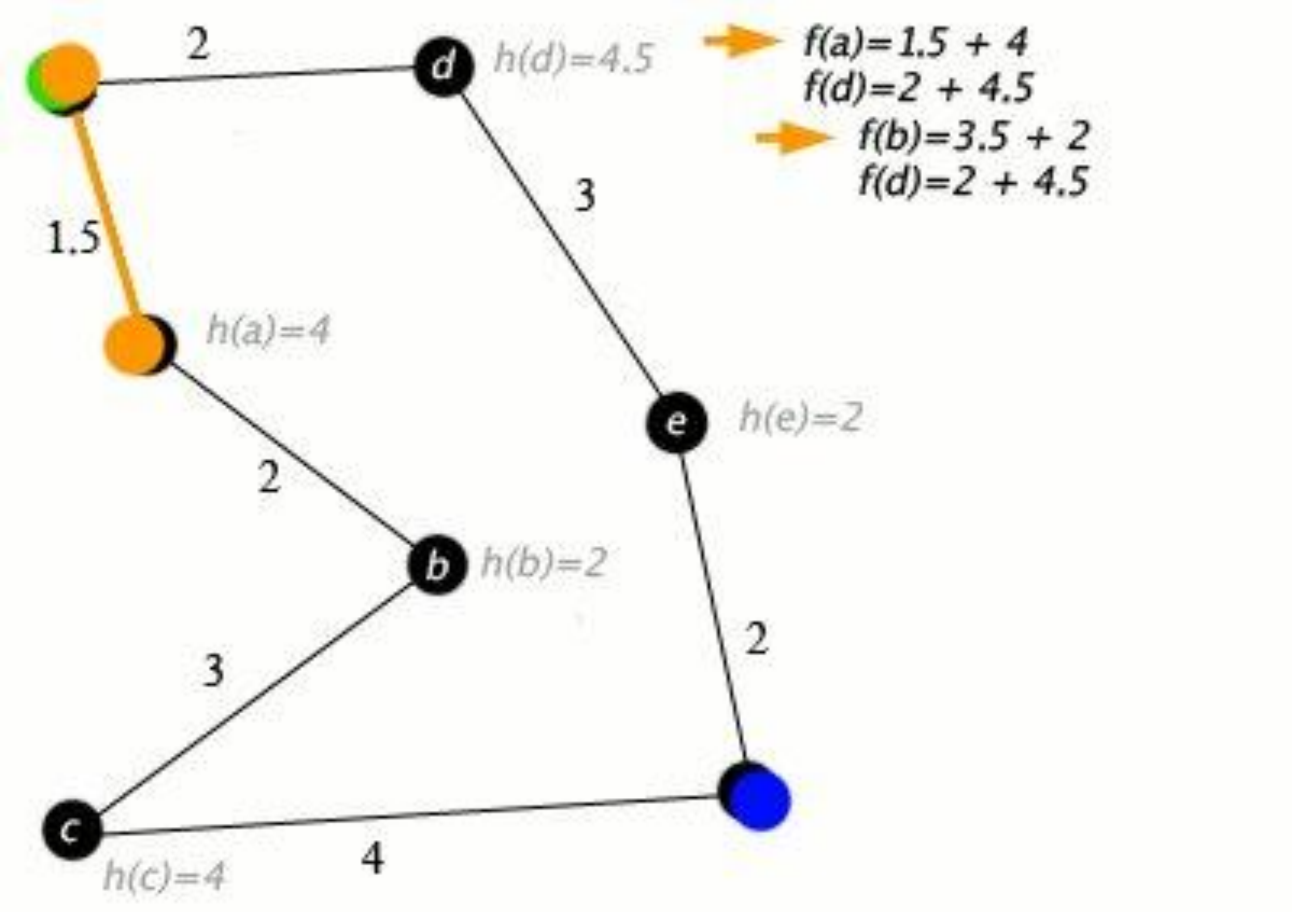
# A* Arama

- Başlangıç düğümünü seç ve açık düğüm listesine ekle.
- Listeden en düşük f() + g() maliyetine sahip düğümü seç ve genişlet.
- Genişletilen düğüm,
    - hedef düğüm ise, çözüm bulundu.
    - değilse, hala genişletilecek düğümler var.
- Her bir sonraki düğüm için g ve f maliyetlerini güncelle, listeye ekle.
- Tekrar 2. adıma dön.

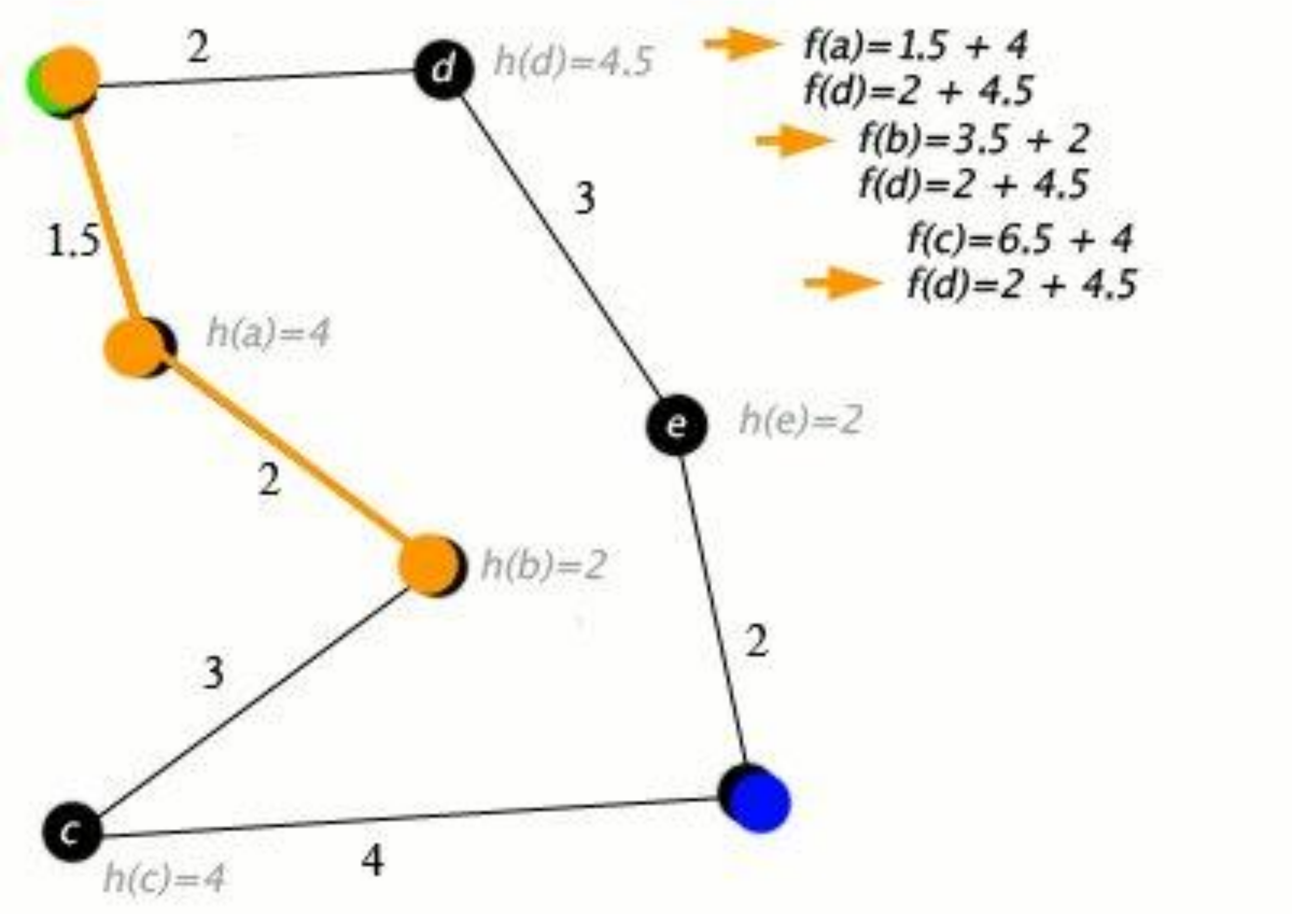
# A Star Search



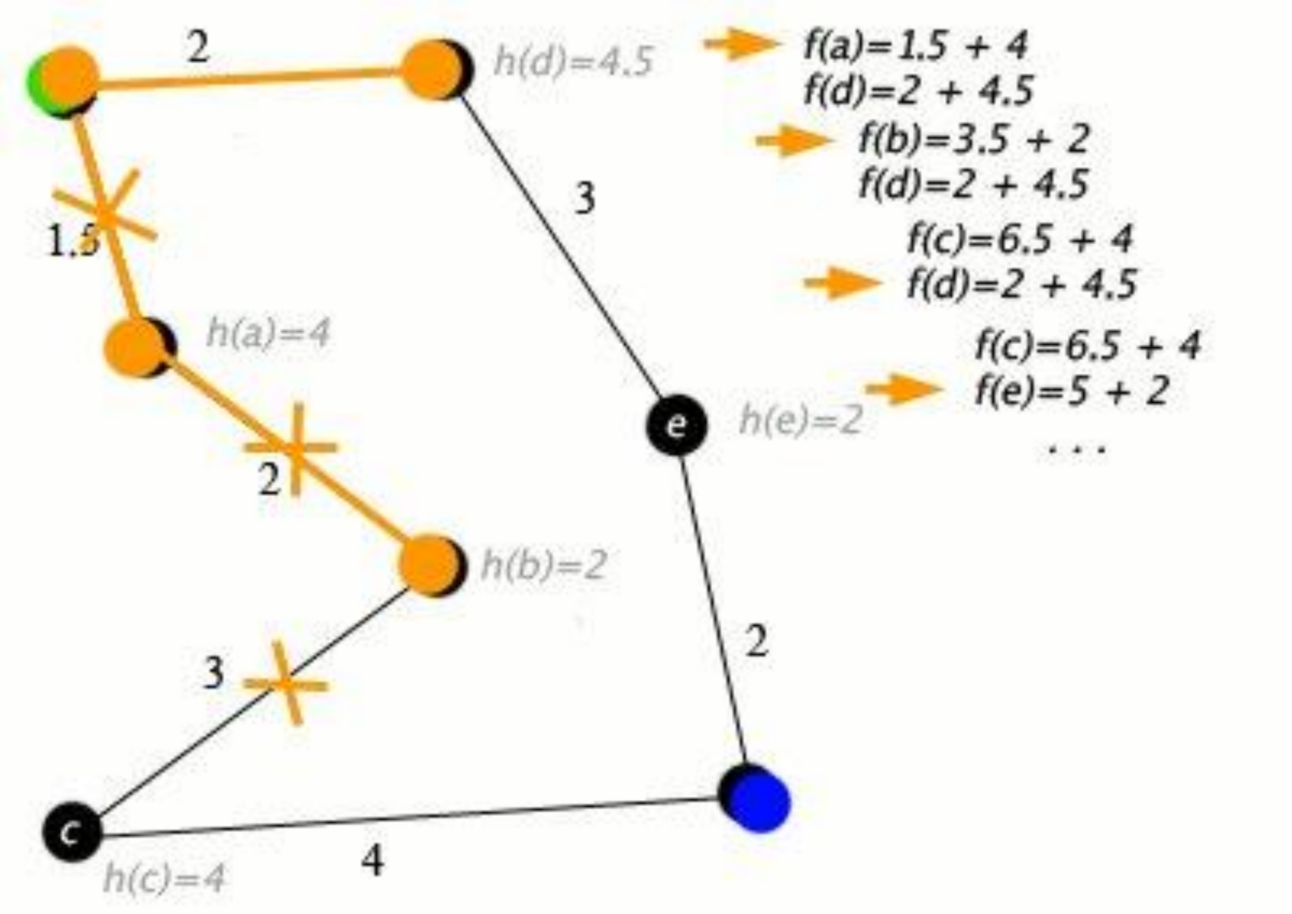
# A Star Search



# A Star Search



# A Star Search



SON