

МГУ ВТЕК №1

Обработка результатов измерений на примере измерения
линейных размеров тел, имеющих правильную
геометрическую форму.

Сергей Слепышев 109 группа

Октябрь 2022 (последний день до дедлайна)

0.1 Вступление

Цель работы:

Освоить обработку прямых и косвенных измерений физических величин (погрешностей полученных результатов), научиться оформлять лабораторные работы. Познакомиться с методами измерения, позволяющими увеличить точность результатов.

0.2 Эксперимент и обработка результатов

0.2.1 Упражнение 1. Определение плотности тел правильной геометрической формы.

Померил массу, записал данные в таблицу 1.1:

Таблица 1.1

m	Погрешность весов	Погрешность считывания	Погрешность суммарная	Delta m	Delta m
гр	гр	гр	гр	гр	гр
				a = 0,7	a = 0,9
52,92	0,02	0,00	0,02	0,03	0,05

Погрешность весов, считывания, суммарную посчитал по формулам:

$$\sigma_{\text{весов}} = \frac{\Delta_{\text{пред}}}{3} = \frac{0.05\text{гр}}{3} \quad \sigma_{\text{счит}} = \frac{\omega}{\sqrt{12}} = \frac{0.01\text{гр}}{\sqrt{12}} \quad \sigma_{\text{сум}} = \sqrt{\sigma_{\text{счит}}^2 + \sigma_{\text{весов}}^2}$$

Значения Δm определил используя данную формулу:

$$\Delta m = \sigma_{\text{сум}} * \gamma_{\alpha}$$

Снял экспериментальные данные, обработал и записал в таблицу 1.2:

Таблица 1.2

X	1	2	3	4	5	Среднее	Погрешность случайная	Погрешность приборная	Погрешность суммарная	Delta X
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм
										a = 0,7
l_1	42,4	42,5	42,6	42,6	42,4	42,50	0,04	0,04	0,06	0,11
l_2	50,9	50,9	50,9	50,9	50,8	50,88	0,02		0,05	0,09
H	23,5	23,6	23,6	23,6	23,5	23,56	0,02		0,05	0,09
h	14,2	14,3	14,4	14,4	14,4	14,34	0,04		0,06	0,11
D	20,3	20,5	20,5	20,5	20,5	20,46	0,04		0,06	0,11
d	13,3	13,5	13,6	13,5	13,5	13,48	0,05		0,07	0,12

Посчитал среднее:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 X_i}{5}$$

Случайную погрешность:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Приборную погрешность:

$$\sigma_{\text{приб}} = \sqrt{\sigma_{\text{штц}}^2 + \sigma_{\text{счит}}^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\text{пред}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\sqrt{12}}\right)^2}$$

где $\omega = \Delta_{\text{пред}} = 0.1\text{мм}$.

Суммарную погрешность:

$$\sigma_{\text{сум}} = \sqrt{\sigma_{\text{приб}}^2 + \sigma_{\bar{X}}^2}$$

Домножил суммарную погрешность на коэффициент Чебышева и получил:

$$\Delta X = \sigma_{\text{сум}} * \gamma_{0.7} = \sigma_{\text{сум}} * 1.83$$

Далее рассчитал объём, плотность и погрешности:

Таблица 1.3

Объём V	Погрешность V	Плотность ρ	Погрешность ρ
см ³	см ³	г/см ³	г/см ³
44,92	0,28	1,178	0,007

Объём и его погрешность:

$$V = l_1 l_2 H - \frac{\pi D^2}{4} h - \frac{\pi d^2}{4} (H - h)$$

$$\sigma_V = \sqrt{(l_2 H)^2 \sigma_{l_1}^2 + (l_1 H)^2 \sigma_{l_2}^2 + \left(l_1 l_2 + \frac{\pi d^2}{4}\right)^2 \sigma_H^2 + \left(\frac{\pi D H}{2}\right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\pi d (H - h)}{2}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}\right)^2 \sigma_h^2}$$

Вычислил плотность и её погрешность:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2}$$

И вставляю таблицу коэффициентов γ_α , чтобы ко мне не было претензий:

Таблица 1.4

alpha	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
Gamma_alpha	1,41	1,58	1,83	2,24	3,16	4,47

Вывод: это оргстекло с плотностью около 1.2г/см³.

Ну и я красива, что так померил, даже в погрешность табличная величина влезла, балдеж конкретный.

0.2.2 Упражнение 2. Определение толщины шайбы.

Померил толщину шайб штангенциркулем:

Таблица 2.1

d ш	mean	SE of mean	sigma прибор	sigma сумм	delta сумм
мм	мм	мм	мм	мм	мм
					a = 0,7
0,9	0,92	0,02	0,04	0,05	0,09
1					
0,9					
0,9					
0,9					

Померил микрометром:

Таблица 2.2

l	mean l	SE of mean l	sigma прибор	sigma сумм	delta сумм
мм	мм	мм	мм	мм	мм
					a = 0,7
1,02	1,012	0,004	0,004	0,006	0,011
1,01					
1,01					
1,02					
1					

У штангенциркуля и микрометра рассчитал среднее:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 X_i}{5}$$

Случайную погрешность:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Приборную погрешность:

$$\sigma_{\text{приб}} = \sqrt{\sigma_{\text{штц}}^2 + \sigma_{\text{счит}}^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\text{пред}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\sqrt{12}}\right)^2}$$

где $\omega = \Delta_{\text{пред}} = 0.1\text{мм}$ для штангенциркуля и $\omega = \Delta_{\text{пред}} = 0.01\text{мм}$ для микрометра.

Суммарную погрешность:

$$\sigma_{\text{сум}} = \sqrt{\sigma_{\text{приб}}^2 + \sigma_{\bar{X}}^2}$$

Полную погрешность:

$$\Delta X = \sigma_{\text{сум}} * \gamma_{0.7} = \sigma_{\text{сум}} * 1.83$$

Померил пацанской линейкой:

Таблица 2.3

N = 15	N = 20	N = 25	N = 30
мм	мм	мм	мм
15,5	21	25	30
15	20,5	25	29,5
15	20	25	30
15	20	25	30
15,5	20	24,5	29,5

По-пацански обработал линейчку:

Таблица 2.4

Data	mean l	SE of mean l	sigma lineyka	sigma sum	mean d	sigma d	d l	S d	Delta d l
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм
									a = 0,7
N = 15	15,2	0,1	0,4	0,5	1,01	0,03	1,00	0,01	0,02
N = 20	20,3	0,2		0,5	1,02	0,02			
N = 25	24,9	0,1		0,5	1,00	0,02			
N = 30	29,8	0,1		0,5	0,99	0,02			

Аналогично рассчитано среднее, случайная, приборная и суммарная погрешность для каждого значения N ($\omega = \Delta_{\text{пред}} = 0.5\text{мм}$).

Значение толщины одной шайбы:

$$\bar{d} = \frac{\bar{l}}{N}$$

Погрешность \bar{d} :

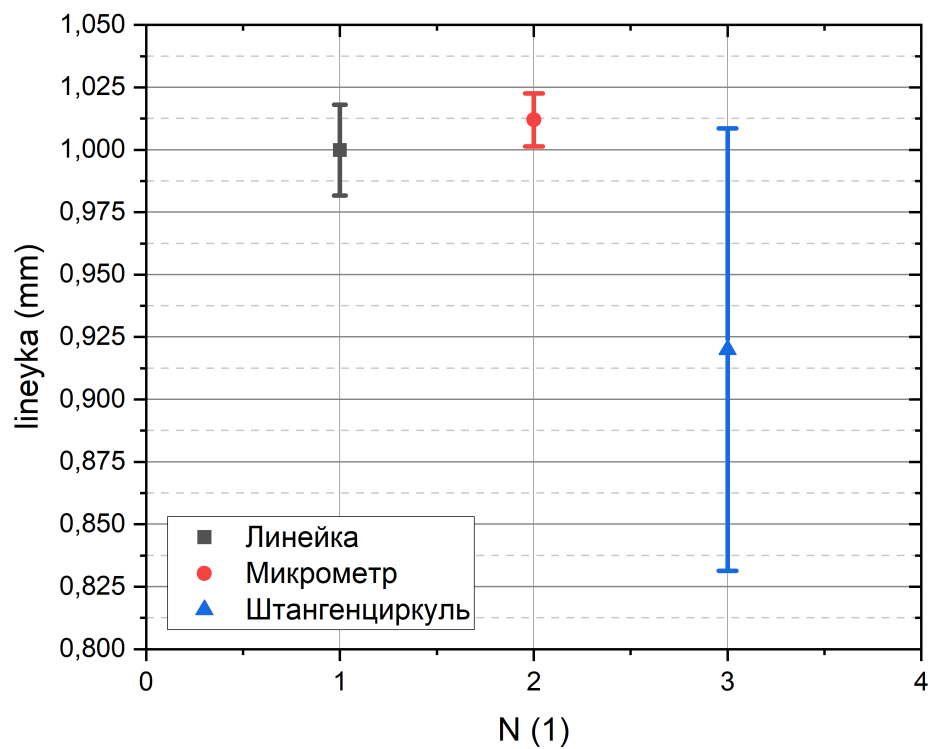
$$\sigma_{\bar{d}} = \frac{\sigma_{\bar{l}}}{N}$$

Получил полную погрешность домножив на коэффициент:

После обработки методом МНК получил:

$$d^l = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{d_i}{(\Delta d_i)^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\Delta d_i)^2}}$$

Графически можно представить все результаты так:



Вывод: пацанская линейка реально зарешала, она попала почти в значение прибора точнее ее на два порядка!

Все расчетные таблицы (файл формата originlab), как и остальное, что мне понадобилось при выполнении, находятся на моем гитхабе:

<https://github.com/serega-drakon/msu-labs>