

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
МГУ им. М.В. ЛОМОНОСОВА



ВВЕДЕНИЕ В ТЕХНИКУ ЭКСПЕРИМЕНТА

Лабораторный практикум

Лабораторная работа 1

Обработка результатов измерений на
примере измерения линейных размеров
тел, имеющих правильную
геометрическую форму.

Цель работы

Освоить обработку прямых и косвенных измерений физических величин (погрешностей полученных результатов), научиться оформлять лабораторные работы. Познакомиться с методами измерения, позволяющими увеличить точность результатов.

Теоретическая часть

Результат измерения есть случайная величина, т.е. заранее непредсказуем – меняется от опыта к опыту. Причин расхождения показаний измерений может быть много:

- Сама измеряемая величина не имеет четких границ или изменяется со временем (например, рост человека).
- Используемая нами модель измеряемого объекта может отличаться от действительности: например, мы хотим измерить диаметр мяча, а мяч не идеально круглый.
- При считывания показаний с приборов мы ограничены количеством цифр на цифровом индикаторе или числом делений в аналоговых приборах.
- Измерительные приборы не идеальны. Например, линейка может быть длиннее или короче эталонной.
- Условия проведения эксперимента влияют на результат измерения. Например, если мы измерим диаметр резинового мячика штангенциркулем зимой на улице и в комнате, результаты будут отличаться. А с какой силой прижимаем штангенциркуль к мячу? (мяч не деформируется?)
- ...

Для оценки «неточностей» измерений используется понятие **погрешность измерений** (неопределенность или ошибка измерений).

В данной задаче для обработки результатов эксперимента предложены общепринятые формулы, и даны некоторые пояснения применения этих формул. Более подробно можно познакомиться с этим материалом в [1].

Измерить – значит сравнить измеряемую величину с эталонной, что и производится измерительными приборами. В современных приборах высокого класса точности используется цифровая индикация. В менее точных приборах продолжает применяться аналоговая индикация с использованием шкал разных типов (например, стрелочные приборы и др.). Аналоговое представление информации более наглядно, особенно если нужно следить за быстро изменяющейся величиной. Аналоговые приборы обычно не требуют источников питания. Поэтому индикация по шкалам широко используется в приборах невысокого класса точности. В ряде случаев и высокоточные приборы содержат как цифровой, так и аналоговый индикаторы (для качественного представления результата).

Измерение линейных размеров в этой работе будет проводиться несколькими приборами со шкалами (аналоговыми индикаторами). Наиболее простым измерительным прибором является линейка. Величина наименьшего деления линейки называется ценой деления. Можно «на глаз» считать показания с линейки примерно до $1/3$ цены деления. Повысить точность считывания со шкалы можно следующими способами:

1. Уменьшить цену деления. Например, есть линейки с ценой деления 1 см, 0,5 см, 1 мм, 0,5 мм. Меньше 0,5 мм деления не наносят – их невозможно считать невооруженным глазом. Поэтому точность линейки сравнительно невелика.
2. Использовать несколько шкал с возрастающей точностью. Первая шкала позволяет грубо выбрать определенный интервал, что дает первые 1 – 2 цифры результата. Каждая последующая шкала обеспечивает возможность измерения в пределах цены деления предыдущей шкалы. Такой метод используется, например, в стрелочных часах (часовая, минутная и секундная шкалы), секундомерах, а также в микрометре (см. стр.4).
3. Использовать нониус – вспомогательную шкалу, которая позволяет увеличить в несколько раз точность считывания по существующей шкале [2].

Считается, что Авицена (он же Ибн Сина, 980 – 1037 гг.) впервые описал принцип измерения углов с помощью приспособления типа нониуса. Современная конструкция шкалы для линейных измерений была предложена в 1631 г. французским математиком П. Вернье, в честь которого её также называют «верньер». Название «нониус» это приспособление носит в честь португальского математика Петра Нониуса, который раньше изобрёл прибор другой конструкции (для измерения углов), но использующий тот же принцип. На рис.1 представлен вид прибора Нониуса. Прибор Нониуса был неудобен, поэтому его вытеснил верньер, но название осталось.

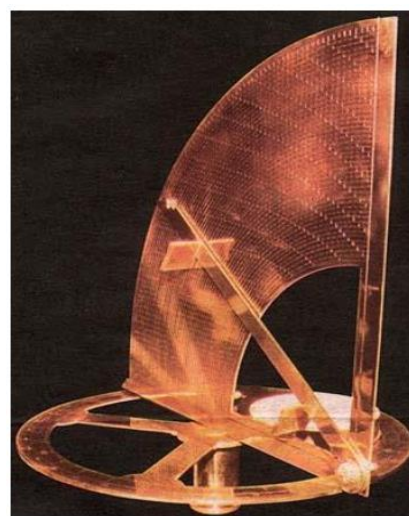


Рис. 1. Вид прибора Нониуса для измерения углов.

Работа нониуса основана на следующем принципе: точность визуальной интерполяции положения указателя между делениями шкалы низка (около $1/3$ деления), однако глаз может с гораздо большей точностью фиксировать точное совпадение двух рисок. Ошибка в регистрации такого совпадения составляет доли толщины риски, что при тонких рисках значительно меньше, чем $1/3$ расстояния между делениями. Нониус представляет собой связанную с указателем подвижную шкалу, скользящую вдоль основной шкалы. Обычно на практике точность считывания бывает 0,1 мм, 0,05 мм или 0,025 мм. Длина шкалы нониуса тоже может быть разной: 19 мм, 9 мм, 39 мм – см. рис.3 (чаще используют 19 мм).

Например, шкала нониуса длиной 9 мм разделена на 10 частей (рис.2, верхний). Одно деление нониуса составляет $9/10 = 0,9$ мм, что на 0,1 мм меньше миллиметра. Все последующие штрихи нониуса наносят с таким же интервалом. Поэтому, если сдвинуть «0» нониуса на 0,1 мм от нуля основной шкалы (рис.3а), то первое деление нониуса совпадет с миллиметровым делением основной шкалы. Если совпадет второй штрих шкалы нониуса, значит, ноль нониуса на 0,2 мм сдвинут от нуля основной шкалы (рис.3б) и т.д.

Если шкала нониуса длиной 19 мм разделена на 10 частей, по 1,9 мм каждая (рис. 2, внизу): точность такая же, как и в предыдущем случае, но (для глаз) работать удобнее.

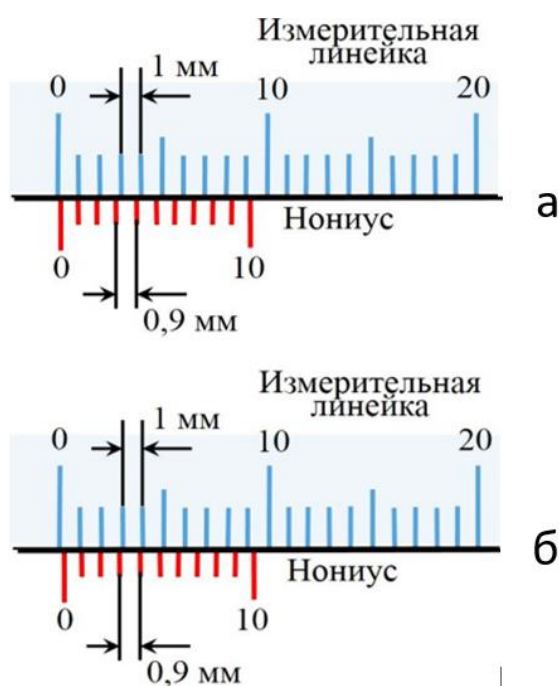


Рис.3. Примеры считывания со шкалы нониуса: а – между «нулями» основной шкалы и нониуса 0,1 мм (совпадает первая риска шкалы нониуса с делением основной шкалы), б – 0,2 мм.

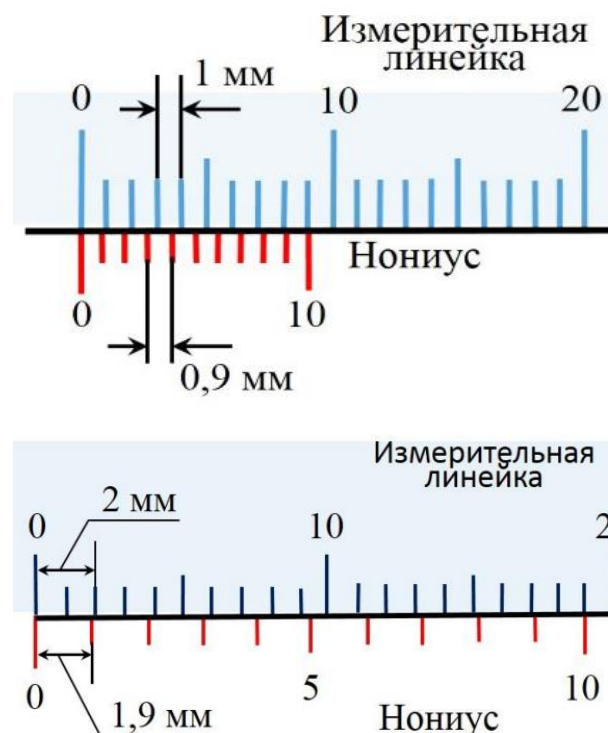


Рис.2. Нониусы штангенциркуля с точностью отсчета 0,1 мм.

При считывании показаний с приборов с нониусом, сначала записывают целое число делений основной шкалы между «0» основной шкалы и нониуса (рис.4 это 3 деления – 3 мм), потом выбирают риску шкалы нониуса, максимально совпадающую с каким-либо делением основной шкалы (пятое деление с рис.4). Результат: 3,5 мм.



Рис. 4. Пример измерения с помощью штангенциркуля.

Нониусы бывают линейными и угловыми. **Штангенциркуль** – инструмент с линейным нониусом (рис.5).

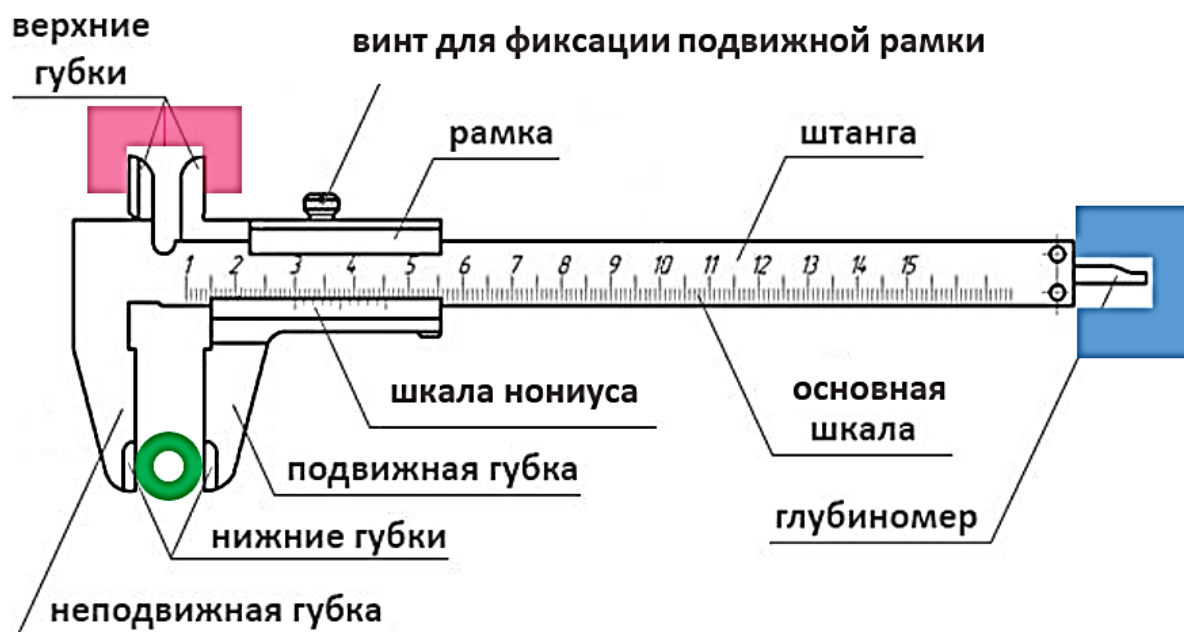


Рис. 5. Внешний вид штангенциркуля.

Перед измерениями штангенциркулем нужно убедиться в его исправности. Инструмент пригоден для работы, если на нем не обнаружено забоин и других механических повреждений, его губки не имеют перекоса, **нулевые штрихи нониуса и штанги совпадают**, а между рамкой и штангой не ощущается ни зазора, ни трения.

Штангенциркуль показывает точные размеры в том случае, когда он установлен правильно, без перекоса, его губки плотно соприкасаются с измеряемой деталью, но в то же время деталь имеет возможность скользить между губками.

Микрометр (рис.6) состоит из следующих основных частей: скобы с неподвижным цилиндром и барабана, который накручивается на этот цилиндр. Две линейные шкалы (основная и вспомогательная – см. рис.6) нанесены на неподвижный цилиндр. На барабан – микрометрическая шкала. При вращении барабана перемещается подвижная измерительная штанга. В конце микрометрического винта вкручивается трещотка, которая регулирует нажим на измеряемое тело и ограничивает передвижение винта по втулке.

Отсчет по линейной шкале микрометра производится по последнему делению, не закрытому вращающимся барабаном (по основной шкале – целое число миллиметров, и по вспомогательной – с точностью до 0,5 мм).

Точная микрометрическая шкала содержит, как правило, 50 делений; цена деления указана на барабане и обычно составляет 0,01 мм. В этом случае один

поворот барабана дает смещение измерительной штанги на 0,5 мм, т.е. на одно деление линейной шкалы. Отсчет по микрометрической (вращающейся) шкале производится по делению барабана, совпадающему с неподвижной продольной риской, вдоль которой нанесены деления основной шкалы. Результат получают суммированием показаний двух шкал с учетом цены их делений. Например, на рис. 6 результат составляет 5,61 мм (5,5 мм по линейной шкале плюс 0,11 мм по точной шкале). [3].

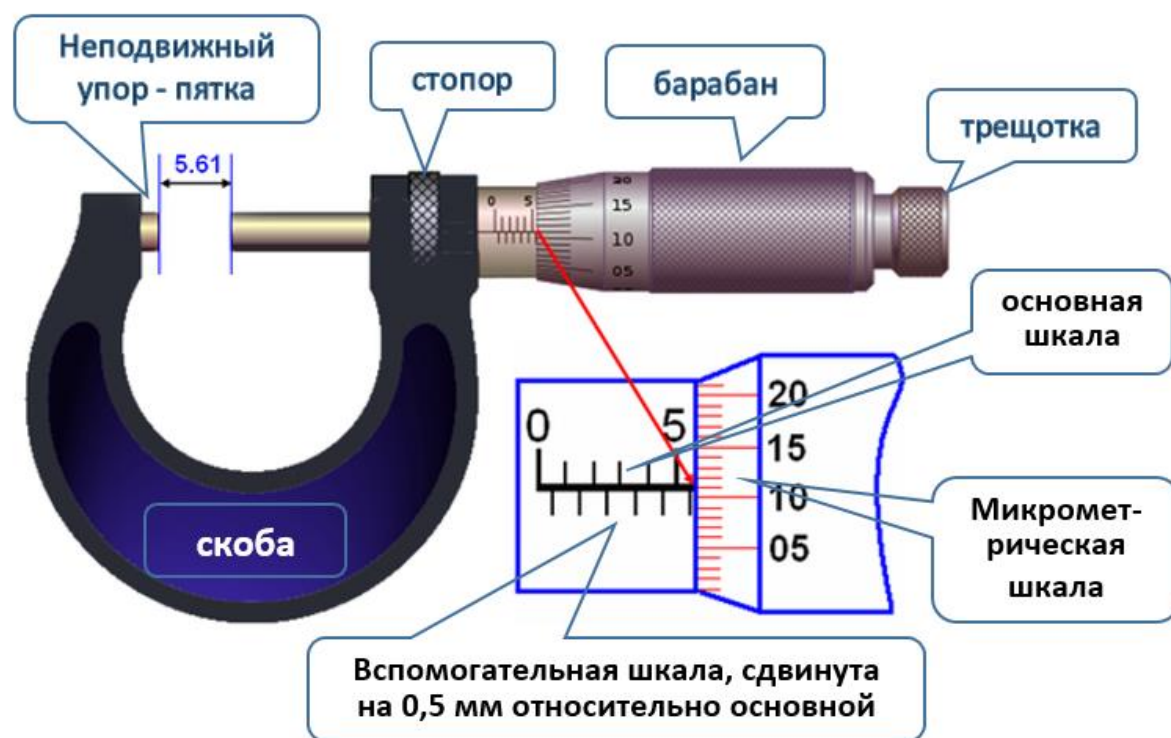


Рис. 6. Устройство микрометра.

Основным источником ошибок при измерении микрометром является зависимость показаний от прижимающего усилия, поэтому прикладываемое к винту усилие должно быть нормировано. Это достигается при вращении барабана микрометра за его оконечную выступающую часть - трещотку, связанную с винтом и передающую на него нормированный вращающий момент.

Вращение непосредственно самого барабана при зажиме измеряемой детали не допускается, иначе можно повредить микрометрическую резьбу винта микрометра.

Измерение массы тела. Взвешивание. В последние годы в лабораторных исследованиях широкое применение получили электронные весы. Принцип действия электронных весов сводится к измерению силы (веса), воздействующей на первичный датчик, преобразующий это воздействие в пропорциональный выходной электрический сигнал.

Различают три типа датчиков, применяемых сегодня в весовом оборудовании: вибродаточные (струнные), пьезокварцевые и тензометрические. Действие первых основано на изменении частоты колебаний натянутой металлической струны в зависимости от приложенной к датчику силы (т. е. в зависимости от собственной массы груза, положенного на платформу). Пьезокварцевые датчики действуют по принципу изменения частоты колебаний кварцевого кристалла, механически связанного с упругим элементом, под воздействием приложенной к нему силы. Тензометрические датчики. В переводе с латинского «тензо» означает «деформация». Тензорезистор – это ключевой элемент в устройстве таких электронных весов. В результате деформации тензорези-



стора его электрическое сопротивление изменяется пропорционально весу взвешиваемого предмета. Тензодатчики – самые надежные и точные устройства для измерения силы тяжести. По этой причине весы на базе таких датчиков – самые распространенные. При выполнении лабораторной работы используются электронные весы с тензодатчиками. На рис. 7 представлена фотография таких весов.

Рис. 7. Электронные весы Notebook 1108-5.

Дома, при подготовке к работе надо написать конспект теоретической части, переписать приборы, используемые в задаче. Приготовить таблицы для эксперимента. Образец оформления см. в [4]. Название работы, каждого упражнения и таблиц обязательно должны присутствовать в тетради. Перед началом работы, получив приборы, проверьте их соответствие и точность, если вам выдали другие приборы, исправьте это в конспекте.

Экспериментальное оборудование

При проведении данной лабораторной работы используются следующие приборы и образцы:

1. Линейка (точность 0,5 мм).
2. Штангенциркуль (точность 0,1 мм).
3. Микрометр (точность 0,01 мм).
4. Исследуемые образцы, форма одного из них показана на рис. 8.
5. Весы Notebook 1108-5 (предел взвешивания 500 г; разрешение 0,01 г, точность 0,05 г).
6. Стержень с закрепленными на нем шайбами.

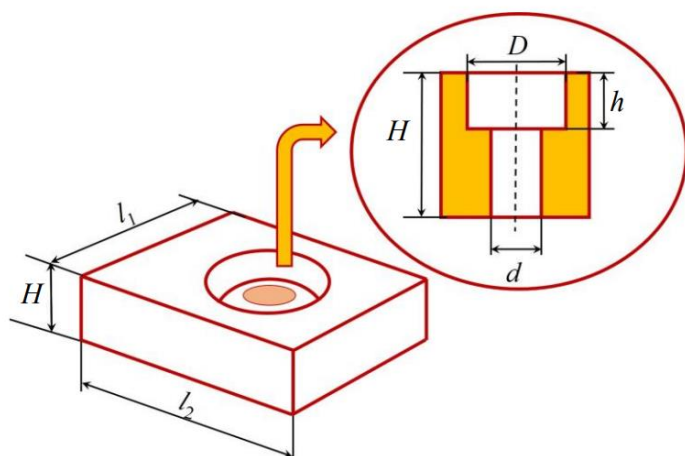


Рис. 8. Примерная форма и обозначение размеров исследуемых образцов из различных материалов (на вставке показаны обозначения размеров отверстия сложной формы)

Проведение эксперимента

Упражнение 1.

Определение плотности тел правильной геометрической формы.

Плотность однородного тела равна

$$\rho = m/V,$$

где m – масса рассматриваемого тела, V – его объем.

1. Измерьте массу m исследуемого образца. Для этого включите весы нажатием клавиши [ON / OFF]. Проверьте, что выставлены единицы измерения – граммы (на индикаторе – «g»). После отображения на индикаторе «0,0» поместите образец на платформу весов. Запишите значение массы в табл. 1.1. Измерение массы провести один раз, считая, что случайная погрешность гораздо меньше систематических погрешностей.

Таблица 1.1. Масса исследуемого образца

$m, \text{г}$	$\sigma_{\text{весов}}, \text{г}$	$\sigma_{\text{счит}}, \text{г}$	$\sigma_{\text{сум}}, \text{г}$	$\alpha = 0,7; \Delta m, \text{г}$	$\alpha = 0,9; \Delta m, \text{г}$

2. Проведите измерения линейных размеров (l_1, l_2, H, h, d, D) образца с помощью штангенциркуля. Измерение каждого линейного размера проведите $n = 5$ раз на **различных участках образца** (так как деталь может иметь не идеальную форму параллелепипеда, а отверстие – не идеальный цилиндр). Результаты измерений запишите в табл. 1.2.

Таблица 1.2. Экспериментальные значения линейных размеров образца

n	$l_1, \text{мм}$	$l_2, \text{мм}$	$H, \text{мм}$	$h, \text{мм}$	$D, \text{мм}$	$d, \text{мм}$
1						
2						
3						
4						
5						

Вычисление объема тела и плотности материала

Во время проведения расчетов надо оставлять 3-4 значащие цифры в погрешности и соответственно **округлять результат: с запасом, чтобы расчеты не вносили дополнительные погрешности.**

1. Вычислите стандартное отклонение погрешности весов

Приборные погрешности обусловлены: во-первых, разными условиями проведения измерений (температура, влажность, и т.д.) – в инструкции к прибору указывают необходимые условия – их надо соблюдать. Во-вторых, разбросом параметров деталей в приборах при промышленном производстве. Приборная (предельная) погрешность (или формула для ее вычисления) указывается в паспорте прибора.

Считаем, что предельная погрешность связана со *среднеквадратичной погрешностью* формулой $\sigma_{\text{весов}} = \frac{\Delta_{\text{пред}}}{3}$, где $\Delta_{\text{пред}} = 0,05$ г предельная погрешность используемых в задаче весов. Запишите в тетрадь расчетную формулу, цифры, в нее подставленные, результат. Запишите результат в таблицу 1.1.

В цифровых приборах погрешность *считывания*, как правило, учитывают в приведенной в паспорте формуле для расчета погрешности. Или, ее можно учесть, как $\sigma_{\text{счит}} = \frac{\omega}{\sqrt{12}}$, где ω – разрешение прибора (0,01г). Запишите расчет в тетрадь и результат – в таблицу 1.1.

Источники погрешностей измерений могут быть разными: это и сама измеряемая величина, и измерительные приборы, погрешность считывания показаний с приборов и т.д. Как правило, они независимы. Тогда общая погрешность – стандартное отклонение – находится квадратичным суммированием отдельных погрешностей (например, для погрешностей случайных, приборных, считывания по шкалам, округления и т.д.)

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{S_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{прибор}}^2 + \sigma_{\text{счит}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2 + \dots}$$

Определите стандартное отклонение суммарной погрешности однократного измерения массы, учитывая погрешность весов и считывания ($\sigma_{\text{весов}}$ и $\sigma_{\text{счит}}$)

Результаты измерений принято представлять как: $\bar{X} \pm \sigma_{\bar{X}}$ (*среднее арифметическое \pm стандартное отклонение среднего арифметического*). С точки зрения теории вероятности смысл величины *стандартного отклонения среднего арифметического* таков: *истинное значение среднего арифметического*, которое мы получили бы при бесконечном числе измерений, находится в интервале $(\bar{X} - \sigma_{\bar{X}}; \bar{X} + \sigma_{\bar{X}})$ с вероятностью примерно 70% для Гауссова распределения функции плотности вероятности. Но: не всегда возможно (и целесообразно) проводить много измерений, чтоб набрать

статистику. Не всегда известна функция плотности вероятности случайной величины измерений. Приборные погрешности всегда имеют систематическую составляющую, а теория ошибок подразумевает, что все отклонения случайные. Тогда, чтобы адекватно (а не слишком точно) оценить результат, используют дополнительные коэффициенты (множители). Если погрешности только случайные (систематическими можем пренебречь), но мало измерений, используют коэффициенты Стьюдента. Если есть систематические погрешности или неизвестна функция плотности вероятности случайной величины, используют коэффициенты Чебышёва.

Вычислите доверительный интервал для суммарной погрешности массы $\Delta_m = \gamma_\alpha \cdot \sigma_{\text{сум}}$, где γ_α коэффициент Чебышёва. Значения коэффициента Чебышёва γ_α при различных коэффициентах доверия α приведены в таблице 1.3. Вычисление Δ_m проведите для $\alpha = 0,7$ и для $\alpha = 0,9$.

Таблица 1.3. Коэффициенты Чебышёва γ_α для различных значений коэффициента доверия α

α	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
γ_α	1,41	1,58	1,83	2,24	3,16	4,47

2. Обработайте результаты измерений линейных размеров детали.

2.1. Вычислите среднее (арифметическое) значение каждого из линейных размеров и запишите их в таблицу 1.4.

2.2. Вычислите **выборочное стандартное отклонение среднего арифметического** для каждого из линейных размеров образца.

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

В тетрадь надо записать расчет только одной из величин (формула, числа, в нее подставленные, ответ) – однотипные расчеты многократно приводить не надо. Результаты всех вычислений внесите в таблицу 1.4.

Таблица 1.4. Средние значения линейных размеров образца и их погрешности

параметр X	\bar{X} , мм	$\sigma_{\bar{x}}$, мм	σ_{np} , мм	$\sigma_{\bar{x}_{\text{сум}}}$, мм	$\alpha = 0,7;$ $\Delta_{\bar{x}}$, мм
l_1					
l_2					
H					
h					
D					
d					

2.3. Определите стандартное отклонение приборной погрешности для штангенциркуля

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma_{\text{штц}}^2 + \sigma_{\text{счит}}^2}, \text{ где } \sigma_{\text{штц}} = \frac{\Delta_{\text{пред}}}{3}, \quad \sigma_{\text{счит}} = \frac{\omega}{\sqrt{12}},$$

$\omega = \Delta_{\text{пред}} = 0,1$ (или та величина, что указана на штангенциркуле).

Расчеты запишите в тетрадь, полученные значения - в таблицу 1.4.

2.4. Определите стандартное отклонение для суммарной погрешности среднего значения:

$$\sigma_{\bar{x}_{\text{сум}}} = \sqrt{\sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\bar{x}}^2}.$$

2.5. Определите доверительный интервал для суммарной погрешности измерения линейных размеров образца

$$\Delta_{\bar{x}} = \gamma_{\alpha} \cdot \sigma_{\bar{x}_{\text{сум}}}.$$

3. **Вычислите среднее значение объема тела.** Объем тела – косвенное измерение.

Если использовать математическую терминологию, то результат косвенных измерений – это функция n переменных, где переменные – это прямо измеренные величины: $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i = \bar{x}_i \pm \sigma_{\bar{x}_i}$ ($i = 1 \dots n$) – результаты прямых измерений n независимых величин, $\sigma_{\bar{x}_i}$ - погрешности средних значений прямых измерений. В качестве наилучшего значения средней величины косвенных измерений $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ принимается значение функции y от средних значений результатов прямых измерений $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$. [1; 4]

Вычислите стандартное отклонение погрешности объема тела.

Для расчета стандартного отклонения нам потребуется рассчитывать частные производные от функции многих переменных.

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$ – частная производная функции f , по i -той переменной:

рассчитываем ее как обычную производную по x_i , остальные переменные считаем константами, равными средним значениям.

Стандартное отклонение рассчитываем по формуле:

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1 \\ \dots \\ x_n=\bar{x}_n}} \cdot \sigma_{x_1} \right)^2 + \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1 \\ \dots \\ x_n=\bar{x}_n}} \cdot \sigma_{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1 \\ \dots \\ x_n=\bar{x}_n}} \cdot \sigma_{x_n} \right)^2}$$

или

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\substack{x_1=\bar{x}_1 \\ \dots \\ x_n=\bar{x}_n}} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 \right]}$$

4. Определите среднюю плотность материала образца и его погрешность. Все формулы и расчеты запишите в тетрадь. Результаты запишите в табл. 1.5.

Таблица 1.5. Значения плотности (ρ) материала образца

$\bar{\rho}$, г/см ³	$\sigma_{\bar{\rho}}$, г/см ³	$\alpha = 0,7; \Delta_{\bar{\rho}}$, г/см ³

Определите доверительный интервал для суммарной погрешности определения плотности вещества для $\alpha = 0,7$ и $\alpha = 0,9$

Определите материал, из которого изготовлена деталь, по таблице в приложение.

Упражнение 2.

Определение толщины шайбы.

1. С помощью **штангенциркуля** измерьте толщины шайбы $d^{\text{ш}}$ в пяти различных местах (или пяти различных шайб). Результаты измерений запишите в таблицу 1.6.

Таблица 1.6. Толщина шайбы, измеренная штангенциркулем

n	$d^{\text{ш}}$, мм	$\overline{d^{\text{ш}}}$, мм	$\sigma_{\overline{d^{\text{ш}}}}$, мм	$\sigma_{\text{ш}}^{\text{ш}}$, мм	$\sigma_{\text{сум}}^{\text{ш}}$, мм	$\alpha = 0,7; \Delta_{\text{сум}}^{\text{ш}}$, мм

2. С помощью **микрометра** измерьте в пяти различных местах толщину шайбы $d^м$. Результаты измерений занесите в табл. 1.7.

При измерениях держать микрометр за скобу. Раскручивать (увеличивать расстояние между измерительными штангами) за барабан, закручивать – за трещотку. Перед началом измерений проверьте «0» микрометра: немного открутите за барабан, закрутите трещоткой. Если «0» микрометрической шкалы смещен более, чем на одно деление, надо или заменить прибор, или учитывать это смещение как поправку к результату.

Таблица 1.7. Толщина шайбы, измеренная микрометром

n	$d^м, мм$	$\overline{d^м}, мм$	$\sigma_{\overline{d^м}}, мм$	$\sigma^м_{пр}, мм$	$\sigma^м_{сум}, мм$	$\alpha = 0,7;$ $\Delta^м_{сум}, мм$

3. Для определения толщины шайбы **линейкой** используется стержень, на котором размещены одинаковые шайбы (около 50) (рис. 9). Отсчитайте $Nl = 15$ шайб и с помощью линейки измерьте их суммарную толщину l . Измерение проведите не менее пяти раз (меняя начальную сторону замера, переворачивая линейку и т.д.). Результаты измерений занесите в таблицу 1.8.

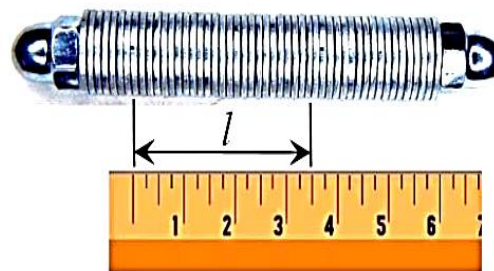


Рис. 9. Измерение толщины шайбы линейкой.

Таблица 1.8. Суммарная толщина шайб l , измеренные с помощью линейки

n	$l, мм$			
	N 15	N 20	N 25	N 30
1				
2				
3				
4				
5				

4. Аналогично п. 3 проведите измерения, для числа шайб 20, 25, 30. Результаты измерений запишите в таблицу 1.8.

Вычисления

1. Найдите среднее значение толщины шайбы по результатам измерений штангенциркулем $\overline{d^ш}$. Все результаты записывайте в таблицу 1.6.

2. Вычислите выборочное стандартное отклонение среднего арифметического $\sigma_{\bar{d}_{ш.}}$. Запишите в тетрадь формулу и расчёт (и далее для всех пунктов).
3. Определите стандартное отклонение для приборной погрешности штангенциркуля $\sigma_{np}^{ш}$ (аналогично 1 упр.).
4. Определите стандартное отклонение для суммарной погрешности среднего значения толщины шайбы $\sigma_{сум}^{ш}$.
5. Определите доверительный интервал для суммарной погрешности измерения толщины шайбы штангенциркулем $\Delta_{сум}^{ш} = \gamma_{\alpha} \cdot \sigma_{сум}^{ш}$.
6. Аналогично пп.1-6 проведите обработку результатов таблицы 1.7: для измерений толщины шайбы микрометром. Результаты запишите в табл. 1.7. Все расчеты запишите в тетрадь.
7. Найдите среднее значение толщины стопки шайб \bar{l} для различного числа шайб N . Вычислите среднеквадратичную погрешность среднего арифметического $\sigma_{\bar{l}}$. Для одного N_i представьте полный расчет в тетради. Результаты запишите в табл. 1.9.

Таблица 1.9. Значение толщины шайбы, полученное с помощью линейки для различного числа шайб на стержне

N_i	$\bar{l},$ мм	$\sigma_{\bar{l}},$ мм	$\sigma_{сум}^l,$ мм	$\sigma_{\bar{l}}^{сум},$ мм	$\bar{d}_l,$ мм	$\sigma_{\bar{d}_l},$ мм	$d^l,$ мм	$S_d^l, мм$	$\alpha = 0,7;$ $\Delta^l, мм$
$N15$									
$N20$									
$N25$									
$N30$									

8. Определите приборную погрешность линейки (с учетом погрешности считывания). Запишите расчеты в тетрадь.
9. Определите суммарную погрешность толщины стопки шайб $\sigma_{сум}^{\bar{l}}$ для всех N_i .
10. Определите среднее значение толщины шайбы \bar{d}_l для различного числа N_i и среднеквадратичную погрешность среднего арифметического $\sigma_{\bar{d}_l}$:

$$\bar{d}_l = \bar{l}/N_i, \quad \sigma_{\bar{d}_l} = \sigma_{сум}^{\bar{l}}/N_i.$$

Для одного N_i представьте расчет в тетради.

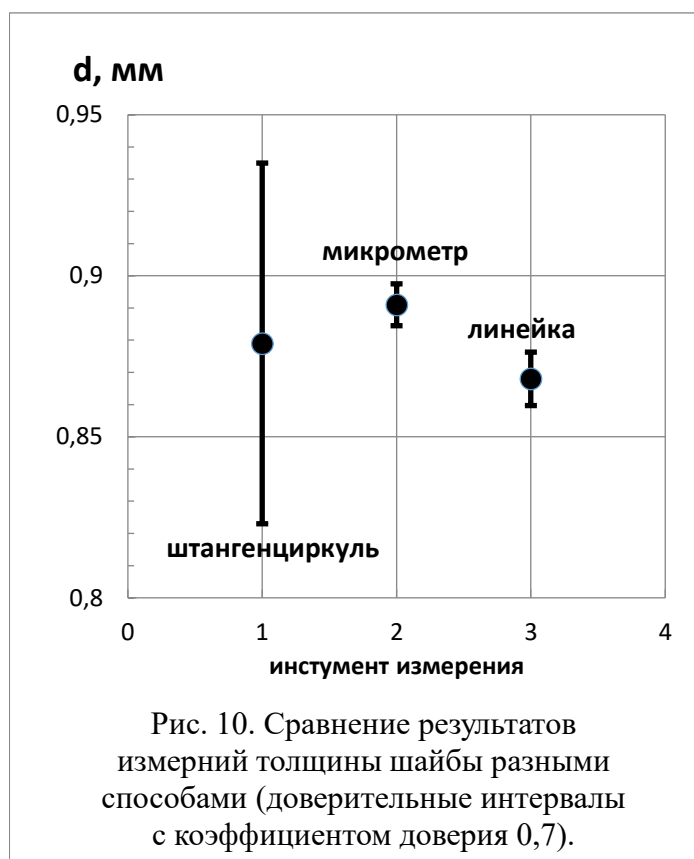
11. В результате четырех независимых измерений получены четыре значения толщины шайбы. Рассмотрим эти значения как результаты совместных изме-

рений. Методом наименьших квадратов (случай объединения результатов различных измерений) найдите оценку толщины шайбы и ее среднеквадратичного отклонения по формулам:

$$d^{\text{л}} = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{\overline{d_i}}{(\sigma_{\overline{d_i}})^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\sigma_{\overline{d_i}})^2}}, \quad S_d^{\text{л}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{(\sigma_{\overline{d_i}})^2}\right)^2}}$$

12. Вычислите доверительный интервал для суммарной погрешности определения толщины шайбы (аналогично п.5).

13. Сравните полученный в п. 12 результат, со значениями, полученными при измерении штангенциркулем и микрометром. Сформулируйте вывод. Для наглядности результаты представьте графически с использованием линейной шкалы, отмечая на ней значения толщины шайбы, измеренных с помощью штангенциркуля, микрометра и линейки, и соответствующие доверительные интервалы для суммарной погрешности (см. рис.10).



Основные итоги работы

В результате выполнения лабораторной работы должны быть определены масса и объем детали, плотность материала ρ , из которого она изготовлена. Должна быть измерена толщина шайбы разными инструментами. Выписать эти результаты. **При записи результата с доверительным интервалом обязательно указывать коэффициент доверия.**

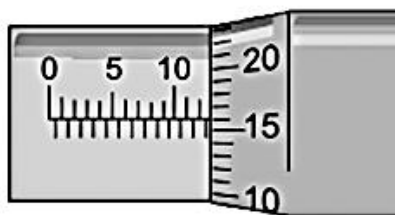
Выводы

По величине плотности (с учетом погрешности) необходимо определить материал, из которого изготовлена деталь.

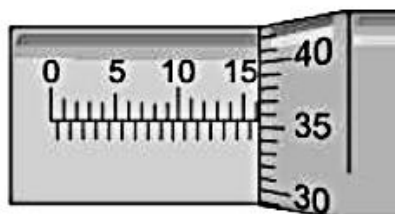
По значениям толщины шайбы, полученными с помощью штангенциркуля, микрометра и линейки, определить наиболее точный метод.

Контрольные вопросы

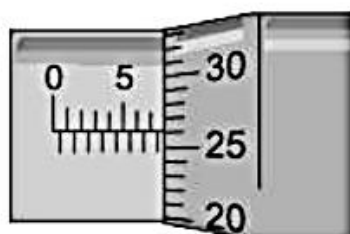
1. Считайте показания с микрометра и штангенциркуля с рисунков:



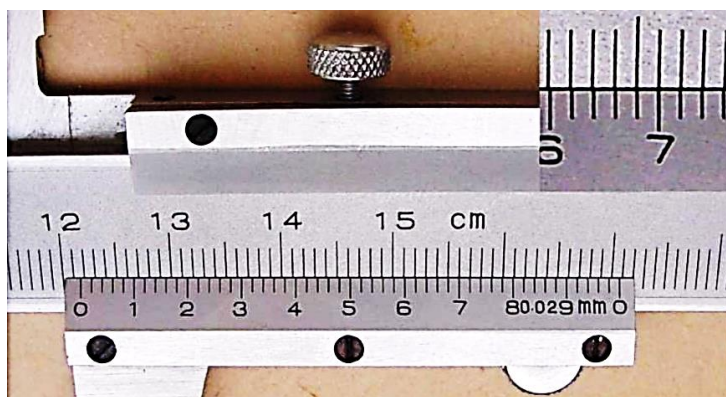
а



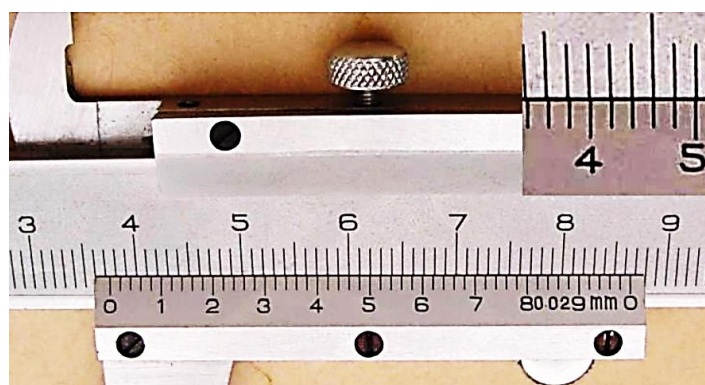
б



в



г



д

2. Округлите результат и вынесите множитель там, где это целесообразно (приложение 2):

$$38,982 \pm 1,987$$

$$81152 \pm 3275$$

$$0,05429 \pm 0,00132$$

$$0,0040972 \pm 0,000073$$

3. Запишите формулы для расчета объема простейших тел правильной геометрической формы и для расчета погрешности объема (например, цилиндра, если известен диаметр основания $D \pm \sigma_D$ и высота цилиндра $H \pm \sigma_H$).

4. Как можно уменьшить погрешность измерений?

Литература

1. Митин И.В., Русаков В.С. Анализ и обработка экспериментальных данных. М.: Физический факультет МГУ, 2004, 43с
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/IIIтангенциркуль>
3. https://www.vseinstrumenti.ru/ruchnoy_instrument/izmeritelnyj/mikrometry/articles/kak-polzovatsya-mikrometrom/
4. <http://genphys.phys.msu.ru/rus/ofp/vtek/> Общие сведения о практикуме ВТЭК и основные формулы оценки погрешностей.

Приложение 1. Плотность некоторых веществ (при комнатной температуре)

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3
Алмаз	3,51
Алюминий	2,7
Вольфрам	19,34
Дерево сухое, дуб	0,7-0,93
Дюралюминий	2,79
Железо	7,88
Константан	8,9
Латунь	8,3-8,7
Серебро чистое	10,5
Сталь	7,7-7,9
Стекло оконное	2,5
Стекло органическое	1,2
Текстолит	1,38
Эбонит	1,2

Приложение 2. *Округление результата.*

При окончательной записи результата необходимо провести **округление полученных чисел**. В правилах округления фигурирует понятие «значащая цифра». **Значащие цифры**: все цифры от первой слева, не равной «0», до последней справа.

Примеры: 123,5 – четыре значащие цифры;
0,0023 – две значащие цифры;
1000,00 – шесть значащих цифр.

Правила округления (упрощенные [1]):

- Сначала округляют погрешность – до одной, двух **значащих цифр**: если первая значащая цифра 1 или 2 – округляем до двух значащих цифр; если 3-9 – до одной.
- После этого округляют результат так, чтобы последняя значащая цифра результата соответствовала последней значащей цифре погрешности.

Пример: $1,00056 \pm 0,08231 \rightarrow 1,00 \pm 0,08$
 $12895 \pm 786 \rightarrow \cancel{12900 \pm 800}$ – неправильно! Мы оставили в погрешности три значащих цифры. Надо вынести множитель 10^3 .
 $12895 \pm 786 \rightarrow (12,9 \pm 0,8) 10^3$

Когда выносим множитель 10^n , общепринято, чтобы n было кратно 3.

У погрешности и результата должен быть один и тот же множитель.

Во время проведения расчетов имеет смысл оставлять 2-4 значащие цифры в погрешности и соответственно **округлять результат: с запасом, чтобы расчеты не вносили дополнительные погрешности**. Конечный итог представить по приведенным выше правилам.