Лабораторная работа №7.

Решение систем линейных алгебраических уравнений. Исследование систем линейных алгебраических уравнений с параметром на совместность

<u>Задание 1.</u> Решить СЛАУ (систему линейных алгебраических уравнений) (см. табл. 1) двумя способами (матричным и по формулам Крамера). Сделать проверку решения.

<u>Задание 2.</u> Решить СЛАУ (см. табл. 2) методом Гаусса. Сделать проверку решения.

<u>Задание 3.</u> Дана матрица A (см. табл. 3). Найти ранг матрицы A при помощи элементарных преобразований.

Задание 4. Выяснить, является линейно зависимой или линейно независимой система векторов $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ (см. табл. 4).

<u>Задание 5.</u> Найти собственные числа и соответствующие им собственные векторы матрицы (см. табл. 5).

Таблица 1

Bap	СЛАУ	Bap	СЛАУ	Bap	СЛАУ
1	$\begin{cases} x + 5y + 5z = 9 \\ x + 5y + z + 0 \\ 3x + 4y + 2z = 8 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x+9y-4z=9\\ 2x+5y-3z=4\\ 5x+6y-2z=18 \end{cases}$	3	$\begin{cases} x+y-z=-2\\ 2x-4y+z=-4\\ 2x+y=5 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ 2x + 3y - 7z = 16 \\ 5x + 2y + z = 16 \end{cases}$	5	$\begin{cases} 2x + y = 5\\ x + 3z = 16\\ 5y - z = 10 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 7x + 2y + 2z = 15 \\ 5x - 2y + 2z = 15 \\ 10x - 11y + 5z = 36 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 2x - y - 2z = 8 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x - 2y + z = 1\\ 4x - 5y + z = 0\\ -9x + y - 2z = -10 \end{cases}$	9	$\begin{cases} 2x - y + 5z = 6 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x+3y=7\\ 2x+y-z=1\\ 4x-3y-2z=-8 \end{cases}$	11	$\begin{cases} x + 2y - 4z = 0 \\ 3x + y - 3z = -1 \\ 2x - y + 5z = 3 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ x + y - 2z = 4 \\ 3x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x+y-2z=1\\ 2x+3y+z=0\\ x-2y-z=7 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x - y + 2z = -4 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0 \\ x + y - 2z = -7 \\ x - 2y + 3z = 3 \end{cases}$
16	$\begin{cases} x + 5y - z = -1 \\ 2x + y - 2z = 7 \\ x - 4y - z = 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 3 \\ 2x + y - z = -5 \\ 5x - y + 3z = 4 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x + 3y - z = 2\\ x + 2y + 3z = 0\\ x - y - 2z = 6 \end{cases}$

Таблица 2

Bap	СЛАУ	Bap	СЛАУ
	$\left(x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1\right)$		$\int x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6$
1	$3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4$	2	$x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8$
_	$\int 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6$	4	$\int 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4$
	$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4$		$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8$
	$\left(x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -1\right)$		$2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 5$
3	$2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -3$	4	$x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 = -1$
	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = 4 \end{cases}$	7	$\left\{ -3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = -4 \right\}$
	$-x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1$		$2x_1 - x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 6$
	$3x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -4$		$5x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 9$
	$\left(x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5\right)$		$\int x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5$
5	$\int x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4$	6	$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$
3	$\int 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12$	U	$\int 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1$
	$4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5$		$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5$
	$\left(x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12\right)$		$\int 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8$
7	$\int 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0$	8	$\int x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9$
,	$\int 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4$		$2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5$
	$7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16$		$x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0$
	$\int x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20$		$\int 4x_1 + x_2 - x_4 = -9$
9	$\int 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9$	10	$\int x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7$
	$\int 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9$	10	$\begin{cases} 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12\\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$
	$3x_2 - 5x_3 = 1$		$x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0$
	$\int 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4$		$\int x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8$
11	$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$	12	$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$
	$3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6$	- -	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$
	$3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6$		$\left(x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10\right)$

	$\int -x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -3$		$\int 5x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3$
13	$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 - x_3 - x_4 = -7 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$	14	$\begin{cases} -2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$
	$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -4$		$-3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 5$
	$3x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -5$		$\left(-x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -3 \right)$
	$\int 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1$		$\int x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0$
15	$\int 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2$	16	$\int x_2 - 2x_3 - x_4 = 2$
13	$3x_1 - x_3 + x_4 = -3$	10	$x_1 - x_2 - x_4 = -1$
	$2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6$		$\left[-x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \right]$
	$\int 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3$		$\int x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -8$
17	$2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1$	18	$2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -7$
17	$3x_1 - x_3 + x_4 = -3$	10	$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$
	$2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6$		$-4x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4$
	$\int 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9$		$\int 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12$
19	$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8$	20	$x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12$
19	$\int 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$	4 0	$3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0$
	$x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1$		$5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4$

Таблина 3

					таолица 3
Bap	Матрица	Bap	Матрица	Bap	Матрица
1	$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 & 15 \\ -4 & 14 & -2 & 23 \\ 2 & 2 & -2 & 9 \end{bmatrix}$	2	2 2 4 -3 5 4 3 8 5 -1 5 4 10 -2 7 -3 5 -6 -4 1 2 1 4 8 -6	3	$ \begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 0 & 4 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 14 \\ 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix} $
4	4 -6 5 -3 0 1 -2 3 5 -3 8 -18 13 -15 18 -24 5 -5 12 -24	5	5 2 10 4 1 -3 3 -6 -6 3 -6 4 -12 -5 -1 4 5 8 3 1 -8 1 -16 -10 2	6	1 4 2 0 -3 -3 5 -6 -16 8 2 -14 -3 10 13 -3 10 13

7	-4 10 -3 1 0 1 -2 3 -3 1 -8 30 -11 21 -14 32 -3 -1 -4 24	8	[-3 2 -6 -4 1 1 3 2 10 -9 10 4 20 3 7 -4 5 -8 -1 -3 4 1 8 14 -10	9	\[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc
10	[-3 0 7 1 7 -3 1 5 -1 3 7 -2 -6 8 -2 5 3 -9 1 -15	11	7 2 14 -3 10 5 3 10 -3 8 -3 4 -6 -7 4 -3 5 -6 -5 2 -2 1 -4 0 -2	12	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 7 & 5 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 8 & 10 \\ 7 & 3 & -2 & -6 \end{bmatrix}$
13	[-3 0 7 1 7 -3 1 5 -1 3 7 -2 -6 8 -2 5 3 -9 1 -15	14	3 0 -4 2 -4 2 1 -5 -1 -7 -4 -2 6 -2 10 -5 3 6 -4 0	15	-4 2 -8 3 -7 -5 3 -10 2 -7 2 4 4 4 -2 3 5 6 5 -2 -1 1 -2 -1 0
16	3 0 -4 2 -4 2 1 -5 -1 -7 -4 -2 6 -2 10 -5 3 6 -4 0	17	[-5 0 -3 -13 -3 -4 1 6 -2 4 -3 -2 -10 -16 -6 6 3 -12 0 -18	18	-3 2 -6 -5 2 6 3 12 -4 10 -4 4 -8 3 -7 -5 5 -10 -6 1 9 1 18 1 8
19	[-5 0 -3 -13 -3 -4 1 6 -2 4 -3 -2 -10 -16 -6 6 3 -12 0 -18	20	2 0 8 12 8 -5 1 -3 -13 -5 8 -2 4 20 8 -3 3 -15 -21 -21	21	8 2 16 2 6 -3 3 -6 -5 2 -5 4 -10 -8 3 2 5 4 3 -1 -11 1 -22 -7 -4

Таблица 4

	Ταυπημα τ
Bap	Система векторов $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$
1	$\overline{a}_1(1,2,3,-4), \ \overline{a}_2(2,3,-4,1), \ \overline{a}_3(2,-5,8,-3), \ \overline{a}_4(3,-4,1,2)$
2	$\overline{a_1}(3,2,-5,4), \overline{a_2}(3,-1,3,-3), \overline{a_3}(3,5,-13,11), \overline{a_4}(9,3,-7,5)$
3	$\overline{\dot{a}_1}(4, 3, -1, 1), \ \overline{\dot{a}_2}(2, 1, -3, 2), \ \overline{\dot{a}_3}(1, -3, 0, 1), \ \overline{\dot{a}_4}(1, 5, 2, -2)$
4	$\overline{\hat{a}}_1(2, 1, -2, -1), \overline{\hat{a}}_2(-9, 5, -6, 21), \overline{\hat{a}}_3(2, -5, -1, 3), \overline{\hat{a}}_4(-1, -1, 1, 5)$
5	$\overline{\dot{a}_1}(1, 1, 1, 1), \overline{\dot{a}_2}(2, 0, 1, -1), \overline{\dot{a}_3}(3, -4, 0, -1), \overline{\dot{a}_4}(15, -10, 3, -2)$
6	$\overline{\dot{a}_1}$ (-1, 0, 2, 4), $\overline{\dot{a}_2}$ (2, 3, -1, 2), $\overline{\dot{a}_3}$ (0, 3, 3, 10), $\overline{\dot{a}_4}$ (7, 9, -5, 2)
7	$\overline{\dot{a}}_1(1,-1,2,-1), \overline{\dot{a}}_2(2,3,-1,2), \overline{\dot{a}}_3(4,1,3,1), \overline{\dot{a}}_4(-1,-9,8,-7)$
8	$\overline{\dot{a}_1}(1, 1, -4, -1), \overline{\dot{a}_2}(1, 2, -1, 4), \overline{\dot{a}_3}(0, 1, 3, 5), \overline{\dot{a}_4}(3, 8, 3, 22)$

9	$\overline{\dot{a}_1}(1, 2, -2, 1), \ \overline{\dot{a}_2}(-3, 1, 2, -3), \ \overline{\dot{a}_3}(0, 7, -4, 0), \ \overline{\dot{a}_4}(0, 1, 2, 3)$
10	$\overline{\dot{a}_1}(2,3,0,-2), \ \overline{\dot{a}_2}(1,4,2,10), \ \overline{\dot{a}_3}(0,1,-3,2), \ \overline{\dot{a}_4}(3,5,8,4)$
11	$\overline{\dot{a}_1}(2,-1,3,5), \ \overline{\dot{a}_2}(4,-3,1,3), \ \overline{\dot{a}_3}(4,-1,15,17), \ \overline{\dot{a}_4}(7,-6,-7,0)$
12	$\overline{\dot{a}_1}$ (2, 4, 11, 15), $\overline{\dot{a}_2}$ (-10,-11,-1, 4), $\overline{\dot{a}_3}$ (12, 15, 12, 9), $\overline{\dot{a}_4}$ (1, 2, 3, 0)
13	$\overline{\dot{a}_1}(1, 2, 3, -4), \ \overline{\dot{a}_2}(2, 3, -4, 1), \ \overline{\dot{a}_3}(3, -4, 1, 2), \ \overline{\dot{a}_4}(5, 26, -9, -12)$
14	$\overline{\dot{a}_1}(0, 2, -3, 4), \ \overline{\dot{a}_2}(1, 3, 0, 5), \ \overline{\dot{a}_3}(1, 9, 6, 6), \ \overline{\dot{a}_4}(2, 4, 0, 1)$
15	$\overline{\dot{a}_1}(2, -3, 4, -5), \ \overline{\dot{a}_2}(1, -2, 7, -8), \ \overline{\dot{a}_3}(3, -4, 1, -2), \ \overline{\dot{a}_4}(4, -5, 6, -7)$
16	$\overline{a}_1(3, 2, 1, -4), \overline{a}_2(5, 10, 2, 0), \overline{a}_3(21, 34, 8, -8), \overline{a}_4(2, 8, 1, 4)$
17	$\overline{\dot{a}_1}(2,-1,3.5), \ \overline{\dot{a}_2}(4,-3,1,3), \ \overline{\dot{a}_3}(3,-2,3,4), \ \overline{\dot{a}_4}(4,-1,15,17)$
18	$\overline{\dot{a}_1}(3, 6, 18, 0), \ \overline{\dot{a}_2}(1, 2, -4, 3), \ \overline{\dot{a}_3}(0, 2, 1, 2), \ \overline{\dot{a}_4}(2, 2, 1, 1)$
19	$\overline{\dot{a}_1}(2, 3, -4, -1), \overline{\dot{a}_2}(1, -2, 1, 3), \overline{\dot{a}_3}(5, -3, -1, 8), \overline{\dot{a}_4}(3, 8, -9, -5)$
20	$\overline{\dot{a}_1}(19,-12,5,-17), \ \overline{\dot{a}_2}(4,-2,0,8), \ \overline{\dot{a}_3}(2,-1,0,4), \ \overline{\dot{a}_4}(3,-2,1,-5)$

Таблица 5

Bap	Матрица	Bap	Матрица	Bap	Матрица
1	$ \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix} $	2	$ \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} $	3	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
4	$ \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} $	5	$ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix} $	6	$ \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix} $
7	$ \begin{bmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} $	8	$ \begin{pmatrix} -2 & 8 & 6 \\ -4 & 10 & 6 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix} $	9	$ \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix} $
10	$ \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} $	11	$ \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} $	12	$ \begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 1 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & -9 \end{pmatrix} $
13	$ \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix} $	14	$ \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} $	15	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 8 & -10 & 4 \\ 10 & -14 & 6 \end{pmatrix}$
16	$ \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix} $	17	$ \begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \\ -22 & -26 & -13 \end{pmatrix} $	18	$ \begin{pmatrix} -22 & -22 & -16 \\ 16 & 16 & 12 \\ 8 & 8 & 6 \end{pmatrix} $

	$(-6 \ 9 \ -3)$		$(-6 \ -15 \ 36)$		$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
19	-9 12 -3	20	8 -17 42	21	5 -3 3
	$\begin{bmatrix} -9 & 9 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -5 & -11 & 27 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$