TP2 - Aplicaciones Computacionales en Negocios

Chen, Giralt Font, Marelli, Tagle Zorraquín

Noviembre 2025

Introducción

El presente trabajo práctico aborda el problema de programación de segundos parciales en la Universidad Torcuato Di Tella. El objetivo es asignar un día y horario a cada examen dentro del período comprendido entre el 1/12 y el 12/12 (excluyendo 6/12, 7/12 y 8/12 por fines de semana y un feriado). En consecuencia, el conjunto de días hábiles disponibles fue determinado como

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12\},$$

donde cada número representa el día de diciembre en el que se pueden tomar los parciales.

Además, para cada día se consideran cuatro turnos de examen:

$$T = \{9, 12, 15, 18\},$$

y suponemos que ningún parcial tiene una duración mayor a tres horas, por lo que no hay solapamientos entre turnos de un mismo día.

La información necesaria para la programación se encuentra organizada en los archivos de `cursos.dat`, que contiene el listado de parciales y la cantidad de aulas que requiere cada uno, mientras que el archivo `estudiantes-en-comun.dat` detalla qué cursos tienen estudiantes en común. A partir de estos datos, en los ejercicios siguientes formulamos modelos de Programación Lineal Entera (PLE) para asignar los parciales a días y horarios de manera automática, según distintos criterios.

1 Modelo base de programación de parciales

En esta sección se plantea el Ejercicio 1: un modelo de Programación Lineal Entera cuyo objetivo es **maximizar la cantidad de parciales programados**, utilizando la información contenida de los archivos dados, e implementado en el archivo `ej1.zpl`.

1.1 Variables de decisión

Definimos las siguientes variables binarias, tomando en cuenta que P es el conjunto de parciales a programar:

$$x_{pdt} = \begin{cases} 1 & \text{si el parcial } p \in P \text{ se programa el día } d \in D \text{ en el turno } t \in T, \\ 0 & \text{en caso contrario,} \end{cases}$$

$$y_p = \begin{cases} 1 & \text{si el parcial } p \in P \text{ es programado en algún día y turno,} \\ 0 & \text{si el parcial no se programa.} \end{cases}$$

1.2 Función objetivo

El objetivo consiste en programar la mayor cantidad posible de parciales:

$$\max \sum_{p \in P} y_p \tag{1}$$

1.3 Restricciones

Asignación única por parcial. Cada parcial puede asignarse como máximo a un único día y turno. Además, si se asigna, la variable y_p debe ser igual a 1:

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} x_{pdt} = y_p \qquad \forall p \in P \tag{2}$$

Incompatibilidades entre parciales. Si dos parciales p y q tienen estudiantes en común, no pueden tomarse exactamente en el mismo día y horario:

$$x_{pdt} + x_{qdt} \leq 1 \qquad \forall (p, q) \in E,\ \forall d \in D,\ \forall t \in T \tag{3}$$

Capacidad de aulas. En cada combinación día–turno, la suma de aulas utilizadas por los parciales programados no puede superar la cantidad de aulas disponibles (parámetro definido como CAP):

$$\sum_{p \in P} a_p \, x_{pdt} \leq \text{CAP} \qquad \forall d \in D,\ \forall t \in T \tag{4}$$

1.4 Análisis de la solución

Al resolver el modelo implementado, el solver nos indicó que el valor óptimo de la función objetivo indica que todos los parciales pueden ser programados, es decir, 208 parciales. En términos de gestión académica, esto significa que con el rango de días considerado y cuatro turnos por día, la infraestructura disponible resulta suficiente para acomodar la totalidad de los exámenes sin necesidad de fechas adicionales.

La distribución detallada por día y turno se obtiene a partir de las variables x_{pdt}, en donde muestra que ciertos días y horarios (por ejemplo, los primeros días del período o las franjas de tarde) concentran una mayor cantidad de parciales, lo cual motiva las extensiones del modelo planteadas en los ejercicios siguientes para mejorar la calidad del calendario desde el punto de vista de los estudiantes.

2 Restricción para evitar tres parciales el mismo día

En este ejercicio, se modifica el modelo anterior con el objetivo de **evitar que un estudiante deba rendir tres parciales en un mismo día**. En el enunciado, esta situación se interpreta como la existencia de tres vértices vecinos en el grafo de incompatibilidades $G = (P, E)$ programados el mismo día: es decir, un triángulo en G cuyos tres parciales se toman el mismo día, aunque potencialmente en distintos turnos.

La información utilizada es la misma que en el Ejercicio 1, no se incorporan nuevos datos, sino que se agrega una **restricción adicional de compatibilidad diaria**. Para implementarla, se recorre cada terna (i, j, k) de parciales que forman un triángulo en el grafo, junto con cada día $d \in D$, y se impone que a lo sumo dos de ellos pueden ser programados ese día, independientemente del turno. La restricción implementada en el archivo `ej2.zpl` es la siguiente:

$$\sum_{t \in T} \big(x_{i,d,t} + x_{j,d,t} + x_{k,d,t} \big) \leq 2 \qquad \forall (i, j, k, d) \text{ tales que } (i, j), (i, k), (j, k) \in E$$

Esta desigualdad impide que los tres parciales de una misma terna conflictiva coincidan en un mismo día, ya que en ese caso la suma sería al menos 3, violando la cota superior. De esta manera, el modelo garantiza que ningún estudiante se enfrente a la situación extrema de rendir tres parciales en la misma fecha, respetando el criterio académico planteado.

2.1 Análisis de la solución

Al incorporar la restricción que impide que tres parciales que forman un triángulo en el grafo de incompatibilidades se programen en un mismo día, el modelo continúa encontrando una solución factible que permite programar los 208 parciales. Esto muestra que la disponibilidad de días y turnos es suficiente para evitar que hayan tres o más parciales en un día sin afectar la factibilidad global del calendario.

Sin embargo, la distribución resultante cambia de manera notable respecto del modelo base. La nueva restricción obliga a separar ciertos grupos de parciales con fuertes vínculos de incompatibilidad, lo que produce que algunos días y turnos queden muy cargados mientras que otros queden prácticamente vacíos. En lugar de mejorar el balance diario, el modelo tiende a concentrar los parciales en un conjunto reducido de fechas que admiten combinaciones factibles, reduciendo sustancialmente la ocupación en los demás días. Esto muestra que, si bien la restricción evita situaciones de alta carga para grupos específicos de estudiantes, también limita la capacidad del modelo para mantener una distribución homogénea del calendario.

3 Restricción para evitar parciales en conflicto en días consecutivos

Para el ejercicio 3, modificamos el modelo agregando una **restricción impidiendo que dos parciales en conflicto se rindan en fechas consecutivas**.

$$x_{pd} + x_{qd+1} \leq 1 \qquad \forall\ (p, q) \in E,\ \forall\ d \in D,\ d \neq 5,\ d \neq 12 \tag{5}$$

Excluímos a los días 5 y 12 de la restricción por las siguientes razones: después del día 5 comienza el fin de semana largo, por lo que no hay exámenes en los días que siguen a esa fecha, y el día 12 es el último día para tomar exámenes, por lo que sabemos que no se va a programar ningún otro examen al día siguiente. Siguiendo la lógica de espaciar los parciales que comparten alumnos, intentamos modificar la restricción del ejercicio 2 de modo que dos parciales en conflicto no se rindan en la misma fecha. La restricción se modeló de la siguiente forma:

$$\sum_{t \in T} x_{pdt} + x_{qdt} \leq 1 \qquad \forall\ (p, q) \in E,\ \forall\ d \in D \tag{6}$$

El modelo encontró una solución factible para el problema, pero no resultó viable porque implicaba programar solo 6 parciales a lo largo de todas las fechas. Al ser el objetivo tomar la mayor cantidad de parciales posible, decidimos relajar esta última restricción, aplicándola únicamente a pares de exámenes en conflicto con 10 o más alumnos en común. Para esto, agregamos el parámetro `alum[E]`, que guarda la cantidad de alumnos compartidos entre 2 exámenes del grafo de conflictos $G = (P, E)$. Modelamos la restricción de la siguiente manera:

$$\sum_{t \in T} x_{pdt} + x_{qdt} \leq 1 \qquad \forall\ (p, q) \in E,\ \texttt{alum}[p, q] \geq 10,\ \forall\ d \in D \tag{7}$$

Para los demás parciales, aplicamos la restricción impuesta en el ejercicio 3, en la que se puede rendir un máximo de 2 parciales en un mismo día.

3.1 Análisis de la solución

Buscamos aplicar restricciones que no forman parte de la consigna del ejercicio explícitamente, pero que tienen sentido con la lógica de evitar sobrecargar a los alumnos. Si bien en teoría el modelo pudo encontrar una solución factible, en la práctica sabemos que tomar 6 de 208 parciales es completamente inviable. Al relajar la restricción y aplicarla solamente sobre parciales que comparten 10 alumnos o más, el modelo obtuvo una solución un poco más favorable, permitiendo programar **68 parciales** en las fechas y turnos dados. Si bien es una mejora con respecto al modelo anterior, sigue siendo un número relativamente bajo, comprendiendo menos de la mitad de la cantidad total de parciales que se deben tomar.

Mantuvimos la función objetivo de los incisos anteriores para este nuevo modelo, porque el objetivo sigue siendo tomar la mayor cantidad de parciales posible, solo que, en esta ocasión, agregamos restricciones que complican la optimización del modelo. Esto se vio reflejado en los resultados, obteniendo una solución que, aplicada en la vida real, no sería óptima. Llegamos a la conclusión de que es un problema complejo balancear la carga de los alumnos con la programación de los parciales dentro de las fechas y turnos dados.

Conclusión

En síntesis, desarrollamos distintas variantes de un modelo de Programación Lineal Entera para programar los segundos parciales dentro del período académico disponible. El modelo base permitió asignar los 208 exámenes respetando las incompatibilidades y la capacidad de aulas, aunque resultó en una distribución muy desigual entre los días y turnos. Este comportamiento evidenció que, si bien la infraestructura es suficiente para alojar todos los parciales, el criterio de maximización por sí solo no garantiza un calendario equilibrado.

Las extensiones introducidas en los ejercicios 2 y 3 incorporaron restricciones más orientadas al bienestar estudiantil, como evitar tres o más parciales en un día o separar éxamenes con muchos alumnos en común. En ambos casos, las modificaciones aumentaron la rigidez del modelo. En el ejercicio 2, el modelo produjo una distribución mucho más concentrada en pocos días que el modelo original, y en el ejercicio 1, si bien se pudo obtener una cierta factibilidad, la solución obtenida resultó pobre en comparación con los modelos anteriores. En conjunto, los resultados muestran la tensión natural entre eficiencia operativa y equidad académica, y destacan el valor de los modelos de optimización como herramienta para evaluar distintas configuraciones del cronograma y comprender mejor sus posibles compromisos.