

## 第二次作业

1. 某厂生产的电容器的使用寿命服从指数分布，为了解其平均寿命，从中抽取  $n$  件产品测其实际使用寿命，试说明什么是总体，什么是样本，并指出样本的分布。

2. 40 种刊物的月发行量（单位：百册）如下：

5954	5022	14667	6582	6870	1840	2662	4508
1208	3852	618	3008	1268	1978	7963	2048
3077	993	353	14263	1714	11127	6926	2047
714	5923	6006	14267	1697	13876	4001	2280
1223	12579	13588	7315	4538	13304	1615	8612

(1) 建立该批数据的频数分布表，取组距为 1700（百册）；

(2) 画出直方图。

3. 从同一总体中抽取两个容量分别为  $n, m$  的样本，样本均值分别记为  $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ ，样本方差分别为  $S_1^2, S_2^2$ ，将两组样本合并，其均值、方差分别为  $\bar{X}, S^2$ ，证明：

$$\bar{X} = \frac{n\bar{X}_1 + m\bar{X}_2}{n + m},$$

$$S^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n + m - 1} + \frac{nm(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2}{(n+m)(n+m+1)}.$$

4. 设总体以等概率取 1,2,3,4,5，现从中抽取一个容量为 4 的样本，试分别求  $X_{(1)}$  和  $X_{(4)}$  的分布。
5. 由正态总体  $N(100, 4)$  抽取两个独立样本，样本均值为  $\bar{X}, \bar{Y}$ ，样本容量分别为 15, 20，试求  $P(|\bar{X} - \bar{Y}| > 0.2)$ 。
6. 从装有一个白球、两个黑球的罐子里有放回地取球，令  $X = 0$  表示取到白球， $X = 1$  表示取到黑球。求容量为 5 的样本的和的分布，并求样本  $(X_1, \dots, X_5)$  均值  $\bar{X}$  和样本方差  $S_n^2$  的期望值。
7. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，假如要以 0.9606 的概率保证偏差  $|\bar{X} - \mu| < 0$ ，试求当  $\sigma^2 = 0.25$  时，样本容量  $n$  应取多大？
8. 设总体  $X \sim N(0, 0.25)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$  为  $X$  的样本，求  $\alpha$  值，使得

$$\alpha \sum_{i=1}^7 X_i^2 \sim \chi^2(7).$$