Tablas de contingencia y árboles de decisión

En la lectura 2 estudiamos cómo asignar probabilidades a los distintos tipos de eventos. Lo que hicimos fue aplicar las reglas de las probabilidades en forma analítica. Pero hay formas más simples de ordenar los datos, de manera tal que las probabilidades puedan calcularse más rápido. El peligro es mecanizarse con estos métodos, pero son muy prácticos.

Estudiaremos las tablas de contingencia y los árboles de decisión que de una forma muy gráfica, nos facilitarán el razonamiento para el cálculo de probabilidades. Estos métodos se utilizan frecuentemente en la toma de decisiones. Empecemos, ¡esta lectura es muy interesante!

Tablas de contingencia y de probabilidad conjunta

Caso: Becas de la Fundación Antares para estudiantes de Córdoba

La Fundación Antares está ahora especialmente interesada en los estudiantes egresados de carreras de grado de la Provincia de Córdoba. Los datos relevados también fueron del 2016, último año actualizado en la misma web de la Nación que lo hizo anteriormente: la web del Sistema Estadístico de Consultas Universitarias, de la Secretaría de Políticas Universitarias (SPU) de la Nación.

En esta oportunidad, los datos relevados fueron sobre los egresados, porque la fundación está interesada en otorgar becas tanto de trabajo, como para estudios de posgrado.

Se relevó que al año 2016, la Provincia de Córdoba tiene:

- 16 475 egresados en todas las carreras de todas las universidades;
- del total de egresados, 760 fueron de la carrera de Administración-Dirección;
- de los egresados de Administración-Dirección el 70,91 % fueron de universidades privadas;
- el 59,11 % del total de egresados de la Provincia, son de universidades públicas.

Definamos los eventos:

A ={que sea egresado de la carrera de Administración-Dirección de la Provincia de Córdoba};

A´ ={que sea egresado de la Provincia de Córdoba, de otras carreras exceptuando Administración-Dirección};

N ={que sea un egresado de una universidad pública de la Provincia de Córdoba};

P ={ que sea un egresado de una universidad privada de la Provincia de Córdoba}.

Determina las siguientes probabilidades referentes a los egresados de la Provincia de Córdoba realizando un estudio de lo que ocurrió en el 2016. Los datos no están actualizados en la página, es por ello que queremos motivarte para que, haciendo algunas proyecciones, la ganes tú dentro de algunos años. Como dijimos antes, ¡todo es cuestión de calcular probabilidades, proyectar y tener esperanzas!

Parte 1. Calcula si un alumno elegido al azar tiene la probabilidad de que:

1. sea egresado de administración-dirección;
2. sea egresado de una universidad pública;
3. sabiendo que es egresado de la carrera de administración, sea de una universidad pública;
4. sea un egresado de cualquier carrera que no sea administración o sea egresado de una universidad privada;
5. sea un egresado de Administración de una universidad privada.

Parte 2. Responde: ¿los eventos A y P son independientes?

¿Qué es una tabla de contingencia?

Una tabla de contingencia es una tabla de clasificaciones cruzadas que nos facilita las asignaciones de probabilidad a cada evento.

Se compone de filas y columnas. En las filas van categorías de eventos que son mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos.

Lo mismo ocurre en las columnas, solo que la categorización de los eventos es distinta a la que se presenta en las filas.

Ejemplo 1: el experimento podría tratarse de calcular probabilidades simples y compuestas sobre botellas de una determinada gaseosa. Una categoría podría ser la cantidad de gaseosa contenida en los envases: 500 ml, 1 000 ml, 1 500 ml. Supongamos que para el experimento solo se utilizan esos tamaños (como vemos son mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos, pues no nos importa el resto de los envases). Por otra parte, podríamos clasificarlas por la cantidad de defectos en el envase: menos de 2 defectos y 2 defectos o más. Y así cruzamos la información.

¿Para qué sirve?

Para reconocer diferentes formas de representar y visualizar un espacio muestral dado, con el propósito de obtener información clara y detallada a los fines de determinar probabilidades utilizando el enfoque clásico.

¿Cómo armar la tabla?

Retomemos el ejemplo 1.Supongamos que el experimento se realiza sobre 1 200 botellas, de las cuales:

- 400 son de 500 ml;
- 200 de las botellas de 1 500 ml tienen menos de dos defectos;

- las botellas que tienen 2 o más defectos son 260;
- 350 de las botellas de 500 ml, tienen menos de 2 defectos;
- 80 de las botellas de 500 ml, tienen 2 o más defectos.

Determina las siguientes probabilidades.

1. Que una botella tomada al azar sea de 1 500 ml.
2. Que una botella tomada al azar tenga 2 defectos o más.
3. Que una botella tomada al azar sea de 1 000 ml y tenga menos de 2 defectos.
4. Que una botella tomada al azar tenga 2 defectos o más, o sea de 500 ml.
5. Si se sabe que tiene 2 defectos o más, que sea de 1 500 ml.

<u>Solución</u>

Definamos los eventos:

A={que sea una botella de 500 ml}

B={que sea una botella de 1 000 ml}

C={que sea una botella de 1 500 ml}

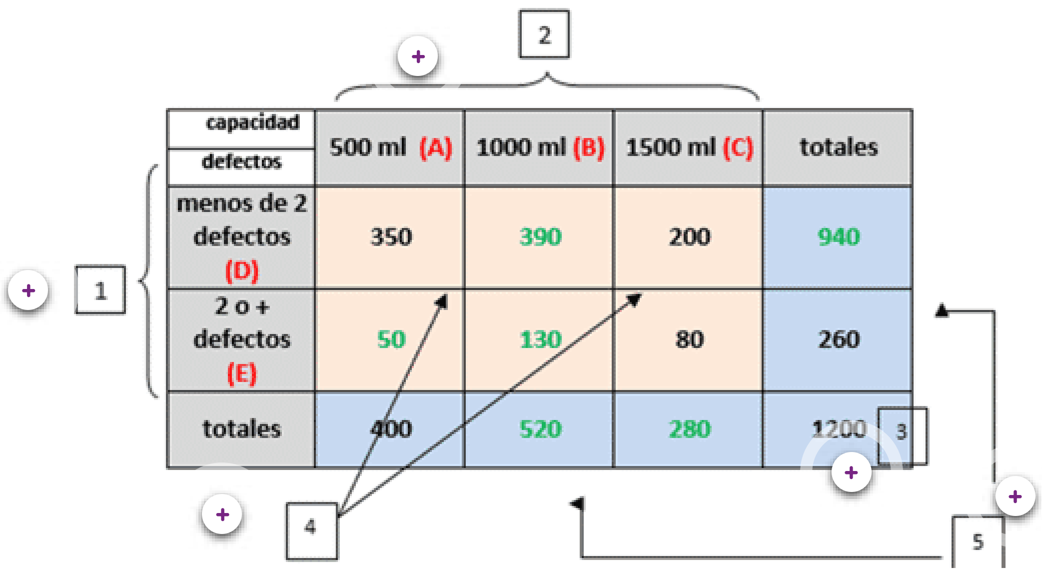
D={que el envase tenga menos de 2 defectos}

E={que el envase tenga 2 o más defectos}

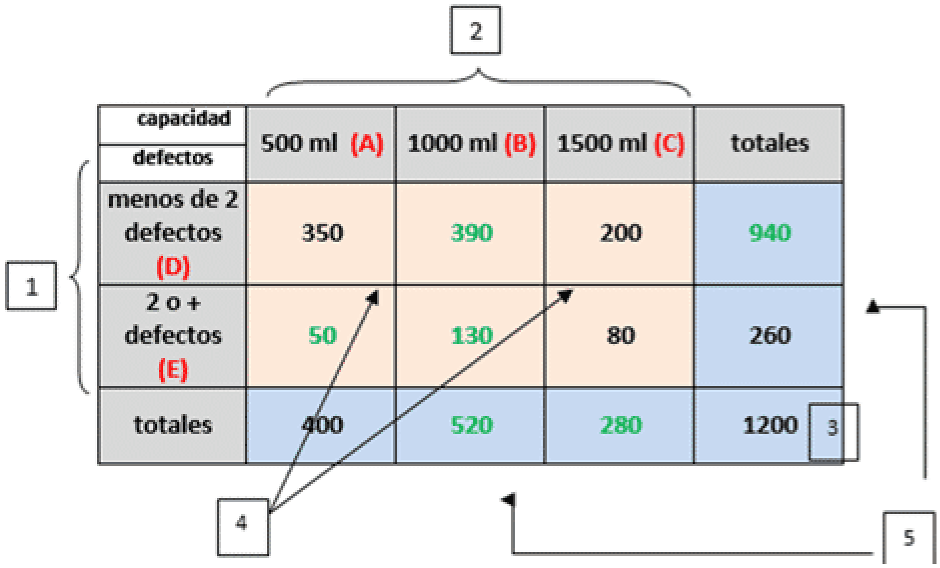
Así queda la tabla de contingencias del ejemplo 1: si haces clic en los marcadores, observarás cómo se realizaron los cálculos para completar la tabla.

Tabla 1: Tabla de contingencia para el caso de las gaseosas (ejemplo 1)

Descripción de la tabla 1: tabla de contingencia: en las filas se muestran los defectos de envases, en las columnas la capacidad de los envases. Los números en negrita son los datos del problema. Los que están en color son calculados en base a los datos.

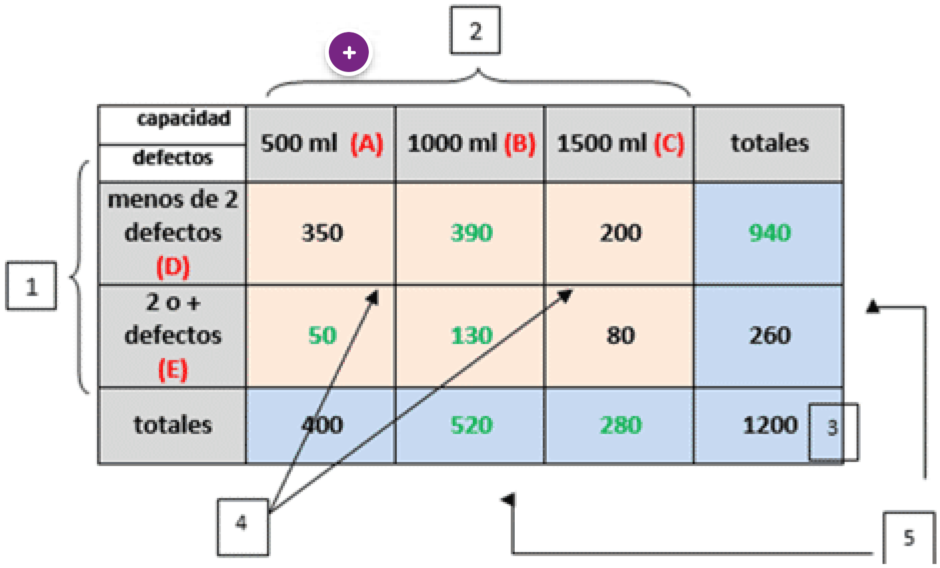


capacidad / defectos	500 ml (A)	1000 ml (B)	1500 ml (C)	totales
menos de 2 defectos (D)	350	390	200	940
2 o + defectos (E)	50	130	80	260
totales	400	520	280	1200



1

Eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos de la categoría defectos.



capacidad / defectos	500 ml (A)	1000 ml (B)	1500 ml (C)	totales
menos de 2 defectos (D)	350	390	200	940
2 o + defectos (E)	50	130	80	260
totales	400	520	280	1200

2

Eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos de la categoría capacidad del envase.

940 = 1 200 - 260

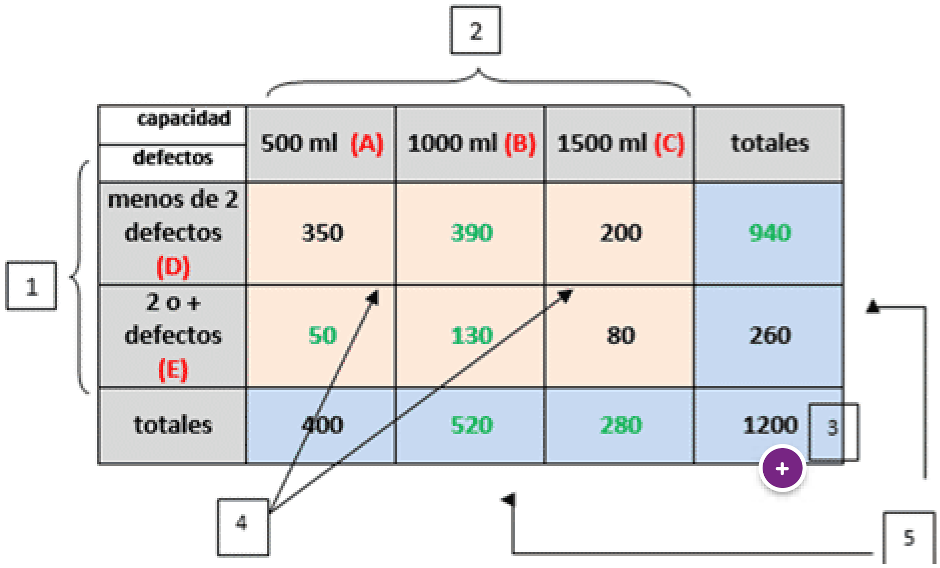
390 = 940 – 350 – 200

50 = 400 – 350

130 = 260 – 50 – 80

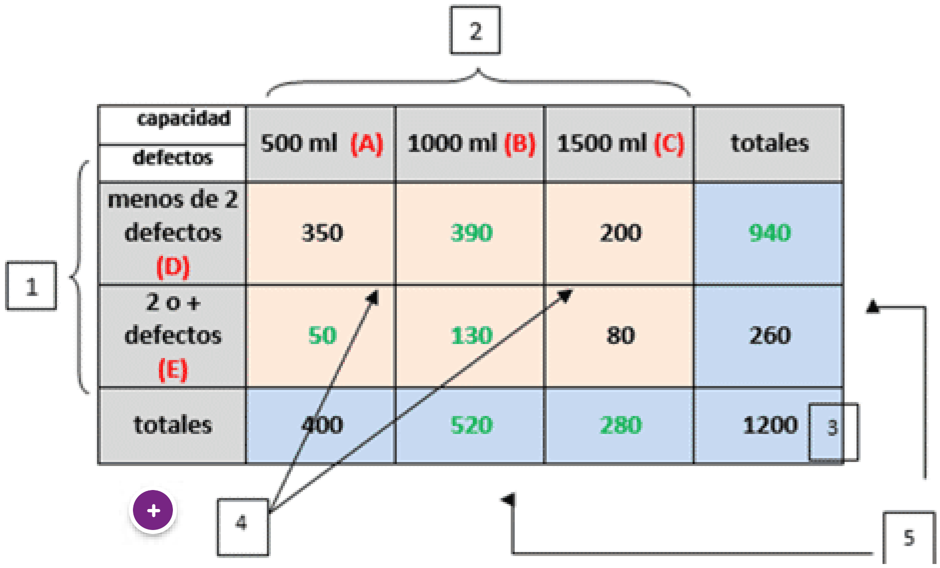
520 = 390 + 130

280 = 200 + 8 080


2
capacidad
defectos
500 ml (A)
1000 ml (B)
1500 ml (C)
totales
menos de 2 defectos (D)
350
390
200
940
2 o + defectos (E)
50
130
80
260
totales
400
520
280
1200
1
3
4
5

3

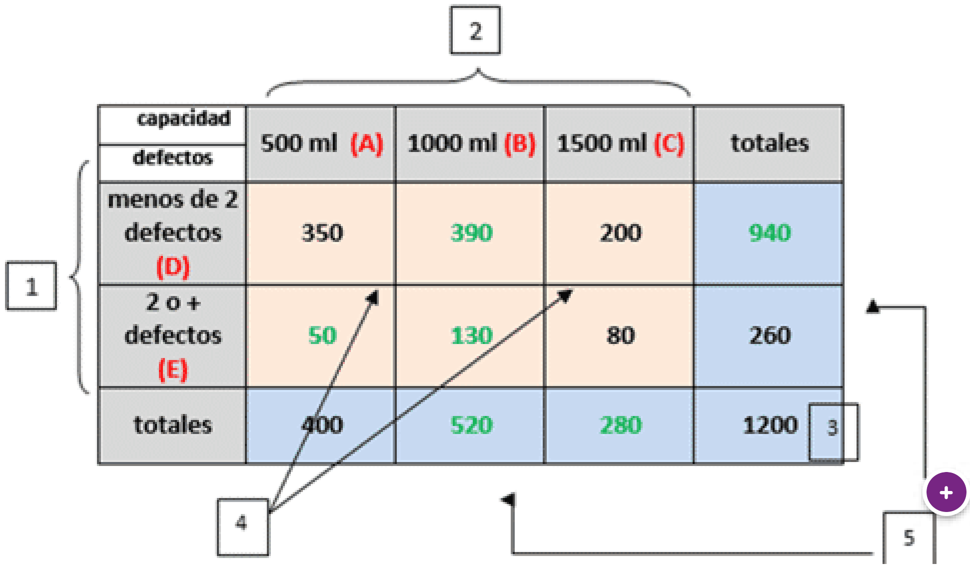
1 200 :   #A + #B + #C = #D + #E



capacidad / defectos	500 ml (A)	1000 ml (B)	1500 ml (C)	totales
menos de 2 defectos (D)	350	390	200	940
2 o + defectos (E)	50	130	80	260
totales	400	520	280	1200

4

Los del cuerpo de la tabla son eventos conjuntos.



capacidad / defectos	500 ml (A)	1000 ml (B)	1500 ml (C)	totales
menos de 2 defectos (D)	350	390	200	940
2 o + defectos (E)	50	130	80	260
totales	400	520	280	1200

5

Los del margen de la tabla son eventos marginales o simples.

Observa la tabla, los eventos que son datos están en negrita.

- Como podrás observar, los datos del problema pueden ser eventos simples o compuestos.
- Los eventos simples están en los márgenes. Las probabilidades que se obtienen de ellos se llaman probabilidades marginales que ya las habíamos definido en la lectura anterior. Por ejemplo, Evento A, Evento E.
- El resto de los eventos son compuestos: Evento (A∩D), Evento (C∩D), Evento (C∩E)
- Lo importante es que la tabla esté equilibrada en los totales y que tengamos el mínimo de datos para poder completarla.

Hasta aquí, solo organizamos los datos y los eventos de una forma más comprensible y completamos la tabla de acuerdo a la aplicación de sumas y restas para lograr los totales. Ahora solo falta calcular las probabilidades solicitadas, pero antes analicemos otros tipos de tablas.

Ejemplo 2: caso en que solo contamos directamente con las probabilidades de algunos eventos. No se conoce el total de elementos del experimento.

Armemos la tabla del caso de la Fundación Antares

Así queda la tabla de contingencia del caso presentado al principio de la lectura. Si haces clic en los marcadores, observarás cómo se realizaron los cálculos para completar la tabla.

Tabla 2: Tabla de contingencia para el caso Fundación Antares

Descripción de la tabla 2: tabla de contingencia: en las filas se muestran las carreras, en las columnas la diferencia entre universidades públicas o privadas. Los números en negrita son los datos del problema. Los que están en color son calculados en base a los datos.

Universidad / Egresados	Pública (N)	Privada (P)	Totales
Administración -Dirección (A)	221	539	760
Otras (A´)	9 517	6 198	15 715
Totales	9 738	6 737	16 475

Universidad / Egresados	Pública (N)	Privada (P)	Totales
Administración -Dirección (A)	221	539	760
Otras (A´)	9 517	6 198	15 715
Totales	9 738	6 737	16 475

539 =

760 *70,91% aprox. al valor más próximo

Universidad / Egresados	Pública (N)	Privada (P)	Totales
Administración -Dirección (A)	221	539	760
Otras (A´)	9 517	6 198	15 715
Totales	9 738	6 737	16 475

9 738 =

16 475 * 59,11% aprox. al valor más próximo

El resto de las celdas se calculan como explicamos para el ejemplo 1.

Aquí tienes que poner mucha atención en los datos que tenemos, si los porcentajes se toman sobre el total o sobre algún evento simple.

A continuación, calcularemos las probabilidades solicitadas para cada ejemplo.

Determinación de probabilidades con las tablas de contingencia y conjunta

A continuación, calcularemos las probabilidades solicitadas en el ejemplo 1, en el ejemplo 2 (que se explicó en el video), y el caso de las becas para Córdoba de la Fundación Antares.

Observarás que teniendo los datos así organizados, es mucho más fácil calcular las probabilidades.

Solución del ejemplo 1

Aconsejamos tener presente la tabla 1 para ir resolviendo el ejemplo.

Determina las siguientes probabilidades.

1) Que una botella tomada al azar sea de 1 500 ml.

$$P(C) = \frac{280}{1\,200} = 0{,}2333$$

Si observas la tabla, es la probabilidad de un evento simple o marginal.

2) Que una botella tomada al azar tenga 2 defectos o más.

$$P(E) = \frac{260}{1\,200} = 0{,}2167$$

Si observas la tabla, es la probabilidad de un evento simple o marginal.

3) Que una botella tomada al azar sea de 1 000 ml y tenga menos de 2 defectos.

Se trata de la probabilidad de un evento conjunto:

$$P(B \cap D) = \frac{130}{1200} = 0{,}1083$$

Fíjate que al estar calculado todo en la tabla, sale directamente sin aplicar la regla de la multiplicación.

4) Que una botella tomada al azar tenga 2 defectos o más, o sea de 500 ml.

Acá sí hay que aplicar la regla de la adición. Como hay intersección distinta de cero, según observamos en la tabla, los eventos no son mutuamente excluyentes, por lo tanto la regla se aplica de la siguiente manera:

$$P(E \cup A) = P(E) + P(A) - P(E \cap A) = \frac{260}{1\,200} + \frac{400}{1\,200} - \frac{50}{1\,200} = \frac{610}{1\,200} = 0{,}5083$$

5) Si se sabe que tiene 2 defectos o más, que sea de 1 500 ml.

Lo que necesitamos acá es la probabilidad de que sea una botella de 1 500 ml, sabiendo que tiene 2 defectos o más. Se trata de una probabilidad condicional, por lo tanto el universo a tener en cuenta, es el evento E. Si observamos la tabla, solo nos fijamos en la fila del evento E, cuyo total de gaseosas es de 260. De esas 260 queremos saber la probabilidad de la botella que sea de 1 500 ml, esto se escribe:

$$P\left({}^{C}/_{E}\right) = \frac{80}{260} = 0{,}3077$$

¿Te das cuenta cómo se calculan todos los tipos de probabilidades sin acudir, en su mayoría, a las fórmulas respectivas?

Muchas veces, como hicimos aquí, no es necesario aplicar la fórmula de la probabilidad condicional, pero en otros problemas es imprescindible que la sepas aplicar.

Solución del caso Fundación Antares

Aconsejamos tener la tabla 2 presente, para ir resolviendo el caso.

Parte 1. Calcula si un alumno elegido al azar, tiene la probabilidad de que:

1) sea egresado de Administración-Dirección

$$P(A) = \frac{760}{16\,475} = 0{,}0461$$

2) sea egresado de una universidad pública

$$P(N) = \frac{9\,738}{16\,475} = 0{,}5911$$

3) sabiendo que es egresado de la carrera de Administración, sea de una universidad pública

$$P\left({}^{N}/_{A}\right) = \frac{221}{760} = 0{,}2908$$

4) sea un egresado de cualquier carrera que no sea Administración, o sea egresado de una universidad privada

$$P(A' \cup P) = P(A') + P(P) - P(A' \cap P) = \frac{15\,715}{16\,475} + \frac{6\,737}{16\,475} - \frac{6\,198}{16\,475} = \frac{16\,254}{16\,475} = 0{,}9866$$

5) Sea un egresado de Administración de una universidad privada

$$P(A \cap P) = \frac{539}{16\,475} = 0{,}0327$$

Parte 2. Responde: ¿los eventos A y P son independientes?

Recuerda por la lectura anterior que hay dos formas de probarlo. En la lectura 2 lo hicimos probando si se cumplía la regla de la multiplicación para eventos independientes.

Ahora lo haremos mediante el axioma de la independencia estadística.

- Si A y P son independientes, entonces P(A/P)=P(A), de lo contrario son dependientes.

$$P\left({}^{A}/_{P}\right) = \frac{539}{6\,737} = 0{,}08$$

$$P(A) = 0{,}0461 \quad \text{calculado en 1)}$$

Por lo tanto

$$P\left(\frac{A}{P}\right) \neq P(A)$$

por lo tanto, los eventos no son independientes desde un punto de vista estadístico, sino que son estadísticamente dependientes.

Preguntas múltiple opción

Un comercio realizó un estudio en 200 hogares que compraron un aire acondicionado. Se les preguntó si estaban satisfechos con su compra. Los clasificaron entre quienes habían comprado un equipo de 2 500 frigorías y otros. En la tabla se muestran los resultados obtenidos. ¿Estar satisfecho con la compra es independiente del tipo de aire acondicionado que compraron?

Tabla 3: Resultados de la encuesta sobre la compra de aires acondicionados

Satisfecho / Frigorías	Sí (S)	No (N)	Totales
2 500 (F)	50	30	80
Otros (O)	75	45	120
Totales	125	75	200

- [ ] Hay independencia estadística entre satisfacción y tipo de aparato pues P(F/S)=P(F).
- [ ] Hay independencia estadística entre satisfacción y tipo de aparato pues P(F∩S)=P(F).P(S).
- [ ] No hay independencia estadística pues P(O/N)≠P(O).
- [ ] No hay independencia estadística entre satisfacción y tipo de aparato pues P(F/S)≠P(F).

SUBMIT

Árboles de decisión

Un árbol de decisión es otra manera de organizar y presentar los datos; es un diagrama con ramas y subramas que resulta una forma alternativa de analizar las probabilidades.

Para que puedas valorar su practicidad como organizador del pensamiento, te invito a hacer el diagrama de árbol para cada uno de los ejemplos estudiados en esta lectura y avanzar sobre la utilidad que tienen en experimentos de pasos múltiples.

Árbol de decisión en un caso de dependencia estadística. Ejemplo 1

La siguiente figura describe el árbol de decisión para la información del **ejemplo 1**. Observa que en las ramas se escriben las probabilidades de cada evento.

Aclaraciones

- Observa que los eventos de un mismo nivel son mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos. Nota que las probabilidades de una subrama del mismo nivel, es igual a 1.
- En el primer nivel, sobre cada rama, se escriben las probabilidades de eventos marginales. Se puede comenzar con cualquiera de las dos categorías, la probabilidad conjunta da igual en ambos casos.
- Todo depende de la condición previa que se tenga y las probabilidades condicionales que se quieran calcular para comenzar a armar el árbol.

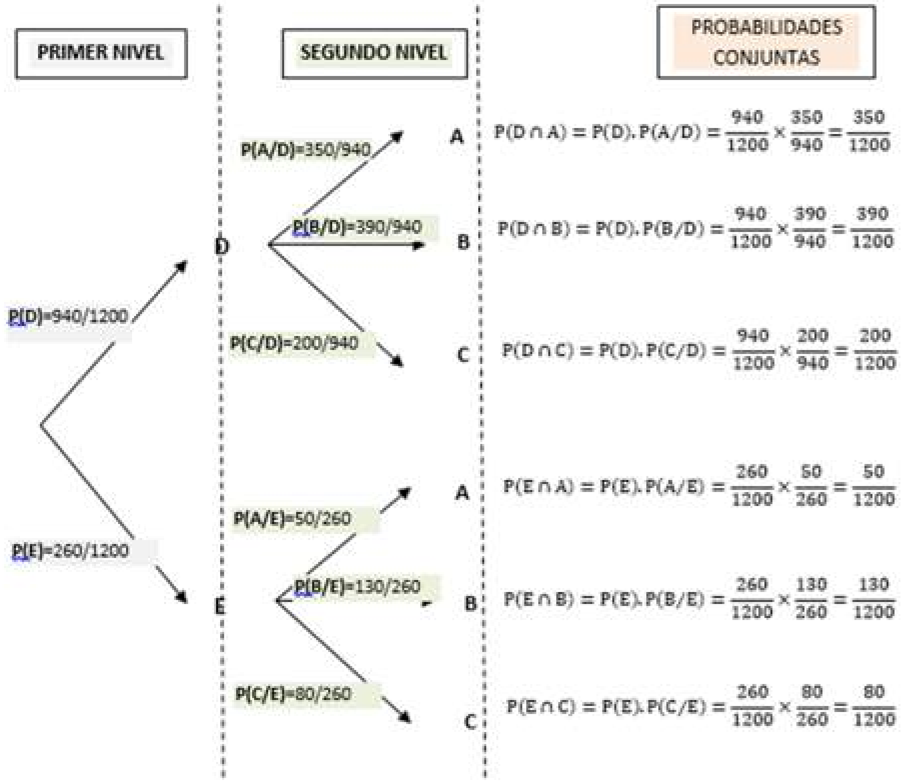
- En el segundo nivel, sobre cada subrama se escriben las probabilidades condicionales, si es que se trata de eventos dependientes como estamos analizando en el ejemplo 1. Para calcular las probabilidades de segundo nivel, tienes que tener en cuenta los datos del problema o la tabla de contingencia.

- Observa las probabilidades conjuntas y compáralas con las que nos dieron por tabla de contingencia. Obviamente dan lo mismo. Unimos los eventos que van por el mismo camino, unidos por un "y", y multiplicamos las probabilidades que están calculadas sobre las ramas. Justamente nos queda la regla de la multiplicación para eventos dependientes.

- Hay algunas otras conclusiones que podemos extraer de este tipo de diagrama que dejaremos para la próxima lectura sobre probabilidad marginal bajo dependencia estadística (otra manera de calcularla).

Figura 1: Diagrama de árbol para el problema del ejemplo 1

Descripción de la figura 1: se muestra un diagrama de árbol con las probabilidades calculadas sobre las ramas. En el primer nivel están las probabilidades que se calcularon previamente, en el segundo nivel las probabilidades condicionales.



Fuente: elaboración propia

Compara este árbol con las probabilidades calculadas en la **tabla 1**: la probabilidad condicional se puede obtener, simplemente, dividiendo la probabilidad conjunta de interés en la marginal que le corresponde (que es la fórmula estudiada en la lectura 2 para la probabilidad condicional).

Árbol de decisión en un caso de independencia estadística. Experimento de pasos múltiples

Ya hemos hablado en varios ejemplos de los experimentos de pasos múltiples. Es una regla de conteo para saber cuántos resultados experimentales hay en el espacio muestral.

El experimento típico de independencia estadística de pasos múltiples, es el de la moneda.

Ejemplo 3: se tira una moneda 3 veces. Se trata de un experimento de 3 pasos. Determina las siguientes probabilidades.

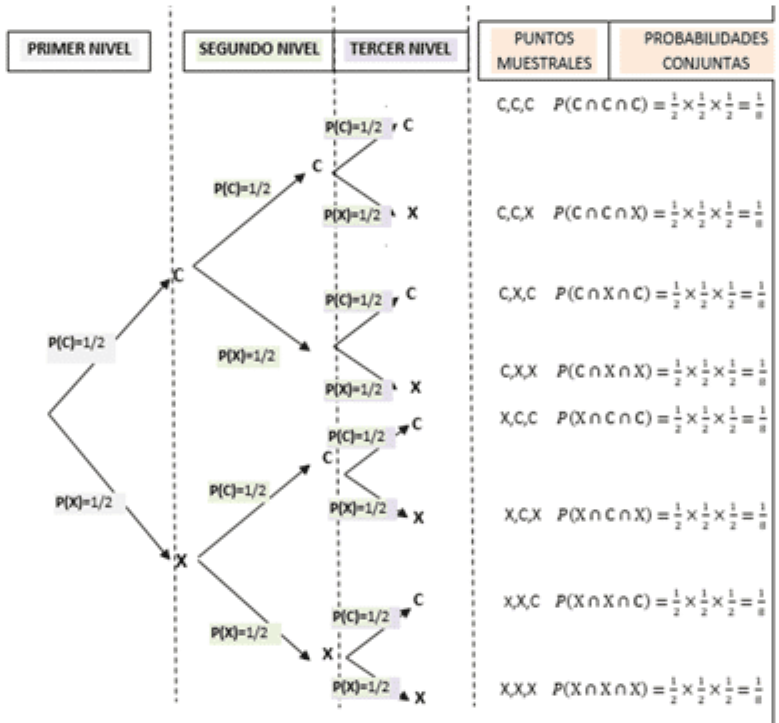
1. Que salga cara las 3 veces.
2. Que salga cara la primera tirada.
3. Que salga cruz las dos primeras tiradas.
4. Que por lo menos una vez salga cara.
5. Que salga cruz las 3 veces.

- Para calcular estas probabilidades es muy útil razonarlo con un árbol de decisión, recuerda que los eventos son independientes, lo que sale en la primera tirada no condiciona lo que saldrá en la segunda y en la tercera.
- Cada nivel es una tirada de moneda, por lo tanto, este árbol tendrá 3 niveles.
- Al finalizar los recorridos de cada rama, podrás deducir fácilmente cuántos resultados experimentales tienes para poder comenzar a calcular la probabilidad del evento que desees.

Luego de armarlo, verás que se pueden calcular, no solo las probabilidades que se pidieron en este ejemplo, sino muchas más y observarás cómo se cumplen también las reglas de la probabilidad.

Figura 2: Diagrama de árbol para el problema del ejemplo 3

Descripción de la figura 2: se muestra un diagrama de árbol con las probabilidades calculadas sobre las ramas. En el primer nivel están las probabilidades que se tienen en la primera tirada, y así sucesivamente. En el segundo nivel, también sobre las ramas, se calculan las probabilidades condicionales, que en este caso son iguales a las probabilidades simples calculadas en la tirada anterior, por lo tanto los eventos son independientes.



Fuente: elaboración propia

Conclusiones

- Los puntos muestrales que forman todo el espacio muestral son 8. Son 8 las variaciones que pueden hacerse en las 3 tiradas.

- Se calculan en este caso $2^n = 2^3 = 8$, la base está dada por los eventos simples que se obtienen en cada tirada y la n es igual al número de tiradas.

Respuestas

1) Que salga cara las 3 veces

$$P(C \cap C \cap C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{8}}$$

2) Que salga cara la primera tirada.

Cada una de las probabilidades conjuntas, son mutuamente excluyentes entre sí. No es lo mismo punto muestral C,C,C que C,X,C, sin embargo, en las dos salió cara la primera vez, por lo tanto deben sumarse las probabilidades conjuntas.

Contemos cuántos puntos muestrales son los que tienen cara en la primera tirada:

CCC, CCX, CXC, CXX, son 4 eventos de 8. P(cara la 1ra tirada) = 4/8 = **1/2**

Observa que es lo mismo que: P(cara la 1ra tirada) =P(CCC)+P(CCX)+P(CXC)+P(CXX)= 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = 4/8 = 1/2

3) P(que salga cruz las dos primeras tiradas) =P(XXC) + P(XXX) = (1/8) + (1/8) = 2/8 = **1/4**

4) P(que por lo menos una vez salga cara) = 1 – P(XXX) = 1 – 1/8 = **7/8**. Acá conviene hacerlo así, para no sumar todas las probabilidades conjuntas, pues que por lo menos una vez salga cara, significa que salga una, dos o tres veces. Todas son válidas menos la probabilidad de que salga las 3 veces cruz.

5) P(que salga cruz las 3 veces) = P(XXX) = **1/8 .**

Es la misma probabilidad de que salga las 3 veces cara. Es decir

$$P(C \cap C \cap C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{8}}$$

- Cualquier otro ejemplo que se refiera a eventos independientes, se razona de la misma manera.
- El caso de la extracción de dos bolillas de un bolillero, dos veces consecutivas, puede tratarse como un caso de eventos independientes si se repone la bolilla que se sacó.
- También se consideran eventos independientes cuando de una población muy grande se extrae, por ejemplo, una unidad de un producto del que se quiere calcular la probabilidad de que tenga algún defecto. Prácticamente las probabilidades son las mismas en una segunda extracción, pues no afecta al conjunto de elementos, ya que se trata de una población que se considera infinita frente a una extracción

Árbol de decisión en un caso de dependencia estadística. Experimento de pasos múltiples

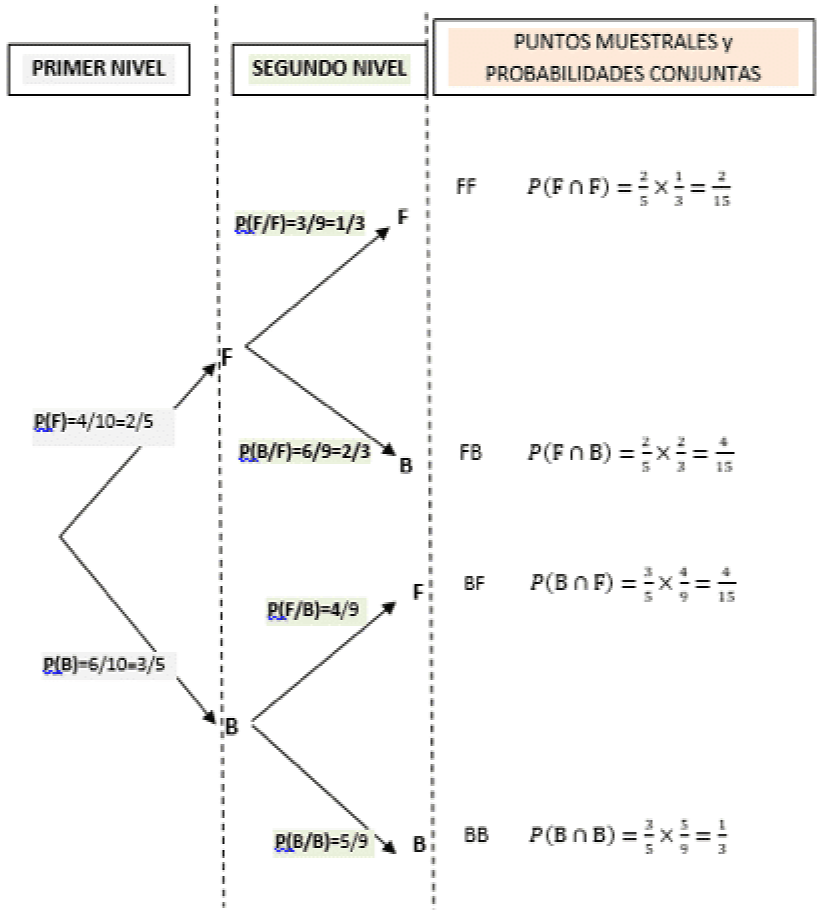
El ejemplo típico es el de extraer bolillas de un bolillero, sin reponerlas. Las extracciones sucesivas se consideran un experimento de pasos múltiples.

Otro ejemplo de experimento de pasos múltiples es elegir a dos personas entre 5 en una rifa. Siempre supondremos que las elecciones se realizan una a una y que todas tienen la misma probabilidad de ser elegidas.

Ejemplo 4: supongamos que un comerciante tiene en su mesa 10 monedas, de las cuales sabe que 4 son falsas y no puede distinguirlas. Si va extrayendo 2 monedas sucesivamente, sin reponerlas, determina la probabilidad de que en las dos extracciones haya por lo menos una moneda falsa. Armemos el árbol de esta situación.

Figura 3: Árbol de decisiones para el ejemplo 4, eventos dependientes.

Descripción de la figura 3: en la figura se muestra cuál sería el árbol correspondiente a un experimento aleatorio, con eventos dependientes correspondiente al ejemplo 4.



Fuente: elaboración propia

Conclusiones

- Observa en las ramas del primer nivel: la suma de las probabilidades es 1, son eventos simples, pueden escribirse como número decimal o dejarlas en fracción reducida.

- En el segundo nivel, las probabilidades que están sobre las subramas son condicionales y distintas a las probabilidades simples de la primera extracción, por lo que los eventos son dependientes. Estas probabilidades se calculan directamente, no hace falta la fórmula de la probabilidad condicional, pues la probabilidad de extraer una falsa, después de haber extraído una falsa en la primera extracción, la podemos calcular preguntándonos: ¿cuántas falsas quedan, si extraje en la primera una falsa? Quedan 3 porque eran 4 y, ¿cuántas monedas hay en la segunda extracción sobre la mesa? Hay 9 monedas, porque ya extraje 1 y no la repuse. Por lo tanto, la P(F/F) = 3/9

Respondamos ahora el ejemplo 4

Designemos con F al evento es una moneda falsa y, con B, es una moneda buena.

La probabilidad de que en las dos extracciones haya por lo menos una moneda falsa se calcula determinando las probabilidades de los puntos muestrales: FB BF FF.

Las posibilidades son: 3 de 4. ¡Pero cuidado! No son todas las probabilidades iguales entre sí como en el ejemplo 3, figura 2, porque en ese ejemplo los eventos son independientes.

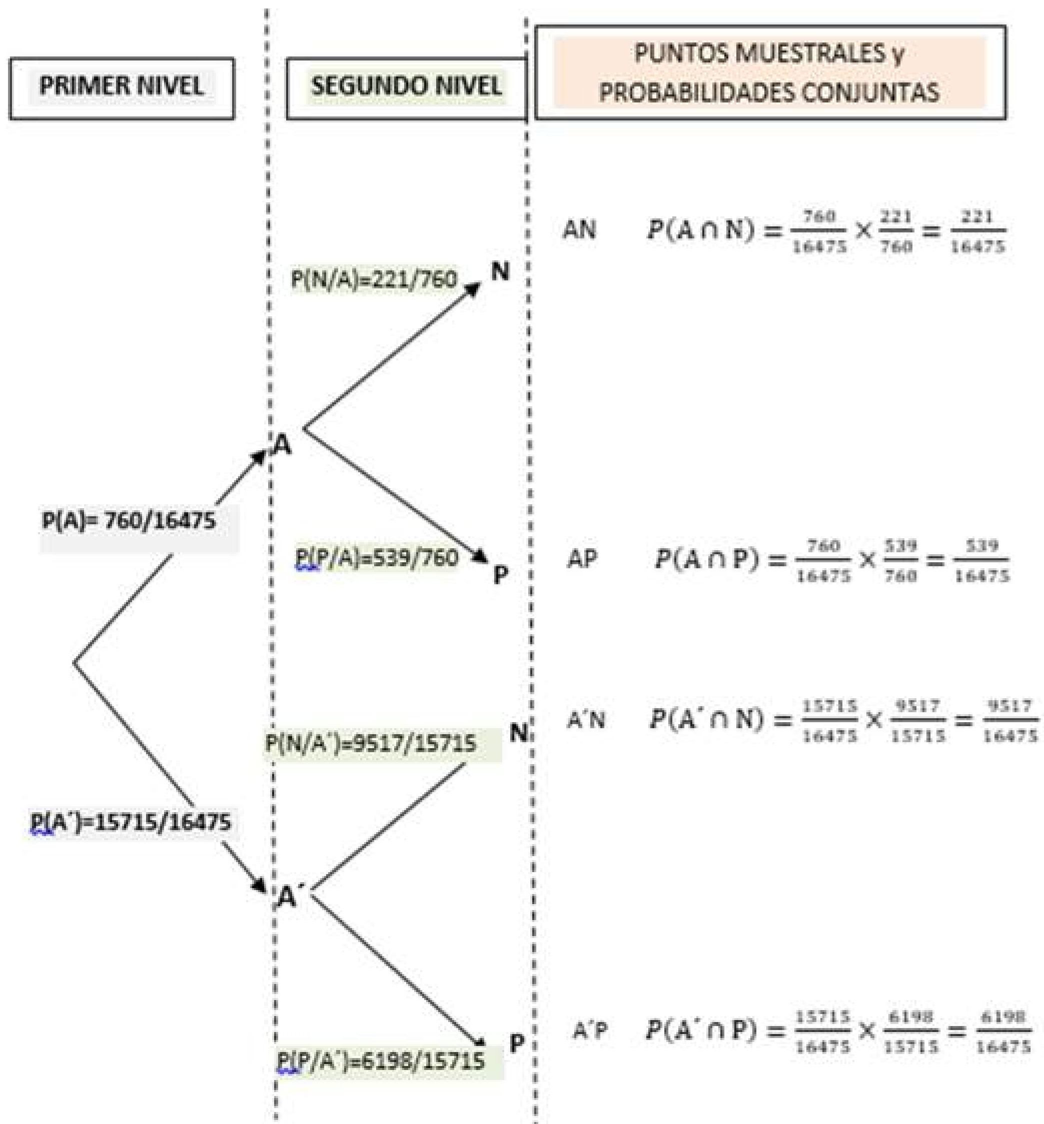
Acá tendremos que sumar P(FF)+P(FB)+P(FB), porque son eventos mutuamente excluyentes, o lo que es lo mismo, puedes hacerlo excluyendo del espacio muestral a P(BB). La $P(B \cap B)=1/3$ ver figura 3.

- **P(por lo menos una sea falsa)** = 1- $P(B \cap B)$ = 1 - 1/3 = **2/3**
- Que es lo mismo que sumar: 2/15 + 4/15 + 4/15 = 2/3

Árbol de decisión para el caso Fundación Antares

Descripción de la figura 4: en la figura se muestra cuál sería el árbol correspondiente a al caso de la Fundación Antares, con las probabilidades condicionales y conjuntas.

Figura 4: Árbol de decisiones para el caso de la Fundación Antares



Fuente: elaboración propia

Compara los resultados obtenidos mediante la tabla de contingencias **(tabla 1)**

Resultados

$$1)\quad P(A) = \frac{760}{1\,6475} = 0{,}0461$$

(confronta la probabilidad marginal del primer nivel, respectiva en el árbol)

$$2)\quad P(N) = \frac{9\,738}{16\,475} = 0{,}5911$$

(para calcular esta probabilidad marginal se suman las probabilidades conjuntas:

$$P(\mathrm{A} \cap \mathrm{N}) = \frac{221}{16\,475} \quad \text{y} \quad P(\mathrm{A}' \cap \mathrm{N}) = \frac{9\,517}{16\,475}$$

$$3)\quad P\left({}^{N}\!/_{A}\right) = \frac{221}{760} = 0{,}2908$$

(confronta con la probabilidad condicional respectiva en el árbol)

4) $P(A' \cup P) = P(A') + P(P) - P(A' \cap P) = \frac{15\,715}{16\,475} + \frac{6\,737}{16\,475} - \frac{6\,198}{16\,475} = \frac{16\,254}{16\,475} = 0{,}9866$

$$5)\quad P(A \cap P) = \frac{539}{16\,475} = 0{,}0327$$

(confronta la probabilidad conjunta respectiva en el árbol)

Dependencia de los eventos A y P: la no independencia estadística se calcula de la misma forma que se calculó en la resolución del caso mediante tablas de contingencias. Ahora podremos hacerlo extrayendo los datos del árbol que acabamos de construir.

$$P\left({}^{A}\!/_{P}\right) = \frac{539}{6\,737} = 0{,}08$$

confronta la probabilidad condicional respectiva en el árbol).

P(A)=0,0461 (confronta la probabilidad marginal del primer nivel, respectiva en el árbol)

$P(A/P) \neq P(A)$ por lo tanto, los eventos no son independientes desde un punto de vista estadístico, sino que son estadísticamente dependientes.

- En el ítem 2) volvemos a encontrarnos con la expresión de una probabilidad marginal, como la suma de probabilidades conjuntas. Este tema lo desarrollaremos con más amplitud en la próxima lectura. Si hubiésemos comenzado el árbol con los eventos marginales N y P, nos hubieran quedado las probabilidades marginales A y A´ expresadas como una suma de probabilidades conjuntas. Pero esto no altera los resultados obtenidos.

Si en una caja de 20 latas, hay 5 defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de extraer las 5 que son defectuosas?

- ○ $P(D \cap D \cap D \cap D \cap D)$ 0,0001=10^{-4}
- ○ $P(D \cap D \cap D \cap D \cap D)$ 1
- ○ $P(D \cap D \cap D \cap D \cap D)$ 2,5 ×10^{-8}
- ○ $P(D/D)=0$

SUBMIT

En síntesis, los árboles de decisión son especialmente recomendados en los experimentos de pasos múltiples.

En cambio, para problemas basados en enfoques objetivos de frecuencias relativas, se utilizan más las tablas de contingencia.

Para finalizar esta parte, un consejo de los autores del texto “Estadística para Administración y Economía”, por si todavía te quedan dudas:

> No hay que confundir la noción de eventos mutuamente excluyentes con la de eventos independientes. Dos eventos cuyas probabilidades no son cero, no pueden ser mutuamente excluyentes e independientes. Si uno de los eventos mutuamente excluyentes ocurre, el otro evento no puede ocurrir; por tanto, la probabilidad de que ocurra el otro evento se reduce a cero (Anderson, Sweeney y Williams, 2008, p. 168).

No olvides buscar estos temas en el texto básico (detallado en las referencias) y hacer la ejercitación que allí se plantea.

Referencias

Anderson, D. R., Sweeney, D. J. y Williams, T. A. (2008). *Estadística para Administración y Economía.* México: Ed. Cengage Learning Editores, S.A.