

PROBLEMA DE LAS N-TORRES CON OBSTÁCULOS



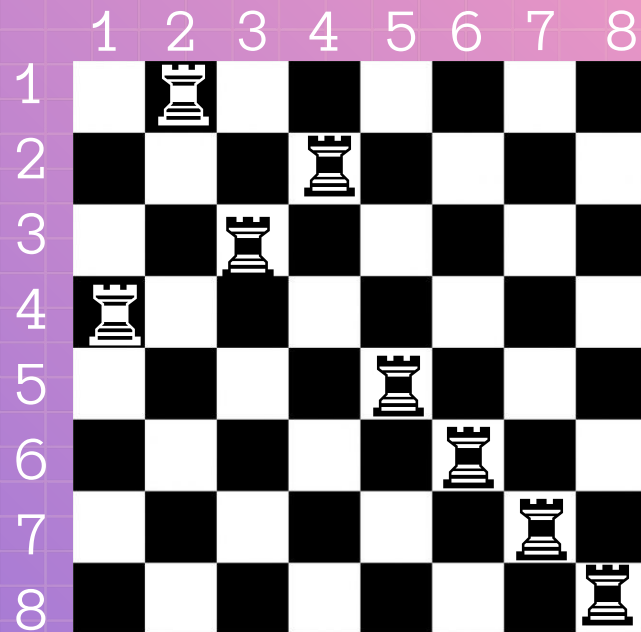
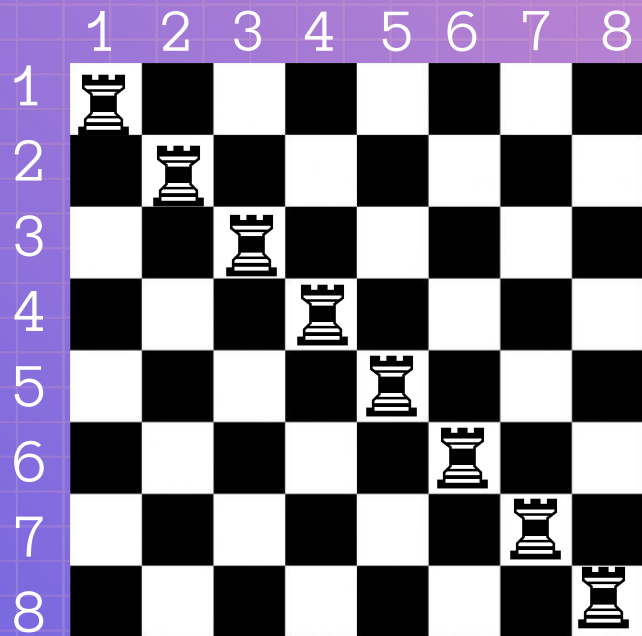
PAULA CUADRA RUIZ

SAMUEL HIDALGO BERLANGA

SERGIO CAMACHO MARÍN

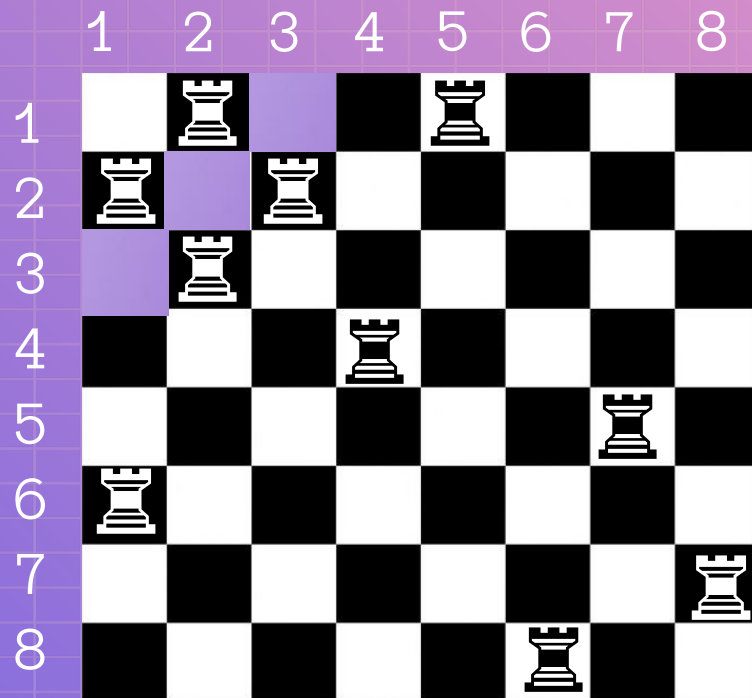


PROBLEMA DE LAS N-TORRES





♖ PROBLEMA DE LAS N-TORRES CON OBSTÁCULOS ♜



PUNTO DE PARTIDA

- PROBLEMA DE LAS N-REINAS

```
#const n = 8.
```

```
% domain number  
(1..n).
```

```
% alldifferent
```

```
1 { q(X,Y) : number(Y) } 1 :- number(X).
```

```
1 { q(X,Y) : number(X) } 1 :- number(Y).
```

```
% remove conflicting answers
```

```
:- q(X1,Y1), q(X2,Y2), X1 < X2, Y1 == Y2.
```

```
:- q(X1,Y1), q(X2,Y2), X1 == X2, Y1 < Y2.
```

```
:- q(X1,Y1), q(X2,Y2), X1 < X2, Y1 + X1 == Y2 + X2.
```

```
:- q(X1,Y1), q(X2,Y2), X1 < X2, Y1 - X1 == Y2 - X2.
```

```
#show q/2.
```



DESARROLLO Y DIFICULTADES

1 { t(X,Y) : number(Y) } 1 :- number(X).
1 { t(X,Y) : number(X) } 1 :- number(Y).

Enunciado inicial que solo permite 1 torre
por fila/columna.
Debido a los obstáculos esto no es cierto

{t(X,Y) : number(X),number(Y) } == k.

K es el número de torres que
queremos colocar.
De esta forma no presenta la
limitación del caso base

DESARROLLO Y DIFICULTADES

- $t(X1,Y1)$, $t(X2,Y2)$, $X1 < X2$, $Y1 = Y2$, not $o(X3,Y3)$, $X1 = X3$, $Y1 < Y3$, $Y3 < Y2$, $Y3 = Y1..Y2$.
- $t(X1,Y1)$, $t(X2,Y2)$, $X1 = X2$, $Y1 < Y2$, not $o(X3,Y3)$, $Y1 = Y3$, $X1 < X3$, $X3 < X2$, $X3 = X1..X2$.
- $t(X1,Y1)$, $t(X1,Y2)$, $Y2 = Y1 + 1$.
- $t(X1,Y1)$, $t(X2,Y1)$, $X2 = X1 + 1$.

Primer planteamiento de los obstáculos.
Solamente da satisfacible en casos en los que
entre una torre y otra, **todas las casillas son
obstáculos**

Declaramos los obstáculos con
 $o(X,Y)$ donde X,Y son las
coordenadas del tablero



$o(4,2)$.

PRIMERA SOLUCIÓN VÁLIDA

`#const n = 8.`

`number(1..n).`

El número de torres que
queremos posicionar en el
tablero

`{t(X,Y) : number(X),number(Y) } == 10.`

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								



$o(2,2).$

$o(3,1).$

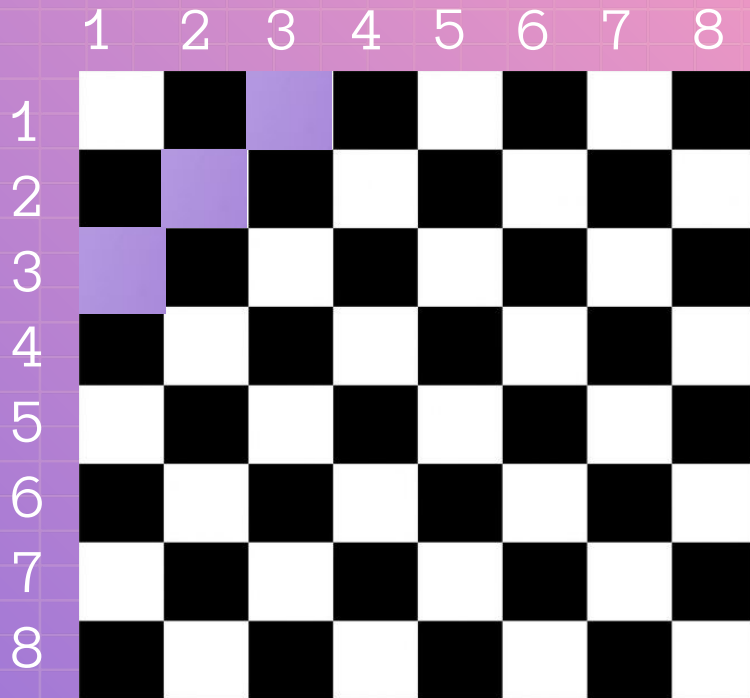
$o(1,3).$

Colocamos un número
determinado de obstáculos

Siendo $o(X,Y)$
obstáculos con
coordenadas:

$X = 1..8.$

$Y = 1..8.$



Definimos un predicado “libre” para saber que casillas están libres de obstáculos

`libre(X1,Y1) :- not o(X1,Y1), X1=1..n , Y1=1..n.`

Inferencia que nos indica que no puede haber una torre encima de un obstáculo

`:- t(X1,Y1), o(X2,Y2), X1==X2 , Y1==Y2.`



Las dos torres están en la misma fila

Calculamos el número de casillas libres que podría haber entre ellas si consideramos que no hay obstáculos



```
:- t(X1,Y1), t(X2,Y1), X1<X2, #count{X,Y1 : libre(X,Y1), X=X1+1..X2-1 }==(n-X1-(n-X2+1)).
```



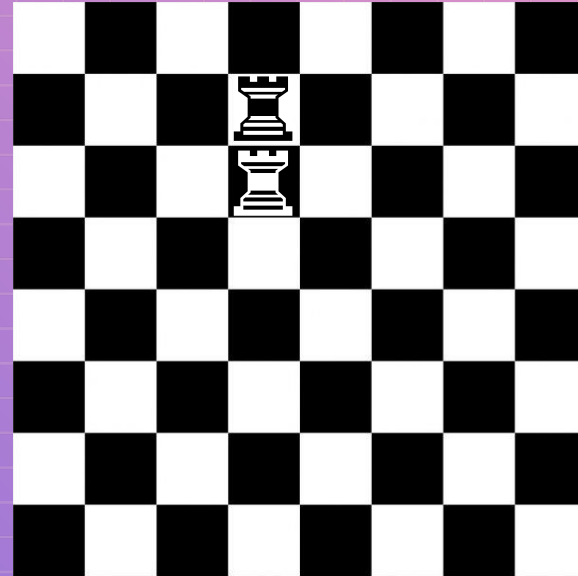
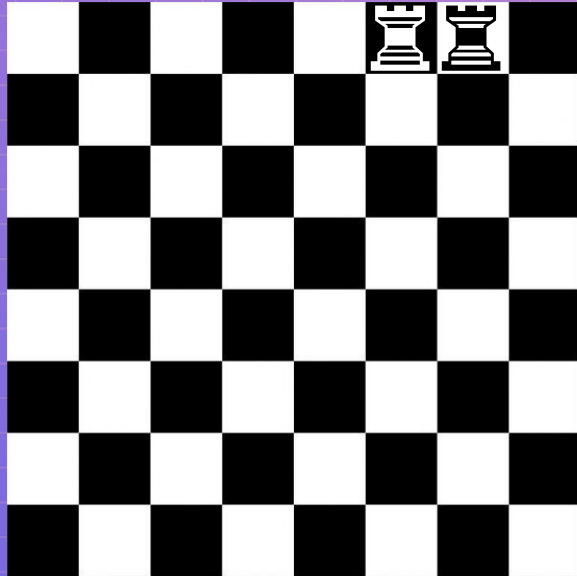
Las dos torres están en la misma columna

Comparamos ese número con el número de casillas libres reales que hay en la fila. Si el número es el mismo, no hay obstáculos.

```
:- t(X1,Y1), t(X1,Y2), Y1<Y2, #count{X1,Y : libre(X1,Y), Y=Y1+1..Y2-1 }==(n-Y1-(n-Y2+1)).
```



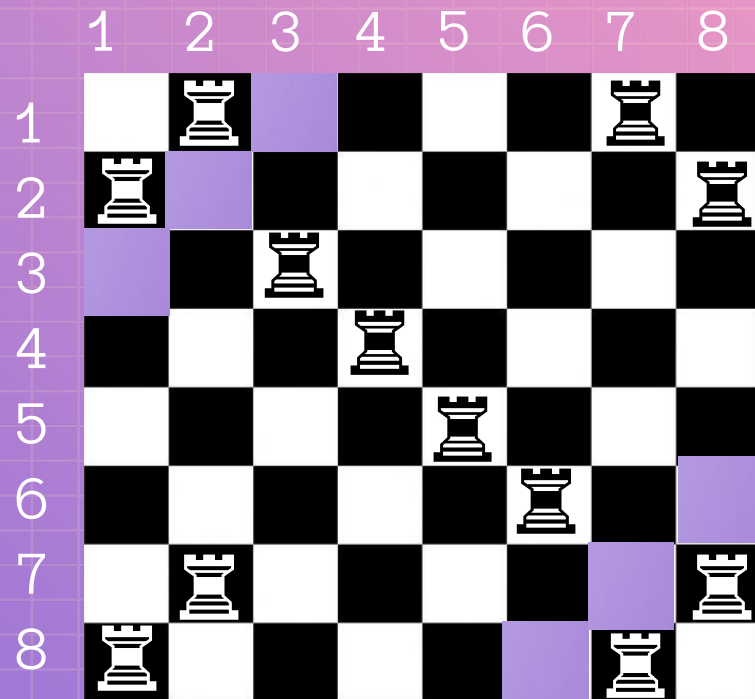
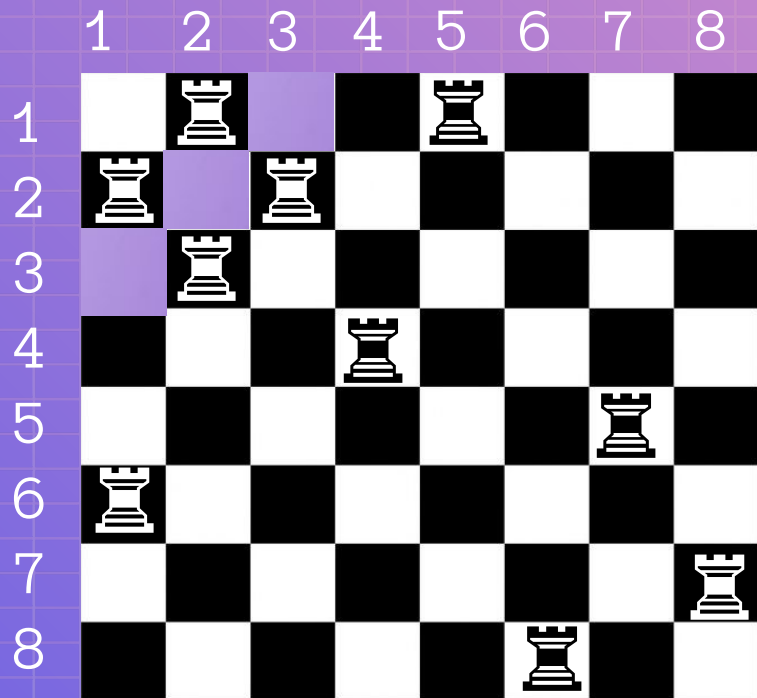
$\text{:- } t(X1, Y1), t(X1, Y2), Y2 = Y1 + 1.$
 $\text{:- } t(X1, Y1), t(X2, Y1), X2 = X1 + 1.$





TRES OBSTÁCULOS Y 10 TORRES

SEIS OBSTÁCULOS Y 12 TORRES





number(1) number(2) number(3) number(4) number(5) number(6)
number(7) number(8) o(2,2) o(3,1) o(1,3) libre(1,1) libre(1,2) libre(1,4)
libre(1,5) libre(1,6) libre(1,7) libre(1,8) libre(2,1) libre(2,3) libre(2,4)
libre(2,5) libre(2,6) libre(2,7) libre(2,8) libre(3,2) libre(3,3) libre(3,4)
libre(3,5) libre(3,6) libre(3,7) libre(3,8) libre(4,1) libre(4,2) libre(4,3)
libre(4,4) libre(4,5) libre(4,6) libre(4,7) libre(4,8) libre(5,1) libre(5,2)
libre(5,3) libre(5,4) libre(5,5) libre(5,6) libre(5,7) libre(5,8) libre(6,1)
libre(6,2) libre(6,3) libre(6,4) libre(6,5) libre(6,6) libre(6,7) libre(6,8)
libre(7,1) libre(7,2) libre(7,3) libre(7,4) libre(7,5) libre(7,6) libre(7,7)
libre(7,8) libre(8,1) libre(8,2) libre(8,3) libre(8,4) libre(8,5) libre(8,6)
libre(8,7) libre(8,8)

t(2,1) t(6,1) t(1,2) t(3,2) t(2,3) t(4,4) t(1,5) t(8,6) t(5,7) t(7,8)

SATISFIABLE



CÓDIGO FINAL

```
#const n = 8.  
number(1..n).  
%El número de torres que queremos posicionar en el tablero.  
{t(X,Y) : number(X),number(Y) } == 12.  
o(2,2). o(3,1). o(1,3). o(8,6). o(7,7). o(6,8).  
  
:- t(X1,Y1), o(X2,Y2), X1==X2 , Y1==Y2.  
:- t(X1,Y1), t(X2,Y1), X1 < X2, #count{X,Y1 : o(X,Y1), X=X1+1..X2-1 } < 1.  
:- t(X1,Y1), t(X1,Y2), Y1 < Y2, #count{X1,Y : o(X1,Y) ,Y=Y1+1..Y2-1 } < 1.  
  
#show t/2.
```

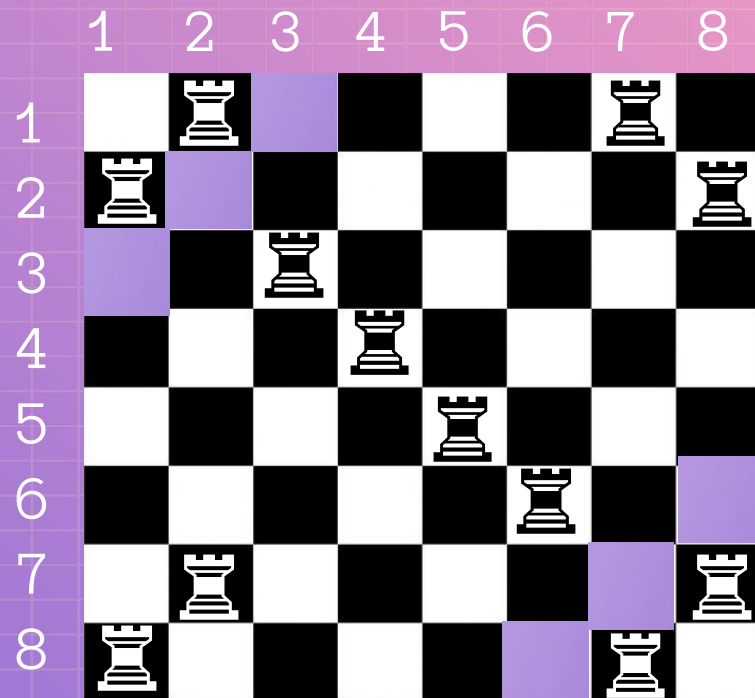
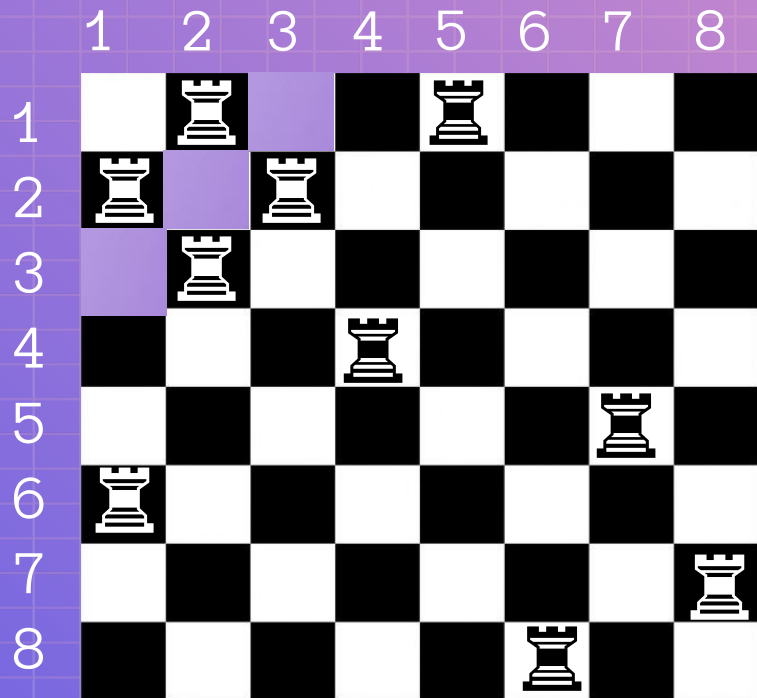
Cuenta los obstáculos, y si el número de obstáculos es menor a 1, no se puede dar la situación de dos torres en la misma fila/columna

[Running clingo \(potassco.org\)](http://potassco.org)



TRES OBSTÁCULOS Y 10 TORRES

SEIS OBSTÁCULOS Y 12 TORRES



AMPLIACIONES: CALCULAR MÁXIMO N-TORRES

- Utilizamos iclingo, una ampliación de clingo.
- Valores acumulativos. `#cumulative k.`
- Podemos indicar que una variable `k` aumenta a medida que avanzan las iteraciones.
- Con la acción `--istop=UNSAT` el programa acaba con la última entrada satisfacible.



Four small white squares are positioned at the corners of the slide: top-left, top-right, bottom-left, and bottom-right.

**Gracias por su
atención**