

## Теоретическое решение

1. Алгоритм решения задач основан на следующем утверждении.

Половина максимальной длины разреза не должна превышать стороны равностороннего треугольника, вписанного в данный равносторонний треугольник, при этом стороны вписанного равностороннего треугольника должны быть перпендикулярны сторонам данного равностороннего треугольника (рисунок 1) и вписанный равносторонний треугольник делит стороны данного треугольника в отношении 2:1.

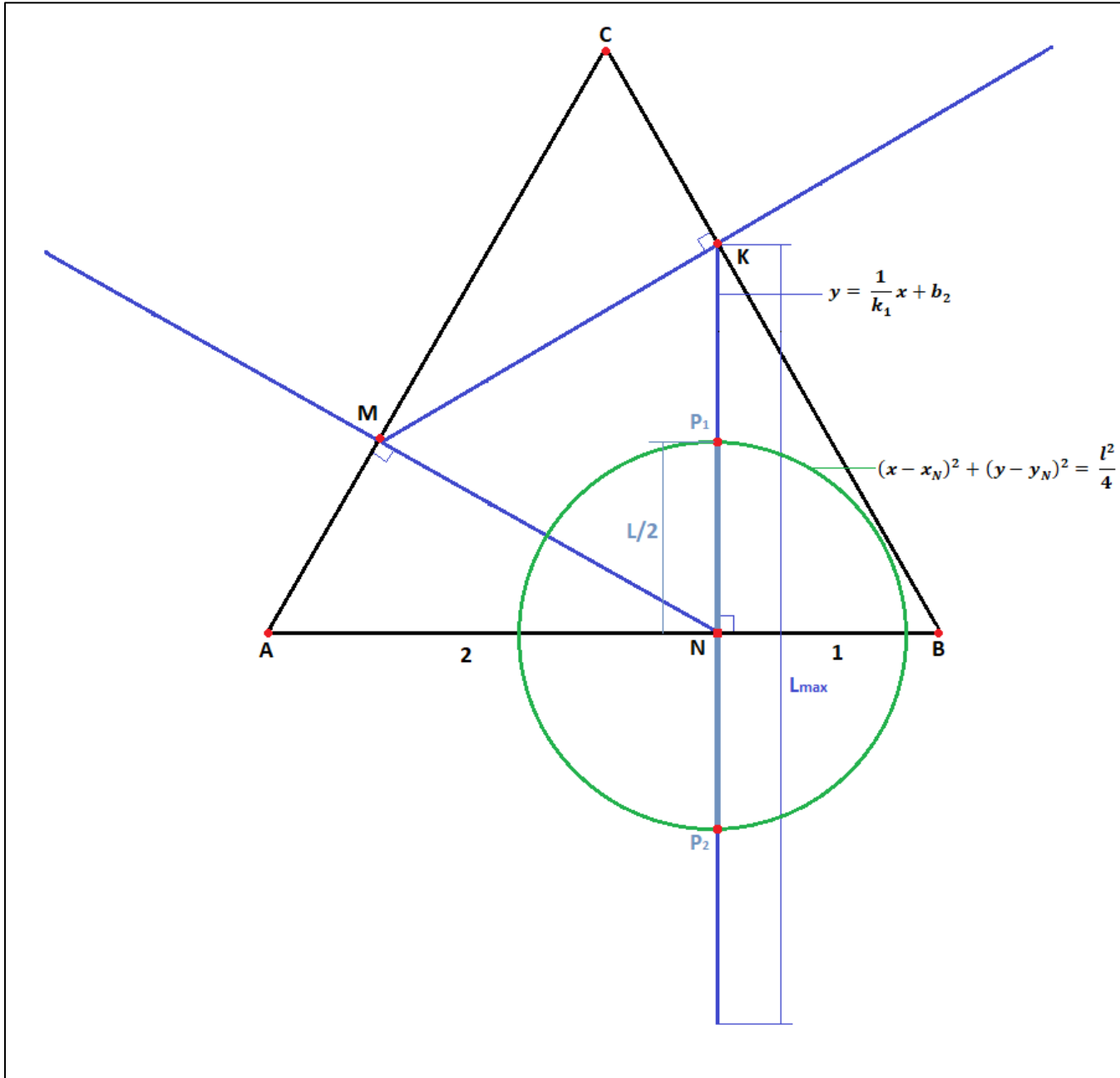


Рисунок 1. Максимальная длина разреза  $L_{max}$  для случая равностороннего треугольника.

Пусть:  $l = AB$  – длина стороны данного равностороннего треугольника.

Рассмотрим треугольник  $NKB$ . Так как разрез делит сторону  $AB$  в отношении 2:1, то  $NB = \frac{1}{3}l, KB = \frac{2}{3}l$ . Таким образом, можно определить, что  $L_{max} < 2 \cdot KN = 2 \cdot \sqrt{KB^2 - NB^2} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4}{9}l^2 - \frac{1}{9}l^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}l$ .

$$L_{max} < \frac{2}{\sqrt{3}}l.$$

2. Поиск точки пересечения разреза и стороны треугольника можно выполнить следующим образом. Используем формулу деления отрезка в заданном отношении. Пример для отрезка  $AB$  и точки  $N$ .

$$X_N = \frac{X_A + \frac{1}{2}X_B}{1 + \frac{1}{2}}, Y_N = \frac{Y_A + \frac{1}{2}Y_B}{1 + \frac{1}{2}}.$$

Координаты концов разреза можно вычислить следующим образом.

Пусть прямая, которая задается отрезком  $AB$ , имеет уравнение:  $y = k_1x + b_1$ , при этом  $k_1, b_1$  можно вычислить, зная координаты точек  $A$  и  $B$ . Тогда прямая, перпендикулярная данной прямой определяется следующим уравнением  $y = \frac{1}{k_1}x + b_2$ , при этом зная координаты точек  $N$  и  $K$  можно найти коэффициент  $b_2$ .

Точки разреза длиной  $l$  лежат на окружности радиуса  $\frac{l}{2}$  с центром в точке  $N$ . Уравнение окружности при этом имеет вид:  $(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 = \frac{l^2}{4}$ .

Таким образом, можно получить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{k_1}x + b_2 \\ (x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 = \frac{l^2}{4} \end{cases}$$

Результатом решения системы уравнений будут две точки – концы разреза, проходящего через точку  $N$ .