Теоретическое решение

1. Алгоритм решения задач основан на следующим утверждении.

Половина максимальной длины разреза не должна превышать стороны равностороннего треугольника, вписанного в данный равносторонний треугольник, при этом стороны вписанного равностороннего треугольника должны быть перпендикулярны сторонам данного равностороннего треугольника (рисунок 1) и вписанный равносторонний треугольник делит стороны данного треугольника в отношении 2:1.

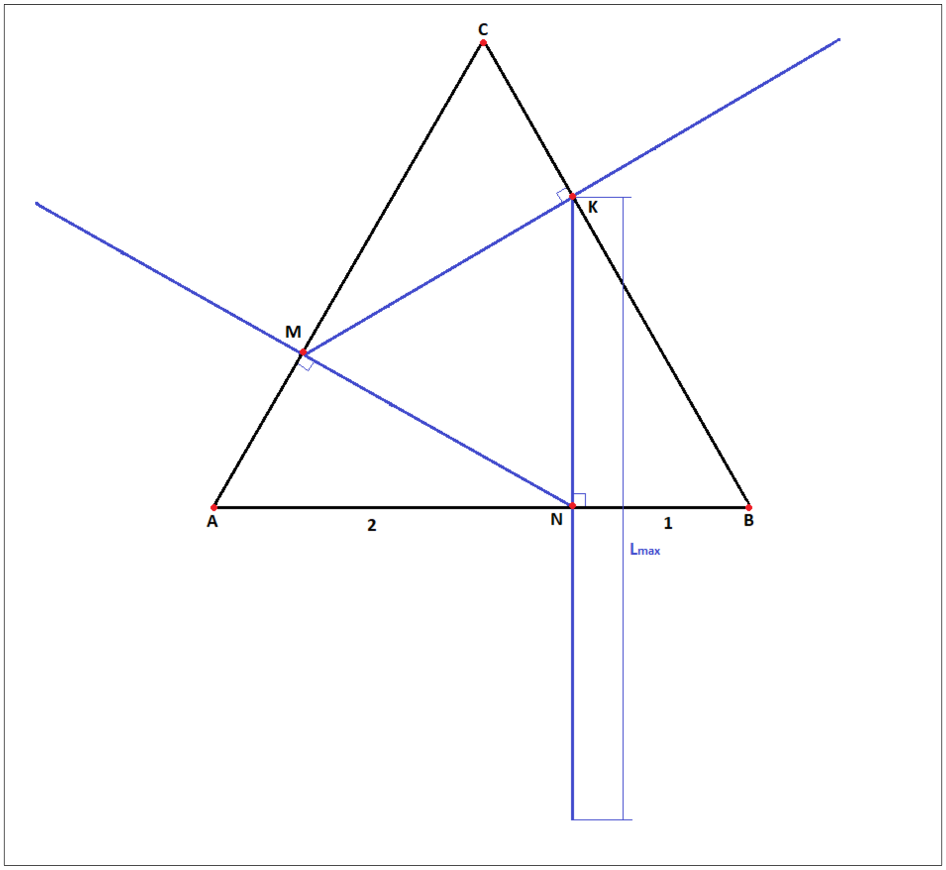

Рисунок 1. Максимальная длина разреза L_{max} для случая равностороннего треугольника.

Пусть: $l = AB$ – длина стороны данного равностороннего треугольника.

Рассмотрим треугольник NKB. Так как разрез делит строну AB в отношении 2:1, то $NB = \frac{1}{3}l, KB = \frac{2}{3}l$. Таким образом, можно определить, что $L_{max} < 2 \cdot KN = 2 \cdot \sqrt{KB^2 - NB^2} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4}{9}l^2 - \frac{1}{3}l^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}l$.

$$\boldsymbol{L_{max} < \frac{2}{\sqrt{3}}l.}$$

2. Поиск точки пересечения разреза и стороны треугольника можно выполнить следующим образом. Используем формулу деления отрезка в заданном отношении. Пример для отрезка AB и точки N.

$$\boldsymbol{X_N = \frac{X_A + \frac{1}{2}X_B}{1 + \frac{1}{2}}, Y_N = \frac{Y_A + \frac{1}{2}Y_B}{1 + \frac{1}{2}}.}$$

Координаты концов разреза можно вычислить следующим образом.

Пусть прямая, которая задается отрезком АВ, имеет уравнение: $y = k_1 x + b_1$, при этом k_1, b_1 можно вычислить, зная координаты точек А и В. Тогда прямая, перпендикулярная данной прямой определяется следующим уравнением $y = \frac{1}{k_1} x + b_2$, при этом зная координаты точек N и K можно найти коэффициент b_2.

Точки разреза длинной l лежат на окружности радиуса $\frac{l}{2}$ с центром в точке N. Уравнение окружности при этом имеет вид: $(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 = \frac{l^2}{4}$.

Таким образом, можно получить систему уравнений:

$$\begin{cases} \boldsymbol{y = \frac{1}{k_1} x + b_2} \\ \boldsymbol{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 = \frac{l^2}{4}} \end{cases}$$

Результатом решения системы уравнений будут две точки – концы разреза, проходящего через точку N.