

Quadtree

Tout le monde

February 22, 2019

Contents

1	Arbre Binaires	3
1.1	Description	3
1.2	Arbres binaires de recherche	3
1.2.1	méthodes principales	3
2	Implémentation : comparaison entre structure récursive et représentation en liste	3
2.1	Structure récursive	3
2.2	Liste	4
2.3	Comparaison	4
2.3.1	Avantages et inconvénients	4

1 Arbre Binaires

1.1 Description

1.2 Arbres binaires de recherche

1.2.1 méthodes principales

a. suppression :

La fonction de suppression se fait de manière récursive. Elle est assez simple mais il faut juste faire attention à ne pas perdre des informations ou à modifier la structure d'arbre :

L'algorithme est le suivant:

soit x l'élément qu'on veut supprimer :

- si x c'est la racine de notre arbre, il y a trois cas à traiter :
- si x n'a pas de fils on le supprime directement
- si x a un seul fils on le remplace par celui-ci
- s'il en a deux on échange le x soit avec le max du sous arbre gauche (qui correspond au fils le plus à droite du sous arbre gauche), soit avec le min du sous arbre droit (qui correspond au fils le plus à gauche du sous arbre droit), puis on supprime le max ou le min d'après ce qu'on a choisit en faisant un appel récursif .
- si x est plus petit que la racine on fait un appel récursif sur le sous arbre gauche
- si x est plus grand on fait un appel récursif sur le sous arbre droit .

b. recherche :

La recherche se fait aussi de manière récursive l'algorithme est assez simple :

soit x l'élément qu'on cherche

- on regarde si x est égale à la racine dans ce cas on renvoi directement la racine
- si x est plus petit que la racine (x est donc forcément dans le sous arbre gauche) on fait un appel récursif sur le sous arbre gauche
- si x est plus grand que la racine on fait un appel récursif sur le sous arbre droit
- et si on atteint une feuille et que sa clé n'est pas l'élément qu'on recherche ça veut dire que l'élément ne se trouve pas dans l'arbre.

2 Implémentation : comparaison entre structure récursive et représentation en liste

2.1 Structure récursive

Une représentation qui semble la plus naturelle est d'implémenter une structure avec auto-référence. En effet en s'inspirant de la définition inductive on peut voir un arbre binaire comme une structure contenant essentiellement 3 champs : une clef et deux arbres binaires, ses sous-arbres gauche et droit. En terme d'implémentation cela dépend du langage utilisé.

En C cela passera par la création d'un type spécifique arbre avec en variable des pointeurs vers des variables de ce même type, en plus d'une variable clef de type entier par exemple.

En suivant le paradigme de la programmation objet, on crée une classe arbre ayant deux attributs de type arbre en plus de l'attribut clef (et d'autres attributs si nécessaires). La souplesse de Python sur les types rend la création de la classe particulièrement aisée mais il faudra être vigilant sur l'utilisation. On pourra déclarer la classe comme ceci :

```
1 class ArbreBinaire():
2     def __init__(self, clef, gauche = None, droite = None):
3         """ Anything x ArbreBinaire x ArbreBinaire -> ArbreBinaire
4         Constructeur d'arbre """
5         self.clef = clef
6         self.gauche = gauche
7         self.droite = droite
```

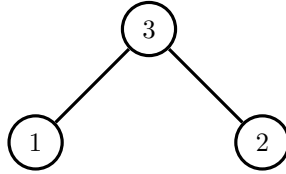
Exemple d'instanciation :

```

1 Feuille1 = ArbreBinaire(1)
2 Feuille2 = ArbreBinaire(2)
3 Arbre = ArbreBinaire(3, Feuille1, Feuille2)

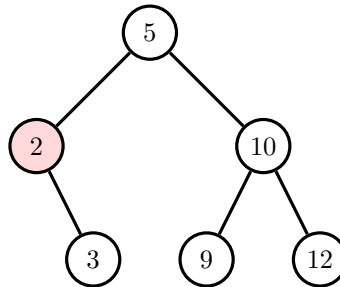
```

L'arbre créé est :



2.2 Liste

On peut aussi représenter l'arbre sous forme de liste. L'idée est d'avoir la racine au début de la liste, le fils gauche à l'index 1, le fils droite à l'index 2 et ainsi de suite. Pour un nœud à l'indice i , on trouve son fils gauche à l'indice $2i$ de la liste, et le droit à l'indice $2i+1$. On peut donc également retrouver le père d'un nœud facilement : pour un nœud d'index i , le père est à l'index $\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor$ (on prend la partie entière dans la division par 2). On fera attention à ne pas sauter les nœuds vides, il faut bien les représenter dans la liste par un caractère spécial en fonction de ce que l'arbre contient comme type de donnée. Par exemple mettre False pour un arbre contenant des entiers éventuellement nuls n'est pas une bonne solution, le test `False == 0` renvoyant `true` en Python (et beaucoup d'autres langages). Par exemple l'arbre suivant :



sera représenté par la liste : `[5, 2, 10, "vide", 3, 9, 12]`

Remarquons qu'idéalement il faut utiliser une structure qui combine les avantages de la liste chaînée et des tableaux : nous avons besoins d'accéder à aux éléments à une position précise en temps constant si possible, mais la structure doit être de taille flexible pour l'agrandir ou la réduire.

2.3 Comparaison

2.3.1 Avantages et inconvénients

Pour la structure récursive :

- Lisibilité du code.
- Gain mémoire pour les arbres avec des nœuds vides : on n'insère que les nœuds non vide dans l'arbre.
- Plus grande souplesse dans le type de donnée représentée dans le nœud.

Pour la représentation en liste :

- Gain de mémoire pour les arbres pleins ou parfait.
- Simplicité de la mise en place, notamment pour les langages implémentant déjà une structure de liste / tableau (en Python on dispose par exemple déjà des primitives `append`, `pop`, `len` etc).
- Accès immédiat au parent.

Les inconvénients se déduisent des avantages : pour la structure récursive elle est plus lourde à mettre en place, ça peut être lourd en mémoire pour des arbres pleins. Pour la liste, le code sera peut être moins lisible et surtout on gâche de la mémoire lorsque l'arbre contient des nœuds vides.

Dans certains cas la liste est particulièrement appropriée par exemple pour la représentation des tas (arbre binaire parfait sur un ensemble totalement ordonnée où les chemins de la racine vers les feuilles sont toujours croissant), utilisés dans le tri par tas où le but est d'ordonner une liste.