

# **Отчет по лабораторной работе №6**

**Модель эпидемии - вариант 53**

Юрченко Сергей НФИбд-02-19

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
1.1	Цель лабораторной работы . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Задача . . . . .	7
3.3	Код программы . . . . .	8
3.4	Код программы . . . . .	8
3.5	Результаты работы программы в случае $I(0) \leq I^*$ . . . . .	9
3.6	Результаты работы программы в случае $I(0) > I^*$ . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>11</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>12</b>

# List of Figures

3.1	Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$ . . . . .	9
3.2	Графики численности в случае $I(0) > I^*$ . . . . .	10

# 1 Цель работы

## 1.1 Цель лабораторной работы

Изучаем простейшую модель эпидемии  $SIR$ . Для этого мы используем условия из варианты. После задаем начальные условия и коэффициенты в уравнение. Далее нам необходимо построить графики изменения численностей трех групп в двух случаях, которые были представлены в лабораторной работе.

## 2 Задание

1. Изучить теоритические сведения о простейшей модели эпидемии  $SIR$ .
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп для двух случаев используя начальные данные из варианта.
3. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в двух случаях:  $I(0) \leq I^*$ ,  
 $I(0) > I^*$

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Сделаем предположением, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

## 3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 6159$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 173$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 61$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в двух случаях: 1.  $I(0) \leq I^*$  2.  $I(0) > I^*$

### 3.3 Код программы

```
model Project
  parameter Real a=0.18;
  parameter Real b=0.01;

  Real S(start=5925);
  Real I(start=173);
  Real R(start=61);

  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=200, Tolerance=1e-
06, Interval=0.05));

end Project;
```

### 3.4 Код программы

```
model Project
  parameter Real a=0.18;
  parameter Real b=0.01;

  Real S(start=5925);
```



```

Real I(start=173);
Real R(start=61);

equation
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S-b*I;
  der(R) = b*I;

annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=200, Tolerance=1e-
06,Interval=0.05));

end Project;

```

### 3.5 Результаты работы программы в случае $I(0) \leq I^*$

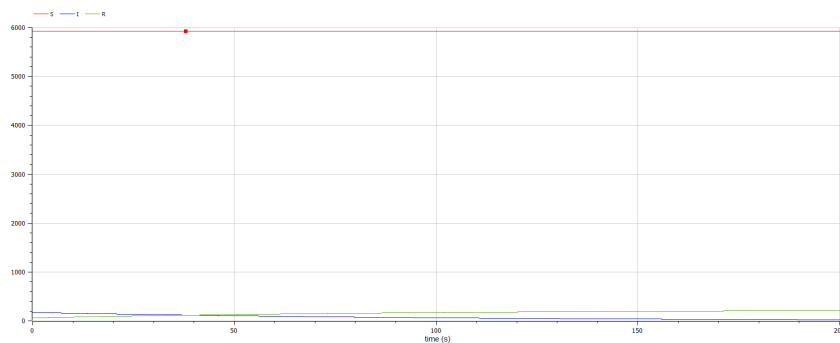


Figure 3.1: Графики численности в случае  $I(0) \leq I^*$

### 3.6 Результаты работы программы в случае $I(0) > I^*$

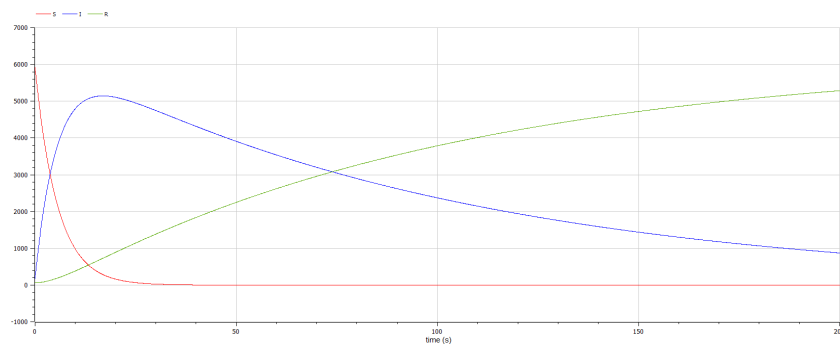


Figure 3.2: Графики численности в случае  $I(0) > I^*$

## 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена простейшая модель эпидемии и построены графики для двух случаев:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$ .

# Список литературы

1. SIR models of epidemics
2. Конструирование эпидемиологических моделей