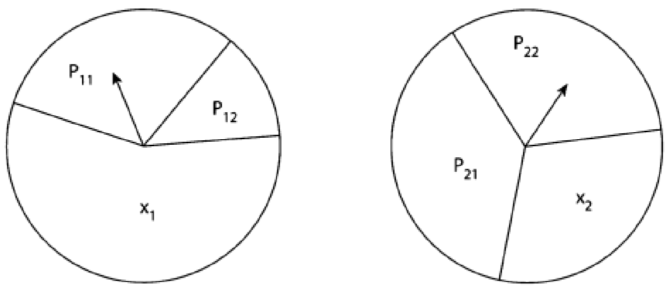
Лабораторная работа №1

Решить методом статистических испытаний следующие задачи:

Задача 1. Имеется два диска (см. рисунок ниже, левый диск №1, правый диск №2) с вращающейся стрелкой. Игрок подходит к диску №1 и произвольным движением приводит стрелку во вращение. Если игрок вращал стрелку на диске i и стрелка остановилась в секторе Pij, игрок переходит к диску j и опять «вращает стрелку»; иначе игра заканчивается. В последнем случае, если стрелка остановилась в секторе x1, игрок победил; иначе – проиграл. Пусть P11=0.2, P12=0.4, P21=0.3, P22=0.35. Чему равна вероятность выиграть в эту игру?



Задача 2. Рассмотрим следующую игру. У игроков A, B и C лежит в кошельке соответственно l, m и n одинаковых монет. Каждый раунд состоит в следующем. Каждый игрок сначала выбирает одну из имеющихся у него монет и затем все трое одновременно подбрасывают каждый свою монету. Если две монеты выпали одинаковой стороной, владельцы этих монет отдают их третьему игроку. Если все монеты выпали одинаковой стороной, раунд повторяется. Игра продолжается до тех пор, пока у одного из игроков не закончатся монеты. Чему равно среднее число раундов до окончания игры при l=4, m=7, n=9, если монеты правильные?

Задача 3. Каждый день человек, проживающий в городе N., отправляется утром из пункта A в пункт B, а вечером из пункта B в пункт A. Предположим, что каждый раз, когда он собирается выходить на улицу, вероятность дождя равна p. Для того, чтобы не промокнуть человек купил x+y, x>0, y>0 зонтов, причем изначально x оставил в A, а y – в B. Через сколько в среднем поездок человек впервые промокнет? Ответить на вопрос при 0.01<p<0.99 (т.е. построить график средних). При каком p среднее число поездок минимально и чему оно равно?

Задача 4. В самолете 220 мест, и все билеты проданы пассажирам. Первым в самолет заходит рассеянный учёный и, не посмотрев на билет, занимает первое попавшееся место. Далее пассажиры входят по одному. Если вошедший видит, что его место свободно, он занимает свое место. Если же место занято, то вошедший занимает первое попавшееся свободное место. Найдите вероятность того, что пассажир, вошедший последним, займет место согласно своему билету.

Задача 5. Из аэропорта в город N. можно добраться на автобусе №111 и №222. Автобусы маршрута №111 приходят на остановку каждый час (скажем, ровно в 6 утра, 7 утра, 8 утра и т.д. до 5 утра). Автобусы маршрута №222 также исправно приходят каждый час, но момент их прихода в течение часа случаен (предполагается, что равномерно распределен). Вы прилетаете в город N и приходите на автобусную остановку, чтобы добраться до города. Сколько в среднем минут Вам придется ждать следующего автобуса?

Задача 6. Пусть x(1) выбирается наугад из интервала (0,1). Далее x(2) выбирается наугад из интервала (x(1),1). Далее x(3) выбирается наугад из интервала (x(2),1) и так далее, т.е. x(n+1) выбирается наугад из интервала (x(n),1). Чему равно среднее значение произведения x(1)x(2)…x(n) если n велико?

Задача 7. В поселке 2500 жителей. Каждый из них примерно 6 раз в месяц ездит на поезде в город (т.е. с вероятностью 6/30), выбирая дни поездок по случайным мотивам независимо от остальных. Поезд ходит один раз в сутки. Какой наименьшей вместимостью должен обладать поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще одного раза в 100 дней (т.е. с вероятностью 1\100)?

Задача 8. В зале кинотеатра N мест и все N билетов были распроданы. Когда посетители пришли в зал, свет в зале не работал (номера мест не видны) и каждому пришлось выбирать себе место наугад. Чему равна вероятность того, что все N посетителей сели мимо своих мест (указанных в билете)? Взять N=5,50,100.

Задача 9. Последовательность случайных выпуклых многоугольников строится по следующей схеме. На каждом шаге имеющийся многоугольник разбивают на два новых так: случайным образом выбирают два ребра и соединяют средние точки этих ребер; затем случайным образом выбирают один из образовавшихся многоугольников и рассматривают его на следующем шаге. Каждый раз, когда делают случайный выбор, все возможные исходы считаются равновероятными, и все результаты такого случайного выбора независимы. Чему равна вероятность того, что число ребер многоугольника, получившегося после 1 миллиона разбиений равно 3?

Задача 10. Чему равна вероятность того, что 4 случайно выбранные точки в данном выпуклом множестве являются вершинами вогнутого четырехугольника? В качестве выпуклого множества взять окружность.