ממ"ן 11

סרג״ פלוטניקוב

320414741

## שאלה #1

א. $1 \in \{1,\{1\}\}$ נכון

ב. $1 \in \{\{1\}\}$ לא נכון

ג. $\{2\} \subseteq \{1,\{1\},\{2\}\}$ לא נכון

ד. $\{\phi\} \subseteq \{1,\{\phi\}\}$ לא נכון

ה. $\{\phi\} \subseteq \{\phi,\{1\}\}$ נכון

ו. $\{1\} \in \{\mathbb{N}\}$ לא נכון

ז. $|\{1,\mathbb{N}\}| = |\{1,2\}|$ נכון

ח. $|P(\{2,\phi\})| = 2\cdot|P(\{\phi\})|$ נכון

## שאלה #2 סעיף ב

$\{A\} \subseteq P(B)$ $\Leftarrow$ $A \in P(B)$ $\Leftarrow$ $A$ היא תת-קבוצה
של $B$ $\Leftarrow$ $\forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$

כל איבר של $P(A)$ הוא קבוצה. המורכבת
מאיברי $A$ $\Leftarrow$ כל איבר של $P(A)$ הוא קבוצה
המורכבת מאיברי $B$. $\Leftarrow$ $\forall x(x \in P(A) \Rightarrow x \in P(B))$
$\Leftarrow$ $P(A) \subseteq P(B)$

## שאלה #2 סעיף ג

נוכיח ע"י דרך השלילה, נניח כי:

$$P(A \cup B) = P(A) \cup P(B) \wedge ((A \nsubseteq B) \wedge (B \nsubseteq A))$$

$$A \nsubseteq B \Rightarrow \exists A_1 (A_1 \in A \wedge A_1 \notin B)$$

$$B \nsubseteq A \Rightarrow \exists B_1 (B_1 \in B \wedge B_1 \notin A)$$

$$A_1, B_1 \in A \cup B \Rightarrow \exists C (C \in P(A \cup B) \wedge A_1 \in C \wedge B_1 \in C)$$

$$(C \in P(A \cup B)) \wedge (P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)) \Rightarrow C \in P(A) \cup P(B)$$

$\Rightarrow C \in P(A) \Rightarrow B_1 \in A$ סתירה.

$\Rightarrow C \in P(B) \Rightarrow A_1 \in B$ סתירה.

## שאלה #3 סעיף ב

נוכיח ע"י דרך השלילה, נניח כי

$$\left(\left((A \cap B)^c \subseteq A\right) \wedge \exists x_1 \left( x_1 \notin A\right)\right)$$

$$x_1 \notin A \Rightarrow x_1 \in A \cap B \Rightarrow x_1 \in (A \cap B)^c$$

$$(A \cap B)^c \subseteq A \Rightarrow \forall x \left( x \in (A \cap B)^c \Rightarrow x \in A \right) \Rightarrow x_1 \in A$$

סתירה

**שאלה #4 סעיף א**

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n^c = \left(\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n\right)^c = (\{0\})^c = \mathbb{N}\setminus\{0\}$$

**שאלה #4 סעיף ב**

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n^c = \left(\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n\right)^c = (\mathbb{N})^c = \phi$$

**שאלה #4 סעיף ג**

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} (A_{2n}\setminus A_n) = \cancel{A_0\setminus A_0}\ \phi \cup A_2\setminus A_1 \cup A_4\setminus A_2 \cup \dots$$

$$A_{2n}\setminus A_n = \{0,1,\dots,2n\}\setminus\{0,1,\dots,n\} = \{0\le x\le 2n \mid x>n\} =$$
$$= \{x \mid n<x\le 2n\}$$

$$\forall n_1(n_1\in\mathbb{N}\wedge n_1>1 \Rightarrow \exists(A_{2n}\setminus A_n)(n<n_1\le 2n \Rightarrow n_1\in A_{2n}\setminus A_n))$$
$$\bigcup_{n=0}^{\infty} (A_{2n}\setminus A_n) = \mathbb{N}\setminus\{0,1\}$$

**שאלה #4 סעיף ד**

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} (A_{n+1}\cap A_n^c) = (A_1\cap A_0^c)\cup(A_2\cap A_1^c)\cup\dots$$

$$A_{n+1}\cap A_n^c = \{0,1,\dots,n,n+1\}\cap(\mathbb{N}\setminus A_n) =$$
$$= \{0,1,\dots,n,n+1\}\cap\{n+1,n+2,\dots\} = \{n+1\}$$

$$\forall n(n\in\mathbb{N} \Rightarrow A_{n+1}\cap A_n^c = n+1>0) \Rightarrow$$
$$\bigcup_{n=0}^{\infty} (A_{n+1}\cap A_n^c) = \mathbb{N}\setminus\{0\}$$