

ТЯП, 10-ое Домашнее Задание

Сергей Пучинин, 873

25 ноября 2019 г.

## Задача 1. Грамматика

$$\text{Expr} = \langle \{E, T, F, E', F'\}, \{\text{id}, +, \times, (, )\}, P, E \rangle$$

имеет множество правил  $P$  :

$$E \rightarrow TE'; E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon;$$

$$T \rightarrow FT'; T' \rightarrow \times FT' \mid \varepsilon;$$

$$F \rightarrow (E) \mid \text{id.}$$

Вычислите функции FIRST и FOLLOW для всех нетерминалов грамматики Expr.

*Решение.* Вычисленные функции приведены в Таблицах 1.1 и 1.2.

	$E$	$E'$	$T$	$T'$	$F$
$F_0$	$\emptyset$	$\varepsilon$	$\emptyset$	$\varepsilon$	$\emptyset$
$F_1$	$\emptyset$	$\varepsilon, +$	$\emptyset$	$\varepsilon, \times$	$(, \text{id}$
$F_2$	$\emptyset$	$\varepsilon, +$	$(, \text{id}$	$\varepsilon, \times$	$(, \text{id}$
$F_3$	$(, \text{id}$	$\varepsilon, +$	$(, \text{id}$	$\varepsilon, \times$	$(, \text{id}$
$F_4$	$(, \text{id}$	$\varepsilon, +$	$(, \text{id}$	$\varepsilon, \times$	$(, \text{id}$

Таблица 1.1: FIRST

	$E$	$E'$	$T$	$T'$	$F$
$F_0$	\$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$F_1$	\$(, )\$	\$	+, \$	$\emptyset$	$\times$
$F_2$	\$(, )\$	\$(, )\$	+, \$(, )\$	+, \$	$\times, +, \$$
$F_3$	\$(, )\$	\$(, )\$	+, \$(, )\$	+, \$(, )\$	$\times, +, $(, )$$
$F_4$	\$(, )\$	\$(, )\$	+, \$(, )\$	+, \$(, )\$	$\times, +, $(, )$$

Таблица 1.2: FOLLOW

**Задача 2.** Построить дерево вывода, левые и правые разборы для слова ((id)) в грамматике Expr.

Решение. Дерево разбора приведено на Рис. 2.1. Левый и правый разборы — Рис. 2.2, Рис. 2.3.

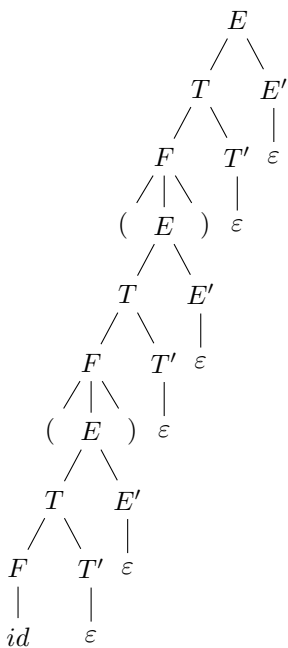


Рис. 2.1: Дерево разбора  $((id))$

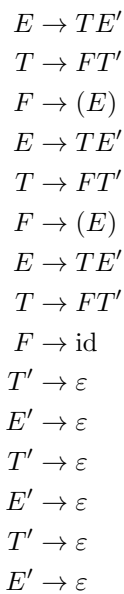


Рис. 2.2: Левый разбор  $((id))$

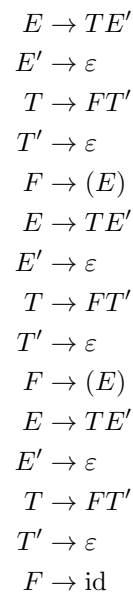


Рис. 2.3: Правый разбор  $((id))$

**Задача 3.** Постройте  $LL(1)$ -анализатор для грамматики **Expr**. Продемонстрируйте его работу на слове  $id + id \times id$  и, в случае успеха, постройте дерево разбора по результатам работы анализатора.

Решение. Занумеруем правила вывода и построим  $LL(1)$ -анализатор (Таблица 3.1).

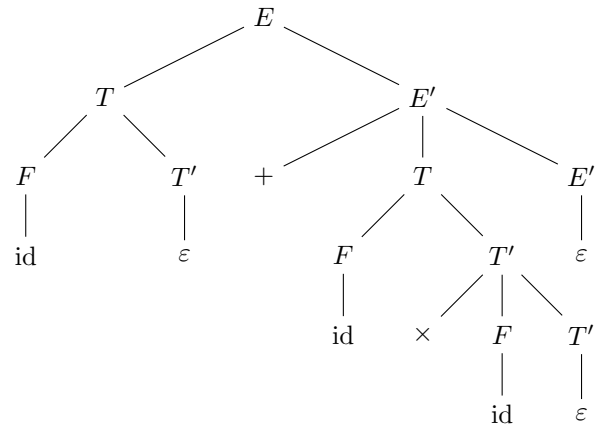
$$\begin{aligned} E &\xrightarrow{1} TE'; E' \xrightarrow{2} +TE'; E' \xrightarrow{7} \varepsilon; \\ T &\xrightarrow{3} FT'; T' \xrightarrow{4} \times FT'; T' \xrightarrow{8} \varepsilon; \\ F &\xrightarrow{5} (E); F \xrightarrow{6} id. \end{aligned}$$

	$E$	$E'$	$T$	$T'$	$F$
id	1	—	3	—	6
+	—	2	—	8	—
$\times$	—	—	—	4	—
(	1	—	3	—	5
)	—	7	—	8	—
\$	—	7	—	8	—

Таблица 3.1:  $LL(1)$ -анализатор

Далее продемонстрируем работу полученного  $LL(1)$ -анализатора на слове  $id + id \times id$  (Рис. 3.1). Слово было обработано до конца  $LL(1)$ -анализатором, поэтому строим для него дерево разбора (Рис. 3.2).

(id + id  $\times$  id\$ |  $E$ \$)  
 (id + id  $\times$  id\$ |  $TE'$ \$)  
 (id + id  $\times$  id\$ |  $FT'E'$ \$)  
 (id + id  $\times$  id\$ | id $T'E'$ \$)  
 (+ id  $\times$  id\$ |  $T'E'$ \$)  
 (+ id  $\times$  id\$ |  $E'$ \$)  
 (+ id  $\times$  id\$ | + $TE'$ \$)  
 (id  $\times$  id\$ |  $TE'$ \$)  
 (id  $\times$  id\$ |  $FT'E'$ \$)  
 (id  $\times$  id\$ | id $T'E'$ \$)  
 ( $\times$  id\$ |  $T'E'$ \$)  
 ( $\times$  id\$ |  $\times FT'E'$ \$)  
 (id\$ |  $FT'E'$ \$)  
 (id\$ | id $T'E'$ \$)  
 (\$ |  $T'E'$ \$)  
 (\$ |  $E'$ \$)  
 (\$ | \$)

Рис. 3.2: Дерево разбора  $id + id \times id$ Рис. 3.1: Протокол работы на  $id + id \times id$ 

**Задача 4.** Докажите, что грамматика не является  $LL(1)$ -грамматикой, но является  $LL(2)$ -грамматикой. Вычислите функции  $FIRST_2$  и  $FOLLOW_2$  для всех нетерминалов.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAaa \mid bAba \\ A &\rightarrow b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Решение. Для начала докажем, что данная грамматика не является  $LL(1)$ -грамматикой. Вычислим функции  $FIRST$  и  $FOLLOW$  для данной грамматики (Таблицы 4.1 и 4.2).

	$S$	$A$
$F_0$	$\emptyset$	$\emptyset$
$F_1$	$a, b$	$b, \varepsilon$
$F_2$	$a, b$	$b, \varepsilon$

Таблица 4.1:  $FIRST$ 

	$S$	$A$
$F_0$	\$	$\emptyset$
$F_1$	\$	$a, b$
$F_2$	\$	$a, b$

Таблица 4.2:  $FOLLOW$

Заметим, что

$$\varepsilon \in \text{FIRST}(A); \text{FIRST}(A) \cap \text{FOLLOW}(A) = \{b\} \neq \emptyset.$$

Следовательно, данная грамматика не является  $LL(1)$ -грамматикой.

Теперь докажем, что данная грамматика —  $LL(2)$ -грамматика. Рассмотрим правила для  $S$ :

$$S \rightarrow aAaa, S \rightarrow bAba.$$

Заметим, что

$$\forall \alpha \text{ FIRST}_2(aAaa\alpha) \cap \text{FIRST}_2(bAba\alpha) = \emptyset,$$

так как первая цепочка начинается с  $a$ , а вторая — с  $b$ . Теперь рассмотрим правила для  $A$ :

$$A \rightarrow b, A \rightarrow \varepsilon.$$

Заметим, что все  $\alpha$  такие, что

$$S \xRightarrow{*}_l wA\alpha,$$

начинаются либо на  $aa$ , либо на  $ba$ , так как

$$S \rightarrow aAaa, S \rightarrow bAba$$

— все правила вывода, содержащие в левой части  $A$ . Значит,

$$\forall \alpha : S \xRightarrow{*}_l wA\alpha \longrightarrow \text{FIRST}_2(b\alpha) \cap \text{FIRST}_2(\varepsilon\alpha) = \emptyset.$$

Получаем, что данная грамматика является  $LL(2)$ -грамматикой.

Теперь найдём функции  $\text{FIRST}_2$  и  $\text{FOLLOW}_2$  (Таблицы 4.3 и 4.4).

	$S$	$A$
$F_0$	$\emptyset$	$b, \varepsilon$
$F_1$	$ab, aa, bb$	$b, \varepsilon$
$F_2$	$ab, aa, bb$	$b, \varepsilon$

Таблица 4.3:  $\text{FIRST}_2$

	$S$	$A$
$F_0$	$\$$	$\emptyset$
$F_1$	$\$$	$aa, ba$
$F_2$	$\$$	$aa, ba$

Таблица 4.4:  $\text{FOLLOW}_2$

**Задача 5\*.** Докажите, что язык  $a^* \cup \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$  не является LL-языком.