

# Описание расчётного модуля

15 июля 2019 г.

## 1. Введение

Правильное проектирование насосной станции позволяет сэкономить большое количество электроэнергии при эксплуатации. Для этого, как правило, насосы подбирают по максимальной точке. Программное обеспечение Grundfos позволяет дополнительно оценить энергозатраты по нескольким рабочим точкам.

В документе содержится информация об инструменте для оптимизации конструкции и работы насосной станции для произвольного количества рабочих точек, в том числе и для случаев, когда необходимо использовать насосы разных размеров.

## 2. Методика

Насосная станция представлена в виде набора насосных агрегатов с произвольными характеристиками. Никаких ограничений на "одинаковость" насосов не накладывается, насосные агрегаты включены параллельно.

### 2.1. Основы

Каждый насосный агрегат представляет собой набор из непосредственно насоса, двигателя и частотного преобразователя. Каждый механизм имеет свои характеристики, алгоритм расчёта которых описан ниже.

#### 2.1.1. Насос

Каждый насос описывается характеристической кривой (зависимость напора от расхода) и кривой КПД (зависимость от расхода).

Кривая характеристики насоса  $H(Q)$  задается в табличном формате парами значений  $(Q, H)$ , которые потом аппроксимируются полиномом второго порядка [1]:

$$H(Q) = C_0 \cdot \omega^2 - C_1 \cdot Q \cdot \omega - C_2 \cdot Q^2, \quad (1)$$

где  $H$  - напор,  $Q$  - расход,  $\omega$  - нормированная частота вращения (при номинальных параметрах  $\omega = 1$ ), а  $C_0, C_1, C_2$  - коэффициенты, которые получаются при аппроксимации исходных табличных данных.

Отдельно задаются специфичные параметры  $Q_{\min}$  и  $Q_{\max}$ , которые определяют минимально и максимально допустимые расходы при номинальной частоте вращения. Расход, напор и мощность  $P$  на разных частотах рассчитываются через законы подобия:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{n_2}{n_1} = \omega, \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \omega^2, \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 = \omega^3. \quad (2)$$

В диапазоне работы КПД насоса  $\eta_P$  аппроксимируется параболой. Если известно только значение максимального КПД ( $Q_{BEP}, \eta_{BEP}$ ), кривая задается формулой [2]:

$$\eta_P(Q) = a \cdot Q^2 + b \cdot Q, \quad (3)$$

коэффициенты которой находятся из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} a \cdot Q_{BEP}^2 + b \cdot Q_{BEP} - \eta_{BEP} = 0 \\ 2a \cdot Q_{BEP} + b = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Второе уравнение этой системы получено из условия равенства нулю производной в точке максимума ( $Q_{BEP}, \eta_{BEP}$ ). Если известно две точки ( $Q_{BEP}, \eta_{BEP}$ ) и ( $Q_2, \eta_2$ ),  $Q_2 > Q_{BEP}$ , то кривая задается следующей системой

$$\eta_P(Q) = \begin{cases} a \cdot Q^2 + b \cdot Q, & \text{если } Q < Q_{BEP} \\ a_2 \cdot Q^2 + b_2 \cdot Q + c_2, & \text{если } Q \geq Q_{BEP} \end{cases} \quad (5)$$

где коэффициенты  $a$  и  $b$  находятся из системы уравнений (4), а остальные из следующей:

$$\begin{cases} a_2 \cdot Q_{BEP}^2 + b_2 \cdot Q_{BEP} + c_2 - \eta_{BEP} = 0 \\ 2a_2 \cdot Q_{BEP} + b_2 = 0 \\ a_2 \cdot Q_2^2 + b_2 \cdot Q_2 + c_2 - \eta_2 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Зависимость гидравлического КПД насоса от скорости вращения рассчитывается, используя [3]

$$\eta_P = \eta_2 = 1 - (1 - \eta_1) \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{0,1} = 1 - (1 - \eta_1) \cdot \left(\frac{1}{\omega}\right)^{0,1}. \quad (7)$$

Гидравлическая мощность:

$$P_H = \rho g Q H, \quad (8)$$

где  $\rho$  - плотность жидкости,  $g$  - ускорение свободного падения.

Мощность на валу насоса будет равна:

$$P_S = \frac{P_H}{\eta_P}. \quad (9)$$

Эту мощность мы считаем полезной мощностью на валу двигателя.

### 2.1.2. Двигатель

Для двигателя указываются номинальная мощность  $P_{NOM}$  и значения КПД при нагрузках 100 % и 75 % -  $\eta_{M,100}$  и  $\eta_{M,75}$ , соответственно. Нагрузка двигателя:

$$L = \frac{P_S}{P_{NOM}/\eta_{M,100}}. \quad (10)$$

Согласно стандарту IEC 60034-31 [4] можно рассчитать КПД двигателя, при любом значении нагрузки по формуле:

$$\begin{aligned}\nu_L &= \frac{\left(\frac{1}{\eta_{M,100}} - 1\right) - 0,75 \left(\frac{1}{\eta_{M,75}} - 1\right)}{0,4375} \\ \nu_0 &= \left(\frac{1}{\eta_{M,100}} - 1\right) - \nu_L \\ \eta_M &= \frac{1}{1 + (\nu_0/L) + \nu_L \cdot L}.\end{aligned}\tag{11}$$

Отсюда, потребляемая мощность двигателя:

$$P_M = \frac{P_S}{\eta_M}.\tag{12}$$

### 2.1.3. Частотный преобразователь

Считаем, что КПД частотного преобразователя на всем диапазоне нагрузок постоянно. Принимаем, что  $\eta_{VFD} = const$ , а потребляемая мощность электрической сети:

$$P_E = \frac{P_M}{\eta_{VFD}}.\tag{13}$$

### 2.1.4. Насосный агрегат

Общий КПД насосного агрегата складывается из КПД составляющих частей - насоса, двигателя и частотного преобразователя:

$$\eta_{TOT} = \frac{P_H}{P_E} = \eta_P \cdot \eta_M \cdot \eta_{VFD}.\tag{14}$$

## 2.2. Алгоритм

Оптимизация выполняется для каждой рабочей точки, которую может создать насосная станция, используя заданное пользователем разрешение  $Q_{step} \times H_{step}$ . Размер шага зависит от требуемой точности и влияет на время вычислений и объем требуемой памяти.

Задача оптимизации для каждой рабочей точки  $(Q_i, H_j)$  выглядит следующим образом:

$$\min_{\vec{f}_{i,j} \in X_{i,j}} P_E(Q_i, H_j, \vec{f}_{i,j}),\tag{15}$$

где  $\vec{f}_{i,j}$  - это вектор частот каждого насоса, а пространство поиска  $X_{i,j}$  включает все возможные комбинации, которые дают итоговую рабочую точку  $(Q_i, H_j)$ . Оптимизация выполняется прямым поиском (перебором) всех возможных значений и выбора среди них минимального.

Сначала находим оптимальные режимы работы каждого насоса во всех рабочих точках  $(Q_i, H_j)$  в диапазоне частот [25, 50] Гц.

- 1) Для фиксированной точки  $(Q_i, H_j)$  проходим по всем возможным частотам с шагом 0.02 Гц. Для рассматриваемой рабочей точки выбирается та частота, которая дает наибольший КПД.

- 2) Минимальный и максимальный допустимые напоры  $H_{\min}$  и  $H_{\max}$ , а также минимальный и максимальный допустимые расходы  $Q_{\min}$  и  $Q_{\max}$  рассчитываются на основе паспортной характеристики насоса и законов подобия (2).
- 3) Результаты расчёта хранятся в двух специальных матрицах. **F** содержит оптимальную частоту, а **H** содержит КПД насосного агрегата для соответствующей рабочей точки и частоты. Элементы матриц, которые представляют недопустимые рабочие точки, устанавливаются в 0.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{Q_1, H_1} & f_{Q_2, H_1} & \cdots & f_{Q_m, H_1} \\ f_{Q_1, H_2} & f_{Q_2, H_2} & \cdots & f_{Q_m, H_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{Q_1, H_n} & f_{Q_2, H_n} & \cdots & f_{Q_m, H_n} \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \eta_{Q_1, H_1} & \eta_{Q_2, H_1} & \cdots & \eta_{Q_m, H_1} \\ \eta_{Q_1, H_2} & \eta_{Q_2, H_2} & \cdots & \eta_{Q_m, H_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{Q_1, H_n} & \eta_{Q_2, H_n} & \cdots & \eta_{Q_m, H_n} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Далее рассматриваются все возможные комбинации насосов. Для каждой комбинации насосов необходимо проделать следующее:

- 1) Определяем разрешённый диапазон напора. Минимальный и максимальный напор диапазона рассчитывается следующим образом ( $n$  - количество насосов, работающих в комбинации):

$$\begin{aligned} H_{\min} &= \max\{H_{\min,1}, H_{\min,2}, \dots, H_{\min,n}\}, \\ H_{\max} &= \min\{H_{\max,1}, H_{\max,2}, \dots, H_{\max,n}\}. \end{aligned} \quad (17)$$

- 2) Проходим по разрешённому диапазону напора  $[H_{\min}, H_{\max}]$  с шагом  $H_{step}$ . Напор в каждой точке обозначим как  $H_j$ . Для напора  $H_j$  находим максимальный возможный расход для выбранной комбинации:

$$Q_{\max}(H_j) = \sum_{k=1}^n Q_{\max}^k(H_j), \quad (18)$$

где  $Q_{\max}^k(H_j)$  - максимальный расход для  $k$ -го насоса в комбинации для напора  $(H_j)$ .

- 3) С шагом  $Q_{step}$  проходим по всему диапазону расхода  $[0, Q_{\max}(H_j)]$ , который даёт исследуемая комбинация насосов. В каждой точке расхода  $Q_i$  вычисляем все возможные комбинации расходов для насосов, работающих в комбинации. Для одного и того же значения расхода  $Q_i$  множество значений таких расходов в зависимости от количества насосов  $n$ :

$$Q_i = \sum_{k=1}^n q_k. \quad (19)$$

- 4) КПД каждого насоса определяется из массива рабочих режимов насоса **H**. Общий КПД при этом рассчитывается для общего расхода  $Q_i$ .

$$\eta_{Q_i, H_j} = \frac{\sum_{k=1}^n q_k}{\sum_{k=1}^n \frac{q_k}{\eta_k}} = \prod_{k=1}^n \eta_k \cdot \frac{\sum_{k=1}^n q_k}{\sum_{k=1}^n (q_k \cdot \prod_{p \neq k} \eta_p)}. \quad (20)$$

Здесь  $q_k$  - значение расхода для  $k$ -го насоса из комбинации при напоре  $H_j$ , а  $\eta_k$  - значение КПД для  $k$ -го насоса при расходе  $q_k$  и напоре  $H_j$ . Расход  $q_k$  находится в диапазоне  $[0, Q_i]$ , а конкретное значение выбирается по максимуму общего КПД:

$$\max \eta_{Q_i, H_j}, \text{ при условии: } q_k \in [0, Q_i], Q_i = \sum_{k=1}^n q_k, H_j = \text{const}. \quad (21)$$

- 5) Из всех вариантов КПД для рабочей точки  $(Q_i, H_j)$  наибольшее значение сохраняется в матрице результатов **R**. Количество насосов, которое даёт этот лучший результат КПД, сохранится в другой матрице **C**. Конечный результат - два массива, которые покрывают все возможные режимы работы насосной станции для выбранной комбинации работы насосов. Каждый элемент представляет область, определенную шагом  $Q_{step} \times H_{step}$ :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{Q_1, H_1} & c_{Q_2, H_1} & \dots & c_{Q_m, H_1} \\ c_{Q_1, H_2} & c_{Q_2, H_2} & \dots & c_{Q_m, H_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{Q_1, H_n} & c_{Q_2, H_n} & \dots & c_{Q_m, H_n} \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \eta_{Q_1, H_1} & \eta_{Q_2, H_1} & \dots & \eta_{Q_m, H_1} \\ \eta_{Q_1, H_2} & \eta_{Q_2, H_2} & \dots & \eta_{Q_m, H_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{Q_1, H_n} & \eta_{Q_2, H_n} & \dots & \eta_{Q_m, H_n} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

## 2.3. Применение

Исходные данные напора и расхода зависят от времени и для определения требуемых пар значений  $(Q_i, H_j)$  измеренная зависимость расхода квантуется по уровню с шагом  $Q_{step}$ , а зависимость напора с шагом  $H_{step}$ . После чего определяются соответствующие индексы в матрицах результатов **C** и **R**, откуда можно легко рассчитать оптимальную электрическую потребляемую активную мощность для каждой комбинации насосных агрегатов:

$$P_E(Q_i, H_j) = \frac{P_H(Q_i, H_j)}{\eta_{Q_i, H_j}} = \frac{\rho g Q_i H_j}{\eta_{Q_i, H_j}}. \quad (23)$$

Значения матрицы оптимального количества насосов в каждой рабочей точке используются для определения границ переключения между насосами и гистерезиса переключения.

## Список литературы

- [1] Shankar V. K. A. et al. A comprehensive review on energy efficiency enhancement initiatives in centrifugal pumping system //Applied Energy. – 2016. – Т. 181. – С. 495-513.
- [2] Chantasiriwan S. Performance of variable-speed centrifugal pump in pump system with static head //International Journal of Power and Energy Systems. – 2013. – Т. 33. – №. 1.
- [3] Sárbu I., Borza I. Energetic optimization of water pumping in distribution systems //Periodica Polytechnica Mechanical Engineering. – 1998. – Т. 42. – №. 2. – С. 141-152.
- [4] IEC I. E. C. 60034-31: Rotating electrical machines-Part 31. – 2009.