

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт  
ядерных исследований Российской академии наук



На правах рукописи  
УДК xxx.xxx

Колокольчиков Сергей Дмитриевич

**Исследование динамики поляризованного пучка в  
ускорительном комплексе NICA-Nuclotron в приложении  
к изучению электрического дипольного момента легких  
ядер**

Специальность 1.3.15 —  
«Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
профессор, доктор физико-математических наук  
Сеничев Юрий Валерьевич

Москва — 2024

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Особенности двойственной магнитооптической структуры для ускорения тяжелых ионов и легких частиц частиц . . . . .</b>	<b>15</b>
1.1 Дуальность магнитооптической структуры для тяжелых ионов и легких ядер . . . . .	15
1.2 Оптимизация времени жизни пучка . . . . .	16
1.2.1 Стохастическое охлаждение . . . . .	16
1.2.2 Внутрипучковое рассеяние в регулярной, резонансной и комбинированной структурах . . . . .	21
1.3 Выбор критической энергии в магнитооптической структуре с учетом ускорения тяжелых ионов и легких частиц. . . . .	23
1.3.1 Критическая энергия . . . . .	23
1.3.2 Адаптация структуры для эксперимента с легкими поляризованными частицами . . . . .	25
<b>Глава 2. Прохождение критической энергии в регулярной магнитооптической структуре синхротрона . . . . .</b>	<b>27</b>
2.1 Построение регулярной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО . . . . .	28
2.1.1 Подавление дисперсии в регулярных арках с missing magnet и/или квадрупольями с варьируемыми градиентами	29
2.2 Прохождение критической энергии . . . . .	29
2.2.1 Численное моделирование динамики продольного движения . . . . .	29
2.2.2 Стабильность продольного фазового движения вблизи критической энергии . . . . .	30
2.2.3 Влияние индуктивного импеданса . . . . .	32
2.2.4 Процедура скачка критической энергии . . . . .	33
2.3 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне У-70 . . . . .	35

2.4 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне NICA для протонного пучка . . . . .	41
2.4.1 Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии . . . . .	43
2.4.2 Оценка возможности использования гармонического ВЧ .	45
2.4.3 Применение барьерного ВЧ . . . . .	46
2.4.4 Продольная микроволновая неустойчивость . . . . .	52
2.4.5 Сохранение поляризации при прохождении критической энергии . . . . .	55
<b>Глава 3. Регулирование критической энергии методом резонансной вариации дисперсионной функции . . . . .</b>	<b>58</b>
3.1 Введение суперпериодической модуляции . . . . .	59
3.2 Построение резонансной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО . . . . .	61
3.3 Регулярная ФОДО структура с суперпериодической модуляцией градиентов линз . . . . .	63
3.4 Подавление дисперсии на краях поворотных арок . . . . .	65
3.4.1 Полностью регулярная магнитооптическая структура . .	66
3.4.2 Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов	66
3.4.3 Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадрупольей двух семейств. . . . .	68
3.5 Исследование динамической апертуры в синхротроне с учетом требуемой модуляции дисперсионной функции для повышения критической энергии . . . . .	71
<b>Глава 4. Изучение особенностей магнитооптической структуры синхротронов для ускорения поляризованных пучков с учётом возможности изучения ЭДМ . . . . .</b>	<b>75</b>
4.1 Орбитальная и спиновая динамика в электромагнитных полях .	76
4.2 Общий концепт квазизамороженной структуры . . . . .	78
4.2.1 Длина компенсирующего элемента с электрической компонентой . . . . .	81
4.2.2 Влияние сорта частиц на особенности спиновой динамики	81
4.2.3 Определение оптимальной энергии эксперимента . . . . .	82

4.3	Использование Nuclotron в качестве бустера легких поляризованных частиц в коллайдер NICA . . . . .	82
4.4	Требования к магнитооптической структуре синхротронов NICA-Nuclotron в задаче исследования электрического дипольного момента легких ядер . . . . .	84
4.5	Магнитооптика Nuclotron . . . . .	85
4.5.1	8-периодическая структура . . . . .	85
4.5.2	Модернизированная 16-периодическая структура . . . . .	86
4.6	Адаптация существующей структуры синхротрона NICA для реализации режима «квази-замороженного спина» . . . . .	87
4.6.1	Предпосылки модернизации главного кольца NICA . . . . .	87
4.6.2	Метод введения ByPass с расположенными на них Wien filters . . . . .	90
4.7	Спин-орбитальная динамика пучка в Wien filters, спин-орбитальный трекинг в магнитном кольце со скрещенными E+B элементами . . . . .	95
4.7.1	Декогеренция спина . . . . .	95
4.7.2	Секступольная коррекция . . . . .	96
4.7.3	Коррекция $\alpha_1, \eta_1$ . . . . .	99
4.7.4	Вывод . . . . .	100
<b>Заключение</b>	. . . . .	103
<b>Словарь терминов</b>	. . . . .	105
<b>Список литературы</b>	. . . . .	106
<b>Список рисунков</b>	. . . . .	110
<b>Список таблиц</b>	. . . . .	114

## Введение

Данная работа посвящена исследованию динамики поляризованных пучков в ускорителях и накопителях. Также будут разобраны вопросы проектирования современных ускорительных установок.

Возможность использования ускорительной установки для различных экспериментов является большим преимуществом. Такая практика применяется в крупных ядерных центра CERN, RHIC. Последовательные программы экспериментов расписаны на годы вперед. Такие установки отвечают в первую очередь фундаментальным исследованиям, но и привносят за собой необходимые технологии для полноценного развития научно-технической базы.

NICA является передовым центром, расположенным в России, город Дубна. Коллайдер NICA, имеет 2 места встречи, в которых расположены детектора: MPD(Multi-Purpose Detector) и SPD(Spin Polarized Detector). Каждый из них предназначен для разных экспериментов. MPD-детектор – будет использован для исследования кварк-глюонной плазмы, возникающей в результате столкновений тяжелых ионов золота. SPD-детектор направлен на изучение поведения сталкивающихся поляризованных пучков протонов и дейtronов. Таким образом, структура коллайдера должна быть использована как для ускорения пучков тяжелых ионов, так и легких. При этом требования, предъявляемые для удержания пучка для разного сорта частиц, отличаются.

Основным требованием коллайдерных экспериментов, является достижение большого количества соударений, то есть высокого уровня светимости. Для исследования кварк-глюонной плазмы это требование должно быть на уровне  $10^{27} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Такие светимости являются рекордными и для их достижения может потребоваться существенной настройки всех систем ускорителя и может занять достаточно большого времени. При ускорении тяжелых ионов высокая зарядность и интенсивность пучка вызывает серьезные ограничения на параметры пучка из-за внутриволнового рассеяния. Для преодоления этих проблем, спроектированная структура должна высоким временем внутриволнового рассеяния, а также содержать специальные установки стохастического и электронного охлаждения. Стохастическое охлаждение также в существенной степени зависит от конкретной оптики установки и может быть оптимизировано для компенсации эффектов ВПР. Электронное охлаждение применяется на

небольших энергиях сгутска и способно охладить пучок на начальных этапах ускорения.

В том же кольце могут быть ускорены и другие частицы. Подготовка и ускорение поляризованных пучков для экспериментов на детекторе SPD представляет особый интерес, поскольку поляризация является дополнительной степенью свободы и может привнести дополнительную информацию, в том числе в коллайдерные эксперименты. В этом случае определенные сечения рассеяния приобретают зависимость от поляризации сталкивающихся сгустков.

Соотношение заряда к массе для протона отличается по сравнению с тяжелыми ионами почти в два раза. Таким образом, максимальная энергия эксперимента кратно увеличивается. Но для существующей магнитооптики, оптимальной для тяжелоионного эксперимента подобрано значение критическое энергии таким образом, что столкновение происходит до критического значения и никаких проблем по её преодолению не возникает. Стоит отметить, что критическая энергия является важным параметром ускорительной установки и при проектировании установки этому вопросу уделяется особое внимание. Долгое нахождение вблизи критической энергии или её пересечение существенно влияет на динамику пучка и его стабильность. Таким образом, для протонов прохождение критической энергии становится важным параметром, ограничивающим параметры сгустка и требующем принятия дополнительных мер по её преодолению.

Классическим методом преодоления является процедура скачка критической энергии. При этом изменяются параметры ускорителя для внесения соответствующего возмущения и резкого кратковременного скачка критической энергии в момент близости энергии сгустка к критическому значению. После скачка, значения установки возвращаются к исходному значению до скачка с поправкой на увеличившуюся энергию пучка. Однако, сложностью является непосредственное создание скачка с заданной величиной и темпом, что не всегда легко реализуемо.

Альтернативным способом, который применяется для того чтобы избегать потери стабильности, является создание или модификация структуры с заведомо большим значение критической энергии. Такая структура носит название 'резонансной' и уже применялась на установках мирового уровня CERN, J-PARC. Принципиальным отличием от регулярной структуры является обеспечение резонансного условия для количества суперпериодов и частоты

бетатронных колебаний в горизонтальной плоскости. Однако, это справедливо только для не полностью регулярных структур, а содержащих регулярную модуляцию градиента квадрупольей или кривизны орбиты. В таком случае, происходит изменение оптических функций ускорителя и варьирование критической энергии выше энергии эксперимента, в том числе до комплексных значений, полностью убирая зависимость установки от дополнительных процедур преодоления.

Отдельным большим направлением, помимо коллайдерных экспериментов, является управление поляризацией. Спин является квантовой величиной, но в силу теоремы Эренфеста для любой квантовой величины может быть записано уравнение в квази-классическом приближении для ансамбля частиц. Поведение спина частицы в ансамбле описывается уравнением Т-БМТ. Проекция спинов частиц на заданную ось и определяет поляризацию пучка. Для таких экспериментов интерес представляет долгое сохранение поляризации пучка, что может быть использовано и реализовано в накопительных установках

Более тонким направлением исследований, являются не просто поляризованные пучки, а также когерентные. В этом случае, пучок становится не просто поляризованным вдоль конкретной оси, но и спины частиц прецессируют с одинаковой частотой. В таком случае появляется возможность исследовать также ЭДМ элементарных частиц. Данная величина характеризует асимметрию распределения заряда частицы. Наличие ЭДМ объясняется тем, что он нарушает СР-симметрию, последнее было предсказано Сахаровым как одно из условий бариогинеза на ранних этапах вселенной. Для накопления малой величины ЭДМ необходимо долгое удержание пучка с последующим анализом на поляриметре рассеяния. При этом влияние МДМ должно быть подавлено. Такая техника впервые была предложена в BNL и имеет название 'замороженный' спин. Позднее, была предложена концепция 'квази-замороженного' спина, в которой происходит пространственное разделение полей и интегральное подавление МДМ-компоненты за полный оборот по кольцу.

Представленные исследования исходят из возможности изучения в комплексе NICA-Nuclotron. Построенный ускорительный комплекс является проектом мегасайнса и оборудован передовой материально-технической базой, отвечающей мировым тенденциям в ускорительной технике. Основными функционирующими установками помимо уже упомянутого коллайдера NICA являются бустер тяжелых ионов Booster, а также синхротон Nuclotron.

В коллайдере NICA для реализации концепции "квази-замороженного" спина необходима установка соответствующего оборудования. Для реализации накопительного кольца из структуры коллайдера, необходима модернизация с созданием обходных каналов bypass. Таким образом, на полученных прямолинейных участках могут быть расположены прямые фильтры Вина, выполняющий функцию компенсации МДМ-компоненты в скрещенных магнитных и электрических полях, не возмущающие орбиту в силу равенства нулю силы Лоренца.

Nuclotron является бустером поляризованных частиц в коллайдер, однако, требующем модернизации. Соответствующий концепт модернизации рассмотрен с точки зрения использования Nuclotron в тесной связке с коллайдером NICA. Использование Nuclotron для полноценных спиновых экспериментов делает эту машину столь же интересной, сколько и отдельные программы на коллайдере. Кроме того, особенности магнитооптики Nuclotron открывают возможность измерение ЭДМ не только дейтрона, но и протона, однако, при несколько меньшей энергии. На текущий день измерений ЭДМ как дейтрона, так и протона не было осуществлено и представляется передним краем физического эксперимента на ускорительной установке.

Ещё одним направлением исследований в рамках формирующейся программы спиновой физике является исследование аксиона. В этом случае резонансным методом между частотой спиной прецессии и частотой осциллирующего скалярного акционного поля может быть получена масса аксиона или получено ограничение. Для этого ускоритель будет использован в роли зондирующей антенны по частоте прецессии спина.

Исследования направлены на формирование полноценной физической программы по исследованию спиновой динамике в комплексе NICA-Nuclotron.

**Целью** данной диссертации является изучение особенностей динамики поляризованного пучка в ускорительном комплексе NICA-Nuclotron с учетом возможной модернизации магнитооптической структуры комплекса для проведения коллайдерных экспериментов, а также исследования электрического

дипольного момента и поиска аксиона. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Моделирование магнитооптики с модулированной дисперсионной функцией;
2. Расчёт времени внутрипучкового рассеяния для тяжелых ионов;
3. Оценка влияния методов охлаждения пучка на время жизни;
4. Проведение численного моделирования продольной динамики частиц с учетом высших порядков коэффициента уплотнения орбиты в высокочастотных резонаторах гармонического и барьерного типа;
5. Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии, подавление хроматичности, компенсация нелинейных эффектов;
6. Сохранение поляризации пучка при совершении процедуры скачка критической энергии;
7. Проектирование кольцевого ускорителя с возможностью применения метода «квази-замороженного спина»;
8. Спин-орбитальное моделирование в магнитном кольце с дополнительными элементами со скрещенными магнитными и электрическими полями;

### **Научная новизна:**

1. Исследована возможность проектирования дуальной магнитооптической структуры. Оптимизированой с точки зрения времени жизни пучка для тяжелых ионов и возможностью вариации критической энергии для легких частиц;
2. Применен метод проектирования "резонансной" магнитооптической структуры с варьированной критической энергией для обеспечения стабильности пучка;
3. Исследована продольная динамика поляризованного пучка при нахождении вблизи и прохождении критической энергии скачком в ВЧ ;
4. Исследована процедура скачка критической энергии экспериментально на сеансе синхротрона У-70, а также при помощи численного моделирования для различных импедансов и интенсивностей пучка;

5. Разработка альтернативных прямых секций, путем создания обходных каналов bypass для реализации метода «квази-замороженного» спина с установленными прямыми фильтрами Вина для возможности изучения ЭДМ дейтронов в накопительном кольце NICA;
6. Модернизация кольца канала Nuclotron с укорочением поворотными магнитными арками для возможности создания режима «квази-замороженного» спина и изучения ЭДМ дейтрана и протона;
7. Изучение спин-орбитальной динамики в предложенных структурах. Исследование природы спиновой декогеренции в структуре коллайдера NICA.

### **Практическая значимость:**

Разработка дуальной магнитооптической структуры может позволить использовать кольцо коллайдера как для коллайдерных экспериментов с тяжелыми ионами на MPD детекторе с целью исследования кварк-глюонной плазмы, так и для проведения коллайдерных экспериментов по столкновению легких ядер на SPD детекторе.

Определение оптимальных параметров скачка критической энергии, а также его влияние на динамику сгустка.

Создание обводных каналов bypass позволит избежать точек встречи, также расположить прямые фильтры Вина независимо от оборудования, используемого для тяжело-ионного эксперимента. В конечном счёте, это позволит использовать NICA в режиме накопительного кольца.

Наличие ЭДМ заряженных частиц может быть установлено с использованием ускорительных установок в качестве накопительного кольца. Такие исследования является отдельной частью программы спиновой физики, которая формируется на установке NICA-Nuclotron.

Модернизация кольца Nuclotron рассматривается в двух аспектах. Во-первых, использование в качестве бустера для поляризованного пучка в коллайдер. Во-вторых, для независимого эксперимента по исследованию ЭДМ и поиску аксиона.

**Методология и методы исследования.** Основными методами исследования являются математическое и компьютерное моделирование, численный эксперимент. Для исследования поперечной динамики: MAD-X, OPTIM, продольной динамики: BLonD; спин-орбитальной динамики: COSY Infinity.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Изучение внутрипучкового рассеяния и стохастического охлаждения для оптимизации времени жизни пучка в регулярной структуре для многозарядных тяжелых ионов и варьированной критической энергией в резонансной структуре для легких ядер с целью реализации дуальности ускорительной установки; [1], [4]
2. Результаты, полученные в эксперименте на У-70 и в методе численного моделирования динамики продольного движения вблизи критической энергии с учётом влияния высших порядков зависимости от разброса по импульсу и с учетом импеданса; [5], [6]
3. Результаты исследования продольной динамики поляризованного пучка для процедуры скачка критической энергии в гармоническом и барьерном ВЧ, оценка влияния продольной микроволновой неустойчивости; [7], [8], [9]
4. Метод подавления дисперсии и влияния нелинейных эффектов в резонансной магнитооптической структуре из-за нарушения периодичности по дисперсии за счет missing magnet на краях поворотных арок; [2], [3]
5. Модернизированная структура с квази-замороженным спином для исследования ЭДМ дейtronов и протонов и возможностью совместного использования Нуклotronа в качестве бустера поляризованных частиц для коллайдера; [10], [14], [15]
6. Метод введения обводных каналов в кольцо синхротрона для создания независимой установки с возможностью проведения прецизионных экспериментов, в том числе изучения ЭДМ элементарных частиц; [11], [12], [13], [16], [17]

**Достоверность** полученных результатов подтверждается согласованием аналитических вычислений с результатами численных экспериментов. Результаты

ты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на российских и международных конференциях:

- Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике МКТЭФ-2020. Москва, Россия;
- 63, 65, 66-ая Всероссийская научная конференция МФТИ в 2020, 2023, 2024 гг. г. Долгопрудный, Россия;
- XXVII и XXVIII Всероссийская конференции по ускорителям заряженных частиц RuPAC'21, RuPAC'23. Алушта; Новосибирск, Россия.
- VII, VIII, IX и X Международная конференция Лазерные и Плазменные технологии ЛаПлаз'21, ЛаПлаз'22, ЛаПлаз'23, ЛаПлаз'24. Москва, Россия;
- XIII и XIV международная конференция по ускорителям заряженных частиц IPAC'22 IPAC'23. Бангкок, Таиланд; Венеция, Италия;
- XIX Международная конференции по спиновой физике высоких энергий DSPIN'23. Дубна, Россия;
- XI-я Международная конференция по ядерной физике в накопительных кольцах STORI'24. Хуэйчжоу, провинция Гуандун, Китай.

**Личный вклад.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором лично, либо при его непосредственном участии. Содержание диссертации и выносимые на защиту основные положения отражают личный вклад автора в опубликованные работы. Результаты по подготовке и проведению эксперимента на ускорителе У-70 получены в соавторстве с сотрудниками ИЯИ РАН и ИФВЭ. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в XX печатных изданиях, X из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, X – в тезисах докладов.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 0 приложений. Полный объём диссертации составляет 114 страниц,

включая 52 рисунка и 4 таблицы. Список литературы содержит 33 наименования.

**В первой** главе: рассматриваются общие принципы проектирования дульной магнитооптической структуры как для тяжелых, так и легких ядер. Различные соотношения заряда и массы оказывается ключевым при проектировании структуры.

В случае тяжелых ионов зарядность выделяет проблему внутрипучкового рассеяния пучка на первый план. Разогрев пучка приводит к росту поперечного эмиттанса и продольного разброса по импульсам. Для предотвращения неконтролируемого роста фазового объёма применяются техники по охлаждению пучка.

Для легких частиц, таких как протоны, соотношение заряда к массе отличается почти в 2 раза по сравнению с тяжелыми ионами, таким образом пропорционально увеличивается и энергия эксперимента. При этом критическая энергия остается неизменной, поскольку является характеристикой конкретной установки и определяется магнитооптикой. Преодоление критической энергии является необходимым для обеспечения стабильности, в первую очередь, продольного движения. Таким образом, для тяжелых ионов такой проблемы не возникает, а в случае легких частиц, требуется принимать меры по преодолению критической энергии. Одним из таких методов может являться создание 'резонансной' структуры.

**Вторая** глава посвящена исследованию прохождения критической энергии, характерной для регулярных структур. Для преодоления критической энергии классически используется процедура скачка критической энергии. Это достигается путем модулирования дисперсионной функции при приближении энергии пучка к значению критической энергии. Данные численного моделирования, также апробированы на экспериментальной установке У-70 в Протвино. Также рассмотрены эффекты влияния высших порядков коэффициента расширения орбиты, а также простейших моделей импедансов на динамику пучка.

**В третьей** главе рассматривается метод вариации критической энергии в 'резонансных' магнитооптиках. Для этого может вводится как суперпериодическая модуляция градиентов квадрупольных линз для вариации дисперсионной функции, так и модуляция кривизны орбиты, тем самым изменяя коэффициент сжатия орбиты, который напрямую связан с критической энергией ускорителя.

Для 'регулярной' магнитооптической структуры коллайдера NICA рассмотрены варианты модернизации для создания 'резонансной' структуры с поднятой критической энергией. Поскольку установка рассматривалась как стационарная, то это возможно только путем модуляции градиентов в квадрупольных линзах. Для различных полученных структур представлены схемы расстановки секступолей.

**В четвёртой** главе рассматривается возможность исследования в комплексе Nuclotron–NICA электрического дипольного момента легких ядер. Для коллайдера NICA приведена возможность введения альтернативных каналов bypass. А также рассматривается возможность модернизации Nuclotron. Рассмотрена спиновая динамика в кольце с использованием электростатических, а также элементов с совмещенной функцией.

Для проведения эксперимента по поиску ЭДМ становится необходимым использовать альтернативный метод управления спином, концепция «квазизамороженного» спина. В отличие от метода «замороженного» спина, спин больше не сохраняет ориентацию в течение всего периода обращения, а восстанавливает ориентацию на прямолинейном участке. Это возможно благодаря использованию элементов как с электрическим, так и с магнитным полями, которые называются фильтрами Вина, на прямом участке. Поворот спина в арке на определенный угол компенсируется соответствующим поворотом в фильтре Вина. Поля подбираются таким образом, чтобы создать нулевую силу Лоренца и не нарушить прямолинейность орбиты. Поляrimетры, расположенные после фильтров Вина, будут обнаруживать ту же ориентацию спин-вектора, и для них она будет 'заморожена'.

В **заключении** приведены результаты работы.

## Глава 1. Особенности двойственной магнитооптической структуры для ускорения тяжелых ионов и легких частиц частиц

Независимо от назначения синхротрона, при наличии двух режимов, в которых ускоряются многозарядные тяжёлые частицы и одна или две лёгкие заряженные частицы, возникает задача определения оптимальной конфигурации магнитооптической структуры, которая обеспечит устойчивое движение обоих типов частиц. Очевидно, что многозарядные частицы, в отличие от лёгких, обладают более выраженным эффектом разогрева из-за внутрипучкового рассеяния [18], а увеличивает вероятность прохождения лёгких частиц через энергию перехода. Эти эффекты имеют существенное значение для коллайдеров, где светимость играет ключевую роль. При разработке структуры, удовлетворяющей требованиям, предъявляемым к частицам с различным зарядом, принципиально важно создать перестраиваемую структуру без внесения конструктивных изменений. Мы назвали такую структуру дуальной.

### 1.1 Дуальность магнитооптической структуры для тяжелых ионов и легких ядер

Коллайдер NICA будет использован как для проведения коллайдерных экспериментов с тяжелыми ионами, так и легкими поляризованными ядрами. Различное соотношения заряда к массе является существенным при проектировании магнитооптики. Для достижения высокой светимости должно быть гарантировано достаточное время жизни пучка. Также должна быть решена проблема прохождения критической энергии.

Высокое время жизни светимости пучка в коллайдерном эксперименте достигается за счет уменьшения эффекта внутрипучкового рассеяния в сочетании с использованием методов стохастического и электронного охлаждения. Этот подход особенно важен при работе с ионными пучками высокой интенсивности. Временная эволюция эмиттанса и разброса импульса при наличии процессов охлаждения определяется набором уравнений

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= \underbrace{-\frac{1}{\tau_{tr}} \cdot \varepsilon}_{\text{cooling}} + \underbrace{\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{IBS}}_{\text{heating}} \\ \frac{d\delta^2}{dt} &= \underbrace{-\frac{1}{\tau_{long}} \cdot \delta^2}_{\text{cooling}} + \underbrace{\left(\frac{d\delta^2}{dt}\right)_{IBS}}_{\text{heating}}\end{aligned}\quad (1.1)$$

где  $\varepsilon$  – поперечный эмиттанс,  $\tau_{tr}$  – поперечное время охлаждения,  $\delta = \frac{\Delta p}{p}$  – разброс по импульсам,  $\tau_{long}$  – продольное время охлаждения. Для независимых от времени, стационарных значений, производные по времени становятся равными нулю, тогда

$$\begin{aligned}\varepsilon_{st} &= \tau_{tr} \cdot \left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{IBS} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{st}} \\ \delta_{st}^2 &= \tau_{long} \cdot \left(\frac{d\delta^2}{dt}\right)_{IBS} \Big|_{\delta^2=\delta_{st}^2}\end{aligned}\quad (1.2)$$

Критерием применимости того, или иного метода охлаждения может быть сравнение характерных времен стохастического и электронного охлаждения со временем жизни с учетом ВПР во всем предполагаемом диапазоне энергий.

## 1.2 Оптимизация времени жизни пучка

### 1.2.1 Стохастическое охлаждение

Рассмотрим стохастическое охлаждение, пользуясь приближенной теорией D.Mohl [19; 20]. Следуя его основным выводам, скорость охлаждения определяется выражением

$$\frac{1}{\tau_{tr,l}} = \frac{W}{N} \left[ \underbrace{2g \cos \theta (1 - 1/M_{pk}^2)}_{\substack{\text{coherent} \\ \text{effect(cooling)}}} - \underbrace{g^2 (M_{kp} + U)}_{\substack{\text{incoherent} \\ \text{effect(heating)}}} \right] \quad (1.3)$$

где  $W = f_{max} - f_{min}$  – пропускная способность системы,  $N$  – эффективное число частиц, пересчитанное через соотношение орбиты к длине сгустка с учетом его распределения,  $g$  – fraction of observed sample error corrected per turn,  $U = E(x_n^2)/E(x_s^2)$  – отношение шума к сигналу,  $M_{pk}$ ,  $M_{kp}$  – факторы смешивания между пикапом – киккером и киккером – пикапом соответственно.

Уравнение (3) в отсутствии шума при  $g = g_0 = \frac{1-M_{pk}^2}{M_{kp}}$  достигает максимум

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tau_{tr}} &= \frac{W}{N} \frac{(1 - 1/M_{pk}^2)^2}{M_{kp}} \\ \frac{1}{\tau_l} &= 2 \frac{W}{N} \frac{(1 - 1/M_{pk}^2)^2}{M_{kp}}\end{aligned}\quad (1.4)$$

коэффициенты смешивания определяются как

$$\begin{aligned}M_{pk} &= \frac{1}{2(f_{max} + f_{min}) \eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}}, \\ M_{kp} &= \frac{1}{2(f_{max} - f_{min}) \eta_{kp} T_{kp} \frac{\Delta p}{p}}\end{aligned}\quad (1.5)$$

где  $\eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}$ ,  $\eta_{kp} T_{kp} \frac{\Delta p}{p}$  – относительные времена смещения частиц (перемещение),  $\eta_{pk}$ ,  $\eta_{kp}$  – коэффициенты проскальзывания, в первом приближении  $\eta_{pk} = \alpha_{pk} - 1/\gamma^2$ ,  $\eta_{kp} = \alpha_{kp} - 1/\gamma^2$ ,  $\alpha_{pk}$ ,  $\alpha_{kp}$  – локальные факторы расширения орбиты первого порядка,  $T_{pk}$ ,  $T_{kp}$  – абсолютные времена пролета между пикапом-киккером и киккером-пикапом соответственно.

Времена стохастического охлаждения ур. (4-5) зависят от соотношения эффективной плотности частиц  $N$  к полосе пропускания системы охлаждения  $W$  и свойств магнитооптики, а именно локальных факторов расширения орбиты  $\alpha_{pk}$ ,  $\alpha_{kp}$ . Максимальное значение полосы частот  $f_{max}$  ограничено критерием неперекрытия “Schottky”-полос пучка. В простейшем случае это условие может быть записано:

$$f_{max} < \frac{1}{\eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}} \quad (1.6)$$

при выполнении которого всегда фактор смешивания  $M_{pk} > 1$ . В обратном случае, эффективность охлаждения становится нулевой. Таким образом, при заданном числе частиц желательно иметь полосу частот максимально возможной. С точки зрения электроники современные технологии позволяют реализовать полосу частот 10 ГГц [21], однако использование ее не всегда возможно из-за

большой величины коэффициента проскальзывания  $\eta_{pk}$  и разброса по импульсам  $\frac{\Delta p}{p}$ .

Уравнение (3) выведено для непрерывного (несгруппированного) пучка. Эффективное число частиц, для случая сгустка, сформированного гармоническим одночастотным ВЧ резонатором, плотность частиц описывается распределением по Гауссу

$$\rho(s) = \frac{N_{bunch}}{\sigma_{bunch}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{s^2}{2\sigma_{bunch}^2}} \quad (1.7)$$

где  $s$  – расстояние от центра сгустка,  $\sigma_{bunch}$  – дисперсия распределения частиц и  $N_{bunch}$  – число частиц в сгустке. Если принять, что охлаждение определяется его минимальным значением в центре сгустка ( $s = 0$ ), то эффективное значение частиц на орбите длиной  $C_{orb}$  равно:

$$N = \int_0^{C_{orb}} \rho_{max} ds = \frac{N_{bunch}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{bunch}} \cdot C_{orb} \quad (1.8)$$

Для сгустка, сформированного мультигармонической ВЧ системой барьерного типа («Barrier Bucket»), распределение частиц в сгустке близко к однородному с длиной сгустка  $l_{bunch} = 4\sigma_{bunch}$ . Эффективное значение частиц определяется простым соотношением длины сгустка к общей длине орбиты:

$$N = \frac{N_{bunch}}{4\sigma_{bunch}} \cdot C_{orb} \quad (1.9)$$

Подводя итог, можно сказать, что эффективное значение частиц зависит от распределения и определяется форм-фактором  $F_{bunch}$ , лежащим в пределах  $F_{bunch} = \sqrt{2\pi} \div 4$

$$N = N_{bunch} \cdot \frac{C_{orb}}{F_{bunch} \cdot \sigma_{bunch}} \quad (1.10)$$

Для NICA примем максимальный фактор  $F_{bunch} = 4$ , и при ее ориентировочных параметрах  $C_{orb} = 503.04$  м,  $\sigma_{bunch} = 0.6$  м,  $N_{bunch} = 2.2 \cdot 10^9$ . С учетом опыта работы FNAL [22] вполне реалистичные значения для полосы частот являются  $f_{max} = 8$  ГГц и  $f_{min} = 2$  ГГц. Для NICA выбрано  $f_{max} = 4$  ГГц и  $f_{min} = 2$  ГГц. При таких параметрах максимальная достижимая скорость охлаждения  $1/\tau_{tr} = 1/230$  с<sup>-1</sup>.

Исходя из уравнений 6-7, видно, что может происходить асимптотический рост в двух случаях:

1. при приближении коэффициента проскальзывания к значению  $\eta \rightarrow \frac{1}{2(f_{max}+f_{min})T_{pk}\frac{\Delta p}{p}}$ , Schottky-спектр пучка становится сплошным и  $M_{pk} \rightarrow 1$ ;
2. при приближении коэффициента проскальзывания к нулю, перемещение на пути от киккера к пикапу не происходит и  $M_{kp} \rightarrow \infty$ .

Эффективность стохастического охлаждения зависит от свойств магнитооптики. В классических “обычных” структурах энергия перехода передается через горизонтальную частоту, и коэффициент проскальзывания  $\eta = 1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2$  может достигать нуля. Чтобы избежать асимптотического роста, необходимо изменять коэффициент проскальзывания, что означает вариацию  $\gamma_{tr}$ . Это возможно в “резонансной” структуре, где энергия перехода может быть увеличена или даже достигать комплексного значения [23]. В более экзотическом случае может быть использована “комбинированная” структура, где  $\eta_{pk}$  (пикап-кикер) с реальной критической энергией на одной арке

$$\eta_{pk} = 1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2 \quad (1.11)$$

компенсируется  $\eta_{kp}$  (кикер-пикап) с комплексным значением в другой арке соответственно

$$\eta_{kp} = -1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2 \quad (1.12)$$

для всего кольца. При такой конструкции достигается требуемое соотношение факторов смешивания для максимальной скорости охлаждения, близкой к идеальной [24]. Рассмотрим заявленные структуры более подробно.

Поведение  $\beta$ -функций и  $D$  дисперсия вдоль всей “регулярной” структуры показаны на рисунке. 1. Прямые участки остаются неизменными во всех структурах, необходимы для анализа резонансных характеристик всей конструкции. Их расположение не влияет на внутрипучковое рассеяние и критическую энергию. Для подавления дисперсии в “регулярной” структуре с обеих сторон арок реализована технология ‘missing magnet’ (‘отсутствующих магнитов’).

“Резонансная” структура основана на принципе резонансной модуляции дисперсионной функции [25] и может быть получена из “регулярной” структуры путем разделения фокусирующих квадрупольей на 2 семейства с различными градиентами. Таким образом, критическая энергия может быть скорректирована таким образом, чтобы увеличить ее по сравнению с энергией эксперимента, избегая

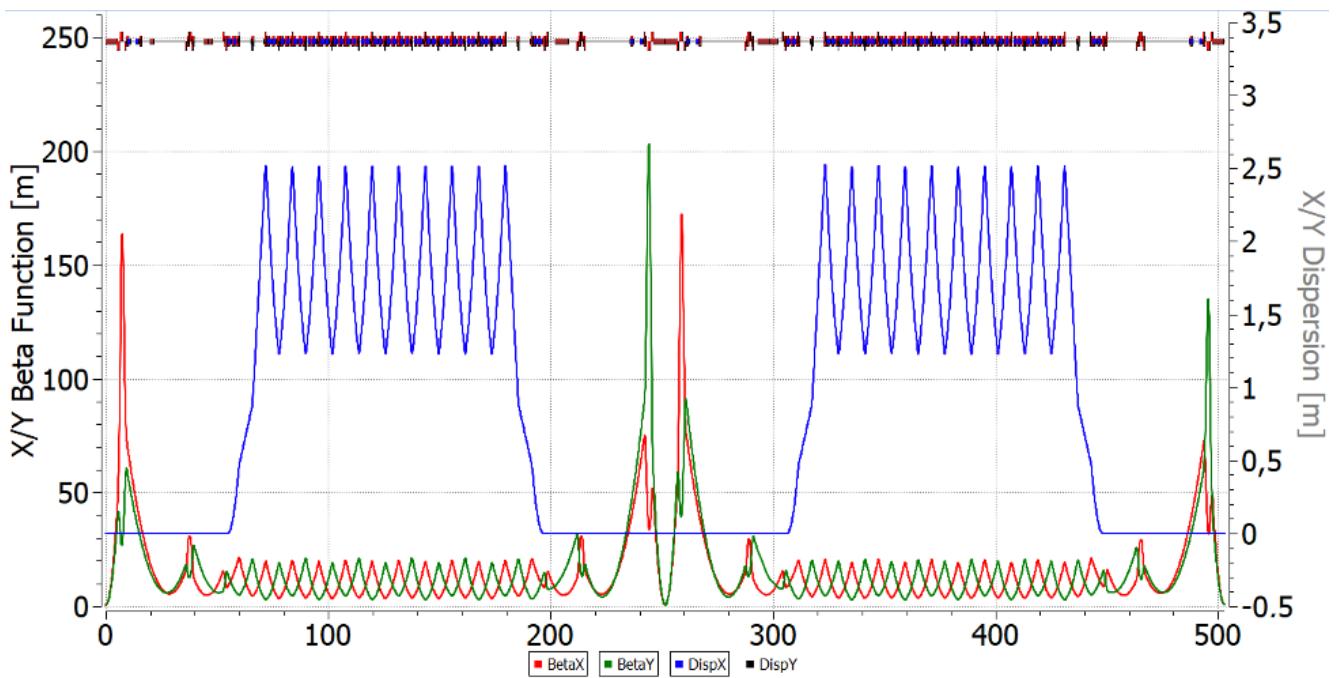


Рисунок 1.1 — Регулярная ФОДО структура.

проблем с пересечением критической энергии. Для подавления дисперсии можно использовать либо два краевых фокусирующих квадруполя по обе стороны дуги, либо только два семейства фокусирующих квадрупольей на дуге [2], когда достигается целое число бетатронных колебаний (рис. 2).

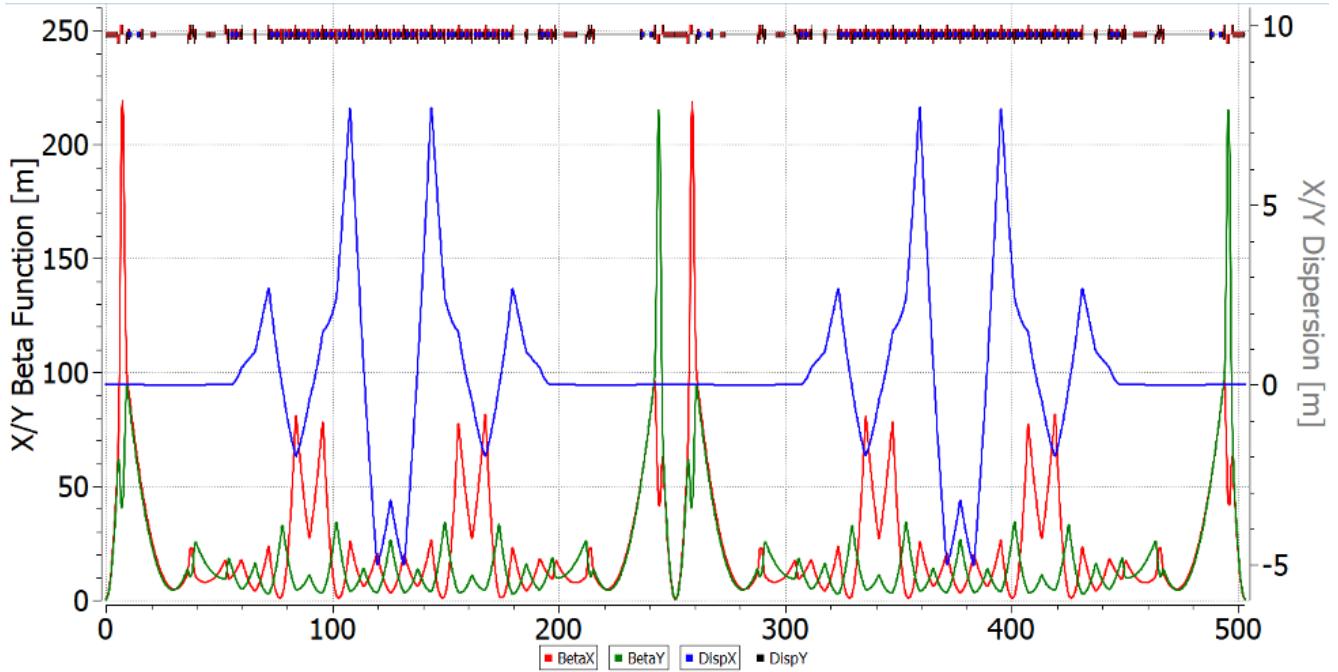


Рисунок 1.2 — "Резонансная" магнитооптическая структура с повышенной критической энергией.

В случае "комбинированной" конструкции одна дуга работает в обычном режиме, в то время как другая использует резонансную модуляцию (рис. 3).

Такой выбор основан на принципе компенсации, описанном уравнениями 13 и 14, который требует большей глубины модуляции квадрупольей, чем в чисто "резонансной" структуре с повышенной критической энергией.

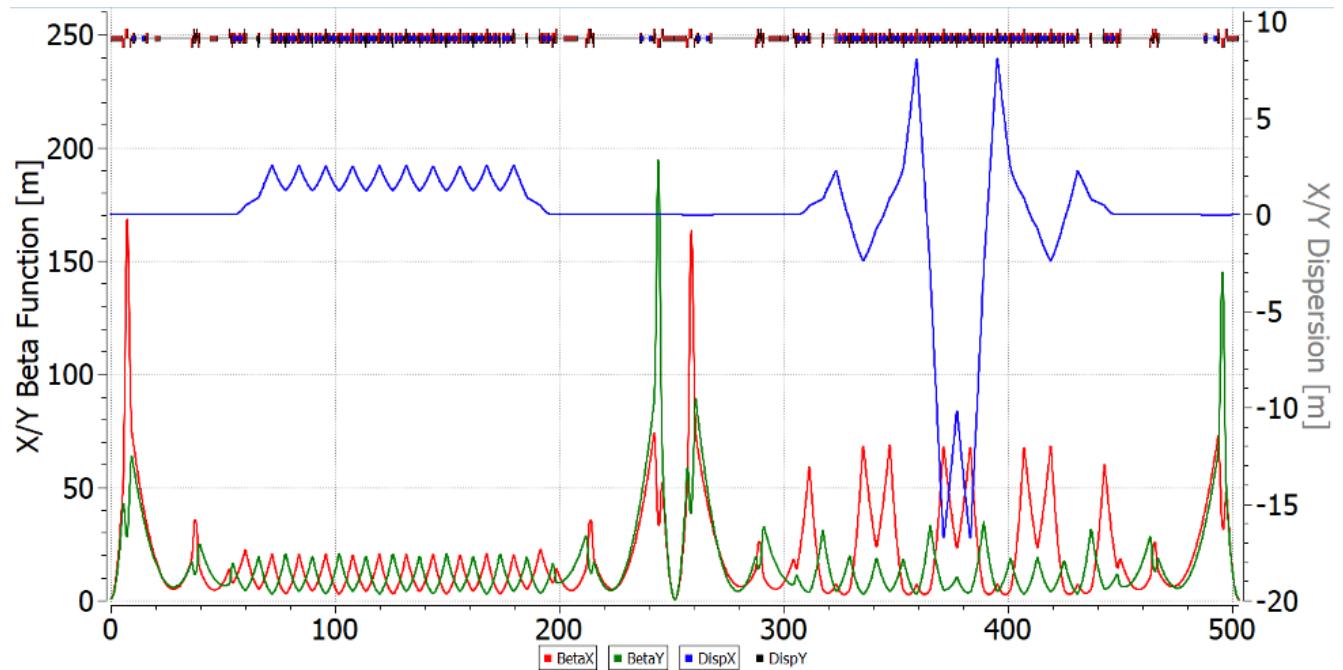


Рисунок 1.3 — "Резонансная" магнитооптическая структура с реальной и комплексной критической энергией в арках.

Как показано на рисунке 4, "резонансная" оптика с увеличенной критической энергией, вторая асимптотика имеет более высокую энергию по сравнению с "регулярной" структурой. В "комбинированной" магнитооптике эффективность охлаждения близка к идеальному значению в широком диапазоне энергий от 2,5 до 4,5 ГэВ, в то время как в "обычной" оптике скорость охлаждения почти в два раза ниже в наиболее оптимальной точке 3 ГэВ. Такое поведение объясняется отсутствием второй точки асимптотического роста.

### 1.2.2 Внутрипучковое рассеяние в регулярной, резонансной и комбинированной структурах

Как было уже сказано, внутрипучковое рассеяние является основным фактором, ограничивающим время жизни пучка в коллайдере. Поэтому критерием для использования того или иного способа охлаждения является сравнение их

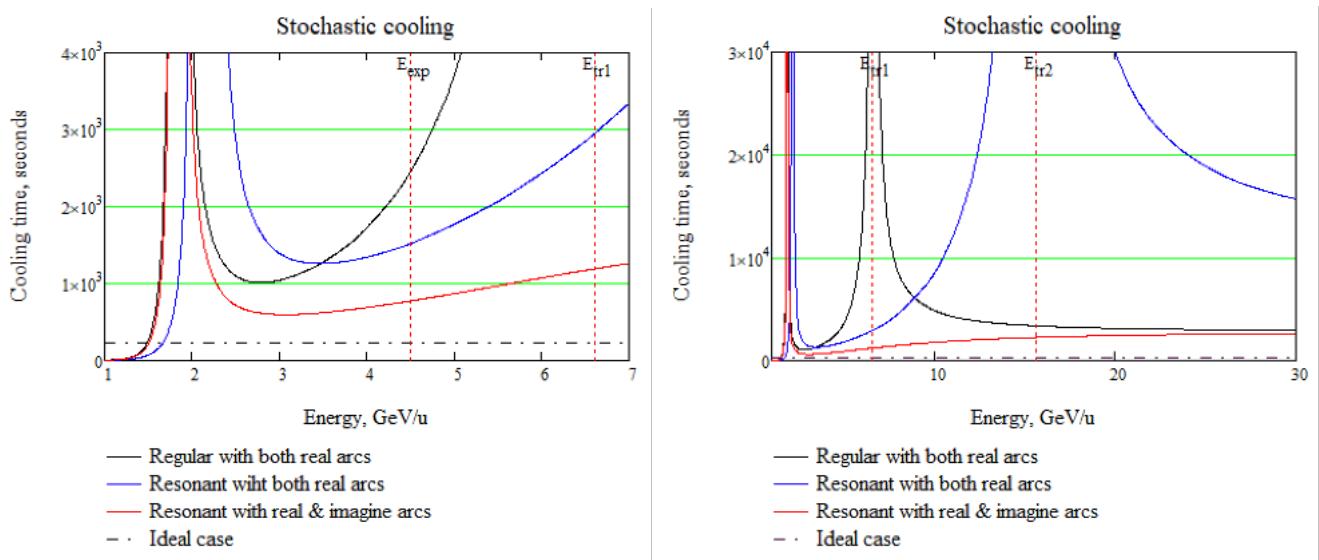


Рисунок 1.4 — Зависимость времени охлаждения от энергии

характерных времен с временем разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния. Из общей теории этого явления следует:

$$\frac{1}{\tau_{IBS}} = \frac{\sqrt{\pi} c Z^2 r_p^2 L_C}{4 A} \cdot \frac{N}{C_{\text{orb}}} \cdot \frac{\langle \beta_x \rangle}{\beta^3 \gamma^3 \varepsilon_x^{5/2} \langle \sqrt{\beta_x} \rangle} \left( \left\langle \frac{D_x^2 + \dot{D}_x^2}{\beta_x^2} \right\rangle - \frac{1}{\gamma^2} \right) \quad (1.13)$$

в отличии от стохастического охлаждения скорость разогрева из-за внутрипучкового рассеяния растет с уменьшением энергии как  $1/\gamma^3$ . Кроме того, выражение, стоящее в круглых скобках, пропорционально коэффициенту проскальзывания  $\eta$ . Поэтому следует ожидать, что в оптике со значением  $\eta$  близким к нулю скорость разогрева должна падать.

На рисунке 4 показаны зависимости постоянной времени нагрева в трех вышеупомянутых структурах, посчитанных с помощью программ MADX [26; 27] для параметров тяжелоионного пучка  $^{197}_{79}\text{Au}$  коллайдера NICA с максимальной светимостью  $10^{27} \text{ см}^{-2}\text{c}^{-1}$

Из сравнения времени разогрева со временем охлаждения (см. рис. 4) можно сделать заключение, что в регулярной структуре стохастическое охлаждение способно сбалансировать внутрипучковое рассеяние в диапазоне энергий  $W \geq 4.5 \text{ ГэВ}$ . Для применения стохастического охлаждения во всем диапазоне энергий очевидно, что мы должны пожертвовать светимостью пучка на низких энергиях посредством увеличения эмиттанса. В резонансных структурах, время внутрипучкового рассеяния значительно меньше. Это объясняется тем, что структура имеет большее соотношение между дисперсией и  $\beta$ -функцией пучка  $\left\langle \frac{D_x^2 + \dot{D}_x^2}{\beta_x^2} \right\rangle$ , чем в случае регулярной. Таким образом, для тяжелоионной опции

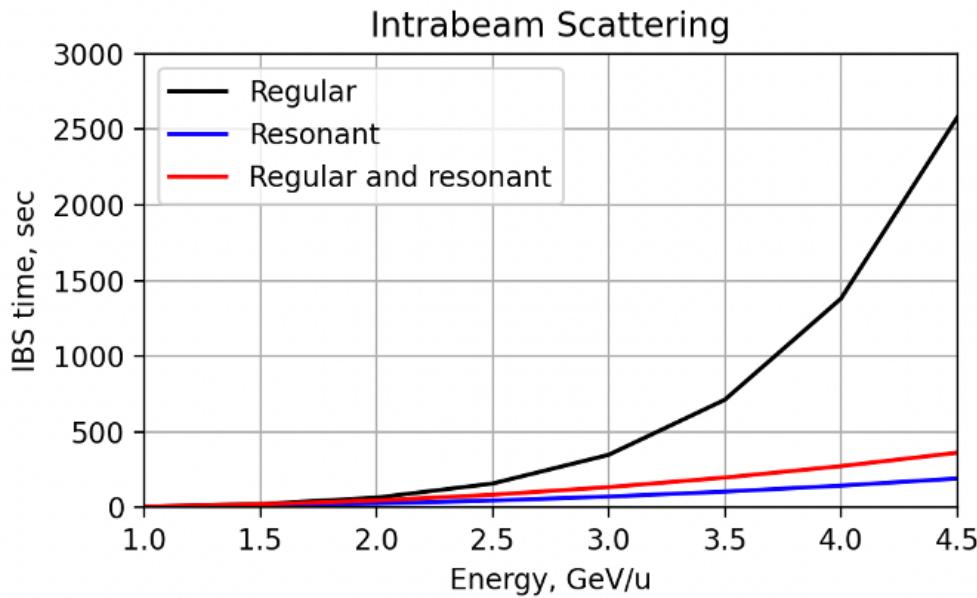


Рисунок 1.5 — Зависимость постоянной времени разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния в регулярной, «резонансной» и комбинированной структурах от энергии пучка.

должна быть использована структура с максимально регулярным  $\beta$ -функцией и  $D$  дисперсией (минимально модулированы). Для охлаждения пучка до 4.5 ГэВ в регулярной структуре используется электронное охлаждение [28].

### 1.3 Выбор критической энергии в магнитооптической структуре с учетом ускорения тяжелых ионов и легких частиц.

В случае легких ядер (протоны и дейтроны), время внутрипучкового рассеяния значительно вырастает, поскольку заряд становится меньше. Таким образом, проблема внутрипучкового рассеяния имеет значение для тяжелоионного сгустка с высокой зарядностью.

#### 1.3.1 Критическая энергия

Поскольку понятия *критическая энергия* (transition energy), *коэффициент уплотнения орбиты* (momentum compaction factor) и *коэффициент*

*проскальзывания* (slip-factor) одни из ключевых и часто упоминаемых в данной работе, поэтому уделим особое внимание при их определении.

Рассмотрим классическое уравнение продольного движения, описывающее эволюцию частицы отклоненной от референсной:

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dn} = \eta(\delta) \cdot \frac{T_0 \cdot h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0} \\ \frac{d(\Delta E)}{dn} = V(\tau) \end{cases} \quad (1.14)$$

где  $\tau$  – временное отклонение рассматриваемой частицы от референсной,  $\Delta E$  – отклонение рассматриваемой частицы от референсной по энергии,  $E_0$  – энергия референсной частицы,  $\omega_0 = 2\pi/T_0$  – угловая частота и соответствующее время обращения референсной частицы,  $\beta$  – относительная скорость,  $h$  – гармоническое число,  $V(\tau)$  – функция определяющая амплитуду ВЧ для рассматриваемой частицы,  $\eta$  – коэффициент проскальзывания (в англоязычной терминологии 'slip-factor'). Индекс 0 имеет значение референсной частицы.

Коэффициент проскальзывания является временным показателем запаздывания или опережения рассматриваемой частицы от референсной. Для его определения сначала рассмотрим зависимость удлинения орбиты от разброса по импульсам

$$C(\delta) = C_0(1 + \alpha_0\delta + \alpha_1\delta^2 + \dots) = C_0(1 + \alpha_0\delta + O(\delta^2)), \quad (1.15)$$

где также вводится понятие важное понятие коэффициента расширения орбиты (momentum compaction factor) [29]:

$$\alpha_c = \frac{1}{C_0} \frac{dC}{d\delta} = \alpha_0 + 2\alpha_1\delta + 3\alpha_2\delta^2 + \dots \equiv \frac{1}{\gamma_{tr}^2}, \quad (1.16)$$

тут  $\gamma_{tr}$  иммет значение Лоренц-фактора при энергии пучка равной критическому значению или просто называется критической энергией. Таким образом, взяв во внимание, что  $T = \frac{C}{v} = \frac{C}{\beta c}$ , в первом приближении коэффициент проскальзывания может быть определен как

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta C}{C_0} - \frac{\Delta v}{v_0} = \eta\delta. \quad (1.17)$$

Однако, это справедливо только в первом приближении и приводит к выражению

$$\eta = \eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma_0^2}. \quad (1.18)$$

Отсюда из ур. 1.18 видно, что  $\eta_0 \rightarrow 0$  стремится к нулю при приближении  $\gamma_0 \rightarrow \gamma_{tr}$  правая часть уравнения ур. 1.14 также стремится к нулю. Возникает необходимость обеспечения стабильности продольного движения при прохождении критической энергии. Поэтому при движении вблизи критической энергии также учитывается и влияние следующих порядков разложения, сравнимых по величине с первым. И определение 1.18 становится неточным. Для наиболее точного определения высших порядков коэффициента проскальзывания может быть использовано следующее соотношение [30].

$$\frac{\Delta T_{n+1}}{T_{n+1}} = \eta_{n+1} \delta_{n+1}, \quad (1.19)$$

тут индекс  $n + 1$  отражает  $n + 1$ -ое прохождение, а не порядок в разложении. Окончательно для коэффициента проскальзывания в зависимости от высших порядков разложения:

$$\eta(\delta) = \eta_0 + \eta_1 \delta + \eta_2 \delta^2 + \dots, \quad (1.20)$$

$$\text{где } \eta_1 = \frac{3\beta_0^2}{2\gamma_0^2} + \alpha_1 - \alpha_0 \eta_0, \eta_2 = -\frac{\beta_0^2(5\beta_0^2-1)}{2\gamma_0^2} + \alpha_2 - 2\alpha_0 \alpha_1 + \frac{\alpha_1}{\gamma_0^2} + \alpha_0^2 \eta_0 - \frac{3\beta_0^2 \alpha_0}{2\gamma_0^2}$$

### 1.3.2 Адаптация структуры для эксперимента с легкими поляризованными частицами

Из-за соотношения заряда к массе, максимальная энергия протонного пучка становится порядка 13 ГэВ. При этом, критическая энергия регулярной структуры, являющаяся характеристикой магнитооптической структуры ускорителя, составляет 5.7 ГэВ. Таким образом, в регулярной структуре возникает необходимость преодоления критической энергии. Классическим способом является – скачок критической энергии [7]. Однако, в этом случае накладываются существенные ограничения на параметры сгустка [9]. Альтернативным способом является повышение критической энергии с использованием резонансной магнитооптической структуры. В этом случае происходит суперпериодическая

модуляция дисперсионной функции, путем введения дополнительного семейства фокусирующих квадрупольей.

## Выводы

Рассмотрены принципы реализации дуальной магнитооптической структуры.

1. Для легких частиц из-за соотношения заряда к массе энергия эксперимента может превышать критическую энергию установки, которая является оптимальной для тяжелых ионов. При использовании дисперсионной модуляции критическая энергия увеличивается или даже достигает комплексного значения в резонансной или комбинированной магнитооптической структуре;
2. Показано, что вследствие модуляции  $\beta$ -функции и  $D(s)$  дисперсии уменьшается время внутрипучкового рассеяния, что имеет решающее значение для многозарядных тяжелых частиц. По этой причине регулярная магнитооптическая структура с минимально модулированной  $D(s)$  дисперсией и  $\beta$ -функцией оптимальна в режиме работы с тяжелыми ионами. Несмотря на то, что стохастическое охлаждение в регулярной структуре значительно слабее, чем в резонансной и комбинированной, оно может компенсировать эффект от внутрипучкового рассеяния;
3. Дуальная магнитооптическая структура предлагается для ускорения пучков как тяжелых ионов, так и легких частиц, что показано на примере установки NICA. Для преобразования регулярной структуры, оптимизированной для ускорения тяжелых ионов с точки зрения времени жизни пучка, в резонансную, с варьируемой критической энергией для легких частиц, не требуется никаких особых изменений, достаточно лишь внести отдельное семейство квадрупольей.

## Глава 2. Прохождение критической энергии в регулярной магнитооптической структуре синхротрона

Данная глава посвящена рассмотрению влияния критической энергии на продольную динамику, а также процедуры скачка критической энергии в регулярной структуре синхротрона.

Исходя из изложенных уравнений продольного движения в Главе 1, приближение энергии пучка к критическому значению ведет к изохронному движению, при котором частота синхротонных колебаний стремится к нулю и означает отсутствие продольное перемешивания частиц в сепаратрисе. При этом теряется фазовая стабильность, нарушается адиабатичность движения, а также проявляется влияние высших порядков зависимости от разброса по импульсу – нелинейность.

Увеличение скорости прохождения критической энергии уменьшает влияние факторов, возмущающих фазовое движение. Широко используется метод скачка критической энергии, который применяется на многих установках CERN [31], BNL [32], в том числе был реализован в России на синхротроне У-70 [?]. Сдвиг критической энергии обеспечивается искажением дисперсионной функции за счёт использования тонких квадрупольных линз [?]. Такой метод для каждой отдельной установки рассматривается отдельно и устанавливает ограничения в зависимости от потребностей конечного эксперимента.

Прохождение критической энергии является актуальной задачей для протонного пучка в строящемся комплексе NICA (ОИЯИ г. Дубна). С целью изучения данной проблемы, исследована динамика продольного движения в окрестности критической энергии У-70 (НИЦ “Курчатовский институт” - ИФВЭ г. Протвино). Промоделирована процедура скачка критической энергией в синхротроне У-70 при помощи численного моделирования. Полученные данные также апробированы на ускорительном сеансе. [?]

Важным фактором, описывающим взаимодействие пучка и элементов ускорителя является влияние различного рода импедансов, а также типа высокочастотных резонаторов (ВЧ) на продольную динамику во время процедуры преодоления критической энергии. Отличительной особенностью является использование ВЧ барьера типа, в результате чего достигается специфическое

распределение пучка в фазовом пространстве, отличное от классического, формируемого гармоническим ВЧ.

Результаты данного исследования помогут осветить потенциальные последствия прохождения критической энергии и определить существенные параметры, влияющие на динамику фазового движения.

## 2.1 Построение регулярной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО

На основе ФОДО, ФДО и ОДФДО ячеек могут быть сконструированы регулярные поворотные арки как показано на рис. 2.1.

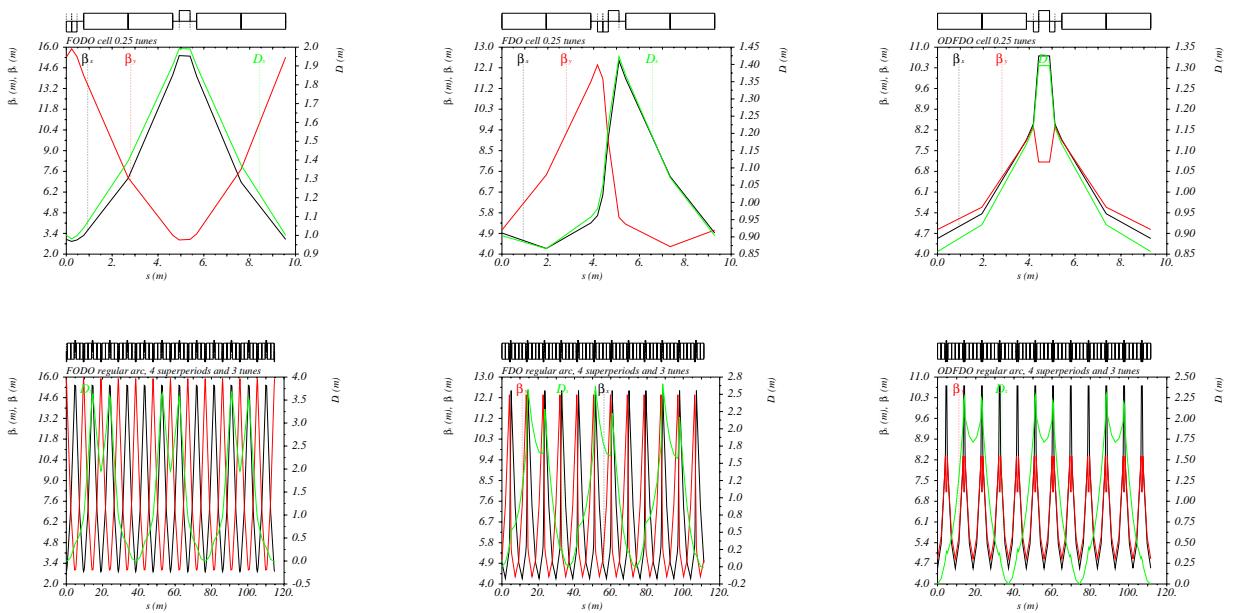


Рисунок 2.1 — Твисс-параметры  $\beta_{x,y}$ ,  $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнлтной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная.

Для ФОДО ячейки характерно максимальное пространственное разделение минимумов и максимумов бета-функций. Однако, максимальное значение бета-функции и дисперсионной функции наибольшее для ФОДО структуры. Также стоит отметить, что растет градиент в квадрупольных линзах для достижения одинакового набега фазы, в таком порядке ФОДО, ФДО, ОДФДО.

### 2.1.1 Подавление дисперсии в регулярных арках с missing magnet и/или квадруполями с варьируемыми градиентами

Подавление дисперсии используется для ряда задач в ускорительной технике.

Для коллайдерных экспериментов, необходимо в точке встречи (Interaction Point - IP) иметь нулевое значение дисперсионной функции, так как два пучка должны столкнуться в определенной заданной точке для достижения большой светимости.

Также это может применяться при инжекции из бустера (buster) в основное кольцо (main ring), поскольку. Иначе нужно каким-то сложным образом нарочно возбуждать орбиту и делать её ненулевой, чтобы произошёл точное совпадение твисс-функций при инжекции.

В случае спиновой динамики, на прямом участке необходимо использование фильтров Вина. Такое устройство не возмущает орбиту так как изначально планируется сделать нулевую силу Лоренца (или одинаковую кривизну полей  $E$  и  $B$  полей). При этом искажается дисперсионная функция, что должно быть компенсировано магнитами. При движении частиц по смещённой траектории, возникает действие полей, которое будет нескомпенсировано.

При всём этом для NICA инжекция происходит в место с ненулевой дисперсией , это обусловлено особенностью расположения оборудования.

## 2.2 Прохождение критической энергии

### 2.2.1 Численное моделирование динамики продольного движения

Основные уравнения, которые будут проанализированы – уравнения продольного фазового движения. Наиболее классически уравнения 1.14 могут быть записаны в зависимости от времени:

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dt} = \eta(\delta) \cdot \frac{h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0} \\ \frac{d(\Delta E)}{dt} = \frac{V(\tau)}{T_0} \end{cases} \quad (2.1)$$

Для моделирования приведенной системы уравнений используются различные программы. Наиболее современной является BLoD [33], CERN. Для пересчёта временной задержки могут быть использованы 2 различные схемы, как 'простая', учитывающая только первый порядок разложения  $\eta$ :

$$\Delta t^{n+1} = \Delta t^n + \frac{\eta_0^{n+1} T_0^{n+1}}{(\beta_s^{n+1})^2 E_s^{n+1}} \Delta E^{n+1}, \quad (2.2)$$

так и 'точная', учитывающая зависимость от высших порядков разложения:

$$\begin{aligned} \Delta t^{n+1} = & \Delta t^n + T_0^{n+1} \times \\ & \times \left[ \left( 1 + \alpha_0^{n+1} \delta^{n+1} + \alpha_1^{n+1} (\delta^{n+1})^2 + \alpha_2^{n+1} (\delta^{n+1})^3 \right) \left( \frac{1 + \frac{\Delta E^{n+1}}{E_s^{n+1}}}{1 + \delta^{n+1}} \right) - 1 \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Для пересчёта приращения энергии используется уравнение:

$$\Delta E^{n+1} = \Delta E^n + \sum_{k=0}^{n_{rf-1}-1} V_k^n \sin \varphi_{rf,k}(\Delta t^n) - (E_s^{n+1} - E_s^n) \quad (2.4)$$

как видно из ур. 2.4 ускорение может быть обеспечено влиянием только гармонического ВЧ. Такой подход создаёт сложности при необходимости моделирования в BLoD барьера ВЧ, тогда необходимо представить в виде набора ВЧ станции с различными частотами, соответствующим Фурье-разложению потенциального барьера сигнала.

## 2.2.2 Стабильность продольного фазового движения вблизи критической энергии

Уравнения 2.1 определяют продольные колебания с определенной частотой. Вдали от критической энергии частота синхротронных колебаний слабо меняется со временем, движение адиабатично. Вблизи критической энергии нарушается условие адиабатичности синхротронного движения. Характерное

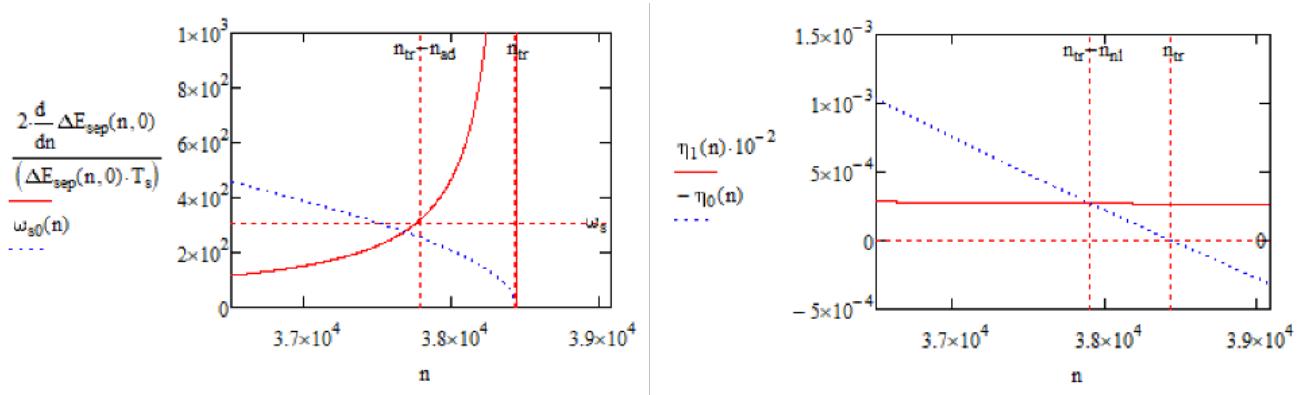


Рисунок 2.2 — а) Классическая синхротронная частота и темп изменения огибающей сепаратрисы в окрестности критической энергии от номера оборота; б) изменение первого и второго порядка коэффициента проскальзывания  $\eta_0$ ,  $\eta_1\delta$  в окрестности критической энергии от номера оборота.

время адиабатичности можно оценить, сравнивая синхротронную частоту с темпом изменения удерживающей сепаратрисы, что показано на рис. 2.2а [30]:

$$\tau_{ad} = \left( \frac{\pi \beta^2 m c^2 \gamma_{tr}^4}{\dot{\gamma} \omega_0^2 h e V |\cos \varphi_s|} \right)^{1/3} \quad (2.5)$$

где  $\gamma_{tr}$  – Лоренц-фактор, соответствующий критической энергии,  $\dot{\gamma}$  – темп изменения энергии. При адиабатичном движении как сепаратриса, так и частота колебаний медленно меняется со временем.

Нелинейность продольного движения проявляется, когда  $\eta_1\delta$  сравнимо с  $\eta_0$ , характерное время (рис. 2.2б):

$$\tau_{nl} = \frac{\eta_1 \hat{\delta}}{2\dot{\gamma}/\gamma_{tr}^3} = \gamma_{tr} \frac{3/2 \beta^2 + \gamma_{tr}^2 \alpha_1}{2\dot{\gamma}} \quad (2.6)$$

где  $\hat{\delta} \approx 10^{-2} - 10^{-3}$  – абсолютное значение максимального отклонения импульса вблизи критической энергии,  $\alpha_1$  – второй порядок коэффициента уплотнения орбиты. Для регулярной ФОДО структуры У-70 с скомпенсированной натуральной хроматичностью, получено  $\alpha_1 \simeq 0.01$  [6].

Кроме того, из ур. 2.1 следует условие стабильности синхротронных колебаний

$$\eta_0 \cos \varphi_s < 0 \quad (2.7)$$

Видно, что для продольного согласования при прохождении критической энергии также должна быть сдвинута фаза  $\varphi_s$  ускоряющего поля ВЧ на  $\pi - 2\varphi_s$ .

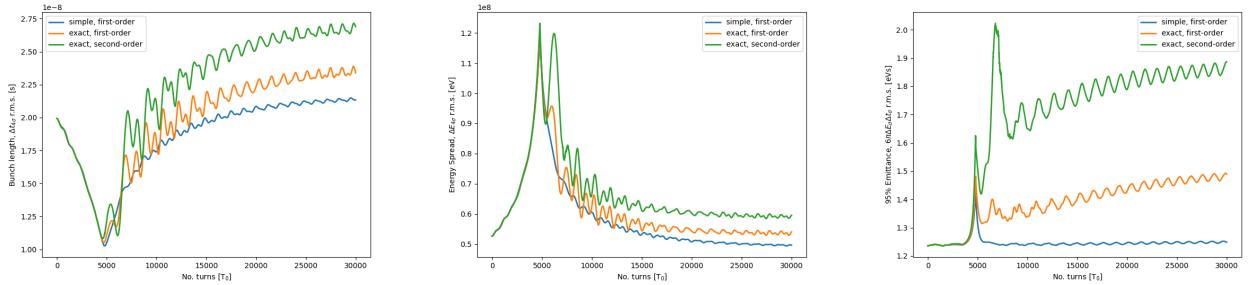


Рисунок 2.3 – Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 13 ГэВ для трёх моделей без скачка и учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка  $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая –  $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая –  $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ , ‘exact’ solver.

Оценки для У-70, приведенные в табл. 1, отражают тот факт, что время адиабатичности (2) может быть сравнимо со временем нелинейности (3)  $\tau_{ad} \sim \tau_{nl}$ . При приближении энергии к критической, продольная длина пучка уменьшается, а разброс по импульсам увеличивается. На рис. 2 приведены результаты моделирования прохождения критической энергии при ускорении от 7.0 до 13.0 ГэВ для  $\eta = \eta_0$  и  $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$  в различных моделях BLonD. Влияние второго порядка коэффициента проскальзывания увеличивает продольный эмиттанс.

### 2.2.3 Влияние индуктивного импеданса

На продольную динамику также оказывает влияние элементы ускорителя. Для описания электромагнитного взаимодействия пучка с элементами структуры ускорителя вводится понятие импеданса. И обычно может являться достаточно сложной функцией, содержащей как мнимую, так и действительную часть. Вид импеданса может быть определен как аналитически, взяв во внимание все наиболее значимые элементы, так и экспериментально, на уже действующей установке. Поскольку оба эти подхода являются достаточно комплексными и сложными, в качестве первого приближения могут быть использованы более простые модели импедансов.

Особенно важным для изучения продольной динамики при прохождении критической энергии является продольный импеданс  $Z_{\parallel}(\omega)$ . В данной работе ограничимся исследованием динамики с учётом его мнимой индуктивной компонентой  $Z_n/n = \pm i \cdot const$ . Положительная индуктивность может соответствовать продольному импедансу связи пикап-электродов, кикер-магнитов и сильфонов [3]. Отрицательная индуктивность соответствует импедансу гладкой камеры при наличии пространственного заряда [?] и описывается аналитически:

$$\frac{Z_{SC}}{n} = -\frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right]. \quad (2.8)$$

Для наглядности, приведём напряжение, индуцированное пространственным зарядом,  $V_{s.c.}(\varphi)$ . Уравнение определяется производной от функции распределения  $f(\varphi)$  в пространстве [?]:

$$V_{s.c.}(\varphi) = \frac{Z^2 h^2 g_0 Z_0 c e}{2 R_0 \gamma^2} \cdot \frac{\partial (N_0 f(\varphi))}{\partial \varphi}. \quad (2.9)$$

На сеансе для У-70 наблюдалась интенсивность в импульсе порядка  $N_{tot} = 4 \cdot 10^{12}$  ppp (particles per period), соответственно, в сгустке – порядка  $N_{beam} = 4 \cdot 10^{11}$  ppb (particles per beam). Моделирование продольной динамики при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ показывает, что при малой интенсивности  $N_{beam} = 4 \cdot 10^{11}$  ppb как для отрицательного, так и для положительного значений рассматриваемого импеданса пучок сохраняет стабильность. Для больших интенсивностей  $N_{beam} = 1 \cdot 10^{12}$  ppb наблюдается существенное изменение симметрии фазового объёма и увеличение продольного эмиттанса (рис. 3, табл. 1). В соответствии с экспериментальными данными начальное значение длины сгустка  $\tau_L = 4t_\sigma \simeq 20$  нс для  $E_0 = 7$  ГэВ. Для гауссова распределения  $\delta E_0 = 4E\sigma = 52.7$  МэВ,  $\varepsilon_{095\%} = 1.23$  эВ·с.

## 2.2.4 Процедура скачка критической энергии

Для сохранения стабильности продольного движения, продольный эмиттанс не должен расти при прохождении критической энергии. Для этого используется метод скачка критической энергии при приближении энергии пучка к критической энергии. Такой подход заключается в быстром изменении

Параметры моделирования	95% фазовый объем	Сохранение пучка	Особенности
$\alpha_1 = 0$ , simple, Без импеданса	1.23	100%	Простая модель, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0$ , exact, Без импеданса	1.4	99.65%	Точная модель, нелинейность отсутствует, влияние неадиабатичности, рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, Без импеданса	1.8	99.65%	Влияние нелинейности, рост эмиттанса в $\sim 1.5$ раза
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11} \text{ ppb}$	1.8	99.65%	Уменьшение длины сгустка после $\gamma_{\text{tr}}$ , фокусирование после $\gamma_{\text{tr}}$ , рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11} \text{ ppb}$	1.9	99.60%	Уменьшение длины сгустка до $\gamma_{\text{tr}}$ , раскачивание после $\gamma_{\text{tr}}$ , рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12} \text{ ppb}$	2.3	99.60%	Существенное сжатие длины сгустка до $\gamma_{\text{tr}}$ , рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12} \text{ ppb}$	4.1	98.60%	Увеличенная амплитуда квадрупольных колебаний, существенный рост эмиттанса

Таблица 1 — Результаты численного моделирования прохождения критической энергии, в том числе с учётом влияния различных импедансов для различных интенсивностей.

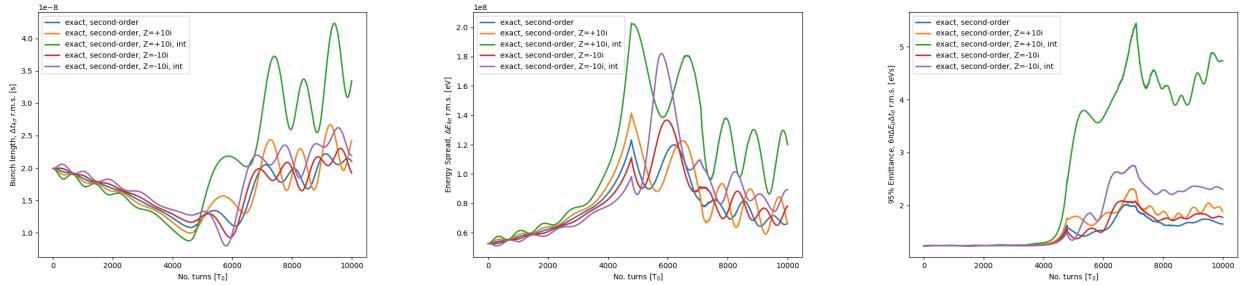


Рисунок 2.4 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ без скачка, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей.

параметров ускорителя, при котором изменяется  $\alpha$  пропорциональная  $\gamma_{tr}$ . В общем случае, коэффициент расширения орбиты определяется как интеграл:

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (2.10)$$

где  $s$  – переменная длины ускорителя,  $D(s)$  – дисперсионная функция,  $\rho(s)$  – кривизна орбиты. Изменение коэффициента расширения орбиты в стационарной установке возможно при модулировании дисперсионной функции, так как  $\rho(s)$  остается неизменной.

Таким образом, возрастает скорость прохождения критической энергии, при этом сам темп ускорения не меняется. Параметры скачка могут быть определены при рассмотрении магнитооптической структуры и возможностью изменения тока в вспомогательных квадрупольных линзах, либо в квадруполях, расположенных в поворотных арках. Особенности обоих подходов будут рассмотрены далее на примере скачка критической энергии в синхротроне У-70, а также синхротрона NICA.

### 2.3 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне У-70

Модуляция дисперсионной функции в синхротроне У-70 осуществляется вспомогательными квадруполями во 2-ом и 8-ом блоках каждого суперпериода

[9]. На рис. 4 изображены параметры Твисса для одного суперпериода, состоящего из 10 магнитных блоков с совмещённой функцией как для полностью регулярной структуры У-70, так и структуры с искаженной дисперсионной функцией [10].

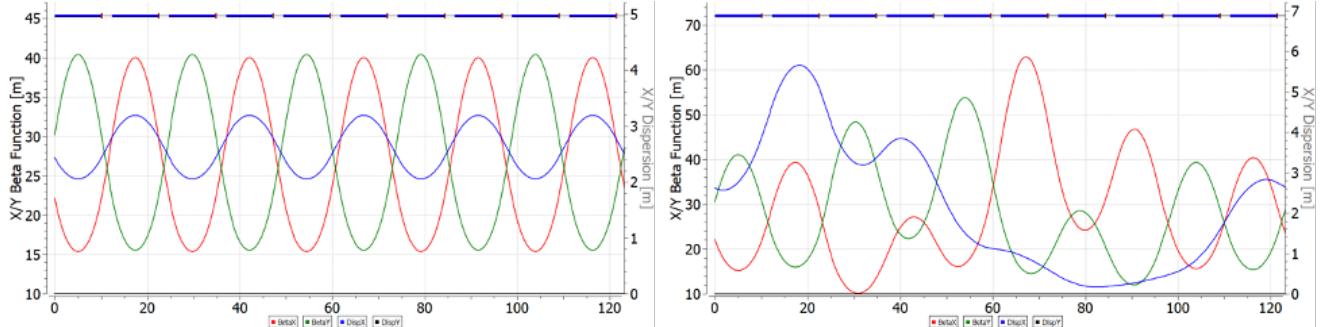


Рисунок 2.5 — Твисс-параметры  $\beta_x, \beta_y, D_x$  для суперпериода У-70 а) регулярная структура; б) структура с модулированной дисперсией.

Вспомогательные квадруполи расположены через полпериода  $\Delta v_{x,y} = 0.5 \times 0.5$  и имеют противоположные полярности. При такой модуляции дисперсии не происходит сдвига рабочей точки, поскольку действие одного квадруполя, подавляется другим в силу указанного набега фазы. В табл. 3 приведены значения рабочей точки в ходе процедуры поднятия критической энергии и скачка. Таким образом, поднятие критической энергии на переднем фронте происходит на  $\Delta \gamma_{tr} = 0.9$  за 36 мс, а сам скачок — за 1 мс на заднем фронте. Принципиальная схема процедуры, а также соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения приведены на рис. 5. Процедура скачка на сеансе У-70 приведена на рис. 6а, продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка отражена на рис. 6б

Данные моделирования продольного движения соответствуют изменению длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70 (рис. 7). Результаты моделирования продольного движения (Рис. 8 и Таблица 4) показаны для разных моделей при ускорении от 6.9 – 12.9 ГэВ [9] для скачка критической энергии. А также для скачка с учётом импедансов вида  $Z_n/n = \pm i \cdot const$  и разных интенсивностей при ускорении 6.9 – 8.9 ГэВ (Рис. 9). Начальные значения  $\tau_L = 4t_\sigma \simeq 20$  нс при  $E_0 = 6.9$  ГэВ,  $\delta E_0 = 4E\sigma = 49.3$  МэВ,  $\epsilon_{095\%} = 1.16$  эВ·с.

При сравнении двух рассмотренных способов прохождения критической энергии: без скачка критической энергии и со скачком, можно установить, что при скачке продольная длина сгустка сокращается меньше. Таким образом

Полная длина $L$ , м	1483.699
Коэффициент расширения орбиты $\alpha_0$	0.011120
Коэффициент расширения орбиты $\alpha_1$	0.01
Критическая энергия, ГэВ	7.957
Лоренц-фактор $\gamma_{tr}$	7.48
Максимальная интенсивность в сеансе, ррр	$4 \cdot 10^{12}$
Ускоряющая фаза $\sin(\varphi_s)$	1/2
Время адиабатичности $\tau_{ad}$ , мс	3.218
Время нелинейности $\tau_{nl}$ , мс	2.646
Гармоническое число	30
Амплитуда ускоряющих станций, кВ	10
Количество ускоряющих станций	40
Темп ускорения $\dot{\gamma}$ , $\text{с}^{-1}$	42.7

Таблица 2 — Основные параметры кольца и ВЧ для У-70

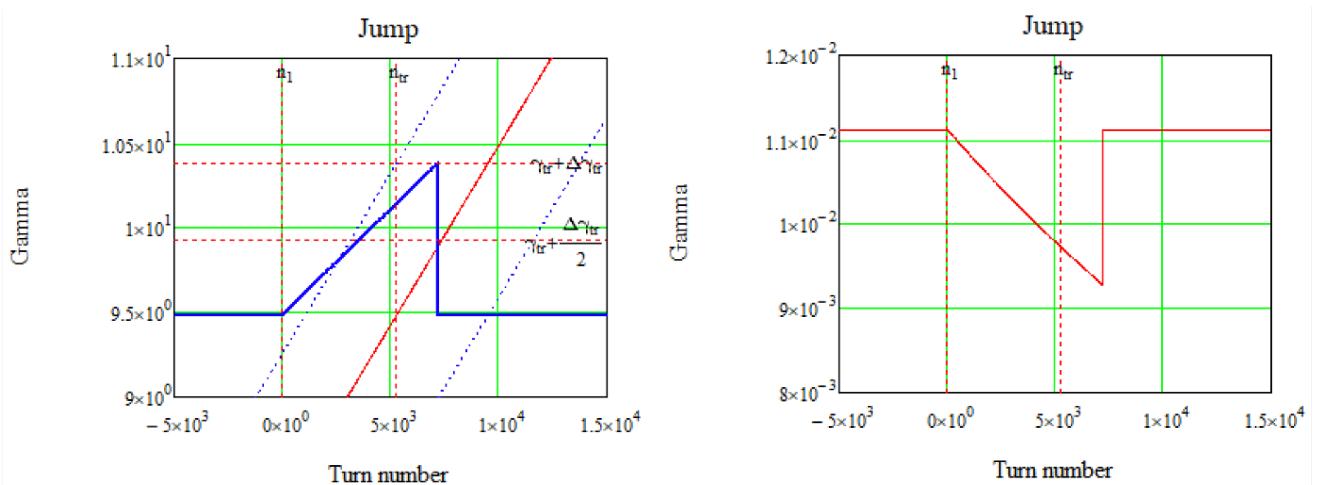


Рисунок 2.6 — а) Поднятие критической энергии при процедуре скачка; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$ .

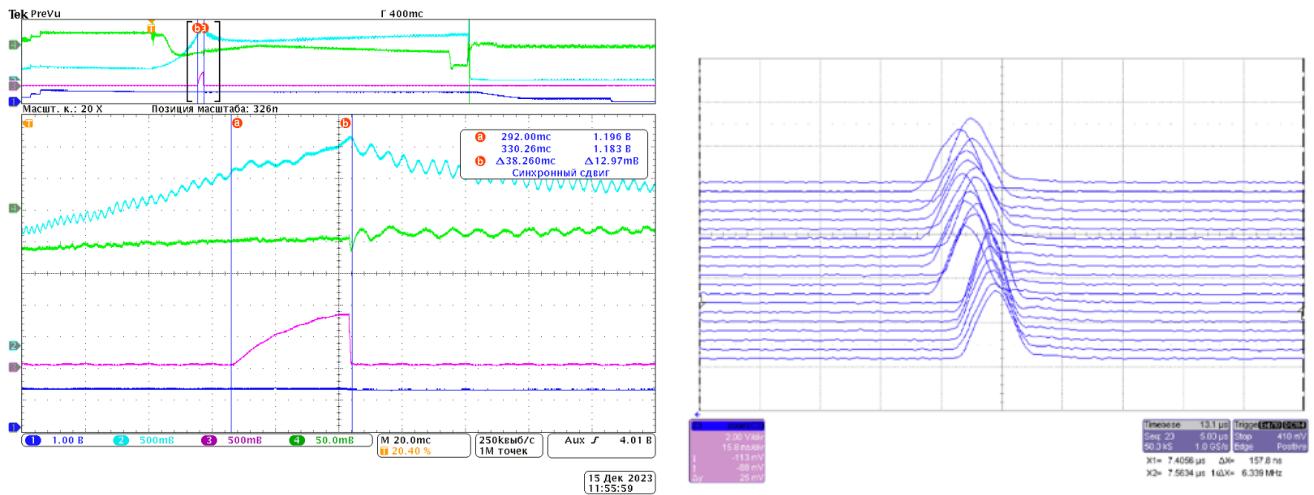


Рисунок 2.7 — а) Скачок критической энергии на сеансе У-70. Зелная линия – сигнал с фазового датчика, фиолетовая – градиент в обмотках дополнительных квадрупольей, голубая – сигнал с пикового детектора; б) Продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка.

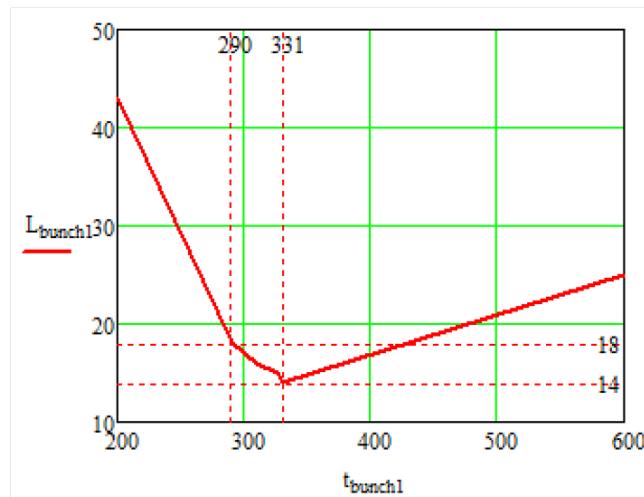


Рисунок 2.8 — Изменение длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70.

Время от момента инжекции, мс	Рабочая точка $v_{x,y}$	Относительно скачка
290	$9.921 \times 9.842$	До процедуры
295	$9.917 \times 9.808$	Начало процедуры
310	$9.849 \times 9.787$	Середина процедуры
326	$9.780 \times 9.771$	Момент скачка
330	$9.902 \times 9.809$	После

Таблица 3 — Изменение рабочей точки в процессе процедуры скачка критической энергии на У-70.

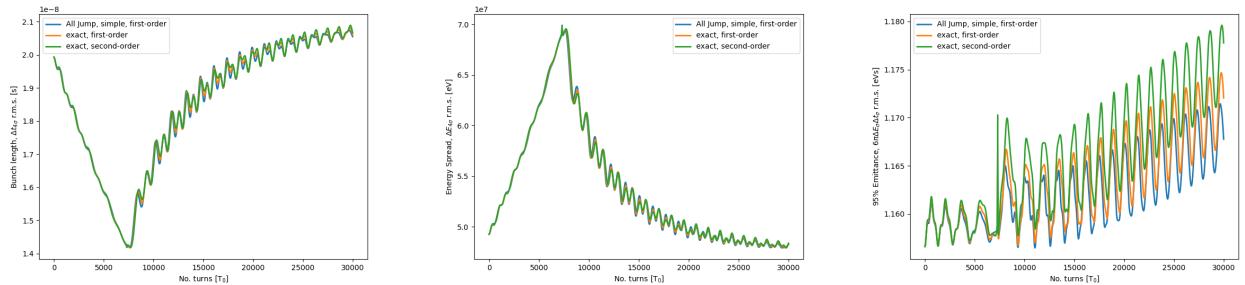


Рисунок 2.9 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 12.9 ГэВ для трёх моделей со скачком, без учёта импеданса. Синяя — учёт только первого порядка  $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая —  $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая —  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , ‘exact’ solver.

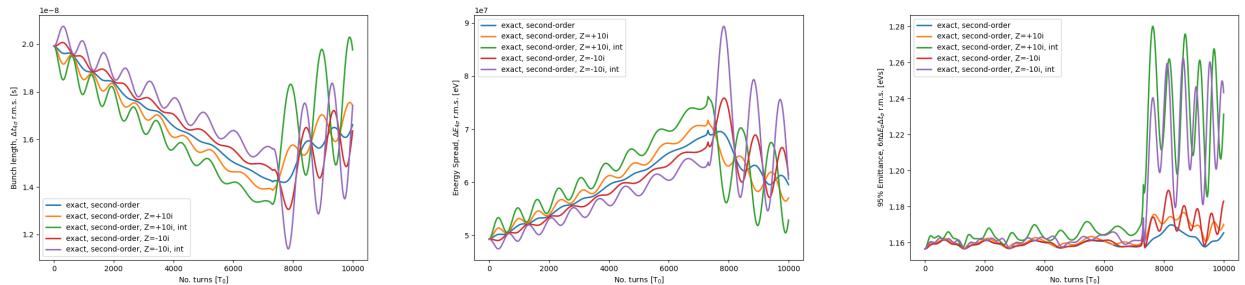


Рисунок 2.10 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 8.9 ГэВ со скачком, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей.

и рассмотренные импедансы меньше возмущают сгусток. Рост эмиттанса наблюдается только при рассмотрении интенсивного сгустка, где число частиц  $N_{beam} = 1 \times 10^{12}$  ppb.

Окончательно, было рассмотрено прохождение критической энергии в гармоническом ВЧ как с использованием метода скачка, так и без него. Проведено численное моделирование продольной динамики для различных импедансов и интенсивностей сгустков, а также данные апробированы на сеансе протонного синхротрона У-70. Показано, что темп ускорения играет ключевую роль при прохождении критической энергии. Для его увеличения используют метод скачка критической энергии. Изменение критической энергии осуществляется при помощи модуляции дисперсионной функции, что позволяет контролировать продольный эмиттанс сгустка в момент прохождения критической энергии.

Параметры моделирования	95% фазовый объем	Сохранение пучка	Особенности
$\alpha_1 = 0$ , simple, Без импеданса	1.165	100%	Простая модель, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0$ , exact, Без импеданса	1.167	100%	Точная модель, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, Без импеданса	1.174	100%	Нелинейность отсутствует, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11}$ ppb	1.17	100%	Уменьшение длины после скачка $\gamma_{tr}$
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11}$ ppb	1.17	100%	Слабые квадрупольные колебания до скачка $\gamma_{tr}$
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12}$ ppb	1.23	99%	Длина сгустка существенно сокращается, небольшой рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12}$ ppb	1.23	99%	Большая амплитуда квадрупольных колебаний, небольшой рост эмиттанса

Таблица 4 — Результаты численного моделирования прохождения критической энергии скачком с учетом влияния различных импедансов для различных интенсивностей

Изученная динамика продольного движения вблизи критической энергии представляет интерес для дальнейшего изучения на комплексе NICA.

## 2.4 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне NICA для протонного пучка

Проблема прохождения критической энергии в синхротроне NICA (ОИЯИ г. Дубна) актуальна для экспериментов с протонами при энергии пучка 13 ГэВ, поскольку может приводить к росту эмиттанса и в конечном счёте накладывает ограничения на конечную светимость. Для экспериментов с тяжелыми ионами при энергии 4.5 ГэВ такой сложности не возникает, так как критическая энергия, характеристика кольца, 5.7 ГэВ.

Реализация скачкообразного прохождения критической энергии в NICA с сдвигом бетатронной частоты ограничивает величину скачка. Ограниченный темп изменения градиентов квадрупольей влечет ограниченный темп изменения критической энергии. Подобная схема скачка рассмотрена для отличных по своему принципу работы ускоряющих ВЧ станций, барьерную и гармоническую. Кроме того, будет проведено сравнение с методикой прохождения скачком на У-70 (ИФВЭ г. Протвино).

Магнитооптическая структура поворотных арок NICA состоит из 12 ФО-ДО ячеек с подавленной на краях дисперсией методом missing magnet. С помощью программ для численного моделирования движения пучка в магнитных системах ускорителей MADX [26] и OptiM [?] изучена зависимость изменения критической энергии от частоты бетатронных колебаний, при этом изменялся градиент в фокусирующих квадрупольных линзах. Именно в этих элементах расположен максимум  $\beta_x$  и  $D_x$ . Как видно из рис. ??, в имеющейся структуре  $\Delta\gamma_{tr} = 1.1\Delta q$ . Для обеспечения скачка порядка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  потребуется изменять частоту в пределах  $\pm\Delta q = 0.05$ . Соответствующее суммарное изменение градиента  $\Delta K l = 4\pi\Delta q\beta a = 0.055$  м-1, где  $\beta_a = 11.5$  м – средняя бета-функция. Тогда максимальное изменение градиента в одном квадруполе  $\Delta G = \Delta K l (BR/N_F l) = 0.5$  Тл/м, где  $N_F = 24$  – количество фокусирующих линз,  $BR = 22$  Тл·м – магнитная жесткость при кинетической энергии протонов 5.7 ГэВ (критическая энергия),  $l = 0.47$  м – длина квадруполя. При

этом ограничение скорости нарастания тока приводит к ограничению в изменении градиента квадрупольных линз. Темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$  [4].

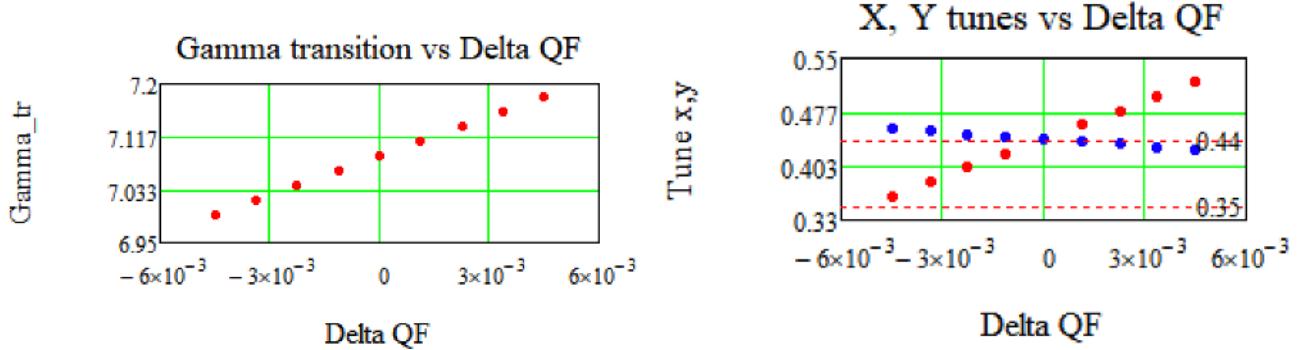


Рисунок 2.11 — Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз.

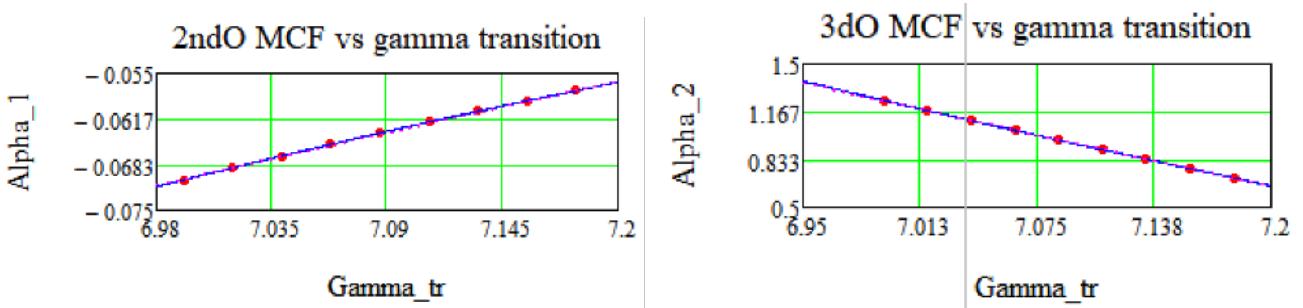


Рисунок 2.12 — Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии.

Как было показано, на У-70 производится скачок критической энергии. Ускорение осуществляется гармоническим ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{U-70} = 40 \text{ c}^{-1}$ . Скачок достигается также искажением дисперсионной функции, однако без смещения рабочей точки. Изменение критической энергии происходит на  $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$  (Рис. 2а) за 1 мс, то есть в 10 раз больше по сравнению с упомянутым скачком для NICA.

Более того, темп ускорения непосредственно влияет на динамику продольного движения. В NICA имеется 3 различные ВЧ станции: ВЧ-1 – барьерное, четыре ВЧ-2, восемь ВЧ-3 – гармонические с гармоническим числом 22 и 66 соответственно. Максимальное суммарное напряжение составляет порядка  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ c}^{-1}$ ,  $(d\gamma/dt)_{RF3} = 300 \text{ c}^{-1}$  и значительно больше, чем для индукционного ускорения в барьерном  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ c}^{-1}$  [8].

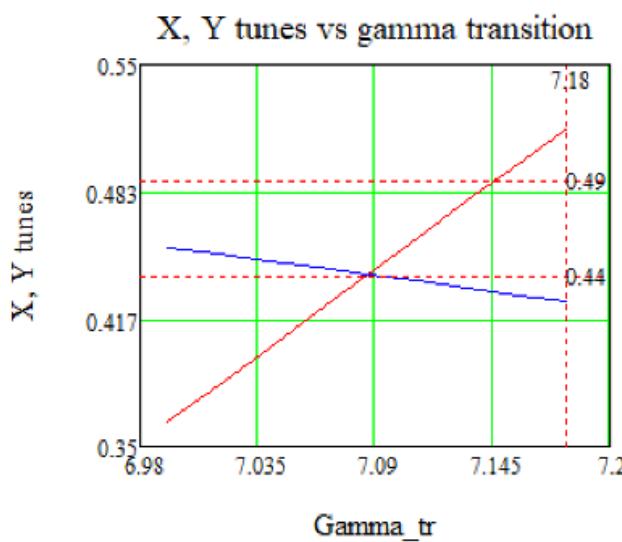


Рисунок 2.13 — Зависимость бетатронной частоты в  $x$ ,  $y$  – плоскости от критического значения Лоренц-фактора  $\gamma_{tr}$  при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах.

#### 2.4.1 Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии

Поскольку модуляция дисперсионной функции происходит за счёт изменения градиента во всех квадруполях поворотной арки, то происходит и смещение рабочей точки в  $x$ -плоскости в течение процедуры скачка критической энергии. При измененных параметрах квадрупольных линз была проведена оценка динамической апертуры, определяющей стабильную область для движения частиц в поперечной плоскости. Соответствующие расчеты были проведены с использованием программ OptiM и MADX.

Более того, если следовать тому, что при подходе к критической энергии мы вынуждены уйти вниз по частоте в горизонтальной плоскости до значений  $\nu_x = 9.3627$ , а в вертикальной плоскости  $\nu_y = 9.4541$ , чтобы получить критическую энергию  $\gamma_{tr} - 2 \cdot \Delta\gamma_{tr} = 6.997$ , то динамическая апертура в горизонтальной плоскости при этих значениях бетатронных частот полностью исчезает.

Поэтому мы рассмотрели другой вариант: сначала плавно поднимаем критическую энергию до величины  $\gamma_{tr} + \Delta\gamma_{tr} \approx 7.13$ , затем производим быстрый скачок вниз на  $2 \cdot \Delta\gamma_{tr}$  до величины  $\gamma_{tr} - \Delta\gamma_{tr} \approx 7.04$ . При этом рабочая точка

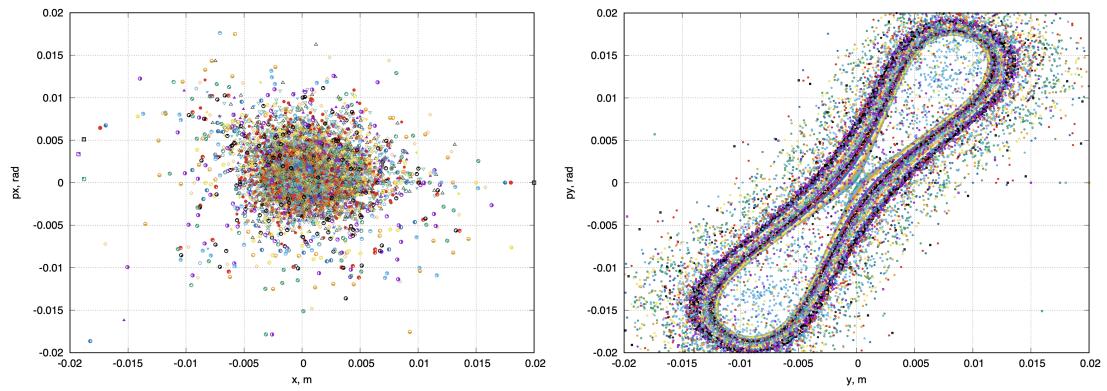
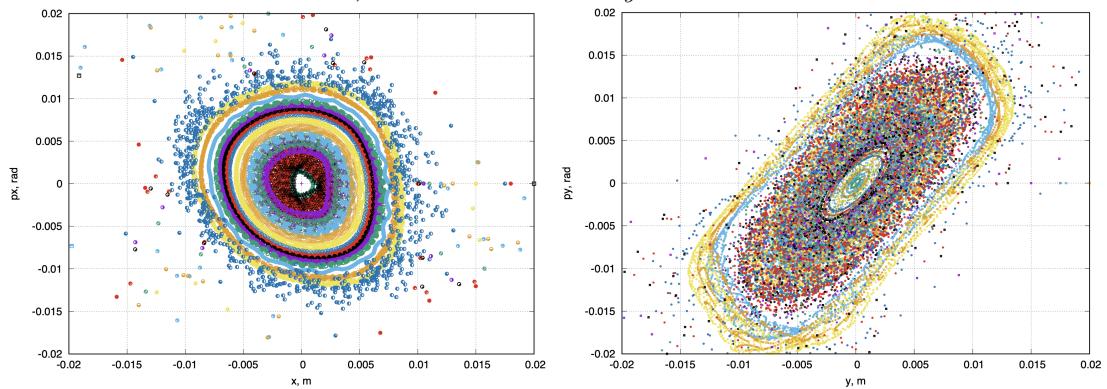
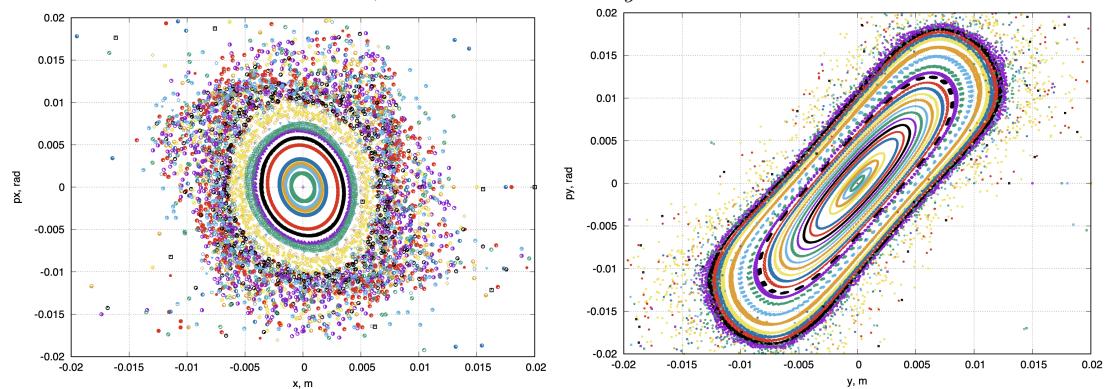
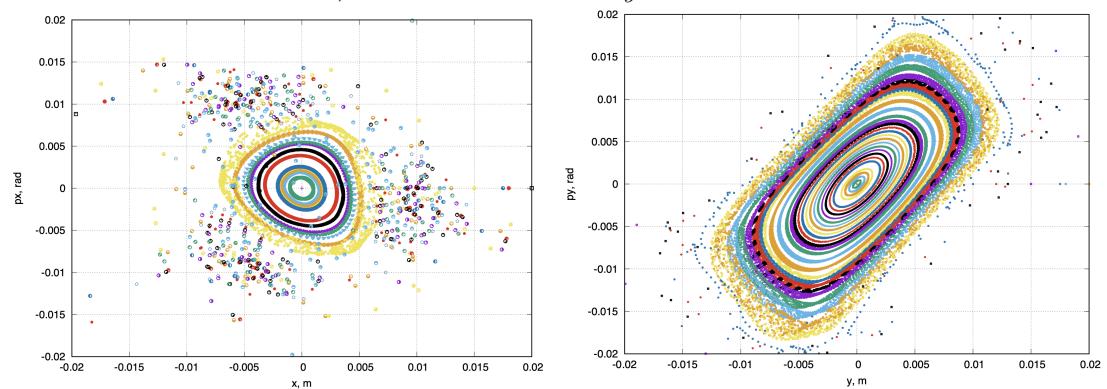
а)  $\nu_x = 9.362$  и  $\nu_y = 9.454$ б)  $\nu_x = 9.44$  и  $\nu_y = 9.44$ в)  $\nu_x = 9.4785$  и  $\nu_y = 9.4330$ г)  $\nu_x = 9.4014$  и  $\nu_y = 9.447$ 

Рисунок 2.14 — Динамические апертуры ( $x$ -плоскость слева,  $y$ -плоскость справа) для различных (а-г) рабочих точек с  $\frac{dp}{p} = 0$

изменяется от  $\nu_x = 9.44$  и  $\nu_y = 9.44$  до величины перед скачком  $\nu_x = 9.4769$  и  $\nu_y = 9.43$  (см. рис.3) и после скачка вниз  $\nu_x = 9.4015$  и  $\nu_y = 9.447$  (см. рис.4).

#### 2.4.2 Оценка возможности использования гармонического ВЧ

Ускорение в гармоническом ВЧ-резонаторе достигается путем смещения фазы пучка относительно фазы ВЧ. В NICA имеется гармонические ВЧ-станции: четыре ВЧ-2, восемь ВЧ-3 – с гармоническим числом 22 и 66 соответственно. Для которых максимальное суммарное напряжение составляет порядка  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ c}^{-1}$ ,  $(d\gamma/dt)_{RF3} = 300 \text{ c}^{-1}$ .

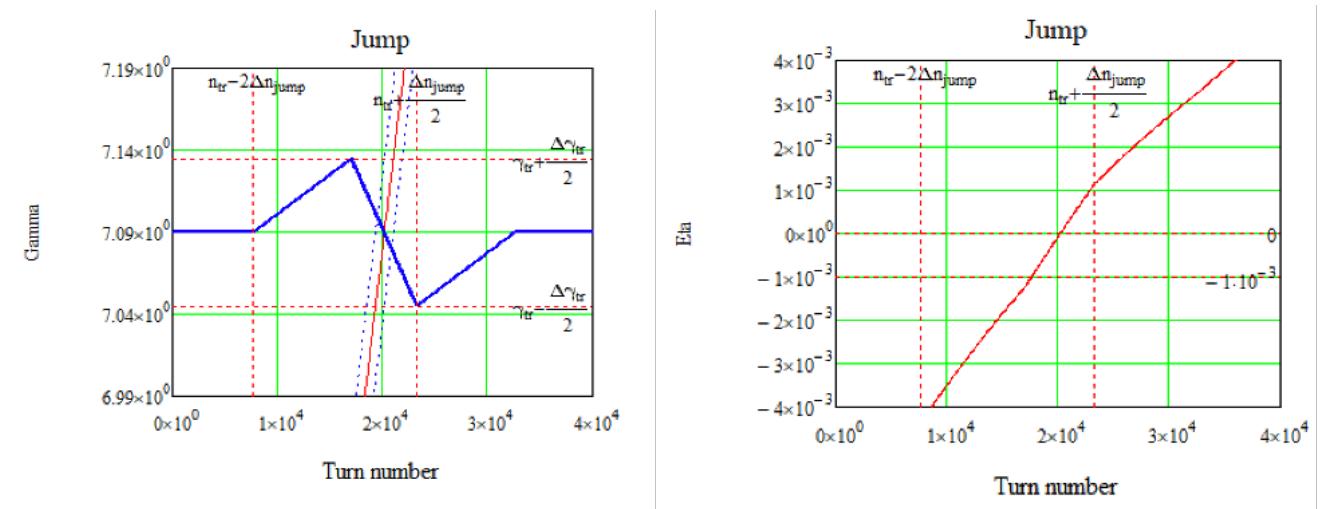


Рисунок 2.15 — а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ c}^{-1}$  при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  с темпом  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0 = \pm 1 \times 10^{-3}$ .

Рассмотрим темп ускорения в гармоническом ВЧ-2  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ c}^{-1}$ , он больше максимального темпа изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ . На рис. ?? а показана схема симметричного скачка от  $\gamma_{tr} + \Delta\gamma_{tr}/2$  до  $\gamma_{tr} - \Delta\gamma_{tr}/2$ . При этом предварительное увеличение критической энергии и соответствующее восстановление до стационарного значение может происходить не с максимальным темпом изменения критической энергии, а медленнее. Таким образом, время нахождения вблизи нулевого значения  $\eta$  сокращается. По сравнению со случаем скачка для Y-70, коэффициент проскальзывания за время скачка изменяется медленно и показано на рис. ?? б.

Долгое пребывание вблизи около нулевого значения  $\eta$  является опасным для продольной динамики пучка. Именно поэтому и применяется процедура скачка (быстрого пересечения) критической энергии. В данном случае из-за ограниченной величины самого скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ , а также ограниченного темпа изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ , сам скачок оказывается крайне незначительным.

### 2.4.3 Применение барьера ВЧ

Барьерное ВЧ-1 генерирует барьерные импульсы 5 кВ для удержания пучка, а ускорение может достигаться индукционно, меандром с напряжением 300 В за оборот [?]. Темп ускорения  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ с}^{-1}$  значительно ниже по сравнению с гармоническим (Рис. 4а).

Скачок критической энергии не зависит от типа используемого ВЧ и происходит за тоже время 10 мс, что и для случая гармонического. Однако, продольная динамика в таком ВЧ отличается от случая гармонического. При достижении малого значения  $\eta_0 = -2.5 \times 10^{-4}$  и удержания вблизи малого значения, нелинейность  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , сказывается на частицах с большим разбросом по импульсу  $\delta$ . Для барьера ВЧ это не опасно, так как исходя из ур. видно, что дополнительное возбуждение возникает только при наличии ненулевой производной распределения, которое может вытолкнуть частицы вне сепаратрисы. Если же распределение равномерное, то дополнительного напряжения не возникает. Профиль пучка имеет ненулевой градиент только по краям, где частицы отражаются от барьера, и может искажить распределение.

После поднятия критической энергии происходит скачок критической энергии за 10 мс в отсутствие барьеров. За это время фазовый портрет изменяется незначительного. А затем, захватывается барьерами с обратной полярностью.

Главным остается то, что ограничены 1) возможная величина скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ ; 2) темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . Ограничение на величину скачка приводит к ограничению на скачок коэффициента проскальзывания  $\eta_0 = \pm 2.5 \times 10^{-4}$ . Барьерное ВЧ подразумевает относительно долгое удержание пучка в окрестности около нулевого значения  $\eta_0$  (Рис. 4б).

При ускорении, значение коэффициента скольжения  $\eta$  приближается к нулю для всех частиц, однако из-за ненулевого разброса по импульсам  $\delta$ , слагаемое  $\eta_1\delta$  начинает быть сравнимо с  $\eta_0$  и играет важную роль на динамику вблизи критической энергии. Если не предпринимать никаких мер, то для частиц, преодолевших критическую энергию, знак коэффициента скольжения меняется. Исходя из Уравнений ??, видно, что движение в фазовой плоскости становится не устойчивым ведёт к потере пучка. Процедура скачка позволяет, во-первых, в течение поднятия критической энергии, удерживать пучок на расстоянии, достаточном, чтобы все частицы имели один и тот же знак коэффициента скольжения. Во-вторых, обеспечить быстрый переход к новому состоянию, где коэффициент скольжения меняет знак, но для всех частиц снова имеет одинаковый знак. Стабильность обеспечивается сменой полярности удерживающих ВЧ-барьеров.

Можно выделить пять основных состояний продольной динамики, основанных на изменении критической энергии  $\gamma_{tr}$  (Рисунок 2.16):

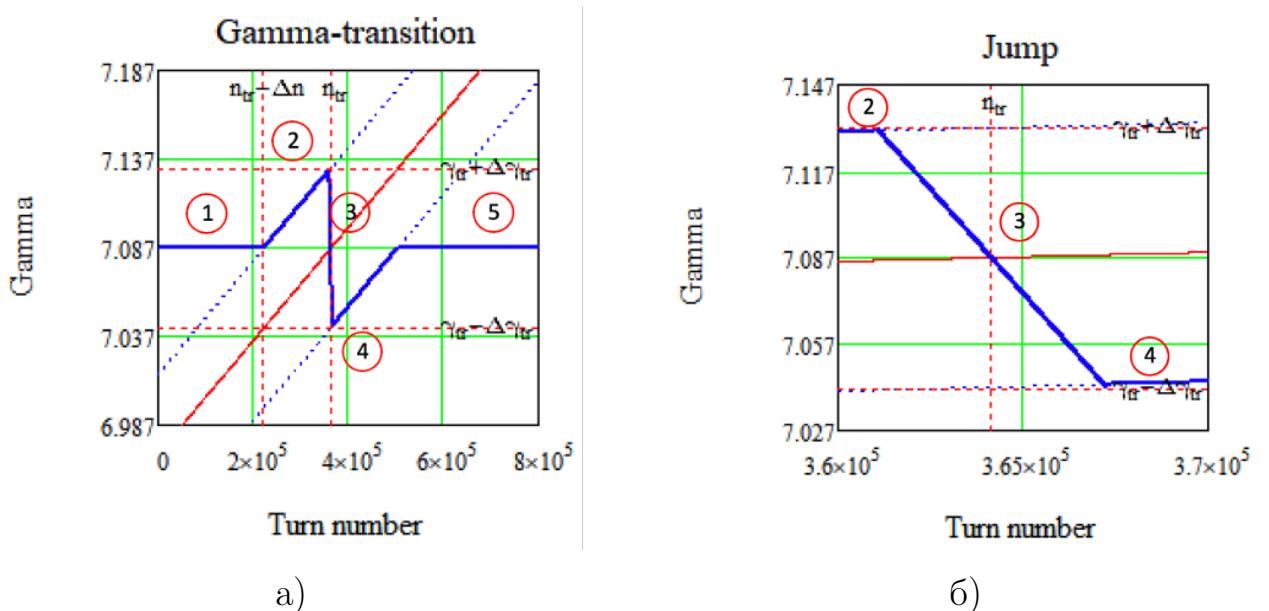


Рисунок 2.16 — Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя  $\gamma_{tr}$ , красная линия – энергия референсной частицы.

1. Ускорение от энергии инжекции  $E_{inj}$  со стационарным значением  $\gamma_{tr}^{stat}$ ;
2. Плавное увеличение  $\gamma_{tr}$  параллельно энергии частиц до пикового значения, коэффициент скольжения  $\eta_0$  приобретает минимально возможное значение, приближаясь к нулевому значению;

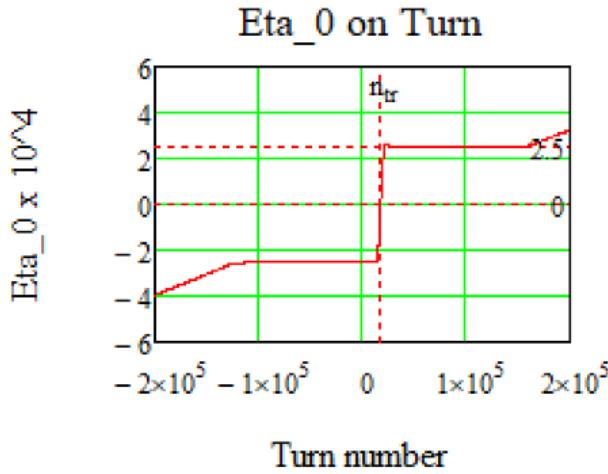


Рисунок 2.17 — Изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$  при процедуре скачка с использованием барьерного ВЧ.

3. Переход через стационарное значение критической энергии, при этом  $\eta_0$  пересекает нулевое значение для всех частиц;
4. Плавное восстановление  $\gamma_{tr}$  до стационарного значения, также параллельно энергии частиц;
5. Ускорение до энергии эксперимента со стационарным значением критической энергии  $\gamma_{tr}^{stat}$ .

Состояния 2-3-4 определяют процедуру преодоления  $\gamma_{tr}$  скачком. Изменение магнитооптики приводит к зависимости  $\gamma_{tr}$ , соответствующего смещения рабочей точки  $v_{x,y}$  (Рисунок ??), а также высших порядков коэффициента расширения орбиты  $\alpha_1, \alpha_2$  (Рисунок ??).

Для прохождения критической энергии, возможно использование ВЧ барьера типа (Barrier Bucker RF) [?], [?]. (Рисунок 2.18)

$$g(\varphi) = \begin{cases} -\text{sign}(\eta), & -\pi/h_r \leq \varphi \leq 0 \\ \text{sign}(\eta), & 0 < \varphi \leq \pi/h_r \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (2.11)$$

где  $\eta$  – коэффициент скольжения (slip-factor),  $h_r = \frac{\pi}{\varphi_r}$  – гармоническое число для отражающего барьера и  $\varphi_r$  – соответствующая фаза. В Уравнении 2.11 учтено, что при прохождении через критическую энергию, знак  $\eta$  меняется и, соответственно, полярность ВЧ барьеров. Для ускорения может быть также приложено дополнительное напряжение в виде меандра с напряжением  $V_{acc} = 300$  эВ.

и в 100 раз быстрее  $(d\gamma_{tr}/dt)_{U=70} = 900 \text{ c}^{-1}$ ,

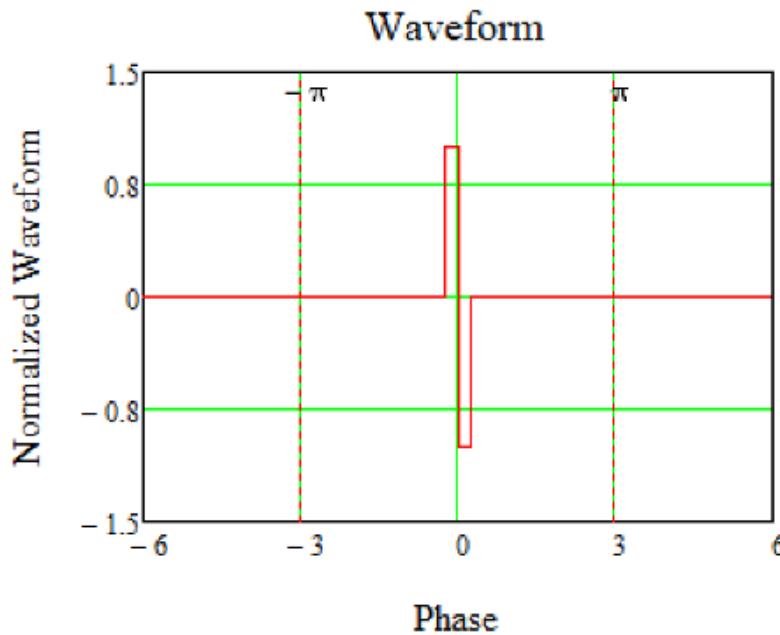


Рисунок 2.18 — Нормализированная форма сигнала от ВЧ барьера.

Коэффициенты Фурье-разложения для приведенного прямоугольного сигнала даются выражением [?]:

$$b_n = \text{sign}(\eta) \frac{2}{n\pi} \left[ 1 - \cos\left(\frac{n}{h_r}\pi\right) \right], \quad (2.12)$$

где  $n$  – номер гармоники. Для создания плавной формы сигнала, используется сигма-модуляция, сохраняющая симметрию сигнала:

$$\sigma_{m,n} = \text{sinc}^m \frac{n\pi}{2(N+1)}, \quad (2.13)$$

где  $N$  – количество членов гармонического разложения. Таким образом, напряжение  $n$ -ой гармоники:

$$V_n = V^{peak} b_n \sigma_{m,n}. \quad (2.14)$$

На Рисунках 2.19 представлены полученные формы сигнала и соответствующие напряжения для гармоник.

В зависимости от относительного смещения от референсной, частицы попадают под влияния ВЧ барьера – в области отражения и испытывают толчок энергии:

$$E'_i = \Delta E_i + \sum_{j=1}^N V_j \sin(\omega_j \Delta t_i + \varphi_j) \quad (2.15)$$

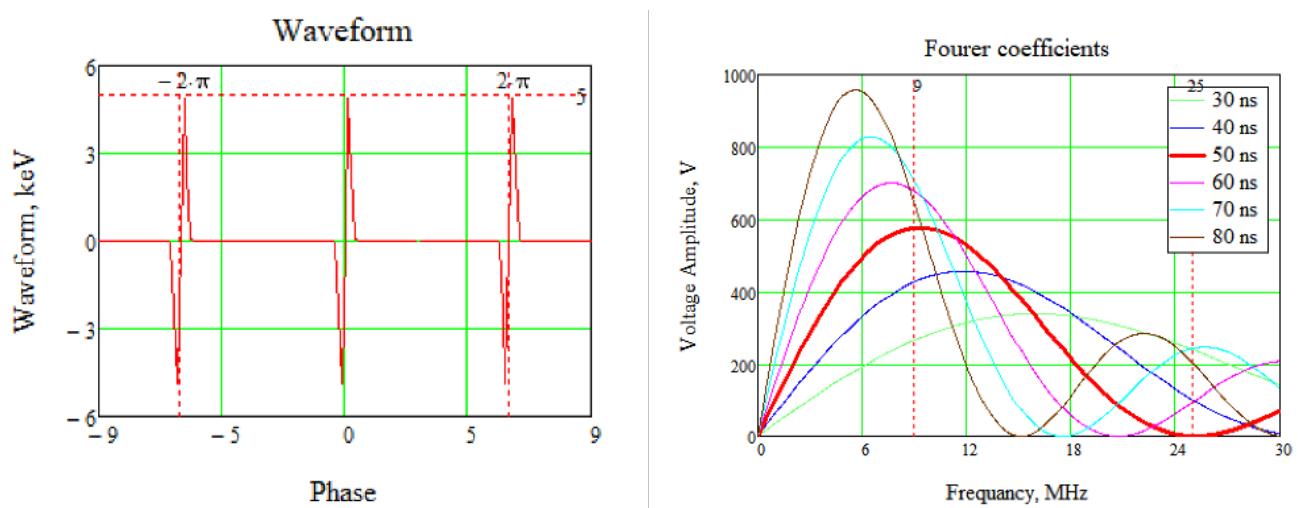


Рисунок 2.19 — Разложение сигнала от ВЧ барьерного типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева – форма ВЧ барьера, справа – амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера.

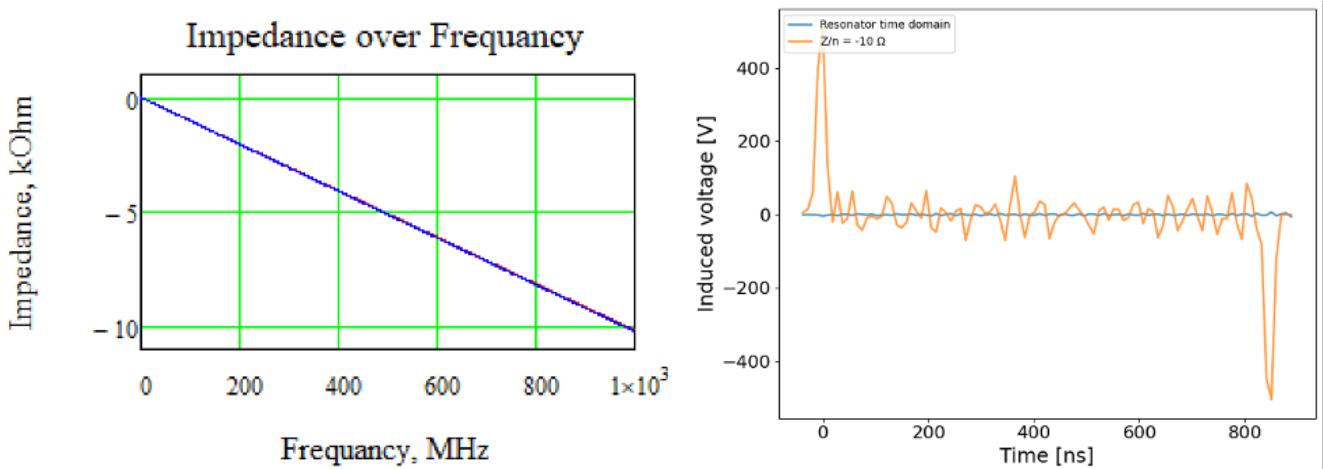


Рисунок 2.20 — Слева – импеданс пространственного заряда; справа – Напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости.

Для ВЧ барьерного типа, как будет видно далее из Рисунков 2.21, 2.22, распределение внутри сепаратрисы равномерное непосредственно вне отражающего барьера. Таким образом, производная слабо отличается от нуля. Значительное напряжение может быть создано только на краях сепаратрисы, где наблюдается изменение градиента в профиле пучка.

Наиболее опасными с точки зрения разрушения пучка, являются состояния 2-3-4, при которых изменяются параметры ускорителя. С точки зрения динамики, состояния 2 и 4 являются симметричными.

Профиль пучка в продольной плоскости равномерный, а энергетический разброс гауссов. Состояние 2 и 4 характерны тем, что коэффициент скольжения

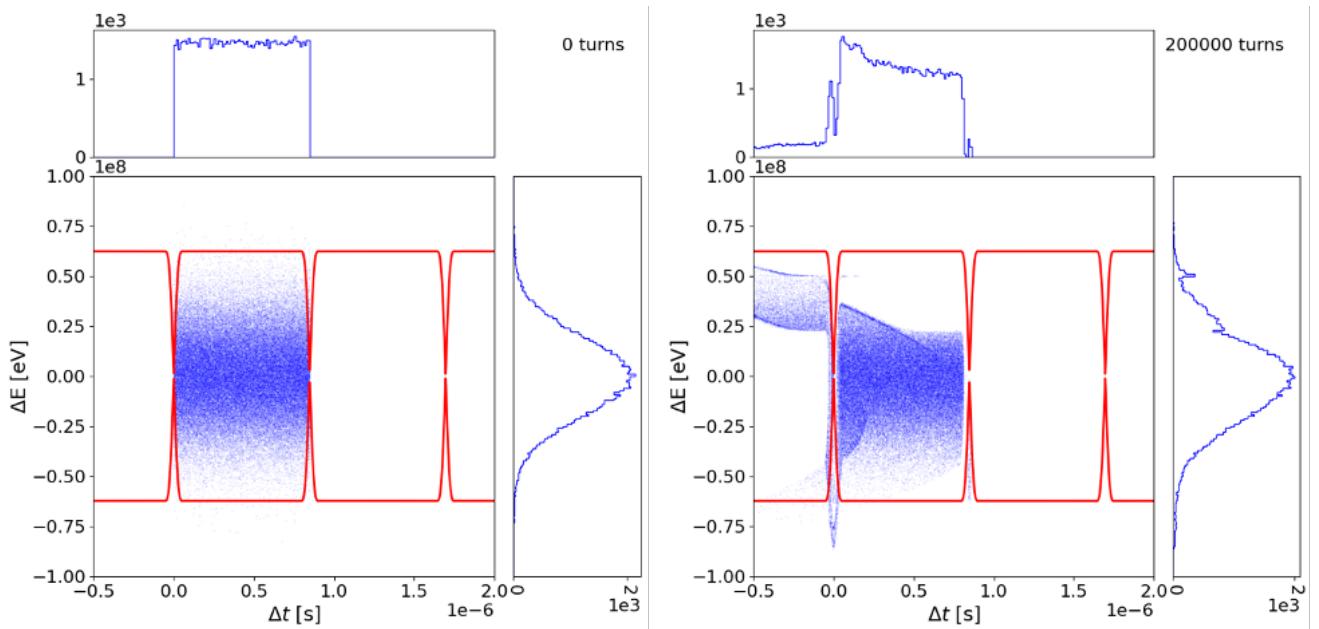


Рисунок 2.21 — Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева – начальное распределение, справа – распределение после  $2 \times 10^5$ .

для равновесной частицы остается неизменными, а критическая энергия меняется синхронно с энергией пучка в течение порядка  $2 \times 10^5$  оборотов. Таким образом, удержание пучка при стационарном значении критической энергии эквивалентно ускоренному движению пучка в структуре с меняющимися параметрами. Как видно на Рисунках 8 профиль пучка смещается к левому барьеру, это связано с тем, что для частиц с положительными  $\delta > 0$  коэффициент скольжения  $\eta_{+\delta}$  больше, чем для частиц с отрицательным  $\delta < 0$   $\eta_{-\delta} : \eta_{+\delta} > \eta_{-\delta}$ . Это видно из Уравнения ?? и того факта, что  $\eta_1 < 0$ .

Состояние 3 – быстрое изменение параметров в течение  $6 \times 10^3$  оборотов (10 ms). ВЧ-барьеры выключены на время скачка, чтобы не разрушить пучок. Влияние пространственного заряда наиболее важно в отсутствие барьера, так как отсутствует внешняя удерживающая сила. Трекинг сделан с учетом описанного выше импеданса пространственного заряда.

За время скачка существенного изменения профиля пучка не произошло. Моделирование выполнено в среде BLonD [?], [33].

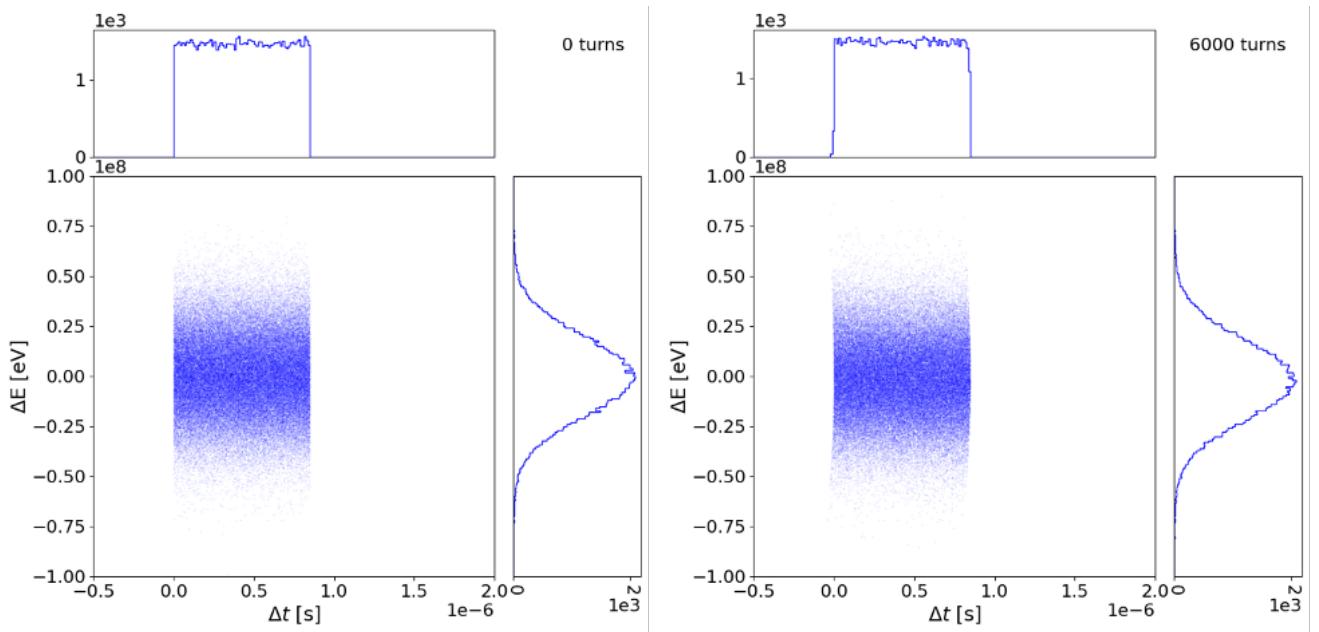


Рисунок 2.22 — Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева – начальное распределение, справа – распределение после  $6 \times 10^3$  оборотов.

#### 2.4.4 Продольная микроволновая неустойчивость

Для коллайдерного эксперимента светимость является ключевой величиной. В простейшем случае, столкновение симметричных сгустков, светимость дается формулой [1]:

$$L = \frac{n_{\text{bunch}} N_1 N_2 f_0}{4\pi\sqrt{\epsilon_x \epsilon_y} B^*} \Phi_{HG}, \quad \Phi_{HG}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-u^2} du}{1 + (\alpha u)^2}, \quad \alpha = \frac{\sigma_s}{B^*}, \quad (2.16)$$

где  $n_{\text{bunch}}$  – количество сгустков,  $N_1, N_2$  – количество частиц в сталкивающихся сгустках,  $\epsilon_x, \epsilon_y$  – продольные эмиттансы,  $f_0$  – частота обращения,  $\Phi_{HG}$  – параметр песочных часов,  $\sigma_s$  – гауссов параметр продольного размера,  $B^*$  – бета-функция в точке столкновения. Как видно, данная формула отражает принципиальную зависимость от множества параметров как пучка, так и магнитооптики.

Прохождение через критическую энергию оказывает существенное влияние на продольную динамику. Светимость явно зависит от продольной длины пучка только в параметре песочных часов.  $\Phi_{HG}(1) \cong 0.76$ ,  $\Phi_{HG}(2) \cong 0.55$ ,  $\Phi_{HG}(5) \cong 0.29$ , то есть при неизменных параметрах и увеличении только длины сгустка в 2 раза, влияние эффекта песочных часов уменьшит исходную светимость на 30%  $L_2 = 0.7L_1$ . Для NICA предполагается достичь  $\alpha = 1$ ,  $\sigma_s = 0.6$  м,

бета-функция в точке встречи  $B^* = 0.6$  м. Таким образом учтена только явная зависимость от продольной длины. Неявно, светимость зависит от продольного эмиттанса сгустка так как накладывает ограничение на количество частиц.

## УСКОРЕНИЕ

Рассмотрим эволюцию продольного эмиттанса в процессе ускорения в барьерном ВЧ. Для достижения светимости порядка  $2 \cdot 10^{32}$  см<sup>-2</sup>с-1, конечный среднеквадратичный нормализованный продольный эмиттанс сгустка равен  $\epsilon_{sin}^{exp} = n_{bunch}\gamma_{exp}\beta_{exp}\pi\sigma_s\sigma_p = 0.9$  м ( $\gamma_{exp} = 14.3$ ,  $n_{bunch} = 22$ ,  $\sigma_s = 0.6$  м,  $\sigma_p = 1.5 \cdot 10^{-3}$ ) при энергии порядка 13 ГэВ. Формируется из эмиттанса равномерного сгустка в барьерном ВЧ  $\epsilon_{bb}^{fin}$ , разделенного на 22 сгустка  $\epsilon_{sin}^{exp} = D_{gym}\epsilon_{bb}^{fin}$  при помощи ВЧ гимнастики. Эмиттанс барьерного ВЧ подвержен влиянию критической энергии на эмиттанс охлажденного пучка после инжекции  $\epsilon_{bb}^{cool}$ ,  $\epsilon_{bb}^{fin} = D_{tr}\epsilon_{bb}^{cool}$ . Охлажденный пучок формируется после инжекции, накопления и электронного охлаждения на 2–3 ГэВ  $\epsilon_{bb}^{cool} = D_{cool}\epsilon_{bb}^{inj}$ . Только охлаждение уменьшает эмиттанс  $D_{cool} < 1$ , остальные эффекты, только раздувают эмиттанс  $D_{gym} > 1$ ,  $D_{tr} > 1$ . Для гимнастики было принято  $D_{gym} = 1.3$ , влияние  $D_{tr}$  будет обсуждено далее.

## ПРОДОЛЬНАЯ МИКРОВОЛНОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Ограничение на порог микроволновой неустойчивости зависит от многих параметров и для равномерного распределения, характерного именно барьерному ВЧ определяется критерием Кейл-Шнель. В модифицированном виде этот критерий приведен в [9].

$$K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_\parallel|/n) I} \frac{A_i}{Z_i} \gamma \beta^2 |\eta| \sigma_p^2 \geq 1 \quad (2.17)$$

Ток  $I = \frac{e\beta c N_p Z_i}{L_B}$ , тут  $L_B$  – длина пучка или для барьерного ВЧ это эквивалентно расстоянию между удерживающими барьерами (приближено, без учёта краевых эффектов). Отсюда видно, что возникает ограничение на количество частиц  $N_p$  ( $A, Z = 1$  для протонов).

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_\parallel/n) e c} |\eta| \gamma \beta \sigma_p^2 L_B \quad (2.18)$$

или, если учесть, что нормализованный эмиттанс для барьерного ВЧ  $\epsilon_{tr} = \gamma_{tr}\beta_{tr}\sqrt{\pi}\sigma_p L_B$  ( $\sqrt{\pi}$  так как распределение по импульсам имеет гауссов вид, а продольный размер – равномерный), то справедливо для барьерного ВЧ

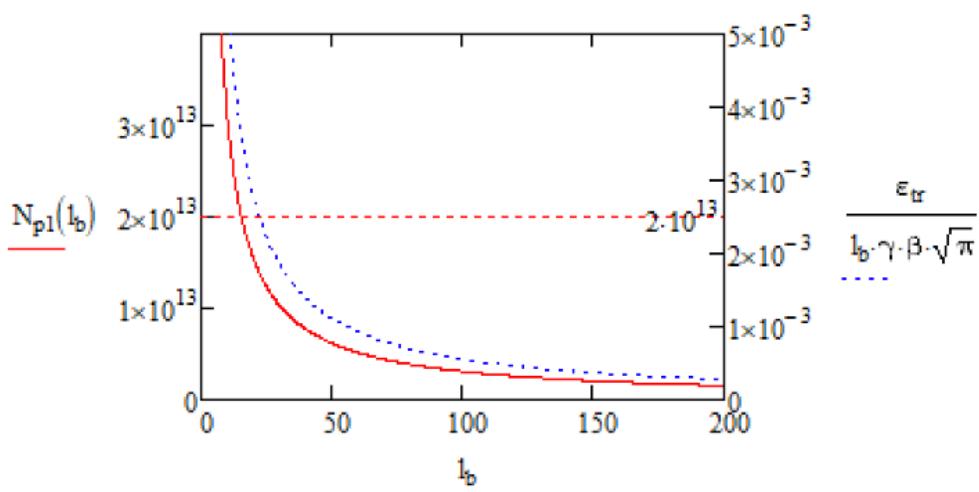


Рисунок 2.23 — Зависимость количества частиц в барьере ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости.

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{||}/n)ec} |\eta| \frac{\epsilon_{tr}^2}{\pi \gamma \beta L_B} \quad (2.19)$$

Таким образом при нахождении вблизи малого значения  $|\eta|$  количество частиц, ограничено длиной сгустка в барьере ВЧ. При этом нормализованный эмиттанс определяется из необходимости иметь достаточную светимость  $\epsilon_{tr} = \epsilon_{bb}^{fin} = \epsilon_{sin}^{exp}/D_{gym} = 0.7$  м. А длина сгустка может быть варьирована движением барьеров.

Требуемое количество частиц для достижения светимости порядка  $2 \times 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  —  $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$  для конечного сгустка, таким образом требуемое количество частиц в барьере ВЧ как минимум должно быть  $2.2 \times 10^{13}$ . Для упомянутого скачка, энергия  $E_0 = E_{tr} = 5.7$  ГэВ,  $\gamma_{tr} = 7.08$ ,  $\beta = 0.99$  вблизи  $|\eta_0| = 2.5 \times 10^{-4}$  для расчётов принято  $Z_{||}/n = 20$  Ом,  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 5.4$ .

$$N_p \leq 1 \times 5.45.7 \times 10^9 eV 20 \Omega 1.610 - 19 K 3 \times 10^8 ms 2.5 \times 10^{-4} 0.7 m 27.08 \pi L_B \quad (2.20)$$

Эта зависимость представлена на Рис.5. Таким образом ограничение для длины пучка  $L_B = C_{ring}/2$  ограничение на количество частиц  $N_p \leq 1.2 \times 10^{12}$ , для  $L_B = C_{ring}/10$ ,  $N_p \leq 6 \times 10^{12}$ .

Исходя из этих оценок, достичь конечного числа частиц  $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$  для каждого из 22 сгустков, представляется трудной задачей, вследствие возникновения продольной микроволновой неустойчивости вблизи критической энергии для интенсивного равномерного сгустка в барьере ВЧ.

## Заключение

В первую очередь коллайдерные эксперименты предъявляют требования к светимости. Которые дают ограничения, помимо прочего, и на продольный фазовый размер конченого сгустка. При ускорении, необходимо как преодолеть критическую энергию, так и разделить пучок на 22 сгустка при помощи ВЧ гимнастики, при этом не раздуть фазовый объём.

Рассмотрена возможная схема скачка критической энергии для NICA. Характерные величинами являются, величина скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  и темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ . Для гармонического ВЧ предложенный скачок оказывает малое влияние на продольную динамику в силу малости скачка и его низкого темпа по сравнению с темпом ускорения. Для барьерного ВЧ, ограничение на величину скачка дает пороговое значение количества частиц в равномерном сгустке, вследствие микроволновой неустойчивости. И не позволяет достигнуть количества частиц  $1 \times 10^{12}$  в конечном сгустке для достижения максимальной светимости.

### 2.4.5 Сохранение поляризации при прохождении критической энергии

Во время процедуры скачка также необходимо убедиться, что сохраняется поляризация, являющаяся суммой проекций спин-векторов на выбранную ось. Исходя из аналитических соображений Т-БМТ уравнения, влияние поперечного магнитного поля, может только вращаться спин-вектора вдоль вертикальной оси, при этом поляризация не изменяется. Действие ускоряющего продольного электрического поля также не оказывает влияние на поляризацию сгустка.

При моделировании рассматриваются частицы с различными доступными начальными параметрами. Инжир. на рисунке polar показано изменение поляризации на 2-м (2 раза по  $10^5$  оборотов) и 3-м (6 раз по  $10^3$  оборота) этапах процедуры перехода. Поляризация здесь определяется как сумма проекций вектора спина на ось Y всех частиц и существенно не менялась в ходе процедуры. Стоит отметить, что COSY Infinity позволяет отслеживать вектор спина только для небольшого числа частиц, а не для ансамбля, что плохо для изучения поляризации.

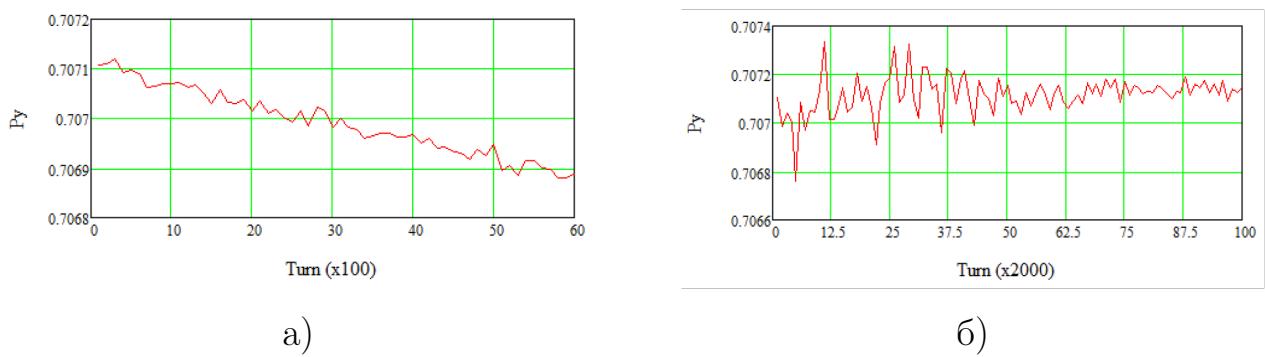


Рисунок 2.24 — Изменение поляризации во время процедуры скачка критической энергии: (а) ускорение на этапе 2, (б) скачок на этапе 3.

Более подробно спиновая динамика будет рассмотрена в ЭДМ-эксперименте всего комплекса NICA-Nuclotron в Главе 4.

## Выводы

Рассмотрена продольная динамика пучка вблизи критической энергии, а также при её пересечении. Такая особенность характерна для структуры, в которой энергия инжекции пучка меньше критической энергии установки и возникает необходимость её преодоления для ускорения до конечной энергии эксперимента.

1. Воздействие критической энергии на продольную динамику пучка вызывает увеличение фазового объёма в результате неадиабатичности и нелинейности движения в области энергии, близкой к критической;
2. Для преодоления критической энергии может быть применена процедура скачка, которая подразумевает кратковременное изменение дисперсионной функции. Это может быть достигнуто путём использования дополнительных квадрупольей или квадрупольей поворотной арки. В первом случае можно добиться сохранения частоты, а во втором — необходимо контролировать изменение рабочей точки и стабильность в поперечной плоскости. Таким образом, определяется величина и темп изменения критической энергии при проведении процедуры скачка;
3. Гармонический или барьерный тип ВЧ оказывает влияние на темп ускорения, а также продольное распределение внутри сепаратрисы. В сочетании со схемой процедуры скачка, необходимо сравнивать темп

- изменения критической энергии таким образом, чтобы относительный темп при пересечении критической энергии был в разы выше темпа ускорения;
4. Проведено исследование влияния простейших моделей импедансов на динамику. Результаты показали, что для интенсивных сгустков влияние импедансов оказывается значительным. Применение более точных моделей импедансов может существенно углубить понимание реальной динамики системы;
  5. В условиях, близких к критическим для интенсивного пучка, развивается продольная микроволновая неустойчивость, которая существенно ограничивает характеристики пучка в конечном эксперименте и, в конечном счёте, приводит к уменьшению светимости в коллайдере.

### Глава 3. Регулирование критической энергии методом резонансной вариации дисперсионной функции

Эта глава посвящена общим подходам при проектировании резонансной структуры с варьируемой критической энергией. Также рассматривается адаптации структуры коллайдера NICA с поднятой критической энергией выше конечной энергии эксперимента для возможности осуществления столкновения легких поляризованных пучков протонов и дейtronов на SPD детекторе.

Как было показано в Главе 1, структура коллайдера NICA проектировалась как дуальная для работы в двух модах: для экспериментов с тяжелыми ионами  $^{79}\text{Au}_{197}$  и для экспериментов с поляризованными протонами и дейтронами  $\mathbf{p}, \mathbf{d}$ . В этом случае проблем с прохождением критической энергии не возникает, что было изначально учтено при проектировании. Однако, спроектированная и построенная регулярная структура, выбранная для тяжелоионной программы имеет фиксированное значение критической энергии и является характеристикой конкретной установки, то есть не отличается для разного сорта частиц.

Как было показано в Главе 2, при прохождении через критическую энергию  $\gamma_{tr}$  развивается продольная неустойчивость. Пороговый ток ее развития  $I_{th}$  пропорционален коэффициенту расширения орбиты  $\eta$ , который равен нулю при  $\gamma = \gamma_{tr} = 7.1$ . Темп ускорения протонов при прохождении через критическую энергию при использовании индукционного ускорения ВЧ1 станции составляет  $d\gamma/dt = 0.2c^{-1}$ . Этот темп слишком мал, чтобы избежать развития неустойчивости при приближении релятивистского фактора к  $\gamma_{tr}$ . Чтобы исключить при ускорении протонов прохождение через критическую энергию, для протонной моды должна быть реализована новая оптическая структура колец вместо оптической структуры тяжелоионной моды. В этой оптической структуре критическая энергия должна быть выше максимальной энергии протонов при работе коллайдера на эксперимент.

Максимальная магнитная жесткость поворотных магнитов постоянна  $R_{arc} \cdot B_{bend} = \frac{A \cdot mc\gamma\beta}{eZ} \approx 45$ . В силу того, что отношения массы к заряду  $(A/Z)_p = 1/1 = 1$ , для ионов золота  $(A/Z)_p = 197/79 = 2.2$ . Тем самым, определяется максимально возможная энергия для протонов  $E_{max}^p = 12,4$  ГэВ ( $\gamma_p = 14,3$ ), следовательно критическая энергия должна быть, что заведомо

выше критической энергии для ионной регулярной структуры  $E_{tr}^{Au-Au} = 5,7$  ГэВ ( $\gamma_{tr}^{Au-Au} = 7,1$ ).

Как уже было показано в Главе 1, характер поведения тяжелых ионов и легких частиц, существенно отличается с точки зрения внутрипучкового рассеяния. Для протонного пучка с интенсивностью  $2 \times 10^{13}$  время внутрипучкового нагрева возрастает примерно в 30 раз по сравнению с пучками ионов золота с интенсивностью  $6.6 \times 10^{10}$ . Поэтому критическая энергия может подниматься за счет вариации дисперсии без опасения влияния внутрипучкового рассеяния. За счет резонансной модуляции дисперсионной функции коэффициент диффузии для внутрипучкового рассеяния возрастает в 2-3 раза, что не критично как при охлаждении протонов во время накопления, так и при их группировке на энергии эксперимента.

Теоретический метод был развит в работе ... . Его применение для современных ускорительных установок рассмотрено в работах ... .

В данной главе будут приведен краткое теоретическое обоснование применения метода резонансной структуры. Применение метода для адаптации регулярной магнитооптической структуры NICA к резонансной. А также анализ полученной структуры с точки зрения компенсации нелинейных эффектов, компенсации хроматичности и динамической апертуре.

### 3.1 Введение суперпериодической модуляции

Здесь будет приведено кратное теоретическое обоснование метода резонансных структур, применяемых для обеспечения вариации критической энергии.

Исходя из уравнения 1.16 коэффициент расширения орбиты  $\alpha$  зависит как от дисперсионной функции  $D(s)$ , так и радиуса кривизны орбиты  $\rho(s)$ , таким образом вариация критической энергии может быть достигнута путем введения независимой модуляции обеих функций.

Уравнение для дисперсионной функции с бипериодической переменной переменной фокусировкой описывает поведение дисперсионной функции под влиянием градиента в квадрупольных линзах, а также радиуса кривизны орбиты [23]

$$\frac{d^2 D}{ds^2} + [K(s) + \varepsilon k(s)] D = \frac{1}{\rho(s)}, \quad (3.1)$$

где  $K(s) = \frac{e}{p}G(s)$ ,  $\varepsilon k(s) = \frac{e}{p}\Delta G(s)$ ,  $G(s)$  – градиент магнитооптических линз,  $\Delta G(s)$  – суперпериодическая модуляция градиента,  $p = \beta\gamma m_0 c$  – импульс частицы. Суперпериод определяется как совокупность нескольких периодов. Функция  $K(s)$  имеет периодичность одного периода фокусирующей ячейки  $L_c$ ,  $k(s)$  и  $\rho(s)$  имеет периодичность суперпериода  $L_s = n \cdot L_c$ .

Разложение в ряд Фурье для зеркального суперпериода может быть осуществлено только по косинусам

$$\varepsilon k(s) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \cos(k\varphi) \quad (3.2)$$

где  $\varphi = \frac{2\pi}{L_s}s$  – угловая продольная координата,  $k$ -ая гармоника:

$$g_k = \frac{1}{B\bar{R}} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta G \cos k\varphi d\varphi, \quad (3.3)$$

$B\bar{R}$  – магнитная жесткость.

Радиус кривизны орбиты также может быть разложен в ряд Фурье по косинусам

$$\frac{1}{\rho(\varphi)} = \frac{1}{\bar{R}} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cos n\varphi \right), \quad (3.4)$$

где  $n$ -ая гармоника

$$r_n = \frac{\bar{R}}{\pi} \int_{\pi}^{-\pi} \frac{\cos n\varphi}{\rho(\varphi)} d\varphi. \quad (3.5)$$

Полученные разложения могут быть подставлены в уравнение (?), из которых получено необходимое точное решение для дисперсионной функции  $D(s)$ . Таким образом, окончательно для коэффициента уплотнения орбиты одного суперпериода получено выражение в общем виде, разложенное до второго порядка

$$\begin{aligned}
\alpha_s = & \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k^2}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} + \right. \\
& + \frac{1}{4} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k^2}{1 - kS/\nu} - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]} - \\
& \left. - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} + O(g_k^i, r_k^j, i + j \geq 3) \right\}, \tag{3.6}
\end{aligned}$$

где  $\bar{R}_{arc}$  – усредненное значение кривизны,  $\nu_x$  – количество горизонтальных бетатронных колебаний на длине арке,  $S$  – количество суперпериодов на длине арки. В случае отсутствия суперпериодической модуляции и модуляции кривизны орбиты  $g_k = 0, r_n = 0, \forall k, n$ , формула 3.6 принимает вид  $\alpha_s = \frac{1}{\gamma_{tr}^2} = \frac{1}{\nu_x^2}$ , что соответствует случаю регулярной структуры и окончательно  $\gamma_{tr} \sim \nu_x$ . Для поднятия критической энергии необходимо уменьшить коэффициент  $\alpha_s = \frac{1}{\gamma_{tr}^2}$ , а значит выражение под знаком суммы в ур. 3.6 должно быть отрицательным, это реализуемо при условии  $kS/\nu_x > 1$ , также осуществлена либо модуляция градиентов квадрупольей  $g_k \neq 0$ , либо радиуса  $r_n \neq 0$

Ранее все формулы были приведены для арки, а не для всего кольца коллайдера. Введение прямых участков уменьшает степень модуляции дисперсионной функции. Усреднение дисперсии по более длинной орбите автоматически уменьшает ее значение, а значит уменьшает коэффициент уплотнения орбиты для всего ускорителя, результирующее значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{total}$  увеличивается и определяется выражением:

$$\gamma_{tr}^{total} = \gamma_{tr}^{arc} \sqrt{\frac{S \cdot L_s + L_{str}}{S \cdot L_s}}. \tag{3.7}$$

где  $L_s$  – длина суперпериода,  $L_{str}$  – длина бесдисперсионных прямых секций.

### 3.2 Построение резонансной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО

Исходя из уравнения 3.6, в случае отсутствия модуляции кривизны орбиты  $r_n = 0, \forall n$  для одного суперпериода в первом приближении (при  $k = 1$ ) коэффициент расширения орбиты приобретает вид

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4(1 - kS/\nu)} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \frac{g_k^2}{[1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} \right\}, \quad (3.8)$$

Таким образом, доступным средством вариации критической энергии, является только модуляция градиента квадрупольных линз по длине суперпериода.

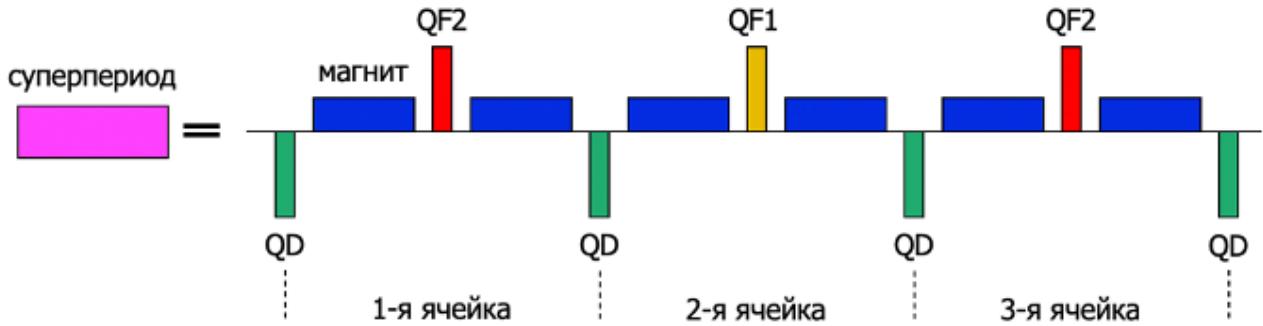


Рисунок 3.1 — Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек. QF1, QF2 – фокусирующие квадруполя, QD – дефокусирующие квадруполя, В – поворотный магнит.

Принцип построения резонансных магнитооптических структур рассмотрен в работе [25]. Суперпериод может быть образован на основе синглетных ФОДО ячейках, дублетных ФДО ячейках, а также триплетных ОДФДО (рис.3.2 а,б,в). Рассмотрим структуры поворотных арок на 180 градусов без модуляции кривизны (рис.3.2 г, д, е), образованных из соответствующих ячеек. Из полученных суперпериодов также образуется резонансная магнитооптическая структура путем только модуляции градиента (рис.3.2 ж, з, и). Резонансная структура образуется путем вариации параметров регулярной структуры.

Качественное отличие в пространственном распределении Твисс-параметров  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $D_x$  является ключевым для соответствующей оптимизации структуры. Как видно из приведенных структур, суперпериод, основанный на синглетных ФОДО ячейках может иметь ряд преимуществ.

Хроматичность зависит от величины градиентов в квадруполях, секступолях, а также местах их расположения [29]

$$\begin{aligned} C_x &= -\frac{1}{4\pi} \oint \beta_x [K_x(s) - S(s)D(s)] ds \\ C_y &= -\frac{1}{4\pi} \oint \beta_z [K_y(s) + S(s)D(s)] ds, \end{aligned} \quad (3.9)$$

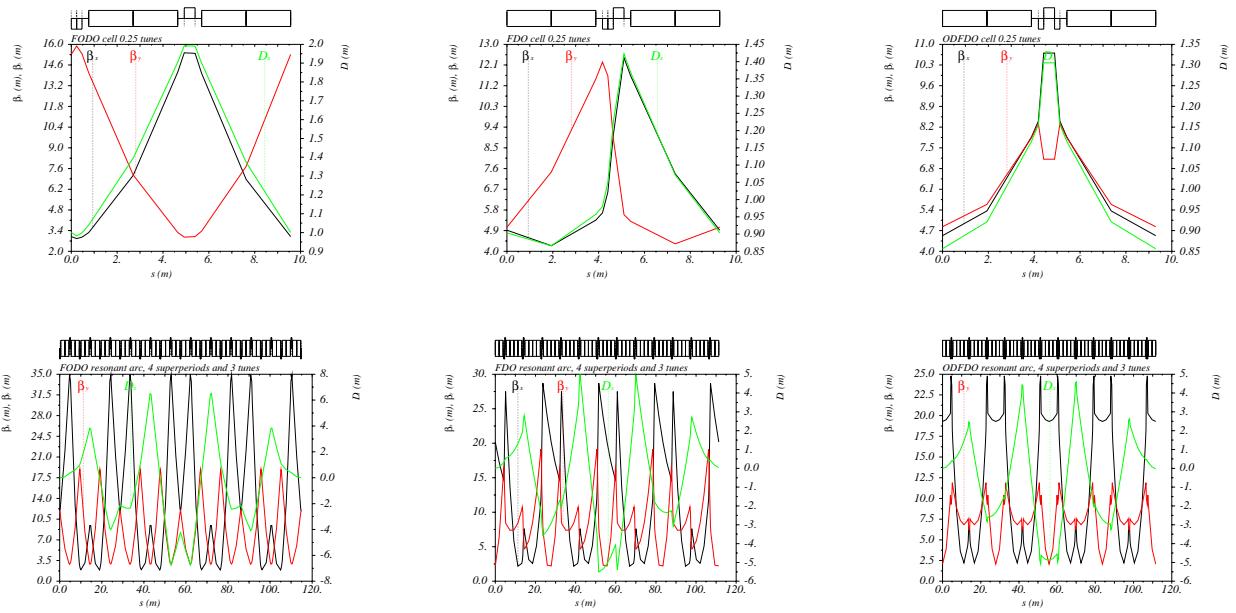


Рисунок 3.2 — Твисс-параметры  $\beta_{x,y}$ ,  $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнлетной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная.

Отсюда видно, что, во-первых, для подавления хроматических эффектов в ФОДО-ячейке, требуются меньшие градиенты в секступольных линзах. Во-вторых, более простой способ коррекции и тонкой настройки набега бетатронных частот в обеих плоскостях, а также коэффициента расширения орбиты. Таким образом, является более предпочтительной по сравнению с аналогичными.

### 3.3 Регулярная ФОДО структура с суперпериодической модуляцией градиентов линз

Квадрупольная фокусирующая структура поворотных арок коллайдера NICA состоит из ФОДО ячеек. Однаковые элементы, расположенные в различных местах арки объединяют в одно семейство. На Рис.3.1 изображен один суперпериод, который состоит из 3-х ФОДО ячеек, с двумя семействами фокусирующих квадруполей (QF1 и QF2) и одним семейством дефокусирующих (QD).

На Рис.3.3 приведены 3 ФОДО ячейки, первая – используется в регулярной тяжелоионной структуре, в этом случае модуляция отсутствует, вторая – модулированная структура, которая и образует один суперпериод. В обоих

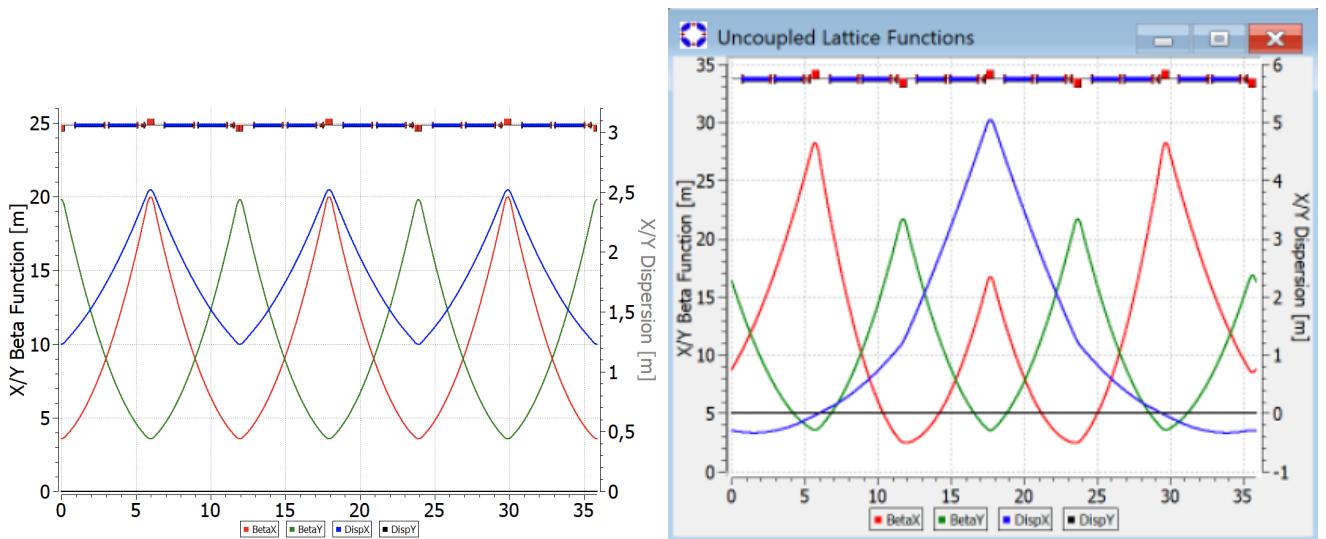


Рисунок 3.3 — Twiss-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%.

случаях частота бетатронных колебаний  $\nu_{x,y} s = 0,75$ , таким образом для 4-х суперпериодов частота  $\nu_{x,y} arc = 3$ , что удовлетворяет ранее рассмотренному условию  $S = 4, \nu_x = 3$ .

Глубина модуляции определяется соотношением градиентов двух различных фокусирующих семейств. Для приведенного на правом рисунке Рис.3.3  $G_{QF1} = 27.7$  Т/м,  $G_{QF2} = 21.0$  Т/м. Таким образом глубина модуляции:

$$H = \frac{G_{QF1} - G_{QF2}}{G_{QF1}} = 24\% \quad (3.10)$$

Первая гармоника является определяющей и для 12 ФОДО ячеек реализуемо условие  $S = 4, \nu_x = 3$ , где 3 ФОДО ячейки объединены в один суперпериод. Таким образом, благодаря набегу бетатронных колебаний кратному  $2\pi$ , в нашем случае  $6\pi$ , арка имеет свойства ахромата первого порядка. В дальнейшем это свойство будет использовано для подавления дисперсии.

Для арки, составленной из 4-х одинаковых суперпериодов с критической энергией на арке  $\gamma_{tr}^{arc} = 6$ , по формуле (5) для всего кольца получаем  $\gamma_{tot}^{arc} \approx 11.3$ . Однако, конечная арка будет нерегулярной в силу необходимости подавления дисперсии на краях арки. А значит и значение критической энергии будет несколько отличаться.

### 3.4 Подавление дисперсии на краях поворотных арок

Важным требованием при проектировании магнитооптической структуры является обеспечение нулевого значения дисперсии на прямых участках для обеспечения движения частиц вдоль равновесной орбиты на этих участках.

При введении прямых участков необходимо подавить дисперсию на конце каждой арки.

Рассматривается 4 варианта подавления дисперсии:

1. Полностью регулярная арка. Регулярная арка состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке кратному  $2\pi$  подавление дисперсии происходит в силу регулярности;
2. Регулярная арка с missing magnet на краях.
3. Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов. Регулярная арка также состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке не кратному  $2\pi$  необходимо дополнительно добавить подавители дисперсии на краях арки. А именно двух крайних ФОДО ячеек. На Рисунке 2 и 3 сверху (Edge Suppressor – ES) изображена принципиальная схема данной магнитооптической структуры. Как видно две крайние ФОДО ячейки отличаются наличием missing-magnet и в этих ячейках квадруполи QFE1 и QFE2 также имеют отличные градиенты от основных квадруполей арки и подбираются таким образом, чтобы подавить дисперсию.
4. Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадруполей двух семейств. Арка состоящая из 4-х суперпериодов, крайние суперпериоды выполняют роль подавителей дисперсии, а именно 2 крайние ячейки. На Рисунке 1 снизу (Arc Suppressor – AS) изображена принципиальная схема данной магнитооптической структуры. Этот случай отличается тем, что все квадруполи арки принадлежат первому, либо второму семейству и подавление дисперсии также обеспечивается только 2-мя семействами.

Дефокусирующие же квадруполи во всех случаях принадлежат только одному семейству QD.

### 3.4.1 Полностью регулярная магнитооптическая структура

Требование подавления легко реализуемо в случае создания регулярных поворотных арок, составленных из одинаковых суперпериодов. В этом случае, обеспечив нулевое значение дисперсии  $D = 0$  (а также производной дисперсии  $D' = 0$ ) на входе в арку, в силу регулярности на выходе из арке также будут нулевые значения дисперсии и её производной, а следовательно и на всем прямом участке. Однако, учитывая особенность структуры коллайдера NICA, наличие missing-магнитов на двух крайних cell'ах не дает возможность создать полностью регулярную арку из 4-х одинаковых суперпериодов.

### 3.4.2 Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов

Выбор значения градиентов квадрупольей арки определяется двумя факторами: Получение необходимого значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует  $\gamma_{tr} = 15 - 16$ ; Обеспечить количество бетатронных колебаний на арке  $\nu_{arc} = 3$  в обоих плоскостях, тем самым удовлетворив резонансному условию при количестве суперпериодов  $S = 4$ .

Исходя из этих условий модулируем суперпериод с набегом фазы на суперпериоде  $\nu_S = 0.75$  в обоих плоскостях (Рисунок 4).

Коллайдер также состоит из 2-х арок и 2-х прямых участках, соединяющих арки. Посередине прямых участков имеются точки столкновения, где нужно обеспечить малое значение бета-функции для достижения требуемой светимости. На Рисунке 6 изображены параметры Твисса всего кольца коллайдера без введения крайних квадрупольей QFE1 и QFE2, наглядно видно, что дисперсия не подавлена на прямых участках. Крайний суперпериод имеет missing magnet в 2-х cell'ах, тем самым делая арки коллайдера не регулярными и возникает необходимость подавления дисперсии на прямых участках при помощи введения 2-х дополнительных семейств квадрупольей QFE1 и QFE2 на краю арки, параметры Твисса изображены на Рисунке 5. В результате значение критической энергии подобрано таким образом, что  $\gamma_{tr} = 15.6$ , а количество колебаний на арке:  $\nu_x \text{ arc} = 3.01$ ,  $\nu_y \text{ arc} = 3.01$ .

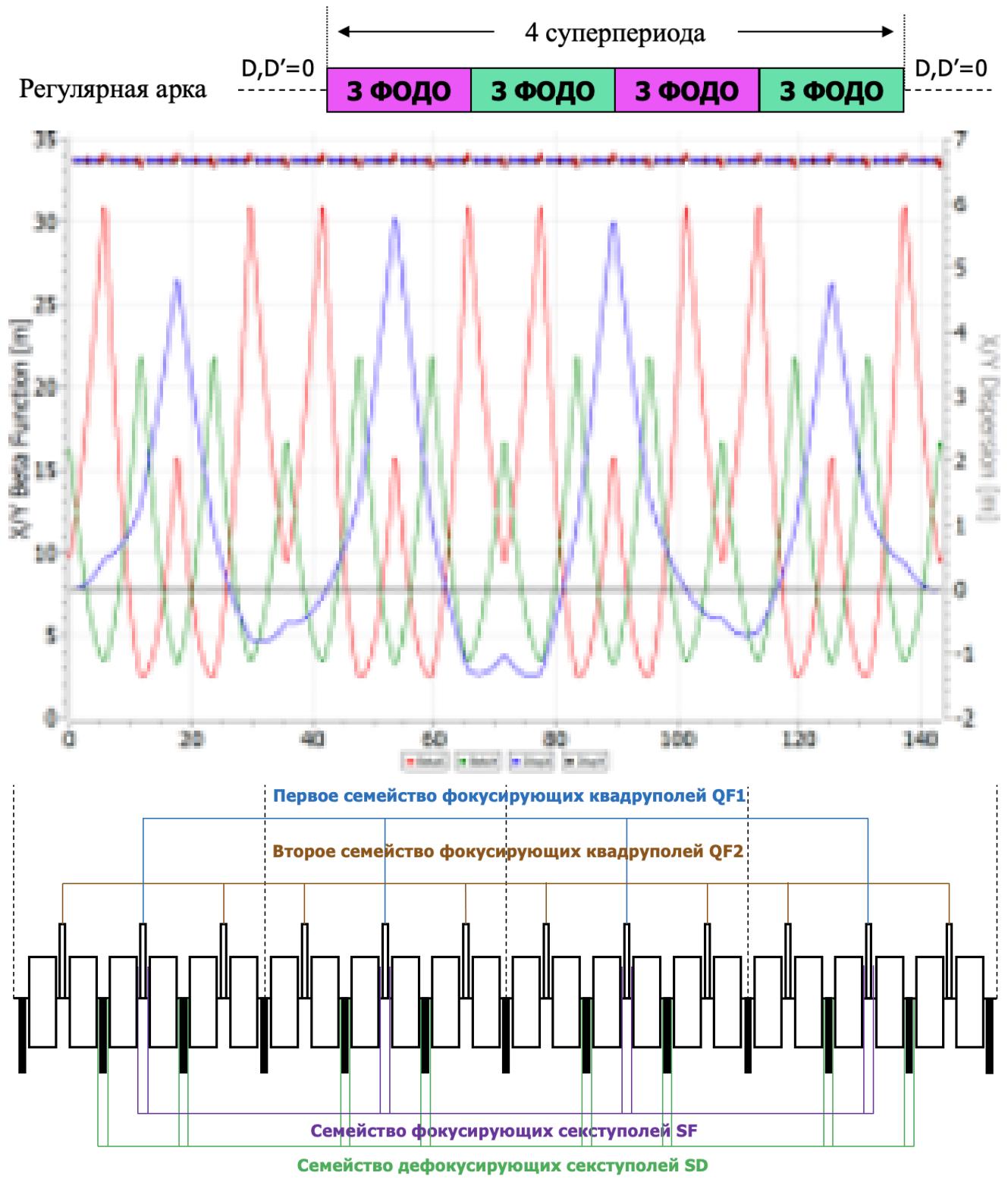


Рисунок 3.4 — Подавление дисперсии в регулярной структуре.

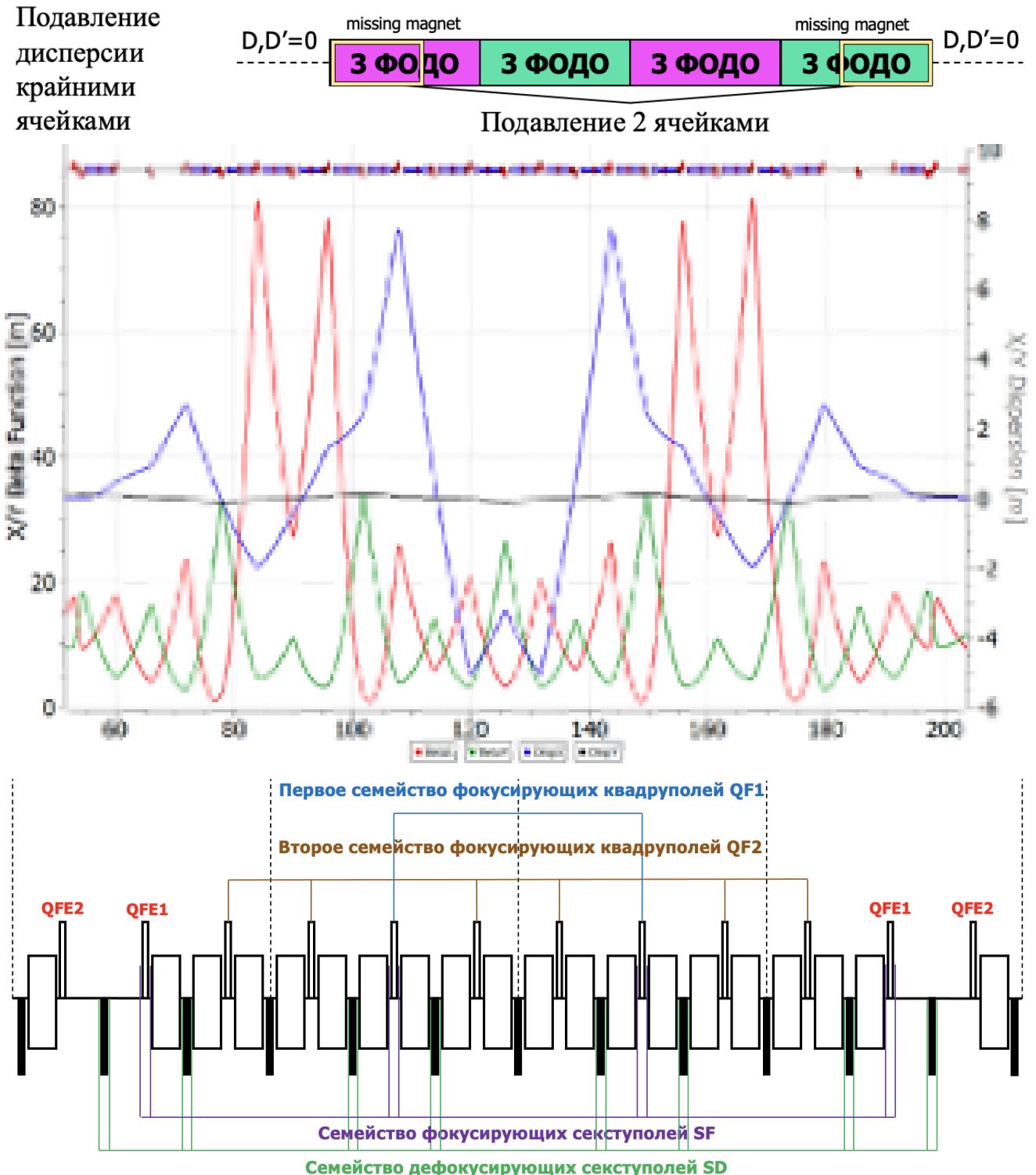


Рисунок 3.5 — Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

### 3.4.3 Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадрупольей двух семейств.

Данный способ показывает возможность подавления дисперсии на прямых участках при помощи только двух семейств фокусирующих квадрупольей.

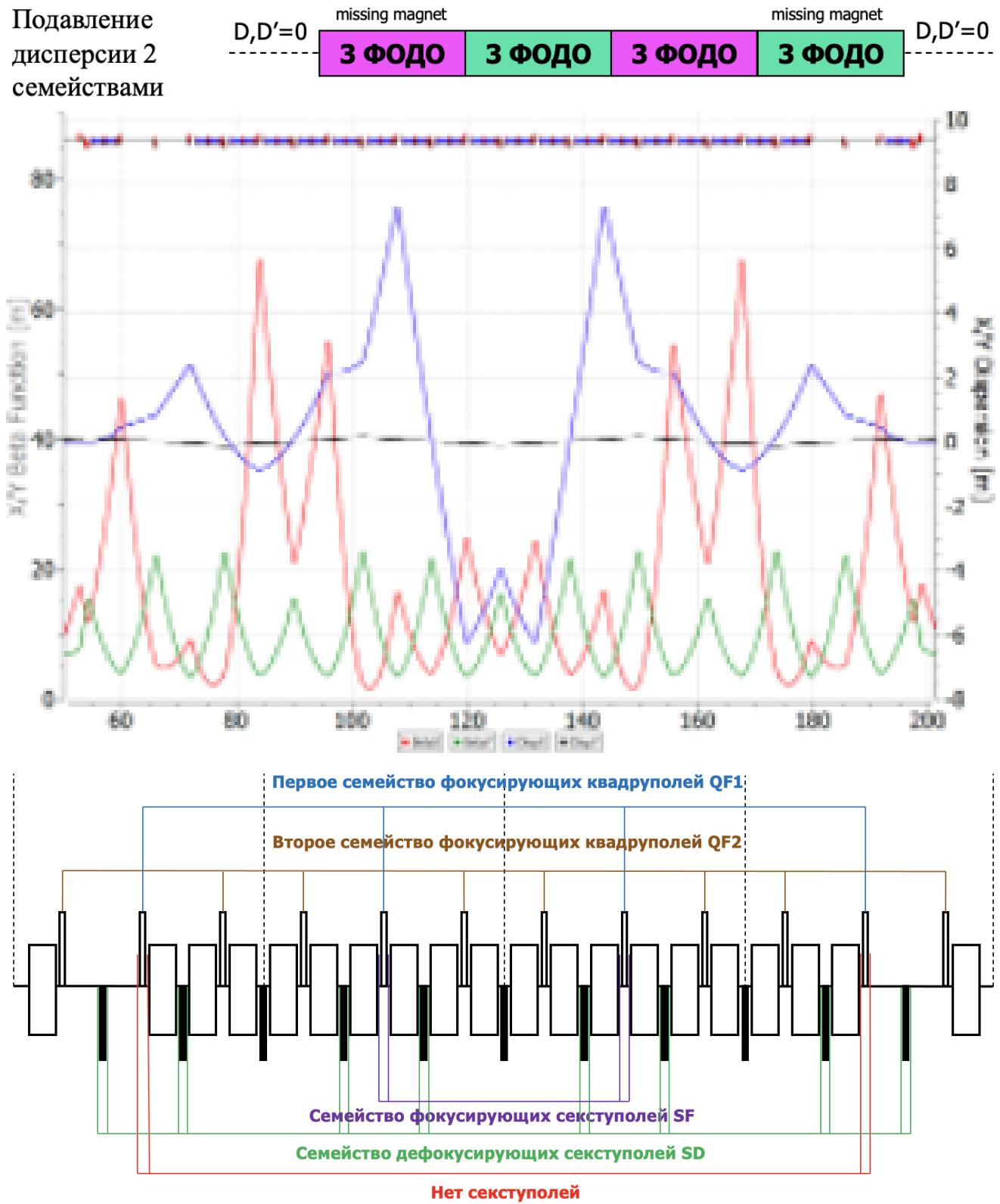


Рисунок 3.6 — Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

Тут важно учесть, как и в первом случае выполнить: Получение необходимого значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует  $\gamma_{tr}$  15 – 16; Только при помощи квадрупольями двух семейств подавить дисперсию на прямых участках

Изначально выбирается суперпериод, как и в первом случае с набегом на суперпериоде  $\nu_s = 0.75$ . Тем самым получаем значения квадруполей QF1 и QF2 для всей арки, в том числе и на краях.

Однако, получается, что дисперсия на прямых участках оказывается не подавленной. Для подавления значения градиентов квадруполей изменяется, но в таком случае набег фазы на арке становится равен  $\nu_x \text{ arc} = 2.72178$ ,  $\nu_y \text{ arc} = 2.99884$ , то есть в x-плоскости кратен  $2\pi$ .

В этом случае для достижения требуемого значения критической энергии необходимо обеспечить большую модуляцию градиентов квадруполей, чем в случае подавления дисперсии крайними суперпериодами.

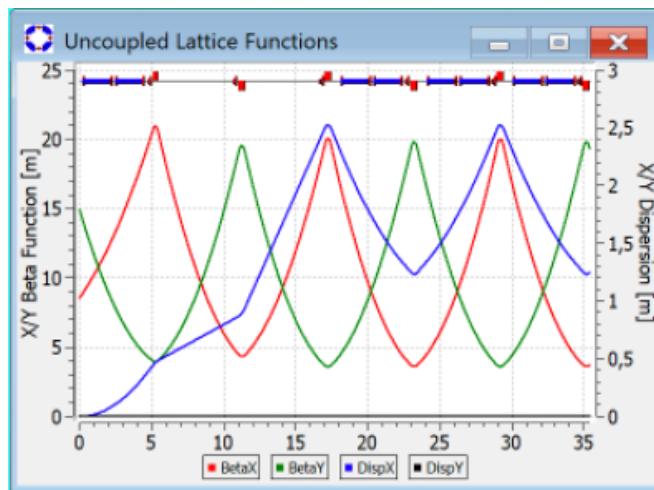


Рисунок 3.7 – Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

Расстановка поворотных магнитов в тяжелоионной структуре на краях арки не позволяет реализовать подавление дисперсии как в случае а), так и в случае б). На рисунке 4 изображены 3 ФОДО ячейки, подавляющие дисперсию на краю арки для регулярной тяжелоионной структуры. Отличительной особенностью является отсутствие 2-х поворотных магнитов. Это связано с тем, что в этих местах происходит инжекция частиц в коллайдер из нуклotronа.

Подавление дисперсии также осуществляется с помощью 2-х семейств фокусирующих QFE1 и QFE2 квадруполей в начале и на конце арки. Таким образом для прямых участков дисперсионная функция будет нулевой. Для полученной нерегулярной арки значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{arc} = 10$ .

### 3.5 Исследование динамической апертуры в синхротроне с учетом требуемой модуляции дисперсионной функции для повышения критической энергии

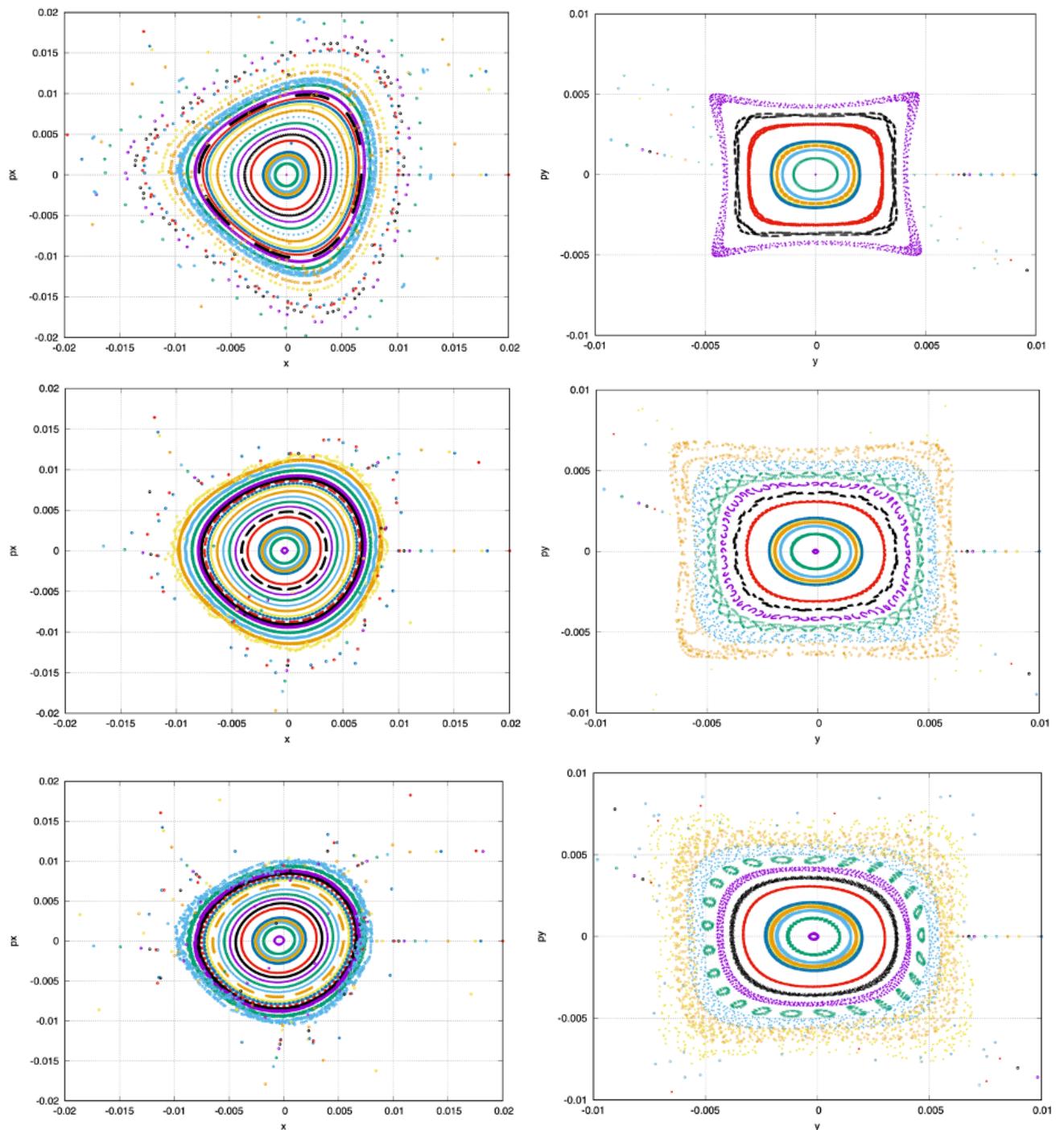


Рисунок 3.8 — Динамическая апертура для случая плавления дисперсии крайними квадрупольями. Слева — x-плоскость; справа — y-плоскость.

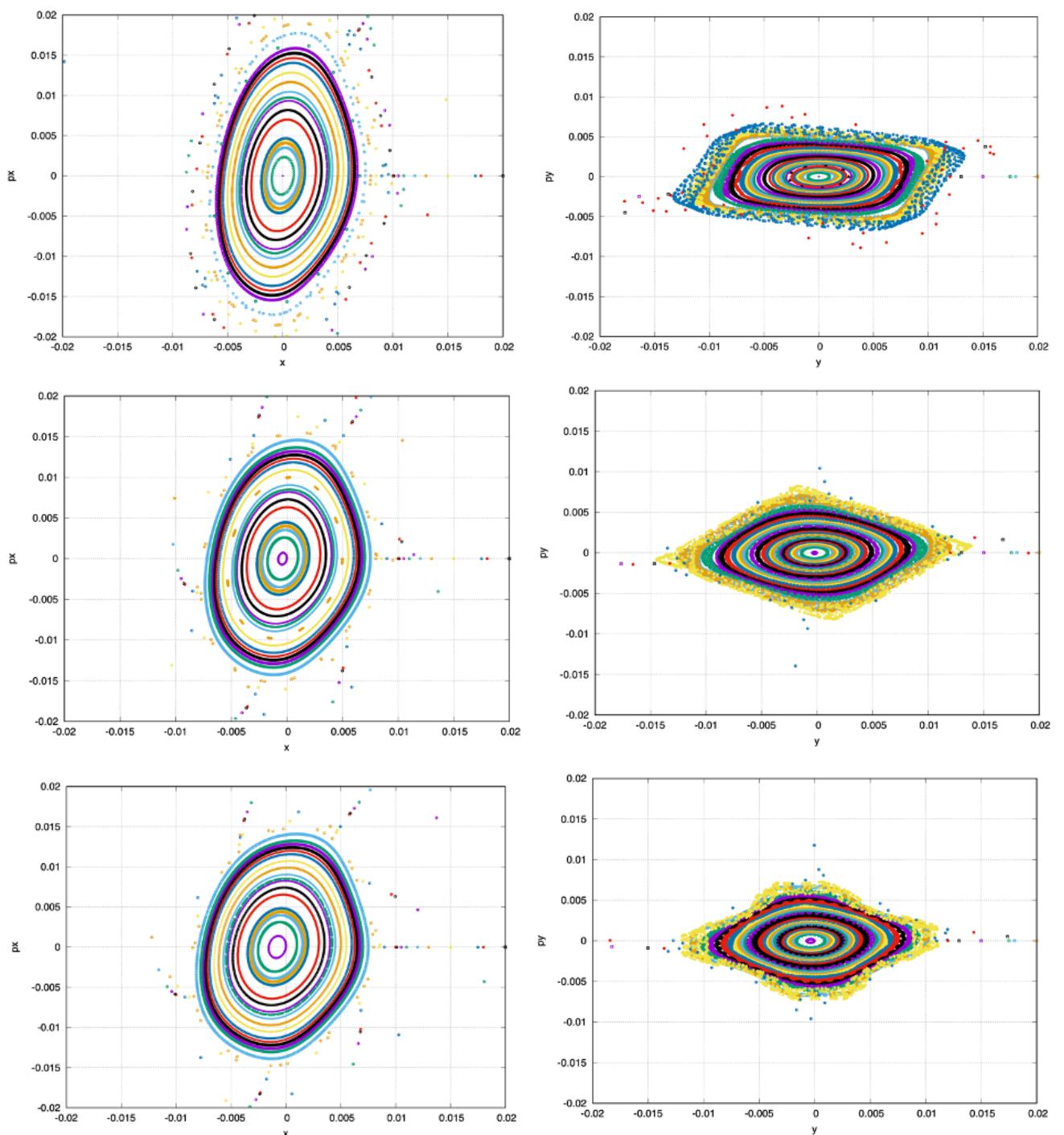


Рисунок 3.9 — Динамическая апертура в случае подавление дисперсии двумя семействами квадрупольей. Слева – x-плоскость; справа – y-плоскость.

Добавление секступолей, подавляющих хроматичность внутри арки делает арку ахроматом второго порядка, что убирает зависимость бетатронных колебаний от импульса и способствует сохранению динамической апертуры в большом диапазоне энергий. Выбор нечетного значения частоты на арке  $\nu_{x, arc} = 3$  и четного значения суперпериодичности арки  $S = 4$  замечателен еще и тем, что позволяет компенсировать нелинейный вклад секступолей внут-

ри арки. В этом случае набег фазы радиальных колебаний между ячейками, расположенными в разных половинках арки и разделенных  $S/2$  числом суперпериодов равен:

$$2\pi \cdot \frac{v_{arc}}{S_{arc}} \cdot \frac{S_{arc}}{2} = 2\pi \cdot \frac{v_{arc}}{2} = \pi + 2\pi n, \quad (3.11)$$

что соответствует условию компенсации нелинейного влияния секступолей в первом приближении во всей арке. Это замечательное свойство также относится к высшим мультиполям в квадрупольях и отклоняющих магнитах. Эта связь через число суперпериодов  $S_{arc}/2$  будет называться длинной связью.

Рассмотрена методика вариации критической энергии методом модуляции градиента квадрупольных линз на арках. Такой случай предполагает раздельное питание квадрупольей. Также учтена необходимость подавления дисперсии на краях арки в имеющейся структуре и подавление хроматичности на всем кольце коллайдера. Исследования выполнены в применении к ускорительному комплексу NICA, однако без потери общности, может применяться на различных установках.

## Выводы

Рассмотрены принципы создания резонансной магнитооптической структуры, а также способы подавления дисперсии.

1. Введение модуляции дисперсионной функции или радиуса кривизны орбиты приводит к вариации коэффициента уплотнения орбиты и как следствие критической энергии установки. Таким образом можно добиться повышенной критической энергии, выше энергии эксперимента, и также достижения комплексного значения;
2. Рассмотрены схемы подавления дисперсионной функции в резонансной структуре на краях поворотных арок. В случае полностью регулярной структуре это достигается путем выбора кратного набега фазы. При использовании missing magnets, регулярность нарушается и возможно подавление как крайними ячейкам, так и только двумя семействами квадрупольей;

3. Исследовано влияние нелинейных эффектов на динамическую апертуру в резонансной структуре. Для различных вариаций магнитооптики предложены оптимальные схемы расстановки секступолей.

## Глава 4. Изучение особенностей магнитооптической структуры синхротронов для ускорения поляризованных пучков с учётом возможности изучения ЭДМ

Электрический дипольный момент (ЭДМ) элементарных частиц обусловлен неоднородностью распределения заряда. Необходимость такой неоднородности была установлена Сахаровым для объяснения механизма СР-нарушения. Наличие ненулевого МДМ и ЭДМ может оказывать воздействие на поведение спина в электромагнитном поле. Стоит отметить, что спин отдельной частицы является квантовой величиной, однако его поведение в ансамбле описывается классически, что было показано Tompson и Telegdi, Bargmann, Michel [?, ТВМТ] Поведение спина ансамбля частиц описывается одноименным классическим уравнением Т-БМТ, где спин является описывается вектором

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{S}}{dt} &= \vec{S} \times \left( \vec{\Omega}_{\text{MDM}} + \vec{\Omega}_{\text{EDM}} \right), \\ \vec{\Omega}_{\text{MDM}} &= \frac{q}{m\gamma} \left\{ (\gamma G + 1) \vec{B}_\perp + (G + 1) \vec{B}_\parallel - \left( \gamma G + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right\}, \\ \vec{\Omega}_{\text{EDM}} &= \frac{q\eta}{2m} \left( \vec{\beta} \times \vec{B} + \frac{\vec{E}}{c} \right), \quad G = \frac{g - 2}{2}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $\vec{\Omega}_{\text{MDM}}, \vec{\Omega}_{\text{EDM}}$  – угловые частоты обусловленные наличием магнитного дипольного момента (МДМ) & электрического дипольного момента (ЭДМ);  $q, m, G$  – заряд, масса и магнитная аномалия;  $\beta$  – нормализованная скорость;  $\gamma$  – Лоренц-фактор;  $d = \eta \frac{q}{2mc} s$  – ЭДМ фактор,  $s$  – спин. Уравнение содержит 2 слагаемых, одно обусловлено наличием МДМ, другое – ЭДМ соответственно. Для непосредственного измерения ЭДМ-компоненты, влияние МДМ на спин должно быть нивелировано.

Помимо, рассмотренного в Главах 1-3, коллайдера NICA, в ускорительный комплекс также входит установка Nuclotron. Данный синхротрон предназначен как для самостоятельных экспериментов на выведенной мишени ВМ@N и изучения управления поляризацией, так и для использования в качестве инжектора поляризованного пучка протонов и дейtronов в коллайдер NICA. Однако, установка была введена в эксплуатацию в 70-е годы и может быть модернизирована

с использованием новых современных магнитооптических элементов, производимых непосредственно в ОИЯИ г. Дубна. Для расширения возможностей Nuclotron в качестве самостоятельной машины рассматривается возможность изучения ЭДМ легких заряженных частиц. Такие прецизионные эксперименты возможны на ускорителе, работающем в режиме накопительного кольца с целью долгого удержания сгустка на орбите и накоплению достаточной статистики эксперимента.

Возможность исследования ЭДМ с применением метода квази-замороженного спина возможна также и на установке, изначально для этого не предназначеннай. Однако, поскольку для компенсации влияния МДМ необходимо использование элементов с электрическим полем, требуется дополнительное место для их расположение. Такое может быть достигнуто путем введения обводных каналов. Это возможно в том числе в кольце коллайдера NICA.

В экспериментах по измерению ЭДМ ключевым является обеспечение высокого показателя времени когерентности (SCT — Spin Coherence Time) порядка 1000 с. В течение такого времени когерентный поляризованный пучок удерживается на орбите. Таким образом, для моделирования структуры с возможностью исследования ЭДМ необходимо гарантировать стабильность спиновой динамики вдоль всего кольца, что является отдельной задачей, наравне с обеспечением орбитальной стабильности пучка.

#### 4.1 Орбитальная и спиновая динамика в электромагнитных полях

Рассмотрим как орбитальное, так и спиновое движение в электромагнитных полях. Для орбитального вращения в поперечном магнитном поле согласно уравнению Лоренца

$$qc\vec{\beta} \times \vec{B}_\perp = \vec{\Omega}_p^B \times \vec{p} \quad (4.2)$$

где  $q$  — заряд,  $c$  — скорость света,  $\vec{\beta}$  — вектор относительной скорости,  $\vec{B}_\perp$  — поперечное магнитное поле,  $\vec{p}$  — импульс частицы,  $\vec{\Omega}_p^B$  — вектор угловой скорости (индексы означают, что происходит вращение импульса в магнитном поле). Учтем, что импульс частицы представим в виде  $\vec{p} = \gamma mc\vec{\beta}$ , тогда ур.(1) с учетом перестановки векторного произведения получаем

$$qc\vec{\beta} \times \vec{B}_\perp = -mc\gamma\vec{\beta} \times \vec{\Omega}_p^B \quad (4.3)$$

для угловой скорости

$$\vec{\Omega}_p^B = -\frac{q}{m\gamma}\vec{B}_\perp \quad (4.4)$$

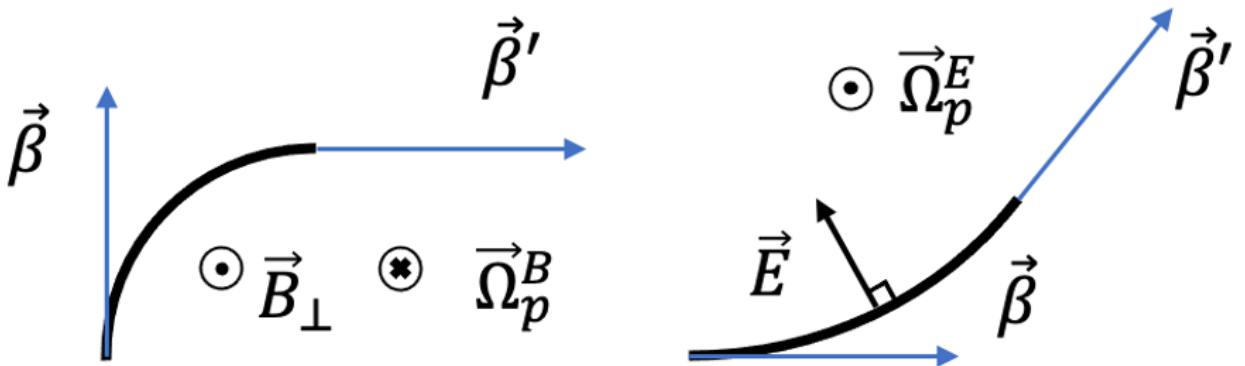


Рисунок 4.1 — Вращение положительно заряженной частицы а) в магнитном поле; б) электростатическом поле.

Для заряженной частицы в электростатическом дефлекторе, выполняющего функцию поворота всегда соблюдается условие  $\vec{p} \perp \vec{E}$ , тогда происходит движение по окружности (рис.1б) и аналогично ур.(1).

$$q\vec{E}_\perp = \vec{\Omega}_p^E \times \vec{p} \quad (4.5)$$

где  $\vec{E}_\perp$  – электростатическое поле перпендикулярное импульсу,  $\vec{\Omega}_p^E$  – вектор угловой скорости (индексы означают, что происходит вращение импульса в электростатическом поле).

$$q\vec{E}_\perp = mc\gamma\vec{\Omega}_p^E \times \vec{\beta} \quad (4.6)$$

Для угловой скорости с учётом векторного произведения  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ,  $\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{(\vec{r}, \vec{r})}$

$$\vec{\Omega}_p^E = \frac{q}{mc} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}_\perp}{\gamma(\vec{\beta}, \vec{\beta})} = \frac{q}{m\gamma} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}_\perp}{c\beta^2} \quad (4.7)$$

Рассмотрим теперь вращение спинового вектора под действием МДМ относительно вектора импульса.

$$\vec{\omega}_p^B = \vec{\Omega}_{MDM}^B - \vec{\Omega}_p^B = -\frac{q}{m\gamma} (\gamma G + 1) \vec{B}_\perp + \frac{q}{m\gamma} \vec{B}_\perp = -\frac{q}{m} G \vec{B}_\perp. \quad (4.8)$$

Величина  $v_s^B$  – спин-тюн (spin-tune) является скалярной величиной и отражает во сколько раз поворот вектора спина больше поворота вектора импульса

$$v_s^B = \frac{|\vec{\Omega}_{MDM}^B - \vec{\Omega}_p^B|}{|\vec{\Omega}_p^B|} = \frac{-\frac{q}{m}G |\vec{B}|_\perp}{-\frac{q}{m\gamma} |\vec{B}_\perp|} = \gamma G. \quad (4.9)$$

Аналогично для вращения в электростатическом поле

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_p^E &= \vec{\Omega}_{MDM}^E - \vec{\Omega}_p^E = \frac{q}{m} \left( G + \frac{1}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} - \frac{q}{mc} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{\gamma \beta^2} = \\ &= \frac{q}{mc} \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Спин-тюн в электростатическом поле

$$v_s^E = \frac{|\vec{\Omega}_{MDM}^E - \vec{\Omega}_p^E|}{|\vec{\Omega}_p^E|} = \frac{\frac{q}{mc} \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) |\vec{\beta} \times \vec{E}|}{\frac{q}{mc} \frac{|\vec{\beta} \times \vec{E}|}{\gamma \beta^2}} = \gamma \beta^2 \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \quad (4.11)$$

Примечательно, что спин-тюн как в магнитном поле ур.(9), так и электростатическом ур.(11) не зависит от величины поля в дефлекторе.

## 4.2 Общий концепт квазизамороженной структуры

Перейдем от рассмотрения общего случая вращения спина в магнитном и электрическом поле к непосредственным элементам и поворотным аркам. Из уравнений ?-? видно, что для спиновой динамики сорт частиц существенно влияет на вращение относительно импульса. Для удобства повествования, все рассуждения и рисунки будут приведены для дейтрона, без потери общности, в дальнейшем будет рассмотрен и случай протонов.

Вращение в чисто магнитном кольце, содержащем в поворотной арке только дипольные магниты, происходит под действием поперечного магнитного поля на  $2\pi$ , при этом поворот вектора импульса за один период осуществляется на  $\Phi_p^{arc} = 2\pi/N$ , где  $N$  – количество периодов, магнитных арок. Поворот спина, относительно спина происходит пропорционально  $\gamma G$

$$\Phi_s^{\text{arc}} = \gamma G \cdot \Phi_p^{\text{arc}}. \quad (4.12)$$

Принципиальная схема вращения импульса и спина пучка дейтронов показан для магнитной арке на рисунке ? а.

Рассмотрим простейший случай одного периода, состоящего из магнитной и электростатической арок, в котором может быть реализована компенсация МДМ-компоненты методом квази-замороженного спина. В отсутствии электростатических дефлекторов, вращение импульса в магнитной арке происходит на  $\Phi_p^{\text{arc}} = 2\pi/N$ . При необходимости введения электростатической арки с отрицательной кривизной  $\Phi_{pE}^{\text{def}}$ , магнитные арки должны дополнительно поворачивать на угол  $\Phi_{pB}^{\text{kick}}$  при помощи киккеров. Такой поворот будет впоследствии скомпенсирован поворотом в электростатической арке. На рис. изображено поведения спин-вектора для дейтрана при последовательном действии магнитной арки, киккера, электростатической арки с отрицательной кривизной, киккера. Поворот импульса, после прохождения периода должен также быть повернут на  $2\pi/N$ . Окончательно,

$$\Phi_p^{\text{arc}} + \Phi_{pB}^{\text{kick}} + \Phi_{pE}^{\text{def}} = \frac{2\pi}{N} \quad (4.13)$$

или с учетом поворота в магнитной арке

$$\Phi_{pB}^{\text{kick}} = -\Phi_{pE}^{\text{def}} \quad (4.14)$$

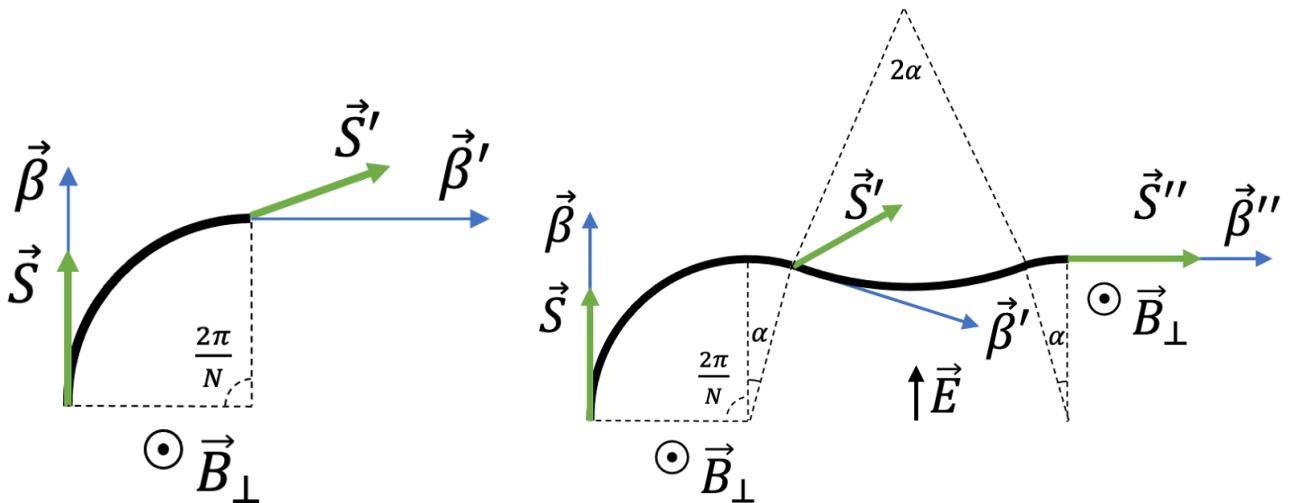


Рисунок 4.2 — Поворот спина в арке относительно импульса.

Спин-вектор в магнитной арке совершил отклонение в магнитном поле  $\Phi_{sB}^{arc+kick} = v_s^B (\Phi_p^{arc} + \Phi_{pB}^{kick})$ . В электростатической арке  $\Phi_{sE}^{def} = v_s^E \Phi_{pE}^{def}$ . Отдельно для спинового движения, в кикерах и дефлекторе

$$\begin{aligned}\Phi_s^{kick+def} &= v_s^B \Phi_{pB}^{kick} + v_s^E \Phi_{pE}^{def} = \\ &= \Phi_{pB}^{kick} \left[ \gamma G - \beta^2 \gamma \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \right] = \\ &= \Phi_{pB}^{kick} \left[ \frac{G + 1}{\gamma} \right]\end{aligned}\quad (4.15)$$

Условие сохранения ориентации спин-вектора, то есть условие «квази-замороженности» можно записать в виде

$$\Phi_s^{arc} + \Phi_s^{kick+def} = 0 \quad (4.16)$$

Тогда из (6)-(7) для

$$\Phi_{pB}^{kick} = -\Phi_p^{arc} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \quad (4.17)$$

Отсюда видно, что кривизна дефлектора для дейтрана должна быть отрицательна.

Рассмотрим движение в прямом фильтре Вина. Ключевое условие – равенство нулю силе Лоренца, таким образом фильтр Вина не отклоняет орбитальное движение.

$$q \left( c \vec{\beta} \times \vec{B}_\perp + \vec{E}_\perp \right) = 0 \quad (4.18)$$

Стоит отметить, при этом выполняется равенство магнитного и электростатического абсолютных радиусов  $|R_E| = |R_B|$  и для углов поворота

$$\Phi_{pB}^{WF} + \Phi_{pE}^{WF} = 0 \quad \Phi_{pB}^{WF} = -\Phi_{pE}^{WF} = \Phi_p^{WF} \quad (4.19)$$

Поскольку импульс в фильтре Вина остается неизменным, то результирующее вращение спина может быть рассмотрено также относительно импульса. При этом необходимо подавить вращение от магнитной арки  $\Phi_s^{arc} = \gamma G \cdot \Phi_p^{arc}$ . Таким образом условие «квази-замороженности» может быть записано аналогично ур. (7) как

$$\Phi_s^{WF} + \Phi_s^{arc} = 0 \quad (4.20)$$

Для спинового движения в фильтре Вина под действием МДМ выполняется

$$\begin{aligned}
\Phi_s^{\text{WF}} &= \nu_s^B \Phi_{pB}^{\text{WF}} + \nu_s^E \Phi_{pE}^{\text{WF}} = \\
&= \Phi_p^{\text{WF}} \left[ \gamma G - \beta^2 \gamma \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \right] = \\
&= \Phi_p^{\text{WF}} \left[ \frac{G + 1}{\gamma} \right]
\end{aligned} \tag{4.21}$$

что совпадает с уравнением ?. А значит и для угла поворота в фильтре Вина.

$$\Phi_p^{\text{WF}} = -\Phi_p^{\text{arc}} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \tag{4.22}$$

#### 4.2.1 Длина компенсирующего элемента с электрической компонентой

Радиус кривизны элемента с электрическим и магнитным полем может быть найден как

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_E}, \quad R_B = \frac{B\rho}{B}, \quad R_E = \frac{\kappa}{E}, \tag{4.23}$$

где  $B\rho = p_0/e$  – магнитная жесткость,  $p_0 = \gamma m \beta c$ ,  $\kappa = p_0 \beta c / e$  – электрическая жесткость. Поскольку для фильтра Вина  $R = 0$ , то и радиусы кривизны связаны  $R_B = -R_E$ . И для выбора радиуса достаточно определить либо магнитное поле, либо электрическое. Более строгое ограничение дается на электрическое поле  $E_{\max} = 10 \div 13 \text{ МВ/м}$ . Для нахождения длины

$$L = \Phi_p^{\text{WF}} R_E = -\Phi_p^{\text{arc}} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} R_E \tag{4.24}$$

Для минимальной длины в периодической структуре

$$L_{\min} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \frac{\kappa}{E_{\max}} \tag{4.25}$$

#### 4.2.2 Влияние сорта частиц на особенности спиновой динамики

В зависимости от сорта исследуемых частиц аномальный магнитный момент для протона  $G = 1.79$  и для дейтрана  $G = -0.142$ . Отличаются как

абсолютное значение, так и знак. Если рассмотреть вывод формул, то всюду учитывалось, что введенные углы могут иметь как положительный, так и отрицательный знак. Таким образом уравнения могут быть использованы как для рассмотрения дейтрона, так и протона.

Как видно из рассмотренных структур, изучение одновременно ЭДМ дейтрона и протона в структуре с электростатическими дефлекторами не целесообразно по сравнению со структурой с использованием фильтров Вина. Во-первых, требуемая длина дефлекторов равна длине фильтров Вина, но в первом случае необходимы дополнительные киккеры. Во-вторых, кривизна дефлекторов для протонов и дейтронов имеет различный знак. В тоже время, фильтры Вина устанавливаются на прямой участок и не требуют альтернативного канала. А для изучения протонов фильтры Вина могут быть повернуты на 180 градусов относительно оси.

#### **4.2.3 Определение оптимальной энергии эксперимента**

Как видно из Т-БМТ уравнения, зависимость от энергии пучка является определяющей для проведения эксперимента. В случае изучения ЭДМ единственным способом определения изменения спина является изучение поляризации пучка поляриметром. Такое устройство измеряет ассиметрию рассеяния на образце. Для дейтрона, наибольшее сечение рассеяния на углеродной мишени находится при энергии пучка 270 МэВ (135 МэВ/нуклон).

Рассмотрим как меняется энергия эксперимента для протона и дейтрона.

### **4.3 Использование Nuclotron в качестве бустера легких поляризованных частиц в коллайдер NICA**

Текущая структура Nuclotron может ускорять поляризованные протоны до энергии порядка 8 ГэВ с возможной последующей инжекцией в коллайдер NICA для экспериментов на SPD детекторе при энергии 12.6 ГэВ. Как было показано ранее в Главе 2, прохождение критической энергии без потерь в регу-

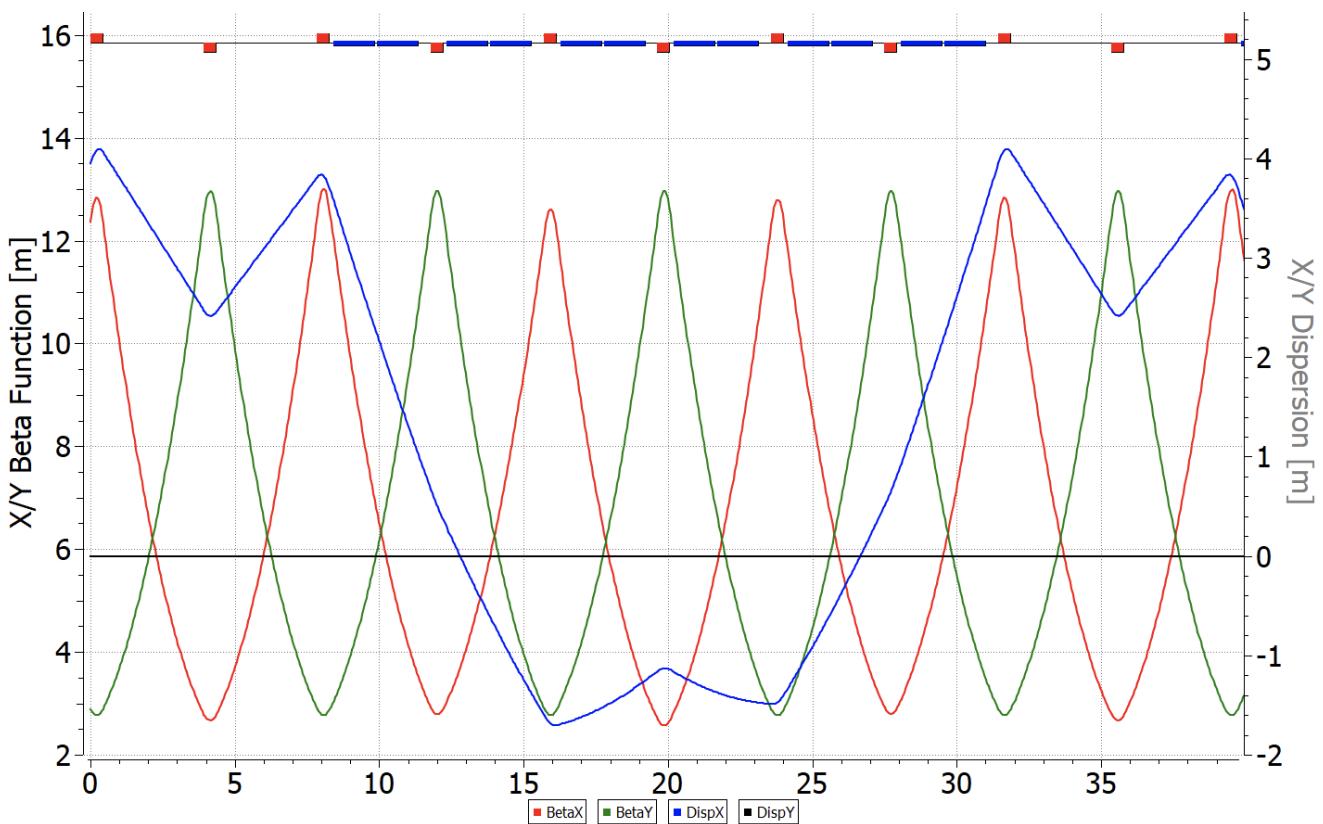


Рисунок 4.3 – Твистс-функции текущей регулярной структуры Nuclotron.

лярной структуре при энергии 5.7 ГэВ для протонного поляризованного пучка протонов является необходимым требованием коллайдерного эксперимента для достижения требуемой светимости. Таким образом, могут быть рассмотрены 2 вариации инжекции 1) ниже критической; 2) выше критической энергии коллайдера NICA. В первом случае, необходимо осуществить скачок критической энергии, что накладывают существенные ограничения на параметры пучка, в результате которых снижается светимость конечного эксперимента. Во втором случае, после инжекции необходимо охлаждение пучка при помощи электронного охлаждения при энергии 7-10 ГэВ. Однако, текущий электронный охладитель рассчитан на энергию пучка 2-3 ГэВ, что делает необходимым разработку новой установки.

В Главе 2 был рассмотрен вариант модернизации модернизация кольца NICA с повышенной критической энергией. При таком подходе проблем с прохождением критической энергии не возникает, поскольку во всем диапазоне энергий вплоть до конечной энергии эксперимента критическая энергия не преодолевается. В этом случае инжекция может осуществляться на энергии 2-3 ГэВ с эффективным электронным охлаждением. Таким образом, максимальная энергия кольца Nuclotron может быть снижена.

#### 4.4 Требования к магнитооптической структуре синхротронов NICA-Nuclotron в задаче исследования электрического дипольного момента легких ядер

Окончательно, при модернизации кольца Nuclotron должны быть учтены несколько факторов:

1. Использование Nuclotron в качестве бустера поляризованных частиц в коллайдер NICA;
2. Возможность проведения прецизионных экспериментов по исследованию ЭДМ заряженных частиц.

Текущая структура Nuclotron не предполагает проведения экспериментов по исследованию ЭДМ. Рассмотрим возможные способы реализации такой программы как на текущей установке, так и возможные опции по модернизации. В первую очередь, рассмотрим необходимые требования с точки зрения спиновой динамики. Основным является требование скомпенсированности МДМ компоненты. Впервые, для достижения этого эффекта в BNL был предложен метод замороженного спина, в этом случае МДМ вращение равняется нулю для всего кольца. При таком подходе спин остается с всюду со-направлен с направлением импульса. Как можно увидеть из уравнений Т-БМТ, необходимо использование элементов со скрещенными магнитными и электрическим полями. Наличие чисто магнитных арок приводит к невозможности использовать метод замороженного спина для компенсации МДМ вращения спина.

Альтернативным является метод квази-замороженного спина, в отличие от замороженного спина предполагает пространственное разделение электрического и магнитных полей и последовательная компенсация МДМ-компоненты. Компенсация может быть осуществлена на прямых участках с необходимостью использовать электрическое поле. Могут быть рассмотрены как чисто электростатические дефлекторы, так и фильтры Вина с перпендикулярными электрическим и магнитным полем.

Стоит отметить, что поскольку Nuclotron должен быть использован в качестве бустера в NICA, то необходимо реализовать структуру,ирующую как для ускорения поляризованного протонного пучка до энергии порядка единицы ГэВ, так и низкоэнергетическую при энергии порядка сотен МэВ с возможностью изучения ЭДМ. Таким образом, ведущим полем должно выступать магнитное

поле в поворотных магнитах, поскольку электрическое поле неспособно ускорить до энергии порядка единиц ГэВ.

## 4.5 Магнитооптика Nuclotron

### 4.5.1 8-периодическая структура

Структура Nuclotron состоит из 8-периодов, ???

#### **Немодернизованная 8-периодическая структура**

Рассмотрим текущую магнитооптическую структуру Nuclotron. Основные параметры приведены в таблице ?, параметры Твисса одного периода изображены на рисунке ?. Такая структура может быть использована для инжекции поляризованных протонов и дейtronов в NICA при энергии ??-?? соответственно. Однако, длина прямого промежутка составляет порядка 7 м. В этом случае для 8-периодической структуры, необходимая длина для исследования ЭДМ дейtronов составляет порядка 6.7 м по формуле ?. Таким образом, практически длина прямого участка должна быть использована для размещения фильтром Вина. В случае же использования электростатических дефлекторов и соответствующих киккер-магнитов, возможно отведение пучка в отдельный канал. В этом случае, необходимо оценить расстояние между каналами. Как видно из рисунка ?, в пике расстояние составляет порядка 20 см. Кроме того, каналы расположены параллельно друг другу и оборудование разных каналов будут друг другу мешать.

Таблица

рисунок твисс

рисунок каналов

## Модернизированная 8-периодическая структура

С целью увеличения длины прямых секций, может быть рассмотрена модернизированная структура с дипольными магнитами рассчитанными на максимальное поле порядка 1.8 Т. Как было показано ранее, из формулы ? следует, что суммарная длина всех компенсирующих элементов кольца составляет 52 м. Также на прямых секциях расположено необходимое оборудование, такое как ускоряющие ВЧ станции, необходимые для продольного ускорения, его суммарная длина составляет также порядка 50 м. Таким образом, на магнитные арки отводится 150 м, а для одной поворотной арки 17.5 м. Для достижения максимально возможной энергии, количество магнитов может быть изменено с 96 до 48. Это возможно за счёт увеличения длины магнита с 1.42 м до 1.78 м. Полученный период такой структуры приведен на рисунке ?, а его ключевые параметры в Таблице ?.

В такой структуре также рассмотрим 2 опции подавления МДМ-компоненты: прямыми фильтрами Вина и дефлекторами с киккер-магнитами.

В первом случае, прямые фильтры Вина расположены на прямом промежутке, имеют нулевую силу Лоренца и не искажают орбиту.

Во втором случае, киккер-магниты отклоняют пучок на отдельный канал, в котором располагаются цилиндрические дефлекторы. Расстояние между каналами составляет порядка 47 см. Таким образом, в этом случае нет необходимости использовать прямые промежутки для нужд ЭДМ эксперимента.

### 4.5.2 Модернизированная 16-периодическая структура

С целью увеличения точности проведения эксперимента, QFS может быть как можно больше приближен к FS режиму. Для этого магнитная арка может быть раздвинута для создания дополнительного прямого промежутка, однако такой подход нарушает регулярность и соответствующая структура должна быть рассмотрена как резонансная.

## 4.6 Адаптация существующей структуры синхротрона NICA для реализации режима «квази-замороженного спина»

Как было показано в Главе 4.4, для исследования ЭДМ в накопительном кольце racetrack-формы может быть применён только метод квази-замороженного спина с использованием фильтра Вина на прямом участке, для структуры с несколькими поворотными арками (8-16) квази-замороженный спин может быть реализован с применением электрических дефлекторов с отрицательной кривизной.

Для этого возможно использовать главное кольцо NICA в качестве накопителя, а не в режиме коллайдера. Поэтому, предлагается установить дополнительные отводные каналы ByPass. Таким образом, можно создать совершенно новую регулярную структуру с альтернативными прямыми секциями, параллельными имеющимся. Создание отводных каналов является большим преимуществом, не требующим значительной перестройки комплекса и затрат, при всём при этом, позволяющим задействовать NICA в различных экспериментах.

Как видно из Уравнения ?? для поиска ЭДМ необходимо нивелировать влияние магнитного дипольного момента (МДМ). Но кольцо ускорителя NICA имеет чисто магнитные арки, без электрической компоненты. Таким образом, невозможно использовать метод «Замороженного Спина», впервые предложенного в БНЛ [1]. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке, компенсируют поворот спина, возникающий от МДМ на поворотной арке, и реализуют условие «Квази-Замороженного Спина» для дейtronов [2]. Для этой цели NICA нуждается в модернизации, чтобы функционировать в качестве накопительного кольца с альтернативными прямыми участками за счет использования обходных каналов ByPass [3].

### 4.6.1 Предпосылки модернизации главного кольца NICA

Исходя из уравнений эволюции вектора спина, видно, что определяющими факторами являются энергия эксперимента, а также сорт частиц.

Эксперимент по исследованию ЭДМ не требует специального детектора, необходимо только наличие поляриметра. Сечение рассеяния на поляриметре с углеродной мишенью принимает наибольшее значение для протонов и дейтронов при энергии 270 МэВ. Это требование устанавливает энергию эксперимента и определяется потребностями поляриметрии. Кроме того, требуется обеспечить стабильность спинового движения. Прямым следствием Т-БМТ уравнения является концепция «замороженного» спина [2]. Такой метод предполагает равенство нулю члена, связанного с магнитным дипольным моментом (МДМ) в течение всего времени удержания пучка. Этот способ справедлив как для протонов, так и для дейтронов, но имеет существенные отличия. Аномалия магнитного момента дейтрана отрицательна  $G_d = -0.1429$ , и на порядок меньше по абсолютному значению, чем у протона  $G_p = 1.7928$ . Для протонов определенной энергии, называемой «магической», МДМ член принимает нулевой значение в чисто электрическом кольце, без магнитных элементов. В то время как для дейтронов, из-за отрицательного значения магнитной аномалии, необходимая магнитооптическая структура предполагает использование поворотных дефлекторов как с электрическим, так и с магнитным полем. При этом орбитальное вращение спина в магнитном поле компенсируется электрическим в одном элементе. Таким образом, вращение сохраняет свою ориентацию в течение всего времени вращения в кольце. Однако, диполи в арках главного кольца NICA имеют только магнитную составляющую поля. Таким образом, реализация концепции «замороженного спина» в кольце NICA невозможна без соответствующей значительной модернизации и реконструкции.

Для проведения эксперимента по поиску ЭДМ становится необходимым использовать альтернативный метод управления спином — концепция «квазизамороженного» спина [3]. В отличие от метода «замороженного» спина, спин больше не сохраняет ориентацию в течение всего периода обращения, а восстанавливает ориентацию на прямолинейном участке. Это возможно благодаря использованию на прямом участке элементов как с электрическим, так и с магнитным полями, которые называются фильтрами Вина. Поворот вращения в арке на определенный угол компенсируется соответствующим поворотом в фильтре Вина. Также можно выбрать поля, создающие нулевую силу Лоренца и не нарушающие орбиту. По этой причине поляриметрия может устанавливаться на прямых участках. Таким образом, поляриметры, расположенные после

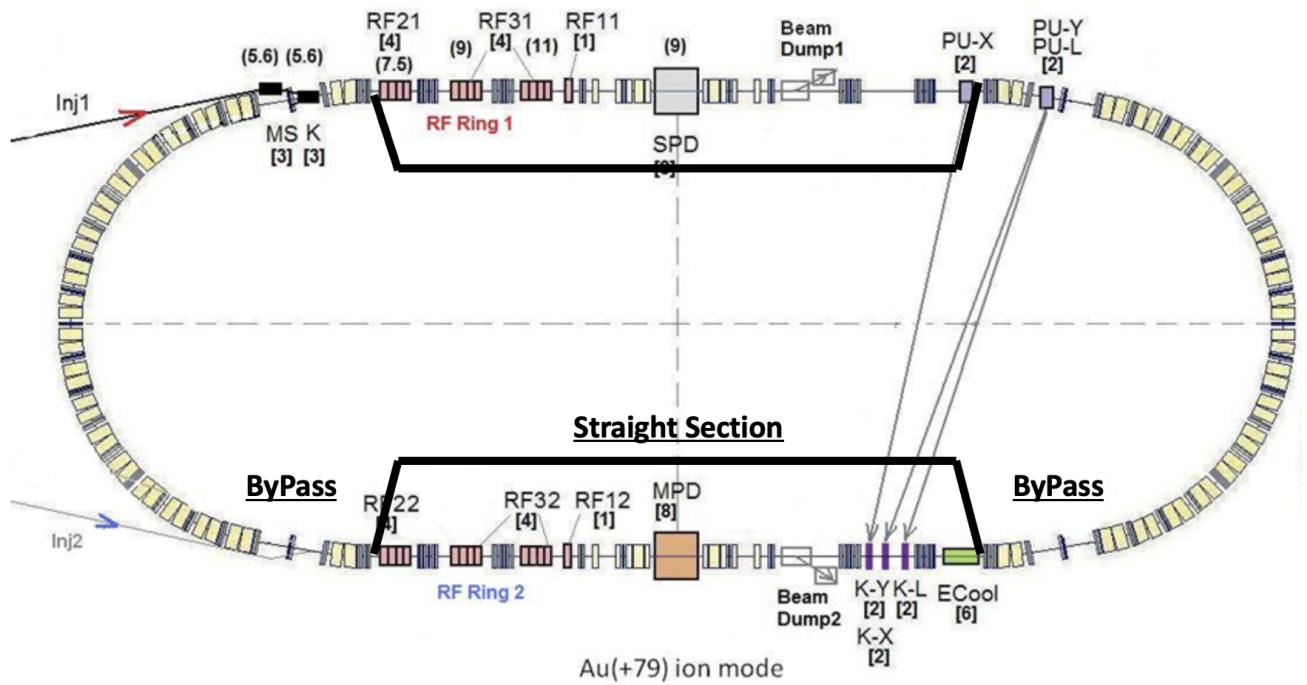


Рисунок 4.4 — Принципиальная схема обходных каналов ByPass в существующем комплексе NICA.

фильтров Вина, будут обнаруживать ту же ориентацию спин-вектора, и для них она будет «замороженной»

Есть две основные причины для модернизации магнитооптической структуры. Во-первых, нехватка места для фильтров Вина в уже существующих прямых секциях. Во-вторых, доступная магнитооптика предполагает использование кольца NICA в режиме коллайдера. Но эксперименты по поиску ЭДМ предполагают длительное удержание и удерживание поляризованного когерентного пучка в течение примерно  $T_{SC} \sim 1000$ . Поэтому была предложена модернизация коллайдера NICA путем введения обходных каналов для создания альтернативного прямого участка, параллельного первоначальному. Таким образом, NICA можно использовать в качестве накопительного кольца (Storage Ring mode). Такие кольца позволяют проводить эксперименты по исследованию ЭДМ с поляризованными дейtronами и поиска аксиона в режиме «квази-замороженного» спина.

#### 4.6.2 Метод введения ByPass с расположенными на них Wien filters

Приведенные в предыдущем разделе особенности являются решающими при выборе энергии эксперимента и сорта частиц. В будущем вся предлагаемая магнитооптика будет рассмотрена для дейtronов с энергией 240. Стоит отметить, что расчеты показывают основные параметры магнитного поля диполей  $B_{dip} = 0,132 \text{ T}$ , а также магнитную жесткость  $B\rho = 3,252 \text{ T} \bullet m$ . (Таблица 1)

Проектируя накопительное кольцо NICA с отводными секциями ByPass, планируется, оставить геометрию арок неизменной. Возможно лишь изменение полей в уже установленных элементах. Так что NICA можно использовать для различных экспериментов.

В кольце NICA, арка имеет ненулевую дисперсию. По краям как дисперсия, так и ее производная сведены к нулю. Прямой участок имеет нулевую дисперсию по всему периметру. Общая длина оригинального кольца NICA  $L_{acc} = 503,04$ . Длина одной арки равна  $L_{arc} = 142,15$ . Итак, доступно  $(L_{acc} - 2L_{arc}) / 2 = 109.6$ .

ByPass – это канал для альтернативного прохождения кольца, не содержащее место встречи. Дипольные магниты выбраны таким образом, чтобы обеспечить отклонение на угол  $\alpha = 9$ . Сила диполя  $B_{BP} = 1$  при длине  $L_{dip}^{BP} = 50$ . Альтернативный прямой участок находится на расстоянии 1 метра от исходного, поэтому длина обводного участка  $L_{BP} = 1/\sin\alpha \sim 6.4$ . Принципиальная схема обходных каналов показана на Рисунке 1. Отклоняющие магниты искажают дисперсионную функцию. Таким образом, необходимо было использовать по меньшей мере 2 фокусирующих квадруполя на обходном канале для подавления дисперсии на выходе. Это поможет обеспечить нулевую дисперсию на всем прямолинейному участке. Чтобы обеспечить периодичность и симметрию бета-функций, можно использовать или один или три дефокусирующих квадруполя. Будут рассмотрены два случая, с адаптированными прямыми участками, идентичным поворотным аркам, но без магнитов. Это сделано для простоты моделирования в регулярной идеальной структуре. Наконец, мы рассмотрим реальный случай магнитооптики с полностью регулярной ФОДО прямой секцией.

## Первичная схема с 3 квадрупольями

В этом случае байпас состоит из минимально возможных 3 квадрупольей: 2 фокусирующих QBP1 и 1 дефокусирующий QBP2 (Рисунок 2). Согласование арки с каналом ByPass обеспечивается тремя квадрупольями QM1, QM2, QM3 (секция согласователя Matching M1). А согласование ByPass с прямым участком также симметрично осуществляется такими же квадрупольями QM1, QM2, QM3. Это возможно в силу изначально заложенной симметрии между аркой и прямым участком. Длины упомянутых секций приведены на Рисунке 2, а также в таблице 1. Тогда общая длина всего ускорителя составит  $L_{3quad}^{acc} = 503,46$ .

На Рисунке 3 приведены Твисс-функции, черными линиями указаны границами канала ByPass. Максимум бета-функции  $\beta_y$  расположен в центре канала ByPass. И может принимать большое значение, по сравнению с  $\beta_x$ . По этой причине можно рассмотреть случай с 5 квадрупольями в отводном канале.

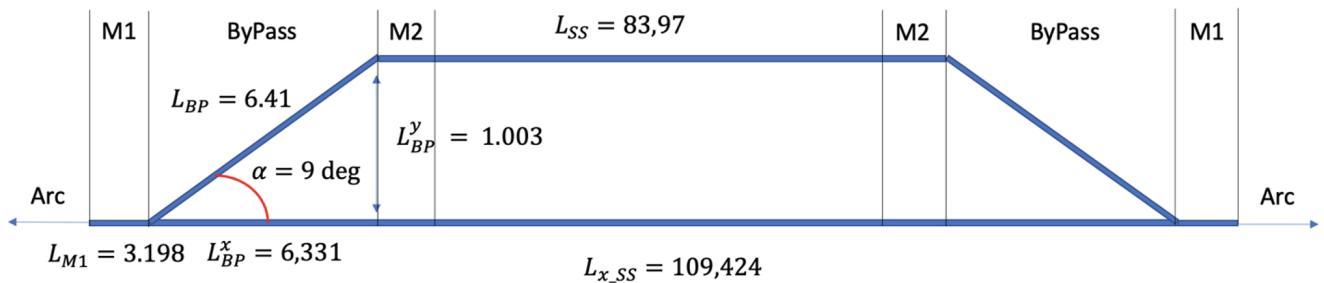


Рисунок 4.5 — Принципиальная схема ByPass с 3 квадрупольями.

## Схема ByPass с 5 квадрупольями

По сравнению с предыдущим случаем, обводной канал состоит из 5 квадрупольей, которые представлены 2 семействами: фокусирующими QBP1 и дефокусирующими QBP2. Он становится длиннее  $L_{5quad}^{BP} = 9,35$  и отклоняется на 1.46 (Рисунок. 4). Теперь секции согласования M1 и M2 по-прежнему идентичны, но представлены двумя квадрупольями QM1 и QM2 для обеспечения регулярности Твисс-функций. Однако, полная длина ускорителя становится больше, NICA  $L_{5quad}^{acc} = 510,02$ . На Рисунке 5 показаны, что максимум  $\beta_y$  становится меньше в центре. Стоит отметить, что максимум дисперсионной функции

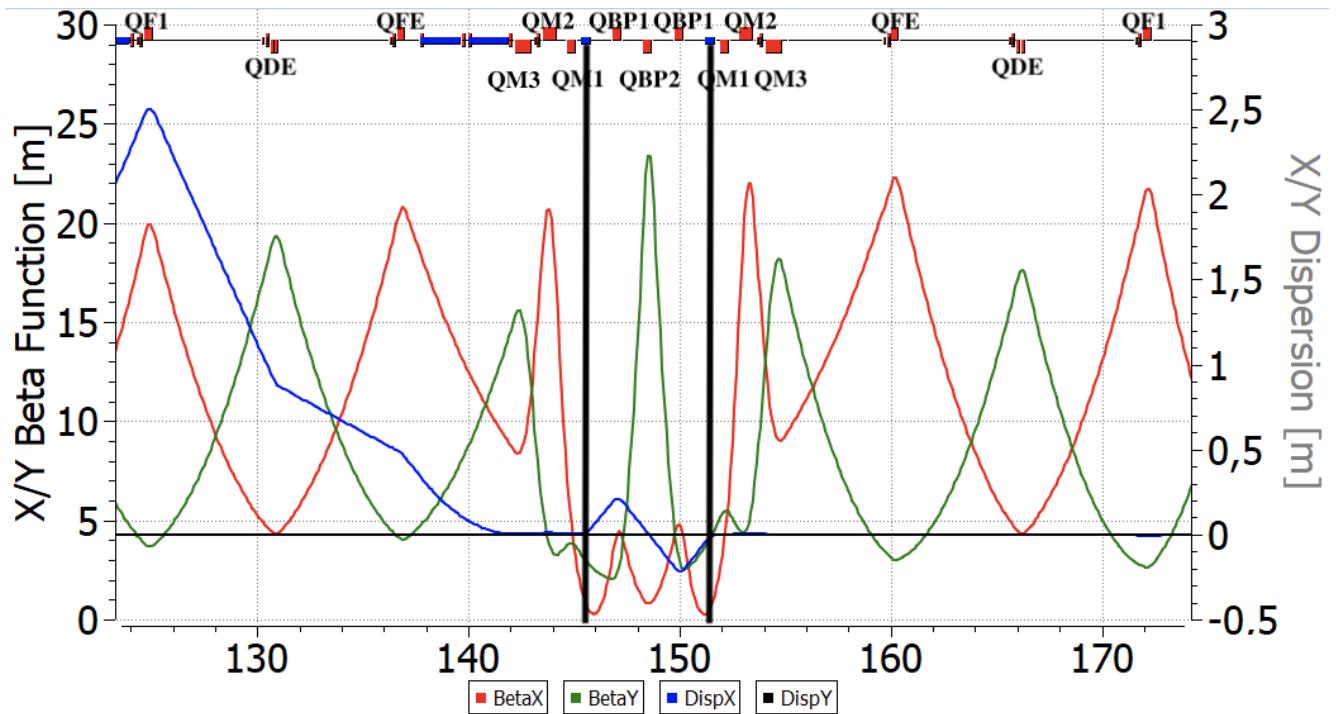


Рисунок 4.6 — Twiss-параметры для ByPass с 3 квадрупольями. Черными линиями показано расположение дефлекторов.

стал увеличился от  $D_x^{3 \text{ quad}} = 0.2$  до  $D_x^{5 \text{ quad}} = 0.5$ . Таким образом, этот случай должен быть адаптирован к реальному.

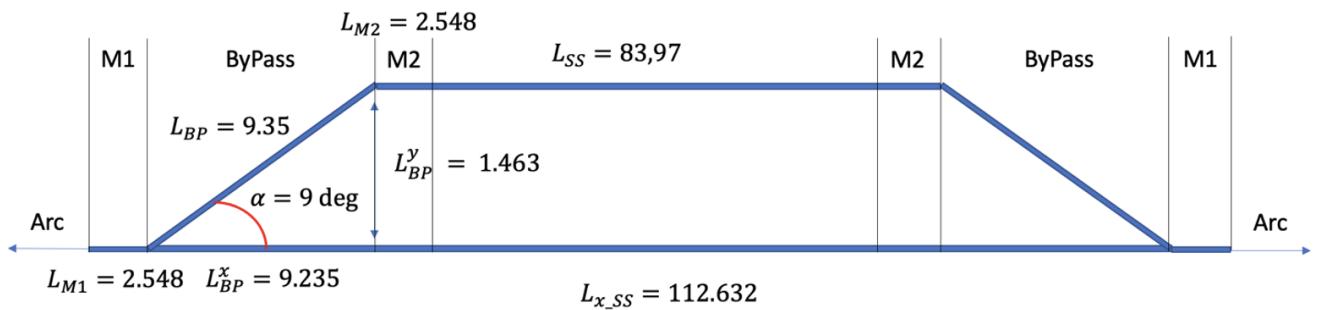


Рисунок 4.7 — Принципиальная схема ByPass с 5 квадрупольями.

### Окончательный вариант

Основываясь на рассмотренных примерах, мы, наконец, можем получить структуру, максимально адаптированную к реальности. Теперь рассмотрим полностью регулярный прямой участок, который стал короче  $L_{SS}^{BP} = 80,71$  (Рисунок 6). Байпас состоит из 5 квадрупольей и отклоняет пучок на 1.46. Но для

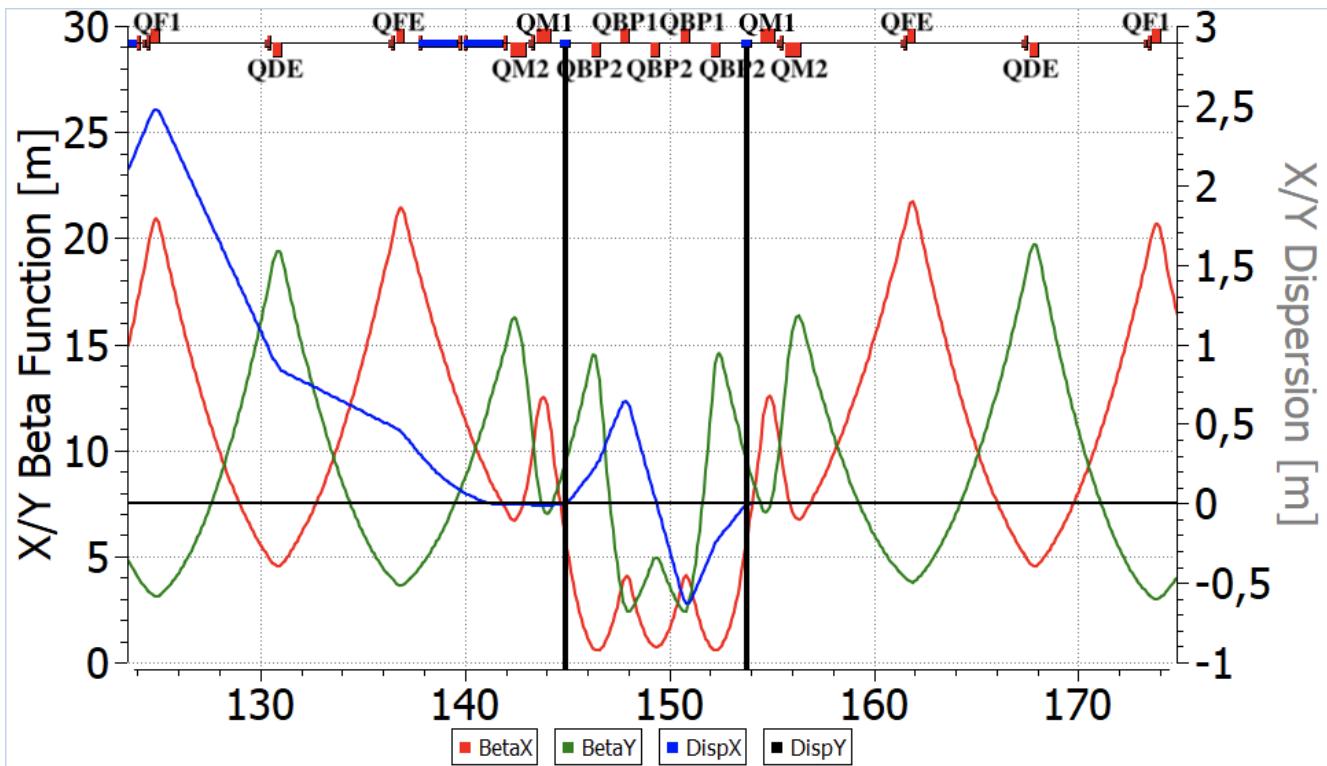


Рисунок 4.8 — Twiss-параметры для ByPass с 5 квадрупольными. Черными линиями показано расположение дефлекторов.

согласования использовались разные секции M1 и M2, чтобы компенсировать несимметрию между поворотной аркой и прямым участком. Наконец, Твист-функция половины байпасного NICA, представлена на Рисунке 7. В центре прямой секции расположены фильтры Вина. Все расчеты выполнены при помощи программ OptiM [4] и COSY Infinity [5].

Для экспериментов с EDM необходимо использовать NICA в качестве накопительного кольца. По этой причине была рассмотрена модернизация путем создания альтернативных прямых участков, параллельных исходным, с использованием каналов ByPass. Также на прямых участках есть возможность разместить специальные элементы – фильтры Wien для компенсации вращения спина от МДМ компоненты в поворотных арках. Поскольку арки остаются неизменными, это позволяет использовать NICA в различных экспериментах.

Рассмотрены 2 принципиальные схемы обходного канала. И, наконец, получили наиболее реалистичный случай, когда прямой участок полностью регулярный. Конечная конструкция удовлетворяет всем необходимым требованиям к магнитооптике. Исследование спин-орбитальной динамики с оптимизированными фильтрами Вина показывают, спин восстанавливает ориентацию на

прямом участке и метод «Квази-Замороженного Спина» может быть реализован в ByPass NICA.

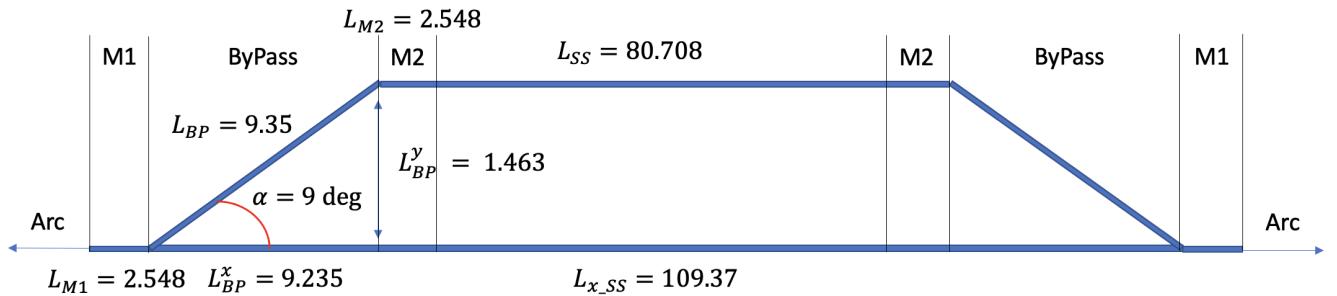


Рисунок 4.9 — Принципиальная схема адаптированной структуры кольца NICA с ByPass.

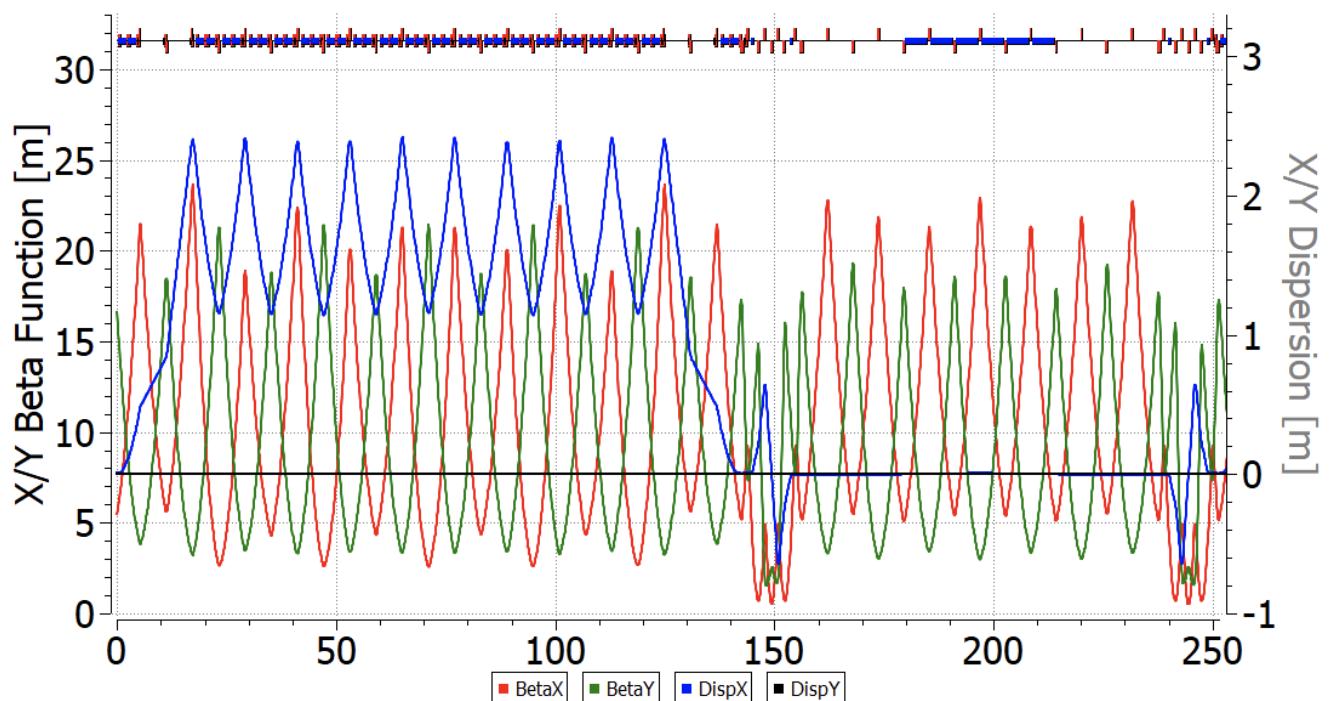


Рисунок 4.10 — Twiss-функции для половины адаптированной структуры кольца NICA с ByPass. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке.

## 4.7 Спин-орбитальная динамика пучка в Wien filters, спин-орбитальный трекинг в магнитном кольце со скрещенными E+B элементами

Возможность управления спином для эксперимента с электрическим дипольным моментом (ЭДМ) может быть реализована путем установки фильтров Вина в прямолинейных секциях, которые гарантируют, что вращение вектора спина частиц сохраняет направление в соответствии с режимом «Квази-Замороженного Спина». Однако спин разных частиц, из-за их движения в трехмерном пространстве, в любом случае, прецессирует со слегка отличающимися частотами вокруг инвариантной оси. Таким образом, нарушает спиновую когерентность. Для обеспечения спиновой когерентности необходимо использовать нелинейные элементы, секступоли, расположенные в местах с ненулевой дисперсией, на поворотных арках. Так как секступоли также влияют и на бетатронную хроматичность, мы рассматриваем возможность одновременного подавления обоих эффектов.

### 4.7.1 Декогеренция спина

Следствием уравнения Т-БМТ (1) является частота вращения спина в электрическом и магнитном полях и задаются выражениями:

$$\begin{aligned} \nu_s^B &= \gamma G \\ \nu_s^E &= \frac{G + 1}{\gamma} - G\gamma \end{aligned} \tag{4.26}$$

Равновесный уровень энергии частицы

Разные частицы имеют различный импульс, и существует необходимость в использовании понятия эффективной энергии:

$$\gamma_{eff} = \gamma_s + \beta_s^2 \gamma_s \Delta \delta_{eq} \tag{4.27}$$

Распределение равновесного импульса из-за бетатронного движения и ненулевого коэффициента уплотнения импульса второго порядка основано на синхронном принципе [4] и определяется с помощью:

$$\Delta\delta_{eq} = \frac{\gamma_s^2}{\gamma_s^2\alpha_0 - 1} \left[ \frac{\delta_0^2}{2} \left( \alpha_1 + \frac{3\beta_s^2}{2\gamma_s^2} - \frac{\alpha_0}{\gamma_s^2} + \frac{1}{\gamma_s^4} \right) + \left( \frac{\Delta L}{L} \right)_\beta \right] \quad (4.28)$$

для определения удлинения орбиты из-за бетатронных колебаний:

$$\left( \frac{\Delta L}{L} \right)_\beta = -\frac{\pi}{L_0} [\varepsilon_x \mathbf{v}_x + \varepsilon_y \mathbf{v}_y], \quad (4.29)$$

где индекс  $s$  означает синхронную частицу,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  – эмиттансы,  $\mathbf{v}_x$ ,  $\mathbf{v}_y$  – частота бетатронных колебаний,  $\delta_0$  – относительный разброс импульса,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  – два первых порядка коэффициента уплотнения импульса. Уравнение 2 вместе с Уравнениями (3-5) показывают, что разброс спиновой частоты зависит от равновесного уровня энергии частицы.

### Удлинение орбиты и бетатронная хроматичность

Более формальная теория подразумевает воздействие внешнего (секступольного) поля. Принимая во внимание выражение для полного удлинения орбиты из [5]:

$$\Delta C_\Sigma = -2\pi (J_x \xi_x + J_y \xi_y) + \delta_0 (\alpha_0 + \alpha_1 \delta_0 + \alpha_2 \delta_0^2 + \dots), \quad (4.30)$$

где  $\xi_x$ ,  $\xi_y$  – хроматичности. Если мы сравним Уравнение 6 с Уравнениями 4, 5 можно заметить, что длина орбиты тесно связана с равновесным уровнем энергии.

#### 4.7.2 Секступольная коррекция

В результате Уравнения 4, 6 показывают, что использование секступолей может влиять на частоту прецессии спина  $\mathbf{v}_s$  и в конечном счёте позволяют достигнуть спиновой когерентности. Такие эксперименты были проведены на ускорителе COSY в Юлихе, Германия, чтобы получить время когерентности (Spin Coherence Time) SCT на уровне 1000 секунд [6]. Секступоли располагаются в местах с ненулевой дисперсией на поворотных арках. В минимумах и

максимумах дисперсионной  $D_{x,y}$  и бета  $\beta_{x,y}$  функциях оказывают наибольшее воздействие и физически располагаются рядом с квадрупольными линзами. Твист-функции арки NICA являются регулярными и показаны на Рисунке 1 [7]. Диспепсия же подавляется методом “missing magnet” по краям.

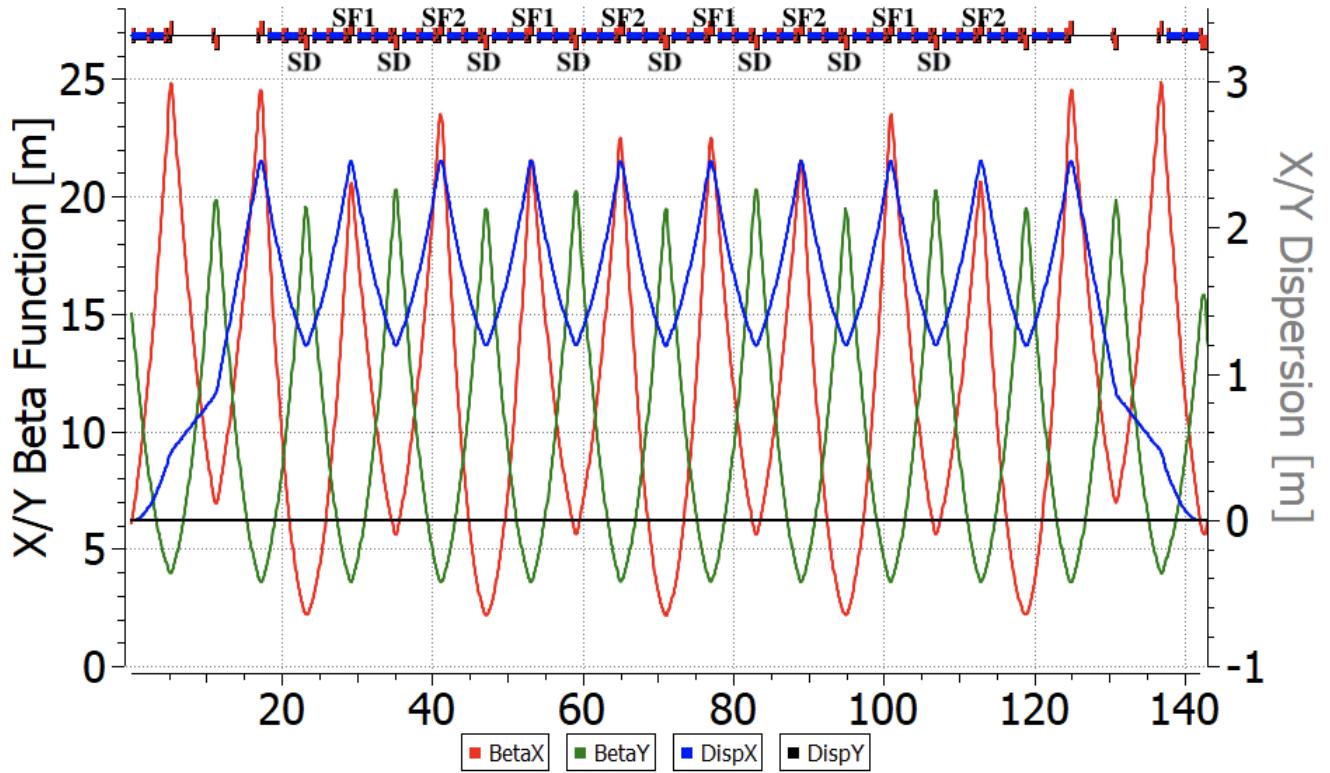


Рисунок 4.11 — Twiss-параметры ByPass NICA для дейtronного режима в OptiM. Также показано расположение секступольных семейств.

**Бетатронная хроматичность** Для коррекции бетатронной хроматичности используется только 2 семейства секступолей: одно вблизи фокусирующих квадрупольей, другое – рядом с дефокусирующими. Натуральная хроматичность накопительного кольца ByPass NICA равна  $v_{x,y} = -17 / -17$ . После оптимизации можно отслеживать частоту прецессии спина на Рисунке 2: красная линия показывает натуральную хроматичность, синяя – скорректированную, подавленную до нуля. Для этого случая также был осуществлен спин-трекинг в течение  $3 \times 10^6$  оборотов для частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x, y, d$  с начальной ориентацией спина  $\vec{S}_0$  под углом 45 градусов в плоскости  $y - z$ , что показано на Рисунке 3 [8].

### Спиновая когерентность

Чтобы достигнуть спиновой когерентности, рассмотрим чисто частоту прецессии спина. COSY Infinity [8] не может работать вблизи нулевого значения частоты прецессии спина. Так как это может привести к ошибке из-за резонанса,

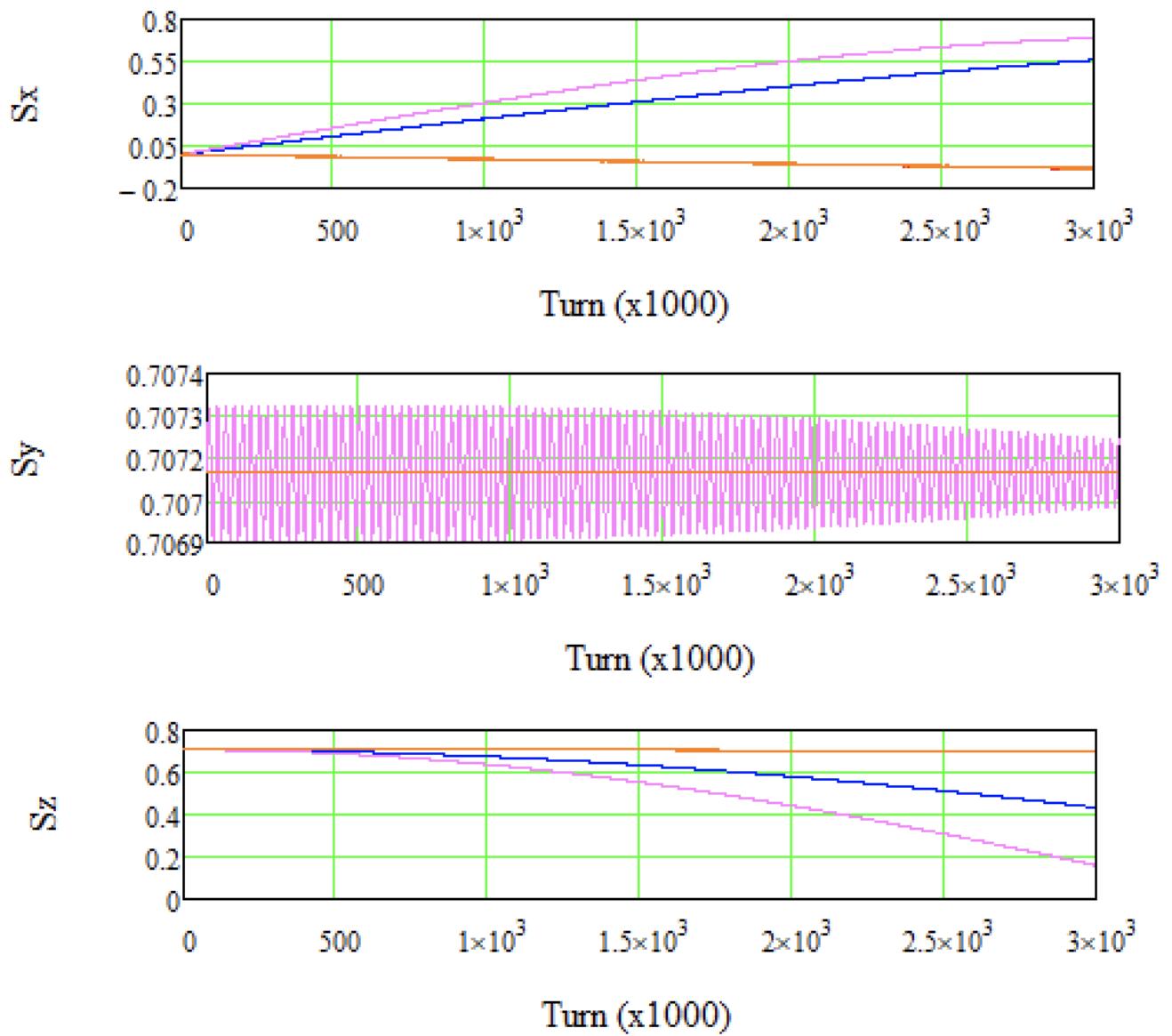


Рисунок 4.12 — Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x$ ,  $y$ ,  $d$  с использованием 2 семейств секступолей для получения нулевой бетатронной хроматичности.

по этой причине отстраиваемся от резонанса до уровня  $\nu_s 10^{-4}$ . Но к частицам предъявляется требование прецессировать синхронно — когерентно. Основным параметром является частота вращения спина, которая в общем случае зависит от координат и энергии. Можно видеть, что доминирующим компонентом является квадратичный член в разложении частоты спиновой прецессии. Это видно на Рисунке 2 для обоих случаев — как для натуральной хроматичности, так и скорректированной хроматичности. По этой причине секступоли могут быть выбраны другим способом, чтобы просто достигнуть спиновой когерентности. Как мы можем видеть из Уравнений 4, 6, недостаточно использовать 2 семейства, таким образом, третье семейство должно быть использовано для подавления

зависимости от энергетической компоненты. Но в регулярных структурах бета и дисперсионные  $\beta$ ,  $D$  - функции не позволяют использовать 3 линейных независимых семейства. На Рисунке 1 показано расположение секступольных семейств: SF1, SF2, SD. В этом методе мы не влияем на хроматичность, просто отслеживаем её значение  $\nu_{x,y} = -13/-18$ . Этого недостаточно для обеспечения стабильного орбитального движения. В этом случае можно видеть, что спиновая когерентность достигнута – нет зависимости частоты спиновой прецессии от координат и энергии (Рисунок 2: зеленая линия). Результаты спинового трекинга частиц подтверждают это утверждение. На Рисунке 4, частота вращения спина  $\nu_s 10^{-7}$ , количество оборотов  $3 \times 10^6$  оборотов или 3 секунды. Частицы с различным начальным отклонением прецессируют с одинаковой спиновой частотой. Но в этом случае максимум секступольного коэффициента принимает большое значение, что может вызвать нелинейные эффекты (Таблица 1).

#### 4.7.3 Коррекция $\alpha_1, \eta_1$

Как мы можем видеть, чистая коррекция бетатронной хроматичности не позволила нам получить нулевой разброс частоты вращения спина. Одновременно, получение спиновой когерентности, путем подавления квадратичного члена частоты спиновой прецессии, не подавляет хроматичность. Это возвращает нас к Уравнению 6. Значение  $\delta_0 \alpha_0$  может быть усреднено с использованием RF для смешивания. Таким образом, чтобы гарантировать нулевое удлинение орбиты, хроматичности должны быть подавлены  $\xi_x, \xi_y$  вместе со значением  $\alpha_0$  до нуля. Это также возможно при использовании 3-х семейств секступолей. Но все равно не позволяет добиться спиновой когерентности. На Рисунке 2 (фиолетовая линия) показана ненулевая зависимость частоты прецессии спина от координат. То же самое происходит, если мы следуем Уравнению 4 и подавляем значение  $\eta_1$  вместе с коррекцией хроматичности (Рисунок 2). Кроме того, максимальное значение секступольного градиента слишком велико и не может быть реализована (Таблица 1).

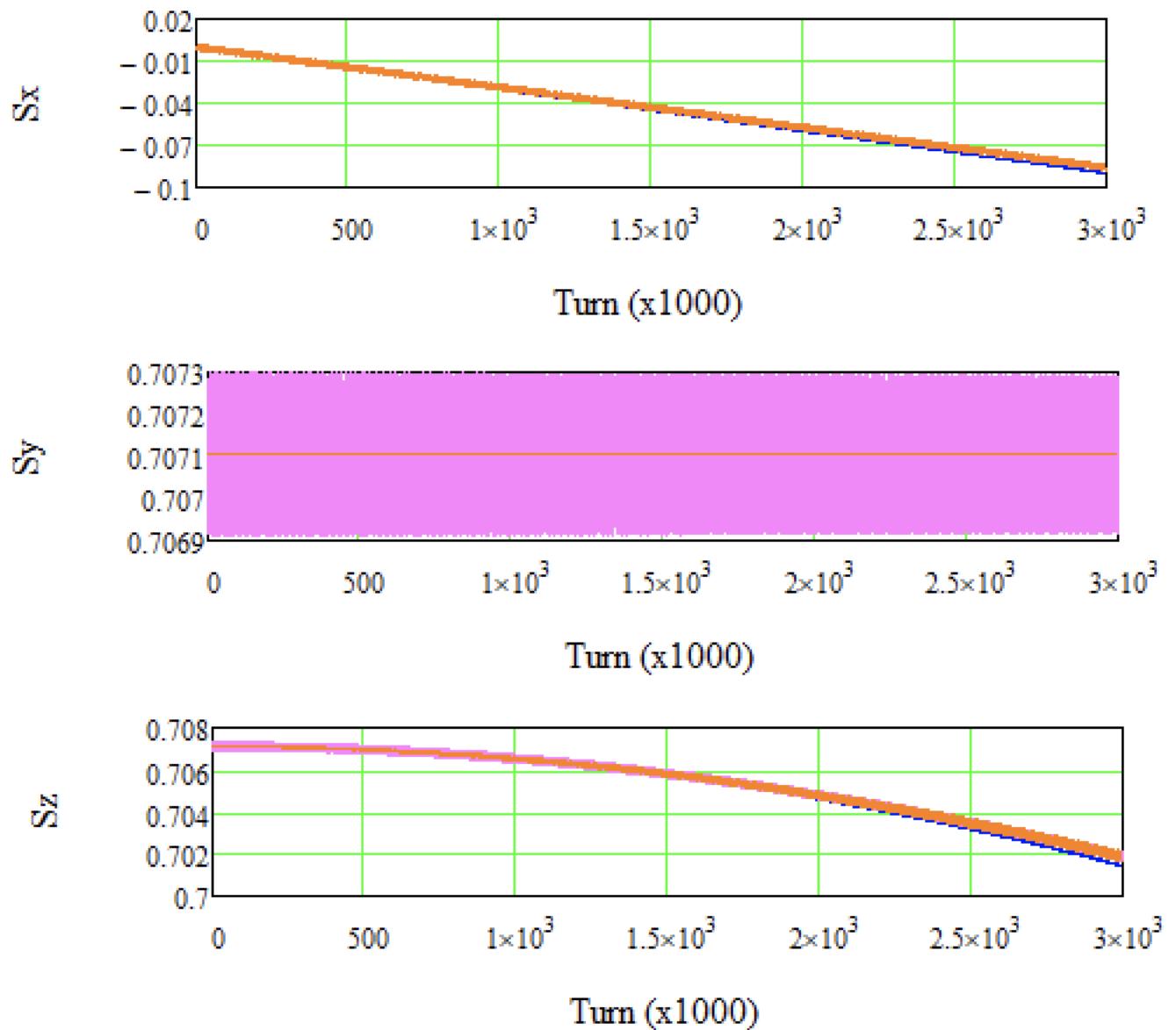


Рисунок 4.13 — Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x$ ,  $y$ ,  $d$  с использованием 3 семейств секступолей для получения спиновой когерентности.

#### 4.7.4 Вывод

Подводя итог, рассмотрено явление спиновой декогеренции одновременно с бетатронной хроматичностью на накопительном кольце ByPass NICA. При этом, кольцо, функционирует в режиме "Квази-Замороженного спина" и может быть использован для экспериментов по исследованию ЭДМ дейтрона. Были рассмотрены различные случаи оптимизации секступолями. Квадратичные члены в разложении по частоте спиновой прецессии являются наиболее важными и представляют зависимость от координат и энергии. Все основные параметры

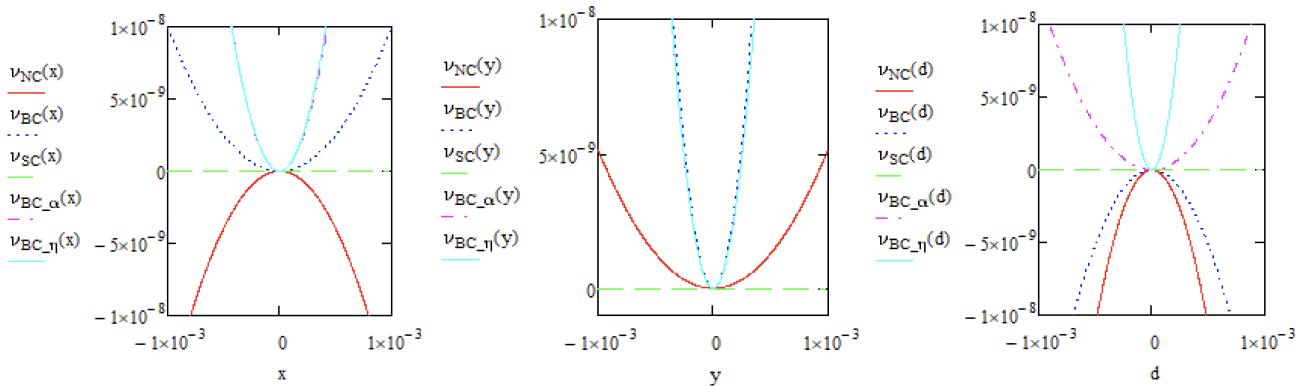


Рисунок 4.14 — Зависимость частоты прецессии спина от координат  $x$ ,  $y$ ,  $d$  для различных случаев оптимизации. NC – натуральная хроматичность (красная линия); BC – нулевая (бетатронная) хроматичность (синяя пунктирная линия); SC – спиновая когерентность (зеленая линия);  $BC_\alpha$  – нулевая хроматичность и  $\alpha_1 = 0$  (фиолетовая линия);  $BC_{eta}$  – нулевая хроматичность и ноль  $\eta_1 = 0$  (светло-голубая линия).

ры, которые подвергались мониторингу, приведены в Таблице 1. Исследование показывает, что невозможно использовать 3 семейства секступолей в регулярной структуре для достижения как бетатронной хроматичности, так и спиновой когерентности. Более того, максимальное значение коэффициента секступолей неудовлетворительно и может привести к нелинейным неустойчивостям. Стоит отметить, что регулярная дисперсионная функция на поворотной арке не позволяет найти 3 линейных независимых семейства, так как они располагаются в одних и тех же минимумах/максимумах бета и дисперсионных  $\beta$ ,  $D$  - функциях. Однако, возможно промодулировать дисперсионную функцию таким образом, чтобы получить 3 линейных независимых семейства секступолей. Также одним из возможных решений проблемы является использование охлажденного пучка на уровне  $dp/p \approx 10^{-5}$ . Это может помочь свести к минимуму  $\gamma$ -эффективное и, наконец, обеспечить спиновую когерентность одновременно с подавленной бетатронной хроматичностью.

## Выводы

Рассмотрена спин-орбитальная динамика элементарных частиц в синхротронах, функционирующих, в режиме накопительного кольца.

1. Исследована спиновая динамика в электрических и магнитных полях. Изучено поведение спина в электростатических дефлекторах, а также фильтрах Вина для реализации квази-замороженного спина;
2. Рассмотрена модернизация кольца для независимых ЭДМ экспериментов, с сохранением функции бустера. Предложены 8-ми и 16-ти периодическая структуры с реализованной концепцией квазизамороженного спина. Большим преимуществом обладает структура с использованием фильтров Вина, которая может быть использована как для изучения ЭДМ дейтрана, так и протона при меньшей энергии;
3. Метод введения обводных bypass позволяет создать альтернативные прямые участки и в конечном счёте расширить область применения синхротрона для фундаментальных исследований по прецезионным экспериментам;
4. Исследована возможность получения когерентного пучка в регулярной структуре, необходимого для применения метода частотной области при изучении ЭДМ. Показано, что управление достигается использованием секступолей. Однако, подавление хроматичности и достижение когерентности при использовании только двух семейств секступолей невозможно. Требуется как минимум 3 независимых семейства, расположенных в максимумах бета и дисперсионной функций. Такой подход требует внесения нерегулярности, что например возможно в резонансной структуре.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе анализа внутрипучкового рассеяния, а также стохастического охлаждения показано, что использование метода 'резонансной' структуры способно увеличить эффективность стохастического охлаждения. Особенно эффективным может быть использование 'комбинированной' структуры. Однако, эффекты ВПР для приведенных структуры оказались в несколько раз большими и в конечном счёте недостаточными, делая предпочтительной 'регулярную' структуру для тяжелоионного эксперимента.
2. Для коллайдерных экспериментов с протонами рассмотрена 'резонансная' структура варьированой критическая энергия, что использовано для рассмотрения адаптированной структуры коллайдера NICA.
3. Численные исследования показали, что прохождение критической энергии может вызывать нестабильность продольного фазового движения. Использование процедуры скачка критической энергии может быть использовано для преодоления этой проблемы. Получены экспериментальные данные процедуры скачка критической с синхротрона У-70, которые находятся в соответствии с проведенным численными оценками с учетом высших порядков разложения коэффициента уплотнения орбиты и импедансов для различных интенсивностей сгустка.
4. Использование процедуры скачка для коллайдера NICA ограничено величиной скачка критической энергии, а также для гармонического ВЧ темпом изменения критической энергии по сравнению с темпом ускорения пучка. Что делает невозможным использование процедуры для этого типа ВЧ. Для барьерного ВЧ приведены оценки продольной микроволновой неустойчивости, показывающие существенное ограничение на параметры конечного сгустка.
5. Для исследования спиновой динамики и реализации "квази-замороженного" спина в коллайдере NICA рассмотрено введение обводных каналов bypass. На прямых участках предлагается расположение фильтров Вина для компенсации поворота спина под действием МДМ в магнитной арке.

6. Рассмотрена модернизированная структура синхротрона Nuclotron с сохранением функции бустера поляризованного пучка в коллайдер NICA. В предложенных 8/16-периодичных структурах возможно проведение независимых прецезионных экспериментов по исследованию ЭДМ дейтрана и протона, а также осуществлению поиска аксиона в режиме сканирующей антенны.

Проведенные исследования показывают особенности применения ускорительной техники для фундаментальных экспериментов.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Сеничеву Ю. В. за поддержку, помошь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит коллег Аксентьева А. Е. и Мельникова А. А. за помошь в регулярных обсуждениях и работе с образцами. Сотрудников ОИЯИ Лебедева В. А. за плодотворные дискуссии, Сыресина Е. М. и Ладыгина В. П. за поддержку в изучении установки Nuclotron-NICA.

Автор также благодарит директора ИФВЭ Иванова С. В. за возможность участия в сеансе на синхротроне У-70, а также сотрудников ОУК ИФВЭ Калинина В. А., Пашкова П. Т., Ермолаева А. Д. за всестороннюю помошь в проведении экспериментальных наблюдений.

## Словарь терминов

**Критическая энергия** : (*англ. transition energy*) ;

**Коэффициент уплотнения орбиты** : (*англ. momentum compaction factor*) показатель зависимости относительного удлинения орбиты от разброса по импульсу нереференсной частицы;

**Коэффициент проскальзывания** : (*англ. slip-factor*) показатель зависимости относительного изменения периода обращения от разброса по импульсу нереференсной частицы;

**Регулярная структура** : магнитооптическая ;

**Суперпериод** : ;

**Резонансная структура** : ;

**Комбинированная структура** : ;

**Дуальная структура** : ;

**NICA** : (аббревиатура от *англ. Nuclotron-based Ion Collider fAcility*) название коллайдера, расположенного в Объединенном Институте Ядерных Исследований (ОИЯИ) в г. Дубна, Россия;

**Nuclotron** : независимая установка для ускорения частиц на эксперимент BM@N и изучения управления поляризацией, в будущем – осуществлять функцию бустера поляризованных частиц в коллайдер NICA;

**МДМ** : магнитный дипольный момент элементарных частиц, обусловленный ;  
**Аномальный магнитный момент** : отклонение величины магнитного момента элементарных частиц от предсказания релятивистской квантово-механической теорией;

**ЭДМ** : электрический дипольный момент элементарных частиц, обусловленный неоднородностью распределения заряда;

**Поляризованные пучки** : ;

**Поляризация** : ;

**Декогеренция спина** : ;

**Прямые фильтры Вина** : ;

**Обводные каналы bypass** : ;

## Список литературы

1. (to be written) Dual-structure features for heavy ion and light particles at NICA collider / S.D. Kolokolchikov, A.E. Aksentyev, A.A. Melnikov, Yu.V. Senichev // *Chinese Physics C*. — 2025.
2. *Kolokolchikov S. D., Senichev Y. V.* Magneto-Optical Structure of the NICA Collider with High Transition Energy // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2021. — Vol. 84, no. 10. — Pp. 1734–1742. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778821100185>.
3. *Kolokolchikov S., Senichev Yu.* Peculiarities of Crossing and Raising the Synchrotron Transition Energy // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2023. — Vol. 86, no. 10. — Pp. 2260–2264. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778823110236>.
4. Formation of Polarized Proton Beams in the NICA Collider-Accelerator Complex / E. M. Syresin, A. V. Butenko, P. R. Zenkevich et al. // *Physics of Particles and Nuclei*. — 2021. — Vol. 52, no. 5. — Pp. 997–1017. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063779621050051>.
5. *Kolokolchikov S.D., Senichev Yu.V., Kalinin V.A.* (to be published) Transition energy crossing in harmonic RF at U-70 proton synchrotron // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2025.
6. (to be published) Transition energy crossing in NICA collider of polarized proton beam in harmonic and barrier RF / S.D. Kolokolchikov, Yu.V. Senichev, A.E. Aksentyev, A.A. Melnikov // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2025.
7. Longitudinal Dynamic in NICA Barrier Bucket RF System at Transition Energy Including Impedances in BLonD / S. Kolokolchikov, Yu. Senichev, A. Aksentev et al. // *Physics of Particles and Nuclei Letters*. — 2024. — Vol. 21, no. 3. — Pp. 419–424. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1547477124700389>.
8. Acceleration and crossing of transition energy investigation using an RF structure of the barrier bucket type in the NICA accelerator complex / S. Kolokolchikov, Y. Senichev, A. Melnikov, E. Syresin // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2023. — Vol. 2420, no. 1. — P. 012001. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2420/1/012001>.

9. Transition Energy Crossing of Polarized Proton Beam at NICA / S. Kolokolchikov, Yu. Senichev, A. Aksentiev et al. // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2024. — Vol. 87, no. 3. — Pp. 212–215. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778824700054>.
10. Quasi-frozen spin concept of magneto-optical structure of NICA adapted to study the electric dipole moment of the deuteron and to search for the axion / Y Senichev, A Aksentyev, S Kolokolchikov et al. // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2023. — Vol. 2420, no. 1. — P. 012052. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2420/1/012052>.
11. Designing Bypass Channels in NICA Accelerator Complex for Polarized Beam Experiments for EDM Search / S. Kolokolchikov, A. Aksentyev, A. Melnikov et al. // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2023. — Vol. 86, no. 11. — Pp. 2423–2428. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778823110248>.
12. ByPass optics design in NICA storage ring for experiment with polarized beams for EDM search / S Kolokolchikov, A Aksentyev, A Melnikov et al. // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2024. — Vol. 2687, no. 2. — P. 022026. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2687/2/022026>.
13. NICA Facilities for the Search for EDM Light Nuclei / Yu. Senichev, A. Aksentyev, S. Kolokolchikov et al. // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2024. — Vol. 87, no. 4. — Pp. 436–441. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778824700534>.
14. Consideration of an Adapted Nuclotron Structure for Searching for the Electric Dipole Moment of Light Nuclei / Yu. V. Senichev, A. E. Aksentyev, S. D. Kolokolchikov et al. // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2023. — Vol. 86, no. 11. — Pp. 2434–2438. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778823110418>.
15. (to be written) Modernization of Nuclotron as booster for NICA and EDM experiment / S.D. Kolokolchikov, A.E. Aksentyev, A.A. Melnikov, Yu.V. Senichev // *JETP Letters*. — 2025.
16. Spin Coherence and Betatron Chromaticity of Deuteron Beam in “Quasi-Frozen”Spin Regime / S. Kolokolchikov, A. Aksentiev, A. Melnikov, Yu. Senichev // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2023. — Vol. 86, no. 12. — Pp. 2684–2688. — URL: <https://doi.org/10.1134/S106377882311025X>.

17. Spin coherence and betatron chromaticity of deuteron beam in NICA storage ring / S Kolokolchikov, A Aksentyev, A Melnikov, Y Senichev // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2024. — Vol. 2687, no. 2. — P. 022027. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2687/2/022027>.
18. *Trubnikov Grigory, Sidorin Anatoly, Shurkhno Nikolay.* NICA cooling program // *Cybern. Phys.* — 2014. — Vol. 3, no. 3. — Pp. 137–146.
19. Physics and Technique of Stochastic Cooling / Dieter Mohl, G. Petrucci, L. Thorndahl, Simon Van Der Meer // *Phys. Rept.* — 1980. — Vol. 58. — Pp. 73–119.
20. *Mohl Dieter.* The Status of stochastic cooling // *Nucl. Instrum. Meth. A*. — 1997. — Vol. 391. — Pp. 164–171.
21. *Caspers F., Möhl D.* Stochastic Cooling In Hadron Colliders // 17th International Conference on High-Energy Accelerators. — 1998. — Pp. 398–401.
22. *Church Mike.* Stochastic cooling at Fermilab // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 1997. — Vol. 391, no. 1. — Pp. 172–175. — Proceedings of the Eleventh International Advanced ICFA Beam Dynamic Workshop on Beam Cooling and Instability Damping Dedicated to the 30th Anniversary of Electron Cooling on board a ship from Moscow to Nizhny Novgorod. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900297003586>.
23. *Senichev Yu. V., Chechenin A. N.* Theory of “Resonant”lattices for synchrotrons with negative momentum compaction factor // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 2007. — Vol. 105, no. 5. — Pp. 988–997. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063776107110118>.
24. *Senichev Y.* Advanced HESR Lattice with Non-Similar Arcs for Improved Stochastic Cooling // Proc. COOL’07. — JACoW Publishing, Geneva, Switzerland, 2007. — Pp. 102–105. — URL: <https://jacow.org/cl07/papers/TUA2C07.pdf>.

25. *Senichev Yu. V., Chechenin A. N.* Construction of “resonant” magneto-optical lattices with controlled momentum compaction factor // *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* — 2007. — Vol. 105, no. 6. — Pp. 1141–1156. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063776107120060>.
26. MADX. — URL: <https://madx.web.cern.ch/>.
27. *Antoniou F, Zimmermann F.* Tech. Rep.: — Geneva: CERN, 2012. — URL: <https://cds.cern.ch/record/1445924>.
28. *Костромин С.А. Мешков И.Н. Сидорин А.О. Смирнов А.В. Трубников Г.В. Шурхно Н.А.* Применение методов охлаждения пучков в проекте NICA // *Письма в ЭЧАЯ.* — 2012. — Vol. 9, no. 4-5(174-175). — Pp. 537–562.
29. *Lee S Y.* Accelerator Physics 3rd Edition. — World Scientific, 1998. — 556 pp. — URL: <https://doi.org/10.1142/8335>.
30. *Ng K. Y.* Physics of Intensity Dependent Beam Instabilities // U.S. Particle Accelerator School (USPAS 2002). — 2002. — 4.
31. *Risselada T.* Gamma transition jump schemes // CERN Accelerator School: Course on General Accelerator Physics. — 1992. — Pp. 313–327.
32. *at al. R. Ainsworth.* Transition Crossing in the Main Injector For PIP-II. — URL: [FERMILAB-CONF-17-143-AD](#).
33. BLonD. — URL: <https://blond.web.cern.ch/>.

## Список рисунков

1.1 Регулярная ФОДО структура. . . . .	20
1.2 "Резонансная"магнитооптическая структура с повышенной критической энергией. . . . .	20
1.3 "Резонансная"магнитооптическая структура с реальной и комплексной критической энергией в арках. . . . .	21
1.4 Зависимость времени охлаждения от энергии . . . . .	22
1.5 Зависимость постоянной времени разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния в регулярной, «резонансной» и комбинированной структурах от энергии пучка. . . . .	23
 2.1 Твист-параметры $\beta_{x,y}$ , $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнэтной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная. . . . .	28
2.2 а) Классическая синхротронная частота и тем изменения огибающей сепаратрисы в окрестности критической энергии от номера оборота; б) изменение первого и второго порядка коэффициента проскальзывания $\eta_0$ , $\eta_1\delta$ в окрестности критической энергии от номера оборота. . . . .	31
2.3 Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 13 ГэВ для трёх моделей без скачка и учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая – $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая – $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ , ‘exact’ solver. . . . .	32
2.4 Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ без скачка, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей. . . . .	35
2.5 Твист-параметры $\beta_x, \beta_y, D_x$ для суперпериода У-70 а) регуляная структура; б) структура с модулированной дисперсией. . . . .	36
2.6 а) Поднятие критической энергии при процедуре скачка; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0$ . . . . .	37

2.7	а) Скачок критической энергии на сеансе У-70. Зелная линия – сигнал с фазового датчика, фиолетовая – градиент в обмотках дополнительных квадрупольей, голубая – сигнал с пикового детектора; б) Продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка. . . . .	38
2.8	Изменение длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70. . . . .	38
2.9	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 12.9 ГэВ для трёх моделей со скачком, без учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая – $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая – $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ , ‘exact’ solver. . . . .	39
2.10	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 8.9 ГэВ со скачком, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей. . . . .	39
2.11	Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз. . . . .	42
2.12	Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии. . . . .	42
2.13	Зависимость бетатронной частоты в $x$ , $y$ – плоскости от критического значения Лоренц-фактора $\gamma_{tr}$ при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах. . . . .	43
2.14	Динамические апертуры ( $x$ –плоскость слева, $y$ –плоскость справа) для различных (а-г) рабочих точек с $\frac{dp}{p} = 0$ . . . . .	44
2.15	а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$ при процедуре скачка на $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ с темпом $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0 = \pm 1 \times 10^{-3}$ . . . . .	45
2.16	Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя $\gamma_{tr}$ , красная линия – энергия референсной частицы. . . . .	47

2.17 Изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0$ при процедуре скачка с использованием барьера ВЧ. . . . .	48
2.18 Нормализированная форма сигнала от ВЧ барьера. . . . .	49
2.19 Разложение сигнала от ВЧ барьера типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева – форма ВЧ барьеров, справа – амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера. . . . .	50
2.20 Слева – импеданс пространственного заряда; справа – Напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости. . . . .	50
2.21 Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева – начальное распределение, справа – распределение после $2 \times 10^5$ . . .	51
2.22 Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева – начальное распределение, справа – распределение после $6 \times 10^3$ оборотов. . . . .	52
2.23 Зависимость количества частиц в барьере ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости. . . . .	54
2.24 Изменение поляризации во время процедуры скачка критической энергии: (а) ускорение на этапе 2, (б) скачок на этапе 3. . . . .	56
 3.1 Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек. QF1, QF2 – фокусирующие квадруполи, QD – дефокусирующие квадруполи, B – поворотный магнит. . . . .	62
3.2 Твист-параметры $\beta_{x,y}$ , $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнэтной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная. . . . .	63
3.3 Twiss-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%. . . . .	64
3.4 Подавление дисперсии в регулярной структуре. . . . .	67
3.5 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	68
3.6 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	69
3.7 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	70

3.8	Динамическая аппретура для случая плавления дисперсии крайними квадруполями. Слева – x-плоскость; справа – y-плоскость.	71
3.9	Динамическая апертура в случае подавление дисперсии двумя семействами квадрупольей. Слева – x-плоскость; справа – y-плоскость.	72
4.1	Вращение положительно заряженной частицы а) в магнитном поле; б) электростатическом поле. . . . .	77
4.2	Поворот спина в арке относительно импульса. . . . .	79
4.3	Твисс-функции текущей регулярной структуры Nuclotron. . . . .	83
4.4	Принципиальная схема обходных каналов ByPass в существующем комплексе NICA. . . . .	89
4.5	Принципиальная схема ByPass с 3 квадруполями. . . . .	91
4.6	Twiss-параметры для ByPass с 3 квадруполями. Черными линиями показано расположение дефлекторов. . . . .	92
4.7	Принципиальная схема ByPass с 5 квадруполями. . . . .	92
4.8	Twiss-параметры для ByPass с 5 квадруполями. Черными линиями показано расположение дефлекторов. . . . .	93
4.9	Принципиальная схема адаптированной структуры кольца NICA с ByPass. . . . .	94
4.10	Twiss-функции для половины адаптированной структуры кольца NICA с ByPass. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке. .	94
4.11	Twiss-параметры ByPass NICA для дейtronного режима в OptiM. Также показано расположение секступольных семейств. . . . .	97
4.12	Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах x, y, d с использованием 2 семейств секступолей для получения нулевой бетатронной хроматичности. . . . .	98
4.13	Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах x, y, d с использованием 3 семейств секступолей для получения спиновой когерентности. . . . .	100
4.14	Зависимость частоты прецессии спина от координат x, y, d для различных случаев оптимизации. NC – натуральная хроматичность (красная линия); BC – нулевая (бетатронная) хроматичность (синяя пунктирная линия); SC – спиновая когерентность (зеленая линия); $BC_\alpha$ – нулевая хроматичность и $\alpha_1 = 0$ (фиолетовая линия); $BC_{eta}$ – нулевая хроматичность и ноль $\eta_1 = 0$ (светло-голубая линия). . . . .	101

**Список таблиц**

1	Результаты численного моделирования прохождения критической энергии, в том числе с учётом влияния различных импедансов для различных интенсивностей. . . . .	34
2	Основные параметры кольца и ВЧ для У-70 . . . . .	37
3	Изменение рабочей точки в процессе процедуры скачка критической энергии на У-70. . . . .	38
4	Результаты численного моделирования прохождения критической энергии скачком с учетом влияния различных импедансов для различных интенсивностей . . . . .	40