

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт  
ядерных исследований Российской академии наук



На правах рукописи  
УДК xxx.xxx

Колокольчиков Сергей Дмитриевич

**Исследование динамики поляризованного пучка в  
ускорительном комплексе NICA-Nuclotron в приложении  
к изучению электрического дипольного момента легких  
ядер**

Специальность 1.3.15 —  
«Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
профессор, доктор физико-математических наук  
Сеничев Юрий Валерьевич

Москва — 2024

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>Глава 1. Особенности двойственной магнитооптической структуры коллайдера NICA для ускорения тяжелых ионов и легких частиц частиц . . . . .</b>	<b>10</b>
1.1 Дуальность магнитооптической структуры NICA для тяжелых ионов и легких ядер . . . . .	10
1.1.1 Оптимизация времени жизни пучка . . . . .	10
1.1.2 Стохастическое охлаждение . . . . .	11
1.1.3 Внутрипучковое рассеяние . . . . .	17
1.1.4 Протонная мода . . . . .	19
1.2 Выбор критической энергии в магнитооптической структуре с учетом ускорения тяжелых ионов и легких частиц. . . . .	19
1.2.1 Критическая энергия . . . . .	19
1.3 Решение проблемы внутрипучкового рассеяния для тяжелых ионов и протонов в ускорителе NICA . . . . .	20
1.4 IBS в «резонансной» и регулярной структурах . . . . .	20
1.5 Заключение . . . . .	20
<b>Глава 2. Регулирование критической энергии методом резонансной вариации дисперсионной функции в коллайдере NICA . . . . .</b>	<b>22</b>
2.1 Краткий обзор теории построения «Резонансной» магнитооптической структуры . . . . .	23
2.2 Построение резонансной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО . . . . .	26
2.3 Оптимизация магнитооптической структуры коллайдера . . . . .	27
2.4 Регулярная ФОДО структура с суперпериодической модуляцией градиентов линз . . . . .	27
2.5 Подавление дисперсии на краях поворотных арок . . . . .	29
2.5.1 Полностью регулярная магнитооптическая структура . . . . .	30
2.5.2 Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов	31

2.5.3	Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадрупольей двух семейств. . . . .	34
2.6	Подавление натуральной хроматичности и компенсация нелинейных эффектов хроматических секступолей . . . . .	36
2.7	Заключение . . . . .	37
2.8	Оптимизация динамической апертуры и выбор рабочей точки . .	37
2.9	Исследование динамической апертуры в синхротроне NICA с учетом требуемой модуляции дисперсионной функции для повышения критической энергии . . . . .	37
<b>Глава 3.</b>	<b>Прохождение критической энергии в регулярной магнитооптической структуре синхротрона NICA . . . . .</b>	<b>40</b>
3.1	Построение регулярной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО . . . . .	41
3.2	Типы подавителей дисперсии в арках с регулярной структурой с краевыми пропущенными магнитами и/или квадруполями с варьируемыми градиентами . . . . .	41
3.3	Прохождение критической энергии в У-70 . . . . .	41
3.4	Продольная микроволновая неустойчивость . . . . .	47
3.5	Прохождение критической энергии в ускорителе NICA с регулярными арками . . . . .	55
3.5.1	Прохождение через критическую энергию за счет быстрого изменения бетатронной частоты . . . . .	55
3.5.2	Оптимизация динамической апертуры при прохождении критической энергии . . . . .	58
3.5.3	Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии . . . . .	58
3.5.4	Динамика синхротронного движения с учетом зависимости MCF от квадратичного члена разброса по импульсам при прохождении критической энергии быстрым скачком в ВЧ типа Barrier Bucket . . . . .	58
3.5.5	Учет импеданса, влияние пространственного заряда . . . .	60
3.5.6	Проведение численного моделирования продольной динамики частиц с учетом высших порядков slip-factor . .	61

3.5.7 Сохранение поляризации при прохождении критической энергии . . . . .	63
3.6 Ускорение и накопление пучка с использованием ВЧ резонаторов и barrier bucket cavity . . . . .	63
3.7 Заключение . . . . .	63
<b>Глава 4. Изучение особенностей магнитооптической структуры синхротронов NICA и Nuclotron с учетом ускорения поляризованных пучков и модернизация магнитооптической структуры Nuclotron с учётом возможности изучения ЭДМ . . . . .</b>	<b>64</b>
4.1 Прохождение критической энергии ускорителя NICA в синхротроне Nuclotron . . . . .	65
4.2 Требования к магнитооптической структуре синхротронов NICA-Nuclotron в задаче исследования электрического дипольного момента легких ядер . . . . .	66
4.2.1 Электростатический дефлектор . . . . .	67
4.2.2 Прямой фильтр Вина . . . . .	68
4.2.3 Длина элемента . . . . .	69
4.2.4 Сорт частиц . . . . .	69
4.2.5 Энергия эксперимента . . . . .	70
4.3 Магнитооптика Nuclotron . . . . .	70
4.3.1 8-периодическая структура . . . . .	70
4.3.2 Модернизированная 16-периодическая структура . . . . .	72
4.4 Адаптация существующей структуры синхротрона NICA для реализации режима «квази-замороженного спина» . . . . .	72
4.4.1 Метод введения ByPass с расположенным на них Wien filters . . . . .	73
4.4.2 Предпосылки модернизации главного кольца NICA . . . . .	73
4.4.3 Магнитооптическая структура с отводными каналами ByPass . . . . .	75
4.5 Спин-орбитальная динамика пучка в Wien filters, спин-орбитальный трекинг в магнитном кольце со скрещенными E+B элементами . . . . .	80
4.5.1 Режим «квази-замороженного спина» . . . . .	81

4.5.2	Декогеренция спина . . . . .	81
4.5.3	Секступольная коррекция . . . . .	82
4.5.4	Коррекция $\alpha_1, \eta_1$ . . . . .	86
4.5.5	Вывод . . . . .	87
4.6	Исследование поведения поляризации пучка при совершении процедуры скачка критической энергии . . . . .	87
4.7	Результаты математического 3D моделирования динамики пучка в ускорительном комплексе NICA-Nuclotron . . . . .	87
<b>Заключение . . . . .</b>		88
<b>Словарь терминов . . . . .</b>		89
<b>Список рисунков . . . . .</b>		90
<b>Список таблиц . . . . .</b>		94

## Введение

Данная работа посвящена исследованию динамике поляризованных пучков в ускорителе.

Представленные исследования исходят из возможности изучения в комплексе NICA-Nuclotron. Построенный ускорительный комплекс является проектом мегасайнс и оборудован передовой материально-технической базой, отвечающей мировым тенденциям в ускорительной технике. Основными функционирующими установками являются: коллайдер NICA, бустер тяжелых ионов Booster, а также Nuclotron.

Коллайдер NICA, имеет 2 места встречи, в которых расположены детектора: MPD(Multi-Purpose Detector) и SPD(Spin Polarized Detector). Каждый из них предназначен для разных экспериментов. MPD-детектор – будет использован для исследования кварк-глюонной плазмы, возникающей в результате столкновений тяжелых ионов золота. SPD-детектор направлен на изучение поведения сталкивающихся поляризованных пучков протонов и дейtronов. Таким образом, структура коллайдера должна быть использована как для ускорения пучков тяжелых ионов, так и легких. При этом требования, предъявляемые для удержания пучка для разного сорта частиц, отличаются. При ускорение тяжелых ионов, из-за внутрипучкового рассеяния,

Подготовка и ускорение поляризованных пучков для экспериментов на детекторе SPD представляет особый интерес и будет рассмотрено в этой работе.

Nuclotron является бустером, однако, требующем модернизации. Соответствующий концепт модернизации рассмотрен с точки зрения использования Nuclotron в тесной связке с коллайдером NICA.

**Целью** данной диссертации является изучение особенностей динамики поляризованного пучка в ускорительном комплексе NICA-Nuclotron с учетом возможной модернизации магнитооптической структуры комплекса для исследования электрического дипольного момента. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Моделирование магнитооптики с модулированной дисперсионной функцией;
2. Расчет времени внутрипучкового рассеяния;

3. Проведение численного моделирования продольной динамики частиц с учетом высших порядков коэффициента скольжения в ВЧ гармонического и барьерного типа;
4. Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии, подавление хроматичности, компенсация нелинейных эффектов;
5. Сохранение поляризации пучка при совершении процедуры скачка критической энергии;
6. Проектирование кольцевого ускорителя с возможностью применения метода «квази-замороженного спина»;
7. Спин-орбитальное моделирование в магнитном кольце с дополнительными элементами со скрещенными магнитными и электрическими полями;

**Методология и методы исследования.**.. Основными методами исследования являются математическое и компьютерное моделирование, численный эксперимент. Для исследования поперечной динамики: MAD-X, OPTIM, продольной динамики: BLonD; спин-орбитальной динамики: COSY Infinity.

#### **Научная новизна:**

1. Исследована возможность проектирования дуальной магнитооптической структуры с возможностью преодоления критической энергии методом вариации критической энергии;
2. Исследована динамика поляризованного пучка при прохождении критической энергии скачком в ВЧ различных типов;
3. Разработка альтернативных прямых секций, путем создания обходных каналов ByPass;
4. Изучена реализации метода «Квази-Замороженного Спина» с установленными фильтрами Вина на альтернативных прямых секциях для возможности изучения ЭДМ дейtronов в накопительном кольце NICA;
5. Модернизация кольца канала Nuclotron с учётом возможности создания режима «Квази-Замороженного Спина» и изучения ЭДМ протона;
6. Изучение спин-орбитальной динамики в предложенных структурах.

**Практическая значимость** работы состоит в том, что рассмотрены общие принципы проектирования магнитооптических структур.

## **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Принципы построения дуальной магнитооптической структуры для тяжелых ионов и протонов (дейtronов? Может сказать «легких ядер»);
2. Методы позволяющие минимизировать влияние внутрипучкового рассения (IBS) для обеспечения достаточного времени жизни пучка;
3. Методы вариации критической энергии в резонансных магнитооптических структурах путем суперпериодической модуляции дисперсионной функции;
4. Принципы построения регулярной структуры с различными методами подавления дисперсии;
5. Результаты исследования продольной динамики поляризованного пучка для процедуры скачка критической энергии;
6. Методы подавления натуральной хроматичности и компенсации нелинейных эффектов секступолями;
7. Принципы проектирования оптимальных магнитооптических структур для изучения электрического дипольного момента легких ядер в режиме «Квази-Замороженного Спина»;
8. Реализована адаптация существующей структуры методом создания альтернативных обходных прямых секций ByPass;
9. Результаты спин-орбитального моделирования динамики поляризованного пучка в спроектированных структурах.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается согласованием аналитических вычислений с результатами численных экспериментов. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на конференциях: ИТЭФ'20, МФТИ'20, RuPAC'21, ЛаПлаз'21, ЛаПлаз'22, IPAC'22, ЛаПлаз'23, IPAC'23, DSPIN RuPAC'23, IPAC'25.

**Личный вклад.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором лично. Содержание диссертации и выносимые на защиту основные положения отражают личный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 0 печатных изданиях, 0 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 0 приложений. Полный объём диссертации составляет 94 страницы, включая 48 рисунков и 0 таблиц. Список литературы содержит 0 наименований.

В **первой** главе: рассматриваются общие принципы проектирования дульной магнитооптической структуры как для тяжелых, так и легких ядер. Рассматривается стабильность пучка с точки зрения времени жизни пучка, подверженного внутрипучковому рассеянию.

Во **второй** главе рассматривается метод вариации критической энергии в «резонансных» магнитооптиках. Для этого вводится суперпериодическая модуляция градиентов квадрупольных линз, тем самым варьируя дисперсионную функцию. Рассмотрен вопрос подавления хроматичности, а также нелинейных эффектов в таких структурах.

**Третья** глава посвящена исследованию возможности прохождения критической энергии, характерней для регулярных структур. Данные численного моделирования, также апробированы на экспериментальной установке.

В **четвёртой** главе рассматривается возможность исследования в комплексе Nuclotron–NICA электрического дипольного момента легких ядер.

В **заключении** приведены результаты работы.

# Глава 1. Особенности двойственной магнитооптической структуры коллайдера NICA для ускорения тяжелых ионов и легких частиц

## Абстракт

Коллайдер NICA будет использован как для проведения коллайдерных экспериментов с тяжелыми ионами, так и легкими поляризованными ядрами. Различное соотношения заряда к массе является существенным при проектировании магнитооптики. Для достижения высокой светимости должно быть гарантировано достаточное время жизни пучка. Также должна быть решена проблема прохождения критической энергии.

## 1.1 Дуальность магнитооптической структуры NICA для тяжелых ионов и легких ядер

### Введение

Для проведения коллайдерных экспериментов, необходимо гарантировать достаточное время жизни пучка [1]. Кроме того, для формирования конечного сгустка, удовлетворяющего требованиям высокой светимости, должна быть решена проблема прохождения критической энергии. [2] Оба этих, ключевых параметра, определяются спроектированной магнитооптической структурой. Дуальная магнитооптическая структура предполагает возможность ускорения как тяжелых ионов (например, золото), так и легких частиц (протоны, дейтроны). Вследствие различного соотношения заряда к массе различается подход к проектированию магнитооптической структуры.

### 1.1.1 Оптимизация времени жизни пучка

Высокое время жизни светимости пучка в коллайдерном эксперименте достигается путем минимизации эффекта внутрипучкового рассеяния, а также

применения стохастического и электронного охлаждений пучка. Это особенно важно для тяжелоионных сгустков. Изменение эмиттанса и разброса по импульсам во времени при наличии охладителя описывается уравнениями

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= \underbrace{-\frac{1}{\tau_{tr}} \cdot \varepsilon}_{\text{cooling}} + \underbrace{\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{IBS}}_{\text{heating}} \\ \frac{d\delta^2}{dt} &= \underbrace{-\frac{1}{\tau_{long}} \cdot \delta^2}_{\text{cooling}} + \underbrace{\left(\frac{d\delta^2}{dt}\right)_{IBS}}_{\text{heating}}\end{aligned}\quad (1.1)$$

где  $\varepsilon$  – поперечный эмиттанс,  $\tau_{tr}$  – поперечное время охлаждения,  $\delta = \frac{\Delta p}{p}$  – разброс по импульсам,  $\tau_{long}$  – продольное время охлаждения. Для независимых от времени, стационарных значений, производные по времени становятся равными нулю, тогда

$$\begin{aligned}\varepsilon_{st} &= \tau_{tr} \cdot \left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{IBS} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{st}} \\ \delta_{st}^2 &= \tau_{long} \cdot \left(\frac{d\delta^2}{dt}\right)_{IBS} \Big|_{\delta^2=\delta_{st}^2}\end{aligned}\quad (1.2)$$

Критерием применимости того, или иного метода охлаждения может быть сравнение характерных времен стохастического и электронного охлаждения со временем жизни с учетом IBS во всем предполагаемом диапазоне энергий.

### 1.1.2 Стохастическое охлаждение

Рассмотрим стохастическое охлаждение, пользуясь приближенной теорией D.Mohl [3,4]. Следуя его основным выводам, скорость охлаждения определяется выражением

$$\frac{1}{\tau_{tr,l}} = \frac{W}{N} \left[ \underbrace{2g \cos \theta \left(1 - 1/M_{pk}^2\right)}_{\substack{\text{coherent} \\ \text{effect(cooling)}}} - \underbrace{g^2 (M_{kp} + U)}_{\substack{\text{incoherent} \\ \text{effect(heating)}}} \right] \quad (1.3)$$

где  $W = f_{max} - f_{min}$  – пропускная способность системы,  $N$  – эффективное число частиц, пересчитанное через соотношение орбиты к длине сгустка с учетом его распределения,  $g$  – fraction of observed sample error corrected per turn,  $U = E(x_n^2)/E(xs2)$  – отношение шума к сигналу,  $M_{pk}$ ,  $M_{kp}$  – факторы смешивания между пикапом – киккером и киккером – пикапом соответственно.

Уравнение (3) в отсутствии шума при  $g = g_0 = \frac{1-M_{pk}^2}{M_{kp}}$  достигает максимум

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tau_{tr}} &= \frac{W}{N} \frac{(1 - 1/M_{pk}^2)^2}{M_{kp}} \\ \frac{1}{\tau_l} &= 2 \frac{W}{N} \frac{(1 - 1/M_{pk}^2)^2}{M_{kp}}\end{aligned}\quad (1.4)$$

коэффициенты смешивания определяются как

$$\begin{aligned}M_{pk} &= \frac{1}{2(f_{max} + f_{min}) \eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}}, \\ M_{kp} &= \frac{1}{2(f_{max} - f_{min}) \eta_{kp} T_{kp} \frac{\Delta p}{p}}\end{aligned}\quad (1.5)$$

где  $\eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}$ ,  $\eta_{kp} T_{kp} \frac{\Delta p}{p}$  – относительные времена смещения частиц (перемещение),  $\eta_{pk}$ ,  $\eta_{kp}$  – коэффициенты проскальзывания, в первом приближении  $\eta_{pk} = \alpha_{pk} - 1/\gamma^2$ ,  $\eta_{kp} = \alpha_{kp} - 1/\gamma^2$ ,  $\alpha_{pk}$ ,  $\alpha_{kp}$  – локальные факторы расширения орбиты первого порядка,  $T_{pk}$ ,  $T_{kp}$  – абсолютные времена пролета между пикапом-киккером и киккером-пикапом соответственно.

Времена стохастического охлаждения ур. (4-5) зависят от соотношения эффективной плотности частиц  $N$  к полосе пропускания системы охлаждения  $W$  и свойств магнитооптики, а именно локальных факторов расширения орбиты  $\alpha_{pk}$ ,  $\alpha_{kp}$ . Максимальное значение полосы частот  $f_{max}$  ограничено критерием неперекрытия “Schottky”-полос пучка. В простейшем случае это условие может быть записано:

$$f_{max} < \frac{1}{\eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}} \quad (1.6)$$

при выполнении которого всегда фактор смешивания  $M_{pk} > 1$ . В обратном случае, эффективность охлаждения становится нулевой. Таким образом, при заданном числе частиц желательно иметь полосу частот максимально возможной. С точки зрения электроники современные технологии позволяют реализовать полосу частот 10 ГГц [5], однако использование ее не всегда возможно из-за

большой величины коэффициента проскальзывания  $\eta_{pk}$  и разброса по импульсам  $\frac{\Delta p}{p}$ .

Уравнение (3) выведено для непрерывного (несгруппированного) пучка. Эффективное число частиц, для случая сгустка, сформированного гармоническим одночастотным ВЧ резонатором, плотность частиц описывается распределением по Гауссу

$$\rho(s) = \frac{N_{bunch}}{\sigma_{bunch}\sqrt{2\pi}} \bullet e^{-\frac{s^2}{2\sigma_{bunch}^2}} \quad (1.7)$$

где  $s$  – расстояние от центра сгустка,  $\sigma_{bunch}$  – дисперсия распределения частиц и  $N_{bunch}$  – число частиц в сгустке. Если принять, что охлаждение определяется его минимальным значением в центре сгустка ( $s = 0$ ), то эффективное значение частиц на орбите длиной  $C_{orb}$  равно:

$$N = \int_0^{C_{orb}} \rho_{max} ds = \frac{N_{bunch}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{bunch}} \bullet C_{orb} \quad (1.8)$$

Для сгустка, сформированного мультигармонической ВЧ системой барьерного типа («Barrier Bucket»), распределение частиц в сгустке близко к однородному с длиной сгустка  $l_{bunch} = 4\sigma_{bunch}$ . Эффективное значение частиц определяется простым соотношением длины сгустка к общей длине орбиты:

$$N = \frac{N_{bunch}}{4\sigma_{bunch}} \bullet C_{orb} \quad (1.9)$$

Подводя итог, можно сказать, что эффективное значение частиц зависит от распределения и определяется форм-фактором  $F_{bunch}$ , лежащим в пределах  $F_{bunch} = \sqrt{2\pi} \div 4$

$$N = N_{bunch} \bullet \frac{C_{orb}}{F_{bunch} \bullet \sigma_{bunch}} \quad (1.10)$$

Для NICA примем максимальный фактор  $F_{bunch} = 4$ , и при ее ориентировочных параметрах  $C_{orb} = 503.04$  м,  $\sigma_{bunch} = 0.6$  м,  $N_{bunch} = 2.2 \bullet 10^9$ . С учетом опыта работы FNAL [6] вполне реалистичные значения для полосы частот являются  $f_{max} = 8$  ГГц и  $f_{min} = 2$  ГГц. Для NICA выбрано  $f_{max} = 4$  ГГц и  $f_{min} = 2$  ГГц. При таких параметрах максимальная достижимая скорость охлаждения  $1/\tau_{tr} = 1/230$  с<sup>-1</sup>.

Однако эффективность стохастического охлаждения в значительной степени зависит от свойств магнитооптики. Рассмотрим 3 возможных вариации:

1. Регулярная ФОДО структура;
2. «Резонансная» магнитооптическая оптика с повышенной критической энергией;
3. «Резонансная» магнитооптическая с реальной и комплексной энергиями.

### Регулярная ФОДО структура

В таких структурах  $\gamma_{tr} \approx v_x$ , критическая энергия набирается за счет горизонтальной частоты. На рис. 1 показано поведение  $\beta$ -функций и  $D$  дисперсии на всем кольце. Прямые участки необходимы для анализа резонансных свойств всей структуры, их устройство не влияет на внутрипучковое рассеяние и критическую энергию. Для подавления дисперсии в регулярной структуре используются два крайних фокусирующих магнита с обоих сторон арки.

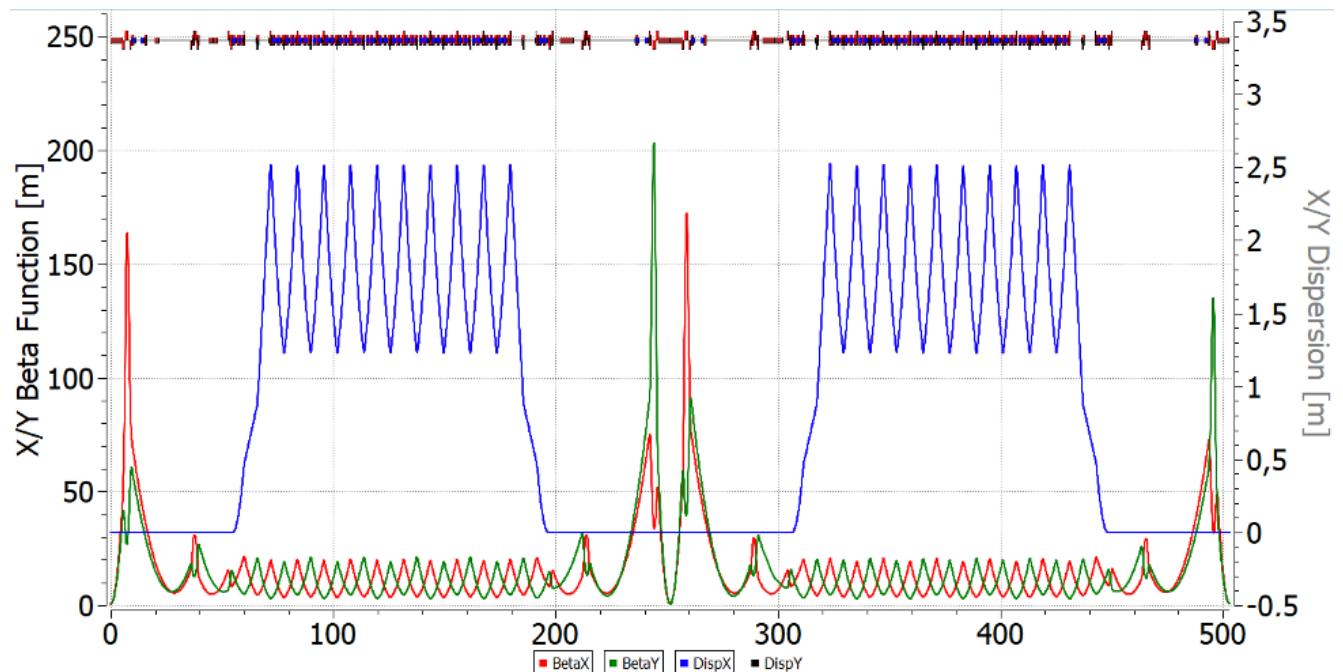


Рисунок 1.1 — Регулярная ФОДО структура.

### «Резонансная» структура

Структура построена по принципу резонансной модуляции дисперсионной функции [7,8]. Таким образом может быть варьирована критическая энергия для её поднятия выше энергии эксперимента, можно избежать проблем с прохождением критической энергии. Для подавления дисперсии может быть использовано как два крайних фокусирующих магнита с обоих сторон арки, так и при помощи только двух семейств фокусирующих квадрупольей на арке

[9], при достижении целого числа бетатронных колебаний Рис. 2. Причем компенсация нелинейного вклада сектуполей, подавление дисперсии на прямых участках, сохраняются во всем интервале значений критической энергии.

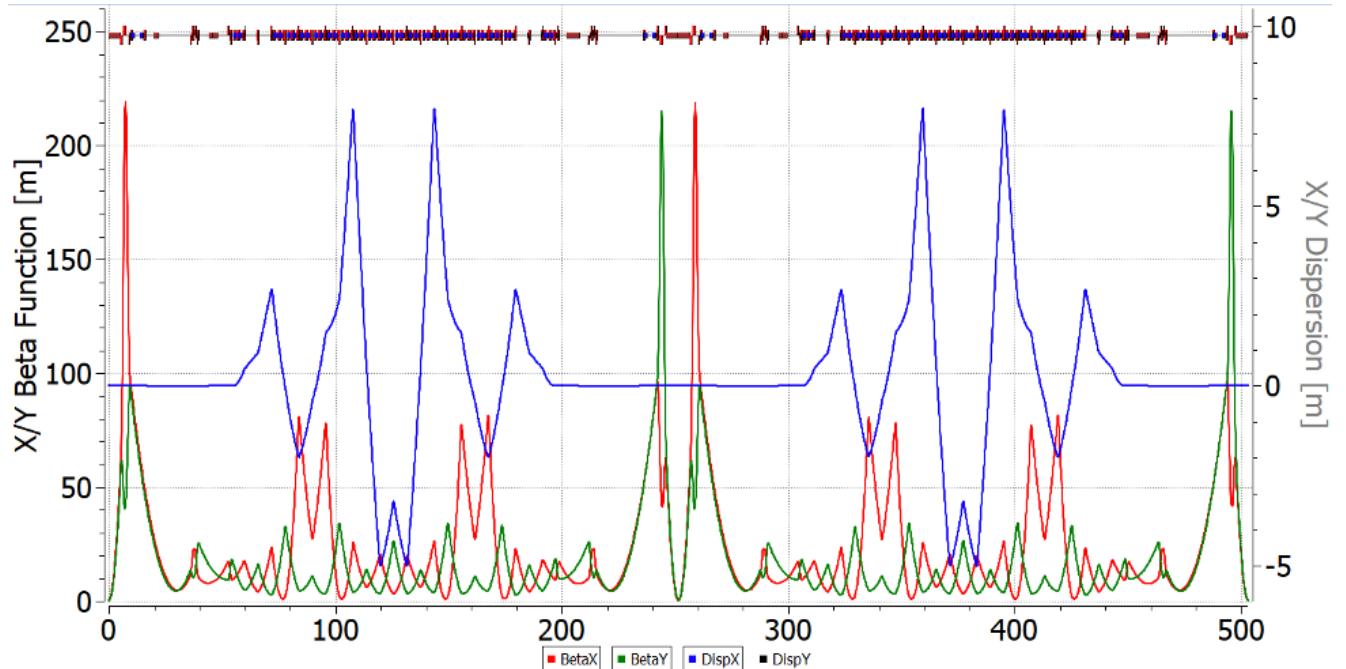


Рисунок 1.2 — "Резонансная" магнитооптическая структура с повышенной критической энергией.

«Резонансная» магнитооптическая с реальной и комплексной энергиами.

С помощью резонансной модуляции дисперсионной функции может быть достигнуто и отрицательное значение первого порядка коэффициента уплотнения орбиты. Таким образом, критическая энергия может приобретать комплексное значение. Если в первой и второй оптике в обеих арках коэффициенты проскальзывания имеют одинаковое значение, то во третьей оптике создается арка с реальным значением критической энергии, коэффициент проскальзывания имеет минимальное значение

$$\eta_{pk} = 1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2 \quad (1.11)$$

в другой – комплексное значение соответственно и – максимальное значение коэффициента проскальзывания

$$\eta_{kp} = -1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2 \quad (1.12)$$

чем достигается требуемое соотношение факторов смешивания (ур. 6-7) для максимальной скорости охлаждения, близкой к идеальной [10].

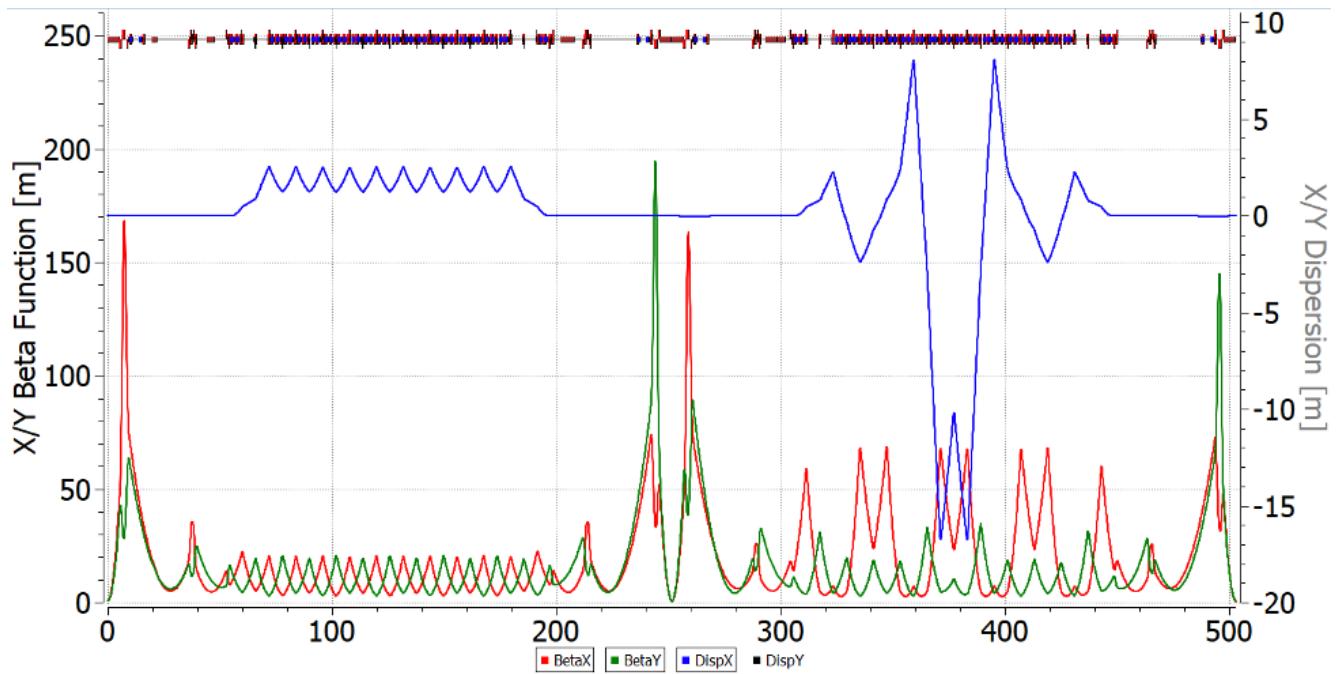


Рисунок 1.3 — "Резонансная" магнитооптическая структура с реальной и комплексной критической энергией в арках.

Очевидно, что с учетом зависимости факторов смешивания от энергии, эффективность охлаждения также зависит от энергии. На рисунке 4 показана зависимость времени охлаждения от энергии пучка для трех оптик NICA. Асимптотический рост может происходить в двух случаях:

1. Исходя из уравнения 6 при приближении коэффициента проскальзывания к значению  $\eta \rightarrow \frac{1}{2(f_{max}+f_{min})T_{pk} \frac{\Delta p}{p}}$ , Schottky-спектр пучка становится сплошным и  $M_{pk} \rightarrow 1$ ;
2. При приближении коэффициента проскальзывания к нулю, перемещение на пути от киккера к пикапу не происходит и  $M_{kp} \rightarrow \infty$ .

Как мы видим в «резонансной» оптике с повышенной критической энергией вторая асимптотика при большей энергии по сравнению с регулярной структурой. В магнитооптике с реальной и комплексной энергиями эффективность охлаждения ближе к идеальному значению в большом диапазоне энергий от 2.5 до 4.5 ГэВ, в то время как в регулярной оптике скорость охлаждения почти в два раза ниже в самой оптимальной точке  $\sim 3$  ГэВ. Такое поведение объясняется отсутствием второй точки асимптотического роста ввиду невозможности прохождения в «комбинированной» структуре с комплексной аркой через критическую энергию.

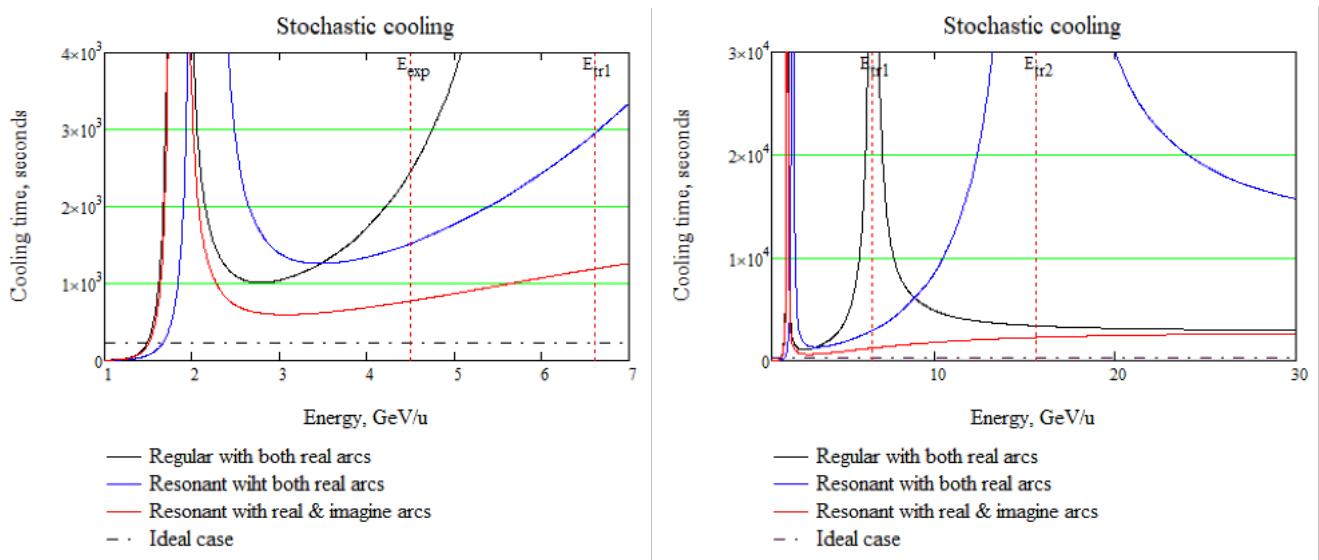


Рисунок 1.4 — Зависимость времени охлаждения от энергии

### 1.1.3 Внутрипучковое рассеяние

Как было уже сказано, внутрипучковое рассеяние является основным фактором, ограничивающим время жизни пучка в коллайдере. Поэтому критерием для использования того или иного способа охлаждения является сравнение их характерных времен с временем разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния. Из общей теории этого явления следует:

$$\frac{1}{\tau_{IBS}} = \frac{\sqrt{\pi} c Z^2 r_p^2 L_C}{4 A} \cdot \frac{N}{C_{\text{orb}}} \cdot \frac{\langle \beta_x \rangle}{\beta^3 \gamma^3 \varepsilon_x^{5/2} \langle \sqrt{\beta_x} \rangle} \left( \left\langle \frac{D_x^2 + \dot{D}_x^2}{\beta_x^2} \right\rangle - \frac{1}{\gamma^2} \right) \quad (1.13)$$

в отличии от стохастического охлаждения скорость разогрева из-за внутрипучкового рассеяния растет с уменьшением энергии как  $1/\gamma^3$ . Кроме того, выражение, стоящее в круглых скобках, пропорционально коэффициенту проскальзывания  $\eta$ . Поэтому следует ожидать, что в оптике со значением  $\eta$  близким к нулю скорость разогрева должна падать.

На рисунке 4 показаны зависимости постоянной времени нагрева в трех вышеупомянутых структурах, посчитанных с помощью программ MADX [11] для параметров тяжелоионного пучка  ${}^{197}_{79}\text{Au}$  коллайдера NICA с максимальной светимостью  $10^{27} \text{ см}^{-2}\text{c}^{-1}$

Из сравнения времени разогрева со временем охлаждения (см. рис. 4) можно сделать заключение, что в регулярной структуре стохастическое охлаждение способно сбалансировать внутрипучковое рассеяние в диапазоне энергий  $W \geq$

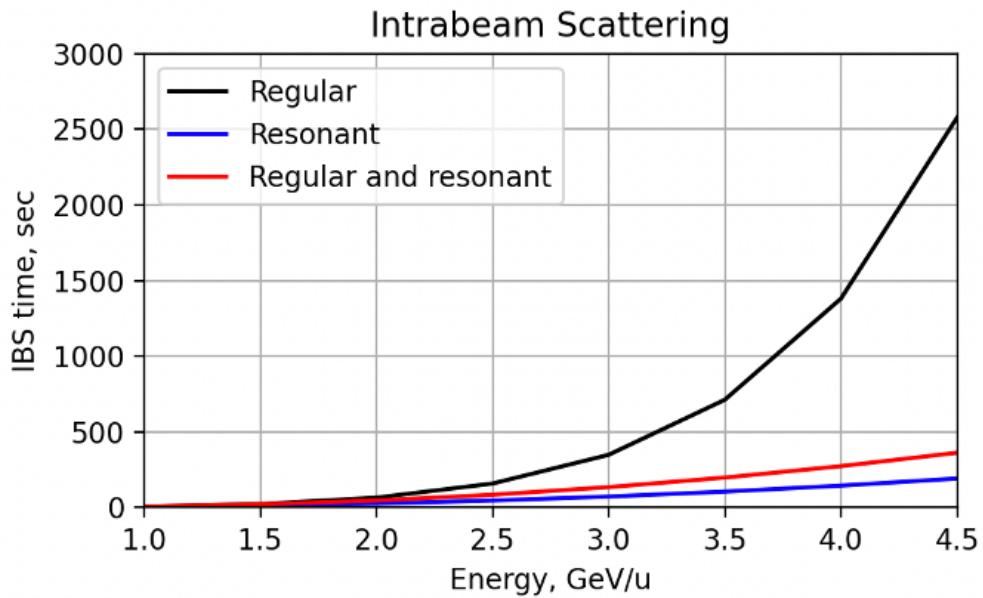


Рисунок 1.5 — Зависимость постоянной времени разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния в регулярной, «резонансной» и комбинированный структурах от энергии пучка.

4.5 ГэВ. Для применения стохастического охлаждения во всем диапазоне энергий очевидно, что мы должны пожертвовать светимостью пучка на низких энергиях посредством увеличения эмиттанса. В резонансных структурах, время внутрипучкового рассеяния значительно меньше. Это объясняется тем, что структура имеет большее соотношение между дисперсией и  $\beta$ -функцией пучка  $\left\langle \frac{D_x^2 + \dot{D}_x^2}{\beta_x^2} \right\rangle$ , чем в случае регулярной. Таким образом, для тяжелоионной опции должна быть использована структура с максимально регулярным  $\beta$ -функцией и  $D$  дисперсией (минимально модулированы). Для охлаждения пучка до 4.5 ГэВ в регулярной структуре используется электронное охлаждение [12].

#### 1.1.4 Протонная мода

В случае легких ядер (протоны и дейтроны), время внутрипучкового рассеяния значительно вырастает, поскольку заряд становится меньше. Таким образом, проблема внутрипучкового рассеяния имеет значение для тяжелоионного сгустка с высокой зарядностью. Однако, из-за соотношения заряда к массе, максимальная энергия протонного пучка становится порядка 13 ГэВ. При этом, критическая энергия регулярной структуры, являющаяся характеристикой маг-

нитооптической структуры ускорителя, составляет 5.7 ГэВ. Таким образом, в регулярной структуре возникает необходимость преодоления критической энергии. Классическим способом является – скачок критической энергии [13]. Однако, в этом случае накладываются существенные ограничения на параметры сгустка [14]. Альтернативным способом является повышение критической энергии с использованием резонансной магнитооптической структуры. В этом случае происходит Суперпериодическая модуляция дисперсионной функции, путем введения дополнительного семейства фокусирующих квадрупольей.

## 1.2 Выбор критической энергии в магнитооптической структуре с учетом ускорения тяжелых ионов и легких частиц.

### 1.2.1 Критическая энергия

Понятие критическая энергия одно из ключевых в данной работе, поэтому уделим внимание к его определению.

Рассмотрим классическое уравнение продольного движения, описывающее эволюцию частицы отклоненной от референсной:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} &= \eta(\delta) \cdot \frac{h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0} \\ \frac{d(\Delta E)}{dt} &= \frac{V(\tau)}{T_0} \end{aligned} \quad (1.14)$$

где  $\tau$  – времменное отклонение рассматриваемой частицы от референсной,  $\beta$  – относительная скорость,  $\omega_0 = 2\pi/T_0$  – угловая частота и соответствующее время обращения,  $h$  – гармоническое число,  $V$  – ВЧ,  $\eta$  коэффициент проскальзывания (в англоязычной терминологии 'slip-factor')

При рассмотрении продольного движения вводится понятие коэффициента расширения орбиты (momentum compaction factor) [lee]:

$$\alpha_c = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{d\delta} = \alpha_0 + 2\alpha_1\delta + 3\alpha_2\delta^2 + \dots \equiv \frac{1}{\gamma_T^2} \quad (1.15)$$

и коэффициента скольжения (slip-factor):

$$\eta(\delta) = \eta_0 + \eta_1\delta + \eta_2\delta^2 + \dots, \quad (1.16)$$

где  $\eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma_0^2}$ ,  $\eta_1 = \frac{3\beta_0^2}{2\gamma_0^2} + \alpha_1 - \alpha_0\eta_0$ .

В ур. 1.14, если энергия пучка приближается к критической  $\gamma \rightarrow \gamma_{tr}$ , то  $\eta = \eta_0 \rightarrow 0$ , правая часть уравнения обращается в ноль. Возникает необходимость обеспечения стабильности при прохождении критической энергии.

критическая энергия

### 1.3 Решение проблемы внутрипучкового рассеяния для тяжелых ионов и протонов в ускорителе NICA

#### 1.4 IBS в «резонансной» и регулярной структурах

#### 1.5 Заключение

Рассмотрена дуальная магнитооптическая структура коллайдера NICA. Показано, что время стохастического охлаждения в резонансной и комбинированной структурах значительно меньше по сравнению с регулярной. Однако, вследствие модуляции  $\beta$ -функции и дисперсии, падает время внутрипучкового рассеяния. По этой причине в тяжелоионной опции оптимальной является регулярная магнитооптическая структура с минимально модулированными дисперсией и  $\beta_{sk}$ -функцией. В случае протонов, важным является проблема преодоления критической энергии, для этого может быть использована “резонансная” или “комбинированная” магнитооптическая структура. Последние могут быть получены путем модуляции градиента в фокусирующих квадрупольных линзах.

## Глава 2. Регулирование критической энергии методом резонансной вариации дисперсионной функции в коллайдере NICA

Эта глава посвящена адаптации структуры коллайдера NICA с варьируемой критической энергией для возможности проведения коллайдерных экспериментов с поляризованными пучками протонов и дейtronов на SPD детекторе.

Изначально структура коллайдера NICA проектировалась как дуальная для работы в двух модах: для экспериментов с тяжелыми ионами  $^{79}\text{Au}_{197}$  и для экспериментов с поляризованными протонами/дейтронами  $\mathbf{p}, \mathbf{d}$ . В эксперименте по столкновению тяжелых ионов золота с максимальной энергией  $E_{exp} = 4.5$  ГэВ/нуклон критическая энергия магнитооптической структуры коллайдера составляет  $E_{tr}^{Au-Au} = 5.7$  ГэВ ( $\gamma_{tr}^{Au-Au} = 7.1$ ). Такое значение критической энергии было достигнуто выбором частоты бетатронных колебаний в горизонтальной плоскости  $\nu_x \approx \gamma_{tr}^{Au} > \gamma_{max}^{Au} \approx 7.1$ , которая при условии регулярности структуры арок, состоящих из одинаковых ячеек ФОДО, должна быть больше максимального значения фактора Лоренца во всем интервале энергий. В этом случае проблем с прохождением критической энергии не возникает, что было изначально учтено при проектировании. Однако, спроектированная и построенная регулярная структура, выбранная для тяжелоионной программы имеет фиксированное значение критической энергии и является характеристикой конкретной установки, то есть не отличается для разного сорта частиц.

Как было показано в Главе 2, при прохождении через критическую энергию  $\gamma_{tr}$  развивается продольная неустойчивость. Пороговый ток ее развития  $I_{th}$  пропорционален коэффициенту расширения орбиты  $\eta$ , который равен нулю при  $\gamma = \gamma_{tr} = 7.1$ . Темп ускорения протонов при прохождении через критическую энергию при использовании индукционного ускорения ВЧ1 станции составляет  $d\gamma/dt = 0.2c^{-1}$ . Этот темп слишком мал, чтобы избежать развития неустойчивости при приближении релятивистского фактора к  $\gamma_{tr}$ . Чтобы исключить при ускорении протонов прохождение через критическую энергию, для протонной моды должна быть реализована новая оптическая структура колец вместо оптической структуры ионной моды. В этой оптической структуре критическая энергия должна быть выше максимальной энергии протонов при работе коллайдера на эксперимент.

Максимальная магнитная жесткость поворотных магнитов постоянна  $R_{arc} \cdot B_{bend} = \frac{A \cdot mc\gamma\beta}{eZ} \approx 45$ . В силу того, что отношения массы к заряду  $(A/Z)_p = 1/1 = 1$ , для ионов золота  $(A/Z)_p = 197/79 = 2.2$ . Тем самым, определяется максимально возможная энергия для протонов  $E_{max}^p = 12.4$  ГэВ ( $\gamma_p = 14.3$ ), следовательно критическая энергия должна быть, что заведомо выше критической энергии для ионной регулярной структуры  $E_{tr}^{Au-Au} = 5.7$  ГэВ ( $\gamma_{tr}^{Au-Au} = 7.1$ ).

Как уже было показано в Главе 1, характер поведения тяжелых ионов и легких частиц, существенно отличается с точки зрения внутрипучкового рассеяния. Для протонного пучка с интенсивностью  $2 \times 10^{13}$  время внутрипучкового нагрева возрастает примерно в 30 раз по сравнению с пучками ионов золота с интенсивностью  $6.6 \times 10^{10}$ . Поэтому критическая энергия может подниматься за счет вариации дисперсии без опасения влияния внутрипучкового рассеяния. За счет резонансной модуляции дисперсионной функции коэффициент диффузии для внутрипучкового рассеяния возрастает в 2-3 раза, что не критично как при охлаждении протонов во время накопления, так и при их группировке на энергии эксперимента.

Теоретический метод был развит в работе ... . Его применение для современных ускорительных установок рассмотрено в работах ... .

В данной главе будут приведен краткое теоретическое обоснование применения метода резонансной структуры. Применение метода для адаптации регулярной магнитооптической структуры NICA к резонансной. А также анализ полученной структуры с точки зрения компенсации нелинейных эффектов, компенсации хроматичности и динамической апертуре.

## 2.1 Краткий обзор теории построения «Резонансной» магнитооптической структуры

Здесь будет приведено кратное теоретическое обоснование метода резонансных структур, применяемых для обеспечения вариации критической энергии.

В общем смысле коэффициент расширения орбиты (momentum compaction factor) определяется как

$$\alpha = \frac{1}{\gamma_{tr}^2} = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, \quad (2.1)$$

где  $C$  – длина замкнутой равновесной орбиты,  $D(s)$  – горизонтальная дисперсионная функция,  $\rho(s)$  – радиус кривизны равновесной орбиты. Коэффициент  $\alpha$  может быть варьирован как при помощи модуляции дисперсионной функции, так и кривизны независимо.

Уравнение для дисперсионной функции с бипериодической переменной переменной фокусировкой описывает поведение дисперсионной функции под влиянием градиента в квадрупольных линзах [?]

$$\frac{d^2 D}{ds^2} + [K(s) + \varepsilon k(s)] D = \frac{1}{\rho(s)}, \quad (2.2)$$

где  $K(s) = \frac{e}{p} G(s)$ ,  $\varepsilon k(s) = \frac{e}{p} \Delta G(s)$ ,  $G(s)$  – градиент магнитооптических линз,  $\Delta G(s)$  – суперпериодическая модуляция градиента,  $p = \beta \gamma m_0 c$  – импульс частицы. Суперпериод определяется как совокупность нескольких периодов. Функция  $K(s)$  имеет периодичность одного периода фокусирующей ячейки  $L_c$ ,  $k(s)$  и  $\rho(s)$  имеет периодичность суперпериода  $L_s = nL_c$ .

Разложение в ряд Фурье для зеркального суперпериода может быть осуществлено только по косинусам

$$\varepsilon k(s) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \cos(k\varphi) \quad (2.3)$$

где  $\varphi = \frac{2\pi}{L_s} s$  – угловая продольная координата,  $k$ -ая гармоника:

$$g_k = \frac{1}{B\bar{R}} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta G \cos k\varphi d\varphi, \quad (2.4)$$

$B\bar{R}$  – магнитная жесткость.

Радиус кривизны орбиты также может быть разложен в ряд Фурье по косинусам

$$\frac{1}{\rho(\varphi)} = \frac{1}{\bar{R}} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cos n\varphi \right), \quad (2.5)$$

где  $n$ -ая гармоника

$$r_n = \frac{\bar{R}}{\pi} \int_{\pi}^{-\pi} \frac{\cos n\varphi}{\rho(\varphi)} d\varphi. \quad (2.6)$$

Полученные разложения могут быть подставлены в уравнение (?), из которых получено необходимое точное решение для дисперсионной функции  $D(s)$ . Таким образом, окончательно для коэффициента уплотнения орбиты одного суперпериода получено выражение в общем виде, разложенное до второго порядка

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k^2}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} + \right. \\ + \frac{1}{4} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k^2}{1 - kS/\nu} - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]} - \\ \left. - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} + O(g_k^i, r_k^j, i + j \geq 3) \right\}, \quad (2.7)$$

где  $\bar{R}_{arc}$  – усредненное значение кривизны,  $\nu_x$  – количество горизонтальных бетатронных колебаний на длине арки,  $S$  – количество суперпериодов на длине арки.

В случае отсутствия суперпериодической модуляции и модуляции кривизны орбиты  $g_k = 0, r_n = 0, \forall k, n$ , формула 3.8 принимает вид  $\alpha_s = \frac{1}{\gamma_{tr}^2} = \frac{1}{\nu_x^2}$ , что соответствует случаю регулярной структуры и окончательно  $\gamma_{tr} \sim \nu_x$ .

Для поднятия критической энергии необходимо уменьшить коэффициент  $\alpha_s = \frac{1}{\gamma_{tr}^2}$ , а значит выражение под знаком суммы в ур.3.8 должно быть отрицательным, это реализуемо при условии  $kS/\nu_x > 1$ .

Ранее все формулы были приведены для арки, а не для всего кольца коллайдера. Введение прямых участков уменьшает степень модуляции дисперсионной функции. Усреднение дисперсии по более длинной орбите автоматически уменьшает ее значение, а значит уменьшает коэффициент уплотнения орбиты для всего ускорителя, результирующее значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{total}$  увеличивается и определяется выражением:

$$\gamma_{tr}^{total} = \gamma_{tr}^{arc} \sqrt{\frac{S \cdot L_s + L_{str}}{S \cdot L_s}}. \quad (2.8)$$

где  $L_s$  – длина суперпериода,  $L_{str}$  – длина бесдисперсионных прямых секций.

## 2.2 Построение резонансной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО

Принцип построения резонансных магнитооптических структур рассмотрен в работе ... . Суперпериод может быть образован на основе синглетных ФОДО ячейках, дублетных ФДО ячейках, а также триплетных ОДФДО (рис.2.1 а,б,в). Рассмотрим структуры поворотных арок на 180 градусов без модуляции кривизны (рис.2.1 г, д, е), образованных из соответствующих ячеек. Из полученных суперпериодов также образуется резонансная магнитооптическая структура путем только модуляции градиента (рис.2.1 ж, з, и). Резонансная структура образуется путем вариации параметров регулярной структуры.

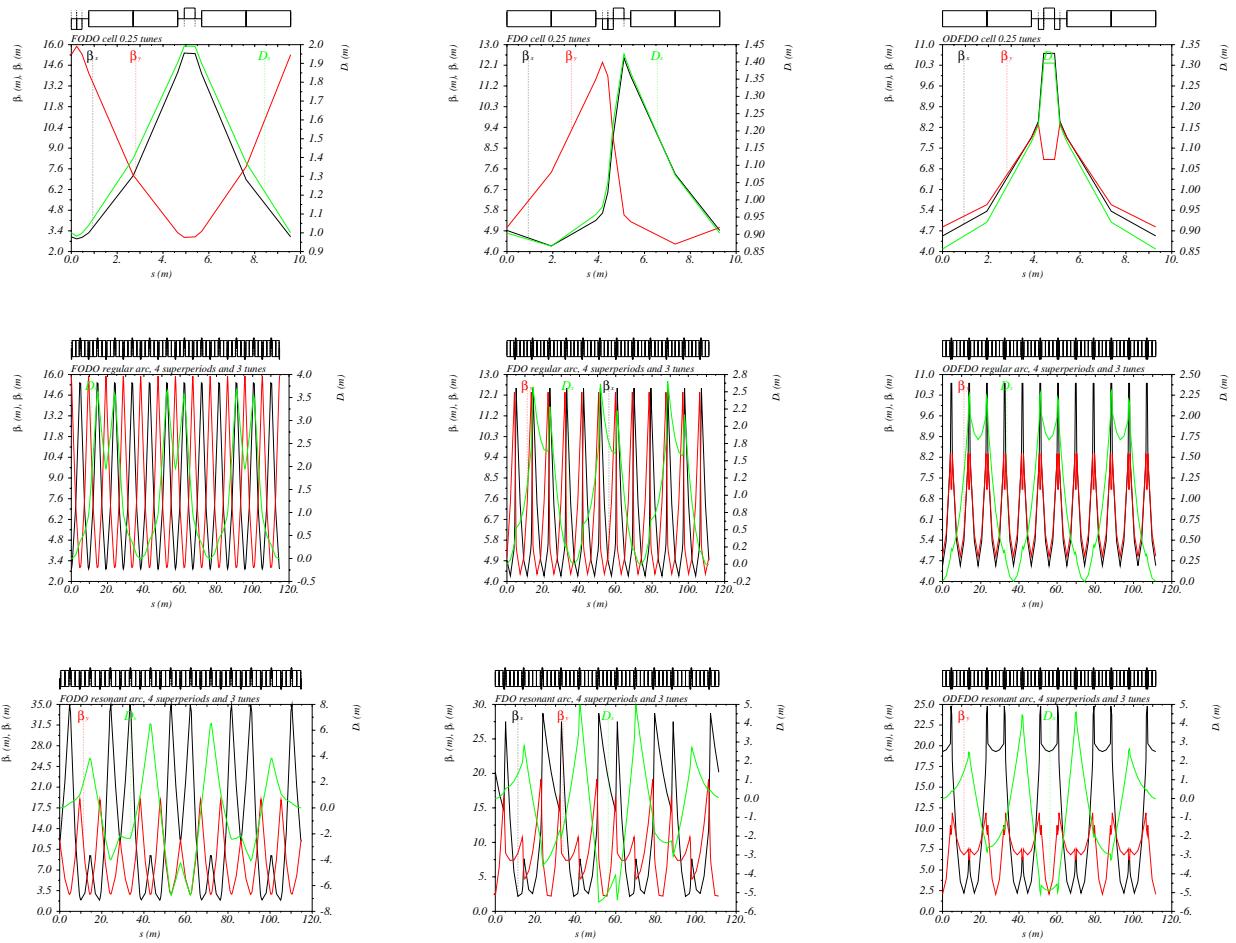


Рисунок 2.1 — Твисс-параметры  $\beta_{x,y}$ ,  $D_x$ . Сверху — для ячеек для синглетной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине — регулярная структура; снизу — резонансная.

## 2.3 Оптимизация магнитооптической структуры коллайдера

Качественное отличие в пространственном распределении Твисс-параметров  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $D_x$  является ключевым для соответствующей оптимизации структуры. Как видно из приведенных структур, суперпериод, основанный на синглетных ФОДО ячейках может иметь ряд преимуществ.

Хроматичность

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{-1}{4\pi} \oint \beta_x [K_x(s) - S(s)D(s)] ds \\ C_z &= \frac{-1}{4\pi} \oint \beta_z [K_z(s) + S(s)D(s)] ds. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Во-первых, для подавления хроматических эффектов, требуются меньшие градиенты в секступольных линзах. Во-вторых, более простой способ коррекции и тонкой настройки набега бетатронных частот в обеих плоскостях, а также коэффициента расширения орбиты. Таким образом, является более предпочтительной по сравнению с аналогичными.

## 2.4 Регулярная ФОДО структура с суперпериодической модуляцией градиентов линз

В структуре NICA регулярная расстановка отклоняющих магнитов исключает возможность модуляции кривизны орбиты  $r_n = 0$ ,  $\forall n$ . Тогда для одного суперпериода коэффициент расширения орбиты (3.8) в первом приближении ( $k = 1$ ) определяется по формуле:

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4(1 - kS/\nu)} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \frac{g_k^2}{[1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} \right\}, \quad (2.10)$$

Таким образом, доступным средством вариации критической энергии, является только модуляция градиента квадрупольных линз по длине суперпериода.

Квадрупольная фокусирующая структура поворотных арок коллайдера NICA состоит из ФОДО ячеек. Одинаковые элементы, расположенные в различных местах арки объединяют в одно семейство. На Рис.2.2 изображен один

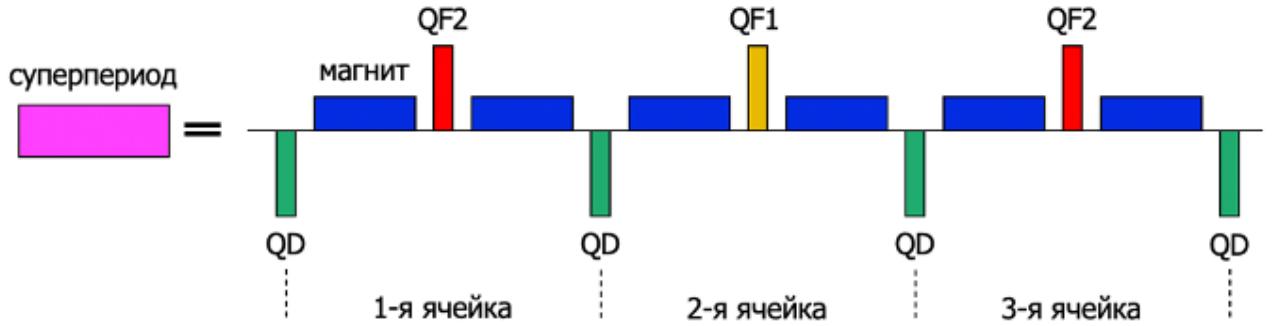


Рисунок 2.2 — Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек. QF1, QF2 – фокусирующие квадруполи, QD – дефокусирующие квадруполи, В – поворотный магнит.

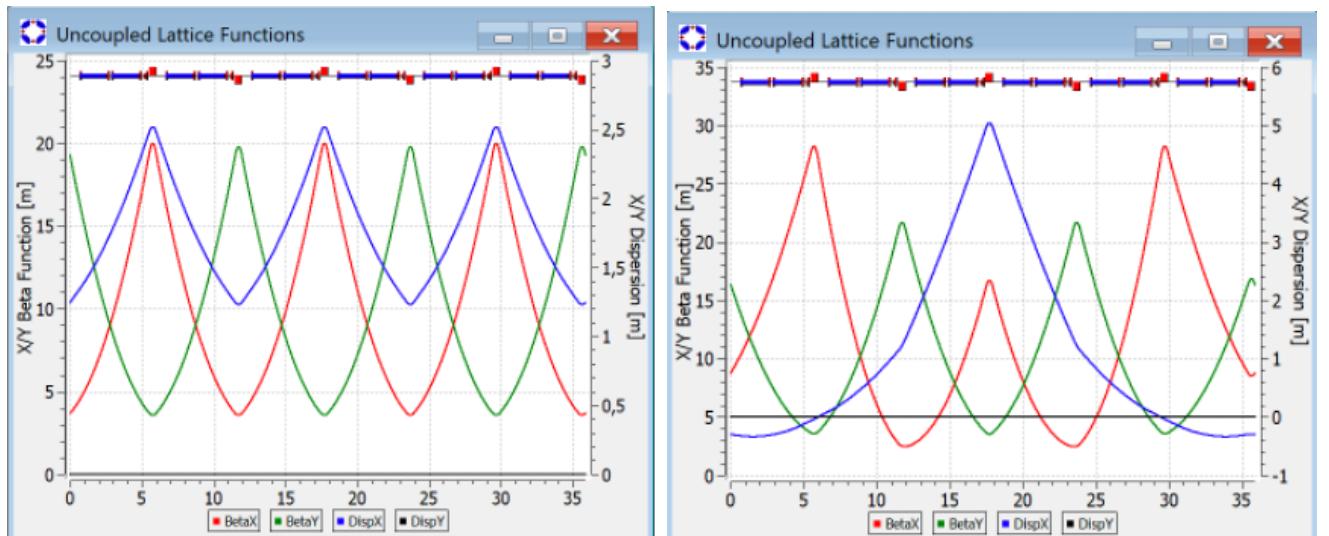


Рисунок 2.3 — Twiss-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%.

суперпериод, который состоит из 3-х ФОДО ячеек, с двумя семействами фокусирующих квадрупольей (QF1 и QF2) и одним семейством дефокусирующих (QD).

На Рис.2.3 приведены 3 ФОДО ячейки, первая – используется в регулярной тяжелоионной структуре, в этом случае модуляция отсутствует, вторая – модулированная структура, которая и образует один суперпериод. В обоих случаях частота бетатронных колебаний  $\nu_{x,y} s = 0,75$ , таким образом для 4-х суперпериодов частота  $\nu_{x,y} arc = 3$ , что удовлетворяет ранее рассмотренному условию  $S = 4, \nu_x = 3$ .

Глубина модуляции определяется соотношением градиентов двух различных фокусирующих семейств. Для приведенного на правом рисунке Рис.2.3  $G_{QF1} = 27.7 \text{ T/m}$ ,  $G_{QF2} = 21.0 \text{ T/m}$ . Таким образом глубина модуляции:

$$H = \frac{G_{QF1} - G_{QF2}}{G_{QF1}} = 24\% \quad (2.11)$$

Первая гармоника является определяющей и для 12 ФОДО ячеек реализуемо условие  $S = 4$ ,  $\nu_x = 3$ , где 3 ФОДО ячейки объединены в один суперпериод. Таким образом, благодаря набегу бетатронных колебаний кратному  $2\pi$ , в нашем случае  $6\pi$ , арка имеет свойства ахромата первого порядка. В дальнейшем это свойство будет использовано для подавления дисперсии.

Для арки, составленной из 4-х одинаковых суперпериодов с критической энергией на арке  $\gamma_{tr}^{arc} = 6$ , по формуле (5) для всего кольца получаем  $\gamma_{tot}^{arc} \approx 11.3$ . Однако, конечная арка будет нерегулярной в силу необходимости подавления дисперсии на краях арки. А значит и значение критической энергии будет несколько отличаться.

## 2.5 Подавление дисперсии на краях поворотных арок

Важным требованием при проектировании магнитооптической структуры является обеспечение нулевого значения дисперсии на прямых участках для обеспечения движения частиц вдоль равновесной орбиты на этих участках.

При введении прямых участков необходимо подавить дисперсию на конце каждой арки.

Рассматривается 4 варианта подавления дисперсии:

1. Полностью регулярная арка. Регулярная арка состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке кратному  $2\pi$  подавление дисперсии происходит в силу регулярности;
2. Регулярная арка с missing magnet на краях.
3. Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов. Регулярная арка также состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке не кратному  $2\pi$  необходимо дополнительно добавить подавители дисперсии на краях арки. А именно двух крайних

ФОДО ячеек. На Рисунке 2 и 3 сверху (Edge Suppressor – ES) изображена принципиальная схема данной магнитооптической структуры. Как видно две крайние ФОДО ячейки отличаются наличием missing-magnet и в этих ячейках квадруполи QFE1 и QFE2 также имеют отличные градиенты от основных квадрупольей арки и подбираются таким образом, чтобы подавить дисперсию.

4. Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадрупольей двух семейств. Арка состоящая из 4-х суперпериодов, крайние суперпериоды выполняют роль подавителей дисперсии, а именно 2 крайние ячейки. На Рисунке 1 снизу (Arc Suppressor – AS) изображена принципиальная схема данной магнитооптической структуры. Этот случай отличается тем, что все квадруполи арки принадлежат первому, либо второму семейству и подавление дисперсии также обеспечивается только 2-мя семействами.

Дефокусирующие же квадруполи во всех случаях принадлежат только одному семейству QD.

### 2.5.1 Полностью регулярная магнитооптическая структура

Требование подавления легко реализуемо в случае создания регулярных поворотных арок, составленных из одинаковых суперпериодов. В этом случае, обеспечив нулевое значение дисперсии  $D = 0$  (а также производной дисперсии  $D' = 0$ ) на входе в арку, в силу регулярности на выходе из арке также будут нулевые значения дисперсии и её производной, а следовательно и на всем прямом участке. Однако, учитывая особенность структуры коллайдера NICA, наличие missing-магнитов на двух крайних cell'ах не дает возможность создать полностью регулярную арку из 4-х одинаковых суперпериодов.

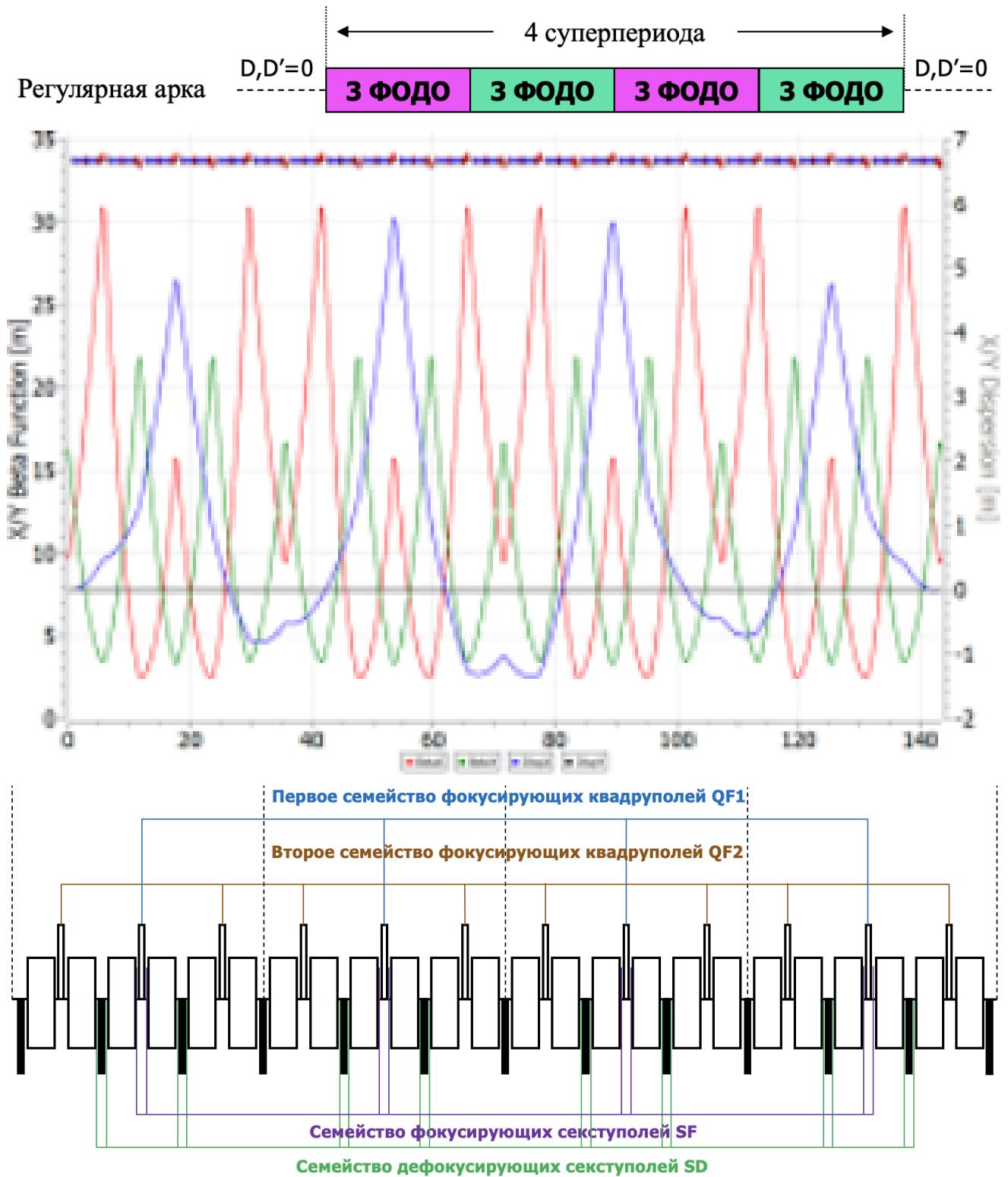


Рисунок 2.4 — Подавление дисперсии в регулярной структуре.

## 2.5.2 Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов

Выбор значения градиентов квадрупольных арки определяется двумя факторами: Получение необходимого значения критической энергии на всем кольце

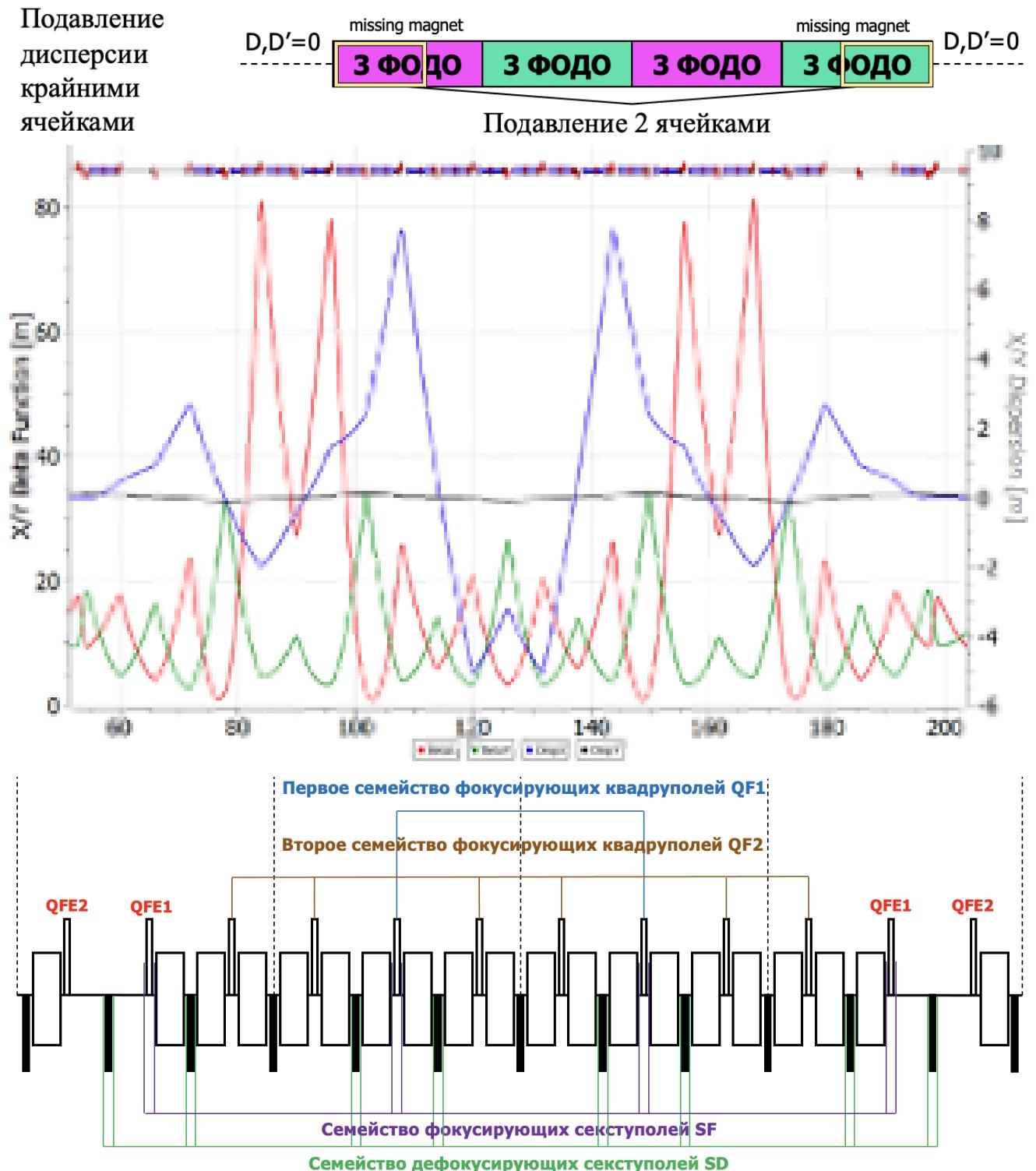


Рисунок 2.5 – Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

коллайдера, что соответствует  $\gamma_{tr} \sim 15 - 16$ ; Обеспечить количество бетатронных колебаний на арке  $\nu_{arc} = 3$  в обоих плоскостях, тем самым удовлетворив резонансному условию при количестве суперпериодов  $S = 4$ .

Исходя из этих условий модулируем суперпериод с набегом фазы на суперпериоде  $\nu_S = 0.75$  в обоих плоскостях (Рисунок 4).

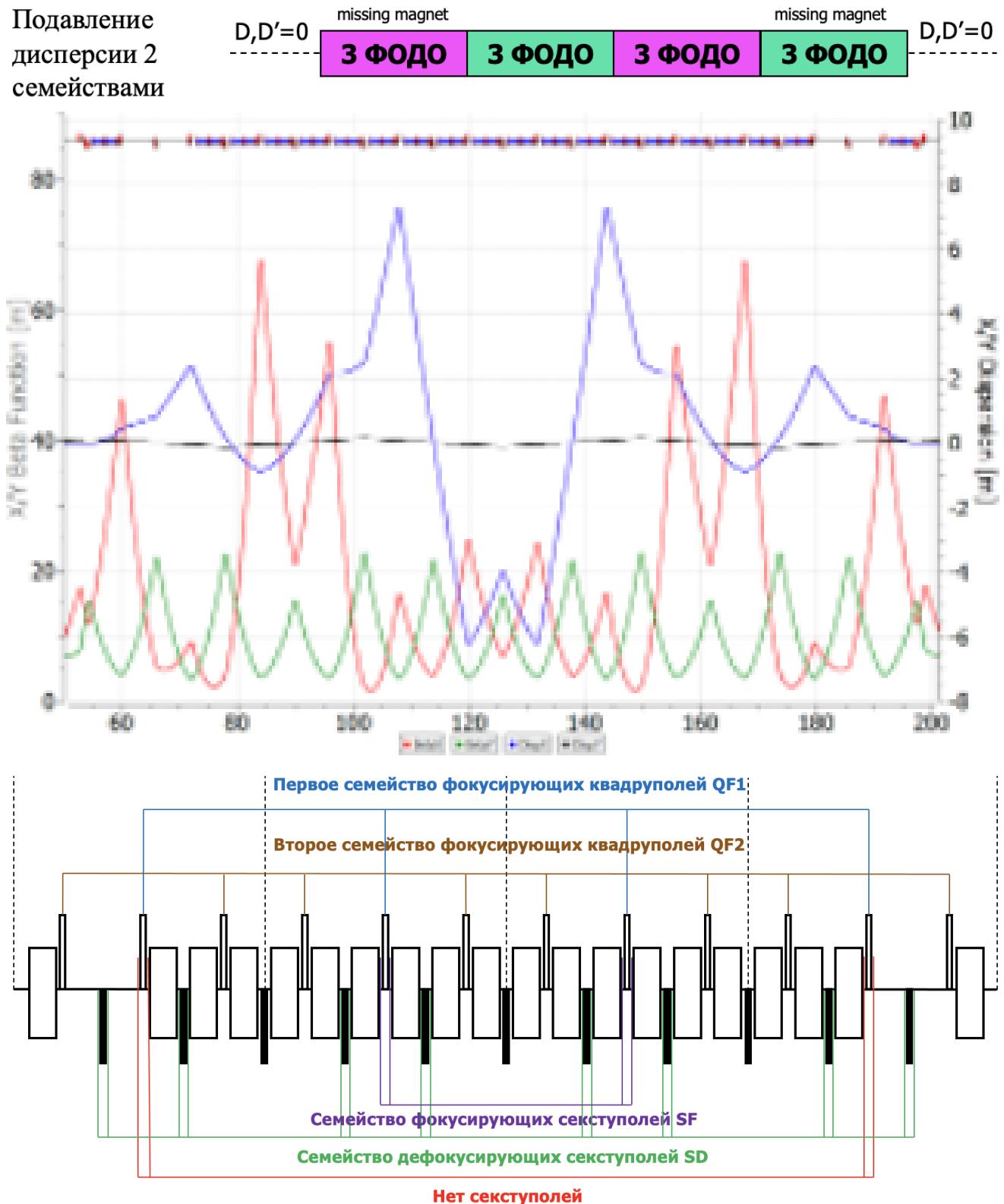


Рисунок 2.6 — Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

Коллайдер также состоит из 2-х арок и 2-х прямых участках, соединяющих арки. Посередине прямых участков имеются точки столкновения, где нужно обеспечить малое значение бета-функции для достижения требуемой светимости. На Рисунке 6 изображены параметры Твисса всего кольца кол-

лайдера без введения крайних квадруполей QFE1 и QFE2, наглядно видно, что дисперсия не подавлена на прямых участках. Крайний суперпериод имеет missing magnet в 2-x cell'ах, тем самым делая арки коллайдера не регулярными и возникает необходимость подавления дисперсии на прямых участках при помощи введения 2-х дополнительных семейств квадруполей QFE1 и QFE2 на краю арки, параметры Твисса изображены на Рисунке 5. В результате значение критической энергии подобрано таким образом, что  $\gamma_{tr} = 15.6$ , а количество колебаний на арке:  $v_{x arc} = 3.01$ ,  $v_{y arc} = 3.01$ .

### 2.5.3 Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадруполей двух семейств.

Данный способ показывает возможность подавления дисперсии на прямых участках при помощи только двух семейств фокусирующих квадруполей. Тут важно учесть, как и в первом случае выполнить: Получение необходимого значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует  $\gamma_{tr} 15 - 16$ ; Только при помощи квадруполями двух семейств подавить дисперсию на прямых участках

Изначально выбирается суперпериод, как и в первом случае с набегом на суперпериоде  $v_s = 0.75$ . Тем самым получаем значения квадруполей QF1 и QF2 для всей арки, в том числе и на краях.

Однако, получается, что дисперсия на прямых участках оказывается не подавленной. Для подавления значения градиентов квадруполей изменяется, но в таком случае набег фазы на арке становится равен  $v_{x arc} = 2.72178$ ,  $v_{y arc} = 2.99884$ , то есть в x-плоскости кратен  $2\pi$ .

В этом случае для достижения требуемого значения критической энергии необходимо обеспечить большую модуляцию градиентов квадруполей, чем в случае подавления дисперсии крайними суперпериодами.

Расстановка поворотных магнитов в тяжелоионной структуре на краях арки не позволяет реализовать подавление дисперсии как в случае а), так и в случае б). На рисунке 4 изображены 3 ФОДО ячейки, подавляющие дисперсию на краю арки для регулярной тяжелоионной структуры. Отличительной осо-

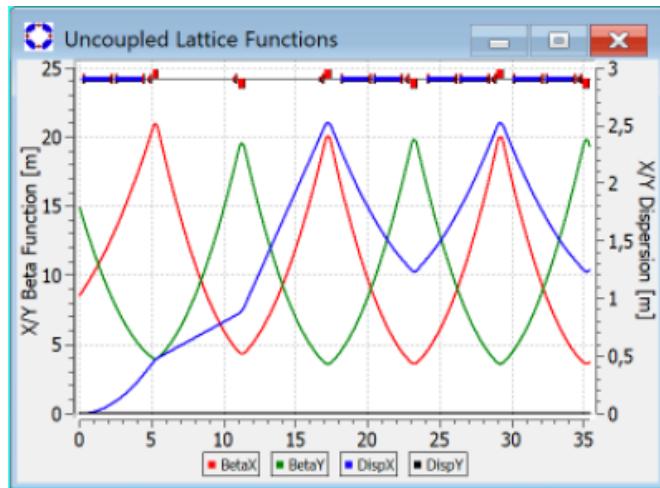


Рисунок 2.7 – Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

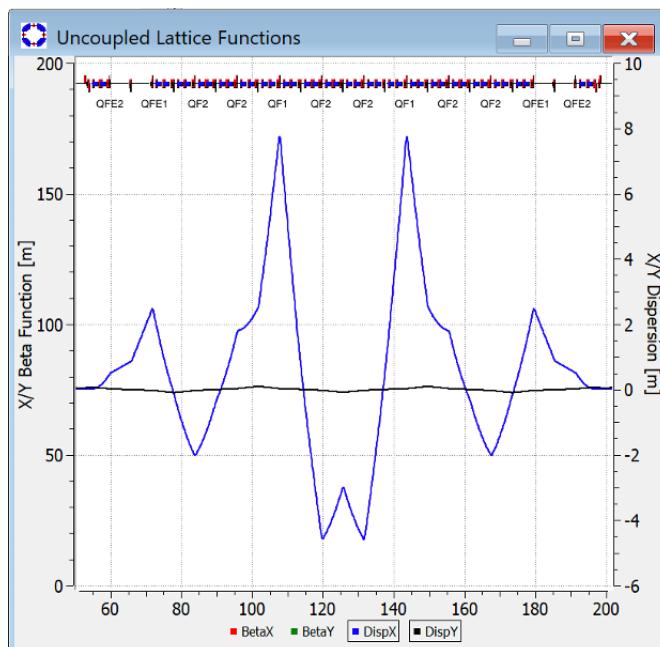


Рисунок 2.8 – Слева – таблица со значением градиента в квадруполях. Справа – подавленная дисперсия в арке.

бенностю является отсутствие 2-х поворотных магнитов. Это связано с тем, что в этих местах происходит инжекция частиц в коллайдер из нуклotronа.

Подавление дисперсии также осуществляется с помощью 2-х семейств фокусирующих QFE1 и QFE2 квадрупольей в начале и на конце арки. Таким образом для прямых участков дисперсионная функция будет нулевой. Для полученной нерегулярной арки значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{arc} = 10$ .

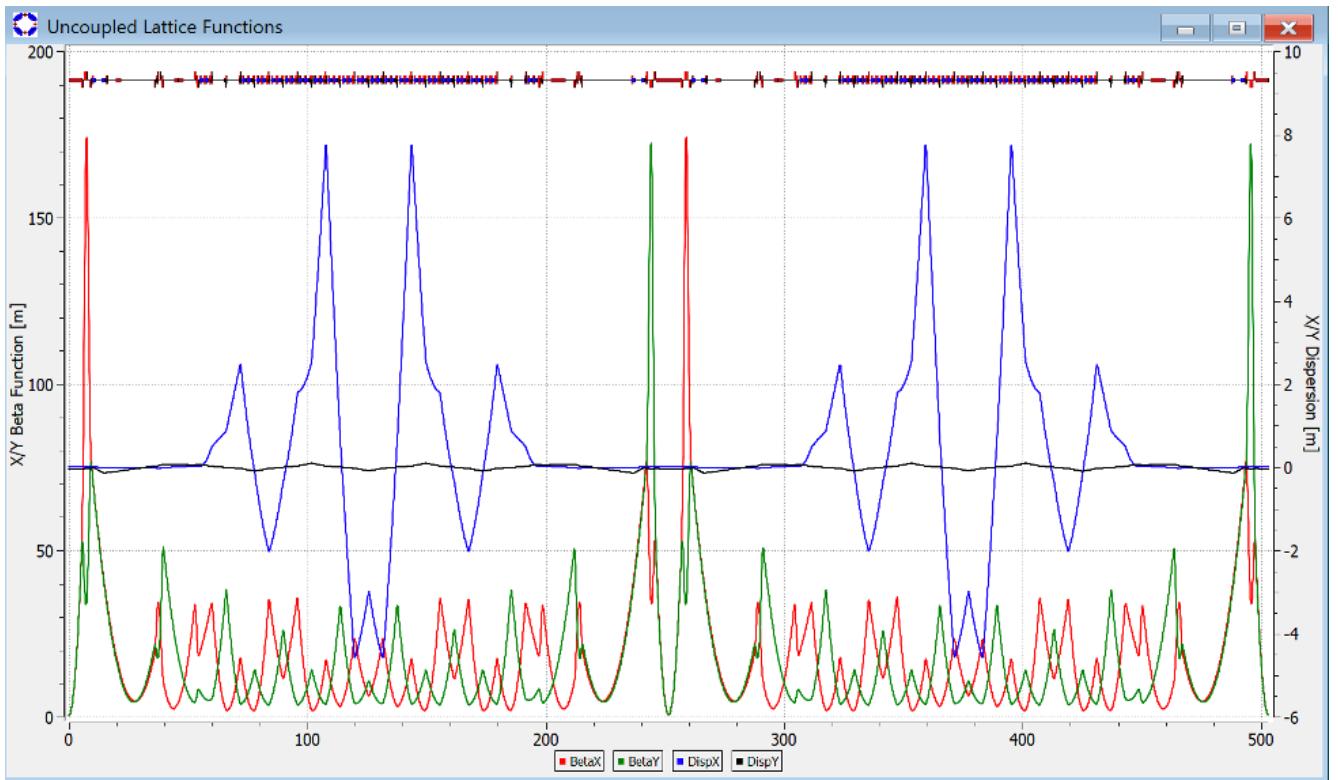


Рисунок 2.9 — Twiss-параметры протонной опции коллайдера NICA с  $\gamma_{tr}^{tot} \approx 13$ .

## 2.6 Подавление натуральной хроматичности и компенсация нелинейных эффектов хроматических секступолей

Добавление секступолей, подавляющих хроматичность внутри арки делает арку ахроматом второго порядка, что убирает зависимость бетатронных колебаний от импульса и способствует сохранению динамической апертуры в большом диапазоне энергий. Выбор нечетного значения частоты на арке  $\nu_x, arc = 3$  и четного значения суперпериодичности арки  $S = 4$  замечателен еще и тем, что позволяет компенсировать нелинейный вклад секступолей внутри арки. В этом случае набег фазы радиальных колебаний между ячейками, расположенными в разных половинках арки и разделенных  $S/2$  числом суперпериодов равен:

$$2\pi \cdot \frac{\nu_{arc}}{S_{arc}} \cdot \frac{S_{arc}}{2} = 2\pi \cdot \frac{\nu_{arc}}{2} = \pi + 2\pi n, \quad (2.12)$$

что соответствует условию компенсации нелинейного влияния секступолей в первом приближении во всей арке. Это замечательное свойство также относится к высшим мультипольям в квадруполях и отклоняющих магнитах. Эта связь через число суперпериодов  $S_{arc}/2$  будет называться длинной связью.

## 2.7 Заключение

Рассмотрена методика вариации критической энергии методом модуляции градиента квадрупольных линз на арках в применении к ускорительному комплексу NICA. Такой случай предполагает раздельное питание квадруполей. Также учтена необходимость подавления дисперсии на краях арки в имеющейся структуре и подавление хроматичности на всем кольце коллайдера.

## 2.8 Оптимизация динамической апертуры и выбор рабочей точки

## 2.9 Исследование динамической апертуры в синхротроне NICA с учетом требуемой модуляции дисперсионной функции для повышения критической энергии

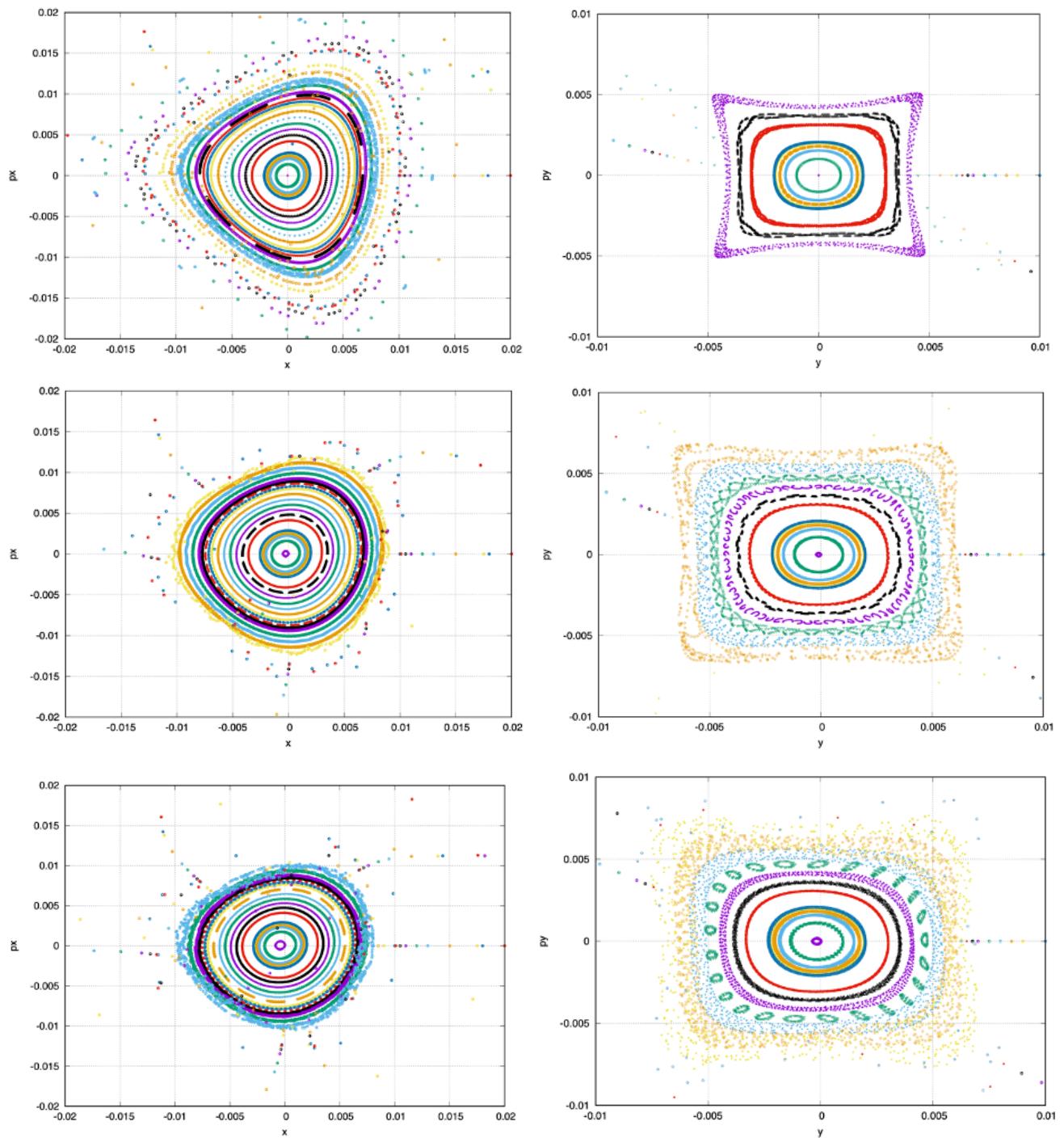


Рисунок 2.10 – Динамическая аппретура для случая плавления дисперсии крайними квадрупольями. Слева –  $x$ -плоскость; справа –  $y$ -плоскость.

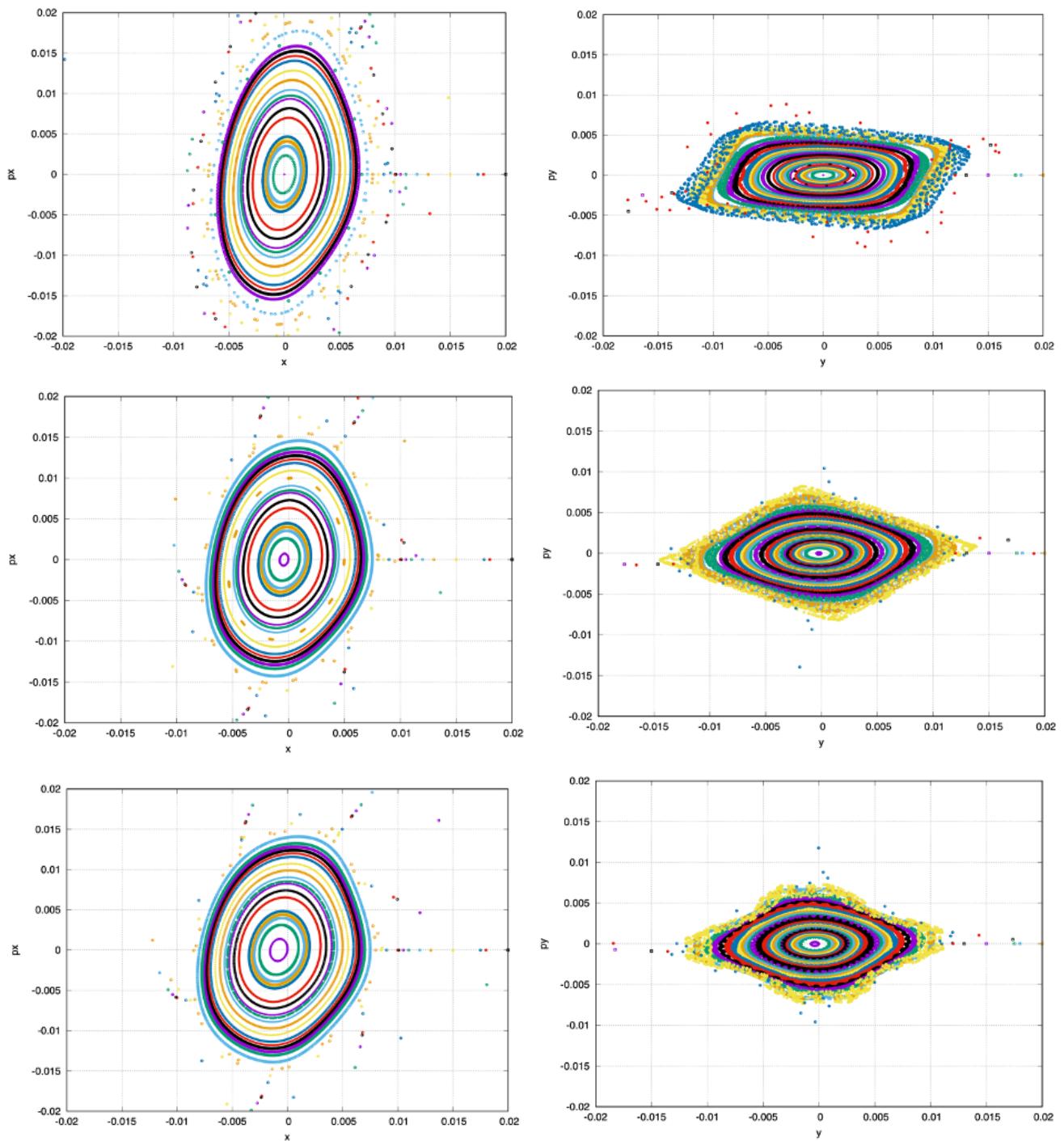


Рисунок 2.11 — Динамическая апертура в случае подавление дисперсии двумя семействами квадрупольей. Слева — x-плоскость; справа — y-плоскость.

### Глава 3. Прохождение критической энергии в регулярной магнитооптической структуре синхротрона NICA

Данная глава посвящена рассмотрению процедуры скачка критической энергии в регулярной структуре спроектированного синхротрона.

Также процедура скачка была исследована для синхротрона У-70 при помощи численного моделирования и

В статье исследуется влияние импедансов пространственного заряда, а также ВЧ на продольную динамику во время процедуры преодоления критической энергии скачком. Отличительной особенностью является использование ВЧ барьера типа, в результате чего достигается специфическое распределение пучка в фазовом пространстве, отличное от классического, формируемого гармоническим ВЧ.

При рассмотрении продольного движения вводится понятие коэффициента расширения орбиты (momentum compaction factor) [lee]:

$$\alpha_c = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{d\delta} = \alpha_0 + 2\alpha_1\delta + 3\alpha_2\delta^2 + \dots \equiv \frac{1}{\gamma_T^2} \quad (3.1)$$

и коэффициента скольжения (slip-factor):

$$\eta(\delta) = -\frac{1}{\omega_0} \frac{\Delta\omega}{\delta} = -\left(\eta_0 + \eta_1\delta + \eta_2\delta^2 + \dots\right), \quad (3.2)$$

где  $\delta$  – разброс по импульсам,  $R_0, R$  – усреднённый радиус референсной и отклоненной на  $\delta$  частиц,  $\omega, \omega_0$  – соответствующие частоты,  $\alpha_n, \eta_n$  – n-ые члены разложения,  $\gamma_{tr}$  – критическая энергия. Коэффициенты могут быть связаны соотношениями  $\eta = \eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma_0^2}$ ,  $\eta_1 = \alpha_1 - \frac{\eta_0}{\gamma_0^2} + \frac{3\beta^2}{2\gamma^2}$ . Как видно при определённой энергии референсной частицы – критической  $\gamma = \gamma_{tr}$ , коэффициент скольжения принимает нулевое значение  $\eta = \eta_0 = 0$ .

### 3.1 Построение регулярной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО

### 3.2 Типы подавителей дисперсии в арках с регулярной структурой с краевыми пропущенными магнитами и/или квадрупольями с варьируемыми градиентами

### 3.3 Прохождение критической энергии в У-70

Прохождение критической энергии является актуальной задачей для протонного пучка в строящемся комплексе NICA (ОИЯИ г. Дубна). С целью изучения данной проблемы, исследована динамика продольного движения в окрестности критической энергии У-70 (НИЦ “Курчатовский институт” - ИФВЭ г. Протвино).

Увеличение скорости прохождения критической энергии уменьшает влияние факторов, возмущающих фазовое движение. Метод скачка критической энергии применяется на многих установках CERN [1], BNL [2], в том числе реализован на У-70. Сдвиг критической энергии обеспечивается искажением дисперсионной функции за счёт использования тонких квадрупольных линз [3].

Результаты данного исследования помогут осветить потенциальные последствия прохождения критической энергии и определить существенные параметры, влияющие на динамику фазового движения.

Вдали от критической энергии частота синхротронных колебаний слабо меняется со временем, движение адиабатично. Вблизи критической энергии нарушается условие адиабатичности синхротронного движения. Характерное время адиабатичности можно оценить, сравнивая синхротронную частоту с темпом изменения удерживающей сепаратрисы (рис. 1а) [5]:

$$\tau_{ad} = \left( \frac{\pi \beta^2 m c^2 \gamma_{tr}^4}{\dot{\gamma} \omega_0^2 h e V |\cos \varphi_s|} \right)^{1/3} \quad (3.3)$$

где  $\gamma_{tr}$  – Лоренц-фактор, соответствующий критической энергии,  $\dot{\gamma}$  – темп изменения энергии. Нелинейность продольного движения проявляется, когда  $\eta_1 \delta$  сравнимо с  $\eta_0$ , характерное время (рис. 1б):

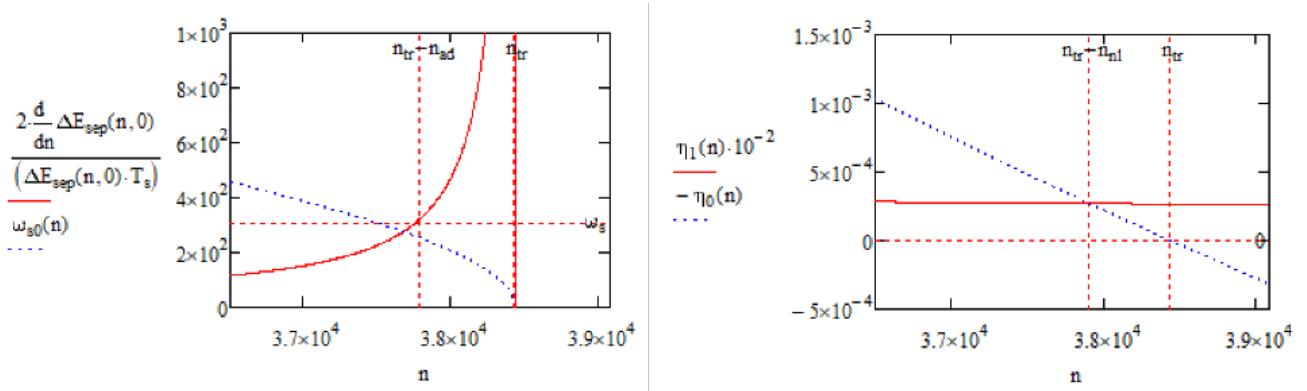


Рисунок 3.1 — а) Классическая синхротронная частота и тем изменения огибающей сепаратрисы в окрестности критической энергии от номера оборота; б) изменение первого и второго порядка коэффициента проскальзывания  $\eta_0$ ,  $\eta_1\delta$  в окрестности критической энергии от номера оборота.

$$\tau_{nl} = \frac{\eta_1 \hat{\delta}}{2\dot{\gamma}/\gamma_{tr}^3} = \gamma_{tr} \frac{3/2\beta^2 + \gamma_{tr}^2 \alpha_1}{2\dot{\gamma}} \quad (3.4)$$

где  $\hat{\delta} \approx 10^{-2} - 10^{-3}$  – абсолютное значение максимального отклонения импульса вблизи критической энергии,  $\alpha_1$  – второй порядок коэффициента уплотнения орбиты. Для регулярной ФОДО структуры У-70 с скомпенсированной натуральной хроматичностью, получено  $\alpha_1 \simeq 0.01$  [6].

Кроме того, из ур.(1) следует условие стабильности синхротронных колебаний

$$\eta_0 \cos \varphi_s < 0 \quad (3.5)$$

Видно, что для продольного согласования при прохождении критической энергии также должна быть сдвинута фаза  $\varphi_s$  ускоряющего поля ВЧ на  $\pi - 2\varphi_s$ .

Оценки для У-70, приведенные в табл. 1, отражают тот факт, что время адиабатичности (2) может быть сравнимо со временем нелинейности (3)  $\tau_{ad} \sim \tau_{nl}$ . При приближении энергии к критической, продольная длина пучка уменьшается, а разброс по импульсам увеличивается. На рис. 2 приведены результаты моделирования прохождения критической энергии при ускорении от 7.0 до 13.0 ГэВ для  $\eta = \eta_0$  и  $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$  в различных моделях BLonD [7]. Влияние второго порядка коэффициента проскальзывания увеличивает продольный эмиттанс.

## ВЛИЯНИЕ ИНДУКТИВНОГО ИМПЕДАНСА

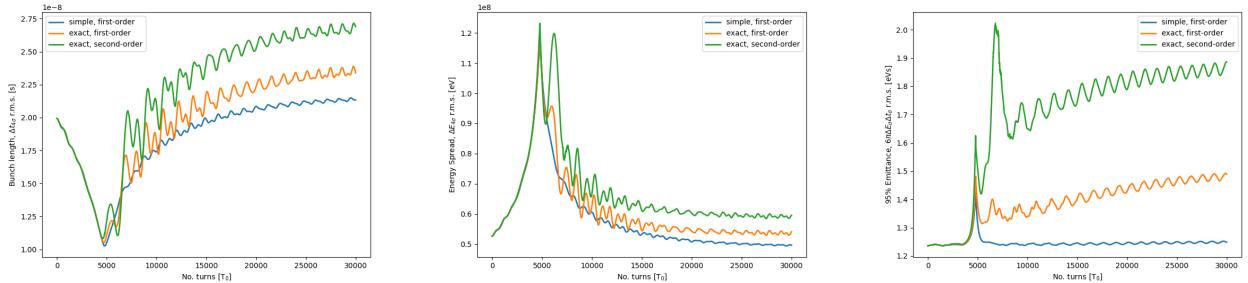


Рисунок 3.2 – Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 13 ГэВ для трёх моделей без скачка и учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка  $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая –  $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая –  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , ‘exact’ solver.

На продольную динамику также оказывает влияние элементов ускорителя. Импеданс описывает взаимодействие пучка с элементами структуры ускорителя. Особенно важным для изучения динамики при прохождении критической энергии является продольный импеданс  $Z_{\parallel}(\omega)$ . Аналитический расчёт полного импеданса кольца является трудной задачей и в данной работе ограничен его индуктивной компонентой  $Z_n/n = \pm i \cdot const$ . Отрицательная индуктивность соответствует импедансу гладкой камеры, а положительная – продольному импедансу связи пикап-электродов, кикер-магнитов и сильфонов [3]. На сеансе для У-70 наблюдалась интенсивность в импульсе порядка  $N_{tot} = 4 \bullet 10^{12}$  ppp (particles per period), соответственно, в сгустке – порядка  $N_{beam} = 4 \bullet 10^{11}$  (particles per beam). Моделирование продольной динамики при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ показывает, что при малой интенсивности  $N_{beam} = 4 \bullet 10^{11}$  как для отрицательного, так и для положительного значений рассматриваемого импеданса пучок сохраняет стабильность. Для больших интенсивностей  $N_{beam} = 1 \bullet 10^{12}$  наблюдается существенное изменение симметрии фазового объёма и увеличение продольного эмиттанса (рис. 3, табл. 2). В соответствии с экспериментальными данными начальное значение длины сгустка  $\tau_L = 4t_\sigma \simeq 20$  нс для  $E_0 = 7$  ГэВ. Для гауссова распределения  $\delta E_0 = 4E\sigma = 52.7$  МэВ,  $\epsilon_{095\%} = 1.23$  эВ·с.

## СКАЧОК КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ У-70

Для сохранения стабильности продольного движения, продольный эмиттанс не должен расти при прохождении критической энергии. Для этой цели на У-70 используется метод скачка критической энергии [8]. Возрастает скорость

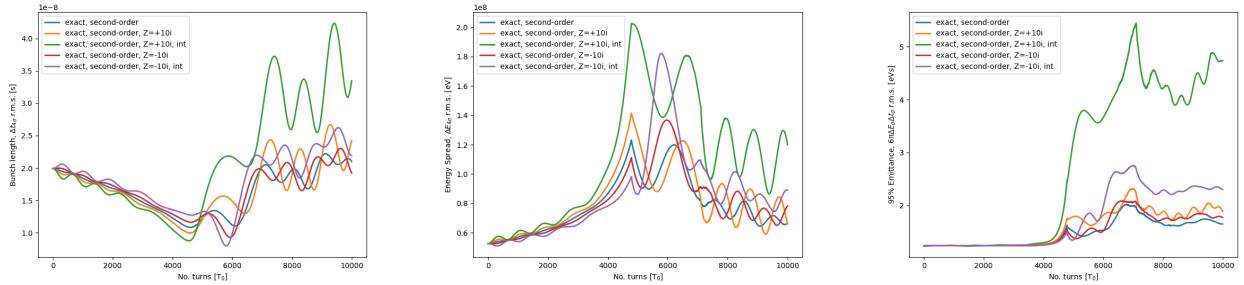


Рисунок 3.3 – Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ без скачка, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей.

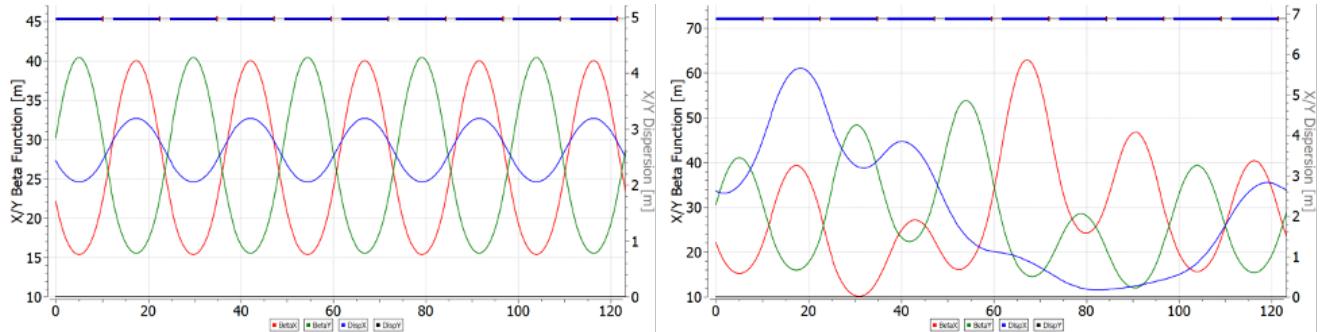


Рисунок 3.4 – Твисс-параметры  $\beta_x, \beta_y, D_x$  для суперпериода У-70 а) регуляяная структура; б) структура с модулированной дисперсией.

прохождения критической энергии, при этом сам темп ускорения не меняется. Это достигается изменением параметров ускорителя, при котором изменяется  $\alpha_0$ . В общем случае, коэффициент расширения орбиты определяется как интеграл:

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \cdot (9) \quad (3.6)$$

где  $D(s)$  – дисперсионная функция,  $\rho(s)$  – кривизна орбиты. Изменение коэффициента расширения орбиты возможно при модулировании дисперсионной функции, так как  $\rho(s)$  остается неизменной. Такая модуляция в синхротроне У-70 осуществляется квадрупольями во 2-ом и 8-ом блоках каждого суперпериода [9]. На рис. 4 изображены параметры Твисса для одного суперпериода, состоящего из 10 магнитных блоков с совмещённой функцией как для регулярной структуры У-70, так и структуры с искаженной дисперсионной функцией [10].

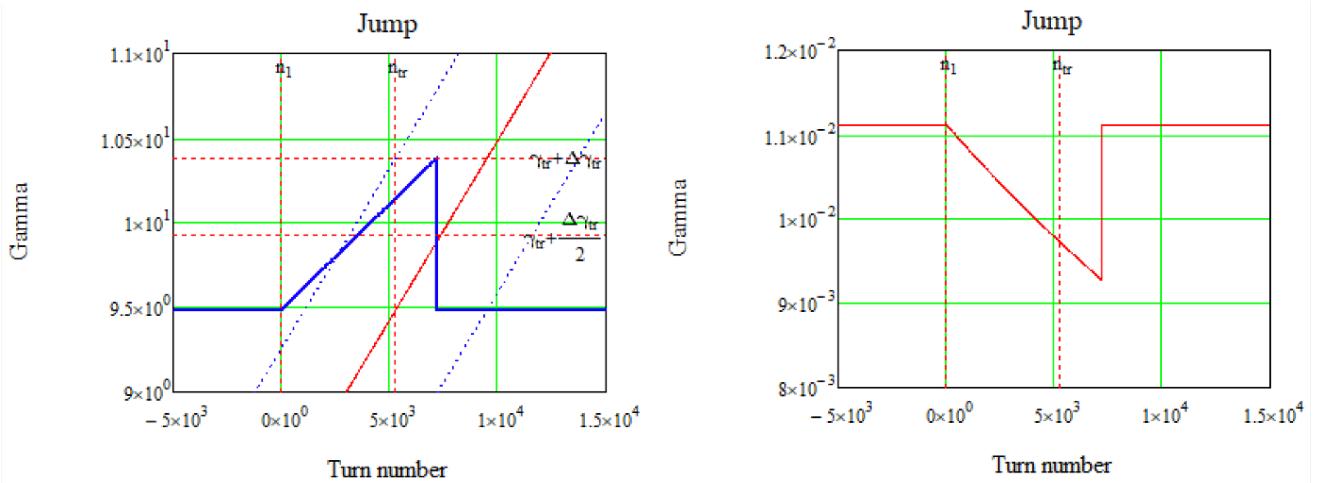


Рисунок 3.5 — а) Поднятие критической энергии при процедуре скачка; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$ .

Квадруполи расположены через полпериода  $\Delta\nu_{x,y} = 0.5 \times 0.5$  и имеют противоположные полярности. При такой модуляции дисперсии не происходит сдвига рабочей точки. В табл. 3 приведены значения рабочей точки в ходе процедуры поднятия критической энергии и скачка. Таким образом, поднятие критической энергии на переднем фронте происходит на  $\delta\gamma_{tr} = 0.9$  за 36 мс, а сам скачок — за 1 мс на заднем фронте. Принципиальная схема процедуры, а также соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения приведены на рис. 5. Процедура скачка на сеансе У-70 приведена на рис. 6а, продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка отражена на рис. 6б.

Данные моделирования продольного движения соответствуют изменению длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70 (рис. 7). Результаты моделирования продольного движения (Рис. 8 и Таблица 4) показаны для разных моделей при ускорении от 6.9 – 12.9 ГэВ [9] для скачка критической энергии. А также для скачка с учётом импедансов вида  $Z_n/n = \pm i \bullet const$  и разных интенсивностей при ускорении 6.9 – 8.9 ГэВ (Рис. 9). Начальные значения  $\tau_L = 4t_\sigma \simeq 20$  нс при  $E_0 = 6.9$  ГэВ,  $\delta E_0 = 4E\sigma = 49.3$  МэВ,  $\epsilon_{095\%} = 1.16$  эВ·с.

При сравнении двух рассмотренных способов прохождения критической энергии: без скачка критической энергии и со скачком, можно установить, что при скачке продольная длина сгустка сокращается меньше. Таким образом и рассмотренные импедансы меньше возмущают сгусток. Рост эмиттанса наблюдается только при рассмотрении интенсивного сгустка, где число частиц  $N_{beam} = 1 \times 10^{12}$  ppb (particles per beam)

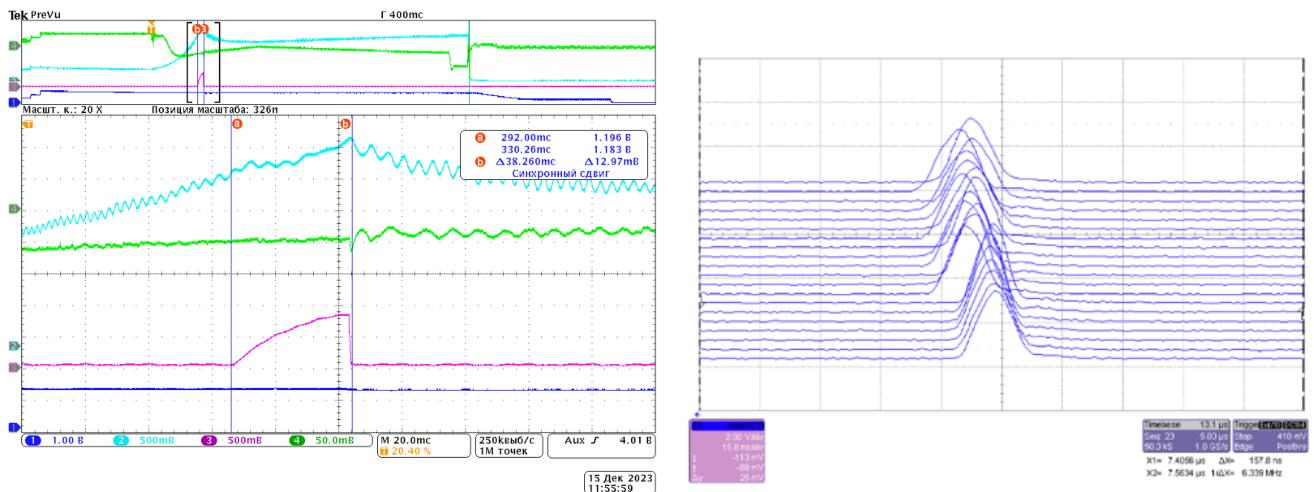


Рисунок 3.6 — а) Скачок критической энергии на сеансе У-70. Зелная линия – сигнал с фазового датчика, фиолетовая – градиент в обмотках дополнительных квадрупольей, голубая – сигнал с пикового детектора; б) Продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка.

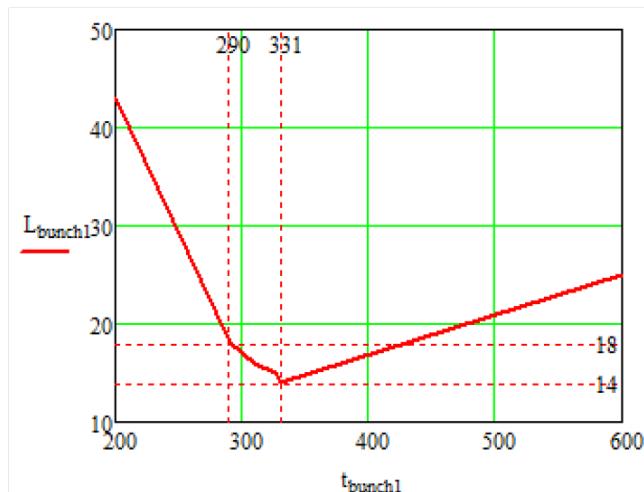


Рисунок 3.7 — Изменение длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ** Прохождение критической энергии в гармоническом ВЧ как с использованием метода скачка, так и без него, было рассмотрено в сеансе на протонном синхротроне У-70. Проведено численное моделирование продольной динамики для различных импедансов и интенсивностей сгустков.

Показано, что темп ускорения играет ключевую роль при прохождении критической энергии. Для его увеличения используют метод скачка критической энергии. Изменение критической энергии осуществляется при помощи модуляции дисперсионной функции, что позволяет контролировать продольный эмиттанс сгустка в момент прохождения критической энергии.

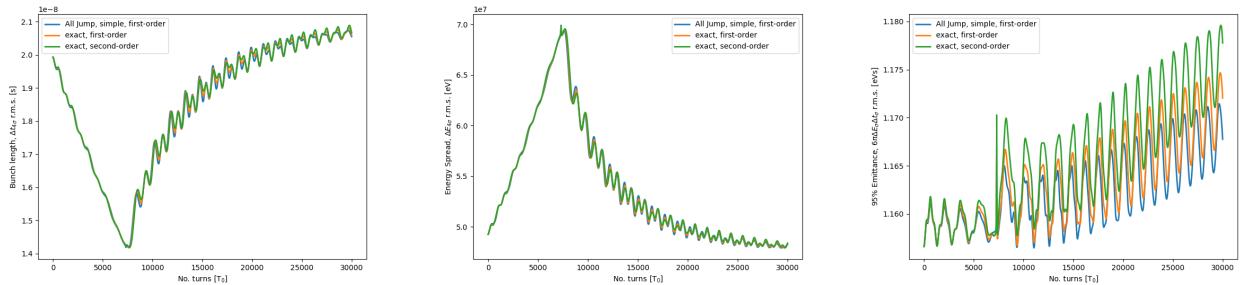


Рисунок 3.8 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 12.9 ГэВ для трёх моделей со скачком, без учёта импеданса. Синяя — учёт только первого порядка  $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая —  $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая —  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , ‘exact’ solver.

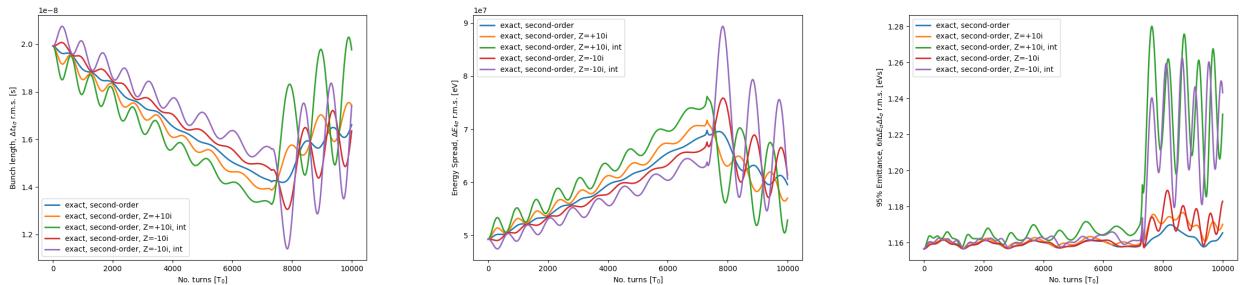


Рисунок 3.9 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 8.9 ГэВ со скачком, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей.

Изученная динамика продольного движения вблизи критической энергии представляет интерес для дальнейшего изучения на комплексе NICA.

### 3.4 Продольная микроволновая неустойчивость

Проблема прохождения критической энергии в синхротроне NICA (ОИЯИ г. Дубна) актуальна для экспериментов с протонами при энергии пучка 13 ГэВ, поскольку может приводить к росту эмиттанса и в конечном счёте накладывает ограничения на конечную светимость. Для экспериментов с тяжелыми ионами при энергии 4.5 ГэВ такой сложности не возникает, так как критическая энергия, характеристика кольца, 5.7 ГэВ.

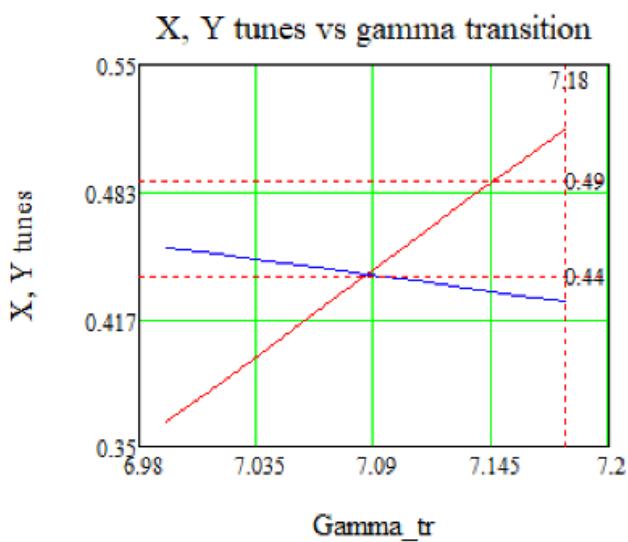


Рисунок 3.10 — Зависимость бетатронной частоты в  $x$ ,  $y$  – плоскости от  $\gamma_{tr}$  при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах.

Реализация скачкообразного прохождения критической энергии в NICA с сдвигом бетатронной частоты ограничивает величину скачка. Ограниченный темп изменения градиентов квадрупольей влечет ограниченный темп изменения критической энергии. Подобная схема скачка рассмотрена для отличных по своему принципу работы ускоряющих ВЧ станций, барьерную и гармоническую. Кроме того, будет проведено сравнение с методикой прохождения скачком на У-70 (ИФВЭ г. Протвино).

## СВЕТИМОСТЬ

Для коллайдерного эксперимента светимость является ключевой величиной. В простейшем случае, столкновение симметричных сгустков, светимостьдается формулой [1]:

$$L = \frac{n_{\text{bunch}} N_1 N_2 f_0}{4\pi \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} B^*} \Phi_{HG}, \quad \Phi_{HG}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-u^2} du}{1 + (\alpha u)^2}, \quad \alpha = \frac{\sigma_s}{B^*}, \quad (3.7)$$

где  $n_{\text{bunch}}$  – количество сгустков,  $N_1$ ,  $N_2$  – количество частиц в сталкивающихся сгустках,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  – продольные эмиттансы,  $f_0$  – частота обращения,  $\Phi_{HG}$  – параметр песочных часов,  $\sigma_s$  – гауссов параметр продольного размера,  $B^*$  – бета-функция в точке столкновения. Как видно, данная формула отражает принципиальную зависимость от множества параметров как пучка, так и магнитооптики.

Прохождение через критическую энергию оказывает существенное влияние на продольную динамику. Светимость явно зависит от продольной длины пучка только в параметре песочных часов.  $\Phi_{HG}(1) \cong 0.76$ ,  $\Phi_{HG}(2) \cong 0.55$ ,  $\Phi_{HG}(5) \cong 0.29$ , то есть при неизменных параметрах и увеличении только длины сгустка в 2 раза, влияние эффекта песочных часов уменьшит исходную светимость на 30%  $L_2 = 0.7L_1$ . Для NICA предполагается достичь  $\alpha = 1$ ,  $\sigma_s = 0.6$  м, бета-функция в точке встречи  $B^* = 0.6$  м. Таким образом учтена только явная зависимость от продольной длины. Неявно, светимость зависит от продольного эмиттанса сгустка так как накладывает ограничение на количество частиц.

## УСКОРЕНИЕ

Рассмотрим эволюцию продольного эмиттанса в процессе ускорения в барьере ВЧ. Для достижения светимости порядка  $2 \cdot 10^{32}$  см<sup>-2</sup>с-1, конечный среднеквадратичный нормализованный продольный эмиттанс сгустка равен  $\varepsilon_{sin}^{exp} = n_{bunch}\gamma_{exp}\beta_{exp}\pi\sigma_s\sigma_p = 0.9$  м ( $\gamma_{exp} = 14.3$ ,  $n_{bunch} = 22$ ,  $\sigma_s = 0.6$  м,  $\sigma_p = 1.5 \cdot 10^{-3}$ ) при энергии порядка 13 ГэВ. Формируется из эмиттанса равномерного сгустка в барьере ВЧ  $\varepsilon_{bb}^{fin}$ , разделенного на 22 сгустка  $\varepsilon_{sin}^{exp} = D_{gym}\varepsilon_{bb}^{fin}$  при помощи ВЧ гимнастики. Эмиттанс барьера ВЧ подвержен влиянию критической энергии на эмиттанс охлажденного пучка после инжекции  $\varepsilon_{bb}^{cool}$ ,  $\varepsilon_{bb}^{fin} = D_{tr}\varepsilon_{bb}^{cool}$ . Охлажденный пучок формируется после инжекции, накопления и электронного охлаждения на 2–3 ГэВ  $\varepsilon_{bb}^{cool} = D_{cool}\varepsilon_{bb}^{inj}$ . Только охлаждение уменьшает эмиттанс  $D_{cool} < 1$ , остальные эффекты, только раздувают эмиттанс  $D_{gym} > 1$ ,  $D_{tr} > 1$ . Для гимнастики было принято  $D_{gym} = 1.3$ , влияние  $D_{tr}$  будет обсуждено далее.

## СКАЧОК КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Метод скачка критической энергии применяется для сохранения фазового объема при переходе через критическую энергию. В NICA рассматривается скачок критической энергии за счёт сдвига бетатронных частот. Параметры скачка могут быть определены при рассмотрении магнитооптической структуры и возможностью изменения тока в квадрупольных линзах в поворотных арках.

Изменение критической энергии достигается путем изменения коэффициента расширения орбиты

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \cdot (9) \quad (3.8)$$

где  $D(s)$  – дисперсионная функция,  $\rho(s)$  – кривизна орбиты. При этом необходима модуляция дисперсионной функции. Магнитооптическая структура поворотных арок NICA состоит из 12 ФОДО ячеек с подавленной на краях дисперсией (Рис. 1а). С помощью программ для численного моделирования движения пучка в магнитных системах ускорителей MADX [2] и OptiM [3] изучена зависимость изменения критической энергии от частоты бетатронных колебаний, при этом изменялся градиент в фокусирующих квадрупольных линзах. Именно в этих элементах расположен максимум  $\beta_x$  и  $D_x$ . В имеющейся структуре  $\Delta\gamma_{tr} = 1.1\Delta q$  (Рис. 1б). Для обеспечения скачка порядка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  потребуется изменять частоту в пределах  $\pm\Delta q = 0.05$ . Соответствующее суммарное изменение градиента  $\Delta Kl = 4\pi\Delta q\beta a = 0.055$  м<sup>-1</sup>, где  $\beta_a = 11.5$  м – средняя бета-функция. Тогда максимальное изменение градиента в одном квадруполе  $\Delta G = \Delta Kl(BR/N_F l) = 0.5$  Тл/м, где  $N_F = 24$  – количество фокусирующих линз,  $BR = 22$  Тл·м – магнитная жесткость при кинетической энергии протонов 5.7 ГэВ (критическая энергия),  $l = 0.47$  м – длина квадруполя. При этом ограничение скорости нарастания тока приводит к ограничению в изменении градиента квадрупольных линз. Темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5$  с<sup>-1</sup>.[4]

В протонном синхротроне НИЦ «Курчатовский институт» - ИФВЭ У-70 также используется методика скачка критической энергии [5]. Магнитооптическая структура У-70 является ФОДО-периодичной и состоит из 12 суперпериодов с 10 магнитными блоками с совмещенной функцией. [6] Ускорение осуществляется гармоническим ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{U-70} = 40$  с<sup>-1</sup>. Скачок достигается также искажением дисперсионной функции, однако без смещения рабочей точки. Дополнительные квадруполя, расположенные через полпериода  $\Delta v_{x,y} = 0.5 \times 0.5$  которые имеют противоположные полярности, модулируют дисперсионную функцию. Изменение критической энергии происходит на  $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$  (Рис. 2а) за 1 мс, то есть в 10 раз больше и в 100 раз быстрее  $(d\gamma_{tr}/dt)_{U-70} = 900$  с<sup>-1</sup>, по сравнению с упомянутым скачком для NICA. Также показано соответствующее изменение  $\eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma^2}$  (Рис. 2б), где  $\gamma$  – Лоренц-фактор пучка. [7]

Темп ускорения непосредственно влияет на динамику продольного движения. В NICA имеется 3 различные ВЧ станции: ВЧ-1 – барьерное, четыре ВЧ-2, восемь ВЧ-3 – гармонические с гармоническим числом 22 и 66 соответственно. Максимальное суммарное напряжение составляет порядка  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30$  с<sup>-1</sup>,

$(d\gamma/dt)_{RF3} = 300 \text{ с}^{-1}$  и значительно больше, чем для индукционного ускорения в барьерном  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ с}^{-1}$  [8].

## ГАРМОНИЧЕСКОЕ ВЧ

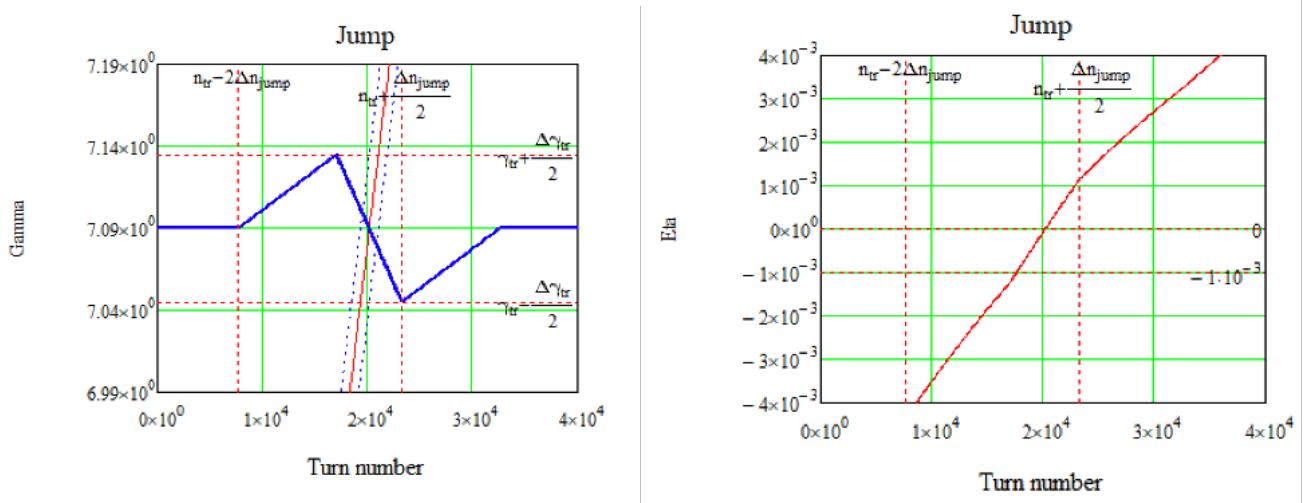


Рисунок 3.11 — а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$  при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  с темпом  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0 = \pm 1 \times 10^{-3}$ .

Ускорение в гармоническом ВЧ-резонаторе достигается путем смещения фазы пучка относительно фазы ВЧ. Темп ускорения в гармоническом ВЧ-2  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$  больше максимального темпа изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . На Рис.3а показана схема симметричного скачка от  $\gamma_{tr} + \Delta\gamma_{tr}/2$  до  $\gamma_{tr} - \Delta\gamma_{tr}/2$ . При этом предварительное увеличение критической энергии и соответствующее восстановление до стационарного значение может происходить не с максимальным темпом изменения критической энергии, а медленнее. Таким образом, время нахождения вблизи нулевого значения  $\eta$  сокращается. По сравнению со случаем скачка для У-70, коэффициент проскальзывания за время скачка изменяется медленно (Рис. 3б). Долгое пребывание вблизи нулевого значения  $\eta$  является опасным для продольной динамики пучка. Именно поэтому и применяется процедура скачка (быстрого пересечения) критической энергии. В данном случае из-за ограниченной величины самого скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ , а также ограниченного темпа изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ , сам скачок оказывается незначительным.

## БАРЬЕРНОЕ ВЧ

Барьерное ВЧ-1 генерирует барьерные импульсы 5 кВ для удержания пучка, ускорение достигается индукционно, меандром с напряжением 300 В [8].

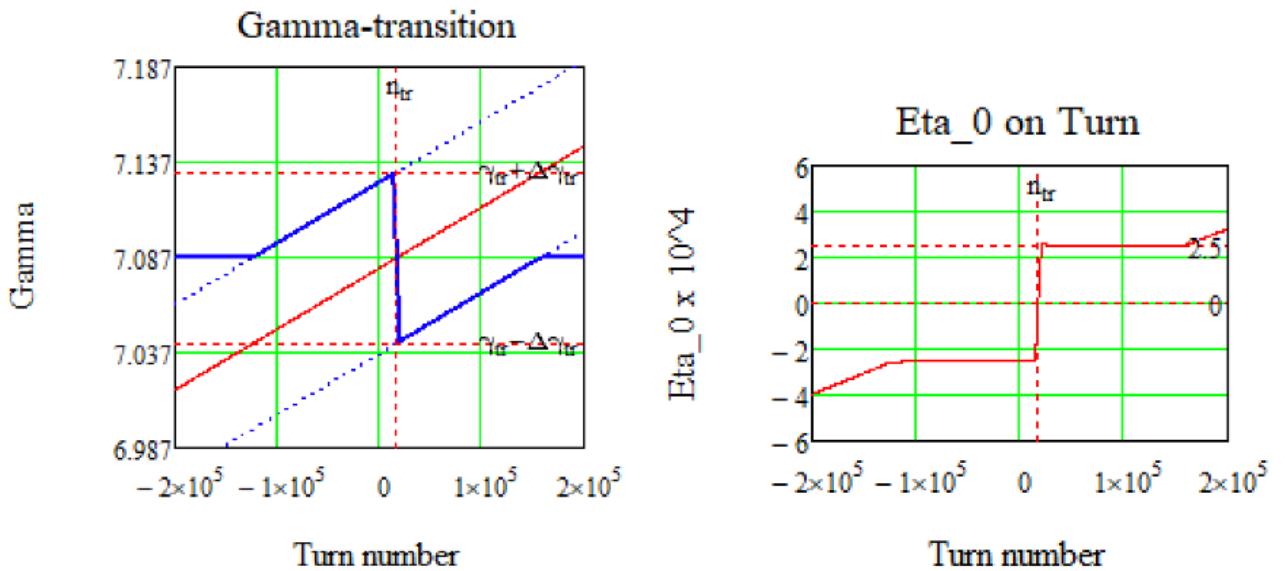


Рисунок 3.12 — а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на У-70 при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$  с темпом  $(d\gamma_{tr}/dt)_{U-70} = 900 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$ .

Темп ускорения  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ с}^{-1}$  значительно ниже по сравнению с гармоническим (Рис. 4а). Скачок происходит за тоже время (10 мс), что и для случая гармонического ВЧ. Продольная динамика в таком ВЧ отличается от случая гармонического. При этом достигает малого значения  $\eta_0 = -2.5 \times 10^{-4}$  и удерживается вблизи малого значения, в этом случае нелинейность  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , сказывается на частицах с большим  $\delta$ . Однако, для барьера ВЧ это не опасно, так как нет дополнительного возбуждения, которое может вытолкнуть частицы вне сепаратрисы и может только исказить распределение между барьерами. Профиль пучка имеет ненулевой градиент только по краям, где частицы отражаются от барьера. После поднятия критической энергии происходит скачок критической энергии за 10 мс в отсутствие барьёров. За это время фазовый портрет изменяется незначительного. А затем, захватывается барьерами с обратной полярностью.

Главным остается то, что ограничены 1) возможная величина скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ ; 2) темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . Ограничение на величину скачка приводит к ограничению на скачок коэффициента проскальзывания  $\eta_0 = \pm 2.5 \times 10^{-4}$ . Барьерное ВЧ подразумевает относительно долгое удержание пучка в окрестности около нулевого значения  $\eta_0$  (Рис. 4б).

## ПРОДОЛЬНАЯ МИКРОВОЛНОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Ограничение на порог микроволновой неустойчивости зависит от многих параметров и для равномерного распределения, характерного именно барьерному ВЧ определяется критерием Кейл-Шнель. В модифицированном виде этот критерий приведен в [9].

$$K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_{\parallel}|/n) I} \frac{A_i}{Z_i} \gamma \beta^2 |\eta| \sigma_p^2 \geq 1 \quad (3.9)$$

Ток  $I = \frac{e\beta c N_p Z_i}{L_B}$ , тут  $L_B$  – длина пучка или для барьерного ВЧ это эквивалентно расстоянию между удерживающими барьерами (приближено, без учёта краевых эффектов). Отсюда видно, что возникает ограничение на количество частиц  $N_p$  ( $A, Z = 1$  для протонов).

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{\parallel}/n) e c} |\eta| \gamma \beta \sigma_p^2 L_B \quad (3.10)$$

или, если учесть, что нормализованный эмиттанс для барьерного ВЧ  $\epsilon_{tr} = \gamma_{tr} \beta_{tr} \sqrt{\pi} \sigma_p L_B$  ( $\sqrt{\pi}$  так как распределение по импульсам имеет гауссов вид, а продольный размер – равномерный), то справедливо для барьерного ВЧ

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{\parallel}/n) e c} |\eta| \frac{\epsilon_{tr}^2}{\pi \gamma \beta L_B} \quad (3.11)$$

Таким образом при нахождении вблизи малого значения  $|\eta|$  количество частиц, ограничено длиной сгустка в барьерном ВЧ. При этом нормализованный эмиттанс определяется из необходимости иметь достаточную светимость  $\epsilon_{tr} = \epsilon_{bb}^{fin} = \epsilon_{sin}^{exp} / D_{gym} = 0.7$  м. А длина сгустка может быть варьирована движением барьеров.

Требуемое количество частиц для достижения светимости порядка  $2 \times 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  –  $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$  для конечного сгустка, таким образом требуемое количество частиц в барьерном ВЧ как минимум должно быть  $2.2 \times 10^{13}$ . Для упомянутого скачка, энергия  $E_0 = E_{tr} = 5.7$  ГэВ,  $\gamma_{tr} = 7.08$ ,  $\beta = 0.99$  вблизи  $|\eta_0| = 2.5 \times 10^{-4}$  для расчётов принято  $Z_{\parallel}/n = 20$  Ом,  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 5.4$ .

$$N_p \leq 1 \times 5.45.7 \times 10^9 eV 20 \Omega 1.610 - 19 K 3 \times 10^8 ms 2.5 \times 10^{-4} 0.7 m 27.08 \pi L_B \quad (3.12)$$

Эта зависимость представлена на Рис.5. Таким образом ограничение для длины пучка  $L_B = C_{ring}/2$  ограничение на количество частиц  $N_p \leq 1.2 \times 10^{12}$ , для  $L_B = C_{ring}/10$ ,  $N_p \leq 6 \times 10^{12}$ .

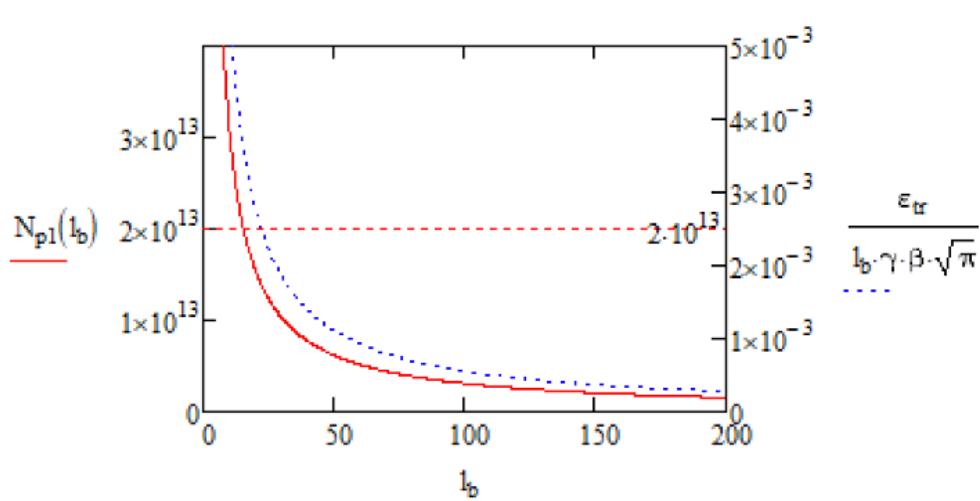


Рисунок 3.13 — Зависимость количества частиц в барьерном ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости.

Исходя из этих оценок, достичь конечного числа частиц  $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$  для каждого из 22 сгустков, представляется трудной задачей, вследствие возникновения продольной микроволновой неустойчивости вблизи критической энергии для интенсивного равномерного сгустка в барьерном ВЧ.

### Заключение

В первую очередь коллайдерные эксперименты предъявляют требования к светимости. Которые дают ограничения, помимо прочего, и на продольный фазовый размер конченого сгустка. При ускорении, необходимо как преодолеть критическую энергию, так и разделить пучок на 22 сгустка при помощи ВЧ гимнастики, при этом не раздуть фазовый объём.

Рассмотрена возможная схема скачка критической энергии для NICA. Характерные величинами являются, величина скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  и темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . Для гармонического ВЧ предложенный скачок оказывает малое влияние на продольную динамику в силу малости скачка и его низкого темпа по сравнению с темпом ускорения. Для барьерного ВЧ, ограничение на величину скачка дает пороговое значение количества частиц в равномерном сгустке, вследствие микроволновой неустойчивости. И не позволяет достигнуть количества частиц  $1 \times 10^{12}$  в конечном сгустке для достижения максимальной светимости.

### 3.5 Прохождение критической энергии в ускорителе NICa с регулярными арками

#### 3.5.1 Прохождение через критическую энергию за счет быстрого изменения бетатронной частоты

Процедура скачка критической энергии применяется для преодоления критической энергии. Таким образом, удается сохранить устойчивое движение пучка в фазовом пространстве. Данный метод применялся на многих установках и описан в работах [jump], [pip].

Необходимость скачка можно понять, рассмотрев зависимость от  $\eta(\delta) = \eta_0 + \eta_1\delta + \dots$ , уравнений продольного движения, которые описывают эволюцию частиц в фазовом пространстве [hans]:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} &= \eta(\delta) \cdot \frac{h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0} \\ \frac{d(\Delta E)}{dt} &= \frac{V(\tau)}{T_0} \end{aligned} \quad (3.13)$$

При ускорении, значение коэффициента скольжения  $\eta$  приближается к нулю для всех частиц, однако из-за ненулевого разброса по импульсам  $\delta$ , слагаемое  $\eta_1\delta$  начинает быть сравнимо с  $\eta_0$  и играет важную роль на динамику вблизи критической энергии. Если не предпринимать никаких мер, то для частиц, преодолевших критическую энергию, знак коэффициента скольжения меняется. Исходя из Уравнений 3.13, видно, что движение в фазовой плоскости становится не устойчивым ведёт к потере пучка. Процедура скачка позволяет, во-первых, в течение поднятия критической энергии, удерживать пучок на расстоянии, достаточном, чтобы все частицы имели один и тот же знак коэффициента скольжения. Во-вторых, обеспечить быстрый переход к новому состоянию, где коэффициент скольжения меняет знак, но для всех частиц снова имеет одинаковый знак. Стабильность обеспечивается сменой полярности удерживающих ВЧ-барьеров.

Для коэффициента расширения орбиты может быть получено выражение [resonant]:

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (3.14)$$

где  $D(s)$  – дисперсионная функция,  $1/\rho(s)$  – кривизна орбиты. Для стационарной машины, возможно вариация дисперсионной функции для изменения значения  $\alpha$ , а соответственно и  $\eta$ . Например, для NICA, рассматривается возможность создания дополнительного градиента в квадрупольных линзах. Расчёты показывают, что возможно изменение критической энергии  $\gamma_{tr}$  со скоростью  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 c^{-1}$  [syresin].

Можно выделить пять основных состояний продольной динамики, основанных на изменении критической энергии  $\gamma_{tr}$  (Рисунок 3.14):

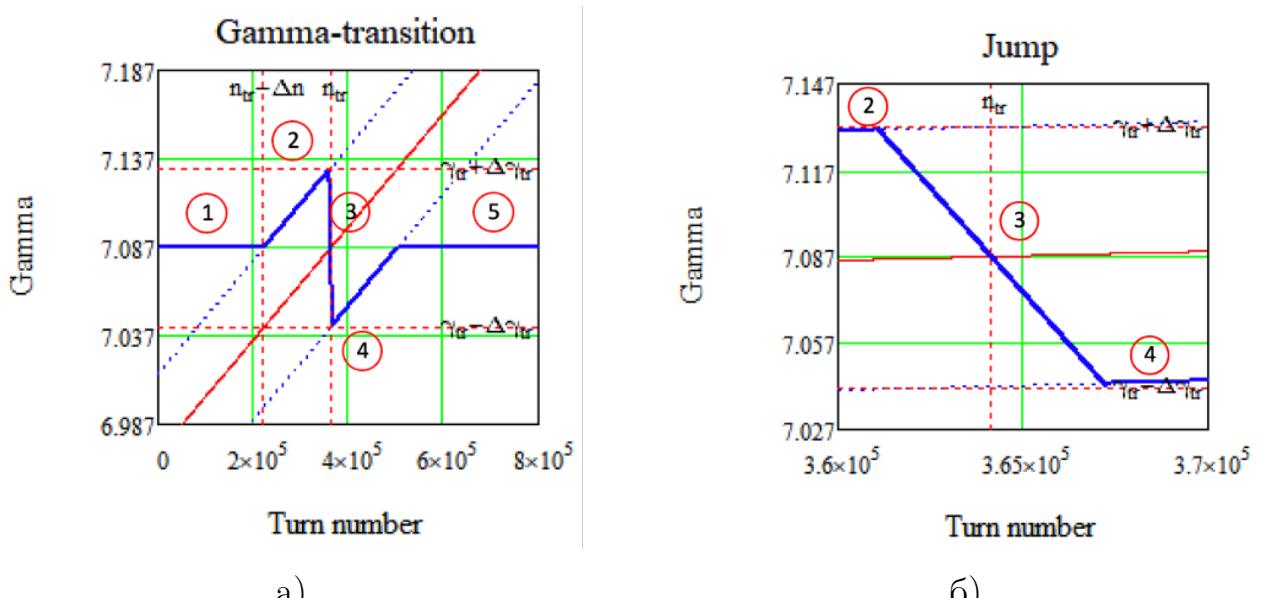


Рисунок 3.14 — Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя  $\gamma_{tr}$ , красная линия – энергия референсной частицы.

1. Ускорение от энергии инжекции  $E_{inj}$  со стационарным значением  $\gamma_{tr}^{stat}$ ;
2. Плавное увеличение  $\gamma_{tr}$  параллельно энергии частиц до пикового значения, коэффициент скольжения  $\eta_0$  приобретает минимально возможное значение, приближаясь к нулевому значению;
3. Переход через стационарное значение критической энергии, при этом  $\eta_0$  пересекает нулевое значение для всех частиц;
4. Плавное восстановление  $\gamma_{tr}$  до стационарного значения, также параллельно энергии частиц;
5. Ускорение до энергии эксперимента со стационарным значением критической энергии  $\gamma_{tr}^{stat}$ .

Состояния 2-3-4 определяют процедуру преодоления  $\gamma_{tr}$  скачком. Изменение магнитооптики приводит к зависимости  $\gamma_{tr}$ , соответствующего смещения рабочей точки  $v_{x,y}$  (Рисунок 3.15), а также высших порядков коэффициента расширения орбиты  $\alpha_1, \alpha_2$  (Рисунок 3.16).

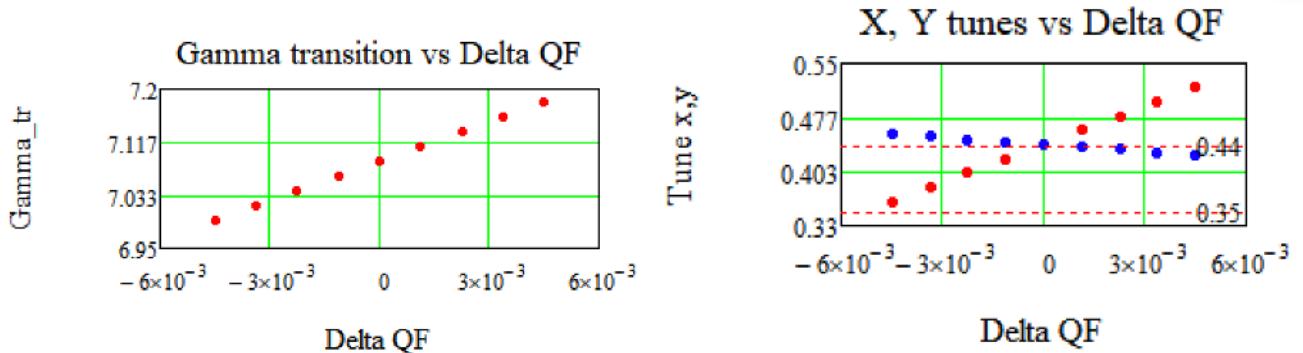


Рисунок 3.15 — Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз.

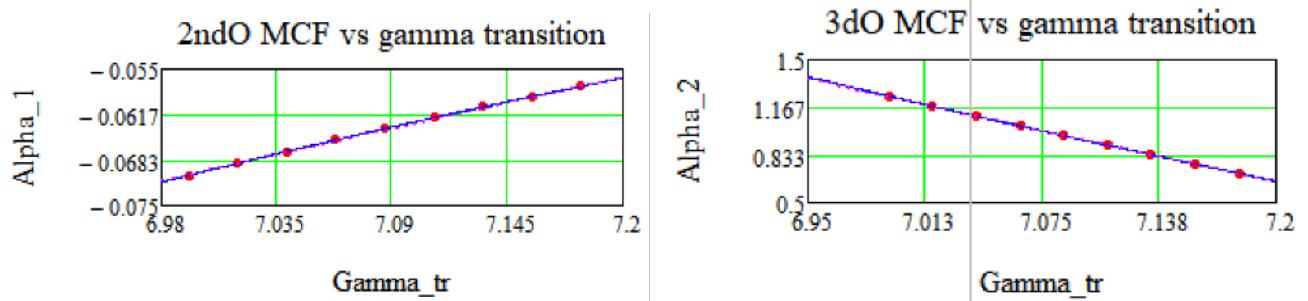


Рисунок 3.16 — Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии.

### 3.5.2 Оптимизация динамической апертуры при прохождении критической энергии

#### 3.5.3 Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии

#### 3.5.4 Динамика синхротронного движения с учетом зависимости МСР от квадратичного члена разброса по импульсам при прохождении критической энергии быстрым скачком в ВЧ типа Barrier Bucket

Для прохождения критической энергии, возможно использование ВЧ барьерного типа (Barrier Bucket RF) [bb], [malyshev]. (Рисунок 3.17)

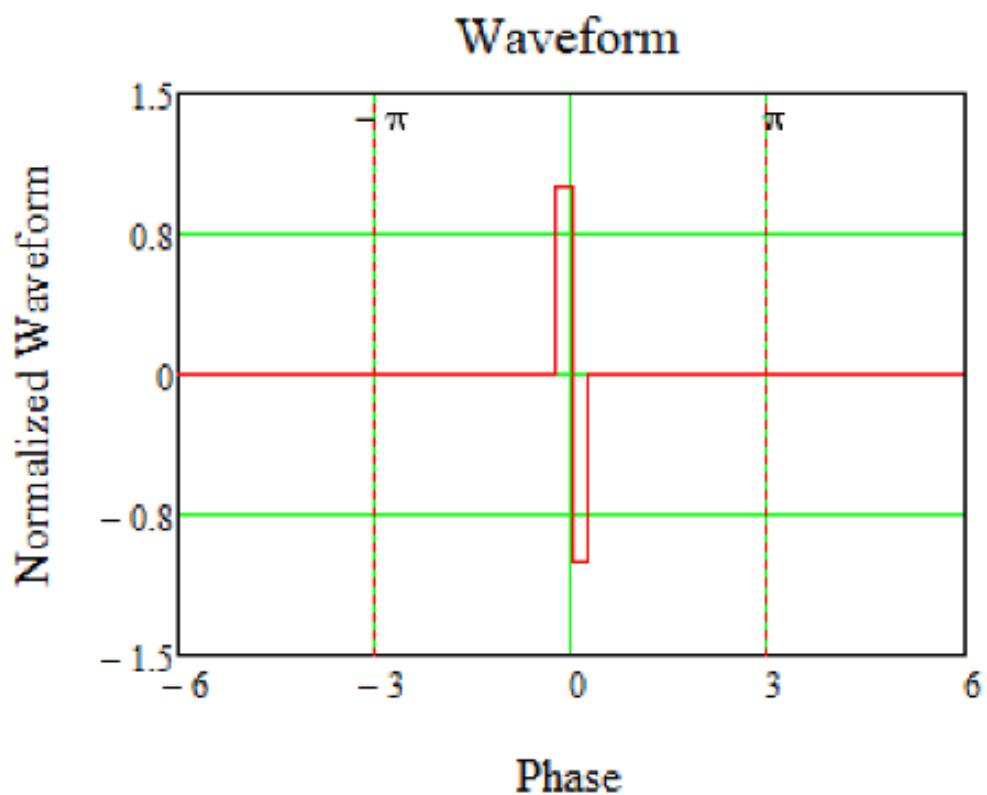


Рисунок 3.17 — Нормализованная форма сигнала от ВЧ барьера.

$$g(\varphi) = \begin{cases} -\text{sign}(\eta), & -\pi/h_r \leq \varphi \leq 0 \\ \text{sign}(\eta), & 0 < \varphi \leq \pi/h_r \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (3.15)$$

где  $\eta$  – коэффициент скольжения (slip-factor),  $h_r = \frac{\pi}{\varphi_r}$  – гармоническое число для отражающего барьера и  $\varphi_r$  – соответствующая фаза. В Уравнении 3.15 учтено, что при прохождении через критическую энергию, знак  $\eta$  меняется и, соответственно, полярность ВЧ барьеров. Для ускорения может быть также приложено дополнительное напряжение в виде меандра с напряжением  $V_{acc} = 300$  eV.

Коэффициенты Фурье-разложения для приведенного прямоугольного сигнала даются выражением [bbcern]:

$$b_n = \text{sign}(\eta) \frac{2}{n\pi} \left[ 1 - \cos \left( \frac{n}{h_r} \pi \right) \right], \quad (3.16)$$

где  $n$  – номер гармоники. Для создания плавной формы сигнала, используется сигма-модуляция, сохраняющая симметрию сигнала:

$$\sigma_{m,n} = \text{sinc}^m \frac{n\pi}{2(N+1)}, \quad (3.17)$$

где  $N$  – количество членов гармонического разложения. Таким образом, напряжение  $n$ -ой гармоники:

$$V_n = V^{peak} b_n \sigma_{m,n}. \quad (3.18)$$

На Рисунках 3.18 представлены полученные формы сигнала и соответствующие напряжения для гармоник.

В зависимости от относительного смещения от референсной, частицы попадают под влияния ВЧ барьера – в области отражения и испытывают толчок энергии:

$$E'_i = \Delta E_i + \sum_{j=1}^N V_j \sin(\omega_j \Delta t_i + \varphi_j) \quad (3.19)$$

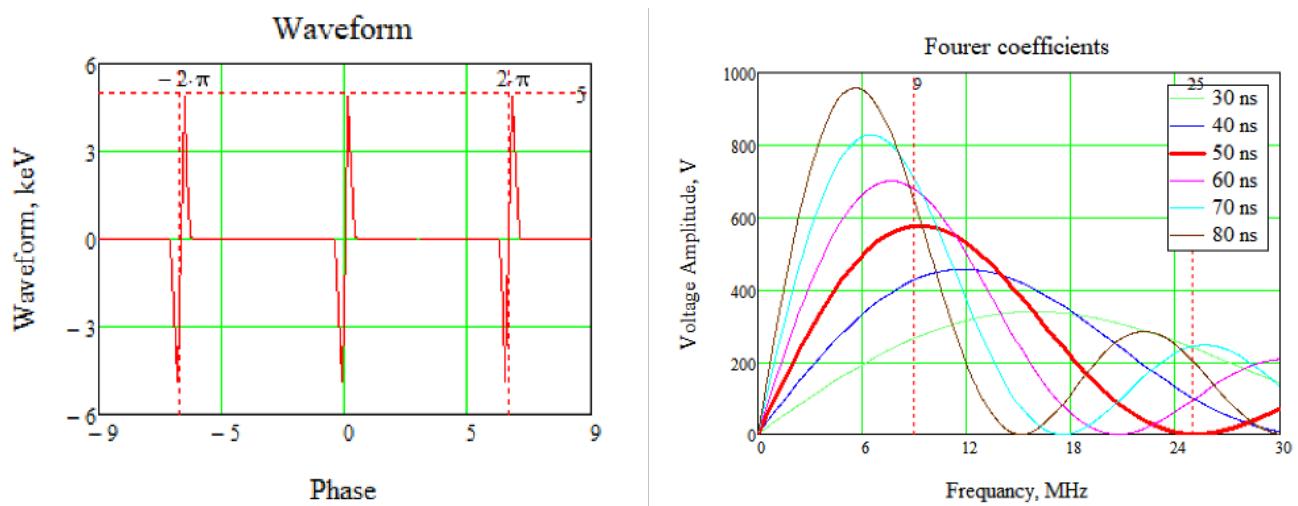


Рисунок 3.18 — Разложение сигнала от ВЧ барьерного типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева — форма ВЧ барьера, справа — амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера.

### 3.5.5 Учет импеданса, влияние пространственного заряда

Для учета влияния электромагнитного взаимодействия пучка с окружением вводится понятие импеданса. На продольную динамику основное влияние оказывает импеданс пространственного заряда [laclare] (Рисунок 3.19)

$$\frac{Z_{SC}}{n} = -\frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right] \quad (3.20)$$

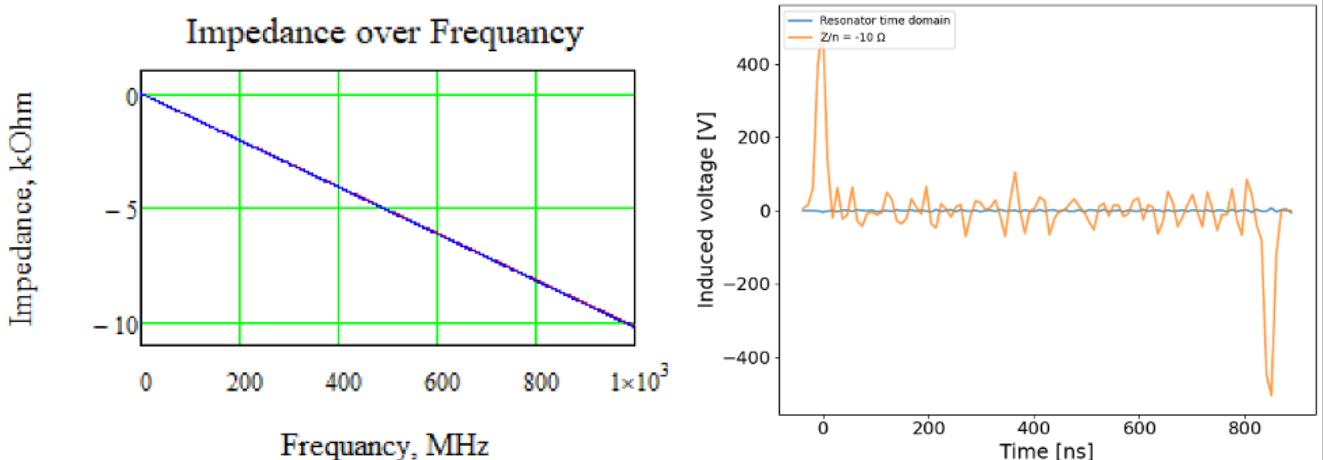


Рисунок 3.19 — Слева — импеданс пространственного заряда; справа — Напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости.

Для наглядности, приведём напряжение, индуцированное пространственным зарядом,  $V_{\text{s.c.}}(\varphi)$ . Уравнение определяется производной от функции распределения  $f(\varphi)$  в пространстве [sc]:

$$V_{\text{s.c.}}(\varphi) = \frac{Z^2 h^2 g_0 Z_0 c e}{2 R_0 \gamma^2} \cdot \frac{\partial (N_0 f(\varphi))}{\partial \varphi}. \quad (3.21)$$

### 3.5.6 Проведение численного моделирования продольной динамики частиц с учетом высших порядков slip-factor

Для ВЧ барьерного типа, как будет видно далее из Рисунков 3.20, 3.21, распределение внутри сепаратрисы равномерное непосредственно вне отражающего барьера. Таким образом, производная слабо отличается от нуля. Значительное напряжение может быть создано только на краях сепаратрисы, где наблюдается изменение градиента в профиле пучка.

Наиболее опасными с точки зрения разрушения пучка, являются состояния 2-3-4, при которых изменяются параметры ускорителя. С точки зрения динамики, состояния 2 и 4 являются симметричными.

Профиль пучка в продольной плоскости равномерный, а энергетический разброс гауссов. Состояние 2 и 4 характерны тем, что коэффициент скольжения для равновесной частицы остается неизменными, а критическая энергия меняется синхронно с энергией пучка в течение порядка  $2 \times 10^5$  оборотов. Таким образом, удержание пучка при стационарном значении критической энергии эквивалентно ускоренному движению пучка в структуре с меняющимися параметрами. Как видно на Рисунках 8 профиль пучка смещается к левому барьеру, это связано с тем, что для частиц с положительными  $\delta > 0$  коэффициент скольжения  $\eta_{+\delta}$  больше, чем для частиц с отрицательным  $\delta < 0$   $\eta_{-\delta} : \eta_{+\delta} > \eta_{-\delta}$ . Это видно из Уравнения 3.2 и того факта, что  $\eta_1 < 0$ .

Состояние 3 – быстрое изменение параметров в течение  $6 \times 10^3$  оборотов (10 ms). ВЧ-барьеры выключены на время скачка, чтобы не разрушить пучок. Влияние пространственного заряда наиболее важно в отсутствие барьеров, так как отсутствует внешняя удерживающая сила. Трекинг сделан с учетом описанного выше импеданса пространственного заряда.

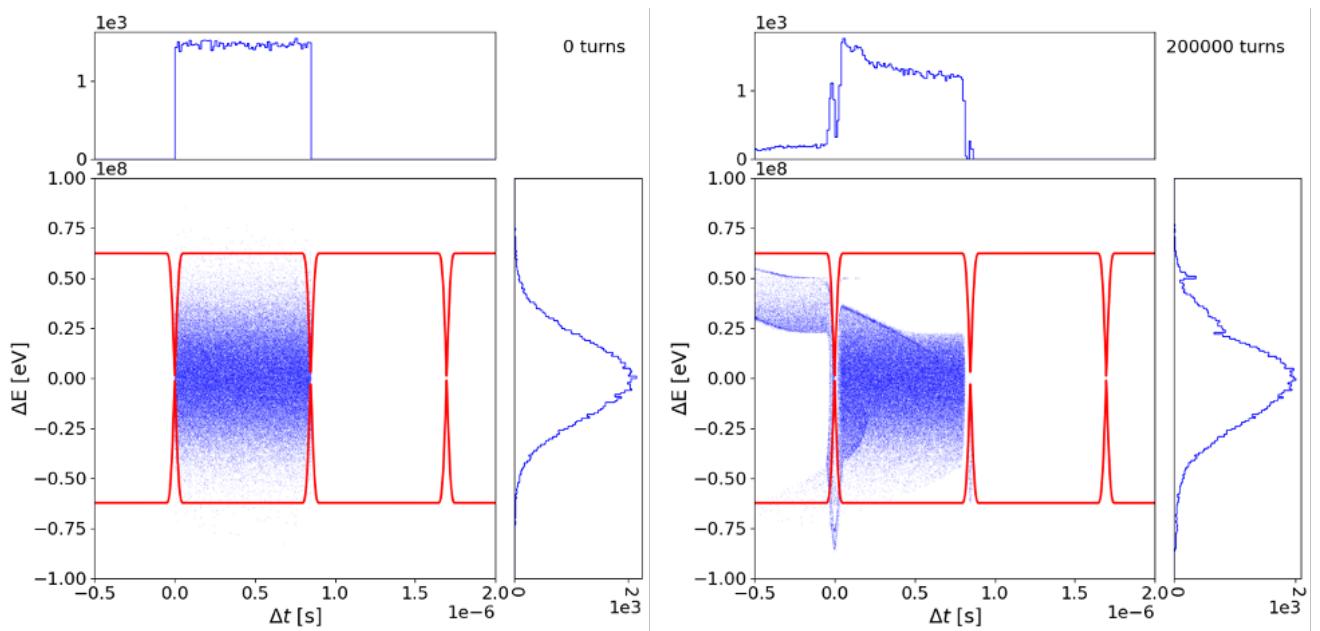


Рисунок 3.20 — Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева – начальное распределение, справа – распределение после  $2 \times 10^5$ .

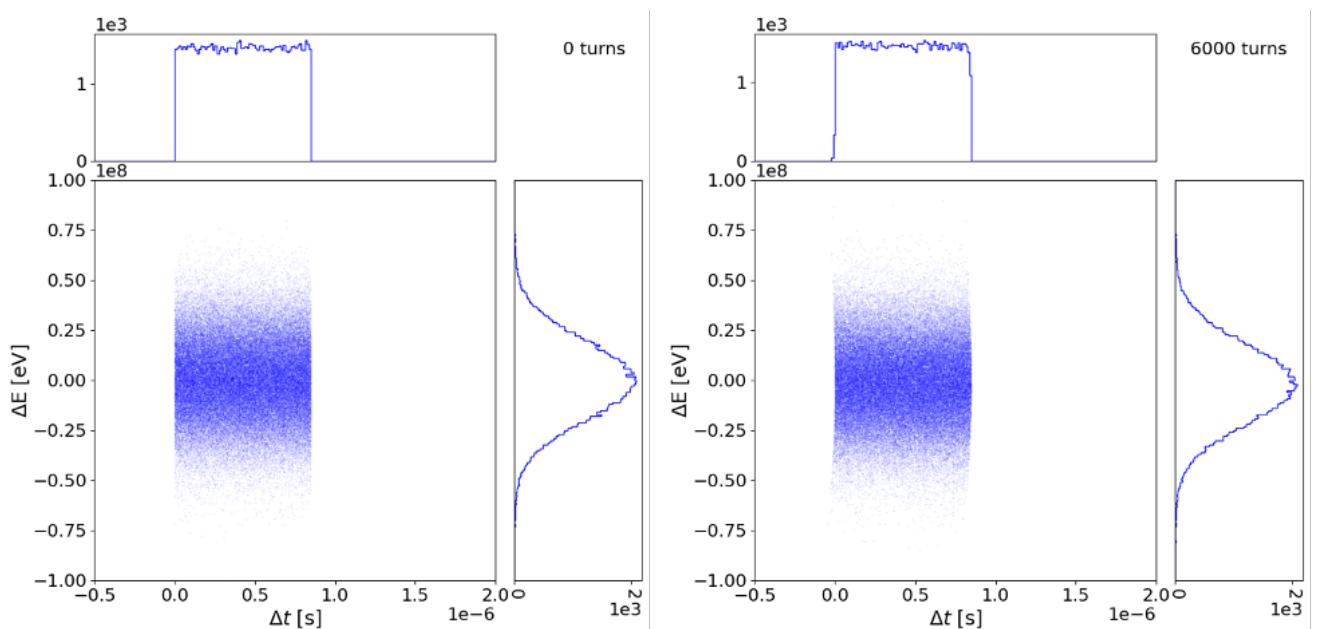


Рисунок 3.21 — Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева – начальное распределение, справа – распределение после  $6 \times 10^3$  оборотов.

За время скачка существенного изменения профиля пучка не произошло. Моделирование выполнено в среде BLonD [**blond1**], [**blond**].

### **3.5.7 Сохранение поляризации при прохождении критической энергии**

## **3.6 Ускорение и накопление пучка с использованием ВЧ резонаторов и barrier bucket cavity**

### **3.7 Заключение**

Изучена динамика продольного движения вблизи критической энергии в ВЧ барьерного типа, с учётом импеданса пространственного заряда. Процедура скачкообразного изменения параметров ускорителя является доступным вариантом преодоления критической энергии в барьерном ВЧ.

## Глава 4. Изучение особенностей магнитооптической структуры синхротронов NICA и Nuclotron с учетом ускорения поляризованных пучков и модернизация магнитооптической структуры Nuclotron с учётом возможности изучения ЭДМ

Помимо самого коллайдера NICA, в ускорительный комплекс также входит Nuclotron. Данный синхротрон предназначен как для самостоятельных экспериментов на выведенной мишени BM@N, так и для использования в качестве инжектора поляризованного пучка протонов и дейtronов в коллайдер NICA. Однако, установка была введена в эксплуатацию в 70-е годы и может быть модернизирована с использованием новых современных магнитооптических элементов, производимых непосредственно в ОИЯИ г. Дубна.

Для расширения возможностей Nuclotron в качестве самостоятельной машины рассматривается возможность изучения ЭДМ заряженных частиц. Изучение ЭДМ заряженных частиц возможно на кольцевом ускорителе, работающем в режиме накопителя. Моделирование структуры представляет отдельную задачу исследования спиновой динамики. Спин – квантовая величина, однако её поведение в ансамбле описывается классически, что было показано Tompson, Telegdi, Bargmann, Michel [1]. Поведение спина ансамбля частиц описывается одноименным уравнением Т-БМТ.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{S}}{dt} &= \vec{S} \times \left( \vec{\Omega}_{MDM} + \vec{\Omega}_{EDM} \right), \\
 \vec{\Omega}_{MDM} &= \frac{q}{m\gamma} \left\{ (\gamma G + 1) \vec{B}_\perp + (G + 1) \vec{B}_\parallel - \left( \gamma G + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right\}, \\
 \vec{\Omega}_{EDM} &= \frac{q\eta}{2m} \left( \vec{\beta} \times \vec{B} + \frac{\vec{E}}{c} \right), \quad G = \frac{g - 2}{2},
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

где  $\vec{\Omega}_{MDM}$ ,  $\vec{\Omega}_{EDM}$  – угловые частоты обусловленные наличием магнитного дипольного момента (МДМ) & электрического дипольного момента (ЭДМ);  $q, m, G$  – заряд, масса и магнитная аномалия;  $\beta$  – нормализованная скорость;  $\gamma$  – Лоренц-фактор;  $d = \eta \frac{q}{2mc} s$ ,  $d$  – ЭДМ фактор,  $s$  – спин. Уравнение содержит 2 слагаемых, одно обусловлено наличием магнитного дипольного момента (МДМ) частицы, другое – электрического дипольного момента соответственно.

Для непосредственного измерения ЭДМ-компоненты, влияние МДМ на спин должно быть нивелировано.

Таким образом, при модернизации кольца Nuclotron должны быть учтены несколько факторов:

1. Использование Nuclotron в качестве бустера в NICA;
2. Возможность изучения ЭДМ заряженных частиц.

#### **4.1 Прохождение критической энергии ускорителя NICA в синхротроне Nuclotron**

Как было показано ранее в Главах , прохождение критической энергии для протонного поляризованного пучка протонов является необходимым требованием коллайдерного эксперимента на SPD детекторе коллайдера NICA для достижения требуемой светимости. Помимо, повышения критической энергии резонансным методом, также возможен подход, при котором, ускорение выше критической энергии происходит в кольце Nuclotron с последующей инжекцией и накоплением уже в кольце коллайдера. Однако, такой способ, требует эффективного охлаждения выше критической энергии. Критическая энергия коллайдера NICA составляет 5.7 ГэВ, а энергия эксперимента порядка 13 ГэВ. Таким образом, эффективная энергия для охлаждения может составлять порядка 7 – 10 ГэВ. При такой энергии ускорение в коллайдере происходит строго выше критической энергии. Текущий электронный охладитель рассчитан на энергию 2 – 3 ГэВ [?]. Для реализации такого подхода требуется как разработка нового электронного охладителя, так и в случае проектирования нового модернизированного Nuclotron, он должен быть рассчитан на максимальную энергию 7 – 10 ГэВ.

Как уже было сказано, в Главе 2 был рассмотрен вариант модернизации модернизация NICA с повышенной критической энергией. При таком подходе проблем с прохождением критической энергии не возникает, поскольку во всем диапазоне энергий вплоть до конечной энергии эксперимента критическая энергия не преодолевается.

## 4.2 Требования к магнитооптической структуре синхротронов NICA-Nuclotron в задаче исследования электрического дипольного момента легких ядер

Текущая структура Nuclotron вовсе не предполагает проведения экспериментов по исследованию ЭДМ. Рассмотрим возможные способы реализации такой программы как на текущей установке, так и возможные опции по модернизации. В первую очередь, рассмотрим необходимые требования с точки зрения спиновой динамики.

Основным является требование скомпенсированности МДМ компоненты. Для достижения этого эффекта в BNL был предложен метод замороженного спина, МДМ вращение равняется нулю. При таком подходе спин остается с всюду со-направлен с направлением импульса. И достигается использованием элементов со скрещенными магнитными и электрическим полями. Наличие чисто магнитных арок приводит к необходимости использовать метод квазизаможженного спина для компенсации МДМ вращения спина. Такой метод, в отличие от замороженного спина предполагает пространственное разделение электрического и магнитных полей и последовательную компенсацию МДМ-компоненты. Компенсация может быть осуществлена на прямых участках с необходимостью использовать электрическое поле. Могут быть рассмотрены как чисто электрические дефлекторы, так и фильтры Вина с перпендикулярными электрическим и магнитным полем.

Стоит отметить, что поскольку Nuclotron должен быть использован в качестве бустера в NICA, то необходимо реализовать структуру,ирующую как для ускорения поляризованного протонного пучка до энергии порядка единицы ГэВ, так и низкоэнергетическую при энергии порядка сотен МэВ с возможностью изучения ЭДМ. Таким образом, ведущим полем должно выступать магнитное поле в поворотных магнитах, поскольку электрическое поле неспособно ускорить до энергии порядка единиц ГэВ.

### 4.2.1 Электростатический дефлектор

Для орбитального вращения в электрическом поле угловая скорость имеет вид

$$\vec{\Omega}_p^E = \frac{q}{mc} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}_\perp}{\gamma(\vec{\beta}, \vec{\beta})} = \frac{q}{m\gamma} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}_\perp}{c\beta^2} \quad (4.2)$$

Рассмотрим простейший случай одного периода. На рис. изображено поведения спин-вектора для дейтрона при последовательном действии сначала магнитной арки, кикера, электростатической арки с отрицательной кривизной и кикера. В отсутствии электростатических дефлекторов, вращение импульса в магнитной арке происходит на  $\Phi_p^{arc} = 2\pi/N$ . При необходимости введения электростатической арки с отрицательной кривизной  $\Phi_{pE}^{def}$ , магнитные арки должны дополнительно поворачивать на угол  $\Phi_{pB}^{kick}$ , при помощи киккеров  $\Phi_{pB}^{kick}$ , который будет в последствии скомпенсирован поворотом в электростатической арке. Окончательно, импульс, после прохождения периода, будет повернут на

$$\Phi_p^{arc} + \Phi_{pB}^{kick} + \Phi_{pE}^{def} = \frac{2\pi}{N} \quad (4.3)$$

или с учетом поворота в магнитной арке

$$\Phi_{pB}^{kick} = -\Phi_{pE}^{def} \quad (4.4)$$

Спин-вектор в магнитной арке совершил отклонение в магнитном поле  $\Phi_{sB}^{arc+kick} = \mathbf{v}_s^B (\Phi_p^{arc} + \Phi_{pB}^{kick})$ . В электростатической арке  $\Phi_{sE}^{def} = \mathbf{v}_s^E \Phi_{pE}^{def}$ . Отдельно для спинового движения, в кикерах и дефлекторе

$$\begin{aligned} \Phi_s^{kick+def} &= \mathbf{v}_s^B \Phi_{pB}^{kick} + \mathbf{v}_s^E \Phi_{pE}^{def} = \\ &= \Phi_{pB}^{kick} \left[ \gamma G - \beta^2 \gamma \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \right] = \\ &= \Phi_{pB}^{kick} \left[ \frac{G + 1}{\gamma} \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

Условие сохранения ориентации спин-вектора, то есть условие «квазизамороженности» можно записать в виде

$$\Phi_s^{arc} + \Phi_s^{kick+def} = 0 \quad (4.6)$$

Тогда из (6)-(7)

$$\Phi_{pB}^{kick} = -\Phi_p^{arc} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \quad (4.7)$$

#### 4.2.2 Прямой фильтр Вина

Рассмотрим движение в прямом фильтре Вина. Ключевое условие – равенство нулю силе Лоренца, таким образом фильтр Вина не отклоняет орбитальное движение.

$$q \left( c \vec{\beta} \times \vec{B}_\perp + \vec{E}_\perp \right) = 0 \quad (4.8)$$

Стоит отметить, при этом выполняется равенство магнитного и электростатического абсолютных радиусов  $|R_E| = |R_B|$  и для углов поворота

$$\Phi_{pB}^{WF} + \Phi_{pE}^{WF} = 0 \quad \Phi_{pB}^{WF} = -\Phi_{pE}^{WF} = \Phi_p^{WF} \quad (4.9)$$

Поскольку импульс в фильтре Вина остается неизменным, то результирующее вращение спина может быть удобно рассмотрено как в абсолютной системе, так и относительной. При этом необходимо подавить вращение от магнитной арки  $\Phi_s^{arc} = \gamma G \bullet \Phi_p^{arc}$ . Таким образом условие «квази-замороженности» может быть записано аналогично ур. (7) как

$$\Phi_s^{WF} = -\Phi_s^{arc} \quad (4.10)$$

Для сравнения, сделаем это в обоих. Для спинового движения в фильтре Вина под действием МДМ выполняется

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_{MDM}^{B_\perp} &= -\frac{q}{m\gamma} (\gamma G + 1) \vec{B}_\perp \\ \vec{\Omega}_{MDM}^E &= \frac{q}{m\gamma} \left( \gamma G + \frac{\gamma}{\gamma+1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \Phi_s^{WF} &= (\gamma G + 1) \Phi_{pB}^{WF} + \beta^2 \left( \gamma G + \frac{\gamma}{\gamma+1} \right) \Phi_{pE}^{WF} = \\ &= \Phi_p^{WF} \left[ (\gamma G + 1) - \beta^2 \left( \gamma G + \frac{\gamma}{\gamma+1} \right) \right] = \\ &= \Phi_p^{WF} \left[ \frac{G+1}{\gamma} \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Также спиновое движение может быть рассмотрено и относительно. Тогда

$$\begin{aligned} \Phi_s^{WF} &= \nu_s^B \Phi_{pB}^{WF} + \nu_s^E \Phi_{pE}^{WF} = \\ &= \Phi_p^{WF} \left[ \gamma G - \beta^2 \gamma \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \right] = \\ &= \Phi_p^{WF} \left[ \frac{G+1}{\gamma} \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

Выражения (6) и (15) дают идентичный поворот. Более того, совпадают в уравнением А значит и для угла поворота в фильтре Вина.

$$\Phi_p^{WF} = -\Phi_p^{arc} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \quad (4.14)$$

#### 4.2.3 Длина элемента

Радиус кривизны элемента с электрическим и магнитным полем может быть найден как

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_E} \quad R_B = \frac{B\rho}{B} \quad R_E = \frac{\kappa}{E} \quad (4.15)$$

Где  $B\rho = p_0/e$  – магнитная жесткость,  $p_0 = \gamma m \beta c$ ,  $\kappa = p_0 \beta c / e$  – электрическая жесткость. Поскольку для фильтра Вина  $R = 0$ , то и радиусы кривизны связаны  $R_B = -R_E$ . И для выбора радиуса достаточно определить либо магнитное поле, либо электрическое. Более строгое ограничение дается на электрическое поле  $E_{max} = 10 \div 13$  МВ/м. Для нахождения длины

$$L = \Phi_p^{WF} R_E = -\Phi_p^{arc} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} R_E \quad (4.16)$$

Для минимальной длины в периодической структуре

$$L_{min} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \frac{\kappa}{E_{max}} \quad (4.17)$$

#### 4.2.4 Сорт частиц

В зависимости от сорта исследуемых частиц аномальный магнитный момент для протона  $G = 1.79$  и для дейтрана  $G = -0.142$ . Отличаются как абсолютное значение, так и знак. Если рассмотреть вывод формул, то всюду учитывалось, что введенные углы могут иметь как положительный, так и отрицательный знак. Таким образом уравнения могут быть использованы как для рассмотрения дейтрана, так и протона.

Как видно из рассмотренных структур, изучение одновременно ЭДМ дейтрона и протона в структуре с электростатическими дефлекторами не целеобразно по сравнению со структурой с использованием фильтров Вина. Во-первых, требуемая длина дефлекторов равна длине фильтров Вина, но в первом случае необходимы дополнительные киккеры. Во-вторых, кривизна дефлекторов для протонов и дейтронов имеет различный знак. В тоже время, фильтры Вина устанавливаются на прямой участок и не требуют альтернативного канала. А для изучения протонов фильтры Вина могут быть повернуты на 180 градусов относительно оси.

#### **4.2.5 Энергия эксперимента**

Как видно из Т-БМТ уравнения, зависимость от энергии пучка является определяющей для проведения эксперимента. В случае изучения ЭДМ единственным способом определения изменения спина является изучение поляризации пучка поляриметром. Такое устройство измеряет ассиметрию рассеяния на образце. Для дейтрона, наибольшее сечение рассеяния на углеродной мишени находится при энергии пучка 270 МэВ (135 МэВ/нуклон).

Рассмотрим как меняется энергия эксперимента для протона и дейтрона.

### **4.3 Магнитооптика Nuclotron**

#### **4.3.1 8-периодическая структура**

Структура Nuclotron состоит из 8-периодов, ???

## Немодернизованная 8-периодическая структура

Рассмотрим текущую магнитооптическую структуру Nuclotron. Основные параметры приведены в таблице ?, параметры Твисса одного периода изображены на рисунке ?. Такая структура может быть использована для инжекции поляризованных протонов и дейтронов в NICA при энергии ??-?? соответственно. Однако, длина прямого промежутка составляет порядка 7 м. В этом случае для 8-периодической структуры, необходимая длина для исследования ЭДМ дейтронов составляет порядка 6.7 м по формуле ?. Таким образом, практически длина прямого участка должна быть использована для размещения фильтром Вина. В случае же использования электростатических дефлекторов и соответствующих киккер-магнитов, возможно отведение пучка в отдельный канал. В этом случае, необходимо оценить расстояние между каналами. Как видно из рисунка ?, в пике расстояние составляет порядка 20 см. Кроме того, каналы расположены параллельно друг другу и оборудование разных каналов будут друг другу мешать.

Таблица

рисунок твисс

рисунок каналов

## Модернизованная 8-периодическая структура

С целью увеличения длины прямых секций, может быть рассмотрена модернизованная структура с дипольными магнитами рассчитанными на максимальное поле порядка 1.8 Т. Как было показано ранее, из формулы ? следует, что суммарная длина всех компенсирующих элементов кольца составляет 52 м. Также на прямых секциях расположено необходимое оборудование, такое как ускоряющие ВЧ станции, необходимые для продольного ускорения, его суммарная длина составляет также порядка 50 м. Таким образом, на магнитные арки отводится 150 м, а для одной поворотной арки 17.5 м. Для достижения максимально возможной энергии, количество магнитов может быть изменено с 96 до 48. Это возможно за счёт увеличения длины магнита с 1.42 м до 1.78 м.

Полученный период такой структуры приведен на рисунке ?, а его ключевые параметры в Таблице ?.

В такой структуре также рассмотрим 2 опции подавления МДМ-компоненты: прямыми фильтрами Вина и дефлекторами с киккер-магнитами.

В первом случае, прямые фильтры Вина расположены на прямом промежутке, имеют нулевую силу Лоренца и не искажают орбиту.

Во втором случае, киккер-магниты отклоняют пучок на отдельный канал, в котором располагаются цилиндрические дефлекторы. Расстояние между каналами составляет порядка 47 см. Таким образом, в этом случае нет необходимости использовать прямые промежутки для нужд ЭДМ эксперимента.

#### **4.3.2 Модернизированная 16-периодическая структура**

С целью увеличения точности проведения эксперимента, QFS может быть как можно больше приближен к FS режиму. Для этого магнитная арка может быть раздвинута для создания дополнительного прямого промежутка, однако такой подход нарушает регулярность и соответствующая структура должна быть рассмотрена как резонансная.

### **4.4 Адаптация существующей структуры синхротрона NICA для реализации режима «квази-замороженного спина»**

Как было показано в Главе 4.2, для исследования ЭДМ в накопительном кольце racetrack-формы может быть применён только метод квази-замороженного спина с использованием фильтра Вина на прямом участке, для структуры с несколькими поворотными арками (8-16) квази-замороженный спин может быть реализован с применением электрических дефлекторов с отрицательной кривизной.

#### 4.4.1 Метод введения ByPass с расположенными на них Wien filters

В экспериментах по измерению электрического дипольного момента (ЭДМ) ключевым является обеспечение высокого показателя времени когерентности (SCT – Spin Coherence Time) порядка 1000 с. В течение такого времени когерентный поляризованный пучок удерживается на орбите. Для этого возможно использовать главное кольцо NICA в качестве накопителя, а не в режиме коллайдера. Поэтому, предлагается установить дополнительные отводные каналы ByPass. Таким образом, можно создать совершенно новую регулярную структуру с альтернативными прямыми секциями, параллельными имеющимся. Создание отводных каналов является большим преимуществом, не требующим значительной перестройки комплекса и затрат, при всём при этом, позволяющим задействовать NICA в различных экспериментах.

#### 4.4.2 Предпосылки модернизации главного кольца NICA

Исходя из уравнений эволюции вектора спина, видно, что определяющими факторами являются энергия эксперимента, а также сорт частиц.

Эксперимент по исследованию ЭДМ не требует специального детектора, необходимо только наличие поляриметра. Сечение рассеяния на поляриметре с углеродной мишенью принимает наибольшее значение для протонов и дейtronов при энергии 270 МэВ. Это требование устанавливает энергию эксперимента и определяется потребностями поляриметрии. Кроме того, требуется обеспечить стабильность спинового движения. Прямым следствием Т-БМТ уравнения является концепция «замороженного» спина [2]. Такой метод предполагает равенство нулю члена, связанного с магнитным дипольным моментом (МДМ) в течение всего времени удержания пучка. Этот способ справедлив как для протонов, так и для дейtronов, но имеет существенные отличия. Аномалия магнитного момента дейтрана отрицательна  $G_d = -0.1429$ , и на порядок меньше по абсолютному значению, чем у протона  $G_p = 1.7928$ . Для протонов определенной энергии, называемой «магической», МДМ член принимает нулевой значение в чисто электрическом кольце, без магнитных элементов. В то время

как для дейtronов, из-за отрицательного значения магнитной аномалии, необходимая магнитооптическая структура предполагает использование поворотных дефлекторов как с электрическим, так и с магнитным полем. При этом орбитальное вращение спина в магнитном поле компенсируется электрическим в одном элементе. Таким образом, вращение сохраняет свою ориентацию в течение всего времени вращения в кольце. Однако, диполи в арках главного кольца NICA имеют только магнитную составляющую поля. Таким образом, реализация концепции «замороженного спина» в кольце NICA невозможна без соответствующей значительной модернизации и реконструкции.

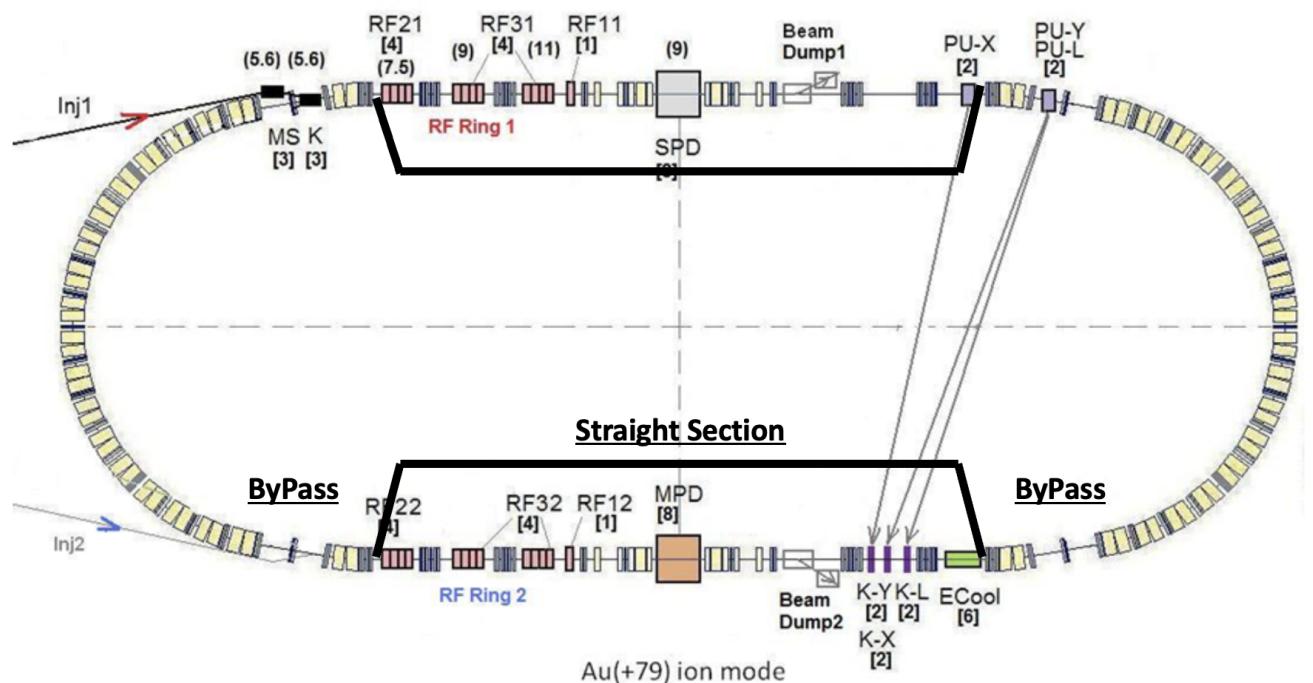


Рисунок 4.1 — Принципиальная схема обходных каналов ByPass в существующем комплексе NICA.

Для проведения эксперимента по поиску ЭДМ становится необходимым использовать альтернативный метод управления спином — концепция «квазизамороженного» спина [3]. В отличие от метода «замороженного» спина, спин больше не сохраняет ориентацию в течение всего периода обращения, а восстанавливает ориентацию на прямолинейном участке. Это возможно благодаря использованию на прямом участке элементов как с электрическим, так и с магнитным полями, которые называются фильтрами Вина. Поворот вращения в арке на определенный угол компенсируется соответствующим поворотом в фильтре Вина. Также можно выбрать поля, создающие нулевую силу Лоренца и не нарушающие орбиту. По этой причине поляриметрия может устанавливаться

ся на прямых участках. Таким образом, поляриметры, расположенные после фильтров Вина, будут обнаруживать ту же ориентацию спин-вектора, и для них она будет «замороженной»

Есть две основные причины для модернизации магнитооптической структуры. Во-первых, нехватка места для фильтров Вина в уже существующих прямых секциях. Во-вторых, доступная магнитооптика предполагает использование кольца NICA в режиме коллайдера. Но эксперименты по поиску ЭДМ предполагают длительное удержание и удерживание поляризованного когерентного пучка в течение примерно  $T_{SC} \sim 1000$ . Поэтому была предложена модернизация коллайдера NICA путем введения обходных каналов для создания альтернативного прямого участка, параллельного первоначальному. Таким образом, NICA можно использовать в качестве накопительного кольца (Storage Ring mode). Такие кольца позволяют проводить эксперименты по исследованию ЭДМ с поляризованными дейtronами и поиска аксиона в режиме «квази-замороженного» спина.

#### 4.4.3 Магнитооптическая структура с отводными каналами ByPass

Приведенные в предыдущем разделе особенности являются решающими при выборе энергии эксперимента и сорта частиц. В будущем вся предлагаемая магнитооптика будет рассмотрена для дейtronов с энергией 240. Стоит отметить, что расчеты показывают основные параметры магнитного поля диполей  $B_{dip} = 0,132 T$ , а также магнитную жесткость  $B\rho = 3,252 T \bullet m$ . (Таблица 1)

Проектируя накопительное кольцо NICA с отводными секциями ByPass, планируется, оставить геометрию арок неизменной. Возможно лишь изменение полей в уже установленных элементах. Так что NICA можно использовать для различных экспериментов.

В кольце NICA, арка имеет ненулевую дисперсию. По краям как дисперсия, так и ее производная сведены к нулю. Прямой участок имеет нулевую дисперсию по всему периметру. Общая длина оригинального кольца NICA  $L_{acc} = 503,04$ . Длина одной арки равна  $L_{arc} = 142,15$ . Итак, доступно  $(L_{acc} - 2L_{arc}) / 2 = 109.6$ .

ByPass – это канал для альтернативного прохождения кольца, не содержащее место встречи. Дипольные магниты выбраны таким образом, чтобы обеспечить отклонение на угол  $\alpha = 9$ . Сила диполя  $B_{BP} = 1$  при длине  $L_{dip}^{BP} = 50$ . Альтернативный прямой участок находится на расстоянии 1 метра от исходного, поэтому длина обводного участка  $L_{BP} = 1/\sin\alpha \sim 6.4$ . Принципиальная схема обходных каналов показана на Рисунке 1. Отклоняющие магниты искажают дисперсионную функцию. Таким образом, необходимо было использовать по меньшей мере 2 фокусирующих квадруполя на обходном канале для подавления дисперсия на выходе. Это поможет обеспечить нулевую дисперсию на всем прямолинейному участке. Чтобы обеспечить периодичность и симметрию бета-функций, можно использовать или один или три дефокусирующих квадруполя. Будут рассмотрены два случая, с адаптированными прямыми участками, идентичным поворотным аркам, но без магнитов. Это сделано для простоты моделирования в регулярной идеальной структуре. Наконец, мы рассмотрим реальный случай магнитооптики с полностью регулярной ФОДО прямой секцией.

### Первичная схема с 3 квадруполями

В этом случае байпас состоит из минимально возможных 3 квадруполей: 2 фокусирующих QBP1 и 1 дефокусирующий QBP2 (Рисунок 2). Согласование арки с каналом ByPass обеспечивается тремя квадруполями QM1, QM2, QM3 (секция согласователя Matching M1). А согласование ByPass с прямым участком также симметрично осуществляется такими же квадруполями QM1, QM2, QM3. Это возможно в силу изначально заложенной симметрии между аркой и прямым участком. Длины упомянутых секций приведены на Рисунке 2, а также в таблице 1. Тогда общая длина всего ускорителя составит  $L_{3quad}^{acc} = 503,46$ .

На Рисунке 3 приведены Твисс-функции, черными линиями указаны границами канала ByPass. Максимум бета-функции  $\beta_y$  расположен в центре канала ByPass. И может принимать большое значение, по сравнению с  $\beta_x$ . По этой причине можно рассмотреть случай с 5 квадруполями в отводном канале.

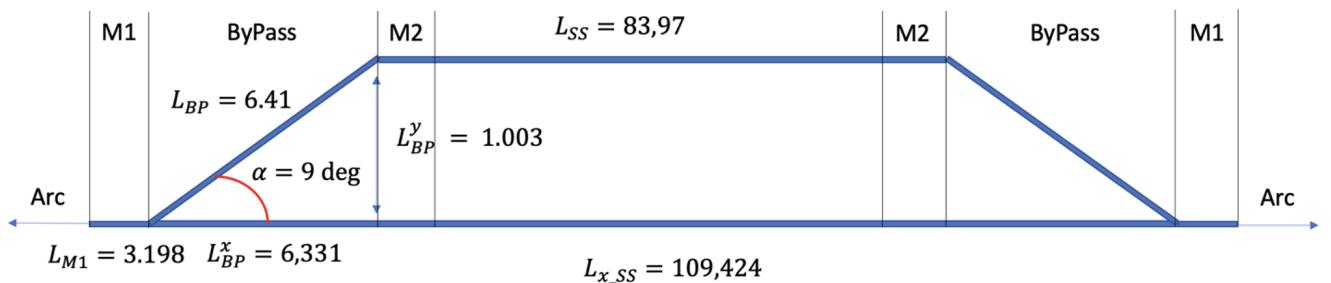


Рисунок 4.2 — Принципиальная схема ByPass с 3 квадрупольями.

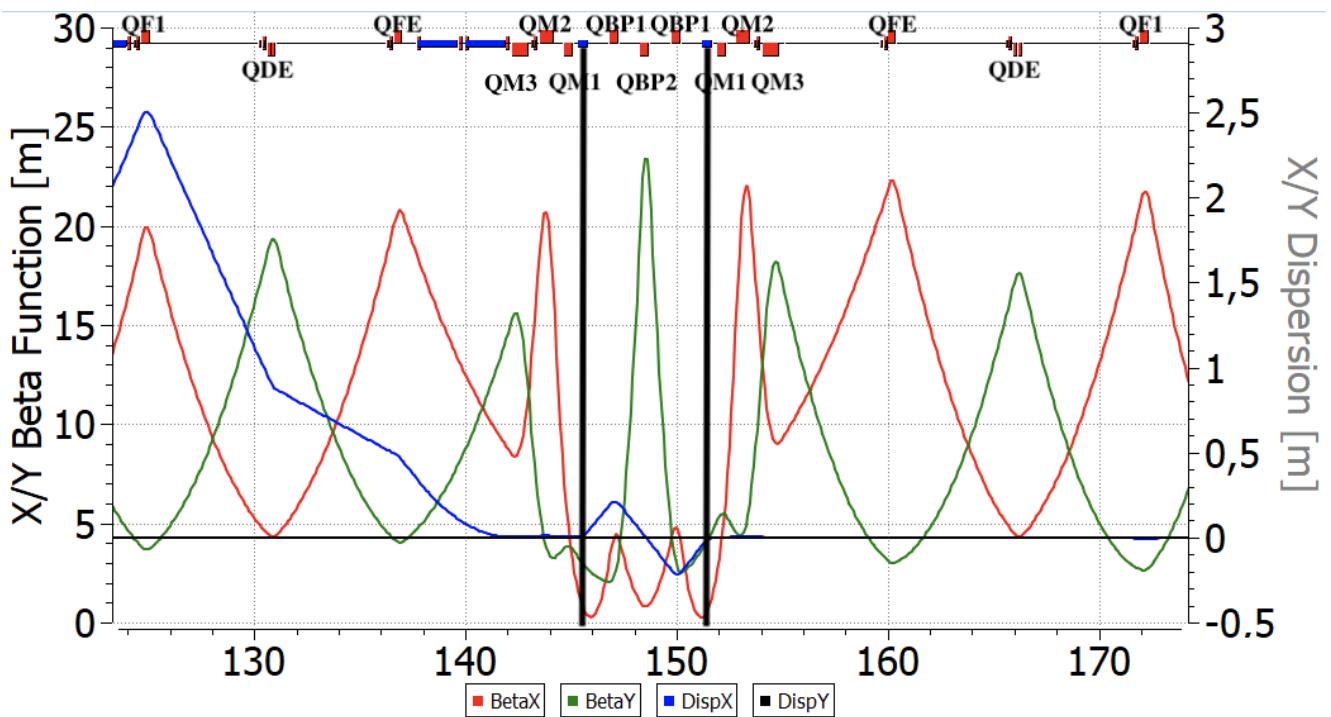


Рисунок 4.3 — Twiss-параметры для ByPass с 3 квадрупольями. Чёрными линиями показано расположение дефлекторов.

### Схема ByPass с 5 квадрупольями

По сравнению с предыдущим случаем, обводной канал состоит из 5 квадрупольей, которые представлены 2 семействами: фокусирующими QBP1 и дефокусирующими QBP2. Он становится длиннее  $L_{5quad}^{BP} = 9,35$  и отклоняется на 1.46 (Рисунок. 4). Теперь секции согласования M1 и M2 по-прежнему идентичны, но представлены двумя квадрупольями QM1 и QM2 для обеспечения регулярности Твист-функций. Однако, полная длина ускорителя становится больше, NICA  $L_{5quad}^{acc} = 510,02$ . На Рисунке 5 показаны, что максимум  $\beta_y$  становится меньше в центре. Стоит отметить, что максимум дисперсионной функции

стал увеличился от  $D_x^3 \text{ quad} = 0.2$  до  $D_x^5 \text{ quad} = 0.5$ . Таким образом, этот случай должен быть адаптирован к реальному.

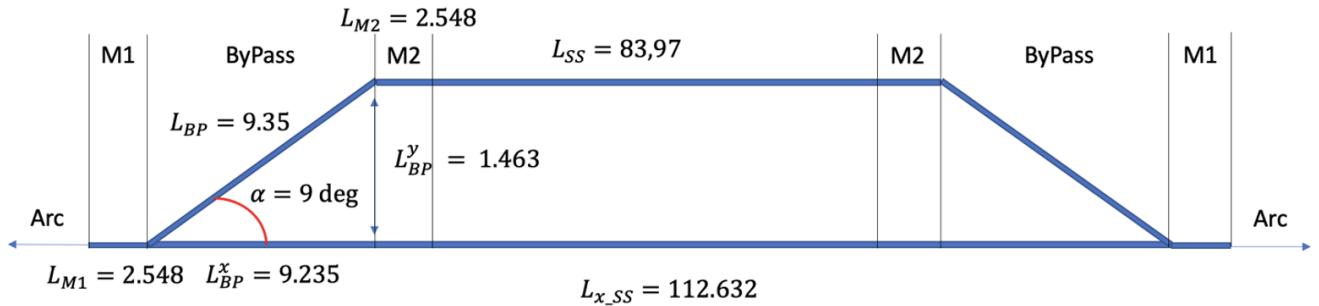


Рисунок 4.4 — Принципиальная схема ByPass с 5 квадрупольями.

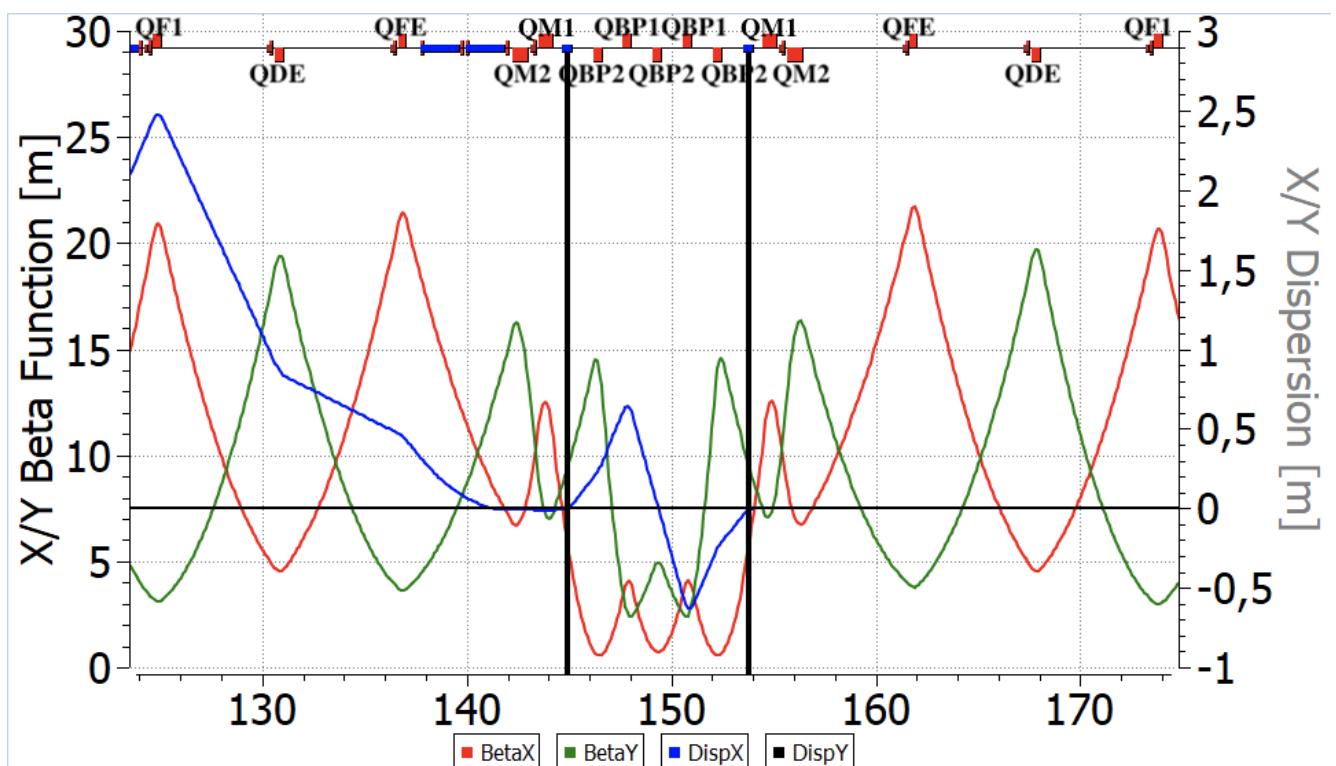


Рисунок 4.5 — Twiss-параметры для ByPass с 5 квадрупольными магнитами. Чёрными линиями показано расположение дефлекторов.

### Окончательный вариант

Основываясь на рассмотренных примерах, мы, наконец, можем получить структуру, максимально адаптированную к реальности. Теперь рассмотрим

полностью регулярный прямой участок, который стал короче  $L_{SS}^{BP} = 80,71$  (Рисунок 6). Байпас состоит из 5 квадрупольей и отклоняет пучок на 1.46. Но для согласования использовались разные секции M1 и M2, чтобы компенсировать не симметрию между поворотной аркой и прямым участком. Наконец, Твисс-функция половины байпасного NICA, представлена на Рисунке 7. В центре прямой секции расположены фильтры Вина. Все расчеты выполнены при помощи программ OptiM [4] и COSY Infinity [5].

Для экспериментов с EDM необходимо использовать NICA в качестве накопительного кольца. По этой причине была рассмотрена модернизация путем создания альтернативных прямых участков, параллельных исходным, с использованием каналов ByPass. Также на прямых участках есть возможность разместить специальные элементы – фильтры Wien для компенсации вращения спина от МДМ компоненты в поворотных арках. Поскольку арки остаются неизменными, это позволяет использовать NICA в различных экспериментах.

Рассмотрены 2 принципиальные схемы обходного канала. И, наконец, получили наиболее реалистичный случай, когда прямой участок полностью регулярный. Конечная конструкция удовлетворяет всем необходимым требованиям к магнитооптике. Исследование спин-орбитальной динамики с оптимизированными фильтрами Вина показывают, спин восстанавливает ориентацию на прямом участке и метод «Квази-Замороженного Спина» может быть реализован в ByPass NICA.

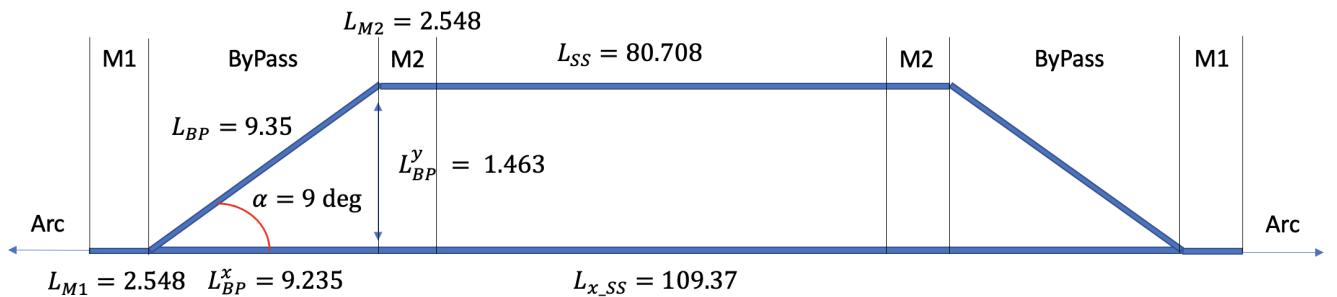


Рисунок 4.6 — Принципиальная схема адаптированной структуры кольца NICA с ByPass.

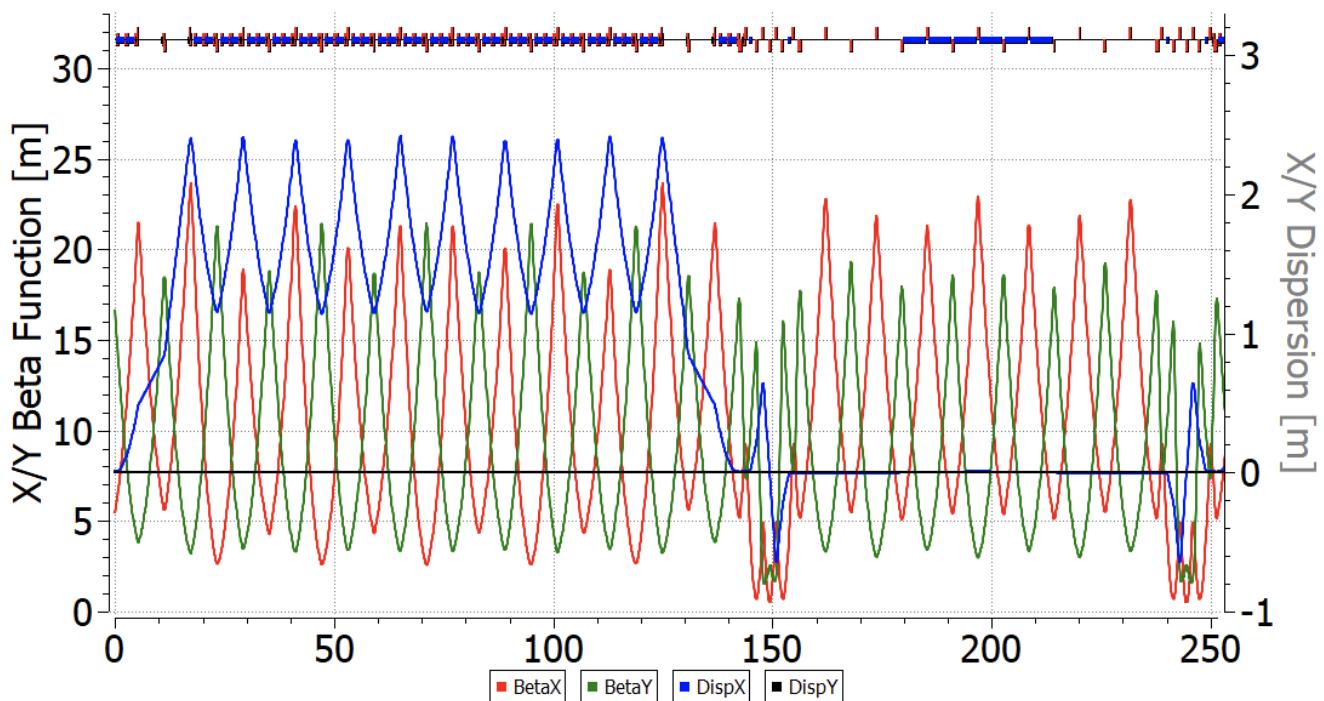


Рисунок 4.7 — Twiss-функции для половины адаптированной структуры кольца NICA с ByPass. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке.

#### 4.5 Спин-орбитальная динамика пучка в Wien filters, спин-орбитальный трекинг в магнитном кольце со скрещенными Е+В элементами

Возможность управления спином для эксперимента с электрическим дипольным моментом (ЭДМ) может быть реализована путем установки фильтров Вина в прямолинейных секциях, которые гарантируют, что вращение вектора спина частиц сохраняет направление в соответствии с режимом «Квази-Замороженного Спина». Однако спин разных частиц, из-за их движения в трехмерном пространстве, в любом случае, прецессирует со слегка отличающимися частотами вокруг инвариантной оси. Таким образом, нарушает спиновую когерентность. Для обеспечения спиновой когерентности необходимо использовать нелинейные элементы, секступоли, расположенные в местах с ненулевой дисперсией, на поворотных арках. Так как секступоли также влияют и на бетатронную хроматичность, мы рассматриваем возможность одновременного подавления обоих эффектов.

#### 4.5.1 Режим «квази-замороженного спина»

Как видно из Уравнения (1) для поиска ЭДМ необходимо нивелировать влияние магнитного дипольного момента (МДМ). Но кольцо ускорителя NICA имеет чисто магнитные арки, без электрической компоненты. Таким образом, невозможно использовать метод «Замороженного Спина», впервые предложенного в БНЛ [1]. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке, компенсируют поворот спина, возникающий от МДМ на поворотной арке, и реализуют условие «Квази-Замороженного Спина» для дейtronов [2]. Для этой цели NICA нуждается в модернизации, чтобы функционировать в качестве накопительного кольца с альтернативными прямыми участками за счет использования обходных каналов ByPass [3].

#### 4.5.2 Декогеренция спина

Следствием уравнения Т-БМТ (1) является частота вращения спина в электрическом и магнитном полях и задаются выражениями:

$$\begin{aligned} v_s^B &= \gamma G \\ v_s^E &= \frac{G+1}{\gamma} - G\gamma \end{aligned} \quad (4.18)$$

Равновесный уровень энергии частицы

Разные частицы имеют различный импульс, и существует необходимость в использовании понятия эффективной энергии:

$$\gamma_{eff} = \gamma_s + \beta_s^2 \gamma_s \Delta \delta_{eq} \quad (4.19)$$

Распределение равновесного импульса из-за бетатронного движения и ненулевого коэффициента уплотнения импульса второго порядка основано на синхронном принципе [4] и определяется с помощью:

$$\Delta \delta_{eq} = \frac{\gamma_s^2}{\gamma_s^2 \alpha_0 - 1} \left[ \frac{\delta_0^2}{2} \left( \alpha_1 + \frac{3}{2} \frac{\beta_s^2}{\gamma_s^2} - \frac{\alpha_0}{\gamma_s^2} + \frac{1}{\gamma_s^4} \right) + \left( \frac{\Delta L}{L} \right)_\beta \right] \quad (4.20)$$

для определения удлинения орбиты из-за бетатронных колебаний:

$$\left( \frac{\Delta L}{L} \right)_{\beta} = -\frac{\pi}{L_0} [\varepsilon_x \mathbf{v}_x + \varepsilon_y \mathbf{v}_y], \quad (4.21)$$

где индекс  $s$  означает синхронную частицу,  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  – эмиттансы,  $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y$  – частота бетатронных колебаний,  $\delta_0$  – относительный разброс импульса,  $\alpha_0, \alpha_1$  – два первых порядка коэффициента уплотнения импульса. Уравнение 2 вместе с Уравнениями (3-5) показывают, что разброс спиновой частоты зависит от равновесного уровня энергии частицы.

### Удлинение орбиты и бетатронная хроматичность

Более формальная теория подразумевает воздействие внешнего (секступольного) поля. Принимая во внимание выражение для полного удлинения орбиты из [5]:

$$\Delta C_{\Sigma} = -2\pi (J_x \xi_x + J_y \xi_y) + \delta_0 (\alpha_0 + \alpha_1 \delta_0 + \alpha_2 \delta_0^2 + \dots), \quad (4.22)$$

где  $\xi_x, \xi_y$  – хроматичности. Если мы сравним Уравнение 6 с Уравнениями 4, 5 можно заметить, что длина орбиты тесно связана с равновесным уровнем энергии.

### 4.5.3 Секступольная коррекция

В результате Уравнения 4, 6 показывают, что использование секступолей может влиять на частоту прецессии спина  $\mathbf{v}_s$  и в конечном счёте позволяют достичнуть спиновой когерентности. Такие эксперименты были проведены на ускорителе COSY в Юлихе, Германия, чтобы получить время когерентности (Spin Coherence Time) SCT на уровне 1000 секунд [6]. Секступоли располагаются в местах с ненулевой дисперсией на поворотных арках. В минимумах и максимумах дисперсионной  $D_{x,y}$  и бета  $\beta_{x,y}$  функциях оказывают наибольшее воздействие и физически располагаются рядом с квадрупольными линзами. Твисс-функции арки NICA являются регулярными и показаны на Рисунке 1 [7]. Дисперсия же подавляется методом “missing magnet” по краям.

**Бетатронная хроматичность** Для коррекции бетатронной хроматичности используется только 2 семейства секступолей: одно вблизи фокусирующих

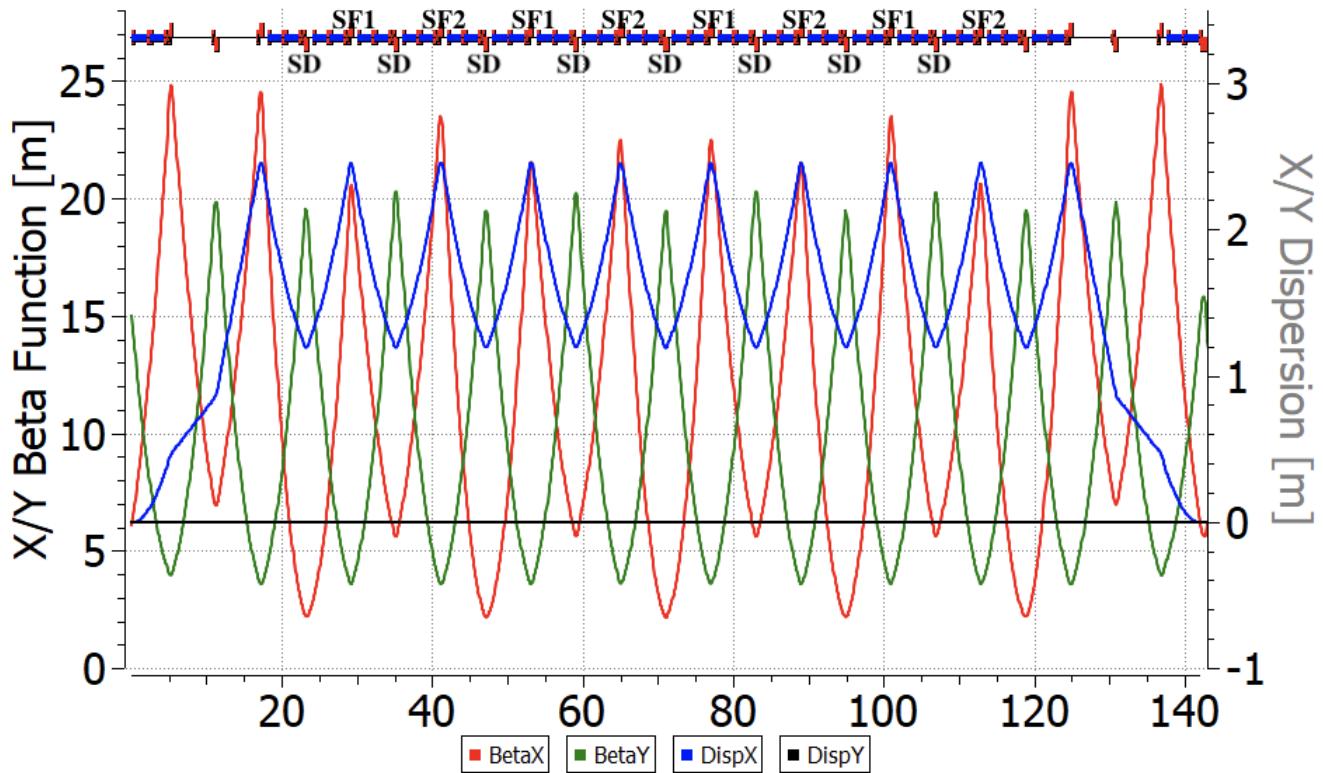


Рисунок 4.8 – Twiss-параметры ByPass NICA для дейтронного режима в OptiM.

Также показано расположение секступольных семейств.

квадрупольей, другое – рядом с дефокусирующими. Натуральная хроматичность накопительного кольца ByPass NICA равна  $\nu_{x,y} = -17/ - 17$ . После оптимизации можно отслеживать частоту прецессии спина на Рисунке 2: красная линия показывает натуральную хроматичность, синяя – скорректированную, подавленную до нуля. Для этого случая также был осуществлен спин-трекинг в течение  $3 \times 10^6$  оборотов для частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x, y, d$  с начальной ориентацией спина  $\vec{S}_0$  под углом 45 градусов в плоскости  $y - z$ , что показано на Рисунке 3 [8].

### Спиновая когерентность

Чтобы достигнуть спиновой когерентности, рассмотрим чисто частоту прецессии спина. COSY Infinity [8] не может работать вблизи нулевого значения частоты прецессии спина. Так как это может привести к ошибке из-за резонанса, по этой причине отстраиваемся от резонанса до уровня  $\nu_s 10^{-4}$ . Но к частицам предъявляется требование прецессировать синхронно – когерентно. Основным параметром является частота вращения спина, которая в общем случае зависит от координат и энергии. Можно видеть, что доминирующим компонентом является квадратичный член в разложении частоты спиновой прецессии. Это видно на Рисунке 2 для обоих случаев – как для натуральной хроматичности, так и

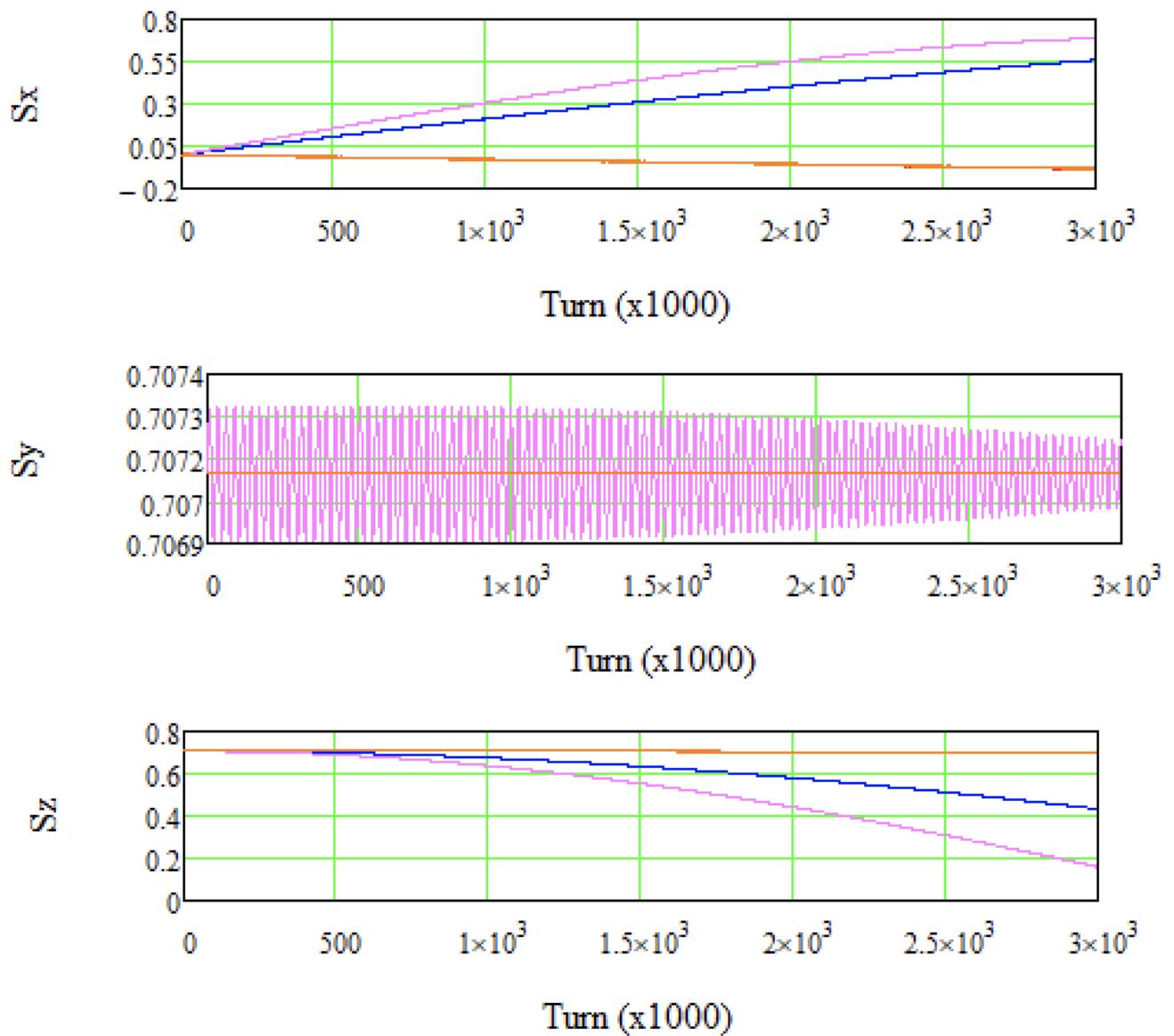


Рисунок 4.9 — Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x$ ,  $y$ ,  $d$  с использованием 2 семейств секступолей для получения нулевой бетатронной хроматичности.

скорректированной хроматичности. По этой причине секступоли могут быть выбраны другим способом, чтобы просто достигнуть спиновой когерентности. Как мы можем видеть из Уравнений 4, 6, недостаточно использовать 2 семейства, таким образом, третье семейство должно быть использовано для подавления зависимости от энергетической компоненты. Но в регулярных структурах бета и дисперсионные  $\beta$ ,  $D$  - функции не позволяют использовать 3 линейных независимых семейства. На Рисунке 1 показано расположение секступольных семейств: SF1, SF2, SD. В этом методе мы не влияем на хроматичность, просто отслеживаем её значение  $\nu_{x,y} = -13/-18$ . Этого недостаточно для обеспечения стабильного орбитального движения. В этом случае можно видеть, что спино-

вая когерентность достигнута – нет зависимости частоты спиновой прецессии от координат и энергии (Рисунок 2: зеленая линия). Результаты спинового трекинга частиц подтверждают это утверждение. На Рисунке 4, частота вращения спина  $\nu_s = 10^{-7}$ , количество оборотов  $3 \times 10^6$  оборотов или 3 секунды. Частицы с различным начальным отклонением прецессируют с одинаковой спиновой частотой. Но в этом случае максимум секступольного коэффициента принимает большое значение, что может вызвать нелинейные эффекты (Таблица 1).

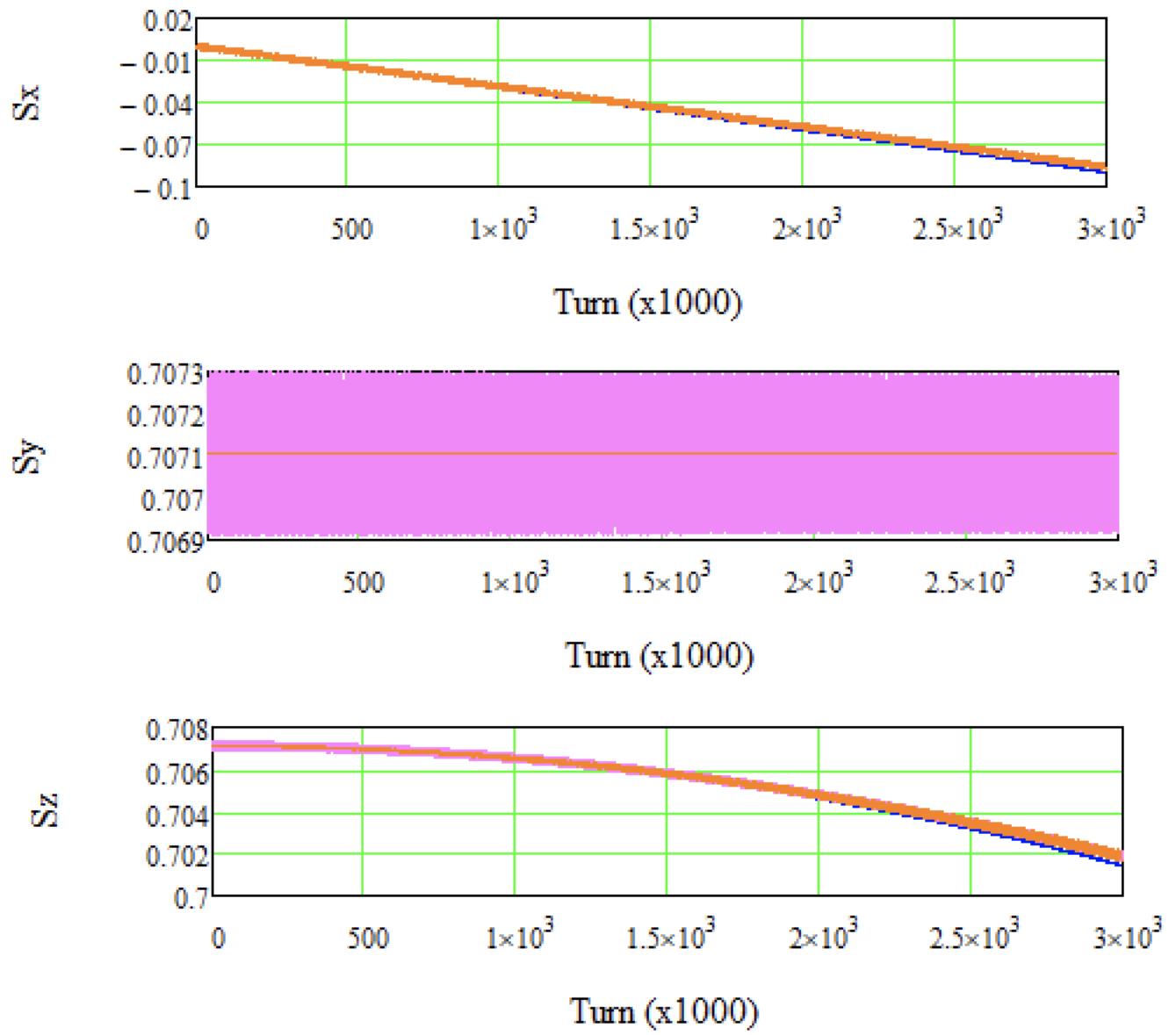


Рисунок 4.10 — Спиновый трекинг частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x$ ,  $y$ ,  $d$  с использованием 3 семейств секступолей для получения спиновой когерентности.

#### 4.5.4 Коррекция $\alpha_1, \eta_1$

Как мы можем видеть, чистая коррекция бетатронной хроматичности не позволила нам получить нулевой разброс частоты вращения спина. Одновременно, получение спиновой когерентности, путем подавления квадратичного члена частоты спиновой прецессии, не подавляет хроматичность. Это возвращает нас к Уравнению 6. Значение  $\delta_0\alpha_0$  может быть усреднено с использованием RF для смешивания. Таким образом, чтобы гарантировать нулевое удлинение орбиты, хроматичности должны быть подавлены  $\xi_x, \xi_y$  вместе со значением  $\alpha_0$  до нуля. Это также возможно при использовании 3-х семейств сектуполей. Но все равно не позволяет добиться спиновой когерентности. На Рисунке 2 (фиолетовая линия) показана ненулевая зависимость частоты прецессии спина от координат. То же самое происходит, если мы следуем Уравнению 4 и подавляем значение  $\eta_1$  вместе с коррекцией хроматичности (Рисунок 2). Кроме того, максимальное значение сектупольного градиента слишком велико и не может быть реализована (Таблица 1).

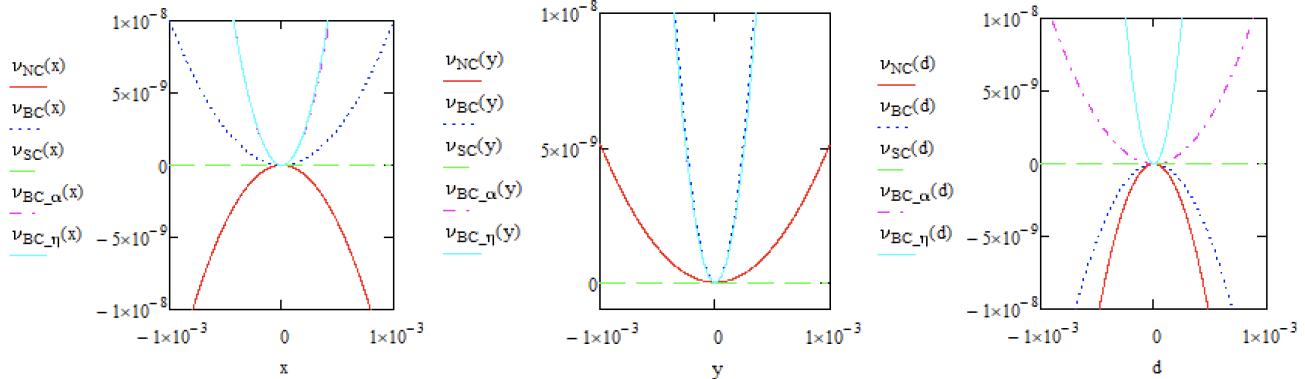


Рисунок 4.11 — Зависимость частоты прецессии спина от координат  $x, y, d$  для различных случаев оптимизации. NC – натуральная хроматичность (красная линия); BC – нулевая (бетатронная) хроматичность (синяя пунктирная линия); SC – спиновая когерентность (зеленая линия);  $BC_\alpha$  – нулевая хроматичность и  $\alpha_1 = 0$  (фиолетовая линия);  $BC_{eta}$  – нулевая хроматичность и ноль  $\eta_1 = 0$  (светло-голубая линия).

#### 4.5.5 Вывод

Подводя итог, рассмотрено явление спиновой декогеренции одновременно с бетатронной хроматичностью на накопительном кольце ByPass NICA. При этом, кольцо, функционирует в режиме "Квази-Замороженного спина" и может быть использован для экспериментов по исследованию ЭДМ дейтрана. Были рассмотрены различные случаи оптимизации секступолями. Квадратичные члены в разложении по частоте спиновой прецессии являются наиболее важными и представляют зависимость от координат и энергии. Все основные параметры, которые подвергались мониторингу, приведены в Таблице 1. Исследование показывает, что невозможно использовать 3 семейства секступолей в регулярной структуре для достижения как бетатронной хроматичности, так и спиновой когерентности. Более того, максимальное значение коэффициента секступолей неудовлетворительно и может привести к нелинейным неустойчивостям. Стоит отметить, что регулярная дисперсионная функция на поворотной арке не позволяет найти 3 линейных независимых семейства, так как они располагаются в одних и тех же минимумах/максимумах бета и дисперсионных  $\beta$ ,  $D$ -функциях. Однако, возможно промодулировать дисперсионную функцию таким образом, чтобы получить 3 линейных независимых семейства секступолей. Также одним из возможных решений проблемы является использование охлажденного пучка на уровне  $dp/p \approx 10^{-5}$ . Это может помочь свести к минимуму  $\gamma$ -эффективное и, наконец, обеспечить спиновую когерентность одновременно с подавленной бетатронной хроматичностью.

#### 4.6 Исследование поведения поляризации пучка при совершении процедуры скачка критической энергии

#### 4.7 Результаты математического 3D моделирования динамики пучка в ускорительном комплексе NICA-Nuclotron

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе анализа ...
2. Численные исследования показали, что ...
3. Математическое моделирование показало ...
4. Для выполнения поставленных задач был создан ...

И какая-нибудь заключающая фраза.

Последний параграф может включать благодарности. В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Иванову И. И. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Сидорова А. А. и Петрова Б. Б. за помощь в работе с образцами, Рабиновича В. В. за предоставленные образцы и обсуждение результатов, Занудягину Г. Г. и авторов шаблона \*Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\* за помощь в оформлении диссертации. Автор также благодарит много разных людей и всех, кто сделал настоящую работу автора возможной.

## Словарь терминов

**ЭДМ** : электрический дипольный момент, обусловленный неоднородностью распределения заряда

**TeX** : Система компьютерной вёрстки, разработанная американским профессором информатики Дональдом Кнутом

**панграмма** : Короткий текст, использующий все или почти все буквы алфавита

## Список рисунков

1.1 Регулярная ФОДО структура. . . . .	14
1.2 "Резонансная"магнитооптическая структура с повышенной критической энергией. . . . .	15
1.3 "Резонансная"магнитооптическая структура с реальной и комплексной критической энергией в арках. . . . .	16
1.4 Зависимость времени охлаждения от энергии . . . . .	17
1.5 Зависимость постоянной времени разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния в регулярной, «резонансной» и комбинированной структурах от энергии пучка. . . . .	18
2.1 Твист-параметры $\beta_{x,y}$ , $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнэтной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная. . . . .	26
2.2 Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек. QF1, QF2 – фокусирующие квадруполи, QD – дефокусирующие квадруполи, В – поворотный магнит. . . . .	28
2.3 Twiss-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%. . . . .	28
2.4 Подавление дисперсии в регулярной структуре. . . . .	31
2.5 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	32
2.6 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	33
2.7 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	35
2.8 Слева – таблица со значением градиента в квадруполях. Справа – подавленная дисперсия в арке. . . . .	35
2.9 Twiss-параметры протонной опции коллайдера NICA с $\gamma_{tr}^{tot} \approx 13$ . . .	36
2.10 Динамическая аппретура для случая плавления дисперсии крайними квадруполями. Слева – x-плоскость; справа – y-плоскость. .	38
2.11 Динамическая апертура в случае подавление дисперсии двумя семействами квадруполей. Слева – x-плоскость; справа – y-плоскость.	39

3.1	a) Классическая синхротронная частота и тем изменения огибающей сепаратрисы в окрестности критической энергии от номера оборота; б) изменение первого и второго порядка коэффициента проскальзывания $\eta_0$ , $\eta_1\delta$ в окрестности критической энергии от номера оборота. . . . .	42
3.2	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 13 ГэВ для трёх моделей без скачка и учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая – $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая – $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ , ‘exact’ solver. . . . .	43
3.3	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ без скачка, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей. . . . .	44
3.4	Твист-параметры $\beta_x, \beta_y, D_x$ для суперпериода У-70 а) регуляяная структура; б) структура с модулированной дисперсией. . . . .	44
3.5	а) Поднятие критической энергии при процедуре скачка; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0$ . . . . .	45
3.6	а) С скачок критической энергии на сеансе У-70. Зеленая линия – сигнал с фазового датчика, фиолетовая – градиент в обмотках дополнительных квадрупольей, голубая – сигнал с пикового детектора; б) Продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка. . . . .	46
3.7	Изменение длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70.	46
3.8	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 12.9 ГэВ для трёх моделей со скачком, без учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая – $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая – $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ , ‘exact’ solver. . . . .	47

3.9 Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 8.9 ГэВ со скачком, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей. . . . .	47
3.10 Зависимость бетатронной частоты в x, у – плоскости от $\gamma_{tr}$ при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах. . . . .	48
3.11 а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$ при процедуре скачка на $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ с темпом $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0 = \pm 1 \times 10^{-3}$ . . . . .	51
3.12 а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на У-70 при процедуре скачка на $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$ с темпом $(d\gamma_{tr}/dt)_{U-70} = 900 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0$ . . . . .	52
3.13 Зависимость количества частиц в барьерном ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости. . . . .	54
3.14 Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя $\gamma_{tr}$ , красная линия – энергия референсной частицы. . . . .	56
3.15 Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз. . . . .	57
3.16 Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии. . . . .	57
3.17 Нормализованная форма сигнала от ВЧ барьера. . . . .	58
3.18 Разложение сигнала от ВЧ барьерного типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева – форма ВЧ барьера, справа – амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера. . . . .	60
3.19 Слева – импеданс пространственного заряда; справа – Напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости. . . . .	60

3.20	Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева – начальное распределение, справа – распределение после $2 \times 10^5$ . . . . .	62
3.21	Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева – начальное распределение, справа – распределение после $6 \times 10^3$ оборотов. . . . .	62
4.1	Принципиальная схема обходных каналов ByPass в существующем комплексе NICA. . . . .	74
4.2	Принципиальная схема ByPass с 3 квадрупольями. . . . .	77
4.3	Twiss-параметры для ByPass с 3 квадрупольями. Черными линиями показано расположение дефлекторов. . . . .	77
4.4	Принципиальная схема ByPass с 5 квадрупольями. . . . .	78
4.5	Twiss-параметры для ByPass с 5 квадрупольями. Черными линиями показано расположение дефлекторов. . . . .	78
4.6	Принципиальная схема адаптированной структуры кольца NICA с ByPass. . . . .	79
4.7	Twiss-функции для половины адаптированной структуры кольца NICA с ByPass. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке. . . . .	80
4.8	Twiss-параметры ByPass NICA для дейtronного режима в OptiM. Также показано расположение секступольных семейств. . . . .	83
4.9	Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах x, y, d с использованием 2 семейств секступолей для получения нулевой бетатронной хроматичности. . . . .	84
4.10	Спиновый трексинг частиц с различным начальным отклонением в координатах x, y, d с использованием 3 семейств секступолей для получения спиновой когерентности. . . . .	85
4.11	Зависимость частоты прецессии спина от координат x, y, d для различных случаев оптимизации. NC – натуральная хроматичность (красная линия); BC – нулевая (бетатронная) хроматичность (синяя пунктирная линия); SC – спиновая когерентность (зеленая линия); $BC_\alpha$ – нулевая хроматичность и $\alpha_1 = 0$ (фиолетовая линия); $BC_{eta}$ – нулевая хроматичность и ноль $\eta_1 = 0$ (светло-голубая линия). . . . .	86

**Список таблиц**