

Д. В. Зюзин^{1,2}, Ю. В. Сеничев², С. Н. Андрианов¹, А. Н. Иванов^{1,2}

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОТОНОВ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ НАКОПИТЕЛЬНЫХ КОЛЬЦАХ

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,

199034, Санкт-Петербург, Российская Федерация

² Институт ядерной физики Научно-исследовательского центра г. Юлих,

D-52425, г. Юлих, Германия

Малость электрического дипольного момента элементарных частиц (дейтронов или протонов) приводит к необходимости обеспечения длительной эволюции пучка (10^9 оборотов) для накопления статистических данных. С целью разработки оптимальной структуры ускорителя следует провести численные эксперименты по эволюции поляризованного пучка на протяжении 10^{12} шагов интегрирования. Более того, специфика рассматриваемых динамических систем приводит к необходимости учитывать дополнительные ограничения (симплектичность, сохранение энергии) на протяжении указанного количества шагов интегрирования. В данной работе продемонстрирована необходимость сохранения горизонтальной поляризации пучка в задаче поиска электрического дипольного момента. Проведено моделирование поведения поляризованного пучка в электростатических накопительных кольцах. Рассмотрены различные методы численного решения уравнения Томаса–Баргманна–Мишеля–Телегди, а также приведены аналитические выкладки. Для численного моделирования спин-орбитальной динамики движения частиц использованы разные программы. Установлено, что время декогеренции спина может быть увеличено до нескольких тысяч секунд при наличии специальным образом сформированных дефлекторов с необходимыми секstupольными полями. Библиогр. 17 назв. Ил. 4.

Ключевые слова: электрический дипольный момент, динамика пучков, электростатические ускорители, динамика спина.

Zyuzin D. V., Senichev Yu. V., Andrianov S. N., Ivanov A. N. Modelling of polarized protons dynamics in electrostatic storage rings // Vestnik of St. Petersburg University. Ser. 10. Applied mathematics, computer science, control processes. 2014. Issue 1. P. 51–61.

Electric dipole moment of elementary particles (such as deuterons or protons) is a very small quantity and measurement of such small value which requires long term beam evolution (about 10^9 turns) to accumulate enough statistical data. To develop optimal accelerator lattice one needs to do numerical modelling for polarized beam evolution during 10^{12} integration steps. Also such class of dynamic systems requires considering additional constraints (like symplecticity and energy conservation) during the integration period. To search electric dipole moment horizontal polarization has to be conserved during long time. Polarized beam dynamics in electrostatic accelerators was modelled. The article discussed different methods to solve T–BMT equation numerically, analytical estimations being made as well. Different programs to simulate spin orbit motion of polarized beam were used. It was shown, that spin coherence time could be increased up to several thousand seconds using customly shaped deflectors with sextupole fields. Bibliogr. 17. Il. 4.

Keywords: electric dipole moment, beam dynamics, electrostatic accelerators, spin dynamics.

Введение. Обнаружение электрического дипольного момента (ЭДМ) является одной из самых важных задач современной физики. Существование ЭДМ выходит за рамки стандартной модели и ведет к так называемой новой физике. ЭДМ элементарной частицы одновременно нарушает C- и P-симметрии [1]. Стандартная модель предсказывает существование ЭДМ, но в то же время его величина крайне мала (менее 10^{-31} электрон·см) [2]. Расширения стандартной модели (такие как модель мульти-Хиггса, суперсимметрия, левая–правая симметрия) указывают на существование ЭДМ,

с величинами на несколько порядков большими, чем предсказания стандартной модели [3]. Таким образом, измерив электрический дипольный момент элементарной частицы, можно объяснить нарушение СР-инвариантности и, в конечном счете, преобладание материи над антиматерией во Вселенной.

Основные уравнения. Спин частицы – квантовая величина и носит вероятностный характер, но можно описать движение спина с помощью уравнений классической физики (учитывая, что «спин» – квантовый оператор). Динамика спина описывается уравнением Томаса–Баргмана–Мишеля–Телегди (Т–БМТ) [4]. Это уравнение имеет вид

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{d} \times \mathbf{E}^* + \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B},$$

$$\begin{aligned} E_x^* &= \gamma(E_x + \beta B_y), & E_y^* &= \gamma(E_y - \beta B_x), & E_z^* &= E_z, \\ B_x^* &= \gamma(B_x + \beta E_y), & B_y^* &= \gamma(B_y - \beta E_x), & B_z^* &= B_z, \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\mu}$, \mathbf{d} – магнитный и электрический дипольный момент соответственно; β – относительная продольная скорость; \mathbf{E} , \mathbf{B} – вектор напряженности электрического поля и вектор магнитной индукции в лабораторной системе координат.

В подвижной системе координат, связанной с равновесной частицей, можно записать

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S},$$

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{e}{m} \left\{ G\mathbf{B} + \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E} + \frac{\eta}{2} (\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}) \right\}, \quad G = \frac{g-2}{2}, \quad (1)$$

здесь G – аномальный магнитный момент, g – гиромагнитное соотношение, η – безразмерный коэффициент, задаваемый соотношением $d = \eta e / (4mc)$, Ω – частота прецессии спина относительно импульса равновесной частицы.

Уравнение (1) можно переписать в виде системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dS_x}{dt} &= \Omega_y S_z - \Omega_z S_y, \\ \frac{dS_y}{dt} &= \Omega_z S_x - \Omega_x S_z, \\ \frac{dS_z}{dt} &= \Omega_x S_y - \Omega_y S_x. \end{aligned} \quad (2)$$

Метод «замороженного» спина. В настоящее время в Институте ядерной физики Научно-исследовательского центра г. Юлих (Institut für Kernphysik, Forschungszentrum Jülich, Германия) рассматриваются два подхода к поиску ЭДМ в накопительных кольцах: резонансный метод, используя RF-флиппер [5] в COSY кольце, и метод «замороженного» спина [6] в специально спроектированном кольце для поиска ЭДМ. Резонансный метод носит предварительный характер для изучения времени декогеренции спина (spin coherence time – SCT) и влияния различных факторов на SCT. В данной статье рассматривается второй метод, основанный на построении специального «магического» кольца, состоящего только из электростатических элементов.

Рассмотрим второе уравнение системы уравнений (2)

$$\frac{dS_y}{dt} = \Omega_z S_x - \Omega_x S_z. \quad (3)$$

Если положить $\mathbf{B} = 0$ и $\mathbf{E} = \{E_x, 0, 0\}$, то из (1) следует

$$\Omega_x = -\frac{e}{m} \frac{\eta}{2} E_x, \quad \Omega_z = \frac{e}{m} \left\{ \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) E_x \beta_y \right\},$$

здесь β_y – вертикальная относительная скорость. Так как в ускорителе частицы совершают вертикальные бетатронные колебания, которые подчиняются гармоническому закону, то в среднем $\Omega_z \approx 0$. Таким образом, уравнение (3) упрощается до выражения

$$\frac{dS_y}{dt} = -\Omega_x S_z, \quad \Omega_x = -\frac{e}{m} \frac{\eta}{2} E_x.$$

Иными словами, у частицы со спином, направленным вдоль импульса (т. е. $S_z > 0$), будет нарастать вертикальная компонента спина S_y при наличии сигнала от электрического дипольного момента. При достаточно долгом^{*)} воздействии электрического поля на частицу компонента S_y возрастет до такой величины, которую возможно измерить с помощью поляриметра. Как только продольная компонента спина частицы S_z станет отрицательной, вертикальная компонента начнет уменьшаться, что следует из уравнения для S_y .

Таким образом, для измерения ЭДМ требуется сохранить горизонтальную поляризацию пучка частиц на такое время, которое гарантирует достаточную точность измерения вертикальной спиновой компоненты.

Математическое моделирование динамики частиц. Основная проблема для моделирования спин-орбитального движения при наличии ЭДМ заключается в том, что его влияние на спин частицы крайне мало. Спин в «магическом» кольце поворачивается с угловой скоростью 10^{-9} рад/с [7]. Так как частица в ускорителе, состоящем из нескольких сотен элементов, совершает около 10^6 оборотов в секунду, то из приведенной выше формулы для Ω_x следует, что наличие ЭДМ вызывает поворот спина с угловой скоростью $\omega_{\text{ЭДМ}} \sim 10^{-18}$ рад/с. Соответственно сигнал ЭДМ изменяет значение проекции спина на крайне малую величину. Таким образом, в задаче поиска ЭДМ мы сталкиваемся с проблемами, которые ранее не встречались в численном моделировании динамики частиц в физике ускорителей. Действительно, поскольку арифметический сопроцессор имеет мантиссу длиной 52 бит, то это может привести к существенным ошибкам округления при расчете проекций спина после каждого элемента. Это серьезный недостаток для использования прямых методов моделирования влияния ЭДМ на ориентацию спина частицы, и потому далее будем рассматривать другой подход, без прямого вычисления сигнала от ЭДМ.

Исследования можно разбить на следующие этапы:

- 1) аналитические методы оценки влияния основных параметров ускорителя на поведение спина;
- 2) численное моделирование поведения частиц со спином с использованием симплектических методов решения дифференциальных уравнений движения частиц и спина Т-БМТ;
- 3) численное моделирование при помощи программы моделирования движения частиц в ускорителях COSY Infinity [8].

Моделирование при помощи COSY Infinity. Для подтверждения аналитических расчетов, приводимых в данной статье, требуется иметь метод длительного (сотни миллионов оборотов и больше) моделирования движения пучка частиц в ускорителе.

^{*)} Не менее тысячи секунд.

Полное моделирование всего эксперимента абсолютно необходимо для изучения целесообразности запланированных экспериментов. Программа COSY Infinity является одной из программ, которая позволяет моделировать эволюцию частиц в фазовом и спиновых пространствах. К достоинствам программы следует отнести моделирование длительной эволюции как пучка частиц в ускорителе за приемлемое время. В дальнейшем планируется включить в программу нелинейности высших порядков анализ нормальных форм, RF-E и RF-B дефлекторы^{*)}. С целью исследования тонких эффектов, моделирования движения частиц и особенно динамики спина в процессе накопления и наращивания сигнала ЭДМ программа позволяет моделировать движение 10^4 – 10^6 частиц в течение 10–100 млрд оборотов.

Для описания частиц COSY Infinity использует фазовые координаты:

$$\begin{aligned} r_1 &= x, & r_2 &= a = \frac{p_x}{p_0}, \\ r_3 &= y, & r_4 &= b = \frac{p_y}{p_0}, \\ r_5 &= l = -(t - t_0)v_0\gamma/(1 + \gamma), & r_6 &= \delta_K = \frac{K - K_0}{K_0}, \end{aligned}$$

где x и y – горизонтальное и вертикальное отклонение частицы от оптической оси соответственно. Величины p_0 , v_0 , K_0 обозначают импульс, скорость и кинетическую энергию равновесной частицы, p , v , K означают те же величины для рассматриваемой частицы. Полученное решение можно представить в виде [9]

$$\mathbf{X} = \mathbb{M}^1 \mathbf{X}_0 + \mathbb{M}^2 \mathbf{X}_0^{[2]} + \mathbb{M}^3 \mathbf{X}_0^{[3]} + \dots + \mathbb{M}^N \mathbf{X}_0^{[N]},$$

здесь N – используемый порядок аппроксимации нелинейных уравнений движения (1); $\mathbf{X}^{[N]} = \underbrace{\mathbf{X} \otimes \dots \otimes \mathbf{X}}_{N \text{ раз}}$ – кронекерова степень вектора \mathbf{X} ; $\mathbf{X}^{[k]}$ – вектор фазовых мо-

ментов [9] с C_{6+k-1}^k компонентами. Матрицы отображения \mathbb{M}^k имеют размерность $6 \times C_{6+k-1}^k$. Они могут быть получены вплоть до любого порядка k .

Для спинового движения начальные координаты спина

$$\mathbf{S}_0 = \begin{pmatrix} S_{x_0} \\ S_{y_0} \\ S_{z_0} \end{pmatrix}, \quad S_{x_0}^2 + S_{y_0}^2 + S_{z_0}^2 = 1.$$

Координаты спина после одного оборота:

$$\mathbf{S} = \mathbb{M}_S \mathbf{S}_0,$$

где \mathbb{M}_S – матрица поворота спина за один оборот.

Для моделирования пучка частиц рассмотрим начальное множество частиц со случайным распределением фазовых координат в диапазоне $-3\text{мм} < x < 3\text{мм}$, $-0.001 < p_x < 0.001$, $y = 0$, $p_y = 0$, $-2 \cdot 10^{-4} < \Delta E < 2 \cdot 10^{-4}$, $S_z = 1$ (начальный спин всех частиц ориентирован вдоль равновесной орбиты, т. е. $S_z = 1$, $S_x = S_y = 0$).

Используя COSY Infinity, было проведено моделирование движения пучка в кольце в течение 2 млн оборотов в различных структурах.

^{*)} Дефлекторы с высокочастотным электрическим и магнитным полями соответственно.

Симплектический метод интегрирования Рунге–Кутты. Для моделирования динамики пучка в электростатическом ускорителе была также использована программа пошагового симплектического интегрирования уравнений движения и спинowego уравнения Т–БМТ. Динамика частицы описывается в обобщенных координатах вдоль равновесной орбиты. Далее приведем основные уравнения в форме, удобной для численного интегрирования.

Уравнения движения. Рассмотрим уравнения движения в обобщенных координатах [10]. В качестве обобщенных координат примем координаты x, y, s , где s – независимая переменная, измеряемая вдоль равновесной траектории. Равновесная траектория выбирается исходя из соображений симметрии распределения поля. Например, в квадрупольной линзе равновесная орбита – прямая линия, в цилиндрическом или сферическом диполе – дуга окружности.

В случае прямой равновесной орбиты движение описывается уравнением Ньютона–Лоренца в декартовой системе координат. В случае, когда равновесная орбита – дуга окружности, то уравнения движения выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} x'' + \frac{1}{\gamma} \frac{HG}{v} x' - \left(1 + \frac{x}{R}\right) \frac{1}{R} &= \frac{QH}{m_0 v \gamma} H E_x / v, \\ y'' + \frac{1}{\gamma} \frac{HG}{v} y' &= \frac{QH}{m_0 v \gamma} H E_y / v, \end{aligned} \quad (4)$$

где H, G – функции переменных x, x', y, y', R ; R – радиус кривизны равновесной орбиты.

Динамика спина. Вращение спина описывается уравнением (1). В случае, когда равновесная орбита есть дуга окружности, имеем

$$\begin{aligned} S'_x &= \frac{S_s}{R} + \frac{Q}{m_0 c^2} \left(G + \frac{1}{1 + \gamma} \right) ((h_s E_x - x' E_s) S_s - (x' E_y - y' E_x) S_y), \\ S'_y &= \frac{Q}{m_0 c^2} \left(G + \frac{1}{1 + \gamma} \right) ((x' E_y - y' E_x) S_x - (y' E_s - h_s E_y) S_s), \\ S'_s &= -\frac{S_x}{R} + \frac{Q}{m_0 c^2} \left(G + \frac{1}{1 + \gamma} \right) ((y' E_s - h_s E_y) S_y - (h_s E_x - x' E_s) S_x). \end{aligned} \quad (5)$$

Симплектическая схема Рунге–Кутты. Уравнения (4) и (5) могут быть записаны в виде

$$\frac{d\mathbf{X}}{ds} = \mathbf{F}(s, \mathbf{X}), \quad (6)$$

здесь $\mathbf{X} = (x, x', y, y', S_x, S_y, S_s)^T$.

Таким образом, эти уравнения могут быть численно решены при помощи классического метода пошагового интегрирования. В качестве основного метода для интегрирующей программы была реализована симплектическая схема Рунге–Кутты четвертого порядка [11]

$$\begin{array}{c|cc} b_1 + \tilde{c}_1 & b_1/2 & b_1/2 + \tilde{c}_1 \\ \hline b_1 - \tilde{c}_1 & b_1/2 - \tilde{c}_1 & b_1/2 \\ \hline & b_1 = 1/2, & 2b_1\tilde{c}_1^2 = 1/12. \end{array}$$

Тогда решение (6) может быть представлено в итеративной форме

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{n+1} &= \mathbf{X}_n + h \sum_{j=1}^2 b_j \mathbf{F}(s + hc_j, \mathbf{X}^{(i)}), \\ \mathbf{X}^{(i)} &= \mathbf{X}_n + h \sum_{j=1}^2 a_{ij} \mathbf{F}(s + hc_j, \mathbf{X}^{(i)}).\end{aligned}\tag{7}$$

Заметим, что симплектическая схема (7) накладывает условие постоянного шага интегрирования. Более того, она требует решения неявных уравнений с помощью соответствующих численных методов [12].

Осцилляция спина для «немагической» частицы. Имея средства моделирования спин-орбитального движения, перейдем к проблеме дизайна структуры ускорителя, который удовлетворяет требованиям эксперимента. На начальном этапе приведем некоторые аналитические соображения, так как это позволяет взглянуть на проблему со стороны.

Перепишем уравнение (1) в виде

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{S}}{dt} &= \boldsymbol{\omega}_G \times \mathbf{S}, \\ \boldsymbol{\omega}_G &= -\frac{e}{m_0 \gamma c} \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) (\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}).\end{aligned}$$

Рассмотрим так называемое «магическое» кольцо [7], состоящее только из электростатических элементов, в котором для равновесной частицы выполняется «магическое» условие $1/(\gamma^2 - 1) - G = 0$. Обозначим оси координат для спинового вектора: ось z ориентирована вдоль равновесной частицы, x и y – соответственно горизонтальное и вертикальное направление. Учитывая, что вертикальная и продольная компоненты электрического поля много меньше горизонтальной компоненты, т. е. $\beta_x, \beta_y \ll \beta_z$, можно получить выражение для количества спиновых осцилляций за один оборот, т. е. частоту спина:

$$\nu_{sz} = \frac{e}{2\pi m_0 c^2} L_{\text{orb}} E_x \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right), \tag{8}$$

где L_{orb} – длина орбиты. В случае частицы с энергией, отличной от «магической», множитель $(1/(\gamma^2 - 1) - G)$ отличен от нуля, и поэтому спин вращается с частотой, зависящей от энергии частицы. Раскладывая $G - 1/(\gamma^2 - 1)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $p = p_m$, имеем

$$\left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right)_{p=p_m + \Delta p} = 0|_{p=p_m} - 2G \frac{\Delta p}{p} + \frac{1 + 3\gamma^2}{\gamma^2} G \left(\frac{\Delta p}{p} \right)^2 + \dots \tag{9}$$

В качестве первого приближения некогерентность спиновой частоты может быть оценена с помощью простой формулы

$$\nu_{sz} = -2 \frac{e \bar{E}_x L_{\text{orb}}}{m_0 c^2 \gamma} G \frac{\Delta p}{p},$$

в которой \overline{E}_x – усредненное значение продольного электрического поля в ускорителе. Определим время декогеренции спина, следуя [7], как время, за которое среднее квадратичное отклонение ориентаций спиновых векторов, входящих в пучок, достигнет одного радиана. При разбросе начального импульса $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-5}$ ($\Delta W_{\text{kin}}/W_{\text{kin}} = 10^{-4}$) время декогеренции спина меньше 1 мс, что составляет несколько тысяч оборотов.

В работе [13] было предложено использовать высокочастотное (ВЧ) поле с целью усреднения разброса по энергии относительно «магического» уровня. При наличии ВЧ поля спиновая частота модулируется продольной частотой ν_z , которая на два порядка выше, чем спиновая частота ν_s . Таким образом, спин осциллирует с малой амплитудой $\Phi_{\text{max}} \sim (\nu_s/\nu_z)$ относительно центрального положения. Теперь разложим (8) в ряд Тейлора до второго порядка нелинейности. Принимая во внимание, что в разложение (9) входит член второго порядка $(\Delta p/p)^2$, центральное положение спина медленно смещается (спин поворачивается в горизонтальной плоскости). Усредняя по времени (9), этот член дает ненулевой вклад в частоту спина:

$$\nu_{sz} \frac{e\overline{E}_x L_{\text{cir}}}{m_0 c^2 \gamma} \left\langle -2G \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_m \cdot \cos(\nu_z \varphi) + \right. \\ \left. + \frac{1+3\gamma^2}{\gamma^2} G \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_m^2 \cdot \cos^2(\nu_z \varphi) \right\rangle \frac{e\overline{E}_x L_{\text{cir}}}{m_0 c^2 \gamma} \frac{1+3\gamma^2}{\gamma^2} \frac{G}{2} \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_m^2.$$

Осциллирующая компонента спина всегда по модулю меньше Φ_{max} , поэтому нам интересна лишь медленно растущая составляющая спиновой частоты. Она зависит от квадрата величины разброса по импульсу $\Delta p/p$ и определяет некогерентность спиновой частоты. При разбросе $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-5}$ расчетное время декогеренции спина составляет примерно 180 с. Следовательно, использование ВЧ поля позволяет увеличить время жизни поляризованного пучка на пять порядков. К сожалению, такое время декогеренции достижимо только для частиц без начального отклонения от равновесной частицы в плоскостях $x-x'$, $y-y'$. Частицы с ненулевым отклонением от оси имеют новый уровень равновесного импульса ($\delta p/p$), что приводит к увеличению уровня аббераций спина ($\delta \nu_s \cdot E_x R / (m_0 c^2 \gamma) G \delta p/p$), что представлено на рис. 1. В работе [14]

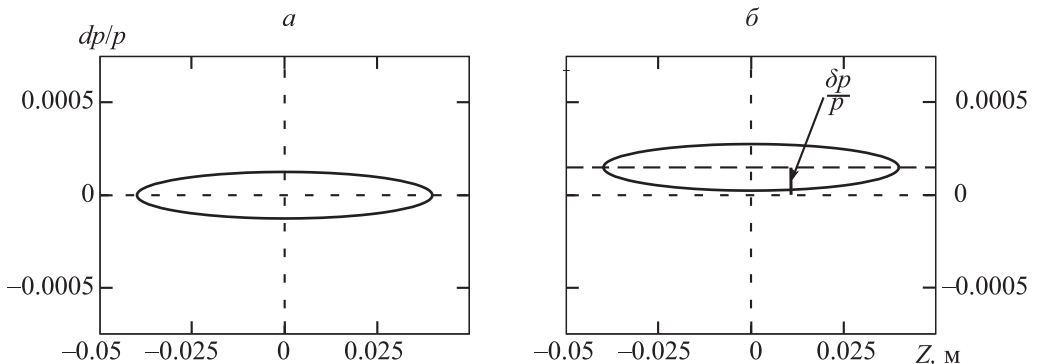


Рис. 1. Синхротронные колебания частицы с нулевым отклонением от оси (а) и с отклонением $x = 3$ мм (б)

предложена структура ускорителя, в котором равновесный уровень импульса осциллирует, что вызывает усреднение самой равновесной орбиты. Понизив частоты

бетатронных колебаний и таким образом вводя дополнительные колебания импульса, возможно увеличить время декогеренции спина до 500 с при $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-5}$.

Представим отклонение спиновой частоты с помощью конечных разностей до второго порядка:

$$\delta\nu_S = \frac{e}{2\pi m_0 c^2} \delta \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) L_{\text{orb}} E_x \frac{1}{\gamma} \left[1 + \frac{\delta L_{\text{orb}}}{L_{\text{orb}}} + \frac{\delta E_x}{E_x} + \gamma \delta \left(\frac{1}{\gamma} \right) \right]. \quad (10)$$

Представим каждый член формулы (10) в виде ряда Тейлора по степеням $\Delta p/p$

$$\begin{aligned} \delta \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) &= -2G \frac{\Delta p}{p} + \frac{1 + 3\gamma^2}{\gamma^2} G \left(\frac{\Delta p}{p} \right)^2 + \dots, \\ \frac{\delta L_{\text{orb}}}{L_{\text{orb}}} &= \alpha_1 \frac{\Delta p}{p} + \alpha_2 \left(\frac{\Delta p}{p} \right)^2 + \dots, \\ \frac{\delta E_x}{E_x} &= -k_1 \frac{x}{R} + k_2 \left(\frac{x}{R} \right)^2 + \dots, \\ \gamma \delta \left(\frac{1}{\gamma} \right) &= -\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^3} \left(\frac{\Delta p}{p} \right) + \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{2\gamma^5} \left(\frac{\Delta p}{p} \right)^2 + \dots, \end{aligned}$$

где α_1 и α_2 – коэффициенты расширения орбиты первого и второго порядка соответственно; k_1 и k_2 – коэффициенты разложения электрического поля в окрестности равновесной траектории. Например, для цилиндрического дефлектора коэффициенты разложения $k_1 = k_2 = 1$.

После усреднения по времени член $\Delta p/p$ дает нулевой вклад в результирующую частоту спина. Иными словами, время жизни поляризованного пучка зависит от квадрата разброса частиц по импульсу $(\Delta p/p)^2$ и от фактора α_2 , который определяется выбранной структурой ускорителя. В работах [15, 16] предложен способ увеличения времени декогеренции спина до нескольких тысяч секунд при помощи электростатических дефлекторов специальной формы. Изменяя значения k_1 , k_2 от дефлектора к дефлектору, возможно обеспечить возрастание времени жизни горизонтально поляризованного пучка.

Сравнение методов моделирования. Для сопоставления результатов вычисления обеих программ использовалась структура ускорителя с цилиндрическими дефлекторами [17]. Анализируя результаты моделирования движения частиц через один элемент, можно увидеть совпадение вычислительных моделей COSY Infinity и интегрирующей программы (рис. 2, 3). Тем не менее, различный выбор равновесной орбиты и разные симплектические методы, заложенные в программу, не позволяют получить точно совпадающие численные результаты, но можно сравнивать качественную динамику и поведение частиц в обеих программах.

В качестве начальных значений была задана частица без начального отклонения с координатами $x = x' = y = y' = 0$, с отклонением по импульсу $\Delta p/p = 10^{-4}$, и частица с начальным отклонением $x = 3$ мм, $\Delta p/p = 0$. После моделирования движения в течение 10 000 оборотов в структуре без включенного ВЧ поля были получены похожие результаты для времени декогеренции спина (для первого случая 3292 и 3658 с соответственно, для второй частицы – 323 и 349 с). Включив ВЧ поле в той же самой структуре для частицы с координатами $x = x' = y = y' = 0$ и $\Delta p/p = 10^{-4}$ время

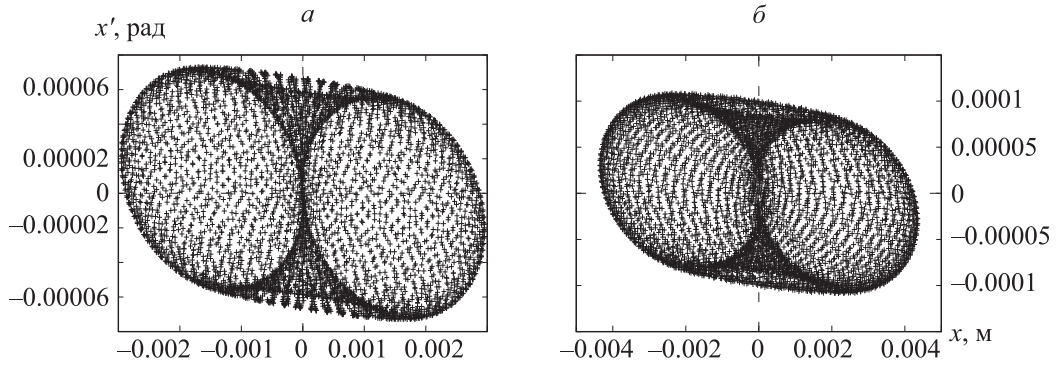


Рис. 2. Движение в $x-x'$, полученное с помощью COSY Infinity (а) и метода Рунге–Кутты (б)

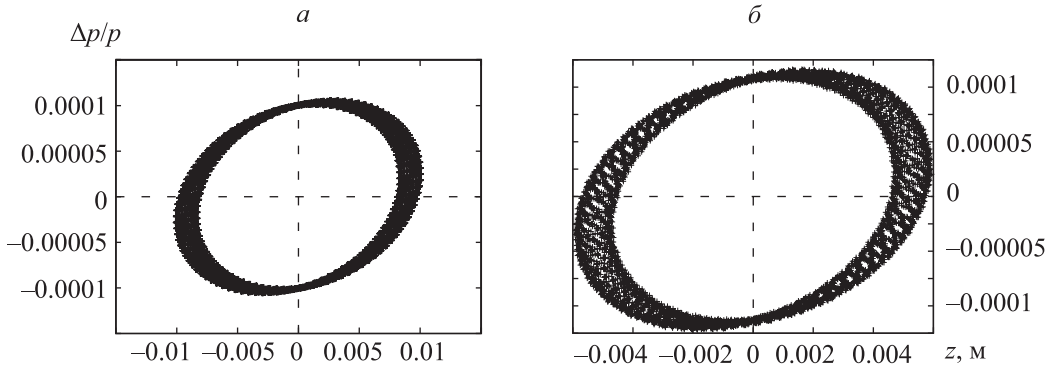


Рис. 3. Фазовый портрет в продольной плоскости, полученный с использованием COSY Infinity (а) и интегрирующей программы (б)

декогеренции в COSY Infinity составляет около 7300 с, а в интегрирующей программе – около 9800 с.

На рис. 2, 3 изображены поперечная и продольная плоскости фазового пространства в структуре с включенным RF полем.

Результаты, полученные в обеих программах, совпадают друг с другом, с некоторыми оговорками. Наблюдается сходство в качественном поведении орбитального движения, а также значения времени декогеренции спина согласуются друг с другом. В дальнейшем необходимо произвести моделирование движения с учетом краевых полей.

С использованием методов, описанных в данной статье, было проведено моделирование динамики пучка в кольце с оптимизированными дефлекторами [16]. На рис. 4 показано распределение поперечной компоненты спина S_x для пучка из 32 768 частиц через 2 млн оборотов.

Моделирование 2 млн оборотов одной частицы занимает менее 1 ч компьютерного времени, а с помощью параллельного выполнения вычислительных задач на многопроцессорных машинах возможно моделирование большого количества частиц одновременно.

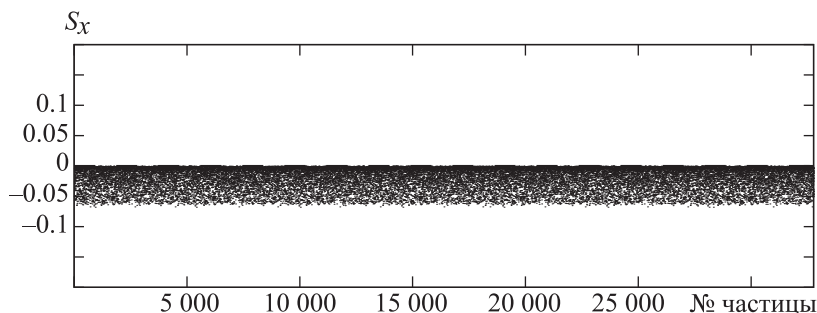


Рис. 4. Распределение горизонтальной компоненты спина в пучке через 2 млн оборотов

Закключение. В работе проведено моделирование поведения поляризованного пучка в электростатических ускорителях. Продемонстрирована необходимость сохранения горизонтальной поляризации пучка в задаче поиска ЭДМ. Для моделирования спин-орбитальной динамики использованы программа, использующая методы дифференциальной алгебры, а также программа, применяющая традиционный метод симплектического интегрирования соответствующих уравнений движения. Описаны различные методы численного решения уравнения Т–БМТ. Продемонстрировано, что время декогеренции спина может быть увеличено до нескольких тысяч секунд при наличии специальным образом сформированных дефлекторов.

Авторы благодарят М. Берца, К. Макино^{*)}, Р. Майера^{**)} за плодотворные дискуссии.

Литература

1. Ramsey N. F. Time reversal, charge conjugation, magnetic pole conjugation, and parity // Phys. Rev. 1958. Vol. 109. P. 225–226.
2. Semertzidis Y. K. A storage ring proton electric dipole moment experiment: most sensitive experiment to CP-violation beyond the Standard Model // Proc. of the DPF-2011 Conference. Providence, RI, USA, 2011. P. 1–8.
3. Pospelov M., Ritz A. Electric dipole moments as probes of new physics // Annals of Physics. 2005. Vol. 318. P. 119–169.
4. Jackson J. D. Classical electrodynamics. New York: John Wiley & Sons, 1998. 832 p.
5. Lehrach A., Lorentz B., Morse W., Nikolaev N., Rathmann F. Precursor experiments to search for permanent electric dipole moments (EDMs) of protons and deuterons at COSY. arXiv:1201.5773, 2012.
6. Semertzidis Y. K., g-2 Collaboration. Measurement of the muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm // Nucl. Phys. B. 2003. Proc. Suppl. 117. P. 373–384.
7. Farley F. J. M., Semertzidis Y. K. The 47 years of muon g-2 // Progress in Particle and Nuclear Physics. 2004. Vol. 52, Issue 1. P. 1–83.
8. Berz M. Computational aspects of design and simulation: COSY INFINITY // Nuclear Instruments and Methods. 1990. Vol. A298. P. 473–479.
9. Андрианов С. Н. Динамическое моделирование систем управления пучками частиц. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2004. 366 с.
10. Szilágyi M. Electron and ion optics. New York: Plenum Press, 1988. 556 p.
11. Oevel W., Sofroniou M. Symplectic Runge-Kutta schemes II: classification of symmetric methods: preprint University of Paderborn. Germany, 1996. 47 p.
12. Ivanov A. Particle tracking in electrostatic fields with energy conservation // Proc. of ICAP 2012. Rostock; Warnemünde, Germany, 2012. P. 149–151.
13. Lysenko A. P., Polunin A. A., Shatunov Yu. M. Spin-frequency spread measurements in a storage ring // Part. Accel. 1986. Vol. 18. P. 215–222.

^{*)} Michigan State University, MI, USA.

^{**)} Institut für Kernphysik, Forschungszentrum Jülich GmbH, Germany.

14. *Senichev Yu., Moller S. P.* Beam dynamics in electrostatic rings // Proc. of the 7th European Particle Accelerator Conference EPAC'00. Vienna, Austria, 2000. P. 794–796.

15. *Senichev Yu., Lehrach A., Maier R., Zyuzin D.* The spin aberration of polarized beam in electrostatic rings // Proc. of the 2nd Intern. Particle Accelerator Conference IPAC'11. San Sebastián, Spain, 2011. P. 2175–2177.

16. *Senichev Yu., Maier R., Zyuzin D., Berz M.* Alternating spin aberration electrostatic lattice for EDM ring // Proc. of the 3rd Intern. Particle Accelerator Conference IPAC'12. New Orleans, LA, USA, 2012. P. 1332–1334.

17. *Zyuzin D., Maier R., Senichev Yu.* High order non-linear motion in electrostatic rings // Proc. of the 2nd Intern. Particle Accelerator Conference IPAC'11. San Sebastián, Spain, 2011. P. 2172–2174.

Статья рекомендована к печати проф. Д. А. Овсянниковым.

Статья поступила в редакцию 31 октября 2013 г.

Контактная информация

Зюзин Денис Владимирович – соискатель и аспирант; e-mail: d.zyuzin@fz-juelich.de

Сеничев Юрий Валерьевич – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник; e-mail: y.senichev@fz-juelich.de

Андрюанов Сергей Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой; e-mail: sandrianov@yandex.ru

Иванов Андрей Николаевич – аспирант; e-mail: 05x.andrey@gmail.com

Zyuzin Denis Vladimirovich – post-graduate student, St. Petersburg State University, 199034, St. Petersburg, Russian Federation; post-graduate student, Institute for Nuclear Physics, Forschungszentrum Jülich, D-52425, Jülich, Germany; e-mail: d.zyuzin@fz-juelich.de

Senichev Yuriy Valerievich – doctor of physical and mathematical sciences, professor, leading researcher, Institute for Nuclear Physics, Forschungszentrum Jülich, D-52425, Jülich, Germany; e-mail: y.senichev@fz-juelich.de

Andrianov Sergey Nikolaevich – doctor of physical and mathematical sciences, professor, head of department, St. Petersburg State University, 199034, St. Petersburg, Russian Federation; e-mail: sandrianov@yandex.ru

Ivanov Andrei Nikolaevich – post-graduate student, St. Petersburg State University, 199034, St. Petersburg, Russian Federation; post-graduate student, Institute for Nuclear Physics, Forschungszentrum Jülich, D-52425 Jülich, Germany; e-mail: a.ivanov@fz-juelich.de