



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2004-4  
ОУ У-70

П.Т. Пашков

**ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКТИВНОЙ КОМПОНЕНТЫ  
ПРОДОЛЬНОГО ИМПЕДАНСА СВЯЗИ У-70  
С ПОМОЩЬЮ СКАЧКА КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ**

Протвино 2004

### Аннотация

Пашков П.Т. Измерение индуктивной компоненты продольного импеданса связи У-70 с помощью скачка критической энергии: Препринт ИФВЭ 2004–4. – Протвино, 2004. – 16 с., 6 рис., библиогр.: 15.

Рассматривается процесс продольного согласования пучков протонов с помощью так называемого скачка критической энергии ускорителя. Собственное продольное электрическое поле пучков обобщается на случай неоднородной вакуумной камеры. Показано, что по оптимальному положению импульса тока, формирующего скачок критической энергии, относительно магнитного цикла ускорителя можно рассчитать значение продольного импеданса связи в длинноволновой части спектра. На основе анализа экспериментальных данных оцениваются величина и знак реактивной компоненты продольного импеданса связи У-70.

### Abstract

Pashkov P.T. Measuring Inductive Component of Longitudinal Coupling Impedance in IHEP PS Using  $\gamma$ -Transition Jump: IHEP Preprint 2004–4. – Protvino, 2004. – p. 16, figs. 6, refs.: 15.

Matching process of intense proton bunches using the so-called gamma-transition jump method is considered. Longitudinal self field of bunches is generalized to a case of the non-uniform vacuum chamber. Formulae allowing to calculate sign and value of reactive part of the longitudinal coupling impedance proceeding from the optimal position of the current pulse, forming the transition jump, with respect to a magnetic cycle of an accelerator are obtained. Based on the analysis of experimental data, sign and value of the reactive part of the longitudinal coupling impedance of the IHEP PS are estimated.

## Введение

Впервые проблема продольного рассогласования сгустков протонов при переходе пучка через критическую энергию возникла в протонном синхротроне ЦЕРН на энергию 28 ГэВ (CPS) при превышении уровня интенсивности  $\sim 10^{12}$  протонов за цикл. Она заключалась в потере части пучка из-за колебаний размеров сгустков, а также в быстром по сравнению с периодом фазовых колебаний возрастании эффективной величины их продольного фазового объема. Было сделано предположение, что причиной возбуждения квадрупольных колебаний в пучке является длинноволновая часть собственного продольного кулоновского поля, ослабляющего продольную фокусировку ускоряемых частиц при энергии пучка ниже критического значения и, наоборот, усиливающих ее за критической энергией. Предполагалось также, что причиной быстрого увеличения продольного фазового объема сгустков при прохождении пучком критической энергии является неустойчивость отрицательной массы, развивающаяся в микроволновом диапазоне. Подробный обзор работ, посвященных анализу влияния собственного электрического поля сгустков на продольную динамику частиц вблизи критической энергии содержится в работе [1]; там же обсуждаются возможные способы продольного согласования интенсивных сгустков протонов в этом районе.

Следует отметить, что модель гладкой, однородной в продольном направлении вакуумной камеры, обычно используемой в качестве граничного условия при вычислении собственного продольного электрического поля сгустков частиц, безусловно, является идеализацией. В настоящее время имеется большое количество публикаций, посвященных вычислению импеданса связи с пучком характерных элементов, из которых состоит вакуумная камера протонного синхротрона (достаточно полная библиография работ по этому вопросу содержится, например, в работе [2]). Было, в частности, выяснено, что взаимодействие ускоряемых частиц с элементами вакуумной камеры зачастую носит резонансный характер, причем возникающие при этом электромагнитные поля могут приводить к различного рода неустойчивостям пучка протонов.

Для интенсивного пучка протонов особую опасность представляет район критической энергии, где частота фазовых колебаний мала. Именно продольная микроволновая неустойчивость пучка явилась одной из основных причин крайней неэффективности способов продольного согласования сгустков частиц, которые использовались при медленной

(естественной) скорости прохождения пучком критической энергии. К таким способам, например, можно отнести так называемое тройное переключение фазы ускоряющего напряжения [1], а также введение в ускоряющее поле высшей гармоники радиочастоты (второй или третьей) [3]. Необходимый этап подобных методов — **удлинение сгустков частиц**, в результате чего уменьшается локальное значение разброса частиц по импульсам в пучке и, как следствие, **снижается порог микроволновой неустойчивости**.

Ситуация с продольным согласованием интенсивных сгустков протонов существенно **улучшается с возрастанием скорости прохождения** пучком критической энергии. При этом **ослабляются** все факторы, возмущающие фазовое движение частиц в этом районе, включая продольную микроволновую неустойчивость пучка. Первым шагом в данном направлении явилось использование скачка бетатронной частоты для получения требуемого закона изменения значения критической энергии ускорителя [4].

Очевидный недостаток данного метода, связанный с жестким количественным ограничением пределов изменения бетатронной частоты, был преодолен в работе [5]. В ней предлагалось управлять значением критической энергии за счет искажения дисперсионной функции ускорителя; было, в частности, показано, что в случае использования для этой цели тонких квадрупольных линз можно получить существенный **сдвиг критической энергии** ускорителя **при неизменных значениях бетатронных частот**.

Данный метод был впервые реализован в протонном синхротроне ЦЕРН (CPS) [6], где он используется и в настоящее время. Позже скачок критической энергии был реализован в У-70 [7, 8], а также в Брукхейвенском АГС (BNL, США) [9].

Получить расчетным путем полную картину импеданса связи с пучком всех элементов вакуумной камеры **вряд ли представляется возможным**. Однако, как будет показано в настоящей работе, с помощью системы скачка критической энергии можно, в принципе, **определить его продольную составляющую в длинноволновой части спектра**, исходя из привязки импульса тока, создающего данный скачок, к магнитному циклу ускорителя в случае, когда обеспечивается продольное согласование сгустков частиц при критической энергии. Оказалось, что оптимальное положение импульсов тока, создающих скачок критической энергии, при заданных параметрах ускорителя и пучка протонов полностью **определяется величиной продольного импеданса связи** в длинноволновой части спектра.

Аналитические расчеты подтверждаются результатами численного интегрирования уравнения огибающей фазовых колебаний. Приводятся экспериментальные данные, в результате анализа которых оценена величина и определен **знак продольного** импеданса связи в У-70 при критической энергии. Полученные данные позволяют также определить **максимальную интенсивность пучка**, при которой еще возможно эффективное продольное согласование сгустков частиц с помощью существующей в ускорителе системы скачка критической энергии.

Необходимо отметить, что используемый ниже математический аппарат был разработан ранее рядом авторов, и его подробное описание содержится, например в упоминавшемся выше обзоре [1] и цитируемой там литературе. Тем не менее, для связности изложения автор счел необходимым привести краткий вывод основных уравнений, используемых при анализе перехода интенсивного пучка через критическую энергию. Основное отличие от опубликованных ранее работ заключается в **обобщении понятия продольного импеданса связи вблизи критической энергии на случай положительной индуктивности**.

## 1. Продольный импеданс связи вакуумной камеры ускорителя

Продольное электрическое поле, возбуждаемое пучком протонов в окружающем его оборудовании ускорителя, удобно выразить через продольный импеданс связи. В простейшем случае, когда имеется гладкая вакуумная камера, однородная в продольном направлении, продольный импеданс связи  $Z_n(\omega)$  определяется соотношением

$$-2\pi R_0 \mathcal{E}_n(\omega) = Z_n(\omega) J_n(\omega), \quad (1)$$

линейным в силу линейности уравнений Максвелла. В (1) приняты следующие обозначения:  $R_0$  — средний радиус ускорителя;  $J_n(\omega)$  — амплитуда  $n$ -ой гармоники тока пучка на частоте  $\omega$ ;  $\mathcal{E}_n(\omega)$  — соответствующая данному току амплитуда гармоники продольного электрического поля, усредненного по поперечному распределению частиц в пучке. Здесь и далее предполагается, что зависимость гармоник тока пучка и собственного продольного электрического поля сгустков частиц от времени  $t$  и продольной координаты  $s$  дается множителем  $\exp(-i\omega t + ins/R_0)$ .

В случае неоднородной вакуумной камеры ускорителя вклад в  $n$ -ую гармонику продольного электрического поля дают, вообще говоря, все гармоники тока пучка. Однако систематическое воздействие на  $n$ -ую гармонику тока пучка оказывает резонансная волна продольного электрического поля с частотой  $\omega \simeq n\omega_0$  ( $\omega_0$  — частота обращения пучка в ускорителе) и фазовой скоростью, примерно равной скорости пучка. По этой причине при вычислении собственного продольного электрического поля сгустков частиц можно по-прежнему пользоваться более простым определением импеданса (1).

К настоящему времени достаточно полно исследована продольная динамика частиц вблизи критической энергии для случая, когда пучок экранируется **гладкой идеально проводящей вакуумной камерой**. При этом формула для продольного импеданса связи может быть записана в виде (см., например, [10]):

$$\frac{Z_n}{n} = \frac{iZ_0 g}{2\beta\gamma^2}, \quad Z_n = Z_n(n\omega_0), \quad (2)$$

где  $Z_0 = 120\pi$  Ом — импеданс свободного пространства;  $\beta = v/c$  ( $v$  — скорость пучка,  $c$  — скорость света);  $\gamma$  — релятивистский фактор. Параметр  $g$ , равный единице по порядку величины, слабо зависит как от поперечной геометрии пучка и вакуумной камеры, так и от поперечного распределения частиц в сгустках. Так, например, в случае цилиндрической геометрии параметр  $g$  дается формулой [1]

$$g = 2 \left( \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{4} \right), \quad (3)$$

где  $a$  и  $b$  — соответственно радиусы пучка и вакуумной камеры. В другом предельном случае круглого пучка радиуса  $a$ , расположенного между двумя параллельными металлическими пластинами, расстояние между которыми равно  $2b$ , для параметра  $g$  также получается результат [11], мало отличающийся от даваемого формулой (3) для случая цилиндрической геометрии

$$g = 2 \left( \ln \frac{4b}{\pi a} + \frac{1}{2} \right). \quad (4)$$

Импеданс, даваемый формулой (2), фактически является **отрицательной индуктивностью**. Он может достигать довольно большой величины при низкой энергии пучка, а в

районе критической энергии его величина обычно не превышает 10 Ом. Тем не менее, максимум его воздействия на сгустки частиц приходится на район критической энергии из-за весьма существенной зависимости величины собственного продольного электрического поля от длины сгустков, которая минимальна в этом районе [12].

Рассчитаем с помощью формулы (2) величину импеданса гладкой идеально проводящей камеры для случая У-70 ( $\gamma = \gamma_{tr} \simeq 10$ ,  $\gamma_{tr}$  — критическая энергия ускорителя в единицах энергии покоя протона). Задача сводится к вычислению параметра  $g$ , для чего можно, в силу сделанных выше замечаний, ограничиться формулой (3) для цилиндрической геометрии, в которую в качестве радиусов  $a$  и  $b$  будем подставлять соответствующие полусуммы осей эллипсов. Размер вакуумной камеры на основной части кольца У-70 составляет  $10 \times 20$  см<sup>2</sup>, так что  $b = 7,5$  см.

Определим бетатронные размеры пучка, исходя из значений ненормализованных поперечных эмиттансов пучка на плато инжекции:  $\epsilon_x = 7,5 \cdot 10^{-5}$  м;  $\epsilon_z = 2,5 \cdot 10^{-5}$  м. Полагая средние значения модулей функций Флоке равными 5 м, получим следующие значения бетатронных размеров пучка на плато инжекции:  $a_x = 4$  см,  $a_z = 2,5$  см. С учетом адиабатического затухания бетатронных колебаний данные размеры при критической энергии должны быть уменьшены в  $\sim 2$  раза.

Для вычисления синхротронного размера пучка воспользуемся значением разброса частиц по импульсам в пучке  $\Delta\hat{p} = p_{max} - p_s$ , (здесь  $p_{max}$  — максимальное значение импульса для частиц пучка,  $p_s$  — синхронный импульс). Величина данного разброса в У-70 при  $\gamma = \gamma_{tr}$  равна  $(\Delta\hat{p}/p_s)_{tr} \simeq 8,5 \cdot 10^{-3}$  при близкой к нулю интенсивности пучка. Следовательно, синхротронный размер пучка при критической энергии равен  $a_s = \alpha R_0 (\Delta\hat{p}/p_s)_{tr} \simeq 2,2$  см ( $\alpha = \gamma_{tr}^{-2} = 0,01112$  — коэффициент расширения орбит,  $R_0 = 236$  м), так что  $a = 0,5(\sqrt{a_x^2 + a_s^2} + a_z) \simeq 2,1$  см и, согласно (3),  $g \simeq 3$ ; наконец, из формулы (2) получается  $Z_n/n = i6,7$  Ом.

Интересно отметить, что при критической энергии только что вычисленная величина продольного импеданса связи гладкой камеры почти полностью компенсируется за счет продольного импеданса связи пикап-электродов, используемых для диагностики пучка. Продольный импеданс пары пластин разрезного пикапа является положительной индуктивностью, и для невысоких частот ( $\omega \ll c/l$ ,  $l$  — длина пластин) цилиндрической геометрии дается формулой [13]:

$$\frac{Z_n}{n} = -iZ_s \frac{2l}{R_0} \left( \frac{\phi_0}{2\pi} \right)^2, \quad (5)$$

где  $Z_s$  — характеристический импеданс пространства между пластиной пикапа и стенкой вакуумной камеры;  $\phi_0$  — в нашем случае средний угол, под которым в поперечном сечении пикапа видна пластина из центра камеры.

Для одного разрезного пикап-электрода У-70 ( $l = 20$  см,  $\phi_0 = \pi$ ,  $Z_s = 75$  Ом) получим из формулы (5)  $|Z_n/n| = 0,0318$  Ом. Всего в У-70 имеется 120 подобных пикапов, так что их суммарная величина продольного импеданса связи составляет 3,8 Ом. Кроме этого, в ускорителе имеется 60 неразрезных пикап-электродов длиной 10 см каждый. Для вычисления импеданса такого пикапа можно также воспользоваться формулой (5), полагая в ней  $\phi_0 = 2\pi$  и деля полученный результат на два, так как в этом случае имеется единственная пластина. В результате, для 60 неразрезных пикап-электродов величина продольного импеданса связи получается равной 1,9 Ом, и, следовательно, суммарный импеданс всех пикап-электродов У-70 в области низких частот равен  $Z_n/n = -i5,7$  Ом.

Данная цифра может заметно возрасти, если пикап-электроды резонируют на высоких частотах.

Вклад в положительную индуктивность на низких частотах могут также давать кикер-магниты, сильфоны и другие неоднородности вакуумной камеры ускорителя. Поэтому следует ожидать, что рассогласование сгустков частиц при переходе интенсивного пучка протонов через критическую энергию в У-70 (да, по-видимому, и в других протонных синхротронах тоже) происходит за счет продольного импеданса связи, представляющего собой положительную индуктивность. Окончательно данный вопрос может быть решен методом эксперимента на ускорителе, поэтому в ближайших разделах анализируются оба варианта — с отрицательной и положительной индуктивностью в качестве продольного импеданса связи.

## 2. Фазовое уравнение

Уравнение фазовых колебаний частиц с учетом продольного электрического поля  $\mathcal{E}$ , создаваемого пучком в окружающем его оборудовании ускорителя, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta p}{dt} &= \frac{eV}{2\pi R_0}(\cos\varphi - \cos\varphi_s) + e\mathcal{E}(\varphi, t), \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{\eta\omega_{RF}}{p_s}\Delta p,\end{aligned}\tag{6}$$

где  $\Delta p = p - p_s$  — отклонение импульса частицы от синхронного значения;  $e$  — заряд частицы;  $V$  — амплитуда ускоряющего напряжения;  $\varphi$  — фаза частицы, отсчитываемая относительно максимума ВЧ-напряжения;  $\varphi_s$  — синхронная фаза;  $\omega_{RF}$  — частота ускоряющего поля;  $\eta$  — параметр фазового движения, характеризующий дисперсию частот обращения частиц в пучке ( $\eta = \alpha - 1/\gamma^2$ ).

Вблизи критической энергии фазовые колебания частиц могут считаться малыми, поэтому в (6) удобно перейти к фазе  $\chi = \varphi - \varphi_s$ ,  $|\chi| \ll 1$ . Кроме этого, с учетом близости энергии пучка к критическому значению зависимость  $\gamma(t)$  может быть линеаризована  $\gamma \simeq \gamma_{tr0} + \dot{\gamma}_{tr}t$ , где  $\gamma_{tr0}$  — невозмущенное значение  $\gamma_{tr}$ ;  $\dot{\gamma}_{tr}$  — скорость прохождения пучком критической энергии в отсутствие скачка  $\Delta\gamma_{tr}$ ; время  $t$  отсчитывается относительно момента, для которого  $\gamma = \gamma_{tr0}$ . Будем также считать, что сама критическая энергия может изменяться за счет возмущения дисперсионной функции ускорителя:  $\gamma_{tr}(t) \simeq \gamma_{tr0} + \Delta\gamma_{tr}(t)$ , так что для параметра  $\eta$  получается следующая формула:

$$\eta \simeq 2 \frac{\dot{\gamma}_{tr}t - \Delta\gamma_{tr}(t)}{\gamma_{tr0}^3}.\tag{7}$$

Вычислим собственное продольное поле сгустков  $\mathcal{E}$ , для чего воспользуемся определением продольного импеданса связи (1). Вакуумную камеру считаем идеально проводящей. Потери энергии пучка, связанные с конечной проводимостью стенок камеры, а также с наличием в ней паразитных резонансных элементов, в длинноволновой части спектра обычно компенсируются автоматически за счет работы ускоряющей системы. Что касается коротковолновой части спектра, то там резистивная компонента продольного импеданса связи может быть причиной продольной микроволновой неустойчивости пучка, рассмотрение которой, однако, выходит за рамки настоящей работы.

В качестве продольного импеданса связи будем рассматривать импедансы вида  $Z_n/n = \pm i \cdot \text{const}$  (в длинноволновой части спектра подобное выражение учитывает как отрицательную, так и положительную индуктивность, или, другими словами, рассматриваются случаи соответственно гладкой и неоднородной вакуумных камер, экранирующих пучок протонов). Умножая обе части соотношения (1) на  $\exp(ins/R_0)$  и затем суммируя их по всем номерам  $n$ , имеем

$$\mathcal{E}(s, t) = -\text{sgn}\left(\frac{Z_n}{n}\right) \frac{\beta c}{2\pi} \left| \frac{Z_n}{n} \right| \frac{\partial \rho(s, t)}{\partial s}, \quad (8)$$

где  $\rho = J/\beta c$  — линейная плотность заряда. Как видно из формулы (8), в случае нерезонансной идеально проводящей вакуумной камеры ускорителя имеет место локальная связь собственного поля сгустка  $\mathcal{E}$  с продольной координатой частицы  $s$ . Следовательно, в рассматриваемом здесь приближении сгустки частиц колеблются независимо друг от друга.

Далее сделаем некоторые предположения о характере распределения частиц в сгустках. Сразу отметим, что при рассмотрении вопросов, связанных с продольным согласованием интенсивных сгустков частиц при критической энергии, обычно учитывается только основная (линейная) часть поля  $\mathcal{E}$  (учет нелинейности собственного поля сгустков существен лишь при рассмотрении более сложных самосогласованных задач). Чтобы получить линейную зависимость поля  $\mathcal{E}$  от продольной координаты  $s$ , следует, согласно формуле (8), исходить из линейной плотности заряда сгустков  $\rho$ , изменяющейся в зависимости от фазы  $\chi$  по параболическому закону:

$$\rho = \frac{3qeN_B}{4R_0\hat{\chi}^3}(\hat{\chi}^2 - \chi^2) \quad (9)$$

при  $|\chi| \leq \hat{\chi}$  и  $\rho = 0$  — в противном случае. В формуле (9)  $N_B$  — число частиц в сгустке,  $\hat{\chi}$  — его фазовый полуразмер. Переходя в формуле (8) от продольной координаты  $s$  к фазе  $\chi = qs/R_0$ , где  $q$  — кратность ускорения, имеем с учетом (9) окончательное выражение для поля  $\mathcal{E}$ :

$$\mathcal{E} = \text{sgn}\left(\frac{Z_n}{n}\right) \frac{3qI_0}{2R_0} \left| \frac{Z_n}{n} \right| \frac{\chi}{\hat{\chi}^3}, \quad (10)$$

где  $I_0$  — средний ток пучка, состоящего из  $q$  одинаковых сгустков частиц.

Линеаризуя внешнее ускоряющее поле в первом уравнении системы (6), а также учитывая соотношения (7) и (10), имеем вместо (6) следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p}{dt} &= \frac{eV|\sin\varphi_s|}{2\pi R_0} \left( \pm 1 + \frac{\kappa}{\hat{\chi}^3} \right) \chi, \\ \frac{d\chi}{dt} &= \frac{2q\dot{\gamma}_{tr}}{m_0 R_0 \gamma_{tr0}} \left[ t - \frac{\Delta\gamma_{tr}(t)}{\dot{\gamma}_{tr}} \right] \Delta p, \end{aligned} \quad (11)$$

где знаки плюс и минус перед единицей относятся соответственно к энергиям пучка ниже и выше критического значения — изменение знака с плюса на минус осуществляется за счет скачка фазы ускоряющего напряжения на величину  $2|\varphi_s|$ , причем оптимальное значение момента переброса фазы обычно не совпадает с моментом перехода пучка через критическую энергию;  $m_0$  — масса покоя протона; через  $\kappa$  обозначен параметр, пропорциональный среднему току пучка  $I_0$  и продольному импедансу связи:

$$\kappa = -\text{sgn}\left(\frac{Z_n}{n}\right) \frac{3\pi q I_0}{V|\sin\varphi_s|} \left| \frac{Z_n}{n} \right|, \quad (12)$$



причем  $\kappa > 0$  в случае положительной индуктивности. Дальнейшее упрощение достигается заменой переменных  $(\Delta p, t)$  в (11) на переменные  $(y, \tau = t/t_0)$ , где

$$t_0 = \left( \frac{\pi m_0 \gamma_{tr0}^4 R_0^2}{q e V |\sin \varphi_s| \dot{\gamma}_{tr}} \right)^{1/3}; \quad \Delta p = \frac{e V |\sin \varphi_s| t_0}{2\pi R_0} y. \quad (13)$$

В результате получается окончательный вид системы уравнений, описывающей фазовые колебания частиц вблизи критической энергии с учетом собственного продольного электрического поля  $\mathcal{E}$ :

$$y' = \left( \pm 1 + \frac{\kappa}{\chi^3} \right) \chi; \quad \chi' = [\tau - f(\tau)] y. \quad (14)$$

Здесь и ниже штрихом обозначается дифференцирование по  $\tau$ . Скачок  $\Delta \gamma_{tr}$  во втором уравнении системы (14) описывается функцией  $f(\tau) = \Delta \gamma_{tr}(\tau)/\gamma'_{tr}$ .

В соответствии с (14), поведение пучка вблизи критической энергии определяется всего двумя параметрами — величиной  $\kappa$  и продольным фазовым объемом сгустков частиц  $S_0 = \oint y d\chi$  (продольный фазовый объем в координатах  $(\Delta p, s)$  будем обозначать через  $S$ ). Согласование сгустков при критической энергии осуществляется за счет скачка  $\Delta \gamma_{tr}$ , замедляющего приближение пучка к критической энергии и ускоряющего прохождение им непосредственно критической энергии в десятки раз в сравнении с естественной скоростью данного процесса.

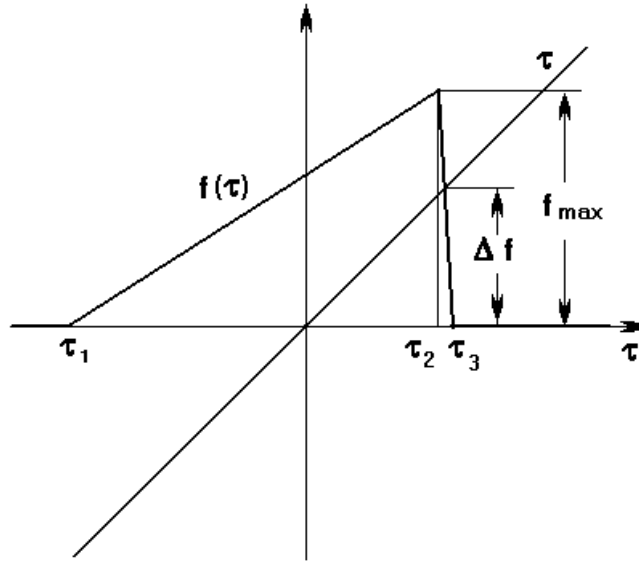


Рис. 1. Схема скачка критической энергии.

В У-70 для создания скачка критической энергии используются треугольные импульсы тока, возмущающие градиент магнитного поля в двух выбранных для этой цели магнитных блоках в каждом суперпериоде ускорителя [7]. Конкретная форма кривой, формирующей импульс  $f(\tau)$ , не оказывает заметного влияния на процесс согласования

сгустков частиц, так как в докритической области (при  $f(\tau) \neq 0$ ) адиабатичность фазового движения частиц только усиливается, а переход через критическую энергию происходит, напротив, чрезвычайно быстро в сравнении с периодом фазовых колебаний. По этой причине в качестве  $f(\tau)$  при дальнейшем анализе используется треугольный импульс, сформированный из двух отрезков прямых линий (см. **рис. 1**).

Вычислим амплитудное значение треугольного импульса  $f_{max} = (\Delta\gamma_{tr})_{max}/\gamma'_{tr}$  в случае У-70, воспользовавшись следующими параметрами ускорителя:  $q = 30$ ;  $V|\sin\varphi_s| = 390$  кВ;  $R_0 = 236$  м;  $\gamma_{tr0} = 9,45$ ;  $\dot{\gamma}_{tr} = 27,6$  с $^{-1}$ ;  $(\Delta\gamma_{tr})_{max} = 0,9$ . Для приведенных параметров из (13) получается  $t_0 = 3,74$  мс, так что  $\gamma'_{tr} = 0,104$  и, следовательно,  $f_{max} = 8,7$ . Для случая У-70 из (13) получается также соотношение между переменными  $y$  и  $\Delta p$ :  $y = 3,2\Delta p/m_0c$ .

В первом приближении можно полагать, что переход пучка через критическую энергию при наличии скачка  $\Delta\gamma_{tr}(t)$  происходит бесконечно быстро. В таком случае, как следует из рис. 1 при  $\tau_3 = \tau_2$ , параметр  $\tau - f(\tau)$ , входящий в качестве множителя во второе уравнение системы (14), изменяется адиабатически везде, за исключением точки  $\tau = \tau_2$ , где он испытывает скачок. Непосредственно перед критической энергией  $\tau_2 - f(\tau_2) = \Delta f - f_{max}$  и после интегрирования системы (14) имеем следующее уравнение для граничной фазовой траектории:

$$y_1(\chi) = \pm \left[ \frac{1}{f_{max} - \Delta f} \left( 1 + \frac{\kappa}{\hat{\chi}_{tr}^3} \right) (\hat{\chi}_{tr}^2 - \chi^2) \right]^{1/2}, \quad (15)$$

а сразу после скачка критической энергии  $\tau_2 - f(\tau_2) = \Delta f$  и граничная фазовая траектория дается соотношением

$$y_2(\chi) = \pm \left[ \frac{1}{\Delta f} \left( 1 - \frac{\kappa}{\hat{\chi}_{tr}^3} \right) (\hat{\chi}_{tr}^2 - \chi^2) \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где  $\hat{\chi}_{tr}$  — фазовый полуразмер сгустков частиц при  $\gamma = \gamma_{tr}$ .

Для того чтобы сгустки частиц оказались согласованными после перехода пучка через критическую энергию, должно быть выполнено следующее условие для амплитудных значений переменной  $y$ :  $\hat{y}_1 = \hat{y}_2$ . Отсюда с учетом соотношений (15) и (16) получается необходимая привязка импульса тока, с помощью которого осуществляется скачок  $\Delta\gamma_{tr}(t)$  к моменту времени, соответствующему невозмущенному значению критической энергии ускорителя  $\gamma_{tr0}$ :

$$\tau_2 = \frac{f_{max}}{2} \left( 1 - \frac{\kappa}{\hat{\chi}_{tr}^3} \right). \quad (17)$$

Параметр  $\tau_2 = \Delta f$  в случае, когда сгустки частиц после скачка критической энергии оказываются согласованными со своими фазовыми траекториями, может быть измерен на ускорителе. Таким образом определяется отношение  $\Delta f/f_{max}$  и соответственно величина и знак параметра  $\kappa$ ,

$$\kappa = \hat{\chi}_{tr}^3 \left( 1 - 2 \frac{\Delta f}{f_{max}} \right). \quad (18)$$

Затем можно воспользоваться соотношением (12) и с его помощью вычислить величину и знак мнимой части продольного импеданса связи. Так, например, в случае пренебрежимо низкой интенсивности ускорителя ( $\kappa = 0$ ) из соотношения (18) следует, что для продольного согласования необходимо иметь симметричный скачок  $\Delta\gamma_{tr}$ , для которого  $\Delta f = f_{max}/2$ . В случае  $\kappa \neq 0$  знак продольного импеданса связи  $\text{sgn}(Z_n/n)$  зависит от величины отношения

$\Delta f/f_{max}$ , при котором имеет место продольное согласование сгустков при критической энергии — если окажется, что  $0 < \Delta f/f_{max} < 0,5$ , то продольный импеданс связи является положительной индуктивностью и, наоборот, отрицательной в случае  $0,5 < \Delta f/f_{max} < 1$ .

Уравнение (18) могло бы оказаться трансцендентным, если бы фазовый полуразмер сгустков при критической энергии  $\hat{\chi}_{tr}$  зависел от  $\kappa$ . Однако это не так. Пользуясь формулой (15) с учетом (18), получим следующее соотношение для величины фазового полуразмера сгустка при критической энергии:

$$\hat{\chi}_{tr}^2 = \frac{S_0}{\pi} \sqrt{\frac{f_{max}}{2}}, \quad (19)$$

где  $S_0 = \pi \hat{y}_{tr} \hat{\chi}_{tr}$ . Таким образом, согласованная длина сгустков частиц при  $\gamma = \gamma_{tr}$  оказалась постоянной, величина которой полностью определяется двумя параметрами — амплитудным значением функции  $f(\tau)$  и величиной продольного фазового объема сгустков частиц.

С ростом интенсивности пучка протонов величина  $\Delta f$ , описывающая оптимальное положение импульса тока, формирующего скачок  $\Delta\gamma_{tr}$ , может приблизиться в зависимости от знака мнимой части продольного импеданса связи либо к нулю, либо к  $f_{max}$ , и продольное согласование сгустков частиц окажется невозможным. Если исходить из приближенного критерия адиабатичности фазового движения частиц, который в нашем случае можно записать в виде  $\tau - f(\tau) > 1$ , то из рис. 1 следует, что при  $\kappa > 0$  продольное согласование сгустков частиц возможно лишь в случае выполнения условия  $\Delta f > 1$ ; если же  $\kappa < 0$ , то должно быть  $f_{max} - \Delta f > 1$ . Пользуясь далее формулами (18) и (19), получим с учетом данных ограничений допуск на параметр  $\kappa$ :

$$|\kappa|_{max} = \left(\frac{S_0}{\pi}\right)^{3/2} \left(\frac{f_{max}}{2}\right)^{3/4} \left(1 - \frac{2}{f_{max}}\right). \quad (20)$$

Воспользовавшись затем определением (12) параметра  $\kappa$ , приходим к допуску на величину продольного импеданса связи:

$$\left|\frac{Z_n}{n}\right|_{\partial on} = |\kappa|_{max} \frac{V |\sin \varphi_s|}{3\pi q I_0}. \quad (21)$$

В заключение раздела отметим, что хотя выше был рассмотрен идеализированный случай бесконечно быстрого перехода пучка через критическую энергию, однако, так как в У-70 выключение скачка  $\Delta\gamma_{tr}$  происходит достаточно быстро, полученные здесь результаты справедливы также с хорошей точностью для реальных параметров скачка, как показано в следующем разделе настоящей работы.

### 3. Обсуждение результатов численных расчетов

Процесс прохождения пучком района критической энергии удобно анализировать путем численного интегрирования уравнения огибающей фазовых колебаний, которое получается из системы уравнений (14), если представить фазу частицы относительно ускоряющего напряжения в виде  $\chi = \hat{\chi} e^{i\psi}$ , где  $\psi$  — фаза синхротронных колебаний. Приравнявая к нулю мнимую часть получившегося выражения, получаем связь фазы  $\psi$  с амплитудой колебаний  $\hat{\chi}$ :

$$\psi' = \frac{S_0}{\pi} \frac{\tau - f(\tau)}{\hat{\chi}^2}. \quad (22)$$

Для амплитуды же фазовых колебаний из (14) с учетом (22) получается следующее обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d}{d\tau} \frac{1}{\tau - f(\tau)} \frac{d\hat{\chi}}{d\tau} = \pm \hat{\chi} + \left( \frac{S_0}{\pi} \right)^2 \frac{\tau - f(\tau)}{\hat{\chi}^3} + \frac{\kappa}{\hat{\chi}^2}. \quad (23)$$

Наконец, сделав в (23) замену переменной  $\hat{\chi} = \sqrt{S_0/\pi} x$ , получим окончательный вид уравнения огибающей фазовых колебаний частиц вблизи критической энергии:

$$\frac{d}{d\tau} \frac{1}{\tau - f(\tau)} \frac{dx}{d\tau} = \pm x + \frac{\tau - f(\tau)}{x^3} + \frac{\Lambda}{x^2}, \quad (24)$$

в которое входит единственная постоянная  $\Lambda$ , содержащая все характеристики пучка и ускорителя:

$$\Lambda = \kappa(S_0/\pi)^{-3/2}. \quad (25)$$

Уравнение (24) интегрировалось численно для положительных и отрицательных  $\Lambda$ . Начальное значение независимой переменной  $\tau = \tau_0$  бралось в адиабатическом районе перед критической энергией, где  $f(\tau) = 0$ , начальное значение  $x'(\tau_0)$  полагалось равным нулю, а в качестве  $x(\tau_0) = x_0$  брался положительный действительный корень уравнения четвертой степени:

$$x_0^4 + \Lambda x_0 + \tau_0 = 0. \quad (26)$$

Основной интерес при прохождении пучка через критическую энергию представляет поведение его радиального размера, поэтому на приводимых ниже рисунках даются зависимости  $z(\tau, \Lambda) = \sqrt{\pi/S_0} \hat{y}(\tau, \Lambda)$ , пропорциональные  $\Delta \hat{r}$ :

$$z^2 = \frac{x^2}{[\tau - f(\tau)]^2} + \frac{1}{x^2}. \quad (27)$$

Последняя формула получается из второго уравнения системы (14).

**Рис. 2** иллюстрирует поведение **разброса частиц по импульсам** в пучке в отсутствие скачка критической энергии ( $f(\tau) = 0$ ). Слева представлены зависимости  $z(\tau)$  для трех значений параметра  $\Lambda$ :  $\Lambda = 0,5$  — сплошная линия,  $\Lambda = -0,5$  — мелкий пунктир и  $\Lambda = 0$  — крупный пунктир; справа даны наибольшие значения  $z = z_{max}$ , достигаемые пучком при прохождении района критической энергии, для  $-1,5 \leq \Lambda \leq 1,5$ . Из рис. 2 видно, что в отсутствие скачка  $\Delta \gamma_{tr}$  **положительная индуктивность существенно более опасна** для пучка по сравнению со случаем, когда она отрицательна. Это связано с **увеличением градиента суммарного продольного электрического поля** при подходе пучка к критической энергии, так как оба поля (внешнее и собственное) при  $\Lambda > 0$  оказывают **фокусирующее воздействие** на частицы в этом районе. В результате, с ростом параметра  $\Lambda$  происходит быстрое **уменьшение равновесной длины сгустков** частиц при приближении пучка к критической энергии и, как следствие, возрастание влияния собственного продольного поля сгустков. Так, при превышении значения  $\Lambda \simeq 0,5$  зависимость  $z_{max}(\Lambda)$  становится **близкой к экспоненциальной**.

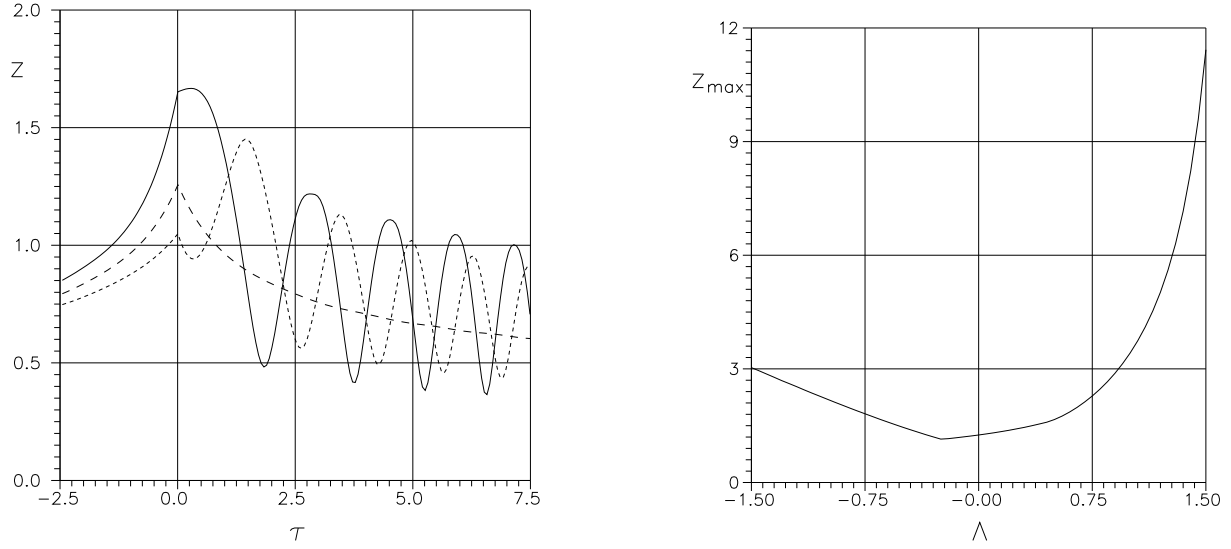


Рис. 2. Разброс частиц по импульсам в пучке в отсутствие скачка  $\Delta\gamma_{tr}$  (слева:  $\Lambda = 0, 5$  — сплошная линия,  $\Lambda = -0, 5$  — мелкий пунктир,  $\Lambda = 0$  — крупный пунктир; справа: абсолютные максимумы  $z$  в зависимости от параметра  $\Lambda$ ).

Часть кривой  $z_{\max}(\Lambda)$ , соответствующая отрицательным значениям аргумента, публиковалась ранее в работе [14] — она включает в себя два линейных участка. Излом кривой при  $\Lambda \simeq -0,25$  происходит из-за того, что при малых значениях параметра  $\Lambda$  наибольшая величина разброса частиц по импульсам в пучке имеет место в момент прохождения пучком критической энергии — она уменьшается с ростом числа частиц в сгустке из-за удлинения последнего, связанного с ослаблением продольной фокусировки частиц при  $\gamma < \gamma_{tr}$ , обусловленным действием собственного продольного электрического поля. В случае же  $\Lambda < -0,25$  абсолютный максимум  $\Delta\hat{p}$  достигается при  $\tau \simeq 1,5$  непосредственно за критической энергией (см. кривую  $\Lambda = -0,5$  на рис. 2 слева), в результате чего на этом участке имеет место линейный рост абсолютного максимума разброса частиц по импульсам с возрастанием величины параметра  $\Lambda$ .

Если, к примеру, исходить из величины продольного фазового объема сгустков  $S = 1$  эВ·с (или  $S_0 = 0,14$  — ниже показано, что данные цифры примерно соответствуют случаю У-70), то с учетом приведенных выше параметров ускорителя справедливо следующее соотношение:  $\Delta\hat{p}/p_s = 6,5 \cdot 10^{-3} z$ . Полагая далее  $\Lambda = 0$ , из рис. 2 имеем  $z_{tr} = 1,27$  или  $(\Delta\hat{p}/p_s)_{tr} = 8,5 \cdot 10^{-3}$  (последняя цифра использовалась ранее при вычислении продольного импеданса связи гладкой вакуумной камеры).

На рис. 3, в качестве иллюстрации, представлены огибающие фазовых колебаний частиц при включенном скачке с функцией  $f(\tau)$ , примерно описывающей скачок  $\Delta\gamma_{tr}$  в У-70:  $f_{\max} = 7$ ,  $\tau_2 - \tau_1 = 12$ ,  $\tau_3 - \tau_2 = 0,2$ . Проанализировав их, нетрудно прийти к выводу, что результаты предыдущего раздела, как и следовало ожидать в силу малой длительности спадающей части скачка  $\Delta\gamma_{tr}$ , полностью подтверждаются. Представленные на рис. 3 кривые рассчитаны для трех значений параметра  $\Lambda$ :  $\Lambda = 1$  — кривая 1,  $\Lambda = 0$  — пунктир и  $\Lambda = -1$  — кривая 2.

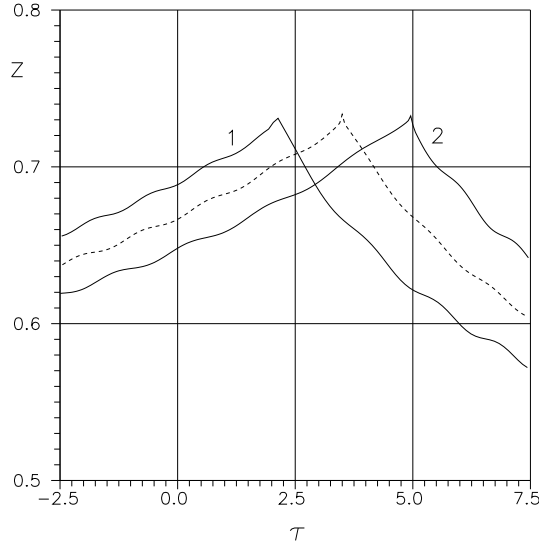


Рис. 3. Огибающие фазовых колебаний при включенном скачке  $\Delta\gamma_{tr}$  ( $\Lambda = 1$  — кривая 1;  $\Lambda = -1$  — кривая 2;  $\Lambda = 0$  — пунктир.)

Оптимальные значения отношений  $\Delta f/f_{max}$  получились близкими к даваемым формулой (17) — для перечисленных кривых они оказались соответственно равными 0,28, 0,49 и 0,70. Подтверждается также независимость длины сгустков от параметра  $\Lambda$  при критической энергии — для приведенных выше параметров импульса  $f(\tau)$  получилось  $x_{tr} = 1,37$  для всех трех кривых рис. 3. Следствием данного эффекта является исчезновение асимметрии процессов вблизи критической энергии в зависимости от знака параметра  $\Lambda$ , имевшей место в отсутствие скачка  $\Delta\gamma_{tr}$  (см. кривую на рис. 2 справа).

Отметим также, что для более полного согласования сгустков частиц за критической энергией оказалось необходимым оптимизировать также момент переброса фазы ускоряющего напряжения по отношению к моменту прохождения пучком критической энергии. Потребовались небольшие задержки  $\Delta\tau$  в перебросе фазы для случаев  $\Lambda = 1$  и  $\Lambda = 0$  — соответственно на 0,075 и 0,0065; в случае  $\Lambda = 1$  переброс фазы сдвинут в область отрицательных  $\tau$  на величину  $\Delta\tau = -0,025$ .

#### 4. Продольный импеданс вакуумной камеры У-70

На рис. 4 представлены осциллограммы кривых, полученные с пикового детектора; они показывают, как изменяется с течением времени максимум линейной плотности заряда в сгустках вблизи критической энергии при включенном скачке  $\Delta\gamma_{tr}$ . Данные осциллограммы получены для случая, когда в У-70 **ускорялись пять сгустков с суммарной интенсивностью  $1,6 \cdot 10^{12}$  протонов.**

Проанализируем сначала центральную кривую, соответствующую случаю, когда имеет место продольное согласование сгустков частиц при переходе пучка через критическую энергию, осуществленное в результате подбора положения импульса тока, формирующего скачок  $\Delta\gamma_{tr}$ , относительно магнитного цикла ускорителя. Значение магнитного поля  $H_1$ , при котором происходило включение скачка  $\Delta\gamma_{tr}$ , составляло в рассматриваемом случае 1404 Э, а магнитное поле  $H_2$ , при котором он выключался, равно  $H_2 = 1576$  Э. Промежуток времени, за который магнитное поле изменялось в указанных пределах, был равен 38,9 мс; при этом скорость изменения магнитного поля ускорителя вблизи критической энергии равнялась 4,44 Э/мс (что соответствует  $\dot{\gamma} = 26,7 \text{ с}^{-1}$ ). Зная скорость изменения

магнитного поля ускорителя, нетрудно вычислить промежуток времени  $\Delta t$ , за который происходит изменение поля  $H$  в пределах от  $H_0$  до  $H_2$ , где  $H_0 = 1520$  Э — значение магнитного поля, соответствующее невозмущенной критической энергии ускорителя ( $\gamma = \gamma_{tr0}$ ):  $\Delta t = (H_2 - H_0)/\dot{H} = 12,6$  мс. Учитывая далее, что за время  $\Delta t$  релятивистский фактор  $\gamma$  возрастает на величину  $\Delta\gamma = 0,35$ , имеем  $\Delta f/f_{max} = \Delta\gamma/(\Delta\gamma_{tr})_{max} = 0,39$ .

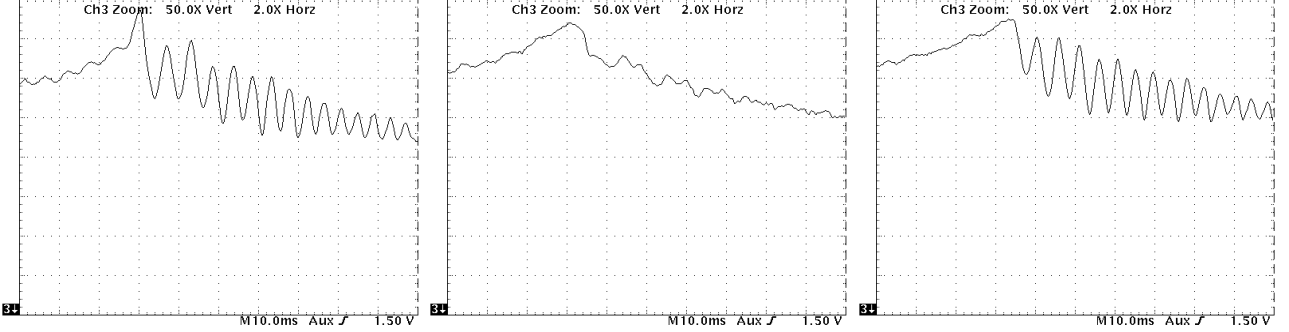


Рис. 4. Осциллограммы пиковой кривой вблизи критической энергии при работе системы скачка  $\Delta\gamma_{tr}$  (развертка — 10 мс/дел.)

Так как  $\Delta f/f_{max} < 0,5$ , сразу можно сделать вывод о знаке индуктивного импеданса вакуумной камеры У-70 — он положительный, как и следовало ожидать, так как  $\kappa > 0$ , согласно (18).

Определим **предельный уровень интенсивности  $N_{max}$** , при превышении которого работа существующей в У-70 системы скачка  $\Delta\gamma_{tr}$  становится неэффективной. Обозначив через  $\kappa_0$  значение  $\kappa$ , соответствующее параметрам У-70 при проведении эксперимента, вычислим значение параметра  $\kappa_{max}$ , для которого согласованное положение импульса, формирующего скачок  $\Delta\gamma_{tr}$ , характеризуется значением  $\Delta f = 0$ . Воспользовавшись формулой (18) с учетом независимости фазового полуразмера сгустков  $\hat{\chi}_{tr}$  от числа частиц в ускорителе при условии  $\kappa < \kappa_{max}$ , получим для  $f_{max} = 8,7$  следующий результат:  $\kappa_{max} \simeq 4\kappa_0$ . Так как интенсивность пучка при проведении эксперимента соответствовала  **$0,96 \cdot 10^{13}$**  протонов в импульсе в случае ускорения 30 одинаковых сгустков, то, согласно (12), отсюда следует, что  **$N_{max} = 3,9 \cdot 10^{13}$**  протонов в импульсе. Данной величине  $N_{max}$  соответствует максимальное значение среднего тока пучка в У-70, равное  **$(I_0)_{max} = 1,2$  А**.

Теперь остается только оценить величину продольного импеданса связи вакуумной камеры У-70. Из определения (12) параметра  $\kappa$  с учетом формулы (20) имеем следующее соотношение для  $|Z_n/n|$ :

$$\left| \frac{Z_n}{n} \right| = \frac{V |\sin \varphi_s|}{3\pi q (I_0)_{max}} \left( \frac{S_0}{\pi} \right)^{3/2} \left( \frac{f_{max}}{2} \right)^{3/4} \left( 1 - \frac{2}{f_{max}} \right), \quad (28)$$

из которого очевидно, что точность измерения величины продольного импеданса связи зависит в основном от того, насколько точно может быть определена средняя величина фазового объема сгустков  $S$ .

Оценим максимум величины  $S$  в У-70 в отсутствие принудительной продольной раскочки пучка при энергии ниже критического значения, в случае, когда величина  $S$  сохраняется в процессе ускорения пучка. Инжекция сгустков частиц в У-70 происходит при энергии пучка 1,3 ГэВ и амплитуде ускоряющего напряжения, равной 300 кВ. При

этом максимум равновесной длины сгустков частиц из-за неточности работы системы синхронизации бустера с У-70 может достигать  $\sim 25$  м, что соответствует величине относительного разброса частиц по импульсам в пучке, равном  $3,5 \cdot 10^{-3}$ , откуда получается  $S = 0,96$  эВ·с.

Следует отметить, что качественно данная цифра согласуется с результатом измерения длительности сгустков частиц при критической энергии — она оказалась равной  $\sim 16$  нс (на уровне 10% от максимальной высоты импульса), что соответствует величине фазовой полуширины сгустков  $\hat{\chi}_{tr} = 0,3$ . Подставив последнюю цифру, а также  $f_{max} = 8,7$  в формулу (19), имеем  $S_0 = 0,136$ , откуда после перехода к координатам  $(\Delta p, s)$  получаем  $S \simeq 1$  эВ·с. Данная цифра, скорее всего, может оказаться несколько завышенной, так как полоса пропускания измерительного тракта довольно узка — она составляет всего  $\sim 150\text{--}200$  МГц.

Чтобы оценить минимум величины  $S$  в У-70, воспользуемся расчетными продольными характеристиками пучка в бустере ИФВЭ [15]. При конечной энергии пучка 1,3 ГэВ величина относительного разброса частиц по импульсам в бустере составляет  $2,8 \cdot 10^{-3}$ , а длина сгустка равна 19 м, откуда получается  $S = 0,6$  эВ·с. Таким образом, можно воспользоваться следующей оценкой для средней величины фазового объема сгустков частиц в У-70 —  $S = 0,8$  эВ·с.

Подставив в формулу (30) параметры У-70, приведенные выше, имеем  $|Z_n/n| = 24,5(S)^{3/2}$ , куда величина фазового объема  $S$  подставляется в эВ·с, а величина продольного импеданса  $|Z_n/n|$  получается в омах. Последнее соотношение представлено на рис. 5 для  $0,5 \text{ эВ·с} < S < 1,5 \text{ эВ·с}$ .

Естественно предположить, что реальная средняя величина продольного фазового объема  $S$  в У-70 при проведении данного эксперимента вряд ли могла отличаться от 0,8 эВ·с более чем на  $\pm 10\%$ . Полагая поэтому  $0,72 \text{ эВ·с} < S < 0,88 \text{ эВ·с}$ , получаем из рис. 5 следующую оценку для величины продольного импеданса связи вакуумной камеры У-70:  $15 \text{ Ом} < |Z_n/n| < 20 \text{ Ом}$ .

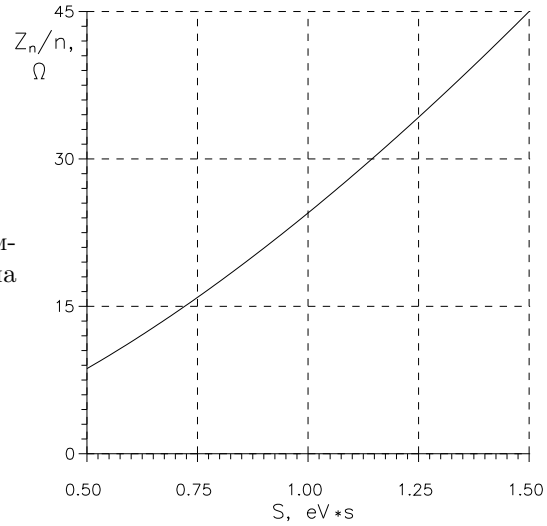


Рис. 5. Зависимость величины продольного импеданса связи У-70 от фазового объема сгустков частиц.

Колебания плотности заряда за критической энергией в случае несогласованных сгустков частиц иллюстрируются осциллограммами, расположенными слева и справа на рис. 4. Они получены при тех же параметрах У-70, что и в случае центральной осциллограммы, но со сдвигом момента включения скачка  $\Delta\gamma_{tr}$ . Для осциллограммы в левой части рис. 4



данный сдвиг составляет  $-20$  Э относительно оптимального значения поля  $H_1 = 1404$  Э, а правая осциллограмма получена при значении поля  $H_1 = 1424$  Э. В первом случае длина сгустков частиц в момент времени, когда  $\gamma = \gamma_{tr}$ , превышает равновесное значение, поэтому сразу за критической энергией длина сгустков начинает уменьшаться, что сопровождается возрастанием линейной плотности заряда на начальной стадии колебательного процесса. Противоположный случай иллюстрируется осциллограммой, расположенной справа, где на начальной стадии колебаний максимум линейной плотности заряда в сгустках уменьшается из-за того, что в этом случае скачок  $\Delta\gamma_{tr}$  включается с опозданием, и длина сгустков оказывается меньше равновесной.

Интересно сравнить осциллограммы рис. 4 с результатами численного интегрирования уравнения огибающей фазовых колебаний (24). Для согласования параметров У-70 и пучка, при которых были получены осциллограммы, необходимо определить величину параметра  $\Lambda$ , даваемого формулой (25), для чего надо задаться значением параметра  $\kappa$ . Воспользовавшись соотношением (18), в случае  $\Delta f/f_{max} = 0,39$  имеем  $\kappa/\hat{\chi}_{tr}^3 = 0,22$ . Полагая затем  $S = 0,8$  эВ·с ( $S_0 = 0,11$ ) и  $f_{max} = 8,7$ , из соотношения (19) получаем  $\hat{\chi}_{tr} = 0,27$ . Следовательно,  $\kappa = 4,3 \cdot 10^{-3}$  и из определения (25) получается  $\Lambda = 0,63$ .

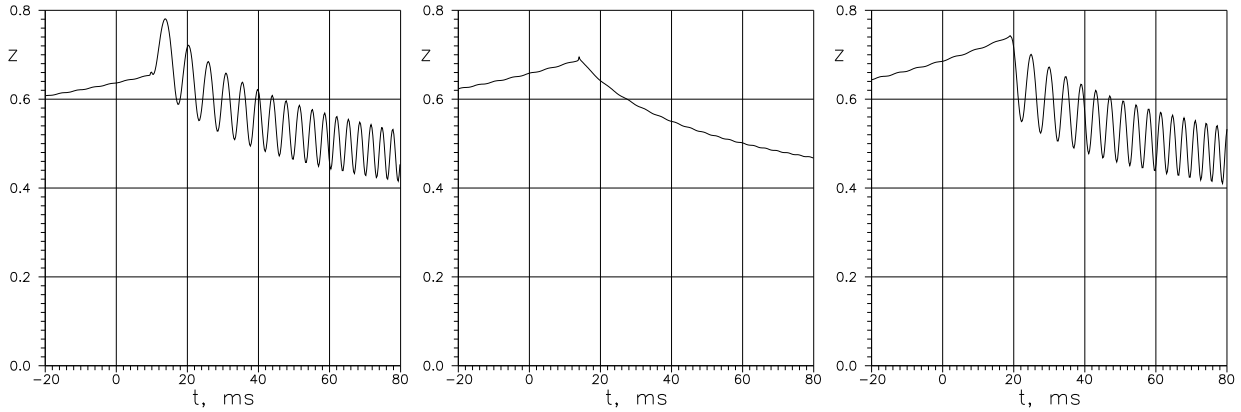


Рис. 6. Результаты интегрирования огибающей фазовых колебаний для вариантов, представленных на рис. 4.

На **рис. 6** представлены расчетные зависимости  $z(t)$ , соответствующие вариантам рис. 4, полученные для значения параметра  $\Lambda = 0,63$ . Для удобства сравнения с приведенными выше осциллограммами масштаб времени взят тот же самый, что и на рис. 4. Положение импульса, создающего скачок  $\Delta\gamma_{tr}$ , задававшееся при расчетах значениями отношения  $\Delta f/f_{max}$ , оказалось равным 0,38 для согласованного варианта, расположенного в центре рис. 6.

Для рисунков, расположенных слева и справа, отношения  $\Delta f/f_{max}$  полагались соответственно равными 0,26 и 0,52 в согласии с данными эксперимента. Видно хорошее качественное совпадение результатов расчета с экспериментальными данными несмотря на то, что, строго говоря, здесь осуществляется сравнение различных физических величин — поведений во времени максимумов линейной плотности заряда в сгустках и разброса частиц по импульсам в пучке. Различия соответствующих кривых, представленных на рис. 4 и 6, не являются принципиальными и связаны в основном с пренебрежением нелинейностью фазового движения частиц при расчетах.

## 5. Заключение

Основным итогом настоящей работы является оценка величины и определение знака продольного импеданса связи  $U-70$  в длинноволновой части спектра вблизи критической энергии. Оказалось, что полученная на основе данных эксперимента величина импеданса  $|Z_n/n|$  не превышает 20 Ом, причем знак импеданса соответствует случаю положительной индуктивности (а не отрицательной, как это имеет место в случае идеально проводящей гладкой вакуумной камеры). Кроме этого, на основе экспериментальных данных определен предельный уровень интенсивности  $U-70$ , при превышении которого продольное согласование сгустков частиц в  $U-70$  с помощью существующей системы скачка критической энергии окажется невозможным. Данный уровень составляет  $\sim 3,9 \cdot 10^{13}$  протонов в импульсе при заполнении одинаковыми сгустками всех 30 сепаратрис ускорителя, что достаточно близко к его проектному уровню интенсивности.

Автор благодарен Иванову С.В., прочитавшему рукопись настоящей работы и сделавшему ряд ценных замечаний, а также Сытову С.Э. за помощь при получении экспериментальных данных на  $U-70$ .

## Список литературы

- [1] Sorensen A. // Particle Accel., 1975, v. 6, pp. 141–165.
- [2] Куренной С.С. Препринт ИФВЭ 91-158, Протвино, 1991.
- [3] Bhat C.M., Dey J., Griffin J. et al. – In: Proc. of the Third Europ. Particle Accel. Conference. EPAC 92, v.1, pp. 405–407.
- [4] Hardt W., Merle G. et al. – В кн.: Труды 7-й Международной конфер. по ускорителям. Ереван, 1970, т. 2, с. 329–334.
- [5] Teng L. C. Preprint FNAL FN-207/0400, Batavia, 1970.
- [6] Hardt W. – In: Proc. of the IX Intern. Conf. of High Energy Accel. Stanford, California, 1974, p.434.
- [7] Дорохин Н.Н., Маловицкий А.Ю. и др. // ЖТФ, 1976, т. 46, в. 12, стр. 2577–2585.
- [8] Адо Ю.М., Горохов М.Н. и др. Препринт ИФВЭ 84-120, Серпухов, 1984.
- [9] Wei J. // EPAC 92, v. 1, pp. 643–645.
- [10] Lebedev A.N., Zhilkov E.A. // NIM, 1966, v. 45, p. 238.
- [11] Nielsen C., Sessler A. RSI, 1959, 30, p. 89.
- [12] Пашков П.Т., Шукейло И.А. // ЖТФ, 1971, т. 41, в. 5, с. 1002–1007.
- [13] K.-Y. Ng. // Particle Accel., 1988, v. 23, pp. 93–102.
- [14] Балбеков В.И., Зенкевич П.Р. – В кн.: Труды третьего Всесоюзного совещания по ускорителям. – М.: Наука, 1973, т. I, с. 92–100.
- [15] Мязэ Э.А., Пашков П.Т., Смирнов А.В. Препринт ИФВЭ 79-167, Серпухов, 1979.

*Рукопись поступила 14 января 2004.*

П.Т. Пашков.

Измерение индуктивной компоненты продольного импеданса связи У-70  
с помощью скачка критической энергии.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **Л<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X**.

Редактор Н.В.Ежела.

---

Подписано к печати 16.01.2004. Формат 60 × 84/8.  
Офсетная печать. Печ.л. 2. Уч.-изд.л. 1,6. Тираж 130. Заказ 195.  
Индекс 3649.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

