

66-я Всероссийская научная конференция МФТИ

ЛФИ - Секция «Фундаментальные взаимодействия и космология»

Возможные способы преодоления критической энергии поляризованным протонным пучком в комплексе NICA

Докладчик: Колокольчиков С. ^{1,2} (kolokolchikov@inr.ru)

Со-авторы: Сеничев Ю. ^{1,2}, Аксентьев А. ^{1,2,3} Мельников А. ^{1,2,4}

¹Институт ядерных исследований Российской академии наук, Москва

²Московский физико-технический институт, Долгопрудный

³Московский инженерно-физический институт, Москва

⁴Институт теоретической физики, Черноголовка

Долгопрудный, 4 апреля 2023 г.



Комплекс Nuclotron-NICA



Оглавление

- ❑ Проблема прохождения критической энергии
- ❑ Возможные способы преодоления
 - ❑ Скачок через критическую энергию
 - ❑ Гармоническое ВЧ
 - ❑ Барьерное ВЧ
- ❑ Повышение критической энергии коллайдера
- ❑ Прохождение критической энергии в Нуклотроне



Светимость

Сначала необходимо определить требуемую интенсивность и длину синусоидальных сгустков в продольной плоскости для коллайдерного эксперимента. Оба эти параметра оказывают влияние на светимость

гравов. Первый из них, интеграл по s_0 , при $\sigma_s \ll l_D$ равен $\sigma_s \sqrt{\pi}$. В случае $B_x^* = B_y^* \equiv B^*$ получаем известное выражение светимости коллайдера на аксиально-симметричных пучках (см. [2], формулы (6.134), (6.135)):

$$L = \frac{n_{\text{bunch}} N_1 N_2 f_0}{4\pi \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} B^*} \Phi_{\text{HG}}, \quad \Phi_{\text{HG}}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-u^2} du}{1 + (\alpha u)^2}, \quad \alpha = \frac{\sigma_s}{B^*}. \quad (1.19)$$

Здесь $\Phi_{\text{HG}}(\alpha)$ — так называемый параметр песочных часов (hourglass effect), описывающий зависимость светимости от σ_s и B^* .

Светимость порядка $2 \times 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$



Светимость

1.

Светимость **явно** зависит от продольной длины пучка только в параметре песочных часов. $\Phi_{HG}(1) \cong 0,76$, $\Phi_{HG}(2) \cong 0,55$, $\Phi_{HG}(5) \cong 0,29$, то есть при неизменных параметрах и увеличении только длины сгустка в 2 раза, влияние эффекта песочных часов уменьшит исходную светимость на 30% $L_2 = 0.7L_1$. Для NICA предполагается достичь $\alpha = 1$, $\sigma_s = 0.6$ м, бета-функция в точке встречи $B^* = 0.6$ м.

2.

Однако, таким образом учтена только явная зависимость от продольной длины. **Неявно**, светимость зависит и от продольного эмиттанса сгустка так как накладывает ограничение на количество частицы сгустке. При этом длина и разброс по импульсам для синусоидального сгустка связаны. Поэтому, любое увеличение конечного эмиттанса сгустка, приводит к увеличению его длины.



Уравнения продольного движения

В общем виде для гармонического ВЧ:

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dt} = -\frac{\eta}{\beta^2 E_0} \Delta E \\ \frac{d\Delta E}{dt} = \frac{Ze \omega_0}{A 2\pi} V [\sin(\phi_s - h\omega_0 \tau) - \sin \phi_s] \end{cases} \quad (1)$$

где τ – отклонение частицы от референсной, βc – скорость, $\omega_0 = 2\pi/T_0$ – угловая частота и соответствующее время обращения, h – гармоническое число, V – амплитуда ВЧ, ϕ_s – фаза равновесной частицы.

1. Малые колебания + адиабатичность

$$\frac{d^2 \tau}{dt^2} + \omega_s^2 \tau = 0 \quad (2), \quad \omega_s = \omega_0 \sqrt{-\frac{Ze h V \eta_0 \cos \phi_s}{A 2\pi \beta_0^2 E_0}}$$

2. Малые колебания + НЕадиабатичность

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\omega(t)_s^2} \frac{d\tau}{dt} \right) + \tau = 0 \quad (3)$$

3. Малые колебания + НЕадиабатичность + нелинейность

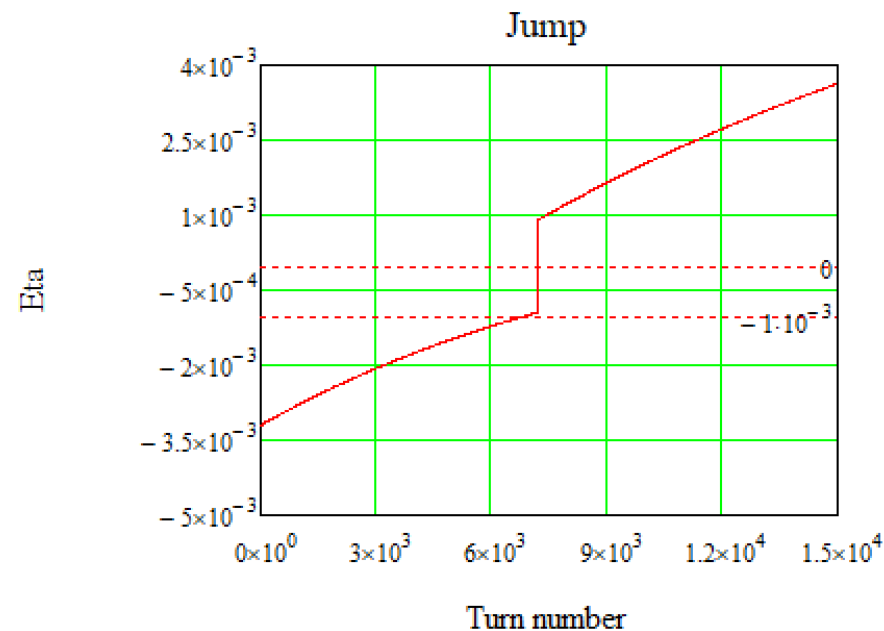
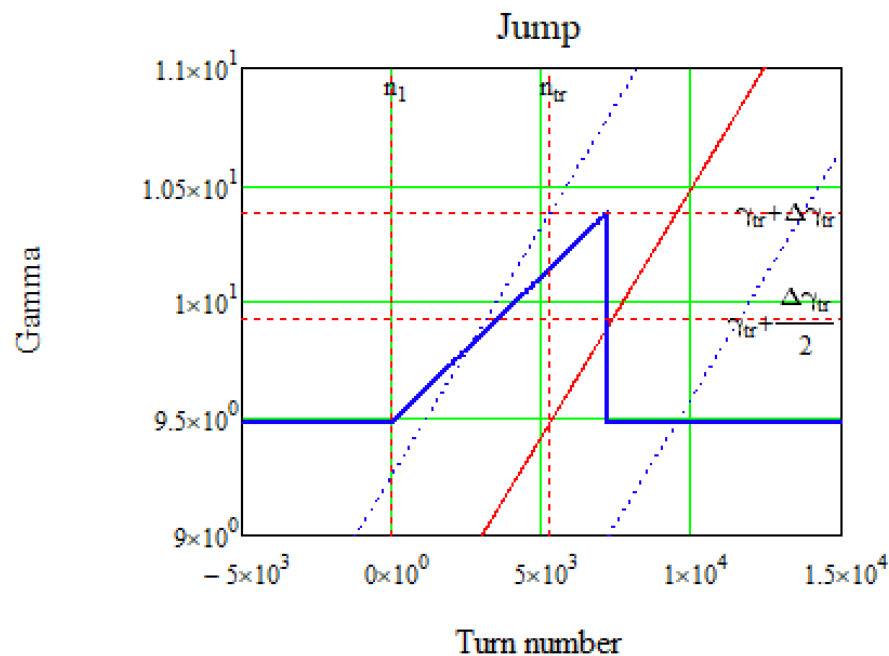
Коэффициент скольжения (Slip-factor)

$$\frac{\Delta T_{n+1}}{T_{n+1}} = \eta_{n+1} \delta_{n+1} \rightarrow \eta(\delta) = -(\eta_0 + \eta_1 \delta + \dots)$$

$$\frac{d^2 \tau}{dt^2} + \omega(t)_s^2 \tau + A \tau^2 = 0 \quad (4)$$



Скачок критической энергии У-70



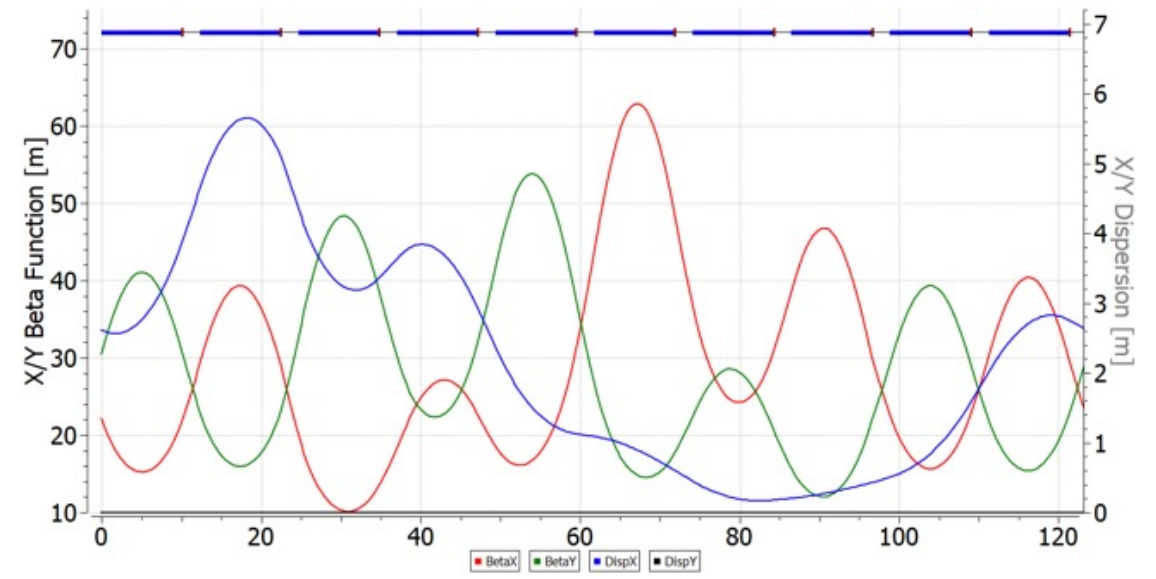
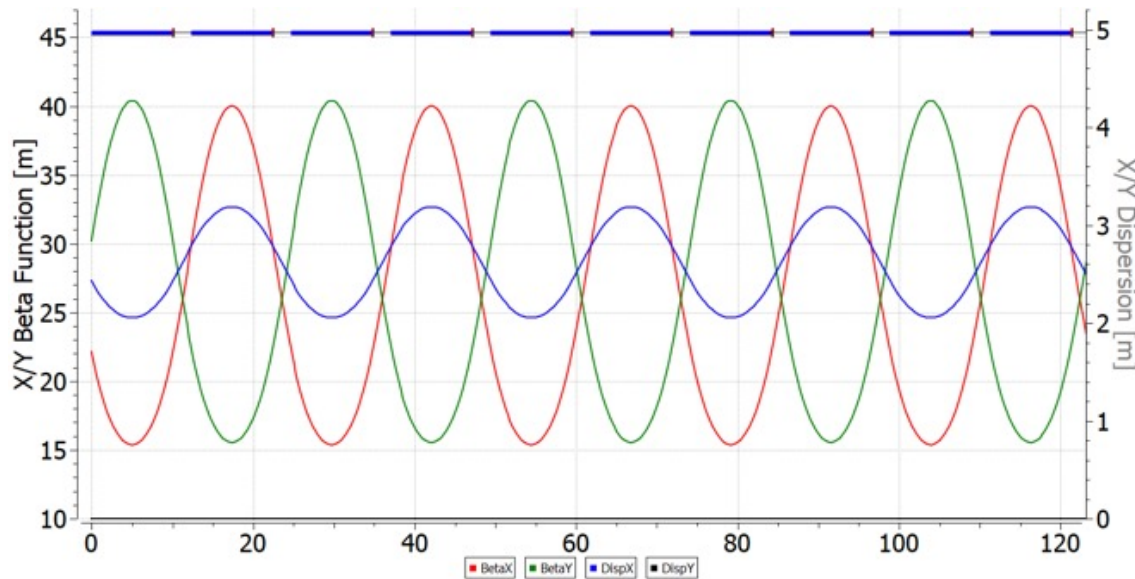
На У-70 скачок достигается также искажением дисперсионной функции. Расположением дополнительных квадруполь через полпериода $\Delta\nu_{x,y} = 0.5 \times 0.5$ которые имеют противоположные полярности, тем самым частота остается практически неизменной, модулируя при этом дисперсионную функцию. И изменение критической энергии происходит на $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$, **то есть в 10 раз больше**, по сравнению с упомянутым для НИКА.



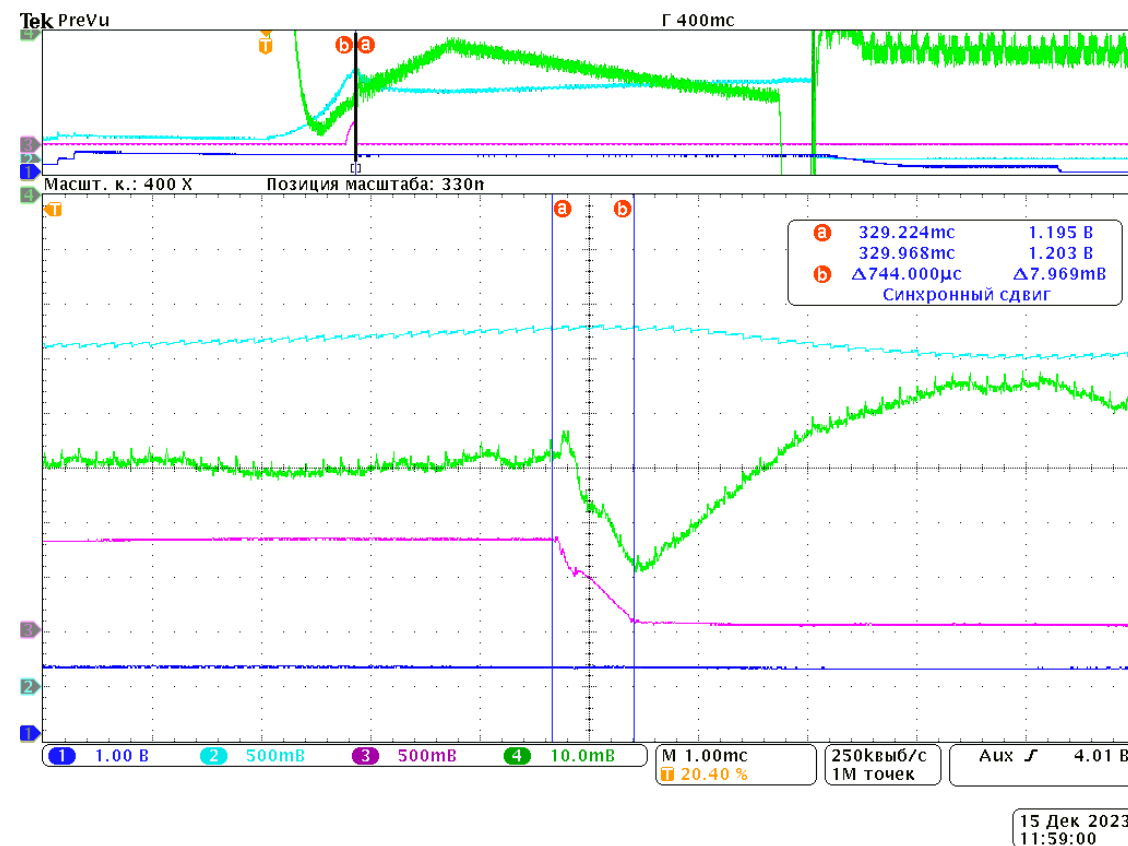
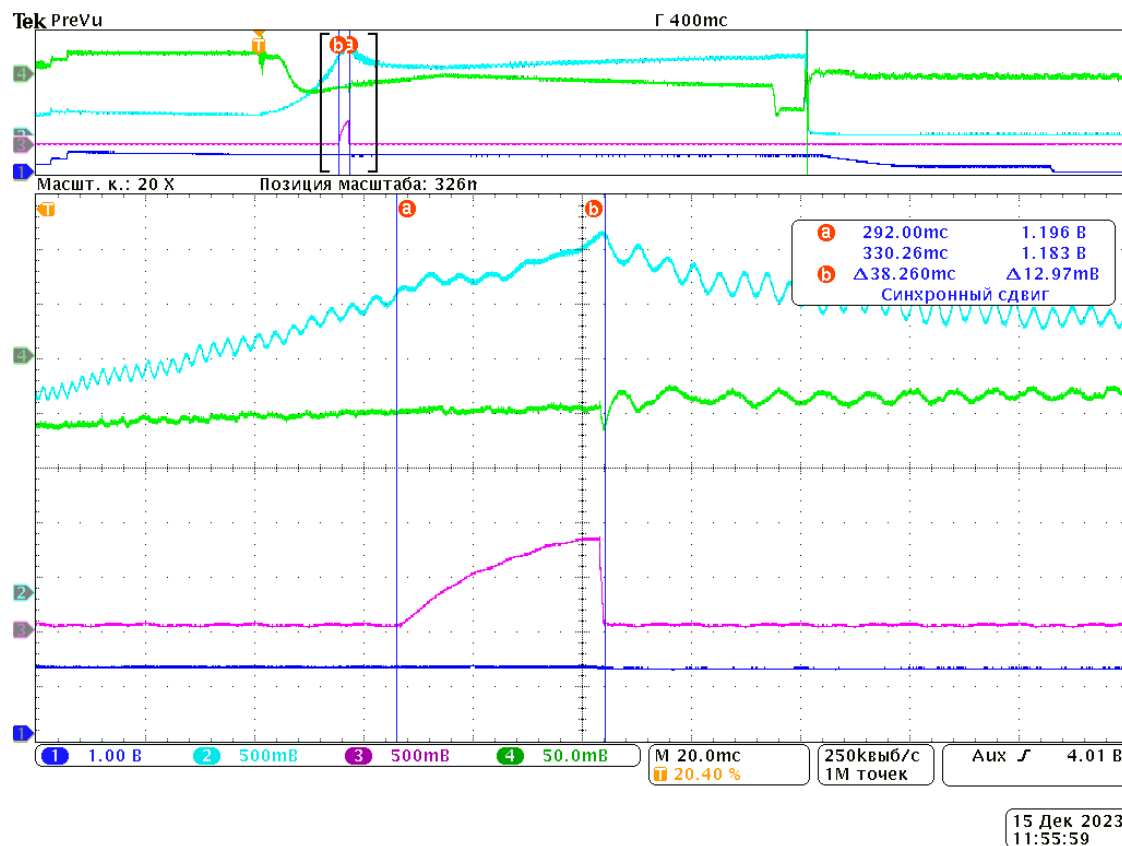
Модулирование дисперсионной функции У-70

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (9)$$

Такая модуляция в синхротроне У-70 осуществляется квадрупольями во 2 и 8 блоках каждого суперпериода [7]. При этом квадрупольи расположены на через полпериода $\Delta\nu_{x,y} = 0.5 \times 0.5$ и имеют противоположные полярности.



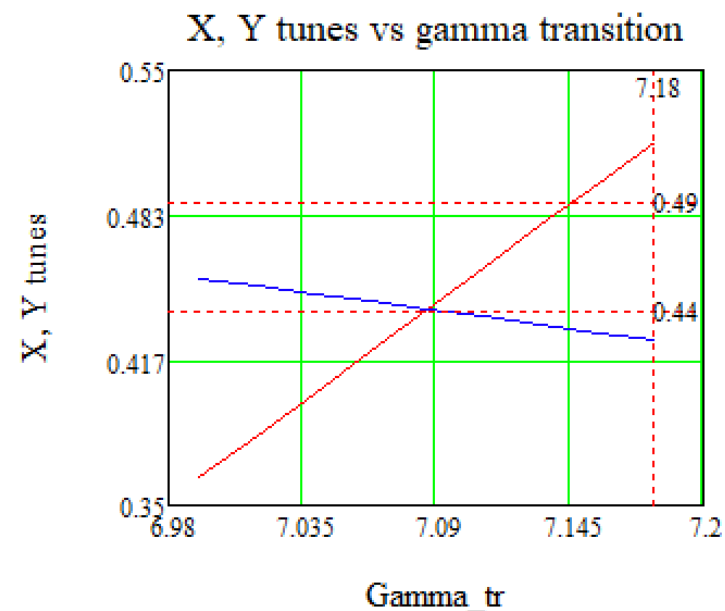
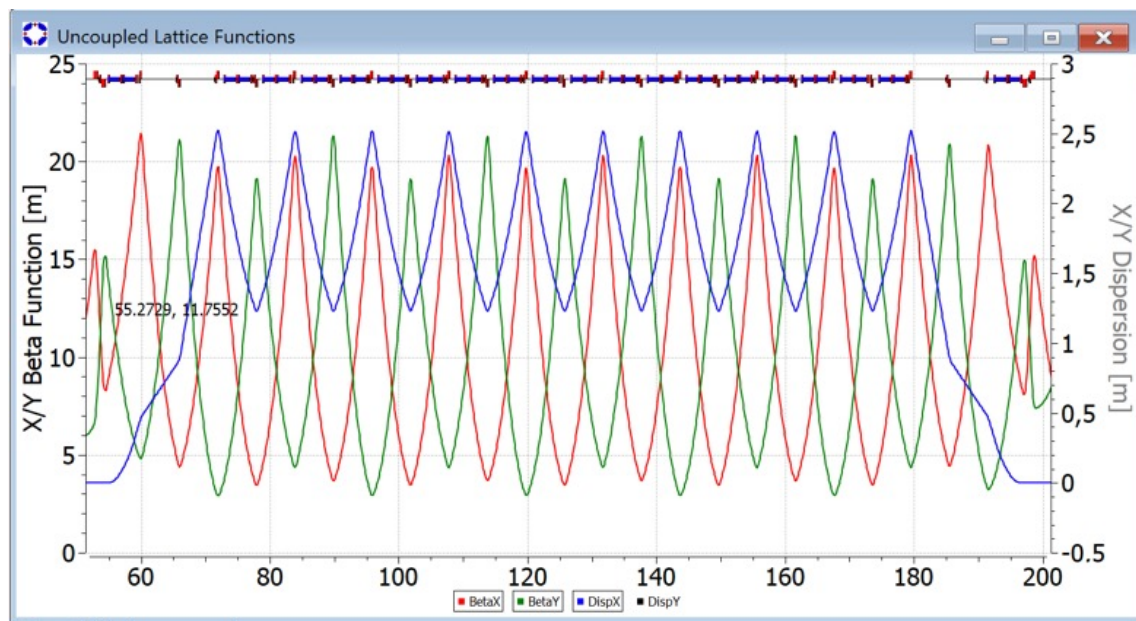
Смена фазы ВЧ и скачок на У-70



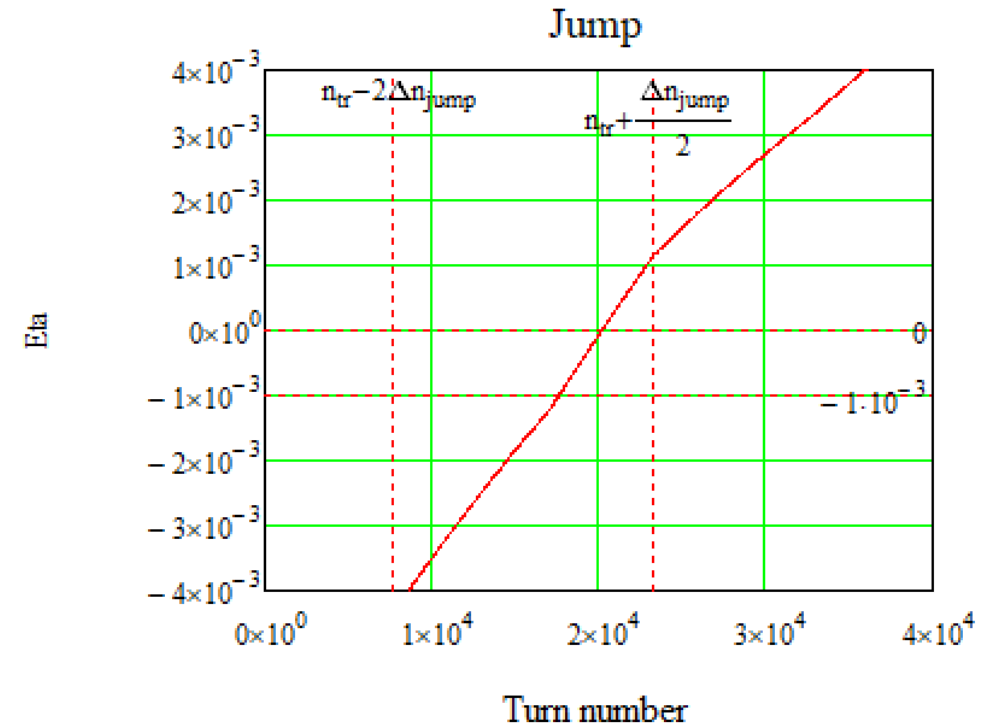
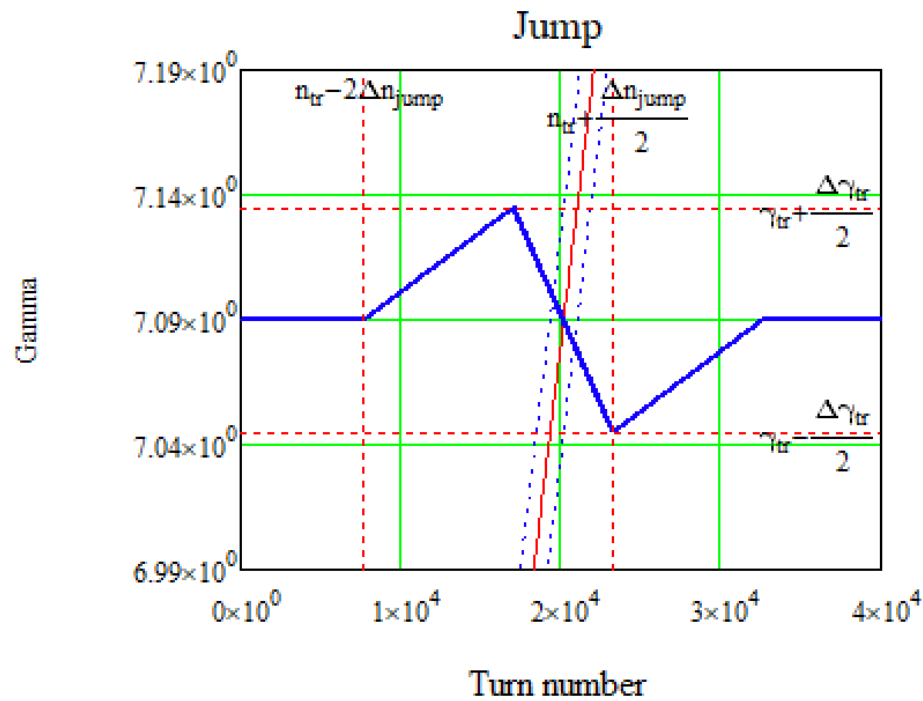
Магнитооптическая структура

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (9)$$

- изменение бетатронной частоты и γ_{tr}
- изменяя градиент в **фокусирующих** квадрупольных линзах, расположенных в максимумах β_x и D_x .
- для имеющейся структуры $\Delta\gamma_{tr} = 1,1\Delta q$ для обеспечения скачка порядка $\Delta\gamma_{tr} = 0,09$ потребуется изменять частоту в пределах $\pm\Delta q = 0.05$.



Принципиальная схема скачка для ВЧ-2



- Ограниченная величины самого скачка $\Delta \gamma_{tr} = 0,09$,
- Ограниченный темп изменения критической энергии $d\gamma_{tr}/dt = 8,5 \text{ c}^{-1}$
- Темп ускорения в гармоническом ВЧ-2 $d\gamma/dt = 30 \text{ c}^{-1}$ больше максимального темпа изменения критической энергии
- Рассматриваемый скачок оказывается незначительным



Ускорение в коллайдере NICA

- Инжекция в Коллайдер из Нуклотрона при энергии 2-3 ГэВ
(ниже критической энергии коллайдера)
- Прохождение критической энергии в Коллайдере при энергии 5.7 ГэВ
- Формирование синусоидальных сгустков (в случае барьерного ВЧ)
- Эксперимент при энергии порядка 13 ГэВ



Изменение эмиттанса

Для барьерного ВЧ

Для этого нужно рассмотреть нормализованный эмиттанс как инвариант.

- Конечный с.к. эмиттанс синусоидального сгустка равен 1π мм · мрад, что соответствует нормализованному $\varepsilon_{\sin}^{\exp} = n_{bunch} \gamma_{exp} \beta_{exp} \pi \sigma_s \sigma_p = 0,9$ м ($\gamma_{exp} = 14.3$)
- Формируется из эмиттанса равномерного сгустка в барьерном ВЧ ε_{bb}^{fin} , разделенного на 22 синусоидальных сгустка $\varepsilon_{\sin}^{\exp} = D_{gym} \varepsilon_{bb}^{fin}$ при помощи ВЧ гимнастики.
- Эмиттанс барьерного ВЧ подвержен влиянию критической энергии на эмиттанс охлажденного пучка после инжекции $\varepsilon_{bb}^{cool}, \varepsilon_{bb}^{fin} = D_{tr} \varepsilon_{bb}^{cool}$.
- Охлажденный пучок формируется после инжекции, накопления и электронного охлаждения на 2-3 ГэВ $\varepsilon_{bb}^{cool} = D_{cool} \varepsilon_{bb}^{inj}$.



Продольная микроволновая неустойчивость

Кейл-Шнель критерий

Анализ дисперсионного уравнения при наличии разброса по импульсам приводит к следующему критерию устойчивости (модифицированные уравнения (6-22, 6-23)):

$$K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_{\parallel}|/n)I} \frac{A_i}{Z_i} \gamma \beta^2 |\eta| \sigma_p^2 \geq 1 \quad (10)$$

где коэффициент $K_1 = 1$ выше критической энергии, ниже критической коэффициент $K_1 > 1$ и зависит от формы распределения по импульсам и $\frac{Z_{\parallel}}{n}$. Коэффициент $K_2 = 5.4$ для прямоугольного сгустка и 2π для синусоидального. Учитывая (10) найдем, что



Продольная микроволновая неустойчивость

$$I = \frac{e\beta c N_p Z_i}{L_B} \quad L_B - \text{длина пучка или для барьерного ВЧ это эквивалентно расстоянию между удерживающими барьерами}$$

Ограничение на количество частиц

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{\parallel}/n) e c} |\eta| \gamma \beta \sigma_p^2 L_B$$

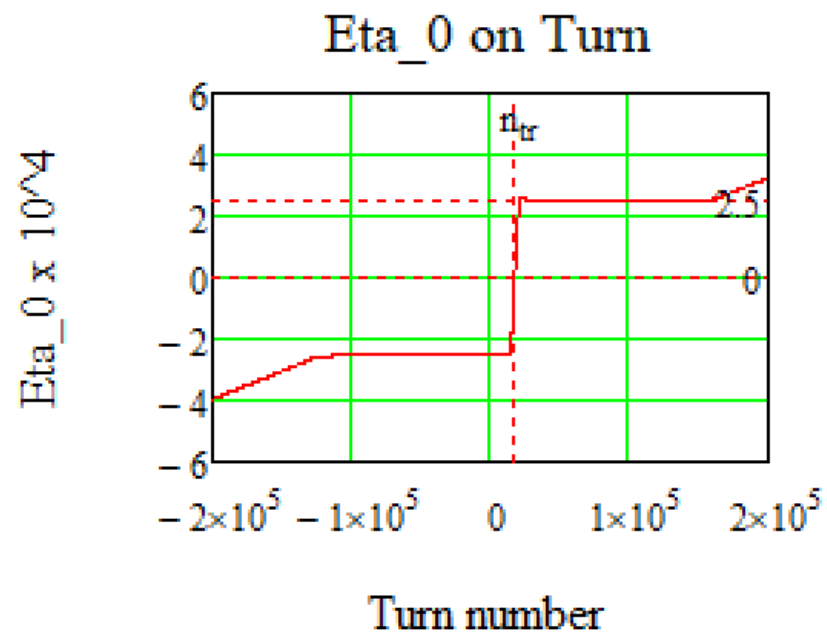
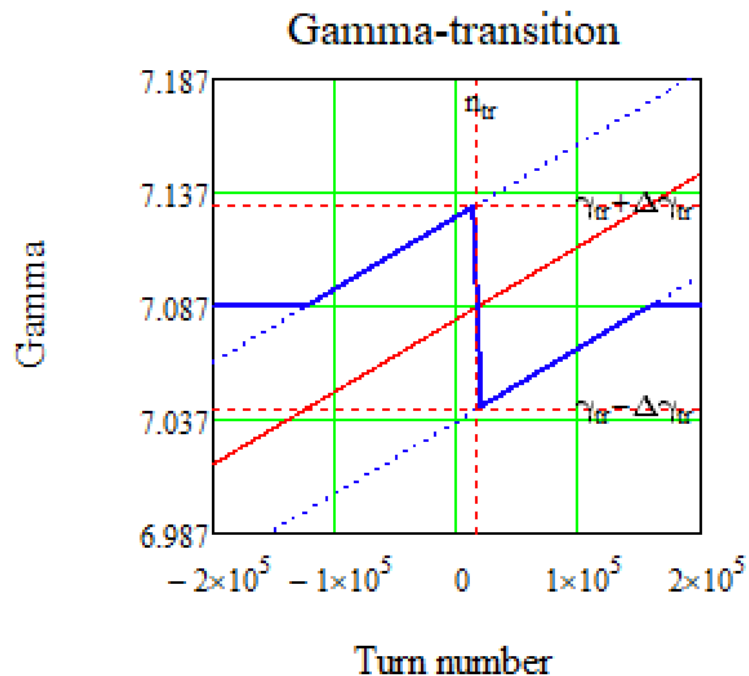
нормализованный эмиттанс для барьерного ВЧ $\varepsilon_{tr} = \gamma_{tr} \beta_{tr} \sqrt{\pi} \sigma_p L_B$ ($\sqrt{\pi}$ так как распределение по импульсам имеет гауссов вид, а продольный размер – равномерный). С другой стороны $\varepsilon_{tr} = \varepsilon_{bb}^{fin} = \frac{\varepsilon_{sin}^{exp}}{D_{gym}} = 0.7$ м

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{\parallel}/n) e c} |\eta| \frac{\varepsilon_{tr}^2}{\pi \gamma \beta L_B}$$



Принципиальная схема скачка для барьерного ВЧ

для барьерного ВЧ $d\gamma/dt = 0.2 \text{ c}^{-1}$

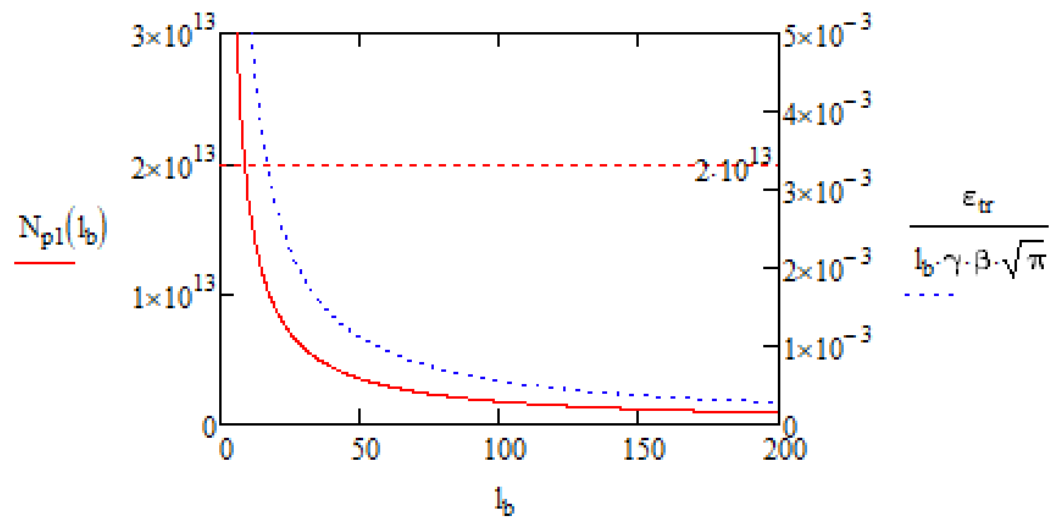


Продольная микроволновая неустойчивость

- Светимость порядка $2 \times 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ – $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$ в конечных 22 синусоидальных сгустках
 - Требуемое количество частиц в барьерном ВЧ как минимум должно быть больше 2.2×10^{13} .
- $E_0 = 5.7 \text{ ГэВ}$, $\gamma = 7.08$, $\beta = 0.99$ вблизи $|\eta_0| = 2.5 \times 10^{-4}$ для расчётов принято $Z_{||}/n = 20 \text{ Ом}$.

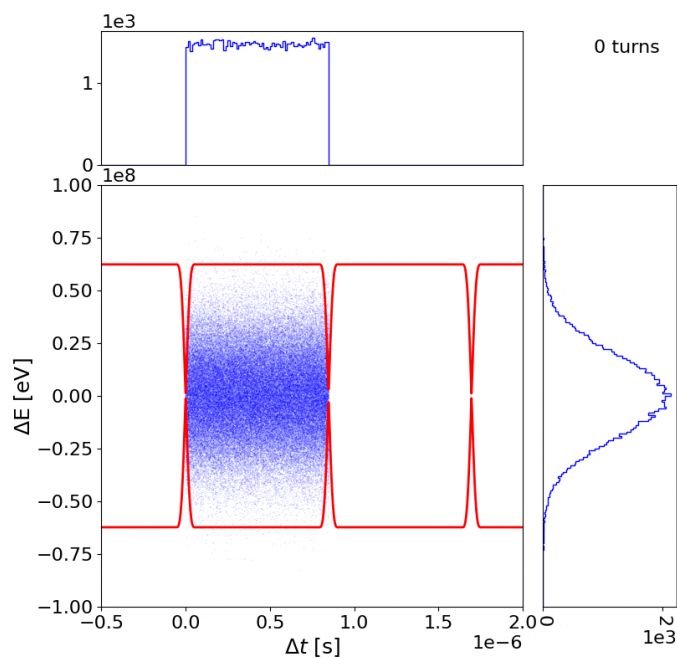
$$N_p \leq 1 \times 5.4 \frac{5.7 \times 10^9 \text{ эВ}}{20 \text{ Ом} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3 \times 10^8 \text{ м/с}} |2.5 \times 10^{-4}| \frac{(0.7 \text{ м})^2}{7.08 \pi L_B}$$

Таким образом ограничение для длины пучка
 $L_B = \frac{C_{ring}}{2} = 251 \text{ м}$ ограничение на количество
 частиц $N_p \leq 7 \times 10^{11}$, для $L_B = \frac{C_{ring}}{10} = 50 \text{ м}$,
 $N_p \leq 3.5 \times 10^{12}$.

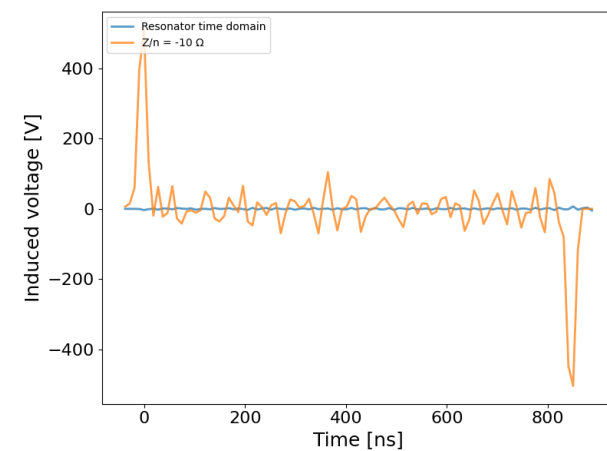
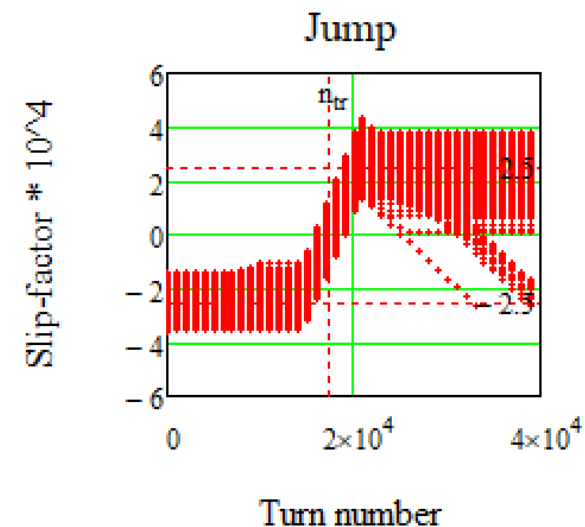
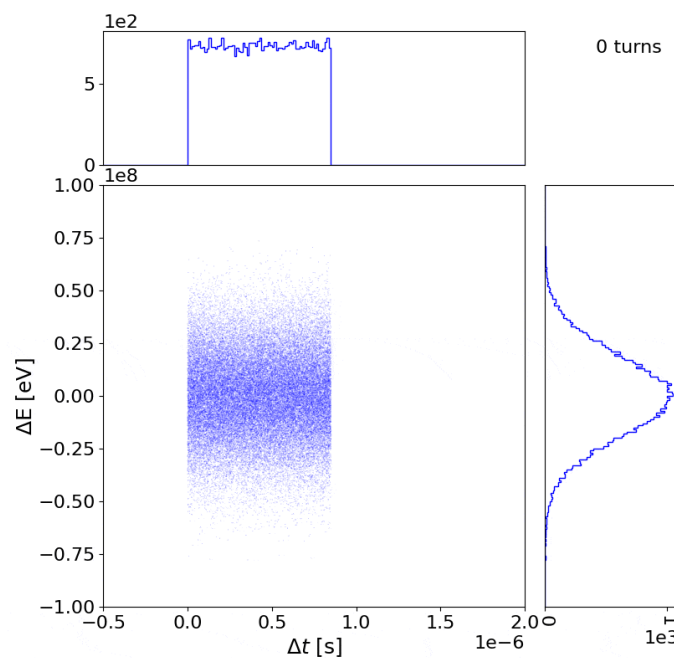


Принципиальная схема скачка для барьерного ВЧ

Предварительное поднятие критической энергии



Скачок критической энергии

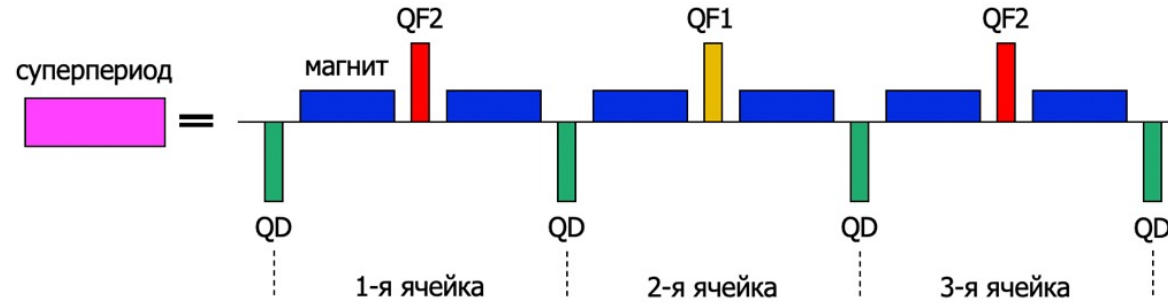


Ускорение в Нуклотроне

- Ускорение в Нуклотроне до 7-8 ГэВ
- Инжекция в Коллайдер из Нуклотрона при энергии 7-8 ГэВ
(ниже критической энергии коллайдера)
- Формирование синусоидальных сгустков
- Охлаждение на 7-8 ГэВ
- Эксперимент при энергии порядка 13 ГэВ



Введение суперпериодической структуры



$$\alpha = \frac{1}{\gamma_{tr}} = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, (1)$$

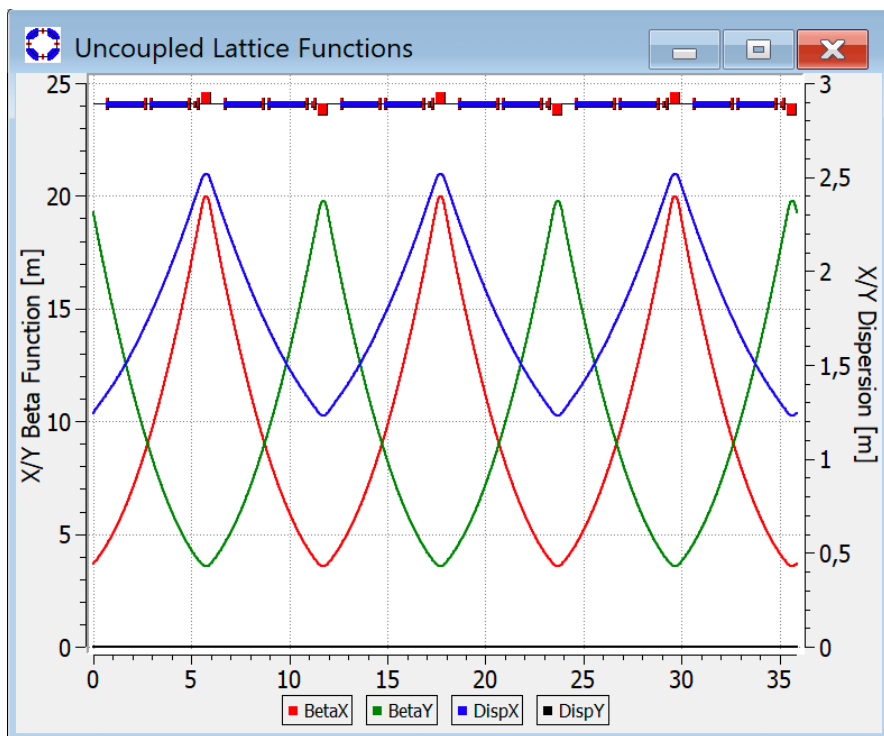
$$\alpha_s = \frac{1}{v_{x,арк}^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{R}_{arc}}{v_{x,арк}} \right)^4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k^2}{(1 - kS/v_{x,арк}) [1 - (1 - kS/v_{x,арк})^2]^2 \cdots} \right\}, (3)$$

Введение суперпериодической модуляции приводит к повышению значения критической энергии выше энергии эксперимента

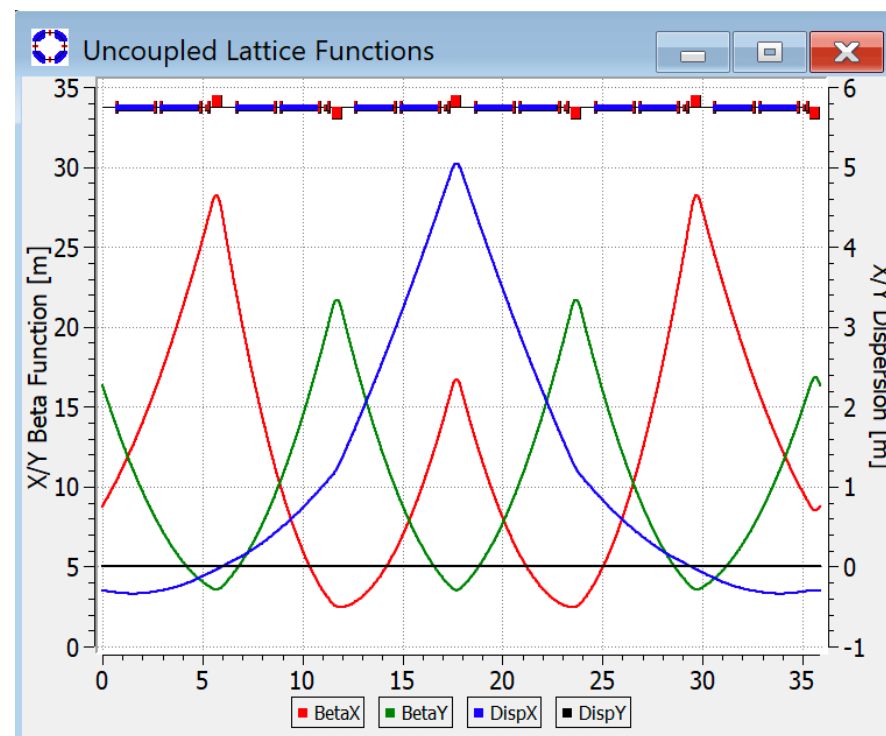


Модулированная дисперсия

Регулярная структура



Суперпериодическая структура



Заключение

Возможность применение скачка для NICA

Гармоническое ВЧ

- Ограниченная величины скачка $\Delta\gamma_{tr} = 0,09$,
- Ограниченный темп изменения критической энергии $d\gamma_{tr}/dt = 8,5 \text{ c}^{-1}$

Приводят к незначительному скачку через критическую энергию.

Барьерное ВЧ

- Ограниченная величина скачка
- Продольная микроволновая неустойчивость

Приводят к существенному ограничению на количество частиц в сгустке и понижению светимости конечного эксперимента.

Возможные способы преодоления

- Инжекция в коллайдер выше критической энергии
- Поднятие критической энергии коллайдера выше энергии эксперимента

