

# Вариация критической энергии в применении к ускорительному комплексу NICA.

*Колокольчиков С.Д., Сеничев Ю.В.*

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет),  
Институт ядерных исследований РАН.

**Аннотация:** Критическая энергия является важным параметром, определяющим работу ускорителя. Для сохранения устойчивости пучка при прохождении критической энергии используются 2 основных метода: повышение критической энергии и скачкообразное прохождение через критическую энергию. В данной статье рассматривается метод повышения критической энергии в структуре коллайдера NICA для эксперимента по столкновению поляризованного протонного и дейтронного пучков.

## 1. Введение

Ускорительный комплекс коллайдера NICA изначально проектировался с возможностью реализации экспериментов по столкновению тяжелых ионов, а также эффективного ускорения протонов и дейтронов для реализации поляризованной программы.

Для тяжелых ионов золота  $^{79}\text{Au}_{197}$  с максимальной энергией 4.5 ГэВ/нуклон критическая энергия коллайдера равна  $E_{tr}^{Au-Au} = 5,7$  ГэВ ( $\gamma_{tr}^{Au-Au} = 7,1$ ). Таким образом, проблем с прохождением критической энергии не возникает, что было изначально учтено при проектировании магнито-оптической структуры. Такое значение критической энергии было достигнуто выбором частоты бетатронных колебаний в горизонтальной плоскости  $\nu_x$ , которая при условии регулярности структуры арок, состоящих из одинаковых ячеек ФОДО, должна быть больше максимального значения фактора Лоренца во всем интервале энергии  $\nu_x \approx \gamma_{tr}^{Au} > \gamma_{max}^{Au} \approx 5.8$ . В данном случае была выбрана частота  $\nu_{x,y}^{Au} = 9,44$ .

При ускорении протонов магнитная жесткость в поворотных арках остаётся неизменной  $R_{arc} \cdot B_{bend} = \frac{A \cdot m c \gamma \beta}{e Z} \approx 45$  для любых частиц при максимальном магнитном поле в поворотных магнитах. Тем самым, определяется максимально возможная энергия для протонов  $E_{max}^p = 12,4$  ГэВ ( $\gamma_{tr}^{Au-Au} = 14,3$ ), что заведомо выше критической энергии для ионной регулярной структуры  $E_{tr}^{Au-Au} = 5,7$  ГэВ ( $\gamma_{tr}^{Au-Au} = 7,1$ ). Таким образом, для ускорения протонов необходимо либо скачкообразное прохождение через критическую энергию, либо поднятие критической энергии до величины  $\gamma_{tr}^p > \gamma_{max}^p = 14.3$ . В данной статье будет приведен метод поднятия критической энергии путем резонансной модуляции дисперсионной функции в арках коллайдера. Для протонного пучка время внутripучкового нагрева возрастает на порядки по сравнению с тяжелыми ионами. Поэтому критическая энергия может подниматься за счет вариации дисперсии без опасения большого влияния внутripучкового рассеяния.

## 2. Модуляция дисперсионной функции

Коэффициент расширения орбиты (momentum compaction factor) определяется как

$$\alpha = \frac{1}{\gamma_{tr}} = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, (1)$$

где  $C$  – длина замкнутой равновесной орбиты,  $D(s)$  – горизонтальная дисперсионная функция,  $\rho(s)$  – радиус кривизны равновесной орбиты.

Уравнение для дисперсионной функции с периодической переменной фокусировкой

$$\frac{d^2 D}{ds^2} + [K(s) + \varepsilon k(s)]D = 0, \quad (2)$$

Где  $K(s) = \frac{e}{p} G(s)$ ,  $\varepsilon k(s) = \frac{e}{p} \Delta G(s)$ ,  $G(s)$  – градиент магнитооптических линз,  $\Delta G(s)$  – суперпериодическая модуляция градиента. Суперпериод определяется как совокупность нескольких периодов. Таким образом, коэффициент расширения орбиты зависит от функций: кривизны орбиты  $\rho(s)$ , градиента и модуляции соответственно  $G(s)$ ,  $\Delta G(s)$ . В структуре NICA регулярная расстановка отклоняющих магнитов исключает возможность модуляции кривизны орбиты. Поэтому мы используем только модуляцию силы квадрупольных линз по длине суперпериода. Функция  $K(s)$  имеет периодичность одного периода фокусирующей ячейки,  $k(s)$  имеет периодичность суперпериода. Для одного суперпериода коэффициент расширения орбиты определяется по формуле (3), вывод данной формуле произведен в работе [1]:

$$\alpha_s = \frac{1}{v_{x, \text{арк}}^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\bar{R}_{\text{arc}}}{v_{x, \text{арк}}} \right)^4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k^2}{(1 - kS/v_{x, \text{арк}})[1 - (1 - kS/v_{x, \text{арк}})^2]^2 \dots} \right\}, \quad (3)$$

Где  $\bar{R}_{\text{arc}}$  усредненное значение кривизны,  $v_{x, \text{арк}}$  – частота горизонтальных бетатронных колебаний на арке,  $S$  – количество суперпериодов,  $g_k$  –  $k$ -ая гармоника модуляции градиента при разложении функции в ряд Фурье  $\varepsilon k(s) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \cos(k\phi)$ . В силу зеркальной симметрии разложение произведено по косинусам. В случае отсутствия суперпериодической модуляции  $g_k = 0$ ,  $\forall k$ , формула (3) принимает вид  $\alpha_s = \frac{1}{v_{x, \text{арк}}^2}$ , что соответствует случаю регулярной структуры. Для поднятия критической энергии необходимо уменьшить  $\alpha_s = 1/\gamma_{\text{кр}}^{\text{арк}}$ , а значит выражение под знаком суммы должно быть отрицательным, это реализуемо при условии  $\frac{kS}{v_{x, \text{арк}}} > 1$ . Первая гармоника  $k = 1$  является определяющей и для 12 ФОДО ячеек реализуемо условие  $S = 4$ ,  $v_{x, \text{арк}} = 3$ , где 3 ФОДО ячейки объединены в один суперпериод. Таким образом, благодаря набегу бетатронных колебаний кратному  $2\pi$ , в нашем случае  $6\pi$ , арка имеет свойства ахромата первого порядка.

Ранее все формулы были приведены для арки, а не для всего кольца коллайдера. Введение прямых участков уменьшает степень модуляции дисперсионной функции. Усреднение дисперсии по более длинной орбите автоматически уменьшает ее значение, а значит уменьшает коэффициент уплотнения орбиты для всего ускорителя, результирующее значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{\text{total}}$  увеличивается и определяется выражением:

$$\gamma_{tr}^{\text{total}} = \gamma_{tr}^{\text{arc}} \sqrt{\frac{S \cdot L_s + L_{str}}{S \cdot L_s}} \quad (5).$$

## 2.1 Введение суперпериодичности на арках.

Один суперпериод состоит из 3-х ФОДО ячеек, с двумя семействами фокусирующих квадруполей и одним семейством дефокусирующих. Также один суперпериод включает в себя 2 семейства секступолей для подавления хроматичности.

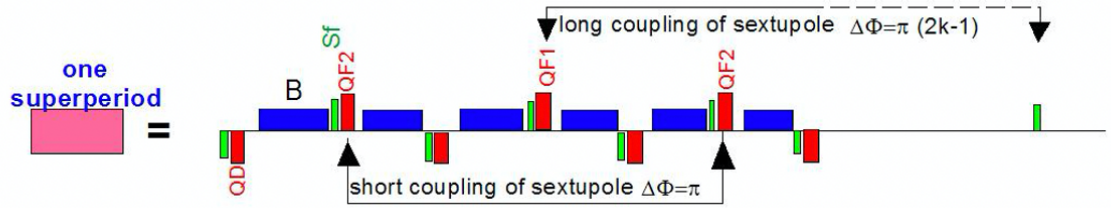


Рис1. Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек.  
QF1, QF2 – фокусирующие квадруполы,  
QD – дефокусирующие квадруполы,  
B – поворотный магнит.

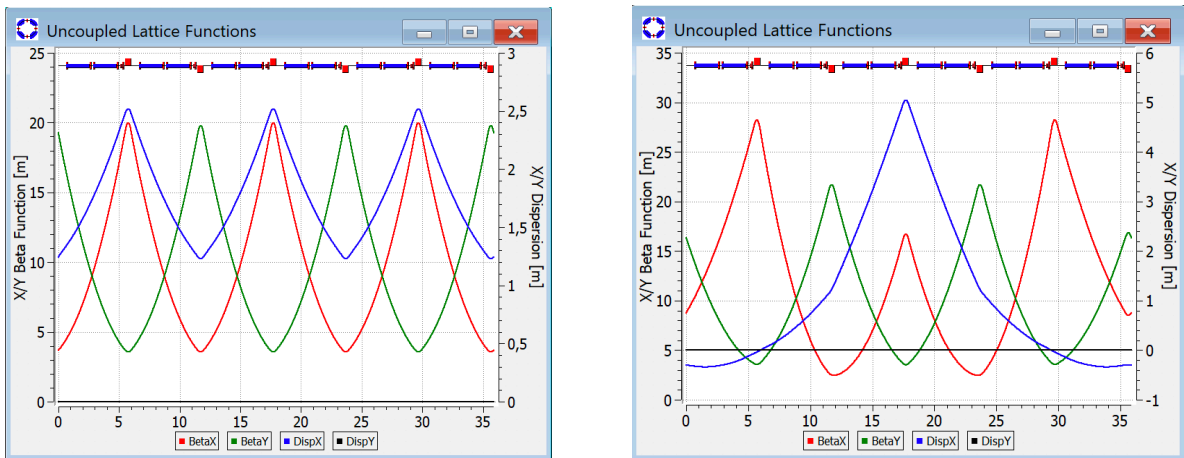


Рис2. Twiss-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%.

На рис.2 приведены 3 ФОДО ячейки, первая – используется в регулярной тяжелоионной структуре, в этом случае модуляция отсутствует, вторая – модулированная структура, которая и образует один суперпериод. В обоих случаях частота бетатронных колебаний  $\nu_{x,yS} = 0,75$ , таким образом для 4-х суперпериодов частота  $\nu_{x,y arc} = 3$ , что удовлетворяет ранее рассмотренному условию  $S = 4$ ,  $\nu_{x,apк} = 3$ .

Глубина модуляции определяется соотношением градиентов двух различных фокусирующих семейств. Для приведенного на правом рисунке Рис.2  $QF1 = 2,77 \text{ kG/cm}$ ,  $QF2 = 2,10 \text{ kG/cm}$ . Таким образом глубина модуляции:

$$H = \frac{QF1 - QF2}{QF1} = 24\%$$

Для регулярной арки из 4-х одинаковых суперпериодов с критической энергией  $\gamma_{tr}^{arc} = 6$ , по формуле (5) для всего кольца получаем  $\gamma_{tot}^{arc} \approx 11,3$ .

## 2.2 Подавление дисперсии на краях арки

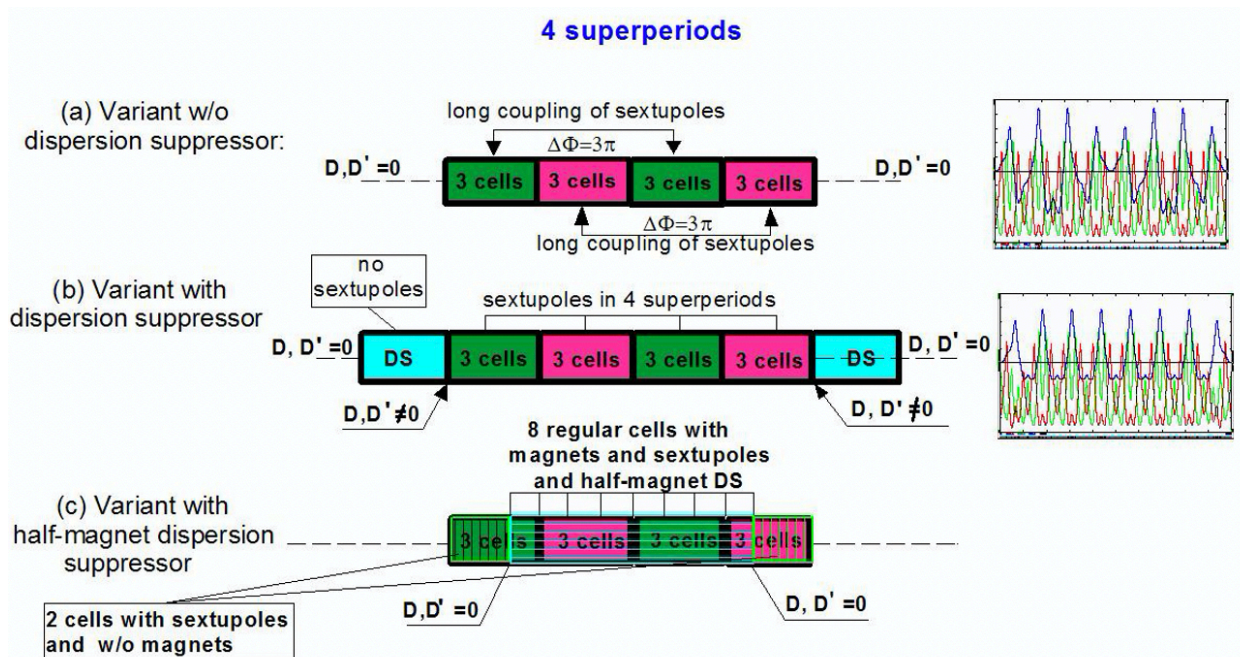


Рис.3 Различные варианты структуры арки с подавлением дисперсии на краях.

При введении прямых участков необходимо подавить дисперсию на конце каждой арки. На рис.1 показаны рассматриваемые схемы введения подавителей дисперсии.

Рассматривается 3 варианта подавления дисперсии:

- Регулярная арка состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке кратному  $2\pi$  подавление дисперсии происходит в силу регулярности;
- Регулярная арка также состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке **не** кратному  $2\pi$  необходимо дополнительно добавить подавители дисперсии на краях арки;
- Арка состоящая из 4-х суперпериодов, крайние суперпериоды выполняют роль подавителей дисперсии, а именно 2 крайние ячейки.

Расстановка поворотных магнитов в тяжелоионной структуре на краях арки не позволяет реализовать подавление дисперсии как в случае а), так и в случае б). На рисунке 4 изображены 3 ФОДО ячейки, подавляющие дисперсию на краю арки для регулярной тяжелоионной структуры. Отличительной особенностью является отсутствие 2-х поворотных магнитов. Это связано с тем, что в этих местах происходит инжекция частиц в коллайдер из нуклотрона.

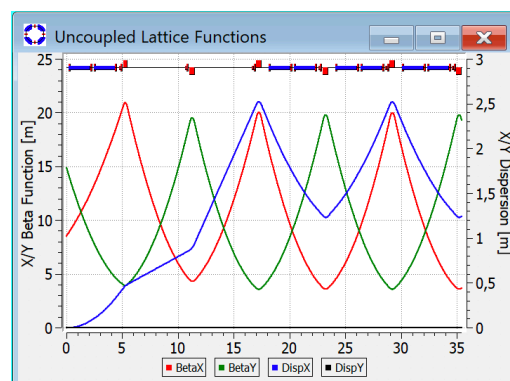
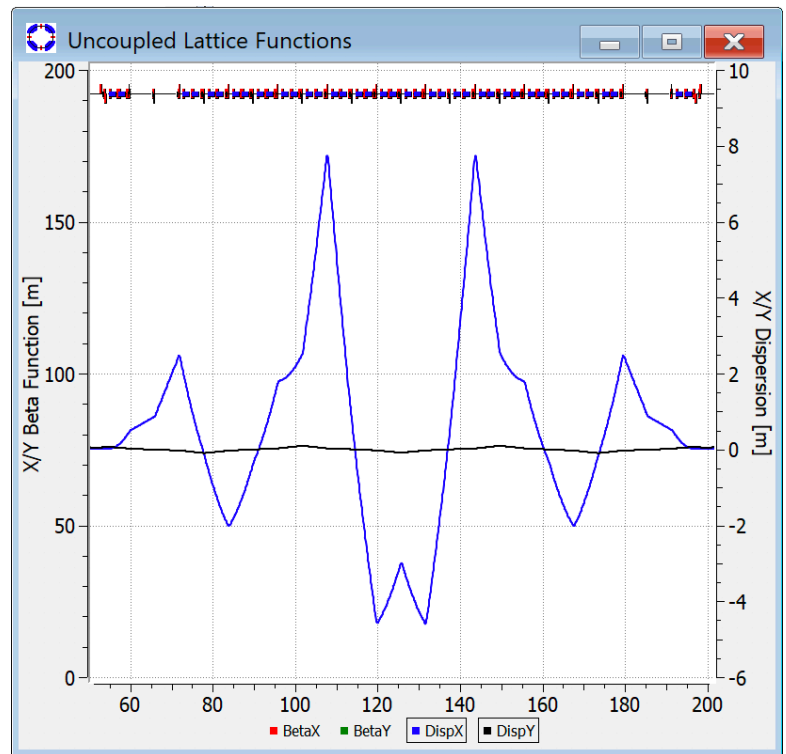


Рис 4. Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

Квадруполь	kG/cm
QF1	2,77
QF2	2,10
QD	2,25
QFE1	3,21
QFE2	2,31

Рис.5 Слева – таблица со значением градиента в квадрупольях. Справа – подавленная дисперсия в арке.



Подавление дисперсии также осуществляется с помощью 2-х семейств фокусирующих QFE1 и QFE2 квадрупольей в начале и конце арки. Таким образом для прямых участков дисперсионная функция будет нулевой. Для полученной арки значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{arc} = 10$ .

### 3. Подавление хроматичности

Добавление секступолей, подавляющих хроматичность внутри арки делает арку ахроматом второго порядка, что убирает зависимость бетатронных колебаний от импульса и способствует сохранению динамической апертуры в большом диапазоне энергий. Выбор нечетного значения частоты на арке  $\nu_{x,arc} = 3$  и четного значения суперпериодичности арки  $S = 4$  замечателен еще и тем, что позволяет компенсировать нелинейный вклад секступолей внутри арки. В этом случае набег фазы радиальных колебаний между ячейками, расположенными в разных половинах арки и разделенных  $S/2$  числом суперпериодов равен:

$$2\pi \cdot \frac{\nu_{arc}}{S_{arc}} \cdot \frac{S_{arc}}{2} = 2\pi \cdot \frac{\nu_{arc}}{2} = \pi + 2\pi n, (4)$$

что соответствует условию компенсации нелинейного влияния секступолей в первом приближении во всей арке. Это замечательное свойство также относится к высшим мультиполям в квадрупольях и отклоняющих магнитах. Эта связь через число суперпериодов  $S_{arc}/2$  будет называться длиной связью.

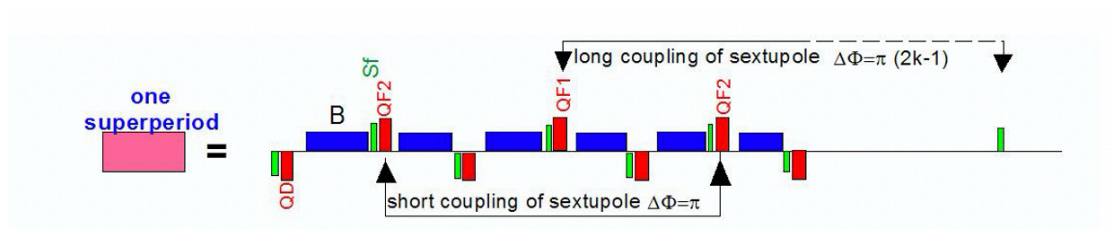


Рис 6. Суперпериод. Зеленым цветом указана расстановка секступолей.

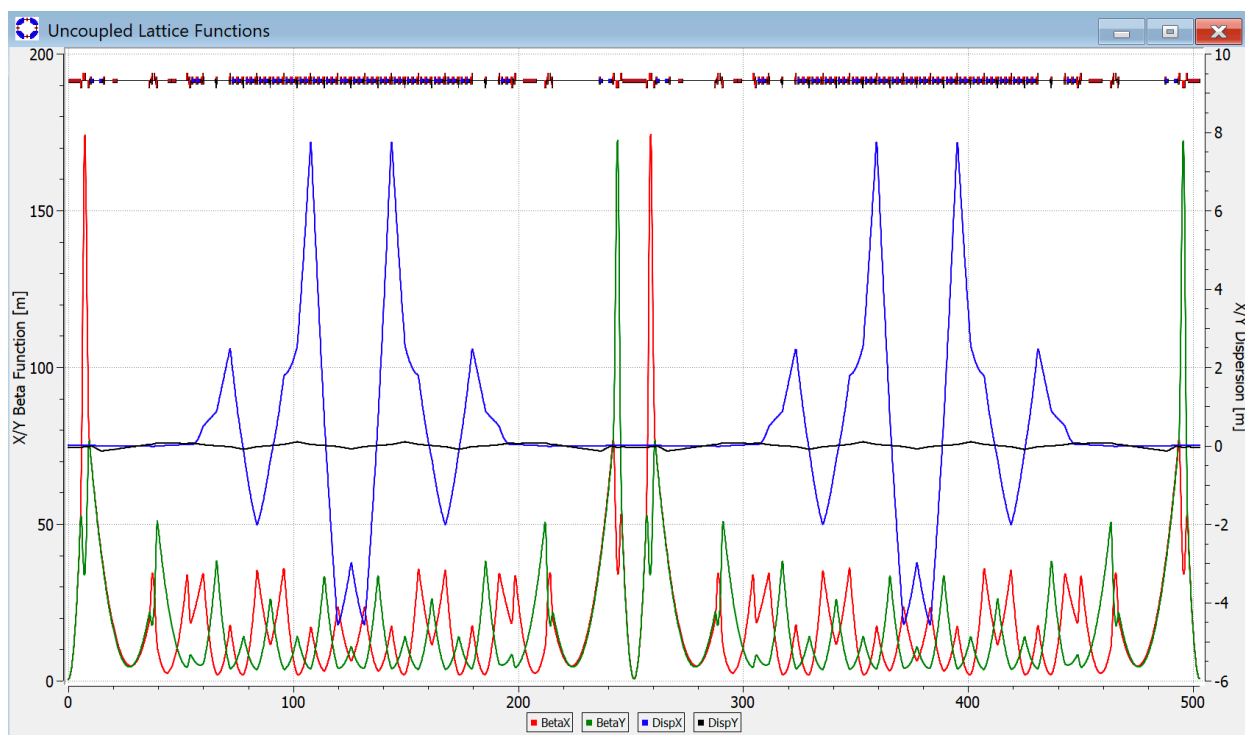


Рис.7 Twiss-параметры протонной опции коллайдера NICA с  $\gamma_{tr}^{tot} \approx 13$ .

## Заключение

Рассмотрена методика вариации критической энергии методом модуляции градиента квадрупольных линз на арках в применении к ускорительному комплексу NICA. Такой случай предполагает раздельное питание квадруполов. Также учтена необходимость подавления дисперсии на краях арки в имеющейся структуре и подавление хроматичности на всем кольце коллайдера.

## Литература

1. Yu. V. Senichev and A. N. Chechenin. Theory of “Resonant” Lattices for Synchrotrons with Negative Momentum Compaction Factor. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2007, Vol. 105, No. 5, pp. 988–997
2. Yu. V. Senichev and A. N. Chechenin. Construction of “Resonant” Magneto-Optical Lattices with Controlled Momentum Compaction Factor Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2007, Vol. 105, No. 6, pp. 1141–1156.
3. Yu. Senichev, A. Chechenin, S. Kostromin. Variable Transition Energy Lattices based on different periodic cells with various types of dispersion suppressor.