

## УСКОРИТЕЛИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

УДК 621.384.6

### ПРОХОЖДЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ПРОТОННЫМ ПУЧКОМ В ГАРМОНИЧЕСКОМ И БАРЬЕРНОМ ВЧ КОЛЛАЙДЕРЕ NICA

© 2025 г. С. Д. Колокольчиков<sup>a, b, \*</sup>, А. Е. Аксентьев<sup>a, b, c</sup>, А. А. Мельников<sup>a, b, d</sup>, Ю. В. Сеничев<sup>a, b</sup><sup>a</sup>Институт ядерных исследований РАН, Москва, 117312 Россия<sup>b</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Долгопрудный, Московская обл., 141701 Россия<sup>c</sup>Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия<sup>d</sup>Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Московская обл., 142432 Россия

\*E-mail: sergey.bell13@gmail.com



В работе рассматривается использование скачкообразного прохождения критической энергии для обеспечения стабильности пучка в коллайдере NICA. Описываются особенности барьерной и гармонической ускоряющих ВЧ станций, и их влияние на динамику продольного движения частиц. Изучение этих особенностей призвано расширить понимание процесса прохождения критической энергии.

Ключевые слова: критическая энергия, барьерное ВЧ, гармоническое ВЧ

DOI: 10.56304/S2079562925010099

#### ВВЕДЕНИЕ

Проблема прохождения критической энергии в синхротроне NICA (ОИЯИ г. Дубна) актуальна для экспериментов с протонами при энергии пучка 13 ГэВ, поскольку может приводить к росту эмиттанса и в конечном счете накладывает ограничения на конечную светимость. Для экспериментов с тяжелыми ионами при энергии 4.5 ГэВ такой сложности не возникает, так как критическая энергия составляет 5.7 ГэВ.

Реализация скачкообразного прохождения критической энергии в NICA со сдвигом бетатронной частоты ограничивает величину скачка. Ограниченный темп изменения градиентов квадрупольных влечет ограниченный темп изменения критической энергии. Подобная схема скачка рассмотрена для отличных по своему принципу работы ускоряющих ВЧ станций: барьерной и гармонической. Кроме того, проведено сравнение с методикой прохождения критической энергии скачком на У-70 (ИФВЭ, г. Протвино).

#### СВЕТИМОСТЬ

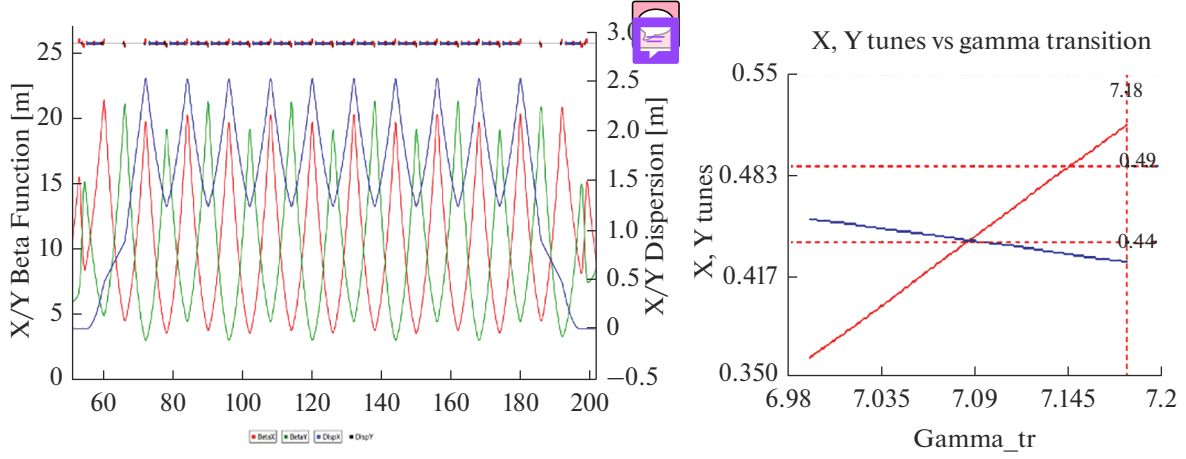
Для коллайдерного эксперимента светимость является ключевой величиной. В простейшем случае — столкновение симметричных сгустков — светимость дается формулой [1]:

$$L = \frac{n_{\text{bunch}} N_1 N_2 f_0}{4\pi \sqrt{\epsilon_x \epsilon_y} B^*} \Phi_{\text{HG}}, \quad (1)$$

$$\Phi_{\text{HG}}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-u^2} du}{1 + (\alpha u)^2}, \quad \alpha = \frac{\sigma_s}{B^*},$$

где  $n_{\text{bunch}}$  — количество сгустков,  $N_1, N_2$  — количество частиц в сталкивающихся сгустках,  $\epsilon_x, \epsilon_y$  — продольные эмиттансы,  $f_0$  — частота обращения,  $\Phi_{\text{HG}}$  — параметр песочных часов,  $\sigma_s$  — гауссов параметр продольного размера,  $B^*$  — бета-функция в точке столкновения. Как видно, данная формула отражает принципиальную зависимость от множества параметров как пучка, так и магнитооптики.

Прохождение через критическую энергию оказывает существенное влияние на продольную динамику. Светимость явно зависит от продольной длины пучка только в параметре песочных часов.  $\Phi_{\text{HG}}(1) \cong 0.76$ ,  $\Phi_{\text{HG}}(2) \cong 0.55$ ,  $\Phi_{\text{HG}}(5) \cong 0.29$ , то есть при неизменных параметрах и увеличении только длины сгустка в два раза, влияние эффекта песочных часов уменьшит исходную светимость на 30%  $L_2 = 0.7L_1$ . Для NICA предполагается достичь  $\alpha = 1$ ,  $\sigma_s = 0.6$  м, бета-функция в точке встречи  $B^* = 0.6$  м. Таким образом учтена только явная зависимость от продольной длины. Неявно, светимость зависит от продольного эмиттанса сгустка, так как накладывает ограничение на количество частиц.



**Рис. 1.** (а) Twiss-параметры  $\beta_x, \beta_y, D_x$  поворотной арки NICA; (б) зависимость бетатронной частоты в  $x, y$  — плоскости от  $\gamma_{tr}$  при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах.

### УСКОРЕНИЕ

Рассмотрим эволюцию продольного эмиттанта в процессе ускорения в барьерном ВЧ. Для достижения светимости порядка  $2 \cdot 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , конечный среднеквадратичный нормализованный продольный эмиттанс сгустка равен  $\epsilon_{\sin}^{\text{exp}} = n_{\text{bunch}} \gamma_{\text{exp}} \times \beta_{\text{exp}} \pi \sigma_s \sigma_p = 0.9 \text{ м}$  ( $\gamma_{\text{exp}} = 14.3$ ,  $n_{\text{bunch}} = 22$ ,  $\sigma_s = 0.6 \text{ м}$ ,  $\sigma_p = 1.5 \cdot 10^{-3}$ ) при энергии порядка 13 ГэВ. Формируется из эмиттанта равномерного сгустка в барьерном ВЧ  $\epsilon_{bb}^{\text{fin}}$ , разделенного на 22 сгустка  $\epsilon_{\sin}^{\text{exp}} = D_{\text{gym}} \epsilon_{bb}^{\text{fin}}$  при помощи ВЧ гимнастики. Эмиттанс барьерного ВЧ подвержен влиянию критической энергии на эмиттанс охлажденного пучка после инжекции  $\epsilon_{bb}^{\text{cool}}$ ,  $\epsilon_{bb}^{\text{fin}} = D_{\text{tr}} \epsilon_{bb}^{\text{cool}}$ . Охлажденный пучок формируется после инжекции, накопления и электронного охлаждения на 2–3 ГэВ  $\epsilon_{bb}^{\text{cool}} = D_{\text{cool}} \epsilon_{bb}^{\text{inj}}$ . Только охлаждение уменьшает эмиттанс  $D_{\text{cool}} < 1$ , остальные эффекты, только раздувают эмиттанс  $D_{\text{gym}} > 1$ ,  $D_{\text{tr}} > 1$ . Для гимнастики было принято  $D_{\text{gym}} = 1.3$ , влияние  $D_{\text{tr}}$  будет обсуждено далее.

### СКАЧОК КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

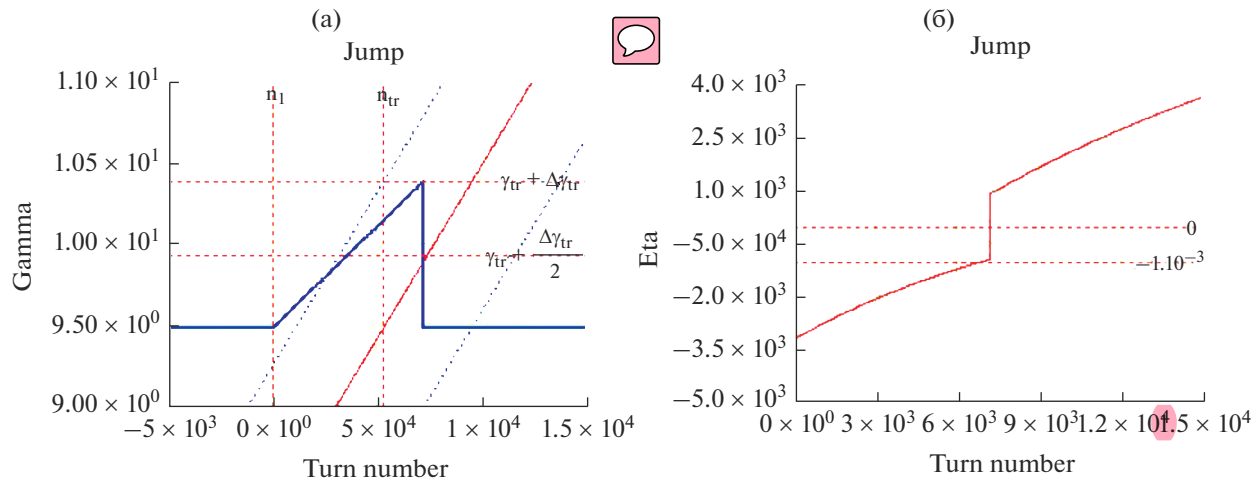
Метод скачка критической энергии применяется для сохранения фазового объема при переходе через критическую энергию. В NICA рассматривается скачок критической энергии за счет сдвига бетатронных частот. Параметры скачка могут быть определены при рассмотрении магнитооптической структуры и возможностью изменения тока в квадрупольных линзах в поворотных арках.

Изменение критической энергии достигается путем изменения коэффициента расширения орбиты

$$\alpha = \frac{1}{C_0} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, \quad (2)$$

где  $D(s)$  — дисперсионная функция,  $\rho(s)$  — кривизна орбиты. При этом необходима модуляция дисперсионной функции. Магнитооптическая структура поворотных арок NICA состоит из 12 ФОДО-ячеек с подавленной на краях дисперсией (рис. 1а). С помощью программ для численного моделирования движения пучка в магнитных системах ускорителей MADX [2] и OptiM [3] изучена зависимость изменения критической энергии от частоты бетатронных колебаний, при этом изменялся градиент в фокусирующих квадрупольных линзах. Именно в этих элементах расположен максимум  $\beta_x$  и  $D_x$ . В имеющейся структуре  $\Delta\gamma_{tr} = 1.1\Delta q$  (рис. 1б). Для обеспечения скачка порядка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  потребуется изменять частоту в пределах  $\pm\Delta q = 0.05$ . Соответствующее суммарное изменение градиента  $\Delta Kl = 4\pi\Delta q/\beta_a = 0.055 \text{ м}^{-1}$ , где  $\beta_a = 11.5 \text{ м}$  — средняя бета-функция. Тогда максимальное изменение градиента в одном квадруполе  $\Delta G = \Delta Kl (BR/N_F l) = 0.5 \text{ Тл/м}$ , где  $N_F = 24$  — количество фокусирующих линз,  $BR = 22 \text{ Тл м}$  — магнитная жесткость при кинетической энергии протонов 5.7 ГэВ (критическая энергия),  $l = 0.47 \text{ м}$  — длина квадрупольной линзы. При этом ограничение скорости нарастания тока приводит к ограничению в изменении градиента квадрупольных линз. Темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$  [4].

В протонном синхротроне НИЦ “Курчатовский институт” — ИФВЭ У-70 также используется методика скачка критической энергии [5]. Магнитооптическая структура У-70 является ФОДО-периодической и состоит из 12 суперпериодов с 10 маг-



**Рис. 2.** (а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на У-70 при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$  с темпом  $(d\gamma_{tr}/dt)_{U-70} = 900 \text{ с}^{-1}$ ; (б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$ .

нитными блоками с совмещенной функцией. [6] Ускорение осуществляется гармоническим ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{U-70} = 40 \text{ с}^{-1}$ . Скачок достигается также искажением дисперсионной функции, однако без смещения рабочей точки. Дополнительные квадруполь, расположенные через полпериода  $\Delta v_{x,y} = 0.5 \times 0.5$  которые имеют противоположные полярности, модулируют дисперсионную функцию. Изменение критической энергии происходит на  $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$  (рис. 2а) за 1 мс, то есть в 10 раз больше и в 100 раз быстрее  $(d\gamma_{tr}/dt)_{U-70} = 900 \text{ с}^{-1}$ , по сравнению с упомянутым скачком для NICA. Также показано соответствующее изменение  $\eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma^2}$  (рис. 2б), где  $\gamma$  – Лоренц-фактор пучка [7].

Темп ускорения непосредственно влияет на динамику продольного движения. В NICA имеется три различные ВЧ станции: ВЧ-1 – барьерное, четыре ВЧ-2, восемь ВЧ-3 – гармонические с гармоническим числом 22 и 66 соответственно. Максимальное суммарное напряжение составляет порядка  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$ ,  $(d\gamma/dt)_{RF3} = 300 \text{ с}^{-1}$  и значительно больше, чем для индукционного ускорения в барьерном  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ с}^{-1}$  [8].

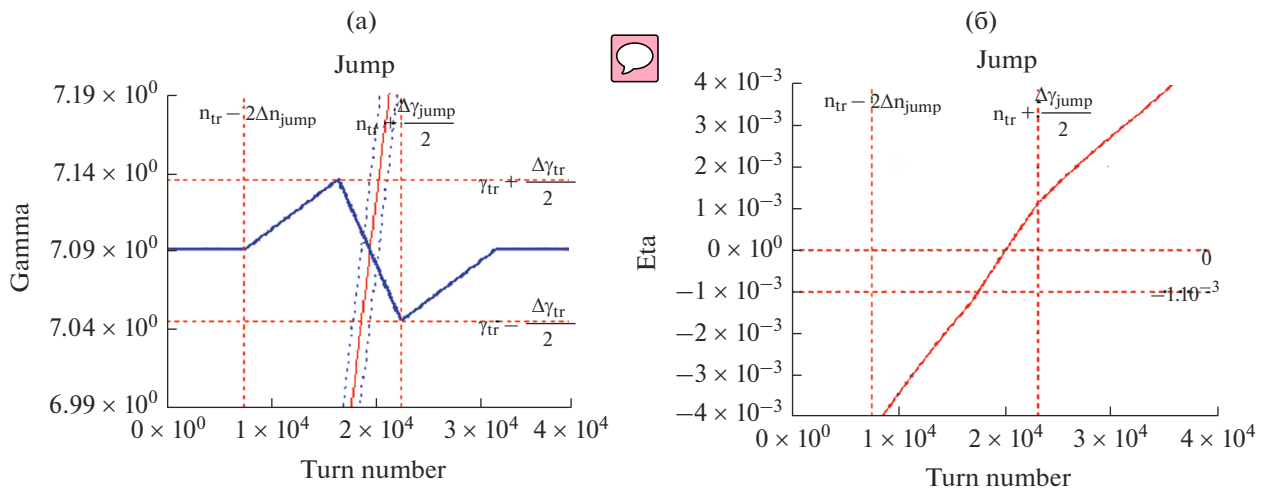
### ГАРМОНИЧЕСКОЕ ВЧ

Ускорение в гармоническом ВЧ-резонаторе достигается путем смещения фазы пучка относительно фазы ВЧ. Темп ускорения в гармоническом ВЧ-2  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$  больше максимального темпа изменения критической энергии

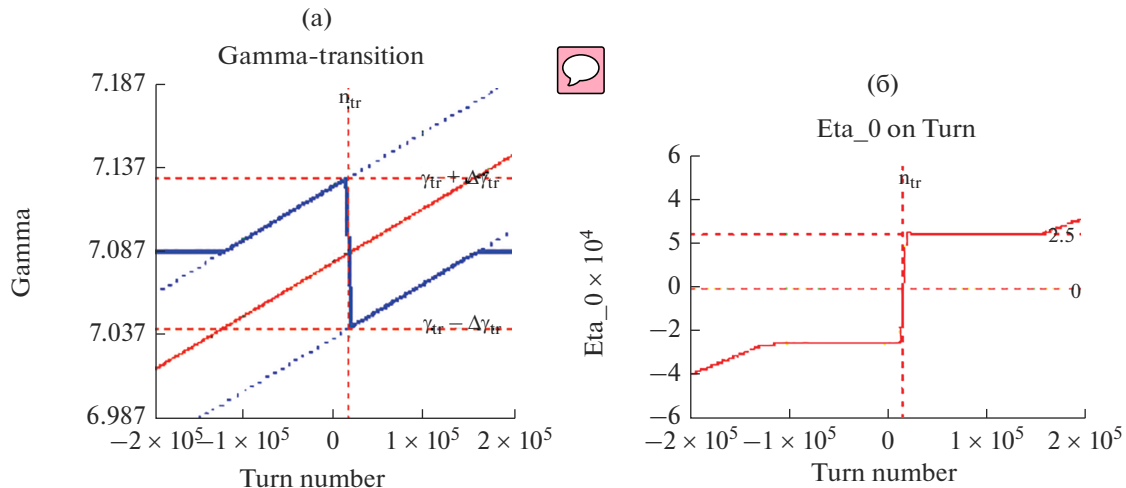
$d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . На рис. 3а показана схема симметричного скачка от  $\gamma_{tr} + \Delta\gamma_{tr}/2$  до  $\gamma_{tr} - \Delta\gamma_{tr}/2$ . При этом предварительное увеличение критической энергии и соответствующее восстановление до стационарного значения может происходить не с максимальным темпом изменения критической энергии, а медленнее. Таким образом, время нахождения вблизи нулевого значения  $\eta$  сокращается. По сравнению со случаем скачка для У-70, коэффициент проскальзывания за время скачка изменяется медленно (рис. 3б). Долгое прибывание вблизи нулевого значения  $\eta$  является опасным для продольной динамики пучка. Именно поэтому и применяется процедура скачка (быстрого пересечения) критической энергии. В данном случае из-за ограниченной величины самого скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ , а также ограниченного темпа изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ , сам скачок оказывается незначительным.

### БАРЬЕРНОЕ ВЧ

Барьерное ВЧ-1 генерирует барьерные импульсы 5 кВ для удержания пучка, ускорение достигается индукционно, меандром с напряжением 300 В [8]. Темп ускорения  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ с}^{-1}$  значительно ниже по сравнению с гармоническим (рис. 4а). Скачок происходит за тоже время (10 мс), что и для случая гармонического ВЧ. Продольная динамика в таком ВЧ отличается от случая гармонического. При этом достигает малого значения  $\eta_0 = -2.5 \cdot 10^{-4}$  и удерживается вблизи малого значения, в этом случае нелинейность  $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ ,



**Рис. 3.** (а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ c}^{-1}$  при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  с темпом  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ ; (б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0 = \pm 1 \cdot 10^{-3}$ .



**Рис. 4.** (а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в барьерном ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 0.2 \text{ c}^{-1}$  при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  с темпом  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ ; (б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0 = \pm 2.5 \cdot 10^{-4}$ .

сказывается на частицах с большим  $\delta$ . Однако, для барьерного ВЧ это не опасно, так как нет дополнительного возбуждения, которое может вытолкнуть частицы вне сепаратрисы и может только исказить распределение между барьерами. Профиль пучка имеет ненулевой градиент только по краям, где частицы отражаются от барьера. После поднятия критической энергии происходит скачок критической энергии за 10 мс в отсутствие барьеров. За это время фазовый портрет изменяется

незначительного. А затем, захватывается барьерами с обратной полярностью.

Главным остается то, что ограничены 1) возможная величина скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ ; 2) темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ . Ограничение на величину скачка приводит к ограничению на скачок коэффициента проскальзывания  $\eta_0 = \pm 2.5 \times 10^{-4}$ . Барьерное ВЧ подразумевает от-

носительно долгое удержание пучка в окрестности около нулевого значения  $\eta_0$  (рис. 4б).

### ПРОДОЛЬНАЯ МИКРОВОЛНОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Ограничение на порог микроволновой неустойчивости зависит от многих параметров и для равномерного распределения, характерного именно барьерному ВЧ определяется критерием Кейл–Шнель. В модифицированном виде этот критерий приведен в [9].

$$K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_{||}/n) I Z_i} \gamma \beta^2 |\eta| \sigma_p^2 \geq 1. \quad (3)$$

Ток  $I = \frac{e \beta c N_p Z_i}{L_B}$ , тут  $L_B$  – длина пучка или для барьерного ВЧ это эквивалентно расстоянию между удерживающими барьерами (приближено, без учета краевых эффектов). Отсюда видно, что возникает ограничение на количество частиц  $N_p$  ( $A, Z = 1$  для протонов)

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{||}/n) e c} |\eta| \gamma \beta \sigma_p^2 L_B, \quad (4)$$

или, если учесть, что нормализованный эмиттанс для барьерного ВЧ  $\varepsilon_{tr} = \gamma_{tr} \beta_{tr} \sqrt{\pi} \sigma_p L_B$  ( $\sqrt{\pi}$  так как распределение по импульсам имеет гауссов вид, а продольный размер – равномерный), то справедливо для барьерного ВЧ

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(Z_{||}/n) e c} |\eta| \frac{\varepsilon_{tr}^2}{\pi \gamma \beta L_B}.$$

Таким образом при нахождении вблизи малого значения  $|\eta|$  количество частиц, ограничено длиной сгустка в барьерном ВЧ. При этом нормализованный эмиттанс определяется из необходимости иметь достаточную светимость  $\varepsilon_{tr} = \varepsilon_{bb}^{fin} = \varepsilon_{sin}^{exp} / D_{gym} = 0.7 \text{ м}$ . А длина сгустка может быть варьирована движением барьеров.

Требуемое количество частиц для достижения светимости порядка  $2 \cdot 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1} - N_{exp} = 1 \cdot 10^{12}$  для конечного сгустка, таким образом требуемое количество частиц в барьерном ВЧ как минимум должно быть  $2.2 \cdot 10^{13}$ . Для упомянутого скачка, энергия  $E_0 = E_{tr} = 5.7 \text{ ГэВ}$ ,  $\gamma_{tr} = 7.08$ ,  $\beta = 0.99$  вблизи  $|\eta_0| = 2.5 \cdot 10^{-4}$  для расчетов принято  $Z_{||}/n = 20 \text{ Ом}$ ,  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 5.4$

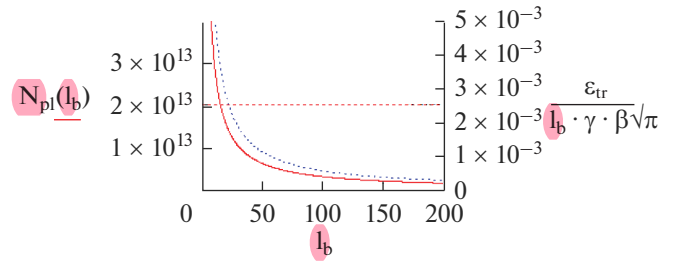


Рис. 5. Зависимость количества частиц в барьерном ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости.

$$N_p \leq 1 \times 5.4 \frac{5.7 \cdot 10^9 \text{ эВ}}{20 \text{ Ом} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \times \left| 2.5 \cdot 10^{-4} \right| \frac{(0.7 \text{ м})^2}{7.08 \pi L_B}.$$

Эта зависимость представлена на рис. 5. Таким образом ограничение для длины пучка  $L_B = C_{ring}/2$  ограничение на количество частиц  $N_p \leq 1.2 \cdot 10^{12}$ , для  $L_B = C_{ring}/10$ ,  $N_p \leq 6 \cdot 10^{12}$ .

Исходя из этих оценок, достичь конечного числа частиц  $N_{exp} = 1 \cdot 10^{12}$  для каждого из 22 сгустков, представляется трудной задачей, вследствие возникновения продольной микроволновой неустойчивости вблизи критической энергии для интенсивного равномерного сгустка в барьерном ВЧ.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В первую очередь коллайдерные эксперименты предъявляют требования к светимости. Которые дают ограничения, помимо прочего, и на продольный фазовый размер конечного сгустка. При ускорении, необходимо как преодолеть критическую энергию, так и разделить пучок на 22 сгустка при помощи ВЧ гимнастики, при этом не раздуть фазовый объем.

Рассмотрена возможная схема скачка критической энергии для NICA. Характерные величинами являются, величина скачка  $\Delta \gamma_{tr} = 0.09$  и темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . Для гармонического ВЧ предложенный скачок оказывает малое влияние на продольную динамику в силу малости скачка и его низкого темпа по сравнению с темпом ускорения. Для барьерного ВЧ, ограничение на величину скачка дает пороговое значение количества частиц в равномерном сгустке, вследствие микроволновой неустойчивости. И не позволяет достигнуть количества ча-



стиц  $1 \cdot 10^{12}$  в конечном сгустке для достижения максимальной светимости.

### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы подтверждают, что у них нет конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Мешков И.Н. // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2019. Т. 50 (6). С. 776–811.
2. MADX, <https://mad.web.cern.ch/mad/>
3. Lebedev V. OptiM code. Private communication. [www.bdnw.fnal.gov/pbar/organizationalchart/lebedev/OptiM/optim.htm](http://www.bdnw.fnal.gov/pbar/organizationalchart/lebedev/OptiM/optim.htm)
4. Syresin E.M. et al. // Phys. Part. Nucl. 2021. V. 52. P. 997–1017. <https://doi.org/10.1134/S1063779621050051>
5. Пашков П.Т. Основы теории протонного синхротрона: учеб. пособие для студентов МГУ. 1999. Протвино: ИФВЭ.
6. Черный С.А. // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1991. Т. 22 (5). С. 1067.
7. *To be published*: Колокольчиков С. и др., Прохождение критической энергии в гармоническом ВЧ протонного синхротрона У-70, Ядерная физика и инжиниринг, 2024.
8. Tribendis A. et al. // Proc. IPAC2021. Campinas, Brazil. <https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2021-MOPAB365>
9. Колокольчиков С.Д. и др. // Письма в ЭЧАЯ. 2024. Т. 21 (3). С. 549–556.
10. Зенкевич П.Р. Исследование устойчивости интенсивных протонных пучков, в коллайдере NICA. Отчет. 2019.

## Transition Energy Crossing in NICA Collider of Polarized Proton Beam in Harmonic and Barrier RF

S. D. Kolokolchikov<sup>1, 2, \*</sup>, A. E. Aksentyev<sup>1, 2, 3</sup>, A. A. Melnikov<sup>1, 2, 4</sup>, and Yu. V. Senichev<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>*Institute for nuclear research RAS, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia*

<sup>3</sup>*Moscow Engineering Physics Institute, Moscow, Russia*

<sup>4</sup>*Landau Institute for Theoretical Physics, Chernogolovka, Russia*

\*e-mail: [sergey.bell13@gmail.com](mailto:sergey.bell13@gmail.com)

The paper considers the use of the transition energy jump to ensure the stability of the beam in the NICA collider. The features of barrier and harmonic accelerating RF stations and their influence on the dynamics of the particles longitudinal motion are described. The study of these features is intended to expand the understanding of the transition energy crossing process.

**Keywords:** transition energy, barrier bucket RF, harmonic radiofrequency (RF) resonator