

Longitudinal dynamic in NICA Barrier Bucket RF system at transition energy including impedances in BLonD

Продольная динамика NICA в ВЧ барьерного типа при критической энергии, включая импедансы в BLonD

S. Kolokolchikov^{a,b,1}, *Yu. Senichev*^{a,b}, *A. Aksentev*^{a,b,c}
A. Melnikov^{a,b,d}, *V. Ladygin*^e, *E. Syresin*^e
С. Колокольчиков^{a,b,2}, *Ю. Сеничев*^{a,b}, *А. Аксентьев*^{a,b,c}
А. Мельников^{a,b,d}, *В. Ладыгин*^e, *Е. Сыресин*^e

^a Institute for Nuclear Research RAS, Moscow

^a Институт ядерных исследований РАН, Москва

^b Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny

^b Московский физико-технического института (НИУ), Долгопрудный

^c Moscow Engineering Physics Institute, Moscow

^c Московский инженерно-физический институт (НИУ), Москва

^d Landau Institute for Theoretical Physics, Chernogolovka

^d Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау, Черноголовка

^e The Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

^e Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В статье исследуется влияние импедансов пространственного заряда, а также ВЧ на продольную динамику во время процедуры преодоления критической энергии скачком. Отличительной особенностью является использование ВЧ барьерного типа, в результате чего достигается специфическое распределение пучка в фазовом пространстве, отличное от классического, формируемого гармоническим ВЧ.

The paper investigates the influence of space charge impedances, as well as RF resonators, on longitudinal dynamics during the procedure of transition energy crossing with a jump. A distinctive feature is the use of Barrier Bucket RF, as a result a specific distribution of the beam in the phase space, different from the classical one formed by harmonic RF.

PACS: 29.20.D–; 29.27.-a

¹E-mail: sergey.bell13@gmail.com

²E-mail: sergey.bell13@gmail.com

Критическая энергия

При рассмотрении продольного движения вводится понятие коэффициента расширения орбиты (momentum compaction factor) [1]:

$$\alpha_c = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{d\delta} = \alpha_0 + 2\alpha_1\delta + 3\alpha_2\delta^2 + \dots \equiv \frac{1}{\gamma_T^2} \quad (1)$$

и коэффициента скольжения (slip-factor):

$$\eta(\delta) = -\frac{1}{\omega_0} \frac{\Delta\omega}{\delta} = -(\eta_0 + \eta_1\delta + \eta_2\delta^2 + \dots), \quad (2)$$

где δ – разброс по импульсам, R_0, R – усреднённый радиус референсной и отклонённой на δ частиц, ω, ω_0 – соответствующие частоты, α_n, η_n – n -ые члены разложения, γ_{tr} – критическая энергия. Коэффициенты могут быть связаны соотношениями $\eta = \eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma_0^2}$, $\eta_1 = \alpha_1 - \frac{\eta_0}{\gamma_0^2} + \frac{3}{2} \frac{\beta^2}{\gamma^2}$. Как видно при определённой энергии референсной частицы – критической $\gamma = \gamma_{tr}$, коэффициент скольжения принимает нулевое значение $\eta = \eta_0 = 0$.

Скачок критической энергии

Процедура скачка критической энергии применяется для преодоления критической энергии. Таким образом, удается сохранить устойчивое движение пучка в фазовом пространстве. Данный метод применялся на многих установках и описан в работах [2], [3].

Необходимость скачка можно понять, рассмотрев зависимость от $\eta(\delta) = \eta_0 + \eta_1\delta + \dots$, уравнений продольного движения, которые описывают эволюцию частиц в фазовом пространстве [4]:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} &= \eta(\delta) \cdot \frac{h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0} \\ \frac{d(\Delta E)}{dt} &= \frac{V(\tau)}{T_0} \end{aligned} \quad (3)$$

При ускорении, значение коэффициента скольжения η приближается к нулю для всех частиц, однако из-за ненулевого разброса по импульсам δ , слагаемое $\eta_1\delta$ начинает быть сравнимо с η_0 и играет важную роль на динамику вблизи критической энергии. Если не предпринимать никаких мер, то для частиц, преодолевших критическую энергию, знак коэффициента скольжения меняется. Исходя из Уравнений 3, видно, что движение в фазовой плоскости становится не устойчивым ведёт к потере пучка. Процедура скачка позволяет, во-первых, в течение поднятия критической энергии, удерживать пучок на расстоянии, достаточном, чтобы все частицы имели один и тот же знак коэффициента скольжения. Во-вторых, обеспечить быстрый переход к новому состоянию, где коэффициент скольжения меняет знак, но для всех частиц снова имеет

одинаковый знак. Стабильность обеспечивается сменой полярности удерживающих ВЧ-барьеров.

Для коэффициента расширения орбиты может быть получено выражение [5]:

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (4)$$

где $D(s)$ – дисперсионная функция, $1/\rho(s)$ – кривизна орбиты. Для стационарной машины, возможно вариация дисперсионной функции для изменения значения α , а соответственно и η . Например, для NICA, рассматривается возможность создания дополнительного градиента в квадрупольных линзах. Расчёты показывают, что возможно изменение критической энергии γ_{tr} со скоростью $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ c}^{-1}$ [6].

Можно выделить пять основных состояний продольной динамики, основанных на изменении критической энергии γ_{tr} (Рисунок 1):

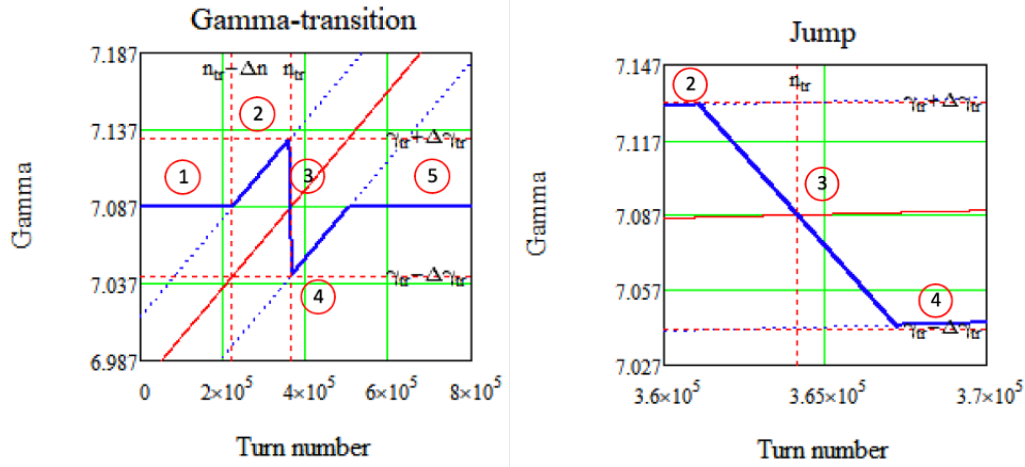


Fig. 1. Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя γ_{tr} , красная линия – энергия референсной частицы.

1. Ускорение от энергии инжекции E_{inj} со стационарным значением γ_{tr}^{stat} ;
2. Плавное увеличение γ_{tr} параллельно энергии частиц до пикового значения, коэффициент скольжения η_0 приобретает минимально возможное значение, приближаясь к нулевому значению;
3. Переход через стационарное значение критической энергии, при этом η_0 пересекает нулевое значение для всех частиц;
4. Плавное восстановление γ_{tr} до стационарного значения, также параллельно энергии частиц;

5. Ускорение до энергии эксперимента со стационарным значением критической энергии γ_{tr}^{stat} .

Состояния 2-3-4 определяют процедуру преодоления γ_{tr} скачком. Изменение магнитооптики приводит к зависимости γ_{tr} , соответствующего смещения рабочей точки $\nu_{x,y}$ (Рисунок 2), а также высших порядков коэффициента расширения орбиты α_1, α_2 (Рисунок 3).

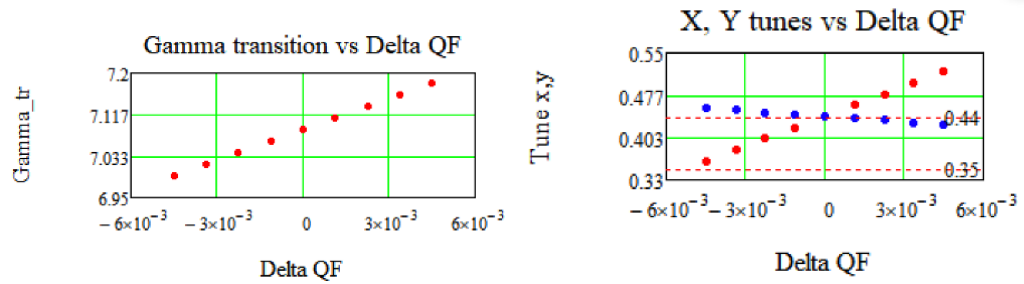


Fig. 2. Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз.

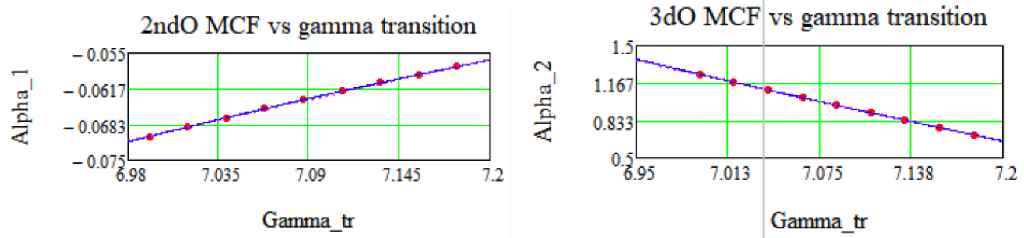


Fig. 3. Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии.

ВЧ барьерного типа

Для прохождения критической энергии, возможно использование ВЧ барьерного типа (Barrier Bucker RF) [7], [8]. (Рисунок 4)

$$g(\phi) = \begin{cases} -\text{sign}(\eta), & -\pi/h_r \leq \phi \leq 0 \\ \text{sign}(\eta), & 0 < \phi \leq \pi/h_r \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (5)$$

где η – коэффициент скольжения (slip-factor), $h_r = \frac{\pi}{\phi_r}$ – гармоническое число для отражающего барьера и ϕ_r – соответствующая фаза. В Уравнении 5 учтено, что при прохождении через критическую энергию, знак η меняется и, соответственно, полярность ВЧ барьеров. Для ускорения может быть также приложено дополнительное напряжение в виде меандра с напряжением $V_{acc} = 300$ eV.

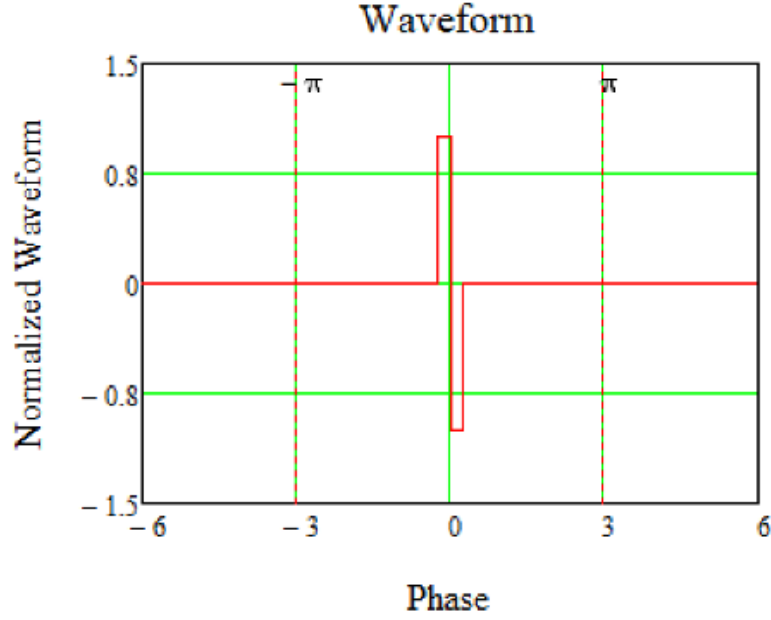


Fig. 4. Нормализованная форма сигнала от ВЧ барьера.

Коэффициенты Фурье-разложения для приведенного прямоугольного сигнала даются выражением [9]:

$$b_n = \text{sign}(\eta) \frac{2}{n\pi} \left[1 - \cos\left(\frac{n}{h_r}\pi\right) \right], \quad (6)$$

где n – номер гармоники. Для создания плавной формы сигнала, используется сигма-модуляция, сохраняющая симметрию сигнала:

$$\sigma_{m,n} = \text{sinc}^m \frac{n\pi}{2(N+1)}, \quad (7)$$

где N – количество членов гармонического разложения. Таким образом, напряжение n -ой гармоники:

$$V_n = V^{peak} b_n \sigma_{m,n}. \quad (8)$$

На Рисунках 5 представлены полученные формы сигнала и соответствующие напряжения для гармоник.

В зависимости от относительного смещения от референсной, частицы попадают под влияния ВЧ барьера – в области отражения и испытывают толчок энергии:

$$E'_i = \Delta E_i + \sum_{j=1}^N V_j \sin(\omega_j \Delta t_i + \phi_j) \quad (9)$$

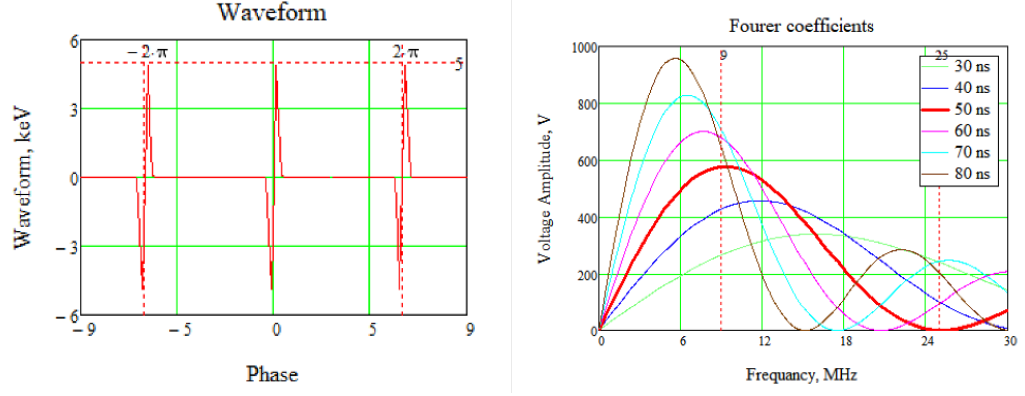


Fig. 5. Разложение сигнала от ВЧ барьерного типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева – форма ВЧ барьеров, справа – амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера.

Учёт влияния импедансов

Для учета влияния электромагнитного взаимодействия пучка с окружением вводится понятие импеданса. На продольную динамику основное влияние оказывает импеданс пространственного заряда [10] (Рисунок 6)

$$\frac{Z_{SC}}{n} = -\frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left[1 + 2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right] \quad (10)$$

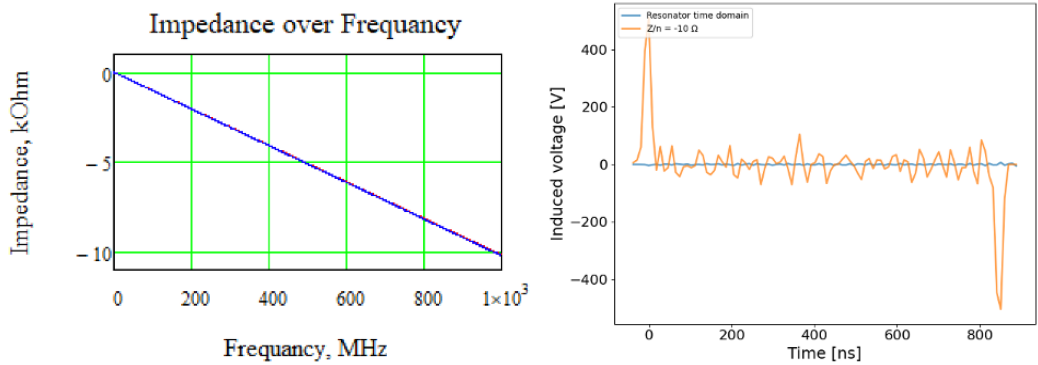


Fig. 6. Слева – импеданс пространственного заряда; справа – Напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости.

Для наглядности, приведём напряжение, индуцированное пространственным зарядом, $V_{s.c.}(\phi)$. Уравнение определяется производной от функции распределения $f(\phi)$ в пространстве [11]:

$$V_{s.c.}(\phi) = \frac{Z^2 h^2 g_0 Z_0 c e}{2 R_0 \gamma^2} \cdot \frac{\partial (N_0 f(\phi))}{\partial \phi}. \quad (11)$$

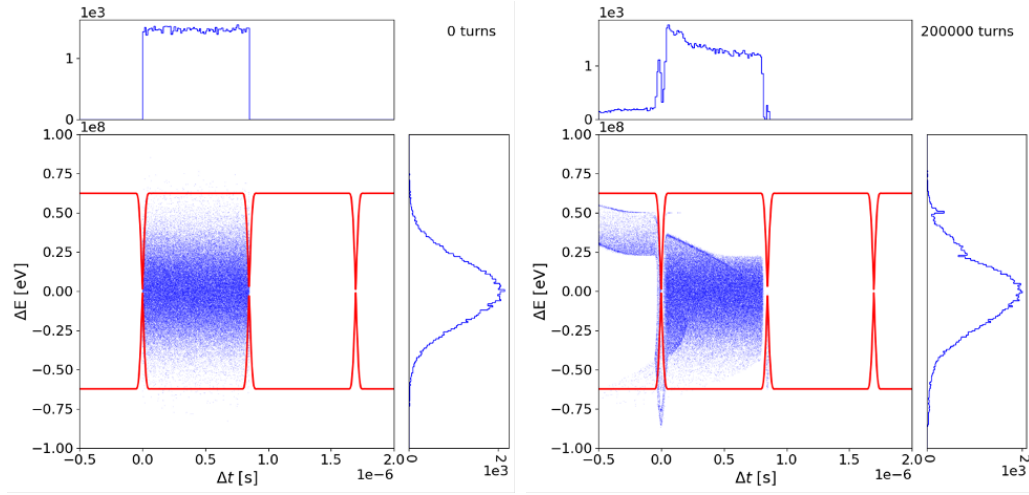


Fig. 7. Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева – начальное распределение, справа – распределение после 2×10^5 .

Для ВЧ барьерного типа, как будет видно далее из Рисунков 7, 8, распределение внутри сепаратрисы равномерное непосредственно вне отражающего барьера. Таким образом, производная слабо отличается от нуля. Значительное напряжение может быть создано только на краях сепаратрисы, где наблюдается изменение градиента в профиле пучка.

Моделирование

Наиболее опасными с точки зрения разрушения пучка, являются состояния 2-3-4, при которых изменяются параметры ускорителя. С точки зрения динамики, состояния 2 и 4 являются симметричными.

Профиль пучка в продольной плоскости равномерный, а энергетический разброс гауссов. Состояние 2 и 4 характерны тем, что коэффициент скольжения для равновесной частицы остается неизменными, а критическая энергия меняется синхронно с энергией пучка в течение порядка 2×10^5 оборотов. Таким образом, удержание пучка при стационарном значении критической энергии эквивалентно ускоренному движению пучка в структуре с меняющимися параметрами. Как видно на Рисунках 8 профиль пучка смещается к левому барьеру, это связано с тем, что для частиц с положительными $\delta > 0$ коэффициент скольжения $\eta_{+\delta}$ больше, чем для частиц с отрицательным $\delta < 0$ $\eta_{-\delta}$: $\eta_{+\delta} > \eta_{-\delta}$. Это видно из Уравнения 2 и того факта, что $\eta_1 < 0$.

Состояние 3 – быстрое изменение параметров в течение 6×10^3 оборотов (10 ms). ВЧ-барьеры выключены на время скачка, чтобы не разрушить пучок. Влияние пространственного заряда наиболее важно в отсутствие барьеров, так как отсутствует внешняя удерживающая сила. Трекинг сделан с учетом описанного выше импеданса пространственного заряда.

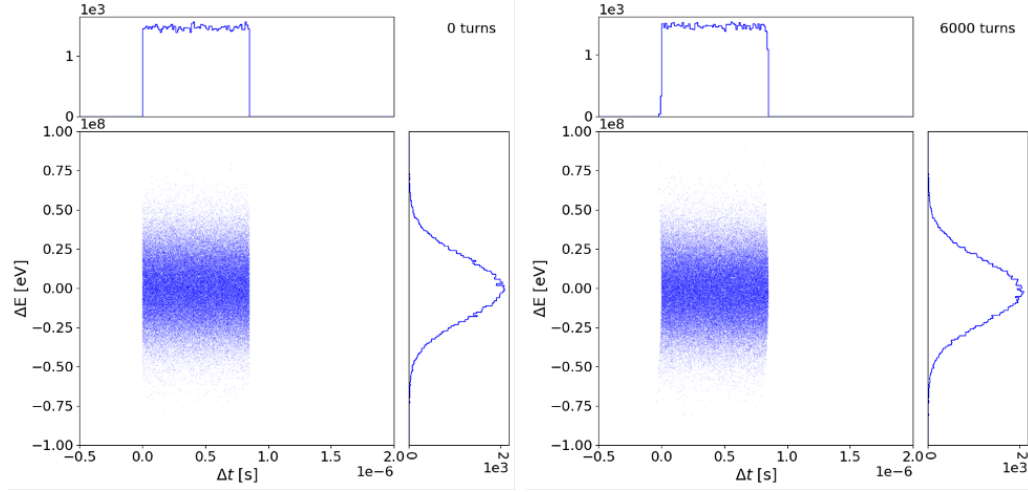


Fig. 8. Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева – начальное распределение, справа – распределение после 6×10^3 оборотов.

За время скачка существенного изменения профиля пучка не произошло. Моделирование выполнено в среде BLoND [12], [13].

Заключение

Изучена динамика продольного движения вблизи критической энергии в ВЧ барьерного типа, с учётом импеданса пространственного заряда. Процедура скачкообразного изменения параметров ускорителя является доступным вариантом преодоления критической энергии в барьерном ВЧ.

Благодарность

Это исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда №22-42-04419. <https://rscf.ru/en/project/22-42-04419/>

REFERENCES

1. *S Y Lee* Accelerator Physics 3rd Edition // <https://doi.org/10.1142/8335> — 1998.
2. *T. Risselada* Gamma Transition Jump Schemes. — CAS, 1994.
3. *R. Ainsworth et al.* Transition Crossing in the Main Injector For PIP-II. — FERMILAB-CONF-17-143-AD.
4. *Yu. V. Senichev, A. N. Chechenin* Beam Cooling at COSY and HESR — ISBN 978-3-95806-127-9.

5. *Yu. V. Senichev, A. N. Chechenin* Theory of “Resonant” Lattices for Synchrotrons with Negative Momentum Compaction Factor — JETP — Vol. 105, No. 5, pp. 988–997 — 2007
6. *Syresin E.M at al.* Formation of Polarized Proton Beams in the NICA Collider-Accelerator Complex — Physics of Particles and Nuclei — vol. 52, p. 997–1017 (2021) — DOI: 10.1134/S1063779621050051
7. *A. Tribendis at al.* Constraction and first test results of the barrier and harmonic RF systems for the NICA collider — IPAC2021, Campinas, SP, Brazil — doi:10.18429/JACoW-IPAC2021-MOPAB365
8. *A.M. Malyshev at al.* Barrier station RF1 of the NICA collider. Design features and influence on beam dynamics — RuPAC2021, Alushta, Russia — doi:10.18429/JACoW-RuPAC2021-WEpsc15
9. *Mihaly Vadai* Beam Loss Reduction by Barrier Buckets in the CERN Accelerator Complex — CERN, Geneva — 2021
10. *Laclare, J L (ESRF, Grenoble)* Coasting beam longitudinal coherent instabilities — CAS - CERN Accelerator School: 5th General Accelerator Physics Course — pp. 349-384 — DOI: 10.5170/CERN-1994-001.349
11. *J. Wei, S. Y. Lee* Space Charge Effect at Transition Energy and the Transfer of R.F. System at Top Energy — BNL-41667
12. *P. F. Derwent* Implementation of BLoND for Booster Simulations — Beams doc 8690 — 2020
13. *BLoND* <https://blond.web.cern.ch/>