|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
| Федеральное государственное бюджетное  образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» | | |
|  | | |
| Кафедра теоретической и прикладной информатики | | |
| Лабораторная работа № 2 | | |
| по дисциплине «Методы принятия оптимальных решений» | | |
| **Решение прикладных задач методами линейного, квадратичного и нелинейного программирования** | | |
|  | | |
|  | Бригада 7 | Побединский Сергей |
| Группа ПМ-84 | фадейкин леонид |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Преподаватель | Лемешко борис юрьевич |
|  |  |
| Новосибирск, 2021 | | |

**Вариант 4**

1. **Цель работы**

Исследование многокритериальных задач линейного и нелинейного программирования при различных компромиссных критериях.

1. **Задание**

Полуфабрикаты поступают на предприятие в виде листов фанеры. Всего имеется две партии материала, причем первая партия содержит 400 листов, а вторая – 250 листов. Из поступающих листов фанеры необходимо изготовить комплекты двух видов. Комплект первого вида включает 4 детали 1-го типа, 3 детали 2-го типа и 2 детали 3-го типа. Комплект второго вида включает 2 детали 1-го типа, 4 детали 2-го типа и 3 детали 3-го типа. Лист фанеры каждой партии может раскраиваться различными способами.

Количество деталей каждого типа, которое получается при раскрое одного листа соответствующей партии по тому или иному способу раскроя, представлено в таблице.

Стоимость одного листа первой партии составляет 1000 руб., а стоимость одного листа второй партии – 1200 руб. Цена комплекта первого вида составляет 150 руб., цена комплекта второго вида – 200 руб.  
  
Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Детали | Способ раскроя (1 п) | | | Детали | Способ раскроя (2 п) | |
|  | 1 | 2 | 3 |  | 1 | 2 |
| 1 | 0 | 6 | 9 | 1 | 6 | 5 |
| 2 | 4 | 3 | 4 | 2 | 5 | 4 |
| 3 | 10 | 16 | 0 | 3 | 8 | 0 |

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация прибыли от продажи всех комплектов деталей.

Критерий 2. Максимизация количества комплектов первого вида.

Критерий 3. Максимизация количества комплектов второго вида.

1. **Математическая модель**

Для формирования модели введем обозначения:

– номер партии материала (материал может быть из 1ой или из 2ой партии )

– общее количество партий (всего 2 партии )

– вид детали (деталь 1ого вида, или 2ого вида, или 3его вида )

– номер способа раскроя (способов раскроя 3 )

– общее число способов раскроя для партии (для первой партии 3 способа раскроя, для второй – 2 )

– число деталей -го вида, получаемых из s-ой партии по j-ому способу (например, для изготовления детали 3 вида из 1ой партии 2 способом раскроя )

– число деталей -го вида, необходимых для единицы комплекта (для полного комплекта необходимо 4 детали 1ого вида и 3 детали 2ого вида и 2 детали 3его вида )

– искомое количество единиц материала s-ой партии, раскраиваемых согласно j-ому способу

*–* количество листов в s-ой партии

При раскрое всех партий будет получено деталей для -го вида:

Их достаточно для комплектов

Поскольку число комплектов минимизируется теми деталями, которые позволяют составить наименьшее число комплектов, то число полных комплектов равно:

Задача состоит в максимизации числа комплектов

При условии выполнения плана раскроя деталей:

А также неотрицательности компонент

Если через z = обозначить число комплектов, то сформированная модель сводится к следующей задаче линейного программирования:

1. **Постановка задачи**

Выберем целевую функцию:

Из этих трех функции пусть минимальной будет , тогда запишем условие минимума так, что две остальные функции будут больше чем z.

Упростим:

Найдем двойственную форму:

Тогда:

– количество отходов при раскрое -ой партии,

Формулировка двойственной задачи:

Требуется раскроить материал так, чтобы обеспечить изготовление с наименьшими отходами.

1. **Решение**

Решим прямую и двойственную задачи с помощью симплекс-метода

Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных v6=x6 и v7=x7 (переход к канонической форме).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=x1 | v2=x2 | v3=x3 | v4=x4 | v5=x5 | v6=x6 | v7=x7 | W= 1 |
| u1 y1= | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 400.0 |
| u2 y2= | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 | 0.0 | 250.0 |
| u3 y3= | 16.0 | -6.0 | -11.0 | 2.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 | 0.0 |
| u4 y4= | -22.0 | -42.0 | 8.0 | -14.0 | 8.0 | 0.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1 Qx | -1.33 | -1.00 | -1.33 | -1.67 | -1.33 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно. Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем четвертый столбец v4=x4

Вычислим значения по строкам.

Получаем результат для каждой строки:

|  |
| --- |
| - |
| 250.00 |
| 0.00 |
| - |

Подходящее значение находится на третьей строке, тогда разрешающий элемент .

Формируем следующую часть симплексной таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=x1 | v2=x2 | v3=x3 | u3 y3= | v5=x5 | v6=x6 | v7=x7 | W= 1 |
| u1 y1= | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 400.00 |
| u2 y2= | -8.00 | 3.00 | 5.50 | -0.50 | 0.50 | -0.50 | 0.00 | 250.00 |
| v4=x4 | 8.00 | -3.00 | -5.50 | 0.50 | 0.50 | 0.50 | 0.00 | 0.00 |
| u4 y4= | 90.00 | -84.00 | -69.00 | 7.00 | 15.00 | 7.00 | 1.00 | 0.00 |
| 1 Qx | 12.00 | -6.00 | -10.50 | 0.83 | -0.50 | 0.83 | 0.00 | 0.00 |

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно. Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем третий столбец v3=x3.

Вычислим значения по строкам.

Получаем результат для каждой строки:

|  |
| --- |
| 400.00 |
| 45.45 |
| - |
| - |

Подходящее значение находится на второй строке, тогда разрешающий элемент

Формируем следующую часть симплексной таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=x1 | v2=x2 | u2 y2= | u3 y3= | v5=x5 | v6=x6 | v7=x7 | W= 1 |
| u1 y1= | 2.45 | 0.45 | -0.18 | 0.09 | -0.09 | 0.09 | 0.00 | 354.55 |
| v3=x3 | -1.45 | 0.55 | 0.18 | -0.09 | 0.09 | -0.09 | 0.00 | 45.45 |
| v4=x4 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 250.00 |
| u4 y4= | -10.36 | -46.36 | 12.55 | 0.73 | 21.27 | 0.73 | 1.00 | 3136.36 |
| 1 Qx | -3.27 | -0.27 | 1.91 | -0.12 | 0.45 | -0.12 | 0.00 | 477.27 |

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно. Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем первый столбец v1=x1.

Вычислим значения по строкам.

Получаем результат для каждой строки:

|  |
| --- |
| 144.44 |
| - |
| - |
| - |

Подходящее значение находится на первой строке, тогда разрешающий элемент

Формируем следующую часть симплексной таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | u1 y1= | v2=x2 | u2 y2= | u3 y3= | v5=x5 | v6=x6 | v7=x7 | W= 1 |
| v1=x1 | 0.41 | 0.19 | -0.07 | 0.04 | -0.04 | 0.04 | 0.00 | 144.44 |
| v3=x3 | 0.59 | 0.81 | 0.07 | -0.04 | 0.04 | -0.04 | 0.00 | 255.56 |
| v4=x4 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 250.00 |
| u4 y4= | 4.22 | -44.44 | 11.78 | 1.11 | 20.89 | 1.11 | 1.00 | 4633.33 |
| 1 Qx | 1.33 | 0.33 | 1.67 | 0.00 | 0.33 | 0.00 | 0.00 | 950.00 |

Выпишем значения найденных переменных:

|  |  |
| --- | --- |
| x1= | 144.44 |
| x2= | 0.00 |
| x3= | 255.56 |
| x4= | 250.00 |
| x5= | 0.00 |

|  |  |
| --- | --- |
| u1= | 1.33 |
| u2= | 1.67 |
| u3= | 0.00 |
| u4= | 0.00 |

Проверим корректность полученных данных путём проверки условий ограничений

Для прямой задачи:

Для прямой задачи все условия выполняются. Убедимся в том же для двойственной задачи:

Для двойственной задачи все условия ограничений также выполняются. Значит задача решена верно.

Убедимся, что план составлен оптимально. Для этого немного изменим полученные данные. Так как листы на раскрой идут целыми, возьмём ближайшие целые значения для полученных параметров.

**Наблюдение 1.**

Округлим значения переменных x1 и x3 до целых:

|  |  |
| --- | --- |
| x1= | 144.00 |
| x2= | 0.00 |
| x3= | 256.00 |
| x4= | 250.00 |
| x5= | 0.00 |

Все ограничения соблюдены

**Наблюдение 2.**

Округлим значения переменных x1 и x3 в другую сторону до целых

|  |  |
| --- | --- |
| x1= | 145.00 |
| x2= | 0.00 |
| x3= | 255.00 |
| x4= | 250.00 |
| x5= | 0.00 |

Ограничение нарушено.

**Наблюдение 3.**

Так как при уменьшении x1 и при увеличении x3 ограничения выполняются, проверим их в крайних допустимых точках:

|  |  |
| --- | --- |
| x1= | 0.00 |
| x2= | 0.00 |
| x3= | 400.00 |
| x4= | 250.00 |
| x5= | 0.00 |

Ограничения выполняются и значение целевой функции не изменилось. Значит такой план тоже является оптимальным.

**Наблюдение 4.**

Попробуем увеличить количество листов для раскроя 2ым способом из первой партии:

|  |  |
| --- | --- |
| x1= | 143.00 |
| x2= | 1.00 |
| x3= | 256.00 |
| x4= | 250.00 |
| x5= | 0.00 |

Ограничения выполняются, но значение целевой функции стало меньше. Значит такое решение неоптимальное.

**Наблюдение 5.**

Попробуем увеличить количество листов для раскроя 2ым способом из второй партии:

|  |  |
| --- | --- |
| x1= | 144.00 |
| x2= | 0.00 |
| x3= | 256.00 |
| x4= | 249.00 |
| x5= | 1.00 |

Ограничения выполняются, но значение целевой функции стало меньше. Значит такое решение неоптимальное.

1. **Вывод**

Исходя из наблюдений, можно увидеть, что у задачи есть множество решений. Это означает, что, если использовать геометрическую интерпретацию, то сторона многоугольника допустимой области лежит в плоскости решений. В прикладной задаче это объясняется так: предприятию выгодно не раскраивать листы из первой партии вторым способом, а на раскрой первым способом отправлять не более 144 листов, остальные должны раскраиваться третьим способом. А все листы из второй партии выгодно отправлять только на раскрой 1 способом.

Для двойственной задачи очевидно, что при увеличении какого-нибудь из параметров значение целевой функции увеличивается, а при уменьшении не выполняются ограничения. Значит решение задачи единственно.