

Propuesta de la Comisión de especialistas de Matemáticas II para las PAU de 2023

Con la máxima optatividad posible el formato de la prueba de matemáticas II del año 2023 será el siguiente.

El examen constará de dos preguntas de cada uno de los cuatro bloques:

- Álgebra
- Análisis
- Geometría
- **Probabilidad**

Todas las preguntas tendrán la misma puntuación y el alumnado puede escoger las cuatro preguntas que considere oportunas independiente del bloque al que pertenezcan.

En cuanto a la probabilidad

- Sólo se exigirán probabilidades discretas:
- Propiedades elementales de sucesos y operaciones con sucesos: Unión, Intersección, Suceso Contrario, Diferencia de Sucesos, leyes de De Morgan.
- Definición de Probabilidad, Cálculo de probabilidades, Ley de Laplace.
- Probabilidad Condicionada, Independencia de Sucesos.
- Teorema de Bayes. Teorema de la Probabilidad Total.
- Distribución binomial.
- Los ejercicios de Operaciones con sucesos se podrán resolver tanto de forma analítica usando las propiedades de las operaciones como de forma gráfica, siempre que esté debidamente justificado.
- Se recomienda hacer uso de los diagramas de árbol. Los ejercicios se podrán resolver sin conocimientos de combinatoria.
- En la convocatoria del **año 2023 no** se incluirán ejercicios relativos a la Distribución Binomial.

En cuanto al análisis

- No se exigirán ejercicios que requieran la aplicación de los teoremas de Rolle, valor medio o Cauchy. Sí se puede exigir cálculo de límites usando la regla de L'Hôpital o ejercicios que dependan del teorema de Bolzano.
- No se exigirán integrales cuyo denominador tenga grado tres y dos raíces complejas ni integrales que requieran cambios de variable.

En cuanto a la geometría

- Eliminar los problemas métricos (distancias, áreas y volúmenes) excepto la distancia entre dos puntos y la distancia de un punto a un plano. En consecuencia, no es necesario el producto mixto, pero sí lo son el producto escalar, el producto vectorial y la proyección ortogonal.

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
UNIVERSIDAD

PRUEBAS DE ACCESO A LA

CONVOCATÒRIA: 2023	CONVOCATORIA: 2023
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:

Heu de respondre només a **QUATRE** problemes entre els **VUIT** que es proposen.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 4, i aproximada a les centèsimes. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

El alumnado contestará solo **CUATRO** problemas entre los **OCHO** propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

Problema 1 (10 punts) Sea el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x - y + az = -2 \\ -x + 2y - az = 3 \\ ax + y + z = 2 \end{cases}$$
, donde a es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

- [5 pts.] El estudio del sistema en función del parámetro a .
- [5 pts.] Las soluciones del sistema cuando éste sea compatible.

Problema 2. (10 punts) Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente** (con los cálculos intermedios necesarios, así como con la mención explícita de los teoremas o propiedades utilizados):

- [7 pts.] Las matrices A^{-1} y $B = A^3 - 3A^2 + 5A$.
- [3 pts.] Los valores α y β tales que $\alpha A^2 + \beta A + U = A^{-1}$.

Problema 3 (10 punts) Se dan las funciones polinómicas $f(x) = -x^2 + x + 2$ y $g(x) = x^2 - b$, siendo b un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

- [5 pts.] El valor de b para que uno de los puntos de intersección de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - b$ sea el punto $P = (-1, 0)$. Dibujad un esquema de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.
- [5 pts.] El área de la superficie finita encerrada entre las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

Problema 4. (10 puntos) Una ventana Norman está formada por un rectángulo y un semicírculo. El semicírculo está apoyado sobre el lado horizontal superior del rectángulo, que coincide con el diámetro horizontal del semicírculo.

La base del rectángulo mide x y su altura mide y , por lo que el diámetro del semicírculo mide x .

Obtener **razonadamente**:

- [4 pts.] La expresión $S(x)$ que da el área de una ventana Norman de perímetro 5 metros en función de su anchura x .
- [6 pts.] El valor de x para el que la función $S(x)$ tenga un máximo relativo y el valor de dicha área máxima.

Problema 5 (10 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + 2 = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = z + 2 \end{cases}$, obtener **razonadamente**:

- [5 pts.] La ecuación del plano π paralelo a ambas y que pase por el origen.
- [5 pts.] La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π .

Problema 6. (10 puntos) Dadas la recta r y el plano π , de ecuaciones $r = \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$ y

$\pi = ax + y - z = b$, con a y b parámetros reales, obtener **razonadamente**:

- [4 pts.] Los valores del parámetro a para los que r y π se cortan en un único punto y calcular las coordenadas de dicho punto en función del parámetro a .
- [6 pts.] Los valores de a y b tales que la recta r esté contenida en el plano π y los valores de los parámetros para que la recta r no corte al plano π .

Problema 7 (10 puntos) Una máquina funciona en modo automático el 70% de los días y de modo manual el resto de los días. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo automático es 0.15. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo manual es 0.05. Obtener **razonadamente**:

- [5 pts.] La probabilidad de que no tenga ningún fallo.
- [5 pts.] Si un día tiene un fallo, ¿cuál es la probabilidad de que haya funcionado en modo manual?

Problema 8 (10 puntos) En un bombo tenemos 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9 y cada vez que hacemos una extracción devolvemos la pelota al bombo.

- [5 pts.] Si hacemos 5 extracciones, calculad la probabilidad de que salga el número 7 menos de tres veces.
- [5 pts.] Si hacemos 10 extracciones, calculad la probabilidad de que salga el número 7 al menos dos veces.