MMIN – Taller lógica proposicional

Traducción de la lógica al lenguaje cotidiano

6. Sea $N(x)$ la sentencia «x ha visitado Alemania», donde el dominio de x consiste en todos los estudiantes de tu clase. Expresa cada una de estas cuantificaciones en lenguaje natural:

a) $\exists x\, N(x)$ **b)** $\forall x\, N(x)$ **c)** $\neg\exists x\, N(x)$
d) $\exists x\, \neg N(x)$ **e)** $\neg\forall x\, N(x)$ **f)** $\forall x\, \neg N(x)$

7. Traduce estas sentencias a lenguaje natural, donde $C(x)$ es «x es un cómico» y $F(x)$ es «x es divertido» y el dominio consiste en todas las personas.

a) $\forall x\, (C(x) \rightarrow F(x))$ **b)** $\forall x\, (C(x) \wedge F(x))$
c) $\exists x\, (C(x) \rightarrow F(x))$ **d)** $\exists x\, (C(x) \wedge F(x))$

2. Traduce estas sentencias a lenguaje natural, donde el dominio para todas las variables es el conjunto de los números reales.

a) $\exists x \forall y\, (xy = y)$
b) $\forall x \forall y\, (((x \geq 0) \wedge (y < 0)) \rightarrow (x - y > 0))$
c) $\forall x \forall y \exists z\, (x = y + z)$

3. Sea $Q(x, y)$ la sentencia «x ha enviado un correo electrónico a y», donde el dominio tanto para x como para y consiste en todos los estudiantes de tu clase. Expresa cada una de estas cuantificaciones en lenguaje natural.

a) $\exists x \exists y\, Q(x, y)$ **b)** $\exists x \forall y\, Q(x, y)$
c) $\forall x \exists y\, Q(x, y)$ **d)** $\exists y \forall x\, Q(x, y)$
e) $\forall y \exists x\, Q(x, y)$ **f)** $\forall x \forall y\, Q(x, y)$

Traducción del lenguaje cotidiano a la lógica

10. Sea $C(x)$ la sentencia «x tiene un gato» $D(x)$, «x tiene un perro», y $F(x)$, «x tiene un hámster». Expresa cada una de las siguientes sentencias en términos de $C(x)$, $D(x)$, $F(x)$, cuantificadores y conectivos lógicos. El dominio para los cuantificadores consiste en todos los estudiantes de tu clase.

a) Un estudiante de tu clase tiene un gato, un perro y un hámster.

b) Todos los estudiantes de tu clase tienen un gato, un perro o un hámster.

c) Algún estudiante de tu clase tiene un gato y un hámster, pero no un perro.

d) Ningún estudiante de tu clase tiene un gato, un perro y un hámster.

e) Para cada uno de los tres animales, gatos, perros y hámsteres, hay un estudiante de tu clase que tiene uno de esos animales como mascota.

Traduce al lenguaje de la lógica usando predicados:

a) Alguien de tu clase habla hindú.

b) Todos en tu clase son amigables.

c) Hay una persona en tu clase que no nació en Santiago.

d) Un estudiante de tu clase ha visto una película.

e) Ningún estudiante de tu clase ha cursado una asignatura de programación lógica.

26. Traduce cada una de estas frases a expresiones lógicas usando predicados, cuantificadores y conectivos lógicos.

a) Alguien no está en el lugar correcto.

b) Todas las herramientas están en el lugar correcto y están en excelentes condiciones.

c) Todo está en el lugar correcto y en excelentes condiciones.

d) Nada está en el lugar correcto y en excelentes condiciones.

e) Una de tus herramientas no está en el lugar correcto, pero está en excelentes condiciones.

11. Sea $S(x)$ el predicado «x es un estudiante», $F(x)$ el predicado «x es un profesor» y $A(x, y)$ el predicado «x ha hecho una pregunta a y», donde el dominio consiste en todas las personas de tu facultad. Usa cuantificadores para expresar cada una de las siguientes sentencias.

a) Luis ha hecho una pregunta al profesor Michaels.

b) Todos los estudiantes le han hecho una pregunta al profesor Gross.

c) Todos los profesores bien han hecho una pregunta al profesor Miller o bien han sido preguntados por el profesor Miller.

d) Algún estudiante no ha hecho una pregunta a ninguno de los profesores.

e) Hay un profesor al que ningún estudiante ha hecho nunca una pregunta.

f) Algún estudiante ha hecho una pregunta a cada uno de los profesores.

g) Hay un profesor que ha hecho una pregunta a cada uno de los otros profesores.

h) Algún estudiante no ha sido preguntado nunca por un profesor.

Leyes de De Morgan para cuantificadores (negación)

31. Expresa cada una de estas frases utilizando cuantificadores. Luego forma la negación de las sentencia de tal forma que ninguna negación quede a la izquierda del cuantificador. Más tarde, expresa la negación en lenguaje natural. (No uses simplemente las palabras «No se da el caso de que…»).

a) Algunos perros viejos pueden aprender trucos nuevos.
b) Ningún conejo sabe cálculo.
c) Todos los pájaros pueden volar.
d) No hay perro alguno que pueda hablar.
e) No hay nadie en la clase que hable francés y ruso.

32. Expresa la negación de estas proposiciones utilizando cuantificadores y luego expresa la negación en lenguaje natural.

a) Algunos conductores no cumplen los límites de velocidad.
b) Todas las películas suecas son serias.
c) Nadie puede mantener un secreto.
d) Hay alguien en esta clase que no tiene buena actitud.

Determinar si la fórmula es falsa o verdadera

1. Denotemos por $P(x)$ la sentencia «$x \leq 4$». ¿Cuáles son los valores de verdad siguientes?

a) $P(0)$ **b)** $P(4)$ **c)** $P(6)$

2. Denotemos por $P(x)$ la sentencia «la palabra x contiene la letra a». ¿Cuáles son los valores de verdad siguientes?

a) P(naranja) **b)** P(limón)
c) P(verdadero) **d)** P(falsa)

3. Denotemos por $Q(x, y)$ la sentencia «x es la capital de y». ¿Cuáles son los valores de verdad siguientes?

a) Q(Francia, París)
b) Q(Bolivia, Tegucigalpa)
c) Q(Honduras, La Paz)
d) Q(Colombia, Cartagena)

13. Determina el valor de verdad de cada una de las siguientes sentencias si el dominio consiste en todos los enteros.

a) $\forall n\,(n + 1 > n)$ **b)** $\exists n\,(2n = 3n)$
c) $\exists n\,(n = -n)$ **d)** $\forall n\,(n^2 \geq n)$

14. Determina el valor de verdad de cada una de las siguientes sentencias si el dominio consiste en todos los números reales.

a) $\exists x\,(x^3 = -1)$ **b)** $\exists x\,(x^4 < x^2)$
c) $\forall x\,((-x)^2 = x^2)$ **d)** $\forall x\,(2x > x)$

28. Determina el valor de verdad de cada una de estas sentencias si el dominio de todas las variables es el conjunto de todos los números reales.

a) $\forall x \exists y\,(x^2 = y)$ **b)** $\forall x \exists y\,(x = y^2)$
c) $\exists x \forall y\,(xy = 0)$ **d)** $\exists x \exists y\,(x + y \neq y + x)$
e) $\forall x\,(x \neq 0 \rightarrow \exists y\,(xy = 1))$
f) $\exists x \forall y\,(y \neq 0 \rightarrow xy = 1)$
g) $\forall x \exists y\,(x + y = 1)$
h) $\exists x \exists y\,(x + 2y = 2 \wedge 2x + 4y = 5)$
i) $\forall x \exists y\,(x + y = 2 \wedge 2x - y = 1)$
j) $\forall x \forall y \exists z\,(z = (x + y)/2)$