

1. Seja X uma v.a. discreta com função de probabilidade

x_i	0	2	3	6	Outros x
$f(x_i)=P(X=x_i)$	a	0.3	0.2	b	0

Sabendo que $P(X>2)=0,3$:

- Calcule o valor de a e de b .
 - Determine a função de distribuição da v.a X .
 - Calcule o valor esperado e a variância da v.a X .
 - Calcule o valor esperado e a variância da função $Y=2X-3$.
2. Um equipamento é constituído por 3 componentes A, B e C funcionando de forma independente. Sabe-se que a probabilidade de cada um dos componentes funcionarem, durante o período de teste, é igual a 0.9, 0.7 e 0.6, respetivamente.
- Determine a função de probabilidade da v.a. que representa o número de componentes em funcionamento durante o período de teste.
 - Determine a função de distribuição do número de componentes em funcionamento durante o período de teste.
 - Calcule a probabilidade de mais de um componente funcionar durante o período de teste.
 - Sabendo que pelo menos um componente funciona calcule a probabilidade de funcionarem menos de 3.
 - Calcule a probabilidade do número de componentes em funcionamento durante o período de teste exceder a média em mais de 1 desvio padrão.
 - Vão ser testados dois equipamentos. Calcule a probabilidade de ambos terem todos os componentes a funcionar.

3. O número diário de encomendas é uma v.a. X com a seguinte função de distribuição de probabilidade:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , & x < 0 \\ 0.4 & , & 0 \leq x < 1 \\ 0.7 & , & 1 \leq x < 2 \\ 0.95 & , & 2 \leq x < 3 \\ 1 & , & x \geq 3 \end{cases}$$

Calcule:

- a) $P(X \leq 2)$ b) $P(X > 1)$ c) $P(0 < X \leq 2)$ d) $P(X = 1)$ e) $P(X < \mu)$

4. Lançam-se dois dados. Representando por X a v.a. que representa a soma dos pontos dos dados.

a) Defina o quadro de distribuição de probabilidade da v.a X

b) Defina a função de distribuição da v.a. X

c) Calcule $P(3 < X < 7)$

d) Calcule o valor esperado da v.a X .

5. Um jogo tem início com o lançamento de 2 dados. Se a soma dos pontos obtidos for 7, lança-se uma moeda. Se sair cara ganha-se 3 €. Caso contrário perde-se 1 euro. Se a soma for 6 ou 8, lançam-se 2 moedas. Por cada cara ganha-se 1.5 € e por cada coroa perde-se 0.5 €. Em todos os outros casos, ganha-se 0.5 € se a soma for par e perde-se 0.5 € se a soma for ímpar.

a) Seja X a variável aleatória que representa o ganho obtido no final de um jogo. Calcule o valor esperado e a variância de X .

b) Calcule a probabilidade de num jogo se ganhar 3 euros, sabendo que saiu soma par.

6. Retira-se de uma caixa que contém 4000 condensadores perfeitos e 1000 defeituosos uma amostra de 15 condensadores, escolhidos aleatoriamente, com reposição. Calcule a probabilidade de se obterem:

a) Apenas três condensadores defeituosos.

b) Pelo menos 4 condensadores defeituosos.

c) Menos de 6 condensadores defeituosos.

d) Mais de 2 e no máximo 10 condensadores defeituosos.

1. **a)** $a=0.4, b=0.1$ **b)** $F(x) = \begin{cases} 0 & , & x < 0 \\ 0.4 & , & 0 \leq x < 2 \\ 0.7 & , & 2 \leq x < 3 \\ 0.9 & , & 3 \leq x < 6 \\ 1 & , & x \geq 6 \end{cases}$ **c)** $\mu = 1.8; \sigma^2 = 3.36$; **d)** $E(Y) = 0.6; V(Y) = 13.44$;
2. **a)** $f(x) = \begin{cases} 0.012 & , & x = 0 \\ 0.154 & , & x = 1 \\ 0.456 & , & x = 2 \\ 0.378 & , & x = 3 \\ 0 & , & \text{outros } x \end{cases}$ **b)** $F(x) = \begin{cases} 0 & , & x < 0 \\ 0.012 & , & 0 \leq x < 1 \\ 0.166 & , & 1 \leq x < 2 \\ 0.622 & , & 2 \leq x < 3 \\ 1 & , & x \geq 3 \end{cases}$ **c)** 0.834 **d)** 0.6174
e) $\mu = 2.2, \sigma = 0.7348, P(X > 2.2 + 0.7348) = P(X > 2.9348) = p(X = 3) = 0.378$ **f)** 0.1429
3. **a)** 0.95 **b)** 0.3 **c)** 0.55 **d)** 0.3 **e)** 0.4
4. **a)**
- | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| p_i | 1/36 | 2/36 | 3/36 | 4/36 | 5/36 | 6/36 | 5/36 | 4/36 | 3/36 | 2/36 | 1/36 |
- b)** $F(x) = \begin{cases} 0 & , & x < 2 \\ 1/36 & , & 2 \leq x < 3 \\ 3/36 & , & 3 \leq x < 4 \\ 6/36 & , & 4 \leq x < 5 \\ 10/36 & , & 5 \leq x < 6 \\ 15/36 & , & 6 \leq x < 7 \\ 21/36 & , & 7 \leq x < 8 \\ 26/36 & , & 8 \leq x < 9 \\ 30/36 & , & 9 \leq x < 10 \\ 33/36 & , & 10 \leq x < 11 \\ 35/36 & , & 11 \leq x < 12 \\ 1 & , & x \geq 12 \end{cases}$
- c)** 12/36 **d)** $E(X)=7$
5. **a)** $\mu \approx 0.3889 \text{ €}; \sigma^2 \approx 1.6543 \text{ €}^2$ **b)** 0.1388;
6. **a)** 0.2501 **b)** 0.3518 **c)** 0.9389 **d)** 0.3 **d)** 0.6020