

Modelación del precio *spot* de la electricidad en Colombia: una aplicación de un modelo lineal con perturbaciones estables (working title)

Isabel C. García *

Sergio A. Barona[†]

May 22, 2024

1 Justificación del problema

El modelo de monopolio público e integración vertical del mercado energético en Colombia adoleció, durante la década de los ochenta, numerosos problemas: la ineficiencia y politización de las empresas estatales, el incremento de la deuda pública como resultado de las inversiones en el sector eléctrico, la falta de cobertura y la ausencia de instituciones reguladoras. La crisis del monopolio público fue un fenómeno extendido en países de América Latina; en Colombia, sin embargo, alcanzó un punto de inflexión en el racionamiento de 1992, cuya consecuencia fue la reestructuración del mercado energético. En efecto, la promulgación de las Leyes 142 y 143 de 1994 consolidaron la desregulación del mercado de la electricidad y, en consecuencia, el abandono del monopolio público. Las nuevas disposiciones establecieron, en términos generales, las siguientes modificaciones: la desintegración vertical del mercado, lo cual implicó la separación de las actividades de generación, transmisión, distribución y comercialización de energía; la introducción de un esquema competitivo en la generación y comercialización; y, naturalmente, la incorporación de la inversión privada. El objetivo general era, por tanto, recurrir a un esquema competitivo que lograra subsanar la ineficiencia del monopolio público.

Si bien la Ley 142 de 1994 establece una estructura de libre competencia y la eliminación de posiciones dominantes, las actividades de comercialización y generación de energía operan, en realidad, como un oligopolio; mientras que la estructura de mercado para la distribución y transmisión coincide con un monopolio natural. La energía que se transa en el mercado, por medio de contratos entre generadores y comercializadores, funciona según dos mecanismos: primero, los contratos bilaterales en los cuales se fijan precios y cantidades de entrega, cuyo propósito es soslayar el riesgo financiero; y, segundo, el mercado de corto plazo o Mercado de Energía Mayorista (MEM) fundamentado en una bolsa de energía con resolución horaria. A diferencia de los contratos bilaterales, la bolsa de energía establece el precio del día después de conformidad con un sistema de subasta con sobre cerrado. Los oferentes presentan, el día

*Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas, Pontificia Universidad Javeriana - Cali. Santiago de Cali, Colombia. isabel.garcia@javerianacali.edu.co. Orcid: <http://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>.

[†]Departamento de Economía, Pontificia Universidad Javeriana - Cali. Santiago de Cali, Colombia. sergiobaronam@javerianacali.edu.co. Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-8390-6673>

anterior, la cantidad de energía por central y su precio de oferta; y, a partir de la información de los oferentes, el operador del mercado ordena los precios de forma ascendente y otorga las unidades de despacho a cada planta hasta satisfacer el pronóstico de demanda diaria. El precio de bolsa o precio *spot* corresponde naturalmente al precio que vacía el mercado.

La formación de precios de la electricidad en un mercado competitivo es ya complicada en virtud del bien transado; no obstante, las características del mercado energético colombiano introducen dificultades adicionales. En términos generales, el mercado energético presenta las siguientes dificultades: primero, la energía eléctrica difícilmente puede ser almacenada sin incurrir en altos costos y es, por tanto, generada para suplir la demanda instantánea; segundo, en presencia de un esquema competitivo, las decisiones descentralizadas de los agentes en el mercado introducen no-linealidades; tercero, desde el punto de vista de la demanda, su trayectoria evidencia comportamientos periódicos (diarios, semanales, mensuales, etc.) y satisface el efecto calendario; y, finalmente, la oferta de energía eléctrica puede verse seriamente afectada por factores exógenos. En el contexto del mercado energético colombiano, particularmente, eventos exógenos como los atentados contra plantas de generación tienen efectos sobre la oferta, así como lo tienen, en virtud de la dependencia hidrológica de Colombia, los factores climáticos como los fenómenos del Niño y la Niña. Efectos heterogéneos, aunque ampliamente estudiados, son también derivados de la intervención y cambios regulatorios en el mercado energético colombiano.

Habida cuenta de la naturaleza compleja y los antecedentes del mercado energético colombiano, la modelación estadística y estimación del precio *spot* de la electricidad constituye una útil y necesaria herramienta para disminuir el riesgo financiero y optimizar las estrategias de operación y comercialización. La transición del mercado eléctrico desde un monopolio controlado hasta un esquema competitivo implica, *inter alia*, la transformación del problema de minimización costos en un problema de planificación. Las estimaciones del precio *spot* son, en consecuencia, relevantes para el productor en la medida en que contribuye a resolver el problema de planificación. Pero resulta también importante para el consumidor final en virtud de dos razones: primero, porque el precio de bolsa influye en el precio de los contratos de largo plazo; y segundo, porque la fórmula tarifaria depende del precio de bolsa.

2 Revisión de literatura

El problema del análisis y estimación del precio spot de la energía no sólo radica en la naturaleza del mercado descrito; sino, además, en un conjunto de propiedades estadísticas que generalmente se le atribuyen. La serie histórica del precio spot de la energía presenta, en general, las siguientes características: **(i)** estacionalidad múltiple (diaria, semanal, mensual, etc.); **(ii)** efecto calendario diferenciado entre días festivos y hábiles; **(iii)** alta volatilidad; **(iv)** conglomerados de volatilidad; **(v)** reversión a la media; **(vi)** distribución asimétrica y leptocúrtica (distribución no-gaussiana); **(vii)** *outliers* o cambios de nivel; y **(viii)** volatilidad variable en el tiempo. Esto último implica que la serie diaria del precio spot no es un proceso estocástico débilmente estacionario. De hecho, según observan Castaño y Sierra [1], la aplicación de la prueba de múltiples cambios de nivel, desarrollada por Cavaliere y Georgiev [2], sugiere que la serie histórica del precio de la electricidad en Colombia es un proceso estacionario alrededor de cambios de nivel; mas no un proceso de raíz unitaria ni un proceso que evoluciona alrededor de una tendencia determinística lineal.

Los modelos de regresión dinámica, en especial, la familia de modelos VARMA, han sido

ampliamente aplicados a la modelación estadística y estimación del precio spot de la electricidad. Con el objetivo de estimar el precio de la electricidad del día siguiente en España y California, Contreras *et al.* [3] introducen un modelo SARIMA. Un desempeño relativamente superior es, sin embargo, alcanzado por Nogales *et al.* [4] a partir de un modelo ARX, que incorpora la demanda comercial como variable exógena, y un modelo de transferencia-ruido de Box y Jenkins [5] cuya perturbación sigue un proceso ARIMA (véase también [4]). Más recientemente, Raviv *et al.* [6] han sugerido la implementación de modelos autorregresivos multivariados. Consideran, en general, tres clases de modelos VAR sobre el vector de precios horarios: uno, un modelo VAR no restringido que, en virtud del número de parámetros, es difícilmente aplicable [7]; dos, un modelo VAR bayesiano en que la restricción de los coeficientes opera según el prior de Minnesota; y tres, un modelo VAR cuyas matrices de coeficientes son diagonales, lo cual es equivalente a implementar simultáneamente modelos AR diferenciados, como proceden Weron y Misiorek [8] y Misiorek *et al.* [9], según la hora del día.

En el contexto del mercado energético colombiano, García *et al.* [10] predicen el precio del mercado no-regulado mediante un modelo SARIMAX que incorpora los aportes hídricos, la demanda comercial y el precio *spot* como variables exógenas. Muestran que el precio en el mercado no-regulado es menos volátil que el precio *spot*, y sus resultados —con excepción de los aportes hídricos— verifican los signos establecidos *a priori*. A partir de un modelo de intervención, Botero y Cano [11] analizan los eventos externos que afectan el comportamiento normal del precio spot en Colombia. El estudio se divide, de conformidad con las intervenciones, en dos submuestras sobre las cuales se implementa un modelo con estacionalidad anual y errores autorregresivos cuyo desempeño se verifica mediante el método de pronóstico simple de Makridakis *et al.* [12]. Gómez-Cano *et al.* [13] muestran que, en comparación con un modelo SARIMA, los modelos VAR y SARIMAX proporcionan mejores resultados en la estimación del precio *spot* en Colombia. La aplicación del modelo VAR no satisface, empero, la hipótesis de residuos gaussianos. Una metodología análoga es implementada por Duarte y García [14], quienes presentan un modelo VAR para estimar el precio spot en Colombia a partir de dos variables de organización industrial: el índice de demanda residual y el índice de Herfindahl-Hirschman¹.

Habida cuenta de la presencia de conglomerados de volatilidad en el precio *spot* de electricidad, los modelos ARIMA han sido complementados con modelos ARCH generalizados (GARCH) —así como sus extensiones—, en los cuales la volatilidad condicional depende de las perturbaciones pasadas y sus propios valores rezagos [17]–[19]. Recurriendo a un modelo GARCH, Botero *et al.* [20] concluyen que el cargo por confiabilidad mantiene una relación positiva con el precio en bolsa de la energía. En una línea similar, Muñoz-Santiago *et al.* [21] proponen un modelo para el precio spot en que la ecuación de la media corresponde a un proceso ARIMA; y la volatilidad, a un modelo I-GARCH que permite shocks persistentes sobre la volatilidad condicional. Una extensión alternativa, sugerida por Prabakaran *et al.* [22], consiste en un modelo ARIMA-EGARCH sobre los precios de la electricidad en Colombia. Esto es equivalente a considerar que la media del proceso es descrita según un modelo ARIMA; y la volatilidad, según

¹A diferencia de las regresiones dinámicas, la implementación de métodos de filtración ha sido exigüamente explorada en el análisis de series de tiempo sobre el precio *spot* de electricidad en Colombia. El método de filtración de Hodrick-Prescott [15] establece un filtro lineal, que consiste en una construcción de promedio móviles, para aislar el componente de tendencia de una serie temporal desestacionalizada. Formalmente, el componente de tendencia se deriva de un problema de minimización que, para penalizar el cuadrado del crecimiento de la variación de la tendencia, incluye un parámetro de suavización. Si el parámetro es omitido, el componente de tendencia viene dado por la serie original; y si crece *ad infinitum*, la serie evoluciona alrededor de una tendencia determinística lineal. Aplicando el método de filtración de Hodrick-Prescott al pronóstico del precio de la electricidad en Colombia, Arango y Galvis [16] verifican que, dada una periodicidad diaria, la tendencia se asemeja a los precios observados; el componente cíclico resulta, en cambio, más útil en periodicidades superiores.

un GARCH Exponencial que captura el efecto de apalancamiento, *i.e.*, la respuesta asimétrica de la volatilidad ante perturbaciones positivas o negativas. Bello-Rodríguez y Beltrán-Ahumada [23] verifican, sin embargo, que otra extensión del GARCH que captura los efectos asimétricos sobre la volatilidad, el modelo GJR-GARCH, es preferida sobre la especificación EGARCH.

Otra interesante aplicación del modelo GARCH es desarrollada por Gil y Maya [24]. En términos generales, su metodología corresponde a una aplicación del modelo de un factor, propuesto por Lucia y Schwartz [25], en la cual la volatilidad es descrita según una especificación EGARCH. Por hipótesis, el precio *spot* de electricidad es definido como la suma de dos componentes: primero, un componente determinístico que captura el efecto calendario y el componente estacional; y segundo, un componente estocástico descrito por un proceso de difusión continua. Esto implica que el proceso que sigue el precio *spot* de la energía viene dado por la solución a una ecuación diferencial estocástica. En sentido estricto, la estimación del modelo presupone la transformación del componente aleatorio en términos discretos, de donde se deduce que el componente estocástico sigue un proceso autorregresivo [25, p. 25]. Y, puesto que la distribución de los errores es leptocúrtica, el modelo EGARCH implementado supone, en lugar de un ruido blanco gaussiano, una Distribución Generalizada del Error (GED), es decir, una clase de distribuciones de probabilidad que permite excesos de curtosis. La conclusión general de Gil y Maya [24] es la siguiente: el precio spot de electricidad en Colombia muestra reversión a la media, patrones de estacionalidad y efecto calendario.

Una desventaja de los modelos no-lineales tradicionales, tales como el GARCH y sus extensiones, radica en la estructura no-lineal preestablecida que adoptan los datos. Se ha demostrado que las redes neuronales artificiales proporcionan una herramienta más útil para representar relaciones no-lineales. Las redes neuronales son estructuras de nodos interconectados que procesan información y proporcionan, a través de funciones de integración y activación, un estímulo o salida. El mapeo entre las entradas y salidas es no-lineal, y los parámetros del sistema son ajustados en algoritmos de aprendizaje. En el contexto del mercado energético colombiano, el Perceptrón Multicapa (MLP), que es una clase de red neuronal de propagación hacia adelante, ha sido un método de pronóstico ampliamente difundido. Villada *et al.* [26] verifica que, usando el algoritmo de aprendizaje de Levenberg-Marquardt e incluyendo el nivel de embalses como variable de entrada, un MLP supera a un modelo GARCH en el pronóstico del precio de la electricidad. Mediante la comparación de un MLP análogo con un modelo de Vector de Corrección de Error (VEC), Barrientos *et al.* [27] comprueban la tendencia al alza de los precios de la energía en el largo plazo, así como la relación inversa entre el precio y el nivel de embalses.

Según observan Velásquez *et al.* [28], el pronóstico de series de tiempo con la arquitectura MLP puede presentar al menos dos problemas: un problema de sobreajuste debido a la sobreparametrización del modelo o la presencia de *outliers*; y un problema de generalización en el sentido en que el conjunto de entrenamiento no sea suficiente para representar el sistema. El método iterativo de validación cruzada es una solución al segundo problema; y la minimización de la función de riesgo total cuya penalización compleja viene dada por la descomposición de pesos de Hinton [29], una solución al primero. Esta solución al problema de sobreajuste es aplicada por Barrientos *et al.* [30] al pronóstico del precio *spot* de energía en Colombia. Presentan una comparación entre dos metodologías: uno, un modelo ARMAX; y dos, siguiendo a Agudelo *et al.* [31], un modelo no-lineal autorregresivo de redes neuronales con entradas exógenas (NARX) que, por definición, es una arquitectura que incluye valores rezagos de la salida. La comparación de las funciones de pérdida asociadas a los errores de predicción indica que no hay una diferencia significativa entre ambos modelos. En contraste, un trabajo anterior de Velasquez y Franco [32] verifica que una red neuronal con arquitectura dinámica, desarrollada por Ghiassi y Saidane

[33], supera el desempeño de un modelo ARIMA en el pronóstico de los precios de contratos de energía en Colombia².

La literatura descrita ha registrado ampliamente un hecho estilizado en el contexto del mercado energético colombiano: el precio spot de la electricidad no sigue una distribución normal, sino una distribución asimétrica con exceso de curtosis³. Esta observación ha sido, sin embargo, generalmente omitida. Si bien el modelo de Gil y Maya [24] ha sido una notable excepción, presupone una especificación EGARCH con distribución generalizada de los errores, *i.e.*, una distribución normal generalizada. Esto significa que la distribución de probabilidad permite excesos de curtosis, pero conserva su naturaleza simétrica. El **primer objetivo** de esta investigación es, en consecuencia, llenar este vacío mediante un modelo lineal simple cuyas perturbaciones siguen una distribución estable que, por definición, es una familia de distribuciones de probabilidad que permiten tanto la asimetría como el exceso de curtosis [39]. Más precisamente, siguiendo a Bernhardt *et al.* [40], [41], cuyo modelo es extendido a tiempo continuo por García *et al.* [42], se propone la estimación de cuantiles altos condicionales y no-condicionales a partir de un modelo lineal con perturbaciones estables.

Nótese que una observación análoga valdría para la detección de outliers, en especial, la detección de cambios de nivel. La modelación estadística sobre el precio *spot* de la electricidad en Colombia presupone, con frecuencia, que el momento en que ocurre el outlier es conocido. Los outliers son identificados mediante eventos externos que pueden afectar el comportamiento normal del precio spot —*e.g.*: regulaciones de la CREG, alertas del IDEAM, fenómenos climáticos como El Niño y La Niña, etc.—⁴. La verificación opera, sin embargo, según detecciones informales. Esta investigación propone subsanar la ausencia de pruebas de detecciones formales de cambios de nivel a partir de la prueba desarrollada por Dehling *et al.* [43]. La prueba está fundamentada en el estimador Hodges-Lehmann [44] y constituye una prueba de detección no-paramétrica y robusta —no paramétrica, esto es, en el sentido en que no presupone ninguna distribución de probabilidad; y robusta porque restringe la influencia de *outliers* y excesos de kurtosis—. La validez de la prueba no precisa ningún supuesto sobre los momentos de los datos subyacentes y resulta, por tanto, útil en la aplicación a datos que, como el precio *spot* de la electricidad, presentan asimetrías y excesos de kurtosis.

²Las redes neuronales han sido complementadas con sistemas difusos que incorporan la sintaxis, semántica e inferencia propia de la lógica difusa. Para la estimación de los precios de oferta para los generadores hidráulicos y térmicos en Colombia, una comparación entre un modelo difuso y redes neuronales es presentada por Hurtado *et al.* [34], quienes coligen la necesidad de un enfoque híbrido. Villada *et al.* [35] propone un pronóstico para el precio de la electricidad en Colombia por medio de redes neuro-difusas, particularmente, el modelo ANFIS de Jang [36]. Concluyen que el desempeño de las redes neuro-difusas supera, dentro de la muestra, el desempeño del modelo GARCH y las redes neuronales tradicionales. Análogamente, Lira *et al.* [37] presenta los siguientes modelos para el pronóstico del precio de la electricidad en Colombia: un modelo ARMAX; un PARMAX o ARMAX periódico; una red neuronal tradicional; el modelo difuso de Takagi y Sugeno [38]; y un ARX con filtro de Kalman, que consiste en la actualización iterativa de una proyección lineal para un sistema dinámico.

³Véase, especialmente, [13], [21], [24], [11], [23].

⁴Véase, especialmente, [21], [30], [1], [13], [11], [20].

References

- [1] E. Castaño y J. Sierra, «Sobre la existencia de una raíz unitaria en la serie de tiempo mensual del precio de la electricidad en Colombia», *Lecturas de Economía*, vol. 76, págs. 259-291, 2012.
- [2] G. Cavaliere and I. Georgiev, “a Note on Unit Root Testing in the Presence of Level Shifts,” *Statistica*, vol. LXVI, no. 1, pp. 3–17, 2006.
- [3] J. Contreras, R. Espínola, F. J. Nogales, and A. J. Conejo, “ARIMA models to predict next-day electricity prices,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 3, pp. 1014–1020, 2003.
- [4] F. J. Nogales, J. Contreras, A. J. Conejo, and R. Espínola, “Forecasting next-day electricity prices by time series models,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 342–348, 2002.
- [5] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis Forecasting and Control*. New York: John Wiley & Sons, 2016.
- [6] E. Raviv, K. E. Bouwman, and D. van Dijk, “Forecasting day-ahead electricity prices: Utilizing hourly prices,” *Energy Economics*, vol. 50, no. C, pp. 227–239, 2015.
- [7] C. García-Martos and A. J. Conejo, “Price forecasting techniques in power systems,” in *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, J. G. Webster, Ed., Wiley, 2013, pp. 1–23.
- [8] Rafał Weron and A. Misiorek, “Forecasting spot electricity prices with time series models,” in *IEEE Conference Proceedings - International Conference on the European Energy Market*, 2005, pp. 133–142.
- [9] A. Misiorek, S. Trück, and R. Weron, “Point and interval forecasting of spot electricity prices: Linear vs. non-linear time series models,” *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, vol. 10, no. 3, Article 2, 2007.
- [10] J. García, A. Gaviria y L. Salazar, «Determinantes del precio de la energía eléctrica en el mercado no regulado en Colombia», *Revista Ciencias Estratégicas*, vol. 19, n.º 26, págs. 225-246, 2011.
- [11] S. Botero y J. A. Cano, «Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia», *Cuadernos de Economía*, vol. XXVII, n.º 48, págs. 173-208, 2008.
- [12] S. G. Makridakis, S. C. Wheelwright, and V. E. McGee, *Forecasting: methods and applications*. New York: John Wiley & Sons, 1983.
- [13] L. Gómez-Cano, S. Catalina-Cuellar y R. Méndez-Vargas, «Modelo de pronóstico para estimar el comportamiento del precio en bolsa de la energía en Colombia», *Pensamiento y Acción*, vol. 30, págs. 69-90, 2021.
- [14] O. Duarte and J. J. García, “An Analysis of Colombian Power Market Price Behavior from an Industrial Organization Perspective,” *Ecos de Economía*, vol. 19, no. 41, pp. 1–23, 2015.
- [15] R. J. Hodrick and E. C. Prescott, “Postwar u.s. business cycles: An empirical investigation,” *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 29, no. 1, pp. 1–16, 2007.
- [16] M. Arango y J. Galvis, «Aplicación del modelo de Hodrick-Prescott para el pronóstico del precio de la electricidad en Colombia», *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Informação*, vol. 21, págs. 382-397, 2019.

- [17] K. F. Chan, P. Gray, and B. van Campen, "A new approach to characterizing and forecasting electricity price volatility," *International Journal of Forecasting*, vol. 24, no. 4, pp. 728–743, 2008.
- [18] R. C. Garcia, J. Contreras, M. van Akkeren, and J. B. C. Garcia, "A GARCH forecasting model to predict day-ahead electricity prices," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 867–874, 2005.
- [19] C. R. Knittel and M. R. Roberts, "An empirical examination of restructured electricity prices," *Energy Economics*, vol. 27, pp. 791–817, 2007.
- [20] J. P. Botero, J. J. García y H. Velásquez, «Efectos del cargo por confiabilidad sobre el precio spot de la energía eléctrica en Colombia», *Cuadernos de Economía*, vol. 35, n.º 68, págs. 491-519, 2016.
- [21] A. Muñoz-Santiago, J. Urquijo-Vanstrahlengs, A. Castro-Otero y J. Lombana, «Pronóstico del precio de la energía en Colombia utilizando modelos ARIMA con IGARCH», *Revista de Economía del Rosario*, vol. 20, n.º 1, págs. 127-161, 2017.
- [22] S. Prabakaran, N. Ramaswami Paragiri, G. Roldán Noguera, and F. A. Gómez, "Volatility Modeling for EMCALI Electricity Prices," *2020 10th International Conference on Power and Energy Systems, ICPEES 2020*, vol. 2004, pp. 432–438, 2020.
- [23] S. P. Bello-Rodríguez y R. B. Beltrán-Ahumada, «Caracterización y pronóstico del precio spot de la energía eléctrica en Colombia», *Revista de la maestría en derecho económico*, vol. 6, n.º 6, págs. 293-316, 2010.
- [24] M. M. Gil y C. Maya, «Modelación de la volatilidad de los precios de la energía eléctrica en Colombia», *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 7, n.º 12, págs. 87-114, 2008.
- [25] J. J. Lucia and E. S. Schwartz, "Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange," *Review of Derivatives Research*, vol. 5, no. 1, pp. 5–50, 2002.
- [26] F. Villada, D. R. Cadavid y J. D. Molina, «Pronóstico del precio de la energía eléctrica usando redes neuronales artificiales», *Revista Facultad de Ingeniería*, vol. 44, págs. 111-118, 2008.
- [27] J. Barrientos, E. Rodas, E. Velilla, M. Lopera y F. Villada, «Modelo para el pronóstico del precio de la energía eléctrica en Colombia», *Lecturas de Economía*, vol. 77, págs. 91-127, 2012.
- [28] J. D. Velásquez, Y. R. Fonnegra y F. A. Villa, «Pronóstico de series de tiempo con redes neuronales regularizadas y validación cruzada», *Vínculos*, vol. 10, n.º 1, págs. 267-279, 2013.
- [29] G. E. Hinton, "Connectionist learning procedures," *Artificial Intelligence*, vol. 40, no. 1-3, pp. 185–234, 1989.
- [30] J. Barrientos, E. Tabares, and E. Velilla, "Forecasting Electricity Price in Colombia: A Comparison between Neural Network, ARMA Process and Hybrid Models," *International Journal of Energy Economics and Policy*, vol. 8, no. 3, pp. 97–106, 2018.
- [31] A. P. Agudelo, J. M. López-Lezama y E. Velilla, «Predicción del Precio de la Electricidad en la Bolsa mediante un Modelo Neuronal No-Lineal Autorregresivo con Entradas Exógenas», *Informacion Tecnológica*, vol. 26, n.º 6, págs. 99-108, 2015.
- [32] J. D. Velasquez y C. J. Franco, «Predicción de los precios de contratos de electricidad usando una red neuronal con arquitectura dinámica», *Innovar*, vol. 36, n.º 65, págs. 7-14, 2010.

- [33] M. Ghiassi and H. Saidane, “A dynamic architecture for artificial neural networks,” *Neurocomputing*, vol. 63, pp. 397–413, 2005.
- [34] L. Hurtado, O. L. Quintero y J. J. García, «Estimación del precio de oferta de la energía eléctrica en Colombia mediante inteligencia artificial», *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, n.º 18, págs. 54-87, 2014.
- [35] F. Villada, E. García y J. D. Molina, «Pronóstico del Precio de la Energía Eléctrica usando Redes Neuro-Difusas», *Informacion Tecnologica*, vol. 22, n.º 6, págs. 111-120, 2011.
- [36] J.-S. Jang, “ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 23, no. 3, pp. 665–685, 1993.
- [37] F. Lira, C. Muñoz, F. Núñez, and A. Cipriano, “Short-term forecasting of electricity prices in the Colombian electricity market,” *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 3, no. 11, pp. 980–986, 2009.
- [38] T. Takagi and M. Sugeno, “Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116–132, 1985.
- [39] J. P. Nolan, *Univariate Stable Distributions Models for Heavy Tailed Data*. Springer, 2020.
- [40] C. Bernhardt, “Modellierung von Elektrizitätspreisen durch lineare Zeitreihenmodelle und Value-at-Risk-Schätzung mittels Methoden aus der Extremwerttheorie,” Ph.D. dissertation, Technische Universität München, 2007.
- [41] C. Bernhardt, C. Klüppelberg, and T. Meyer-Brandis, “Estimating high quantiles for electricity prices by stable linear models,” *The Journal of Energy Markets*, vol. 1, no. 1, pp. 3–19, 2008.
- [42] I. Garcia, C. Klüppelberg, and G. Müller, “Estimation of stable carma models with an application to electricity spot prices,” *Statistical Modelling*, vol. 11, no. 5, pp. 447–470, 2011.
- [43] H. Dehling, R. Fried, and M. Wendler, “A robust method for shift detection in time series,” *Biometrika*, pp. 1–14, 2020.
- [44] J. L. Hodges and E. L. Lehmann, “Estimates of location based on rank tests,” *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 34, no. 2, pp. 598–611, 1963.