

Sergio Bourguet Caldarella

Diseño editorial \ Diseño gráfico \ Comunicación

Semblanza

Diseñador editorial con más de 20 años de experiencia principalmente en el ramo de las publicaciones técnicas y científicas. El oficio editorial, al ser una labor de equipo, le ha permitido colaborar con grupos de trabajo multidisciplinarios y participar en diversas áreas relacionadas como son el cuidado editorial, la ilustración técnica, la infografía o el diseño de mapas.

Ha colaborado con algunas de las principales instituciones editoriales y académicas del país como son: Fondo de Cultura Económica, Editorial Santillana, Macmillan, Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (Conabio), UNAM, ITAM, Secretaría de Relaciones Exteriores y el Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad (Lancis), entre otras.

Actualmente reside en Pátzcuaro donde ha formado parte de proyectos culturales y ha emprendido un negocio familiar de preparación y comercialización de productos oaxaqueños. Apasionado de la música, el cine y los libros, ocasionalmente gusta de organizar sesiones de estudio o proyecciones cine con los amigos.

Contacto: 55 1341 2374 \ sbourguet@gmail.com

Curriculum vitæ (2021)

Estudios y formación

1993-1997

Universidad Autónoma Metropolitana (UAM Xochimilco) \ Licenciatura en Diseño de la Comunicación Gráfica. Especialidad en diseño editorial.

1997

Fondo de Cultura Económica (FCE) \ Servicio Social en la Subgerencia de Proyectos Especiales.

Experiencia laboral

1996

Palacio de Bellas Artes (INBA) \ Asistente de escenografía en el montaje de la ópera *La Traviata*.

1997-1998

TV Azteca \ Diseñador gráfico y asistente de escenografía.

1998-2009

Fondo de Cultura Económica \ Colaborador externo. Diseño de portadas, formación e ilustración técnica para más de 50 obras; principalmente títulos de las colecciones de Ciencia y Tecnología y La Ciencia para Todos. Entre otros:

- *Lo mismo y no lo mismo* de Roald Hoffmann.
- *¿Existe el método científico?* de Ruy Pérez Tamayo.
- *Astronomía básica* de José Antonio García Barreto.
- *Física cuántica para filo-sofos* de Alberto Clemente de la Torre.
- *Marx, el difunto* de Carl Djerassi.
- *El universo interior* de Hugo Aréchiga.
- *Los hoyos negros y el universo en expansión* de Sahen Hacyan.
- *Oxígeno* de Carl Djerassi y Roald Hoffmann.
- *Vino viejo para ánforas nuevas* de Roald Hoffmann y Shira Leibowitz Schmidt.
- *El ascenso de la ciencia* de Brian L. Silver.
- *La mente nueva del emperador* de Roger Penrose.
- *Las sustancias de los sueños* de Simón Brailowsky.
- *La continuidad en las ciencias* de Carlos Álvarez y Ana Barahona.

2000

Orquesta Filarmónica de la Ciudad de México \ Diseño de carteles y programas de mano.

2002

Malayerba Producciones \ Diseño de la presentación impresa para la película *Cuento de Hadas para dormir cocodrilos*, de Ignacio Ortiz.

2002-2009

Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI) \ Formación y dibujo técnico para libros de texto de educación media superior de la colección DGETI. Algunos títulos: *Trigonometría, Álgebra, Probabilidad, Geometría y Geometría Analítica*.

2003-2009

Secretaría de Relaciones Exteriores (SRE) \ Diseño de portadas y servicios editoriales para publicaciones del Acervo Histórico Diplomático.

2006-2008

Santillana \ Diseño y servicios editoriales para títulos de matemáticas de las colecciones Retos y Ateneo (educación secundaria).

2009

Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (Conabio) \ Integrante del equipo editorial encabezado por el editor Antonio Bolívar en los tres primeros tomos y el Resumen Ejecutivo de la obra *Capital Natural de México*.

2009-2018

Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad (LANCIS-UNAM) \ Diseñador de planta en el Área de Planeación Colaborativa. En esta institución diseña informes técnicos, fichas descriptivas, presentaciones, así como ilustración técnica y diseño de esquemas y mapas para diversos proyectos y artículos publicados entre los que destacan:

- Desarrollo del Posgrado en Ciencias de la Sostenibilidad.
- Ordenamiento Ecológico Marino y Regional del Pacífico Norte.
- Diagnóstico ambiental de afectaciones al Río Bacanuchi y el Río Sonora.
- Proyecto Megadapt (sobre riesgo hidrológico en megaciudades).
- Diseño del logotipo y manual de identidad del LANCIS.
- Sitio web de LANCIS (consultoría y adaptación).

2015

Conabio \ Diseño de mapas y figuras para el volumen 4 de *Capital Natural de México*.

2017

Ecosus, consultores ambientales \ Servicios editoriales para la Manifestación de Impacto Ambiental del proyecto de desarrollo ecoturístico de Chalacatepec.

2018-2019

- La Jacaranda Cultural \ Identidad gráfica y diseño de carteles. Programador invitado en el cineclub.
- Cosecha de Corazón y Cosecha del Té \ Diseño de etiquetas para productores orgánicos de la región lacustre de Pátzcuaro

2020

- Nana Kutzi, café cultural \ Diseño de carteles, programación del cineclub.
- Comunidad Educativa La Ronda \ Diseño de logotipo.

2021

Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas (Conanp) \ Diseño, formación y coordinación gráfica de 4 publicaciones, entre ellas:

- *Manual Operativo de la Comisión Nacional de Humedales*, segunda edición.
- *La importancia histórica y cultural de los humedales mexicanos. Etnografías de 14 sitios Ramsar*.

Otras colaboraciones:

Servicios editoriales para diversas instituciones:

- 1999, Fernández Editores
- 2001, UNAM, Dirección General de Administración Escolar
- 2001, ITAM (Instituto Tecnológico Autónomo de México)
- 2005, El Colegio de México
- 2006, INAOE (Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica)
- 2011, Castillo Editores, MacMillan



Obra: Oxígeno \ Editorial: FCE \ Servicios: Portada



"El Universo es aún más extraño de lo que imaginamos", dijo alguna vez el astrónomo inglés Fred Hoyle, y el caso de los llamados hoyos negros es un ejemplo de ello.

Denominados así por el astrónomo John A. Wheeler, los hoyos negros constituyen un fenómeno astronómico peculiar: sólo se manifiestan por su atracción gravitacional, la cual es tan fuerte que no permite que la luz, ni señal alguna o cuerpo material, pueda escapar de su interior. Sabemos, gracias a los avances de la astrofísica, que las estrellas brillan por las reacciones nucleares que se producen en su centro, y que cuando su combustible nuclear se agota, las estrellas se enfrian y empiezan a contraerse bajo su propia fuerza gravitacional, tal es el origen de los hoyos negros.

En un lenguaje claro e interesante, el doctor Shahen presenta las teorías que explican el comportamiento de estas extrañas criaturas del Universo, y diversas interpretaciones y conceptos que han surgido en la física a partir de su estudio.

Shahen Hacyan hizo la licenciatura en física en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), y es doctor en física teórica por la Universidad de Sussex, Inglaterra. Miembro de la Academia Mexicana de Ciencias e investigador del Instituto de Física de la UNAM, Hacyan es autor a la fecha de siete títulos de las colecciones de ciencia del FCE: *Del mundo cuántico al Universo en expansión*, *Cuando la ciencia nos alcance I y II*, y *El descubrimiento del Universo*, son algunos de ellos. Es notable su labor de divulgación científica, la cual se extiende a revistas y a colaboraciones semanales en la sección de ciencia de un diario de la ciudad de México.



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
FONDO DE CULTURA ECONÓMICA
CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA



LOS HOYOS NEGROS Y LA CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO

SHAHEN HACYAN

50

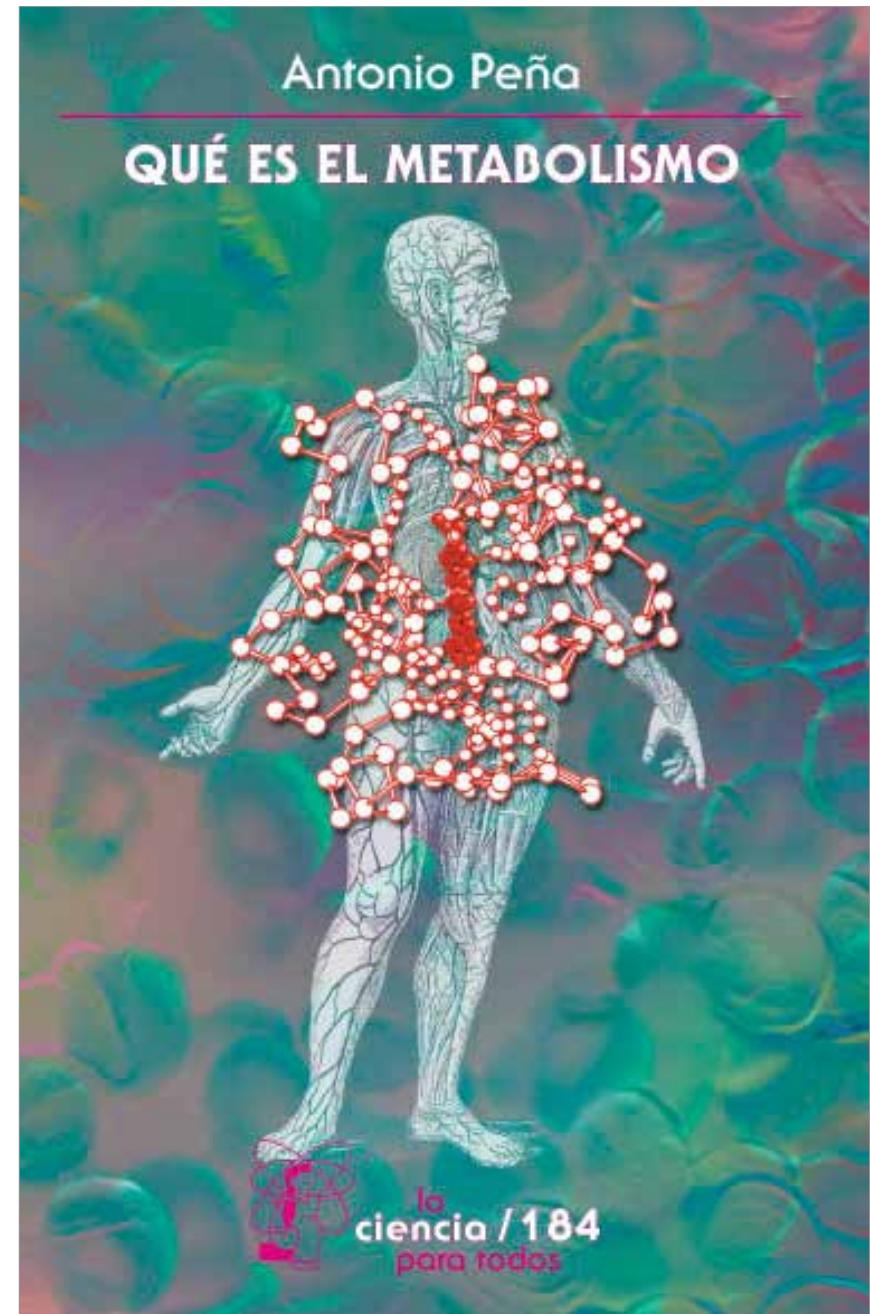
Shahen Hacyan

LOS HOYOS NEGROS Y LA CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO





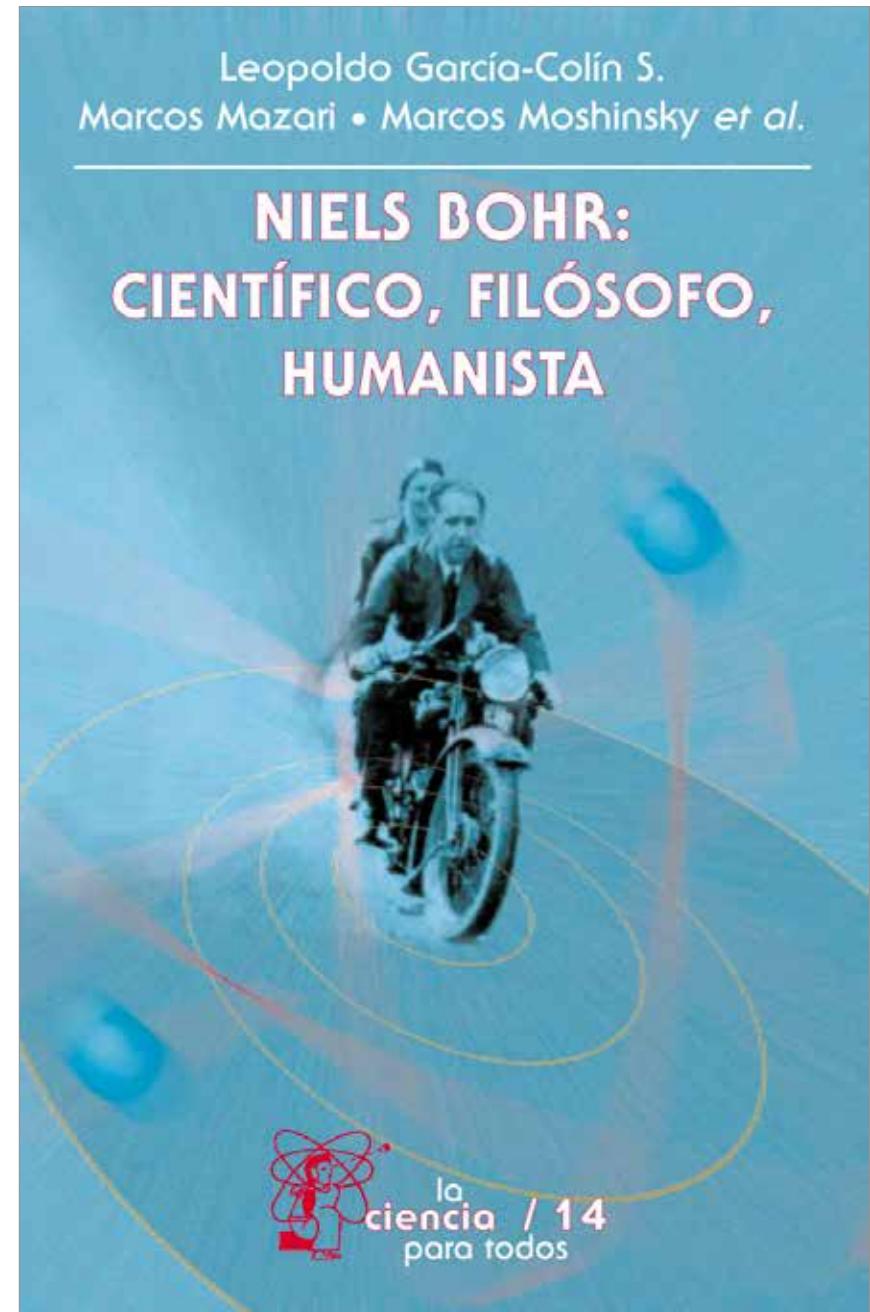
Obra: *El Estrés ¿Qué es y cómo evitarlo?* \ Editorial: FCE \ Servicios: Portada



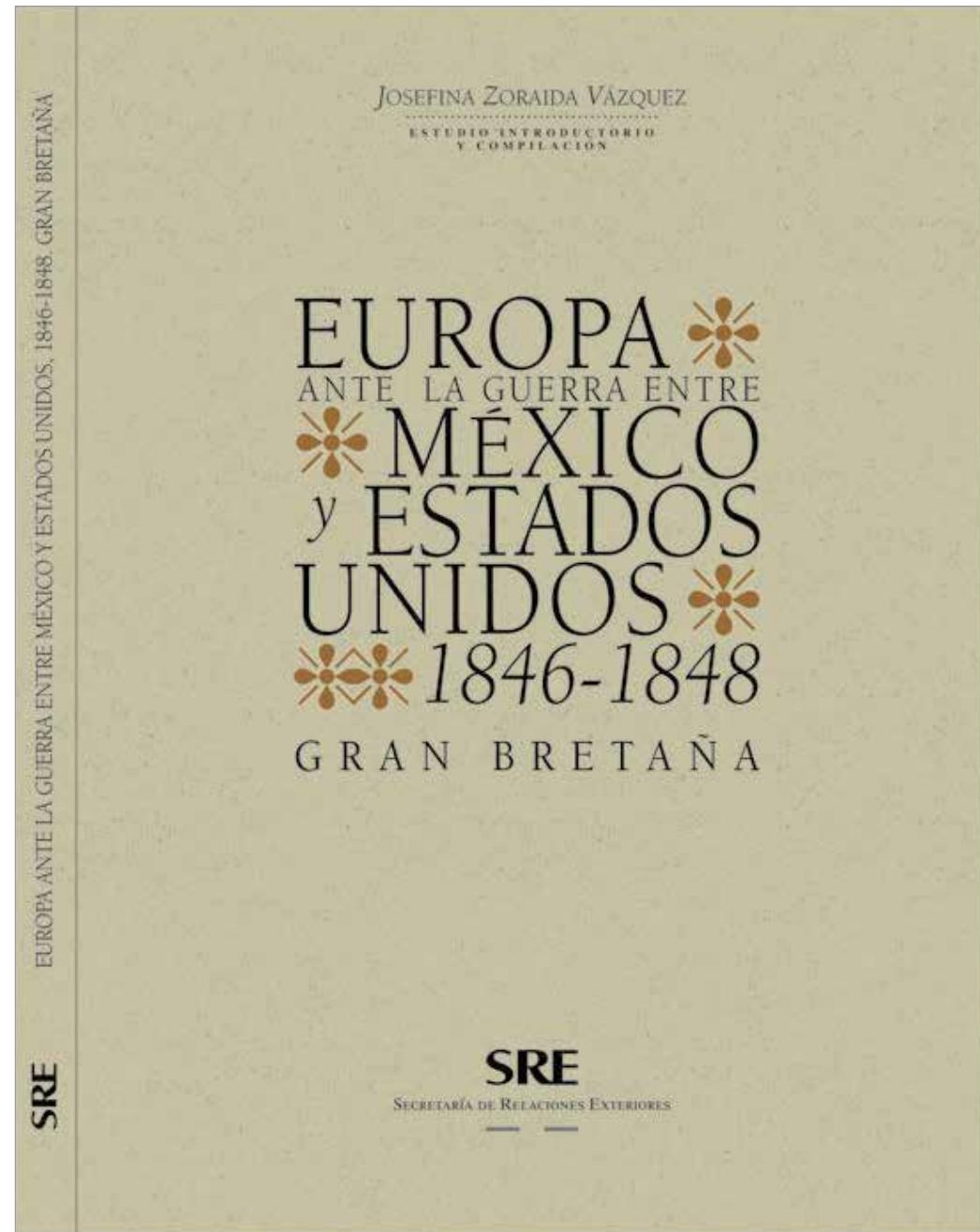
Obra: *Qué es el metabolismo* \ Editorial: FCE
Servicios: Portada, formación, ilustración, cuidado editorial



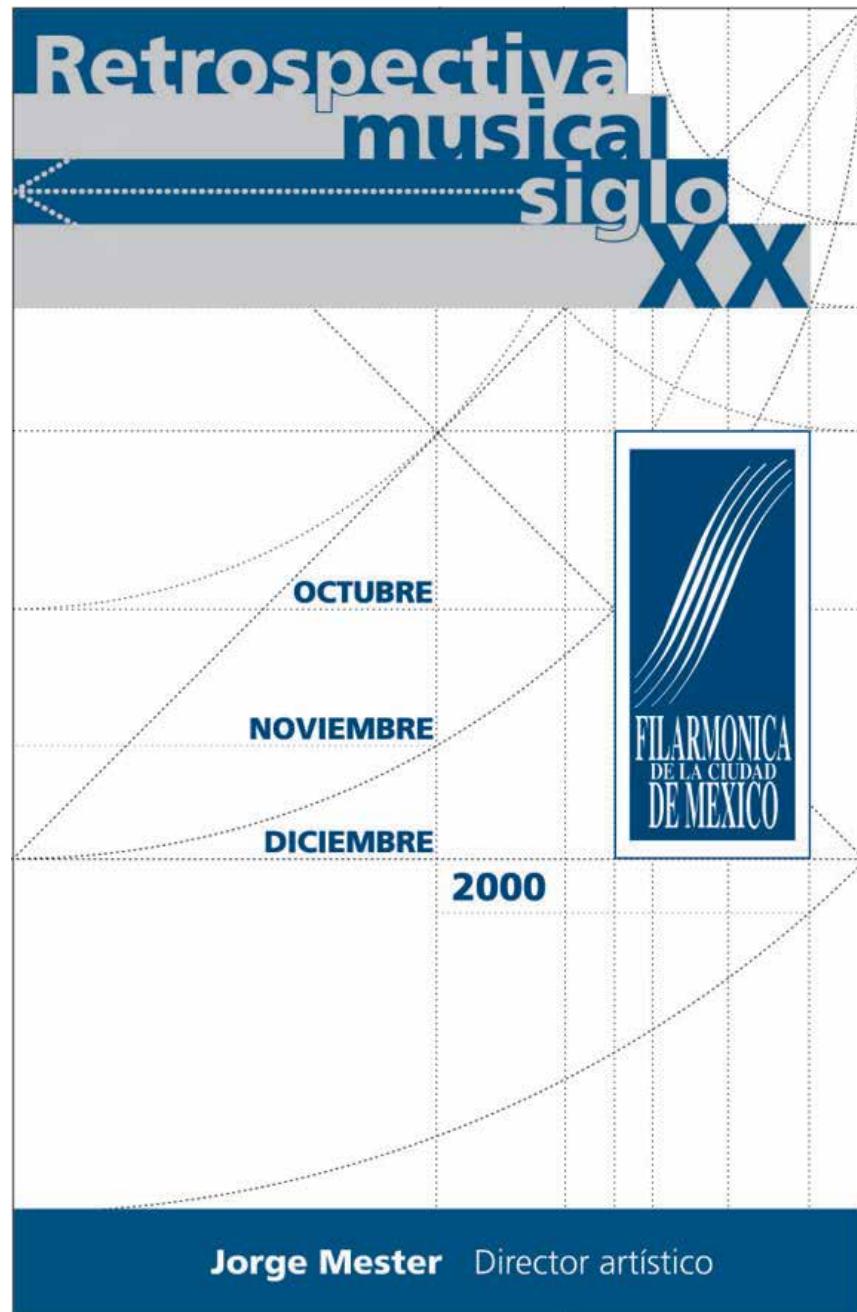
Obra: *Una ojeada a la materia* \ Editorial: FCE \ Servicios: Portada



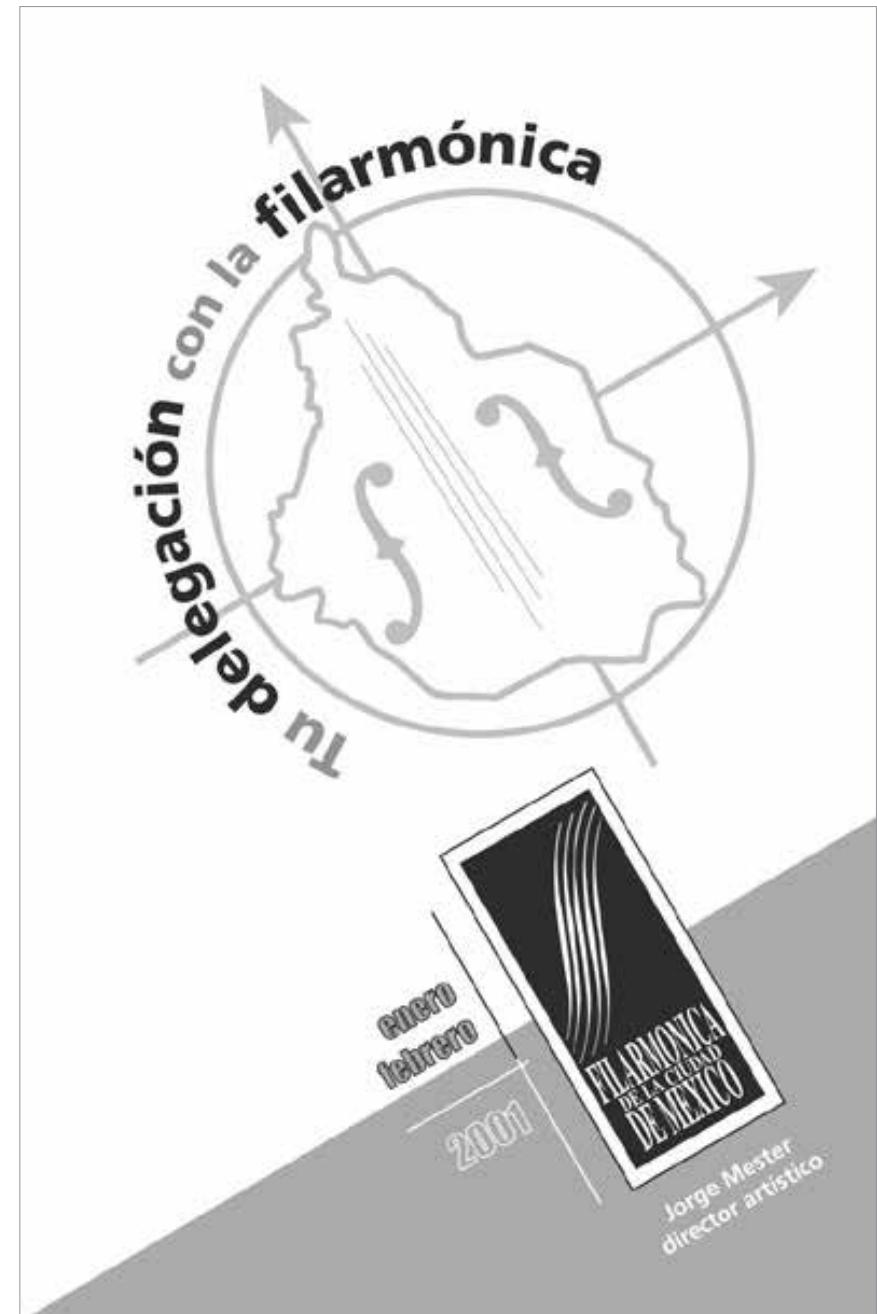
Obra: *Niels Bohr: Científico, filósofo, humanista* \ Editorial: FCE
Servicios: Portada



Obra: *Europa ante la guerra entre México y Estados Unidos. 1846-1848. Gran Bretaña* \ Editorial: SRE \ Servicios: Portada



Retrospectiva musical siglo XX \ Cliente: Filarmónica de la Ciudad de México
Servicios: Diseño de carteles y programas de mano



Tu Delegación con la Filarmónica \ Cliente: FCM
Servicios: Diseño de carteles y programas de mano

El libro *Matemáticas I* fue elaborado en Editorial Santillana por el siguiente equipo:

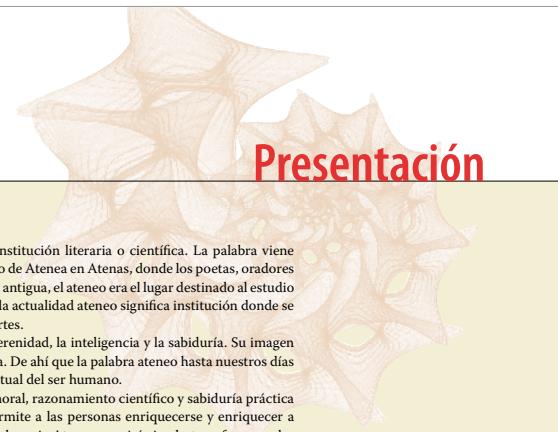
Edición: José Luis Acosta	Editor en Jefe de Secundaria: Roxana Martín-Lunas Rodríguez
Colaboración: Claudia Navarro Castillo Javier Esquivel Hernández	Gerencia de Investigación y Desarrollo: Armando Sánchez Martínez
Coordinación editorial: Armando Sánchez Martínez	Gerencia de Procesos Editoriales: Laura Milena Valencia Escobar
Revisión técnica: Rodrigo Cambray Núñez José Luis Córdova Frunz	Gerencia de Diseño: Mauricio Gómez Morin Fuentes
Corrección de estilo: José Luis Acosta	Coordinación de Arte y Diseño: Francisco Ibarra Meza
Diseño de interiores: José Luis Acosta	Fotomecánica electrónica: Gabriel Miranda Barrón, Manuel Zea Atenco, Benito Sayago Luna
Diseño de portada: Francisco Ibarra Meza	
Ilustración: Sergio Bourguet Abelardo Culebro Bahena	
Diagramación: Sergio Bourguet	
Digitalización de imágenes: Sergio Bourguet	

La presentación y disposición en conjunto y de cada página de *Matemáticas I* son propiedad del editor. Queda estrictamente prohibida la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier sistema o método electrónico, incluso el fotocopiado, sin autorización escrita del editor.

D. R. © 2006 por EDITORIAL SANTILLANA, S.A. DE C.V.
Av. Universidad 767 03100, México, D.F.
Primera edición: julio de 2006
Primera reimpresión: febrero de 2007
Segunda reimpresión corregida: abril de 2007
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.
Reg. Núm. 802
Impreso en México

© Santillana

Presentación



ORIGINALMENTE ateneo significaba institución literaria o científica. La palabra viene del griego *Athenaios*, que era el templo de Atenea en Atenas, donde los poetas, oradores y filósofos compartían sus obras. En la Roma antigua, el ateneo era el lugar destinado al estudio de las artes y las técnicas. Por extensión, en la actualidad ateneo significa institución donde se cultiva el conocimiento y el aprecio de las artes.

Atenea era la diosa griega de la paz, la serenidad, la inteligencia y la sabiduría. Su imagen representaba, entre otras cosas, la prudencia. De ahí que la palabra ateneo hasta nuestros días se asocie con el progreso intelectual y espiritual del ser humano.

Si entendemos la educación como arte moral, razonamiento científico y sabiduría práctica que extiende los límites de la libertad y permite a las personas enriquecerse y enriquecer a quienes las rodean, entonces, el objetivo de la serie Ateneo seguirá siendo transformar a las personas para que ellas transformen el mundo de manera favorable.

Desde los primeros ateneos se sabía que el ser humano nunca está completamente hecho, sino en continua marcha, perfeccionándose de un modo incalable. El sujeto de la educación es una construcción por hacer, para alcanzar más altos niveles de existencia y satisfacer todas las necesidades de su espíritu.

Sin embargo, la persona se perfecciona en comunidad; se ve en sus semejantes y en ellos y con ellos descubre su destino. Al mismo tiempo, la comunidad social también se perfecciona en el respeto del individuo. La valoración de la persona es indispensable para equilibrar las partes con el todo.

El presente libro de la serie Ateneo tiene como objetivo ofrecerte oportunidades para la construcción del conocimiento matemático, de acuerdo con los planes y programas de estudio vigentes. Se apoya el libro en secuencias didácticas obtenidas de diversas fuentes como la historia de la disciplina y algunos resultados de la investigación y desarrollo educativo, además de que se fomenta el trabajo colegiado con tus compañeros.

Para tu maestro este libro ofrece una herramienta de trabajo flexible, con la información básica para cultivar el conocimiento matemático y el aprecio por esta asignatura. Por lo mismo, en el desarrollo de los contenidos se recuperan prácticas del Ateneo, consideradas también en los planes y programas de estudio de la asignatura de matemáticas para la educación secundaria, como son la reflexión, la formulación de argumentaciones y la exploración de diferentes vías para aproximarse al conocimiento y resolver problemas.

El enfoque planteado recupera las experiencias en la resolución de problemas, el trabajo colegiado e induce la reflexión sobre temas novedades de la asignatura. También se adelanta a prever la generación de errores a partir de preguntas frecuentes y actividades formuladas para ese propósito.

En la medida en que tú estudies y te prepares, serás más capaz de elegir quiénquieres ser y de transformar favorablemente el mundo en que te tocó vivir. Por ello, en este texto de la serie para la educación secundaria, queremos revivir el espíritu del Ateneo y participar con estos materiales en una formación que te permita alcanzar las metas que te fijes como ser humano y como ciudadano de un país que necesita personas como tú, en un mundo cuya complejidad exigirá que siempre estés muy preparado y atento.

La inauguración de una nueva escuela, como promueven las más recientes tendencias educativas, es una excelente oportunidad para avanzar en lo antes expuesto, así que, **bienvenido al ateneo**.

© Santillana

Contenido


1 Una mirada a los números de la antigüedad

- De visita en el museo 14
- Babilonios 15
- Romanos 19
- Mayas 21
- Sistemas de numeración decimal, babilonio, romano y maya 24

2 Regularidades numéricas

- Sucesiones numéricas 30
- Progresiones aritméticas 32
- Configuraciones geométricas y sucesiones numéricas 37
- Símbolos, figuras y sucesiones numéricas 50

3 Fracciones y decimales

- Fracciones equivalentes 58
- Recta numérica y fracciones 59
- Recta numérica y decimales 63
- Orden de las fracciones 65
- Orden de los decimales 68
- Densidad de los números racionales 70

4 Movimientos de figuras planas

- Simetría axial 74

5 Proporcionalidad

- Variación proporcional directa 82
- Conteo por tablas y diagramas de árbol 89


6 Problemas aditivos

- Las fracciones y la música 98
- Estimaciones con fracciones y decimales 100
- Problemas aditivos 104

7 Problemas multiplicativos

- Estimaciones con fracciones y decimales 112
- Problemas multiplicativos 113
- Una por otra: multiplicaciones y divisiones 115

8 Rectas y ángulos

- Convenciones 126
- Mediatrices 128
- Bisectrices 133

9 Áreas y perímetros

- De un cuadrilátero a otro 144
- Parientes cercanos: triángulos y cuadriláteros 145

10 Relaciones de proporcionalidad

- Proporciones y fracciones 152
- Más sobre constantes de proporcionalidad 156


11 Transformación de cocientes, raíz cuadrada y potencias

- Administrando la biblioteca 166
- Multiplicas y divide por lo mismo y no se altera 167
- El tiempo y los decimales 171
- Problemas y división de decimales 172
- Cuadrados y proporcionalidad 173
- Cálculo de raíces cuadradas 174
- Potencias y raíces 179

12 Ecuaciones del tipo $ax+b=c$

- Aplicaciones de las ecuaciones al entretenimiento 184
- Más sobre las aplicaciones de ecuaciones 186
- Ecuaciones de primer grado 189

13 Figuras geométricas: construcción, perímetros y áreas

- Construcción de triángulos 196
- Construcción de cuadriláteros 198
- Construcción de polígonos 198
- Álgebra y figuras geométricas 200

14 Gráficas, diagramas y tablas

- Porcentajes 206
- Interpretación de datos 212

15 ¿Qué podemos hacer con la probabilidad?

- El azar 224
- Probabilidad frecuencial 226
- Probabilidad clásica 227


16 Números con signo

- Ganar y perder 234
- Recta numérica y los números con signo 235

17 Relación funcional

- Variaciones de valores 242
- Expresiones de la forma $y = kx$ 245
- Expresiones de la forma $y = kx + b$ 248

18 Simplemente círculos

- Trazo de círculos 254
- Relación entre el perímetro y el diámetro de un círculo 256
- Área y perímetro del círculo 258

19 Relaciones de proporcionalidad y el álgebra

- Constantes de proporcionalidad 264

20 Media, moda y mediana

- Aplicaciones de las gráficas de rectas 270
- Las gráficas también se leen 271
- Tendencia central y dispersión 274

21 Problemas aditivos con números con signo

- Un juego de equilibrios 284
- La recta numérica y los números con signo 288

22 Medir, estimar y calcular áreas

- Cálculo de áreas de figuras compuestas por polígonos y círculos 292

23 Juego justo y probabilidad

- La probabilidad y juegos de azar 300
- Monedas justas 300

24 Incógnitas y proporcionalidad directa

- Cambio de unidades 308

25 Proporcionalidad inversa

- Situaciones de proporción inversa 314

BLOQUE 2

Las fracciones y la música

¿Te gusta la música? Pues las fracciones pueden ayudarte a comprender algunas bases de la teoría musical.

Un músico te podría explicar cómo se representan sonidos por medio de notación y diagramas, los cuales se basan en símbolos asociados a lo que se conoce como **notas musicales**, que se escriben en un conjunto de cinco líneas horizontales paralelas y cuatro espacios, llamado **pentagrama** (figura 1).

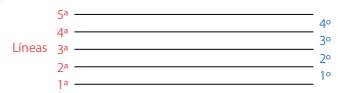


Figura 1

Cada nota se representa con una figura colocada en el pentagrama, la cual indica el tipo de sonido (por la posición en el pentagrama) y su duración o valor (por la figura que se dibuja en el pentagrama). Observa la figura 2.



Figura 2

Las figuras tienen diferentes nombres y valores:

Figura	Nombre	Valor
●	Redonda	1
○	Blanca	$\frac{1}{2}$
♪	Negra	$\frac{1}{4}$
♫	Corchea	$\frac{1}{8}$
♩	Semicorchea	$\frac{1}{16}$
♪♩	Fusa	$\frac{1}{32}$
♩♩	Semifusa	$\frac{1}{64}$

Figura 1
Figura 2
Figura 3
Figura 4

LECCIÓN 6 • PROBLEMAS ADITIVOS

Cuando se escribe una melodía, se utilizan estas figuras con posiciones (aspecto que no abordaremos) y valores correspondientes en un espacio denominado **compás**, el cual se denota en el pentagrama por dos barras verticales (figura 3).

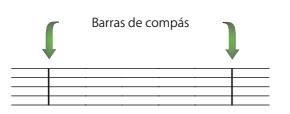


Figura 3

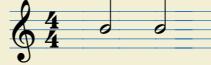
La métrica en la que se basa la melodía se indica con una fracción al inicio del pentagrama.

El numerador indica el número de tiempos en que se divide cada compás; el denominador, qué figura debe haber en cada tiempo del compás (figura 4).



Figura 4

Sin considerar los sonidos, cada compás debe construirse logrando que la suma de los valores de las figuras corresponda al tiempo asociado al compás, como puede verse a continuación.

	$\frac{4}{4} = 1$		$\frac{4}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$		$\frac{4}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
	$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$		$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$		$\frac{6}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$

© Santillana

Cuando se presentan varias figuras del mismo valor, en el caso de la corchea, la semicorchea, la fusa y la semifusa, se unen por medio de una barra.

Para curiosos

Discute con tus compañeros si es posible incluir una blanca en un compás de $\frac{2}{4}$ o en uno de $\frac{6}{8}$.



Figura 3
Figura 4
Figura 5
Figura 6
Figura 7
Figura 8
Figura 9
Figura 10
Figura 11
Figura 12
Figura 13
Figura 14
Figura 15
Figura 16
Figura 17
Figura 18
Figura 19
Figura 20
Figura 21
Figura 22
Figura 23
Figura 24
Figura 25
Figura 26
Figura 27
Figura 28
Figura 29
Figura 30
Figura 31
Figura 32
Figura 33
Figura 34
Figura 35
Figura 36
Figura 37
Figura 38
Figura 39
Figura 40
Figura 41
Figura 42
Figura 43
Figura 44
Figura 45
Figura 46
Figura 47
Figura 48
Figura 49
Figura 50
Figura 51
Figura 52
Figura 53
Figura 54
Figura 55
Figura 56
Figura 57
Figura 58
Figura 59
Figura 60
Figura 61
Figura 62
Figura 63
Figura 64
Figura 65
Figura 66
Figura 67
Figura 68
Figura 69
Figura 70
Figura 71
Figura 72
Figura 73
Figura 74
Figura 75
Figura 76
Figura 77
Figura 78
Figura 79
Figura 80
Figura 81
Figura 82
Figura 83
Figura 84
Figura 85
Figura 86
Figura 87
Figura 88
Figura 89
Figura 90
Figura 91
Figura 92
Figura 93
Figura 94
Figura 95
Figura 96
Figura 97
Figura 98
Figura 99
Figura 100
Figura 101
Figura 102
Figura 103
Figura 104
Figura 105
Figura 106
Figura 107
Figura 108
Figura 109
Figura 110
Figura 111
Figura 112
Figura 113
Figura 114
Figura 115
Figura 116
Figura 117
Figura 118
Figura 119
Figura 120
Figura 121
Figura 122
Figura 123
Figura 124
Figura 125
Figura 126
Figura 127
Figura 128
Figura 129
Figura 130
Figura 131
Figura 132
Figura 133
Figura 134
Figura 135
Figura 136
Figura 137
Figura 138
Figura 139
Figura 140
Figura 141
Figura 142
Figura 143
Figura 144
Figura 145
Figura 146
Figura 147
Figura 148
Figura 149
Figura 150
Figura 151
Figura 152
Figura 153
Figura 154
Figura 155
Figura 156
Figura 157
Figura 158
Figura 159
Figura 160
Figura 161
Figura 162
Figura 163
Figura 164
Figura 165
Figura 166
Figura 167
Figura 168
Figura 169
Figura 170
Figura 171
Figura 172
Figura 173
Figura 174
Figura 175
Figura 176
Figura 177
Figura 178
Figura 179
Figura 180
Figura 181
Figura 182
Figura 183
Figura 184
Figura 185
Figura 186
Figura 187
Figura 188
Figura 189
Figura 190
Figura 191
Figura 192
Figura 193
Figura 194
Figura 195
Figura 196
Figura 197
Figura 198
Figura 199
Figura 200
Figura 201
Figura 202
Figura 203
Figura 204
Figura 205
Figura 206
Figura 207
Figura 208
Figura 209
Figura 210
Figura 211
Figura 212
Figura 213
Figura 214
Figura 215
Figura 216
Figura 217
Figura 218
Figura 219
Figura 220
Figura 221
Figura 222
Figura 223
Figura 224
Figura 225
Figura 226
Figura 227
Figura 228
Figura 229
Figura 230
Figura 231
Figura 232
Figura 233
Figura 234
Figura 235
Figura 236
Figura 237
Figura 238
Figura 239
Figura 240
Figura 241
Figura 242
Figura 243
Figura 244
Figura 245
Figura 246
Figura 247
Figura 248
Figura 249
Figura 250
Figura 251
Figura 252
Figura 253
Figura 254
Figura 255
Figura 256
Figura 257
Figura 258
Figura 259
Figura 260
Figura 261
Figura 262
Figura 263
Figura 264
Figura 265
Figura 266
Figura 267
Figura 268
Figura 269
Figura 270
Figura 271
Figura 272
Figura 273
Figura 274
Figura 275
Figura 276
Figura 277
Figura 278
Figura 279
Figura 280
Figura 281
Figura 282
Figura 283
Figura 284
Figura 285
Figura 286
Figura 287
Figura 288
Figura 289
Figura 290
Figura 291
Figura 292
Figura 293
Figura 294
Figura 295
Figura 296
Figura 297
Figura 298
Figura 299
Figura 300
Figura 301
Figura 302
Figura 303
Figura 304
Figura 305
Figura 306
Figura 307
Figura 308
Figura 309
Figura 310
Figura 311
Figura 312
Figura 313
Figura 314
Figura 315
Figura 316
Figura 317
Figura 318
Figura 319
Figura 320
Figura 321
Figura 322
Figura 323
Figura 324
Figura 325
Figura 326
Figura 327
Figura 328
Figura 329
Figura 330
Figura 331
Figura 332
Figura 333
Figura 334
Figura 335
Figura 336
Figura 337
Figura 338
Figura 339
Figura 340
Figura 341
Figura 342
Figura 343
Figura 344
Figura 345
Figura 346
Figura 347
Figura 348
Figura 349
Figura 350
Figura 351
Figura 352
Figura 353
Figura 354
Figura 355
Figura 356
Figura 357
Figura 358
Figura 359
Figura 360
Figura 361
Figura 362
Figura 363
Figura 364
Figura 365
Figura 366
Figura 367
Figura 368
Figura 369
Figura 370
Figura 371
Figura 372
Figura 373
Figura 374
Figura 375
Figura 376
Figura 377
Figura 378
Figura 379
Figura 380
Figura 381
Figura 382
Figura 383
Figura 384
Figura 385
Figura 386
Figura 387
Figura 388
Figura 389
Figura 390
Figura 391
Figura 392
Figura 393
Figura 394
Figura 395
Figura 396
Figura 397
Figura 398
Figura 399
Figura 400
Figura 401
Figura 402
Figura 403
Figura 404
Figura 405
Figura 406
Figura 407
Figura 408
Figura 409
Figura 410
Figura 411
Figura 412
Figura 413
Figura 414
Figura 415
Figura 416
Figura 417
Figura 418
Figura 419
Figura 420
Figura 421
Figura 422
Figura 423
Figura 424
Figura 425
Figura 426
Figura 427
Figura 428
Figura 429
Figura 430
Figura 431
Figura 432
Figura 433
Figura 434
Figura 435
Figura 436
Figura 437
Figura 438
Figura 439
Figura 440
Figura 441
Figura 442
Figura 443
Figura 444
Figura 445
Figura 446
Figura 447
Figura 448
Figura 449
Figura 450
Figura 451
Figura 452
Figura 453
Figura 454
Figura 455
Figura 456
Figura 457
Figura 458
Figura 459
Figura 460
Figura 461
Figura 462
Figura 463
Figura 464
Figura 465
Figura 466
Figura 467
Figura 468
Figura 469
Figura 470
Figura 471
Figura 472
Figura 473
Figura 474
Figura 475
Figura 476
Figura 477
Figura 478
Figura 479
Figura 480
Figura 481
Figura 482
Figura 483
Figura 484
Figura 485
Figura 486
Figura 487
Figura 488
Figura 489
Figura 490
Figura 491
Figura 492
Figura 493
Figura 494
Figura 495
Figura 496
Figura 497
Figura 498
Figura 499
Figura 500
Figura 501
Figura 502
Figura 503
Figura 504
Figura 505
Figura 506
Figura 507
Figura 508
Figura 509
Figura 510
Figura 511
Figura 512
Figura 513
Figura 514
Figura 515
Figura 516
Figura 517
Figura 518
Figura 519
Figura 520
Figura 521
Figura 522
Figura 523
Figura 524
Figura 525
Figura 526
Figura 527
Figura 528
Figura 529
Figura 530
Figura 531
Figura 532
Figura 533
Figura 534
Figura 535
Figura 536
Figura 537
Figura 538
Figura 539
Figura 540
Figura 541
Figura 542
Figura 543
Figura 544
Figura 545
Figura 546
Figura 547
Figura 548
Figura 549
Figura 550
Figura 551
Figura 552
Figura 553
Figura 554
Figura 555
Figura 556
Figura 557
Figura 558
Figura 559
Figura 560
Figura 561
Figura 562
Figura 563
Figura 564
Figura 565
Figura 566
Figura 567
Figura 568
Figura 569
Figura 570
Figura 571
Figura 572
Figura 573
Figura 574
Figura 575
Figura 576
Figura 577
Figura 578
Figura 579
Figura 580
Figura 581
Figura 582
Figura 583
Figura 584
Figura 585
Figura 586
Figura 587
Figura 588
Figura 589
Figura 590
Figura 591
Figura 592
Figura 593
Figura 594
Figura 595
Figura 596
Figura 597
Figura 598
Figura 599
Figura 600
Figura 601
Figura 602
Figura 603
Figura 604
Figura 605
Figura 606
Figura 607
Figura 608
Figura 609
Figura 610
Figura 611
Figura 612
Figura 613
Figura 614
Figura 615
Figura 616
Figura 617
Figura 618
Figura 619
Figura 620
Figura 621
Figura 622
Figura 623
Figura 624
Figura 625
Figura 626
Figura 627
Figura 628
Figura 629
Figura 630
Figura 631
Figura 632
Figura 633
Figura 634
Figura 635
Figura 636
Figura 637
Figura 638
Figura 639
Figura 640
Figura 641
Figura 642
Figura 643
Figura 644
Figura 645
Figura 646
Figura 647
Figura 648
Figura 649
Figura 650
Figura 651
Figura 652
Figura 653
Figura 654
Figura 655
Figura 656
Figura 657
Figura 658
Figura 659
Figura 660
Figura 661
Figura 662
Figura 663
Figura 664
Figura 665
Figura 666
Figura 667
Figura 668
Figura 669
Figura 670
Figura 671
Figura 672
Figura 673
Figura 674
Figura 675
Figura 676
Figura 677
Figura 678
Figura 679
Figura 680
Figura 681
Figura 682
Figura 683
Figura 684
Figura 685
Figura 686
Figura 687
Figura 688
Figura 689
Figura 690
Figura 691
Figura 692
Figura 693
Figura 694
Figura 695
Figura 696
Figura 697
Figura 698
Figura 699
Figura 700
Figura 701
Figura 702
Figura 703
Figura 704
Figura 705
Figura 706
Figura 707
Figura 708
Figura 709
Figura 710
Figura 711
Figura 712
Figura 713
Figura 714
Figura 715
Figura 716
Figura 717
Figura 718
Figura 719
Figura 720
Figura 721
Figura 722
Figura 723
Figura 724
Figura 725
Figura 726
Figura 727
Figura 728
Figura 729
Figura 730
Figura 731
Figura 732
Figura 733
Figura 734
Figura 735
Figura 736
Figura 737
Figura 738
Figura 739
Figura 740
Figura 741
Figura 742
Figura 743
Figura 744
Figura 745
Figura 746
Figura 747
Figura 748
Figura 749
Figura 750
Figura 751
Figura 752
Figura 753
Figura 754
Figura 755
Figura 756
Figura 757
Figura 758
Figura 759
Figura 760
Figura 761
Figura 762
Figura 763
Figura 764
Figura 765
Figura 766
Figura 767
Figura 768
Figura 769
Figura 770
Figura 771
Figura 772
Figura 773
Figura 774
Figura 775
Figura 776
Figura 777
Figura 778
Figura 779
Figura 780
Figura 781
Figura 782
Figura 783
Figura 784
Figura 785
Figura 786
Figura 787
Figura 788
Figura 789
Figura 790
Figura 791
Figura 792
Figura 793
Figura 794
Figura 795
Figura 796
Figura 797
Figura 798
Figura 799
Figura 800
Figura 801
Figura 802
Figura 803
Figura 804
Figura 805
Figura 806
Figura 807
Figura 808
Figura 809
Figura 810
Figura 811
Figura 812
Figura 813
Figura 814
Figura 815
Figura 816
Figura 817
Figura 818
Figura 819
Figura 820
Figura 821
Figura 822
Figura 823
Figura 824
Figura 825
Figura 826
Figura 827
Figura 828
Figura 829
Figura 830
Figura 831
Figura 832
Figura 833
Figura 834
Figura 835
Figura 836
Figura 837
Figura 838
Figura 839
Figura 840
Figura 841
Figura 842
Figura 843
Figura 844
Figura 845
Figura 846
Figura 847
Figura 848
Figura 849
Figura 850
Figura 851
Figura 852
Figura 853
Figura 854
Figura 855
Figura 856
Figura 857
Figura 858
Figura 859
Figura 860
Figura 861
Figura 862
Figura 863
Figura 864
Figura 865
Figura 866
Figura 867
Figura 868
Figura 869
Figura 870
Figura 871
Figura 872
Figura 873
Figura 874
Figura 875
Figura 876
Figura 877
Figura 878
Figura 879
Figura 880
Figura 881
Figura 882
Figura 883
Figura 884
Figura 885
Figura 886
Figura 887
Figura 888
Figura 889
Figura 890
Figura 891
Figura 892
Figura 893
Figura 894
Figura 895
Figura 896
Figura 897
Figura 898
Figura 899
Figura 900
Figura 901
Figura 902
Figura 903
Figura 904
Figura 905
Figura 906
Figura 907
Figura 908
Figura 909
Figura 910
Figura 911
Figura 912
Figura 913
Figura 914
Figura 915
Figura 916
Figura 917
Figura 918
Figura 919
Figura 920
Figura 921
Figura 922
Figura 923
Figura 924
Figura 925
Figura 926
Figura 927
Figura 928
Figura 929
Figura 930
Figura 931
Figura 932
Figura 933
Figura 934
Figura 935
Figura 936
Figura 937
Figura 938
Figura 939
Figura 940
Figura 941
Figura 942
Figura 943
Figura 944
Figura 945
Figura 946
Figura 947
Figura 948
Figura 949
Figura 950
Figura 951
Figura 952
Figura 953
Figura 954
Figura 955
Figura 956
Figura 957
Figura 958
Figura 959
Figura 960
Figura 961
Figura 962
Figura 963
Figura 964
Figura 965
Figura 966
Figura 967
Figura 968
Figura 969
Figura 970
Figura 971
Figura 972
Figura 973
Figura 974
Figura 975
Figura 976
Figura 977
Figura 978
Figura 979
Figura 980
Figura 981
Figura 982
Figura 983
Figura 984
Figura 985
Figura 986
Figura 987
Figura 988
Figura 989
Figura 990
Figura 991
Figura 992
Figura 993
Figura 994
Figura 995
Figura 996
Figura 997
Figura 998
Figura 999
Figura 1000

BLOQUE 5

Ahora vamos a modificar un triángulo equilátero para llegar a otro diseño árabe conocido tradicionalmente como "la pajarita". Analiza el procedimiento de la figura 6 y escribe las instrucciones para que, a partir del triángulo equilátero, se obtenga la figura final.

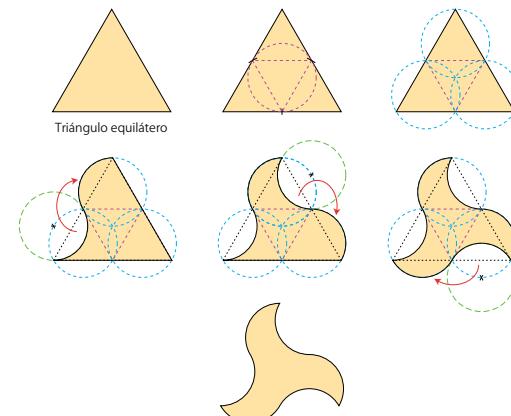


Figura 6

Con este diseño se obtiene el tapiz de la figura 7. ¿Qué transformaciones se aplicaron a la figura original?

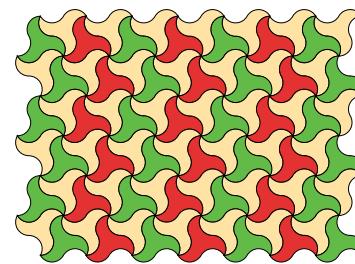


Figura 7

Las figuras 8 a 10 muestran teselaciones con formas de animales hechas a partir de distintas figuras geométricas. En cada una de las teselaciones analiza el procedimiento de construcción de su figura unidad y describe los movimientos o transformaciones que debes aplicar a ésta para ir teselando el plano.

368

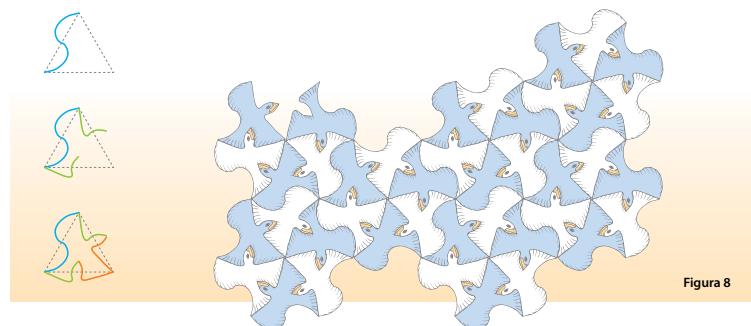


Figura 8

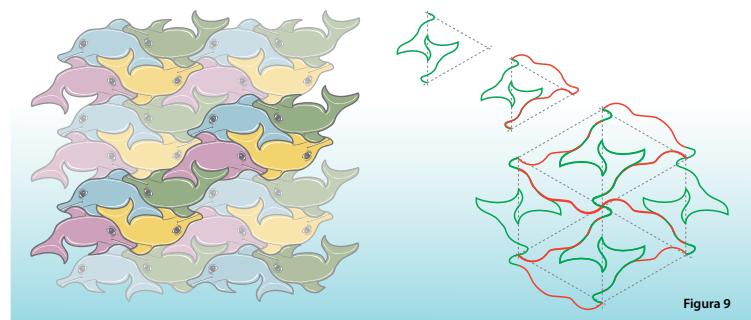


Figura 9

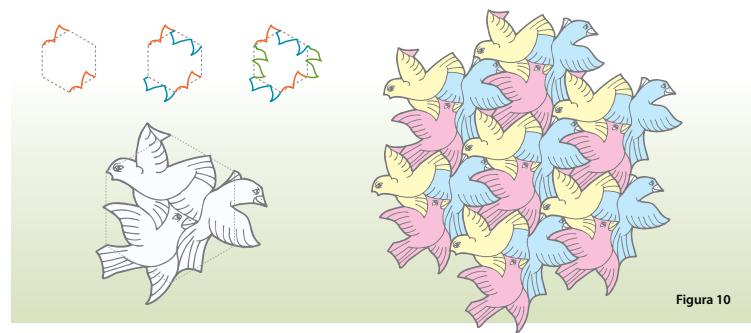


Figura 10



Las ecuaciones según al-Jwarizmi

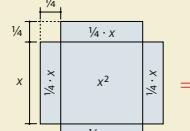
Para una mejor comprensión de las técnicas algebraicas que usamos en la actualidad conviene echar una mirada al pasado. Podemos preguntarnos, por ejemplo, ¿qué procedimientos conocían los antiguos para resolver ecuaciones, antes de que se inventaran las técnicas que ahora usamos, y antes del surgimiento de la notación moderna?

Un trabajo precursor en este sentido fue el del matemático y astrónomo persa Mohammed ibn Musa al-Jwarizmi, quien alrededor del año 820 de nuestra era ideó un sistema que consistía en reducir cualquier ecuación de primer o segundo grado a una de seis formas básicas posibles, para las cuales estableció métodos específicos de resolución, siempre basados en el uso de construcciones geométricas.

Así pues, vamos resolver la ecuación $x^2 + x - 1 = 0$ siguiendo los pasos de al-Jwarizmi. Comencemos por reducirla a una de las formas básicas, para evitar el uso de coeficientes negativos, de esta manera: $x^2 + x = 1$. A partir de aquí procedemos geométricamente para hallar la solución. La ecuación anterior podemos escribirla como

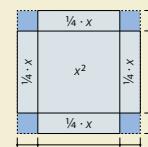
$$x^2 + 4\left(\frac{1}{4}\right)x = 1.$$

Figura A



El área de la figura asociada es igual a 1. Vamos a completar la figura para convertirla en un cuadrado, añadiendo 4 pequeños cuadrados en sus extremos, cada uno de $\frac{1}{4}$ de lado.

Figura B



El área del nuevo cuadrado será

$$1 + 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 + 4\left(\frac{1}{16}\right) = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1.25.$$

¿Qué longitud tendrá un lado de ese cuadrado?, esto es, ¿qué número multiplicado por sí mismo da 1.25? Para saberlo, extraemos su raíz cuadrada y obtenemos que es aproximadamente 1.118.

Ahora bien, por la figura B también sabemos que la longitud de dicho lado puede expresarse como $x + 0.25 + 0.25 = x + 0.5$, con lo que se llega a la igualdad

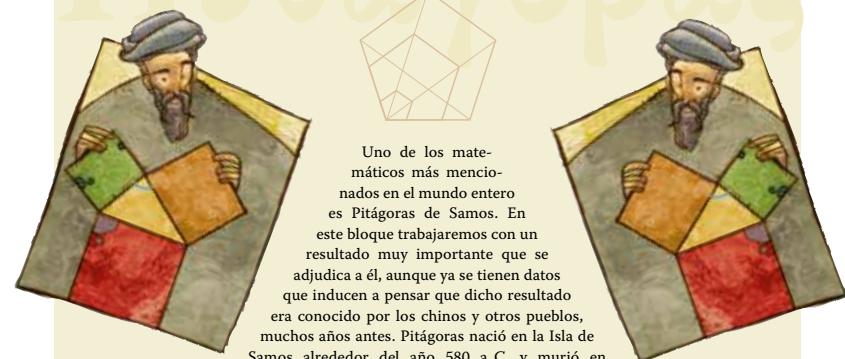
$$x + 0.5 = 1.118.$$

Habiendo transformado así nuestra ecuación original, aplicamos el procedimiento de reducción de al-Jwarizmi para obtener el valor de x :

$$x = 0.618.$$

BLOQUE 4

Pitágoras, el fundador



Uno de los matemáticos más mencionados en el mundo entero es Pitágoras de Samos. En este bloque trabajaremos con un resultado muy importante que se adjudica a él, aunque ya se tienen datos que inducen a pensar que dicho resultado era conocido por los chinos y otros pueblos, muchos años antes. Pitágoras nació en la Isla de Samos alrededor del año 580 a.C. y murió en Metaponto aproximadamente en el 520 a.C.

Desde pequeño Pitágoras viajó mucho y conoció a homines ilustrados de su época. Entre los 18 y 20 años conoció a Tales en Miletó, quien ya era un anciano. Tales contribuyó a despertar el interés de Pitágoras por las matemáticas y la astronomía, incluso le aconsejó viajar a Egipto para profundizar en dichos temas.

Pitágoras fundó la Hermandad Pitagórica, la cual se regía con un estricto código de conducta, pero era igualitaria pues incluía varias mujeres.

Los pitagóricos dividieron el saber científico en cuatro ramas: la aritmética, la geometría, la música y la astronomía. Estudiaron propiedades de los números que tal vez te son familiares:

- Los números figurativos:



- El número de oro (o proporción áurea) fue descubierto por Pitágoras. El símbolo de la Escuela de Pitágoras era la estrella de 5 puntas inscrita en un pentágono.
- Se atribuye a Pitágoras la demostración del denominado "teorema de Pitágoras", aunque este teorema era conocido por los babilonios 1000 años antes. El libro *The Pythagorean Proposition*, de Loomis, contiene 370 demostraciones del teorema. ¡Indaga más datos sobre Pitágoras!

BLOQUE 5



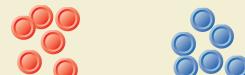
Un juego de equilibrios

Considera el siguiente juego. Hay dos tipos de fichas: unas de color azul y otras de color rojo. Con ellas puedes formar distintas configuraciones.

El juego consiste en tomar una configuración inicial de fichas y transformarla en otra configuración siguiendo unas cuantas reglas básicas que explicaremos a continuación.

(En lo que sigue llamaremos *equilibrio* a una configuración que tenga el mismo número de fichas rojas y azules.)

- 1 La configuración de fichas resultante de una transformación debe ser de un mismo color.



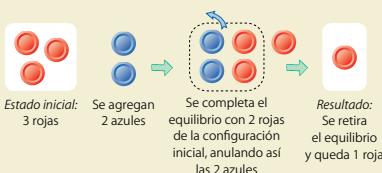
- 2 En una transformación pueden agregarse o quitarse fichas de un mismo color.

Ejemplo: Si a 3 rojas le agregas 2 rojas el resultado es 5 rojas.



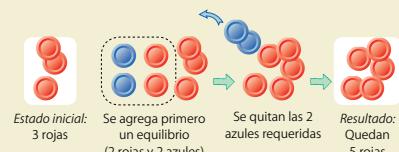
- 3 En una transformación pueden agregarse fichas de distinto color a la configuración, pero habrán de anularse mediante un equilibrio a fin de cumplir la primera regla.

Ejemplo: Si a 3 rojas le agregas 2 azules el resultado es una roja.



- 4 En una transformación pueden quitarse fichas de un color distinto al de la configuración inicial, pero se deberá completar primero la configuración con un equilibrio que permita retirar las fichas requeridas.

Ejemplo: Si a 3 rojas le quitas 2 azules el resultado son 5 rojas.



BLOQUE 5

- 2 En la actualidad no todos los dados son cubos, como los que conoces; los hay de varias formas como los que se muestran en esta figura.

Para cada uno de estos dados encuentra la probabilidad de que se obtenga cualquiera de sus números al lanzarlo. Considera que todos tienen la misma oportunidad de ocurrir.



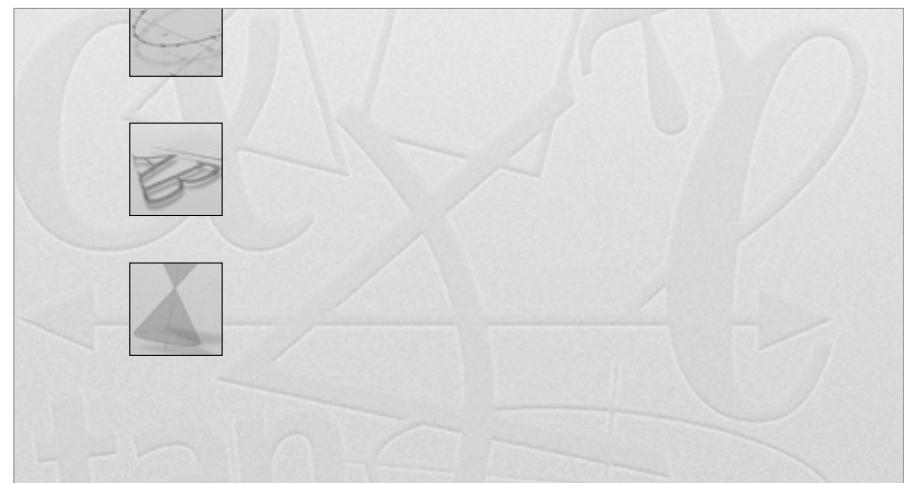
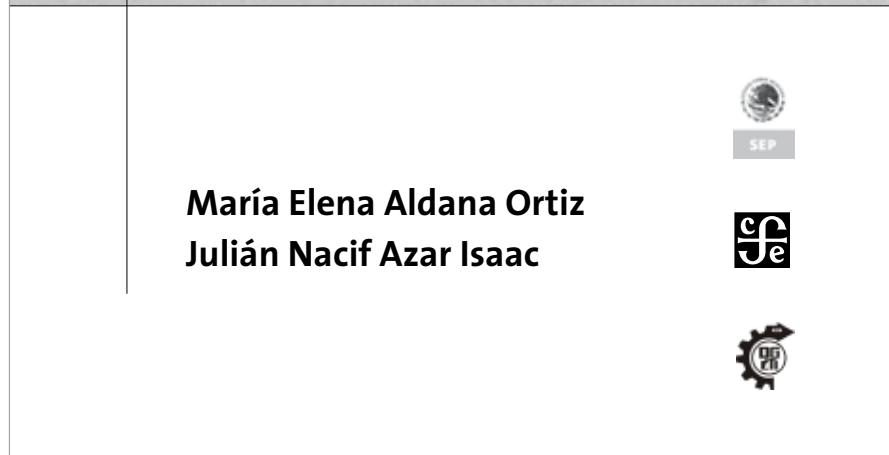
- a ¿Qué tipo de cuerpos sólidos podrían utilizarse como dados con más de 6 posibles resultados?

- b Con pentágonos puedes hacer un cuerpo sólido de doce caras. ¿A qué valor de frecuencia relativa acumulada se deberían acercar los valores de cada resultado si el dado fuese legal?



- c Con triángulos equiláteros se puede hacer un cuerpo sólido de 20 caras. Si el dado fuese legal, ¿a qué valor se deben aproximar las frecuencias relativas acumuladas cuando el dado se lanza muchas veces?





Primera edición, 2011

Azar, Isaac, Julián Nacif y María Elena Aldana Ortiz
Geometría analítica / Isaac Azar, Julián Nacif, María Elena
Aldana Ortiz. – México : FCE, SEP, DGETI, 2011
400 p. : ilus. ; 27 x 21 cm. – (Colec. DGETI)
Texto de educación media superior
ISBN: 978-607-7523-11-6

1. Geometría analítica – Estudio y enseñanza 2. Matemáticas – Estudio y enseñanza I. Nacif, Julián, coaut. II. Aldana Ortiz, María Elena, coaut. III. Ser. IV. t.

LC HB71 Dewey 516.3 A894g

© D.R. Dirección General de Educación Tecnológica
Industrial, SEP.
Centeno 670, 4º piso, Col. Granjas México
C.P. 08400, México, D.F.

ISBN 978-607-7523-11-6

Impreso en México

Edición
Departamento de Libros de Texto, FCE.
José Luis Acosta

Revisión técnica y corrección de estilo
Rodrigo Cambray Núñez
José Luis Acosta

Diseño
José Luis Acosta

Formación
Giné Martínez, Heidi Puon Sánchez,
Sergio Bourguet, Eliud Monroy

Dibujo técnico
Giné Martínez, Heidi Puon Sánchez,
Sergio Bourguet, Eliud Monroy,
Guillermo Huerta González

Ilustración
Abelardo Culebro Bahena

Diseño de portada
Josefina Aguirre

UNIDAD 3 | Las cónicas como lugares geométricos

■ Ejemplo 3.29

Determina la ecuación y traza la gráfica de la hipérbola con centro en el origen, siendo uno de sus vértices el punto $(0, -3)$ y la longitud de su segmento conjugado de 8 unidades.

Como el centro de la hipérbola se encuentra en el origen, $C(0, 0)$, y dado que uno de sus vértices es $V'(0, -3)$, el otro vértice es $V(0, 3)$. Luego, el eje transversal es el eje de las ordenadas, y $a = 3$ unidades. Tenemos que el segmento conjugado es de 8 unidades, por lo que $b = 4$ unidades.

La ecuación de la hipérbola es de la forma

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

Sustituyendo,

$$\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1,$$

que es la ecuación pedida.

Las ecuaciones de las asíntotas se obtienen de la ecuación

$$x = \pm \frac{b}{a} y.$$

Sustituyendo,

$$x = \pm \frac{4}{3} y.$$

Así, las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ son

$$x = \frac{4}{3}y \quad y \quad x = -\frac{4}{3}y.$$

Empleando la relación $c^2 = a^2 + b^2$, calculamos la distancia focal c :

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$c = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Así, los focos son $F(0, 5)$ y $F'(0, -5)$; la longitud del lado recto es $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(4)^2}{3} = \frac{32}{3}$.

Después, localizamos los extremos del lado recto, $(\pm \frac{b^2}{a}, c)$ y $(\pm \frac{b^2}{a}, -c)$, sustituyendo los valores:

$$L\left(\frac{16}{3}, 5\right), \quad L'\left(-\frac{16}{3}, 5\right), \quad R\left(\frac{16}{3}, -5\right), \quad y \quad R'\left(-\frac{16}{3}, -5\right).$$

338

3.5 | La hipérbola y su representación gráfica

Siguiendo los pasos del apartado 3.5.5, esbozamos la gráfica de la hipérbola

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1 \text{ (véase la figura 3.128).}$$

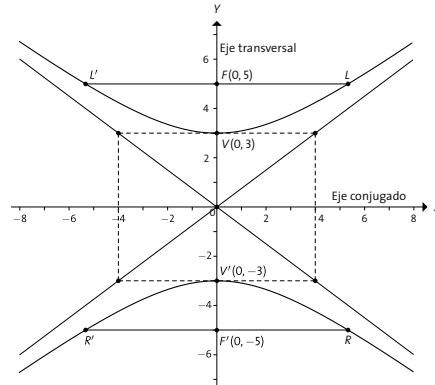


Figura 3.128
Gráfica de la hipérbola
 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$

■ Ejemplo 3.30

Determina la ecuación y traza la gráfica de la hipérbola con centro $C(2, 3)$, siendo uno de sus vértices el punto $(-1, 3)$ y uno de sus focos en el punto $(7, 3)$.

Localizamos en el plano cartesiano el centro $C(2, 3)$, el vértice $(-1, 3)$, y el foco $(7, 3)$. Siendo a la distancia del centro a uno de sus vértices,

$$a = 2 + 1 = 3;$$

y como c es la distancia del centro a uno de los focos (véase la figura 3.129),

$$c = 7 - 2 = 5.$$

Despejando b de la relación $c^2 = a^2 + b^2$,

$$b = \pm \sqrt{c^2 - a^2},$$

y sustituyendo,

$$b = \sqrt{25 - 9} = 4.$$

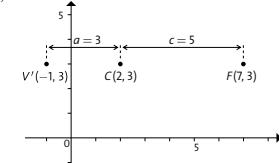


Figura 3.129
Localización de los tres puntos dados y obtención de las distancias a y c .

339

2.7 | Coordenadas polares

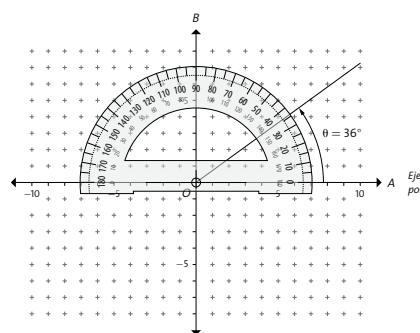


Figura 2.146
Localización del ángulo polar

Después, para trazar el radio vector que indique que $r = -8$, se prolonga en sentido contrario el rayo del ángulo de $\frac{\pi}{5}$ rad, y con la ayuda de una regla o una escuadra se miden 8 unidades sobre esta prolongación a partir del polo.

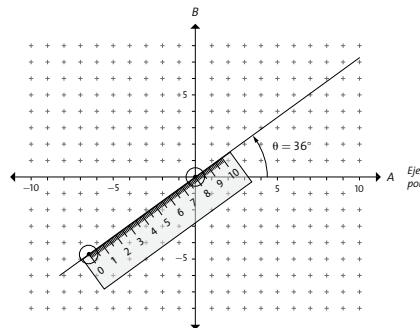


Figura 2.147
Localización del radio polar

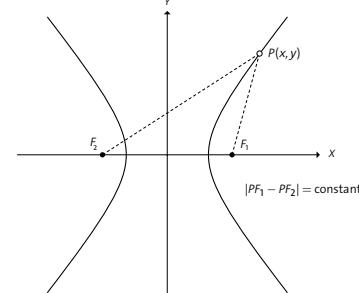
Así, se localiza el punto $P\left(-8, \frac{\pi}{5}\right)$ en el plano, lo cual se muestra en la figura 2.148.

179 |

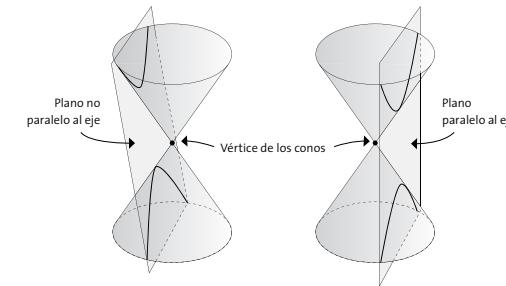
3.5 | La hipérbola y su representación gráfica

Resumen

Se llama **hipérbola** al lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$ del plano cartesiano tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.



Definición 1. Las hipérbolas son las curvas que se obtienen al cortar una superficie cónica con un plano paralelo al eje del cono y que no pasa por el vértice de dicha superficie, o cuando corta el cono con determinada inclinación con respecto a la base de éste, sin llegar a formar una curva cerrada.



Una hipérbola se representa en forma general mediante la ecuación

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0.$$

- Si $C = 0$ y $D = 0$, la ecuación se transforma en $Ax^2 + By^2 + E = 0$.
- Si $C = 0$ o $D = 0$, la ecuación se transforma en $Ax^2 + By^2 + Cx + E = 0$ o en $Ax^2 + By^2 + Dy + E = 0$.

A continuación se presenta un diagrama con los puntos más importantes acerca de la hipérbola.

351 |

UNIDAD 1 | Lenguaje algebraico

De otro modo, se representa la multiplicación en la forma acostumbrada: numerador por numerador y denominador por denominador, y luego se descomponen en factores el numerador y el denominador para eliminar los factores comunes a ambos:

$$\left(\frac{6}{8}\right)\left(\frac{4}{12}\right) = \frac{6 \times 4}{8 \times 12} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}.$$

Como puedes ver, los resultados son iguales. Tú decides si primero descompones en factores o si primero indicas la operación.

En la multiplicación de fracciones algebraicas se realiza algo similar, esto es, se descomponen en factores primero los términos, o primero se representa la multiplicación. Es conveniente hacer notar que los casos de descomposición en factores estudiados no son todos, por lo que encontraremos polinomios que no se pueden descomponer en factores mediante los procedimientos vistos y habrá que consultar otros procedimientos no abordados en este texto.

Ejemplo 1

Obtén el producto de $\frac{2x^2}{3x^2+6x}$ y $\frac{6x}{x^2-4}$.

- Se descomponen en factores el numerador y el denominador de ambas fracciones algebraicas:

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2+6x}\right)\left(\frac{6x}{x^2-4}\right) = \left[\frac{2xx}{3x(x+2)}\right] \left[\frac{3(2)x}{(x+2)(x-2)}\right].$$

- Se eliminan términos comunes del numerador y del denominador:

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2+6x}\right)\left(\frac{6x}{x^2-4}\right) = \frac{(2xx)(2)(2)}{3x(x+2)(x+2)(x-2)} = \frac{(2xx)(2)}{(x+2)(x+2)(x-2)}.$$

- Se realizan las multiplicaciones que quedan indicadas en el numerador y en el denominador:

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2+6x}\right)\left(\frac{6x}{x^2-4}\right) = \frac{4x^2}{(x+2)^2(x-2)}.$$

Como ya no hay más factores comunes en el numerador y el denominador, la última expresión es el producto que se obtiene de multiplicar las dos fracciones algebraicas dadas.

1.1 | Lenguaje algebraico

Ejemplo 2

Obtén el producto de la siguiente multiplicación:

$$\frac{x^2+8x+12}{x^2-25} \times \frac{x^2+10x+25}{x^2+11x+30}.$$

Descomponiendo en factores, se tiene

$$\frac{(x+6)(x+2)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x+5)}{(x+5)(x+6)}.$$

Esto es,

$$\frac{x^2+8x+12}{x^2-25} \times \frac{x^2+10x+25}{x^2+11x+30} = \frac{(x+6)(x+2)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x+5)}{(x+5)(x+6)}.$$

Al eliminar factores comunes del numerador y del denominador, se obtiene que

$$\frac{x^2+8x+12}{x^2-25} \times \frac{x^2+10x+25}{x^2+11x+30} = \frac{(x+6)(x+2)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x+5)}{(x+5)(x+6)} = \frac{x+2}{x-5}.$$

En general, para multiplicar fracciones algebraicas:

- Se descomponen en factores los términos de los numeradores y denominadores.
- Se eliminan los factores comunes del numerador y el denominador.
- Se multiplica en la forma usual, numerador por numerador y denominador por denominador.

Actividades de aprendizaje

Obtén los productos de las siguientes fracciones algebraicas.

1 $\frac{x^2+5x+4}{x^2+10x+24} \times \frac{x^2+8x+12}{x^2-1}$

2 $\frac{x+4}{x^2-16} \times \frac{x+3}{x^2+2x-15}$

3 $\left(\frac{x^2-36}{x+5}\right) \left(\frac{x+5}{x^2+8x+12}\right)$

Recapitulación Unidades 1 y 2

En los temas estudiados en la segunda unidad, practicaste diversos procedimientos para resolver problemas.

Las ecuaciones algebraicas se pueden utilizar para resolver problemas.

Una *ecuación* es una igualdad que sólo se cumple para algunos valores de la o las incógnitas.

Una igualdad que se cumple para cualquier valor que se le asigne a la incógnita se llama *identidad*.

Las expresiones algebraicas reciben nombres específicos dependiendo del número de términos que tengan: *monomio*, *binomio*, *trinomio* o *polinomio*.

Para sumar o restar monomios o polinomios, se simplifican términos semejantes. Por ejemplo, para sumar el polinomio $3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x$ con el polinomio $9x^4 - 7x^3 - 6x^2 - 11x$, se procede así:

$$\begin{aligned} & (3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x) + (9x^4 - 7x^3 - 6x^2 - 11x) \\ &= \underline{3x^4} + \underline{5x^3} - \underline{8x^2} + \underline{7x} + \underline{9x^4} - \underline{7x^3} - \underline{6x^2} - \underline{11x} \\ &= (3x^4 + 9x^4) + (5x^3 - 7x^3) + (-8x^2 - 6x^2) + (7x - 11x) \\ &= 12x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 4x. \end{aligned}$$

Términos semejantes son aquellos que tienen las mismas literales con los mismos exponentes.

Para restar polinomios, se le cambian signos a los términos del sustraendo. Así, para restar $3x^3 + 8x^2 - 6x$ de $5x^3 + 3x^2 + 2x$, se tiene que,

$$\begin{aligned} & 5x^3 + 3x^2 + 2x - (3x^3 + 8x^2 - 6x) \\ &= 5x^3 + \underline{3x^2} + \underline{2x} - \underline{3x^3} - \underline{8x^2} + \underline{6x} \\ &= (5x^3 - 3x^3) + (3x^2 - 8x^2) + (2x + 6x) \\ &= 2x^3 - 5x^2 + 8x. \end{aligned}$$

Para multiplicar polinomios, se multiplica cada uno de los términos de uno de los factores por cada uno de los términos del otro factor y luego se simplifican los términos semejantes que resulten. Por ejemplo, para multiplicar $7x^2 - 4x + 6$ por $5x - 9$, se tiene que

$$\begin{aligned} & (7x^2 - 4x + 6)(5x - 9) \\ &= 7x^2(5x - 9) - 4x(5x - 9) + 6(5x - 9) \\ &= 35x^3 - \underline{63x^2} - \underline{20x^2} + \underline{36x} + \underline{30x} - 54 \\ &= 35x^3 - 83x^2 + 66x - 54. \end{aligned}$$

Para dividir polinomios se recomienda como regla principal "dividir el primer término del dividendo entre

el primer término del divisor", para calcular el primer término del cociente, y continuar el procedimiento con cada uno de los residuos que se vayan obteniendo.

El resultado de algunas multiplicaciones de polinomios se pueden obtener sin tener que hacer la operación, siguiendo algunas reglas generales. A estos productos se les llama *productos notables*. Al procedimiento de determinar los factores que producen determinada expresión algebraica se le llama *descomposición en factores*.

■ Productos notables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(binomio cuadrado perfecto)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

(diferencia de cuadrados)

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$$

(producto de dos binomios con un término común)

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

(tetranomio cúbico perfecto)

■ Descomposición en factores

Los casos más comunes de descomposición en factores son los siguientes.

$$ab + ac = a(b + c)$$

(factor común monomio)

$$m(x + y) + n(x + y) = (x + y)(m + n)$$

(factor común polinomio)

$$mn + mp + hn + hp = m(n + p) + h(n + p) = (n + p)(m + h)$$

(agrupación)

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

(binomio al cuadrado)

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

(binomios conjugados)

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

(factores de la suma de dos cubos)

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy - y^2)$$

(factores de la diferencia de dos cubos)

Recapitulación

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)^3$$

(binomio al cubo)

$$x^2 + x(m + n) + mn = (x + m)(x + n)$$

(dos binomios con un término común)

■ Ecuaciones

Las ecuaciones se clasifican según el exponente de la incógnita como de primero o de segundo grado, de tercero, cuarto, etcétera. Pueden tener una o más incógnitas.

■ Ecuaciones de primer grado

Para resolver una ecuación lineal, basta despejar la incógnita. Por ejemplo,

$$2x + 9 = 19$$

$$2x = 19 - 9$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5.$$

Si hay denominadores en los términos de una ecuación, se busca un denominador común y se multiplica toda la ecuación por él para transformarla en una ecuación con coeficientes enteros. Por ejemplo,

$$\frac{3x}{4} + 2x + 7 = 29$$

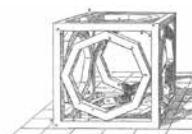
$$4\left(\frac{3x}{4} + 2x + 7\right) = 4(29)$$

$$3x + 8x + 28 = 116.$$

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, como

$$\begin{cases} 3x + 7y = 26 \\ 4x - 2y = 12, \end{cases}$$

se tienen diversas técnicas: suma y resta (reducción), igualación, sustitución, determinantes, graficación.

2.3**Resolución de triángulos rectángulos**

Resolver un triángulo rectángulo significa calcular el valor de todos sus elementos, sus tres lados y sus tres ángulos.

- Para resolver un triángulo debemos conocer al menos tres de sus elementos, uno de los cuales necesariamente debe ser un lado.
- En todo triángulo un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia de éstos.

2.3.1 | Casos de resolución de triángulos rectángulos

Al resolver triángulos rectángulos se pueden presentar los siguientes casos.

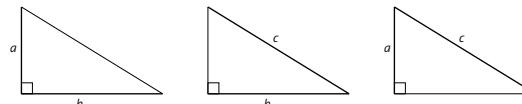
A. Dos lados conocidos

Figura 2.15
Caso 1: Dos lados conocidos de un triángulo rectángulo

Ejemplo 2.4

Resolver el triángulo rectángulo ABC , si el lado $a = 2.5$ cm y la hipotenusa $c = 4$ cm.

Como observamos en la figura 2.16, conocemos la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo A , por lo que emplearemos la razón trigonométrica $\operatorname{sen} A$ para calcular el ángulo:

$$\operatorname{sen} A = \frac{2.5}{4} = 0.625,$$

$$\angle A = \operatorname{arcosen}(0.625) = \operatorname{sen}^{-1}(0.625)$$

por lo que $\operatorname{arcosen} A$ nos proporciona el valor del ángulo. Así,

$$\angle A = 38.68^\circ;$$

convirtiendo,

$$\angle A = 38^\circ 40' 55''.$$

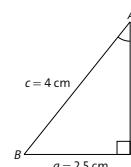


Figura 2.16

207

Recuerda que

- Resolver un triángulo rectángulo significa hallar los valores de todos sus elementos: sus tres lados y sus tres ángulos. Los conocimientos previos necesarios son:
 - Las razones trigonométricas
 - El teorema de Pitágoras
 - El teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo.

Actividades generales tema 2.3

Después de haber analizado y reflexionado sobre el tema de resolución de triángulos rectángulos, con la finalidad de verificar el avance que has alcanzado hasta este punto, realiza las siguientes actividades.

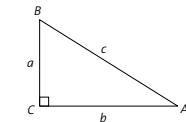
- 1 Si la distancia de un grupo de personas a la base de un edificio es de 13 m, y el ángulo de elevación a la parte más alta de la construcción es de 44° , ¿cuál es la altura del edificio?

- 2 Sabiendo que $\operatorname{sen} A = \frac{3}{5}$, calcula las demás razones trigonométricas del $\triangle A$.

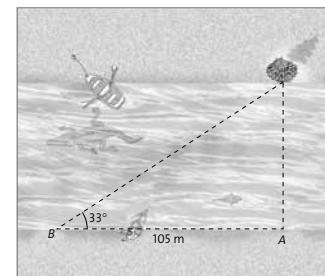
- 3 Resuelve los siguientes triángulos, sabiendo que:

- [a] $a = 11$ y $\angle A = 32^\circ$.
- [b] $\angle A = 53^\circ$ y $c = 20$.

Para ambos incisos considera la figura de la derecha.



- 4 Desde un punto A en la orilla de un río se ve un árbol justo enfrente. Si se camina 105 m río abajo, por la orilla recta del río, llegamos a un punto B desde el que se ve el árbol formando un ángulo de 33° con esta orilla. Calcula la anchura del río.



216

UNIDAD 1 | Geometría plana

Es importante entender que una línea recta no termina donde su figura lo hace, sino que se extiende indefinidamente en ambas direcciones. De la misma manera, un plano se extiende indefinidamente en todas las direcciones. En consecuencia, una hoja de papel no es un plano, forma parte de un plano, y una parte muy pequeña de él (véase la figura 1.15).



Figura 1.15
Una hoja de papel es una parte muy pequeña de un plano

Dos rectas diferentes tienen a lo más un punto común; con base en ello, diferenciamos rectas concurrentes y rectas paralelas (véase la figura 1.16).

DEFINICIÓN 1.5. *Dos rectas que se encuentran en un mismo plano y no tienen puntos comunes se llaman paralelas.*

Para indicar que la recta a es paralela a la recta b se escribe $a \parallel b$.

Figura 1.16a (izquierda)
Rectas concurrentes

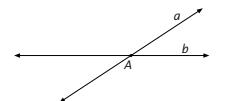
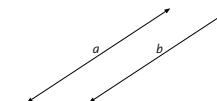


Figura 1.16b (derecha)
Rectas paralelas



La figura 1.17 ilustra el modo de trazar rectas paralelas con regla y escuadra.

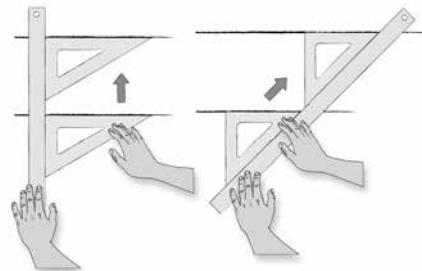
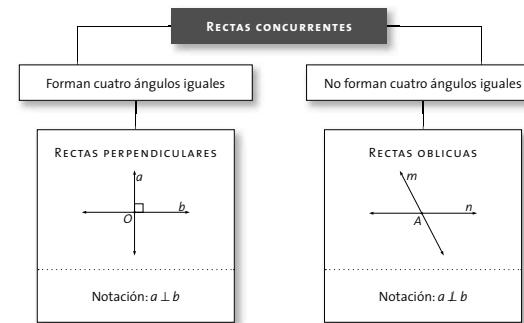


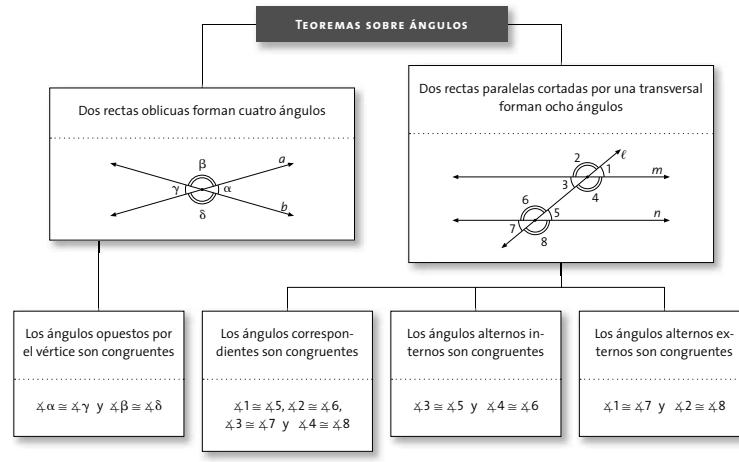
Figura 1.17
Trazo de rectas paralelas con regla y escuadra

UNIDAD 1 | Geometría plana

Dos rectas que se cortan son *concurrentes*. En el siguiente esquema se ilustran las posiciones relativas entre rectas concurrentes.



En el esquema siguiente se muestran los teoremas sobre ángulos que hemos estudiado hasta este momento.



Modelación hidrológica de cuencas urbanas y rurales


Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad

LA MODELACIÓN HIDROLÓGICA es una herramienta fundamental en la gestión sostenible de cuencas tanto urbanas como rurales (una cuenca es un territorio en cuyas aguas afluyen todas a un mismo río, lago o mar). Por lo general, la modelación hidrológica involucra la identificación de subcuencas o unidades de respuesta hidrológica. Esto se hace con la ayuda de los sistemas de información geográfica. Típicamente, las fases del ciclo hidrológico (esto es, precipitación, infiltración, escorrentía y agua subterránea) se caracterizan para cada una de estas unidades y con ello se generan los datos de entrada de modelos dinámicos de simulación (Fig. 1). Éstos se utilizan para simular la respuesta de los procesos hidrológicos a cambios en las condiciones ambientales, por ejemplo, el incremento de la precipitación y la escorrentía, junto con la disminución de la infiltración a causa del crecimiento urbano. Los resultados típicamente se utilizan en la planeación y manejo de las obras hidráulicas, así como en el diseño de protocolos de protección civil.

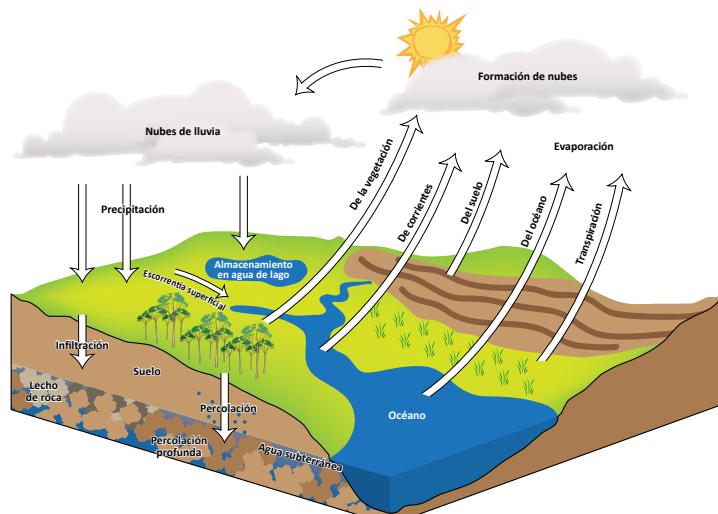


Figura 1. Ciclo hidrológico.

Herramientas metodológicas

Modelos mentales


Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad

UN MODELO MENTAL es la abstracción o concepción interna de lo percibido por individuos o grupos acerca de un tema o problema determinado. Los modelos mentales permiten visualizar, mediante el uso de esquemas o dibujos, las interacciones entre los componentes asociados a un asunto en particular, y los mecanismos que conducen a resultados particulares. A estos esquemas se les conoce también como "mapas cognitivos difusos", porque intentan mostrar visualmente la percepción de la realidad de las personas.

Los mapas mentales o cognitivos se basan en las experiencias, suposiciones, valores, etc. de los individuos o grupos (Figura 1) y cumplen cuatro funciones: (1) ayudar al investigador a construir, entender y adquirir más información sobre un sistema socio-ambiental (Figura 2); (2) integrar o dividir sectores a partir de modelos mentales individuales con características semejantes (Figura 3); (3) inducir el aprendizaje mutuo entre los actores sociales, al mostrar las diferencias entre los modelos y sus implicaciones; y (4) asistir en la resolución de conflictos. Estas funciones son importantes para la investigación participativa (transdisciplinaria), debido a que involucra directamente a los individuos y grupos en la comprensión de un problema en particular. Del mismo modo, los mapas cognitivos o mentales facilitan el entendimiento entre sectores en conflicto ya que muestran sus diferencias en percepciones y valores, así como sus intervenciones efectos o posibles implicaciones en el sistema socio-ambiental. Los modelos mentales se pueden construir directa o indirectamente con los actores sociales. De manera directa, se pueden construir en talleres grupales con el uso de modelos multicriterio, árboles de problemas o croquis de sistemas (ver fichas correspondientes); o de manera indirecta, mediante la extracción de información proveniente de entrevistas (estructuradas y semi-estructuradas) individuales diseñadas explícitamente para entender los factores que intervienen en un determinado asunto o problema.

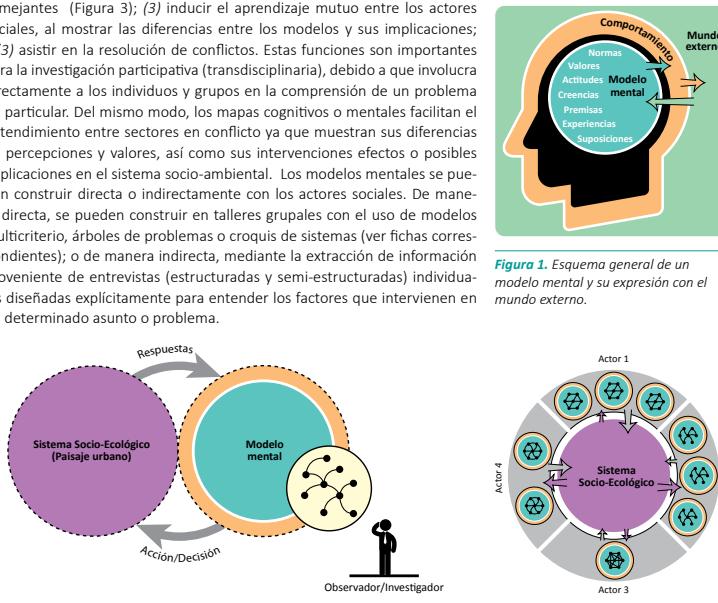


Figura 1. Esquema general de un modelo mental y su expresión con el mundo externo.

Herramientas metodológicas

Transdisciplina

LA TRANSDISCIPLINA es una escuela de pensamiento en la que se subraya la fusión de conocimiento situado dentro y fuera del ámbito académico. Es un *modo de investigación científica* enfocado al estudio sistemático de una *totalidad organizada*, con el involucramiento de los actores sociales. Su objetivo es establecer las bases de conocimiento para la conducción de los sistemas socio-ecológicos hacia estados de menor vulnerabilidad y mayor resiliencia (Rindfuss et al. 2004)(Turner et al. 2003). Así, amalgama las diversas formas de describir y entender correctamente una *realidad compleja* que, por definición, no se ciñe a disciplina alguna (García 2006).

La esfera de acción de toda investigación transdisciplinaria está dictada por la demanda de conocimiento utilizable. Se contrapone al esquema lineal investigación-acción tradicional que supone una ciencia neutral transfiriendo conocimientos a una sociedad acrítica. Por tanto, trasciende toda división entre *ciencia básica* y *ciencia aplicada*.

La investigación transdisciplinaria estriba en un proceso a través del cual se concibe, ordena, dirige y vincula la investigación científica de manera plural, pragmática e incluyente. Incorpora, por lo tanto, las múltiples

aristas o dimensiones sociales, culturales, políticas y normativas de los sistemas socio-ecológicos. Conlleva, consecuentemente, tres elementos indispensables para la gobernanza colaborativa y la *co-producción de conocimiento* entre actores sociales. Primero, requiere del *trabajo en la frontera* o esquema de gestión colectiva que enlaza los ámbitos de acción de las ciencias, las políticas públicas y la acción social. Segundo, demanda una *organización en la frontera* que facilite un esquema de *involucramiento ininterrumpido* de los actores sociales en las investigaciones. Y tercero, exige de *objetos en la frontera* o artefactos para la planeación y toma de resoluciones que apoderen a los actores sociales con conocimiento relevante (i.e., pertinencia para la toma de resoluciones), legítimo (i.e., consideración sin prejuicios de valores, preocupaciones y perspectivas de los diferentes actores sociales) y creíble (i.e., evidencias públicamente verificables). De esta forma, se logra lo que Kitcher denomina *ciencias bien ordenadas* en las que la agenda de investigación no sólo refleja las prioridades y las normas de los actores sociales, sino también en las que conocimiento se comparte entre todos los actores sociales de manera equitativa y justa.

Figura 1. Transdisciplina en MEGADAPT.

Marco conceptual

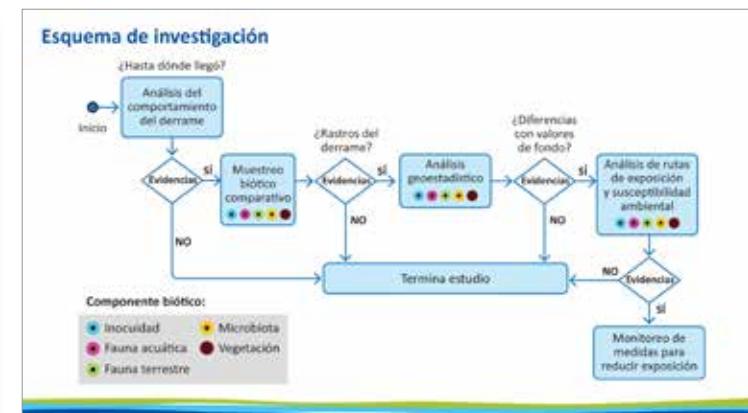
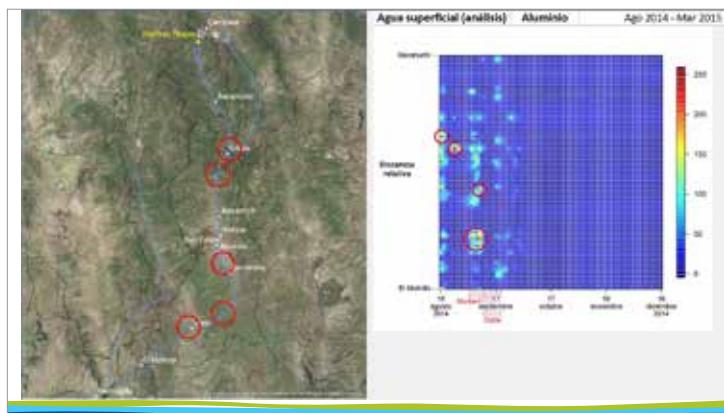
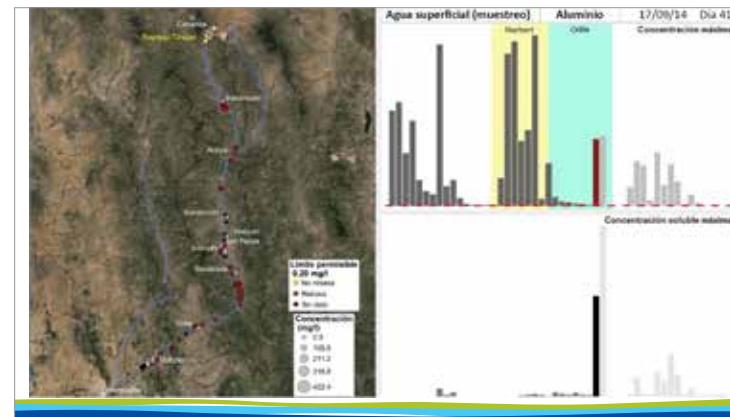
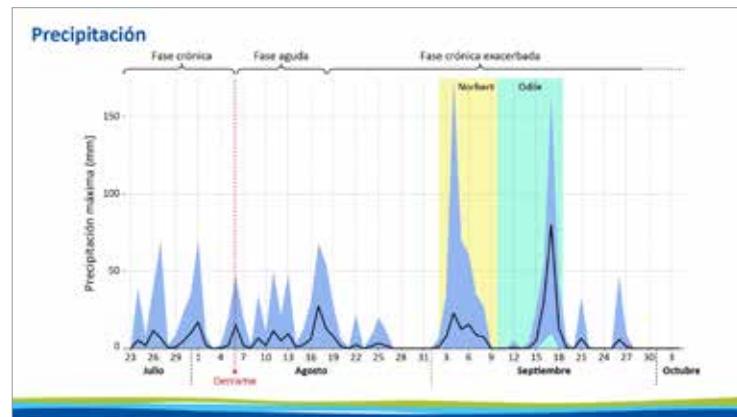
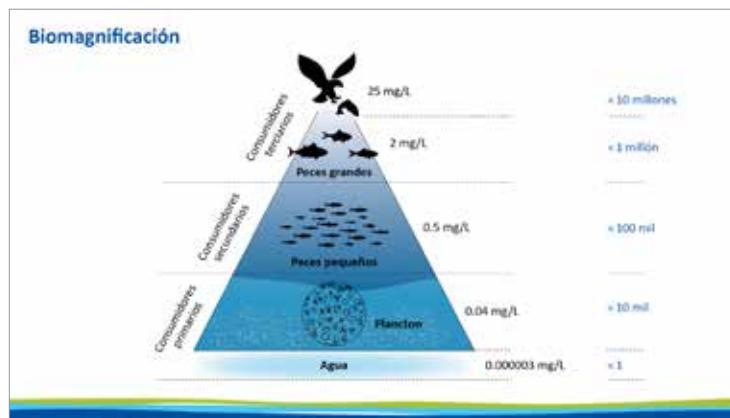
Proyecto: Fichas descriptivas del proyecto Megadapt \ \ **Cliente:** LANCIS
Servicios: Diseño, formación, ilustración

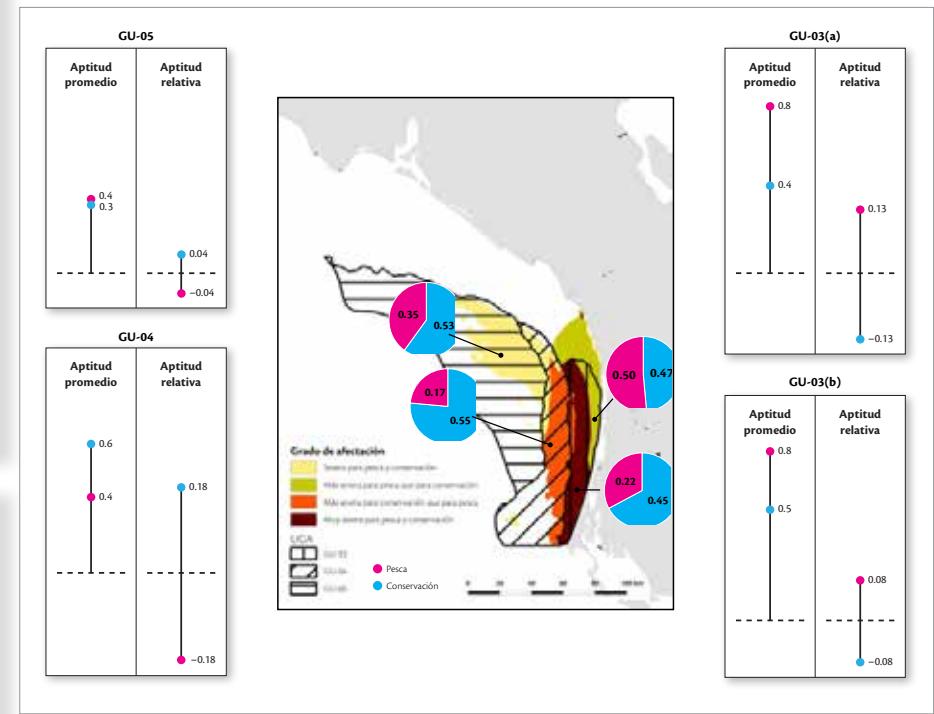
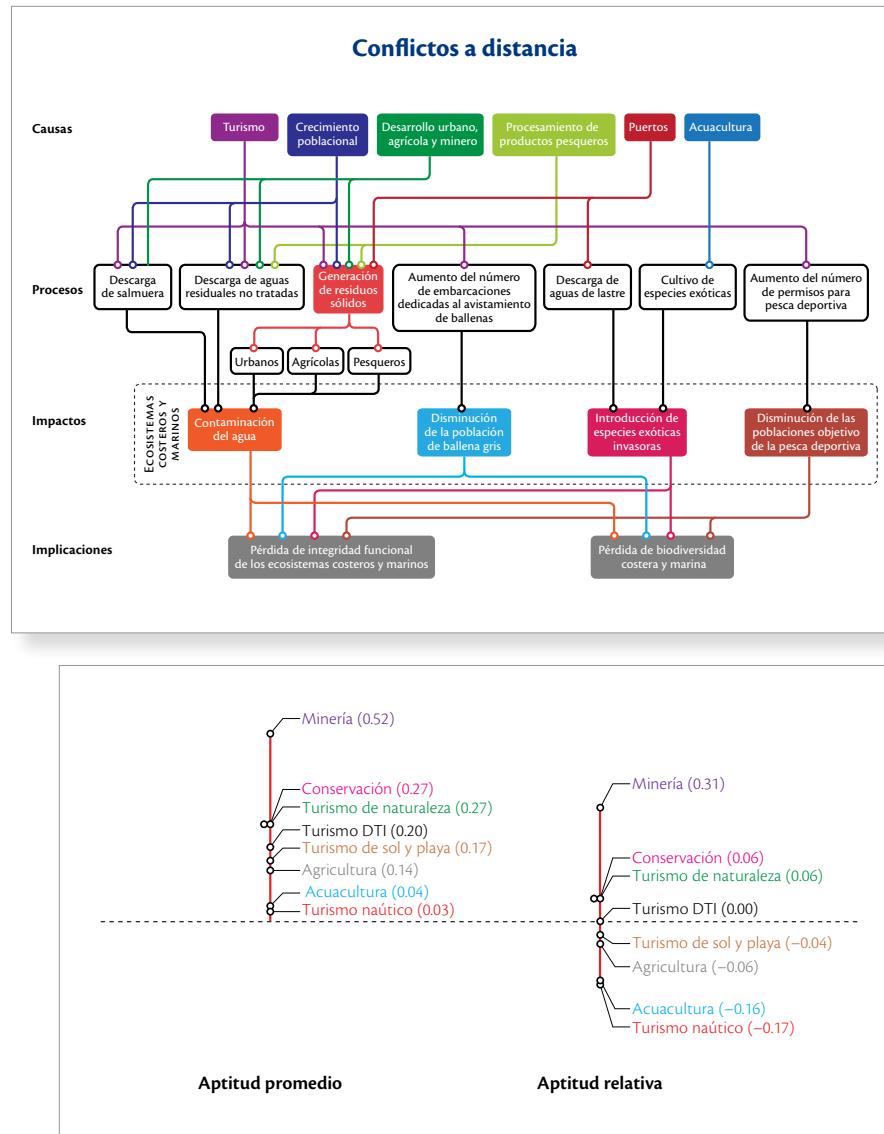
Casos de estudio

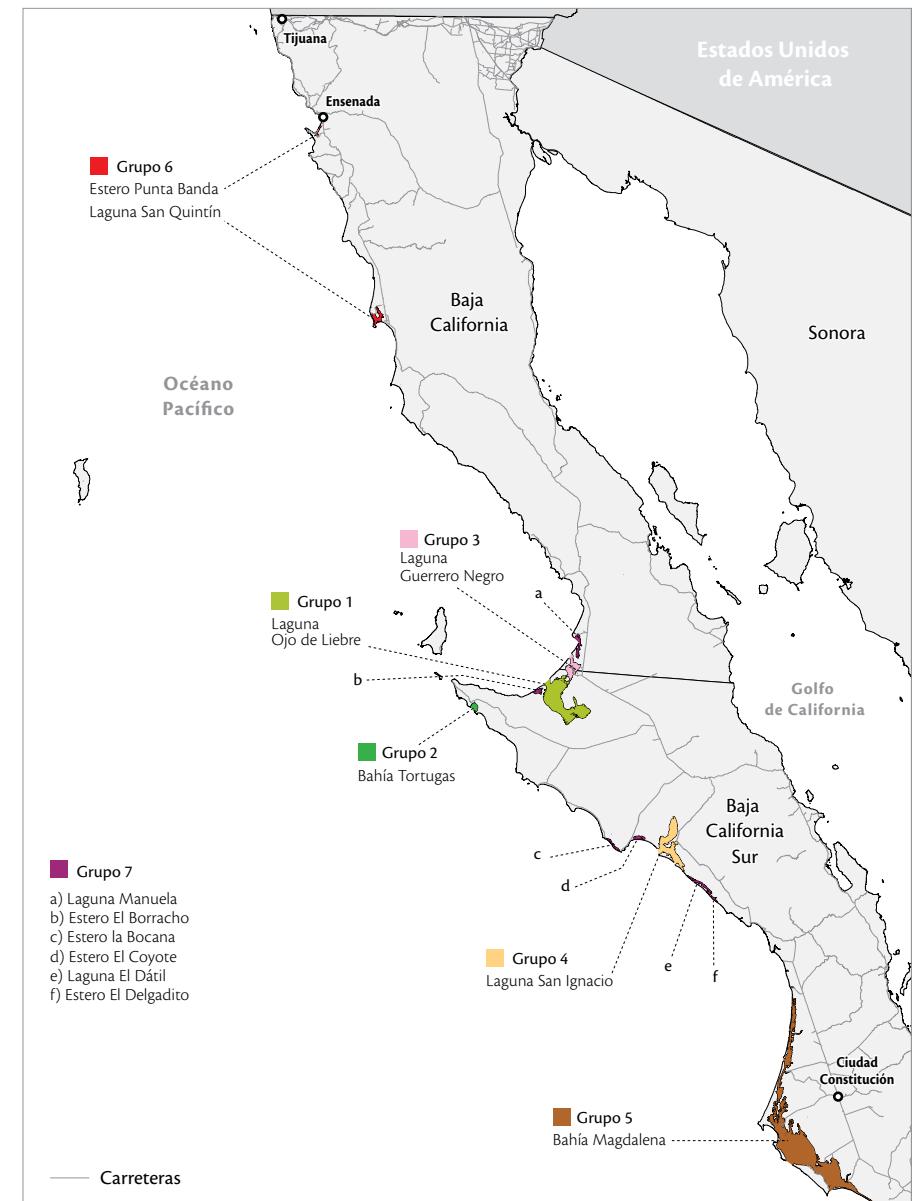
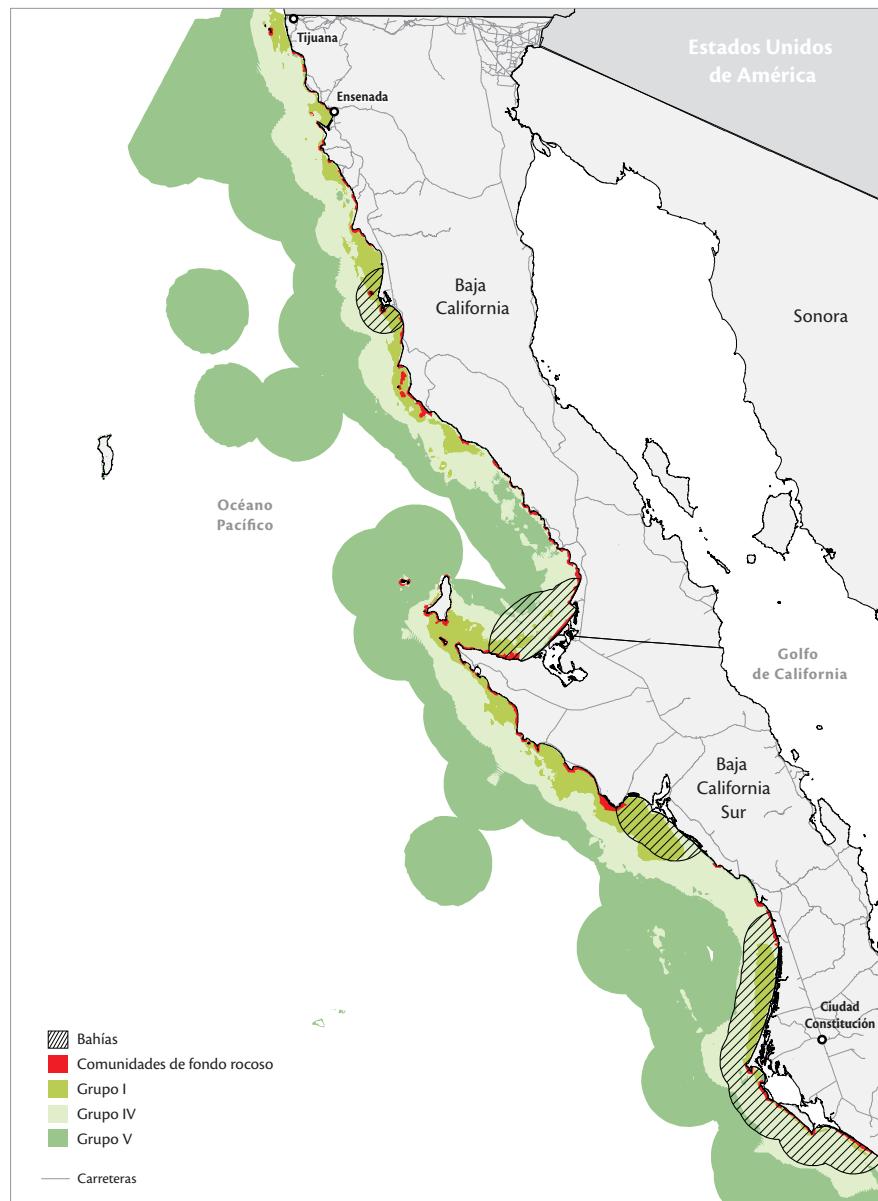
Las ciudades son sistemas socio-ecológicos (SSE) en constante cambio

Incremento en la precipitación por urbanización

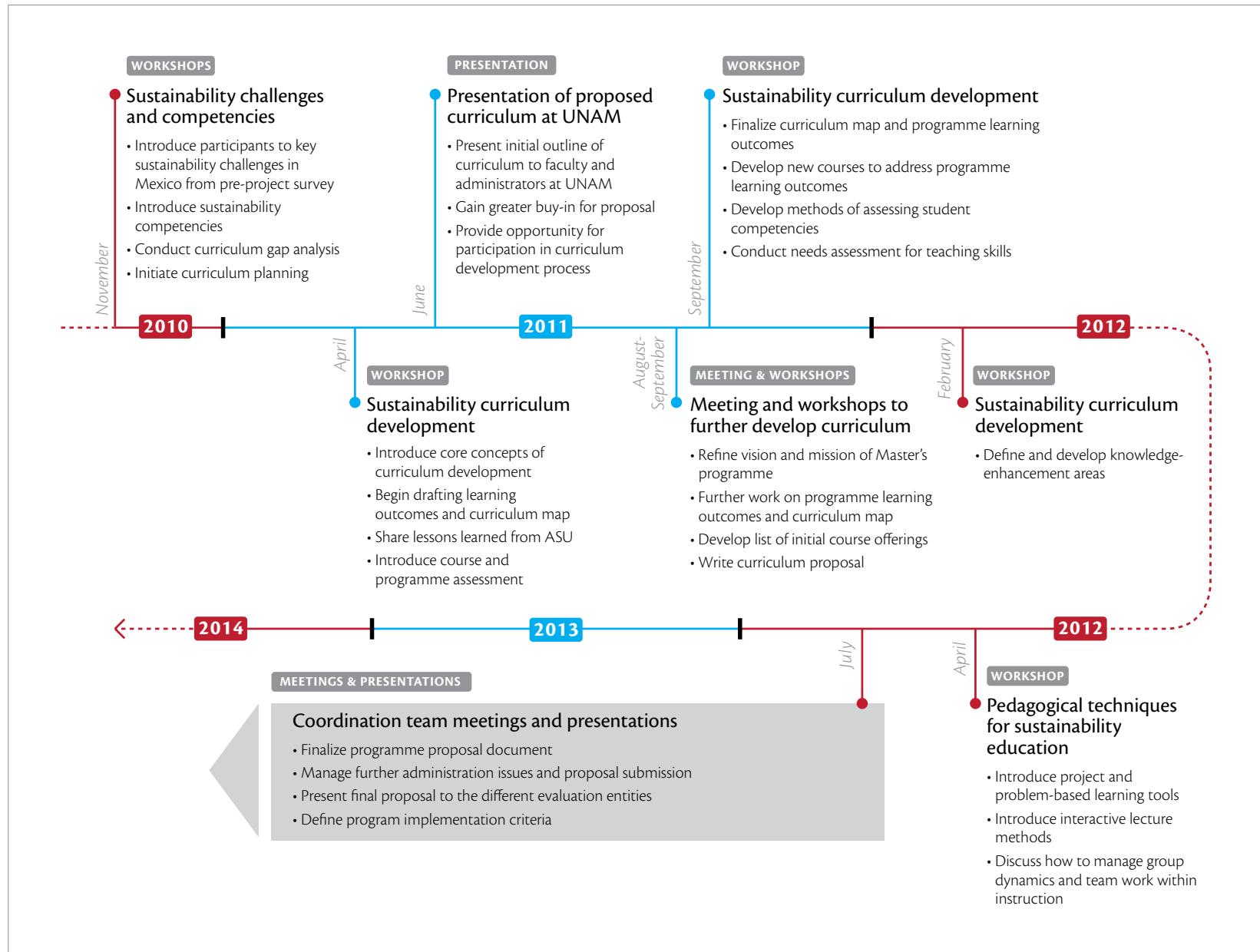
Proyecto: Megadapt (Riesgo hidrológico en megaciudades) \ \ **Cliente:** LANCIS
Servicios: Diseño de figuras y presentaciones







Proyecto: Ordenamiento Ecológico Marino y Regional del Pacífico Norte \ **Cliente:** LANCIS \ **Servicios:** Diseño de mapas



4.3.1.2 Climogramas y evaporación

Los climogramas (diagramas Walter-Lieth; Figura 4.5) de las cuatro estaciones meteorológicas muestran un patrón regional que se caracteriza por una temporada de estiaje, de noviembre a mayo, y una de lluvias, el resto del año; el periodo más cálido ocurre de junio a octubre y el más frío en enero. En la temporada de estiaje el mayor déficit de agua ocurre de febrero a mayo. En la temporada de lluvias, el crecimiento vegetal ocurre de junio a noviembre. La temperatura presenta poca variación (mínima anual de 13.8 a 14.7°C; máxima anual de 33.1 a 35.6°C; media anual de 25 a 26.5°C); la mayor precipitación media anual equivale al doble de la menor (664 a 1287 mm).

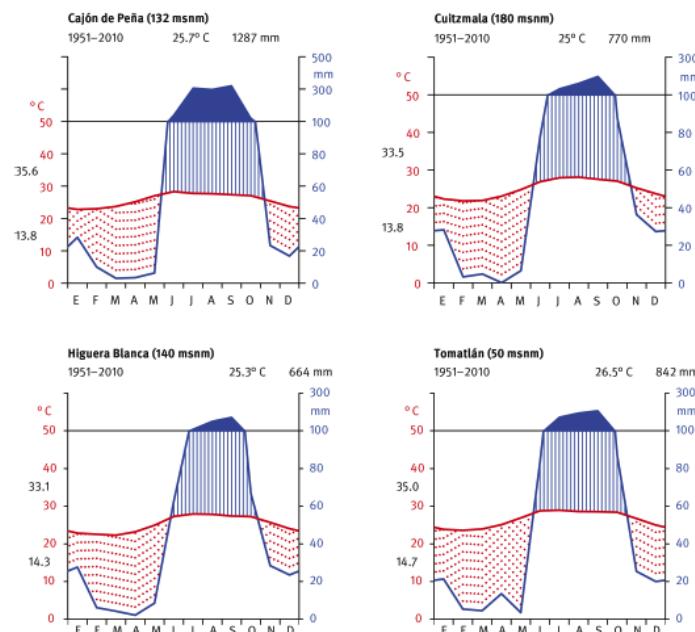


Figura 4.5. Diagramas Walter-Lieth para las cuatro estaciones meteorológicas cercanas al SAR (periodo 1951-2010). Los puntos rojos corresponden a un déficit de agua y el sombreado azul (por encima de la línea entre 50° y 100 mm) a un excedente de agua (SMN, 2014).

La evaporación anual varía de 1,627 mm, en Cajón de Peña, a 1,778 mm en Tomatlán. La evaporación media mensual es siempre superior a la precipitación media mensual en las cuatro estaciones meteorológicas. La evaporación media mensual es mayor a 100 mm en todos los casos, excepto de noviembre a enero en las estaciones Cajón de Peña y Cultzmalá (Figura 4.6).

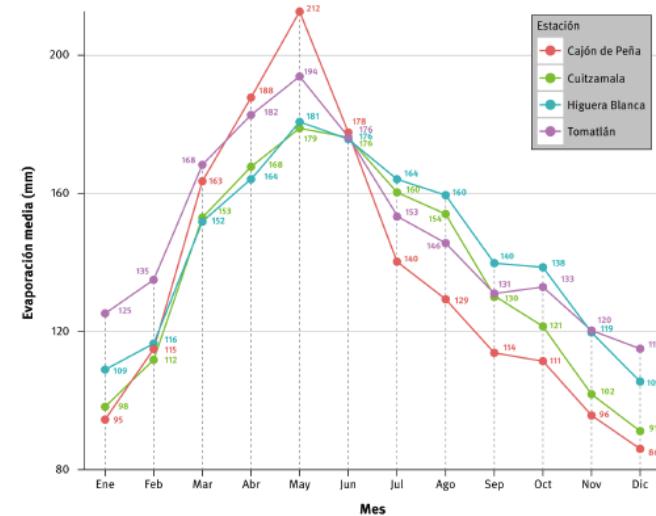


Figura 4.6. Evaporación media mensual para las cuatro estaciones meteorológicas ubicadas dentro del SAR para el periodo 1951-2010 (SMN, 2014).

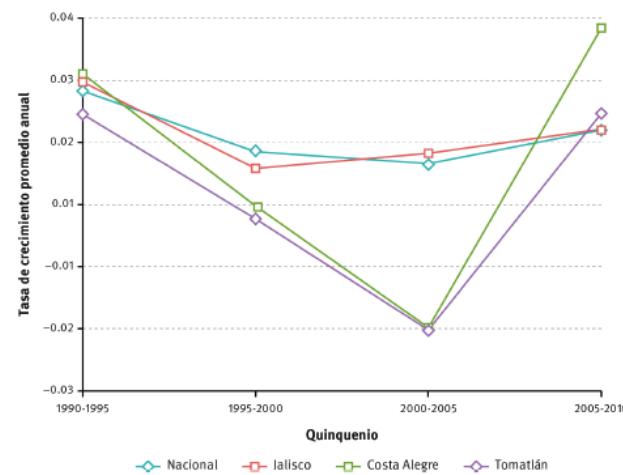


Figura 4.101. Tasa de crecimiento promedio anual para los quinquenios de 1990-1995, 1995-2000, 2000-2005 y 2005-2010, para el país, el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán (Fuentes: Censos Generales de Población y Vivienda, 1990 y 2000; Censo de Población 2010; y Conteos de Población y vivienda 1995 y 2005).

A nivel nacional y en el Estado de Jalisco, para el periodo de 1990-2010, la distribución de la población predominante es de tipo urbano, seguida de la población de tipo rural, que disminuye, y la población de tipo mixto que permanece prácticamente constante. A nivel de la Región de Costa Alegre la distribución de la población muestra una transición de una sociedad rural a una de tipo urbano: en 1990, la población predominante es de tipo rural, seguida de la población en localidades de tipo mixto y no existen localidades de tipo urbano; en el 2010 la población predominante sigue siendo rural —aunque en menor porcentaje—, seguida de población en localidades de tipo mixto que también disminuye y el 17% de la población ya reside en contextos urbanos. A diferencia del nivel nacional y estatal, en el municipio de Tomatlán, para el periodo de 1990 al 2010, la distribución de la población predominante es de tipo rural seguida de la población de tipo mixto —que aumenta— y no existe población en localidades urbanas (Figura 4.102).

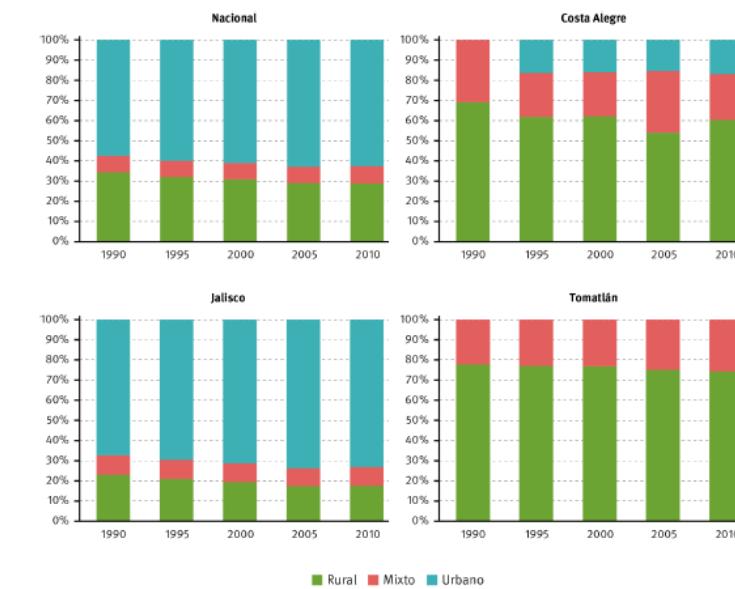
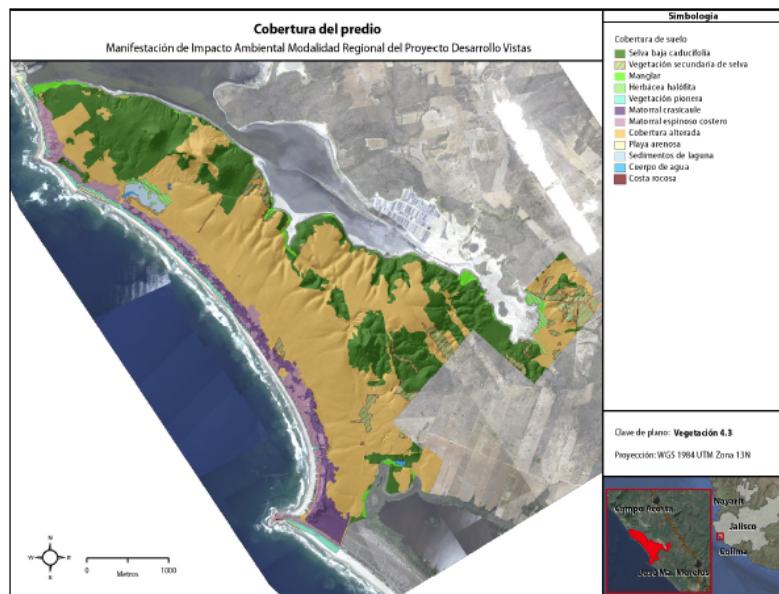


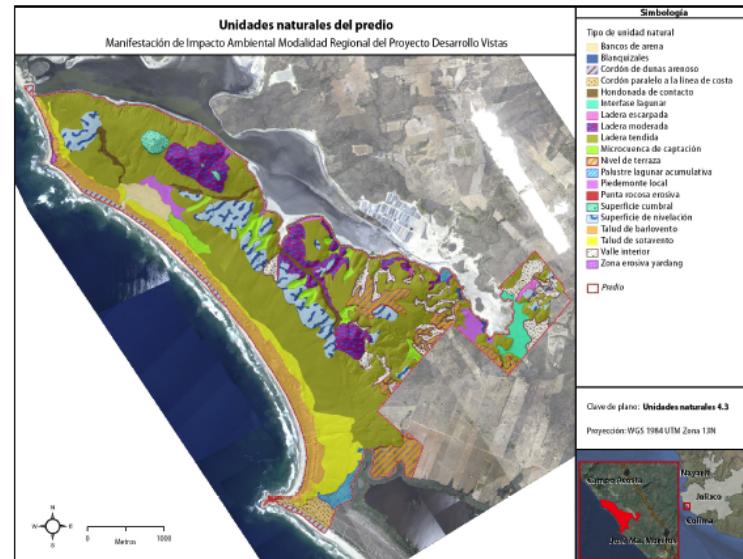
Figura 4.102. Evolución de la distribución de la población por tamaño de localidad para el país, el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán, para el periodo 1990-2010 (Fuente: Elaboración propia en base al Censo de Población y Vivienda, 2010 de INEGI).



La categoría sin vegetación aparente incluye: caminos/equipamiento, cuerpos de agua/sedimentos/salinas y playa arenosa/costa rocosa. La extensión de la clase caminos/equipamiento es proporcionalmente menor en el predio (6 ha, 0.5% de la superficie del predio) y la ZIP (9 ha, 0.3% de la superficie del ZIP) que en el SAR (400 ha, 1% de la superficie del SAR). La extensión de la clase cuerpos de agua/sedimentos/salinas es proporcionalmente menor en el predio (9 ha, 0.8%) y en el SAR (1,100 ha, 3%) que en la ZIP (620 ha, 23%). La clase playa arenosa/costa rocosa abarca extensiones relativamente pequeñas que no superan el 1% del territorio analizado en ninguna de las tres escalas.

En relación a las categorías de cobertura forestal y de cobertura alterada, las clases con mayor extensión corresponden a la selva baja caducifolia, pastizal-huizachal y pastizal Inducido/agricultura temporal. En las tres escalas de análisis, la selva baja caducifolia abarca alrededor del 30% del territorio, en tanto que el pastizal-huizachal y el pastizal Inducido/agricultura temporal abarcan alrededor del 20% del territorio. La extensión de la selva baja caducifolia resulta considerablemente mayor a la de los demás tipos de cobertura forestal en las tres escalas de análisis (Figura 4.41).

En el predio, se identifican 245 unidades naturales,²⁴ las cuales se agrupan en 20 tipos de unidades naturales (Mapa 4.49). De los 20 tipos de unidades, la ladera tendida es la que ocupa la mayor superficie (519 ha, 44% de la superficie del predio), las demás unidades naturales ocupan, cada una, menos del 9% de la superficie del predio.



²⁴ Se toma en cuenta los siguientes factores: geometría y orientación de laderas; pendiente en rangos más detallados; y la cobertura del suelo.

El transporte litoral se calcula a partir de las diferencias en un perfil dado entre dos épocas consecutivas. Las diferencias obtenidas en el volumen de arena transportada entre diferentes épocas del año y el transporte de sedimentos en cada uno de los perfiles se muestra en la Figura 4.30. Los resultados señalan un transporte predominante en dirección sureste a lo largo de la playa, lo cual coincide con los resultados del método de fluorescencia.

En 2009, la comparación de marzo (M2) a enero (M1) muestra una disminución de volumen de arena entre los perfiles 1 a 6, mientras que el perfil 7 presenta un incremento de volumen, que coincide con el transporte en dirección sureste; para los perfiles 8 y 9 no se tiene información en M1 y M2. La diferencia entre junio de 2010 (M3) y marzo de 2009 (M2) muestra un aumento del volumen en los perfiles 1, 2 y 6, junto con una disminución en los perfiles 3, 4, 5 y 7, que refleja el efecto del oleaje perpendicular a la costa. De acuerdo al volumen desplazado frente a los perfiles 5 y 7, se estima una dirección del flujo de sedimento hacia el noroeste. La diferencia entre septiembre de 2010 (M4) y enero de 2011 (M5) muestra un crecimiento en volumen de arena en los perfiles 6, 7 y 8, que coincide con el flujo de sedimento hacia el sureste. Lo anterior coincide con la diferencia observada entre enero de 2011 (M5) y junio de 2010 (M3), con el crecimiento en volumen de los perfiles 1, 3, 5, 6 y 7 (Figura 4.30).

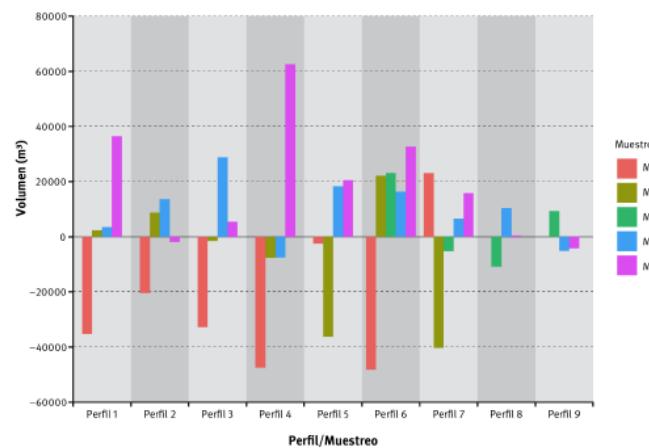


Figura 4.30. Transporte de sedimentos (m³) para cada perfil en diferentes épocas del año.

4.5.1.3 Estructura demográfica

En el año 2010, la pirámide de población tanto a nivel nacional, como en el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán es de tipo progresiva. Ello indica una alta tasa de natalidad, con poblaciones jóvenes y una esperanza de vida baja con poca población envejecida. En el municipio de Tomatlán la población está en expansión y se compone de población muy joven de ambos sexos. Así, la población predominante del municipio se encuentra en edades comprendidas entre los 0 y 19 años, mientras que para los niveles nacional, estatal y regional, la población predominante comprende los grupos de edad de los 0 a los 24 años (Figura 4.105).

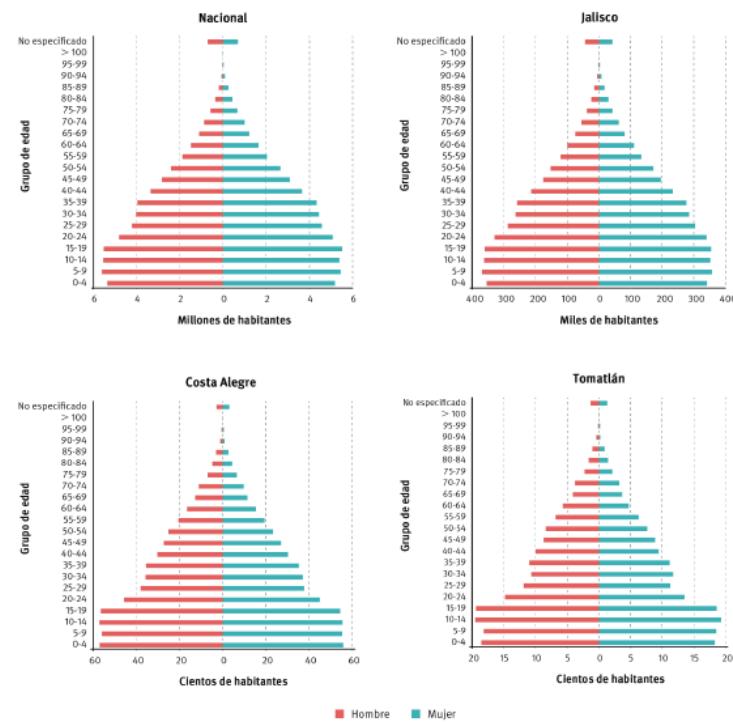
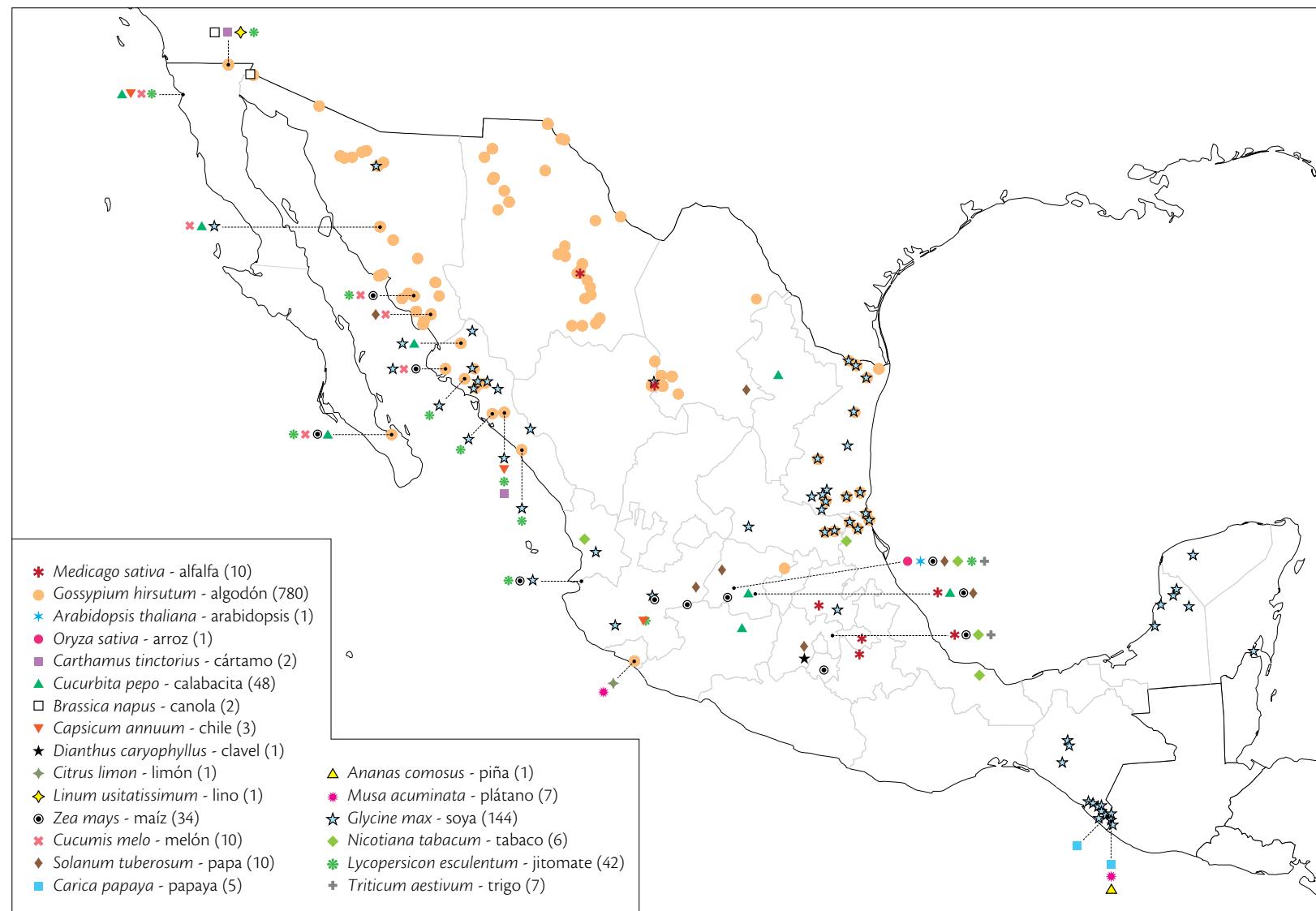
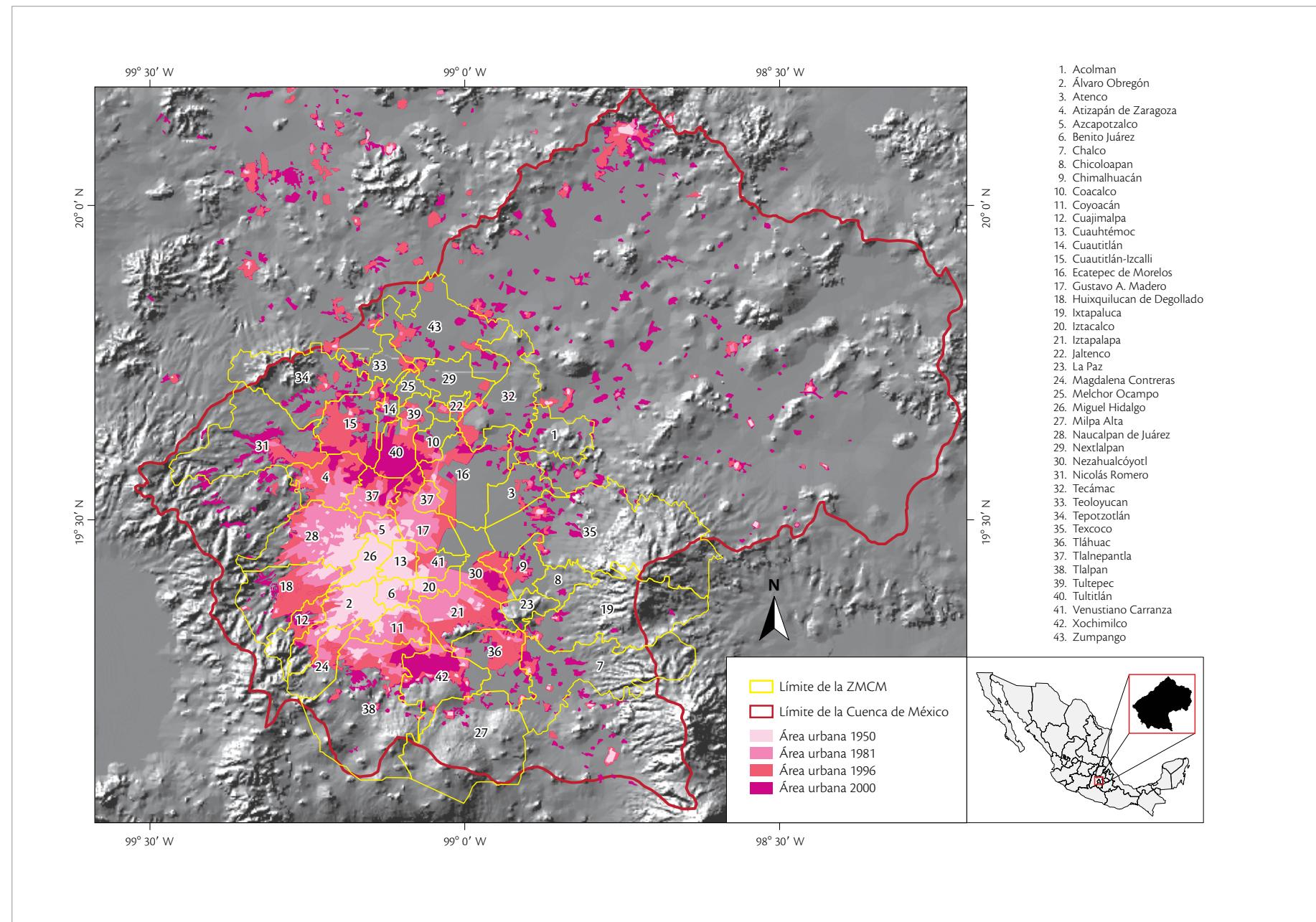


Figura 4.105. Pirámide de población para el país, el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán, para el año 2010 (Fuente: Censo de población y vivienda, 2010 de INEGI).

Figura 26

Liberaciones de OGM en México aprobadas entre 1991 y 2006. Entre paréntesis se indica el número de liberaciones por cultivo (capítulo 7, vol. II).





308 Capital natural de México • Vol. I: Conocimiento actual de la biodiversidad

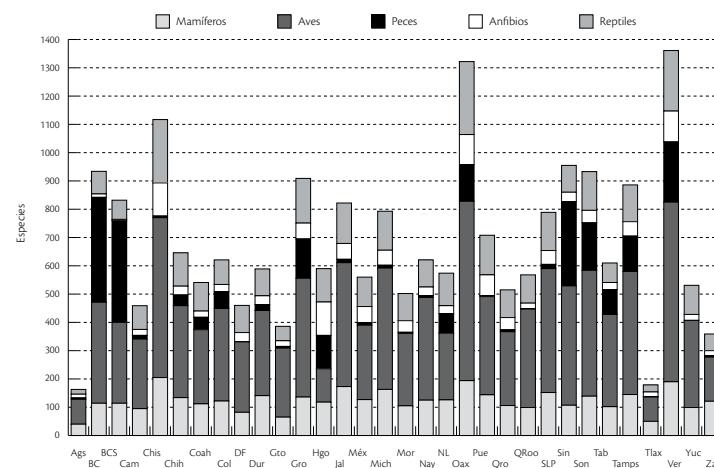


Figura 11.11 Especies de vertebrados registradas en la entidades federativas.

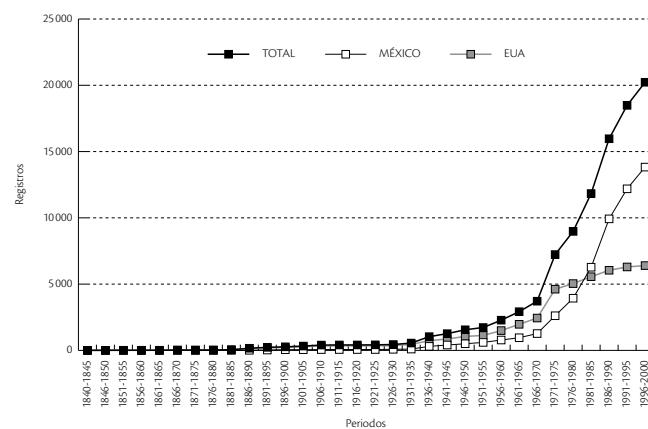


Figura 11.12 Periodos de recolecta de géneros selectos de helechos en México, en herbarios nacionales y de Estados Unidos.

11 • Estado del conocimiento de la biota 309

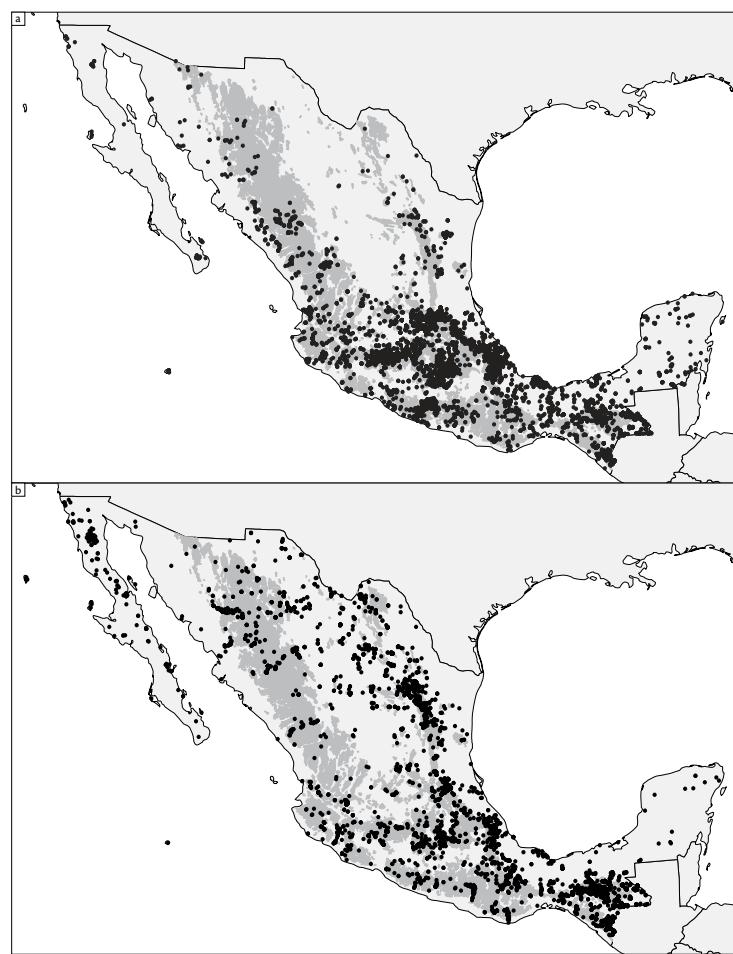


Figura 11.13 Distribución de géneros selectos de helechos en herbarios (a) nacionales y (b) de Estados Unidos.

Resumen

Indonesia y México son países que destacan por la correlación estrecha entre su gran diversidad biológica y cultural. México se ubica en el primer lugar en el continente americano y el quinto del mundo por el número de lenguas vivientes en su territorio. Al interior del país, la distribución de la variación lingüística corresponde cercanamente con las áreas de mayor biodiversidad. El conocimiento tradicional de la naturaleza está codificado en el léxico de las lenguas que se hablan en cada región biogeográfica. En este capítulo evaluamos la amplitud de la documentación

etnobiológica disponible para cada una de las 68 agrupaciones dentro de las 11 familias lingüísticas indígenas representadas en México, y para dos lenguas indo-europeas habladas históricamente en el país. La revisión de esa literatura, incluyendo materiales inéditos, nos permite identificar lagunas y definir prioridades para la investigación en la próxima década ante la muerte inminente de varias lenguas. El aislamiento genealógico de algunos linajes lingüísticos pobremente estudiados nos ofrece un criterio adicional de prioridad.

16.1 INTRODUCCIÓN

México es una de las áreas más diversas del planeta, tanto en términos biológicos como culturales. Es bien sabido que existe una correspondencia entre biodiversidad y variación cultural a escala global (Harmon 1995: 163; Maffi 2001, 2005; Sutherland 2003), concentrándose ambas en las latitudes tropicales, pero pocos países muestran una concordancia tan marcada como el nuestro (Toledo *et al.* 2001, véase Boege capítulo 15 del volumen II). La correlación es evidente si se contabiliza el número de lenguas habladas en cada territorio, como una forma de cuantificar la diversidad cultural. Siguiendo los criterios de clasificación del *Ethnologue* (Gordon 2005), la base de datos más extensa disponible por ahora, la suma de las lenguas vivas de México nos ubica entre los cinco países más diversos del mundo.

La nomenclatura y clasificación de los seres vivos ha sido documentada en algunas lenguas mexicanas desde el siglo XVI por investigadores indígenas como Martín de la Cruz y Juan Badano (1552), y por estudiosos venidos de Europa como Bernardino de Sahagún (1577-1579). En los siglos subsecuentes el conocimiento indígena de la flora y de la fauna fue objeto de diversos estudios, enfocados en la mayoría de los casos en la farmacopea y en otras especies de interés comercial. En los últimos 40 años se han llevado a cabo en México algunos de los trabajos etnobiológicos más acuciosos publicados hasta ahora en la literatura internacional. El país ha sido uno de los focos de la investigación en este campo precisamente por su gran diversidad biológica y cultural, y también por abarcar la mayor parte de Mesoamérica, una de las pocas áreas en el mundo donde la domesticación de plantas y animales tuvo origen local, aportando el conjunto más

diversificado de cultivos a la agricultura planetaria (Hernández Xolocotz 1998).

A pesar de ser una de las regiones mejor estudiadas, grandes zonas geográficas y varios grupos culturales mexicanos permanecen prácticamente desconocidos para la etnobiología. En este capítulo abordamos el conocimiento tradicional de la biodiversidad tal como es codificado en las lenguas mexicanas. Reseñamos la información sobresaliente acerca de cada una de las familias lingüísticas representadas actualmente en el país para señalar necesidades apremiantes de investigación por la muerte inminente de algunas lenguas, así como prioridades para el trabajo de campo en función del aislamiento genealógico de varios linajes lingüísticos donde no parece haberse hecho a la fecha estudio etnobiológico alguno.

16.2 LA DIVERSIDAD LINGÜÍSTICA DE MÉXICO

Tomamos como referencia el número de lenguas reportadas por el *Ethnologue* (Gordon 2005) para comparar la diversidad lingüística de México con otros países de América y otras regiones del mundo. Esta base de datos registra 291 lenguas vivas en el país, 1 008 en América y 6 912 en todo el planeta; las lenguas habladas actualmente en México representan así 28.9 y 4.2%, respectivamente, del total continental y mundial.¹ Según esta fuente, la diversidad lingüística documentada en el país es la más alta del continente y ocupa el quinto lugar global (cuadro 16.1). Al seguir los criterios de clasificación del *Ethnologue*, las lenguas mexicanas pertenecen a 11 familias lingüísticas (Fig. 16.1), entre las 61 familias y lenguas aisladas representadas en América y las 140 registradas en

Cuadro 16.1 Diversidad lingüística de México comparada con otros países

País	Lenguas	Lenguas/área	Familias	Familias/área	Familias restringidas
Papúa Nueva Guinea	820	177.17	14	3.02	8
Indonesia	737	38.98	12	0.63	7
Nigeria	510	55.21	5	0.54	1
India	415	13.11	7	0.22	2
Méjico	291	14.81	11 (12)	0.56	6 (7)
Camerún	279	58.68	4	0.84	0
China	235	2.45	8	0.08	0
Australia	231	3.00	3	0.04	1
República Democrática del Congo	214	9.13	3	0.13	0
Brasil	188	2.21	19	0.22	6
Filipinas	171	54.06	3	0.95	0
Estados Unidos de América	162	1.70	18	0.19	7

Fuentes: Gordon 2005, Inali 2005, *Encyclopaedia Britannica* 2006.

Nota: este cuadro presenta la suma de lenguas y familias lingüísticas vivas en los 12 países más diversos del mundo, siguiendo los criterios de clasificación del *Ethnologue*. La segunda columna muestra el número de lenguas vivientes registradas en cada territorio. La tercera columna presenta un índice de diversidad al dividir el número de lenguas entre el área de cada país expresada en kilómetros cuadrados, multiplicando el resultado por un factor de 100 000. La cuarta columna muestra el total de familias y lenguas no aisladas, y la quinta presenta el índice de diversidad respectivo, calculado de la misma manera que el primero. La sexta indica la cifra de familias y lenguas aisladas restringidas al país, es decir, todas aquellas cuya distribución histórica no sobrepasa las fronteras nacionales. En el caso de Méjico, los números entre paréntesis corresponden a la clasificación del Inali, que difiere del *Ethnologue*.

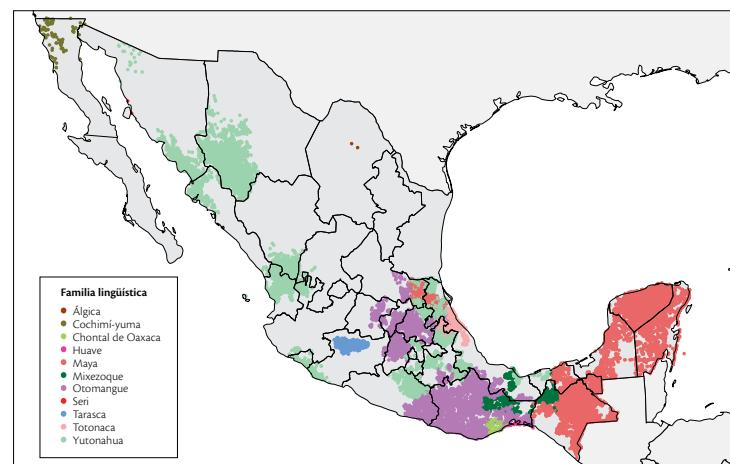


Figura 16.1 Familias lingüísticas de México (CONABIO 2008). Véase el apéndice 16.1 (2).

562 Capital natural de México • Vol. II: Estado de conservación y tendencias de cambio

poniendo en riesgo a muchos ecosistemas protegidos (p. ej. Áreas de Protección de Flora y Fauna Silvestres Valle de Cuatrocienegas) y no protegidos, pese a que el agua es claramente un servicio ambiental fundamentalmente aportado por otros ecosistemas (Echavarría 1999; Perrrot y Davis 2001).

En México se han comenzado a desarrollar los sistemas de pago por servicios ambientales hidrológicos (véase el capítulo 4 de este volumen), pero son menores los esfuerzos dirigidos a garantizar el suministro para la biodiversidad y los ecosistemas como dependientes directos del agua y en general quedan en último lugar de prioridad. Para los ecosistemas que no captan el recurso en las cuencas altas, la disminución del agua disponible se está convirtiendo en una fuente de presión crítica que pone en riesgo su nivel

de resiliencia (Richter *et al.* 2003). Esta presión tiene un efecto sinérgico y no solo aditivo en los impactos adversos del cambio climático global, la deforestación y la contaminación. Recientemente, el Instituto Nacional de Ecología ha comenzado a evaluar los niveles de alteración de los caudales ecológicos (*e-flows*) en todas las cuencas del territorio nacional y esto podría ser el primer paso para garantizar el flujo de agua en cantidad y calidad adecuadas para el mantenimiento de los ecosistemas.

Por todo lo anterior resulta inaplazable que en los programas de manejo y conservación de las áreas prioritarias para la biodiversidad se incluya un componente orientado a conservar las cuencas y las fuentes de agua de que dependen y que pueden localizarse en sitios distantes. Las estrategias de conservación deberán considerar el uso de

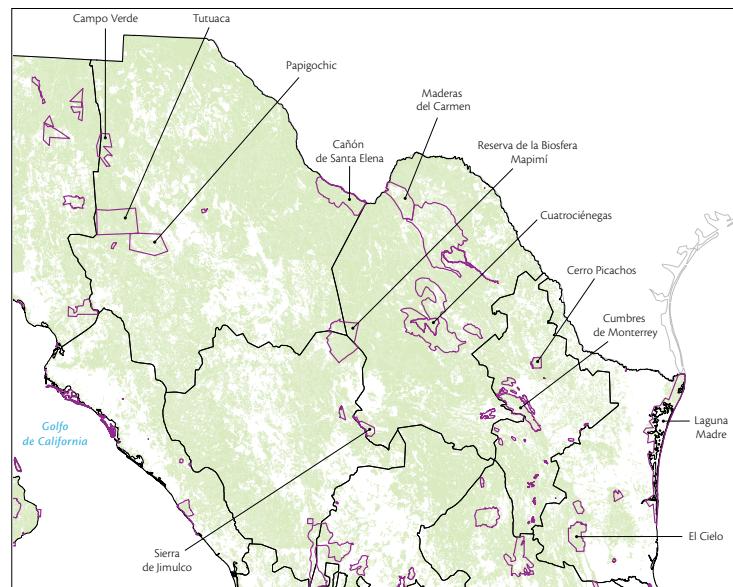


Figura 13.9 Distribución en el noreste de México de los parches con vegetación en condición primaria respecto a algunas ANP.
Fuente: INEGI (2005).

13 • Planificación y desarrollo de estrategias para la conservación de la biodiversidad **563**

las diversas herramientas legales disponibles para la conservación del agua (Ortiz y Gutiérrez 2004), así como los distintos mecanismos innovadores que se han desarrollado (Emerton y Bos 2004; Rosa *et al.* 2004).

13.3.3 Planeación estratégica en el contexto del cambio climático global

México cuenta ya con una estrategia formal para enfrentar el cambio climático global (Comisión Intersecretarial

de Cambio Climático 2000, 2007), si bien su completa implementación será probablemente un proceso largo y costoso.

Es fundamental señalar que considerando los impactos que se esperan del cambio climático global, aun en los escenarios más conservadores, resulta inaplazable impulsar actividades enfocadas a conservar y restaurar corredores riparios y microcorredores que por un lado promuevan la conectividad entre las áreas naturales protegidas y por otro constituyen una alternativa para los

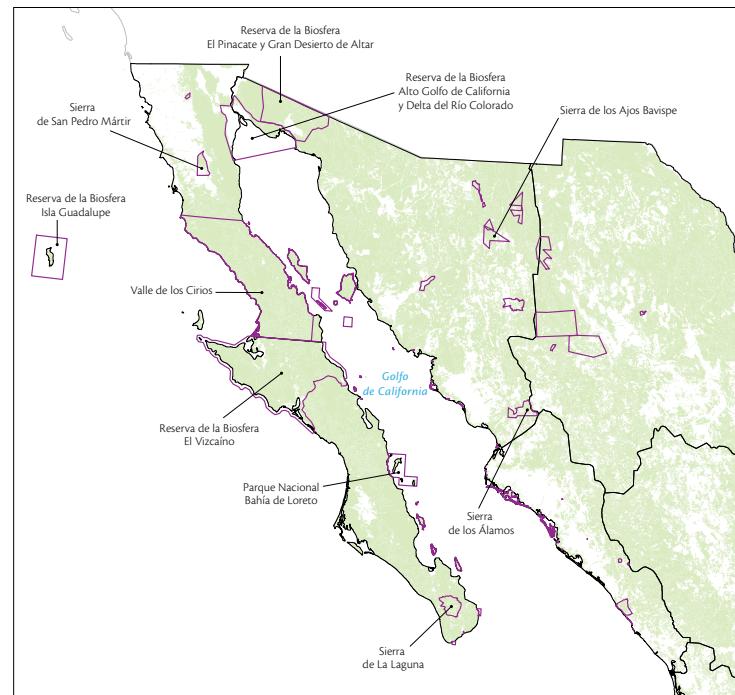
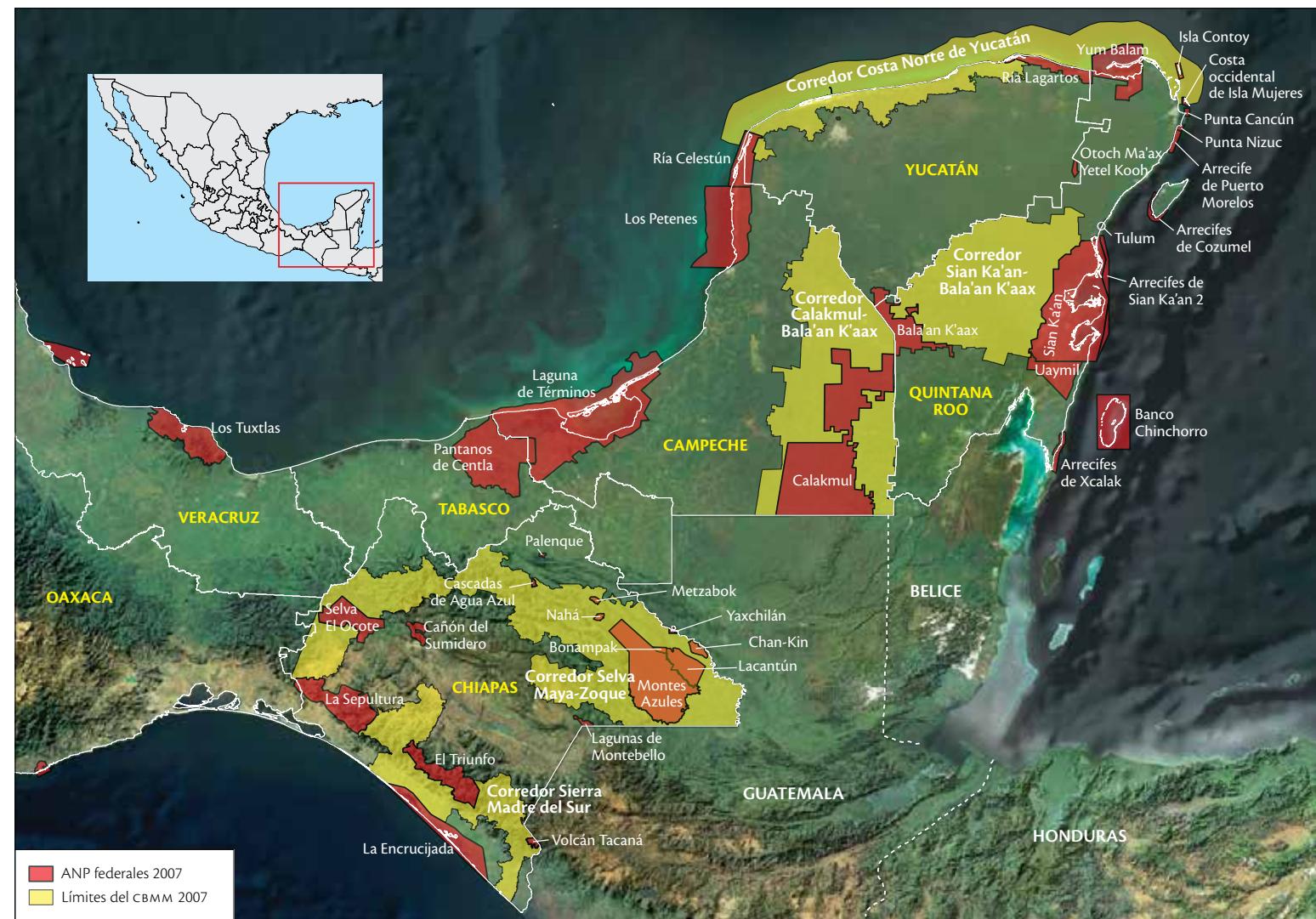


Figura 13.10 Distribución en el noroeste de México de los parches con vegetación en condición primaria respecto a algunas ANP.
Fuente: INEGI (2005).





Cliente: Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad \ **Servicios:** Logotipo e identidad gráfica.



Cliente: Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad
Servicios: Logotipo para el Sistema de Soporte Geográfico para la Planeación Territorial y Marina



Cliente: Secretaría de Relaciones Exteriores. Acervo Histórico Diplomático
Servicios: Logotipo y manual de identidad



Cliente: Ecosus, consultores ambientales
Servicios: Diseño de logotipo



Cliente: Comunidad educativa La Ronda \ **Servicios:** Logotipo



Matraka, Grupo interdisciplinario de gestión cultural \ Diseño de logotipo



Pentagram Alleycat \ Diseño de logotipo y papelería para carrera ciclista



Noise \ Imagen para estampados

LOTERÍA		A ILLUSION OF WATER		 MEXICO Mexico City is located in a geological area originally conformed with volcanoes and lakes.	 POPOCATEPETL-IXTLACCIHUATL Ancient glaciers which melt and formed lakes.
			 WATER FOUNDATION Ancient Mexico was founded in the lake.	 ISLAND The islands live in our imagination as ideal societies. When the Europeans arrived to Mexico this "new world" became a myth changing the ancient order of the world.	 TENOCHTITLAN Tenochtitlan was the capital city and religious centre of the Aztec civilization.
			 CODEX Aztec codices are ancient books written by pre-Columbian and colonial-era Aztecs.	 VENICE OF THE NEW WORLD Ancient Mexico City was considered the Venice of the New World. A city on the lake, surrounded by three causeways.	 LAKES Center Mexico was a Lake basin conformed by five linked lakes feeded by many rivers.

Proyecto: La Trajinera. A-lusión del Agua. Proyecto ganador que representó a México en la Cuadrienal de Praga 2015

Cliente: Gloria Carrasco & Xóchitl González, creadoras del Proyecto

Servicios: Diseño de Lotería y material gráfico



Cliente: Cosecha del Té \ **Servicios:** Identidad gráfica. Diseño de etiquetas y empaque

Cosecha de Corazón

Erongaricuaro, Michoacán
info@cosecha.coop

Ingredientes: almendra, néctar de agave, té earl grey, bergamota, sal.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	47 g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	32 g
Azúcares	3 g
Proteínas	21 g
Sal	0.2 g

Energía 2780 kJ (620 kcal)

Contenido neto: 240 g

Cantidad:

COSECHA.COOP

CREMA EARL GREY BERGAMOTA
orgánica

Cosecha de Corazón
Erongaricuaro, Michoacán
info@cosecha.coop

Ingredientes: almendra, néctar de agave, té earl grey, bergamota, sal.

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	47 g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	32 g
Azúcares	3 g
Proteínas	21 g
Sal	0.2 g

Energía 2780 kJ (620 kcal)

Contenido neto: 240 g

Cantidad:

COSECHA.COOP

CREMA DE CACAHUATE
orgánica

Cosecha de Corazón
Erongaricuaro, Michoacán
info@cosecha.coop

Ingredientes: cacahuate tostado, sal de mar.

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	51g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	23 g
Azúcares	3 g
Proteínas	27 g
Fibras	1.8 g

Energía 2561 kJ (617 kcal)

Contenido neto: 240 g

Cantidad:

COSECHA.COOP

CREMA DE LAVANDA
orgánica

Cosecha de Corazón
Erongaricuaro, Michoacán
info@cosecha.coop

Ingredientes: crema de almendra, néctar de agave, aceite de coco, flor lavanda, sal de mar.

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	46g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	32 g
Azúcares	25 g
Proteínas	23 g
Sal	0.2 g

Energía 2780 kJ (620 kcal)

Contenido neto: 240 g

Cantidad:

COSECHA.COOP

MERMELADA DE BERGAMOTA, AZAFRÁN, LIMÓN Y PERÁ
orgánica

Cosecha de Corazón
Erongaricuaro, Michoacán
info@cosecha.coop

Ingredientes: crema de almendra, néctar de agave, aceite de coco, flor lavanda, sal de mar.

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

Valor nutritivo por cada 15 g

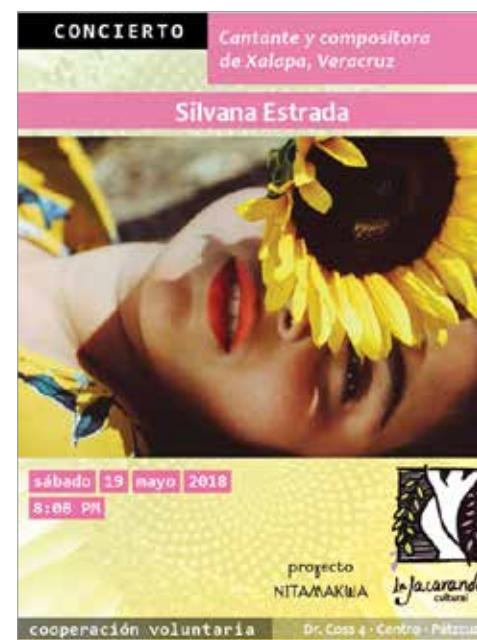
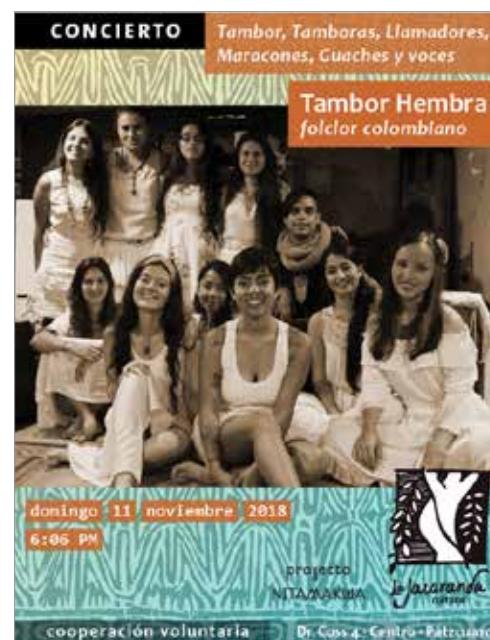
Grasas	0 g
Fibra dietética	0.9 g
Azúcares totales	6 g
Sodio	2.8 mg

Energía 29.2kcal

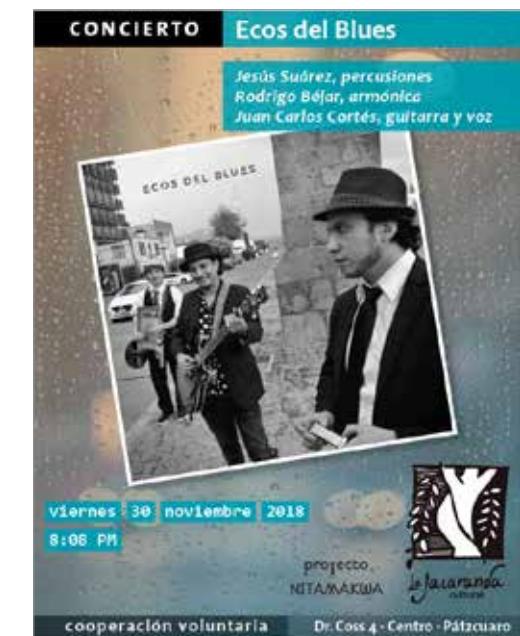
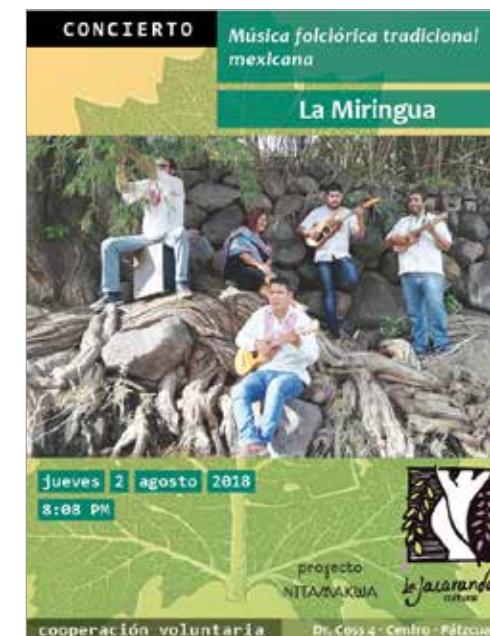
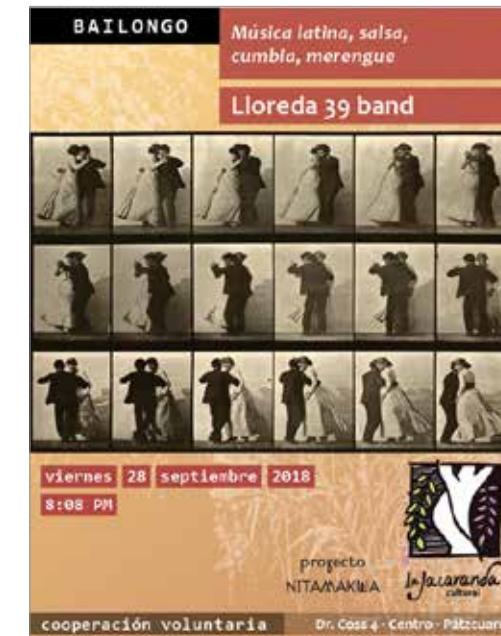
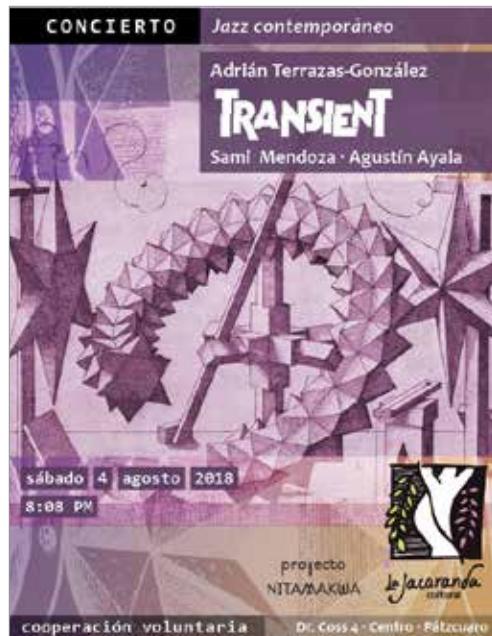
Contenido neto: 240 g

Cantidad:

Cliente: Cosecha de Corazón
Servicios: Diseño de etiquetas



Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles



Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles



TEMPORADA DE MUERTOS 2018

La Rema
Música de cámara de Tierra Caliente.
Julián Martínez y Jaime Mier,
violín y guitarra

martes 30 de octubre 8:08 PM

Kústakua
Música Purépecha.
Sones, abajeños

miércoles 31 de octubre 8:08 PM

Conjunto Regional Ajuchitlán
Música tradicional de Tierra Caliente.
Ofrenda musical a J. Natividad Leandro Chávez "El Palillo"

jueves 1 de noviembre 8:08 PM

Los Carácuarios de Serafín Ibarra
Música de Tierra Caliente de la Cuenca del Río Balsas. Sones, gustos, pasos dobles, valses, minuettes, abajeños

viernes 2 de noviembre 8:08 PM

Orquesta Uarhipeni
Música Purépecha. Aientos de caña (clarinete, saxofón), aientos de metal (trompeta, trombón) y cuerdas (bajo y vihuela)

sábado 3 de noviembre 8:08 PM

Cuentos Peregrinos
Julio de la Calle y Mariana Calle

domingo 4 de noviembre 5:05 PM

cooperación voluntaria Dr. Coss 4 - Centro - Pátzcuaro



CONCIERTO

- ▶ Free Jazz
- ▶ Sax y guitarra

Natalio Sued y Juan Pablo Arredondo



viernes 27 julio 2018
8:08 PM

projecto
NITAMAKWA

cooperación voluntaria Dr. Coss 4 · Centro · Pátzcuaro

La Jacaranda
cultural

CONCIERTO

*Latino, fusión, blues,
jazz tradicional y jazz mexicano*

Trío Jizzy

Gerardo Estrada, piano
Enrique Hernández, bajo
Lalo Torres, batería



sábado 1 diciembre 2018
8:08 PM

projecto
NITAMAKWA

cooperación voluntaria Dr. Coss 4 · Centro · Pátzcuaro

La Jacaranda
cultural

Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles