Trabajo Práctico N° 1. Matemática D1.

Interpolación y ajuste de curvas.

BIBLIOGRAFÍA:

Los distintos temas comprendidos en esta guía se pueden consultar entre la bibliografía citada a continuación.

1. **Burden R. y Faires D.**, Análisis Numérico, Grupo Editorial Thomson.
2. **S. Chapra y R. Canale**, Métodos Numéricos para Ingenieros, cuarta edición, McGraw-Hill.
3. **S. Nakamura**, Análisis Numérico y Visualización Gráfica con MatLab, Prentice-Hall.
4. **H. Moore**, MATLAB para ingenieros, Prentice-Hall.

Ejercicio 1

A partir de los puntos representados en la siguiente tabla, se busca conocer un valor interpolado en $x = 1,6$.

X	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50
Y	-4.50	2.48	1.79	-4.47	-6.00	-0.22	14.70

a) Encuentre los polinomios de orden uno, dos y tres por el método de interpolación de Newton con diferencias hacia delante e interpole el valor indicado.

b) Hallar el polinomio de mayor grado posible identificando sus coeficientes. Interpolar para $x = 1,6$.

c) Exprese los polinomios de Newton de primer, segundo y tercer orden, con diferencias hacia atrás, e interpole el valor $x = 2,3$.

Ejercicio 2

Verificar empleando Matlab el ejercicio 1.

(a). Graficar los puntos de la tabla anterior en Matlab. Como base puede utilizarse el siguiente código:

```
clear
x= [ 1.00 1.25 1.50 1.75 2.00 2.25 2.50]
y= [-4.50 2.48 1.79 -4.47 -6.00 -0.22 14.70]
plot(x,y,'o')              %grafica solamente los puntos
grid on                    %grafica una grilla
```

(b). Graficar el polinomio de interpolación de orden 3 obtenido en el inciso a).

```
hold on                      %mantiene los gráficos anteriores
x= [1:0.1:2.50]              %define el vector x entre 1 y 2.50 con intervalos 0.1
P3= a0*x.^3+a1*x.^2+a2*x.+a3 %ingresa el polinomio(Colocar los coeficientes calculados)
plot(x,P3,'r')               %grafica el polinomio en línea roja
```

(c). Con el comando polyfit de MATLAB, hallar los coeficientes del polinomio utilizado en el inciso b) verificando los resultados obtenidos.

```
clear
x= [ 1.00 1.25 1.50 1.75 2.00 2.25 2.50]
y= [-4.50 2.48 1.79 -4.47 -6.00 -0.22 14.70]
coef=polyfit(x,y,6)          %calcula los coeficientes de un polinomio de grado 6
```

(d). Con el comando polyval de MATLAB, evaluar el polinomio hallado y graficarlo.

```
x= [1:0.1:2.50]           %define el vector x entre 1 y 2.50 con intervalos 0.1
P6= polyval(coef,x)       %evalúa el polinomio con los coeficientes hallados
plot(x,P6,'g')            %grafica el polinomio en línea verde
```

Ejercicio 3

Utilice el método de Lagrange para interpolar el valor correspondiente a $x = 1,8$ a partir de la siguiente tabla:

X	0.5	1	3
Y	4	2	2/3

Verifique sus resultados utilizando el método de interpolación de Newton.

Ejercicio 4

Utilice el polinomio de Lagrange para interpolar el valor correspondiente en $x = 1,1$. Acote el error. (Emplee algún programa para facilitar los cálculos)

X	0.5000	1.0000	1.3000	1.5000	1.9000
Y	0.3513	1.2817	1.5307	1.5183	0.9141

Grafique con MATLAB los puntos dados y el polinomio hallado.

Conociendo que los datos fueron generados por la función: $f(x) = 4x - e^x$, calcule el error absoluto de la interpolación obtenida.

Grafique la función $f(x)$ y compare con el polinomio obtenido.

Ejercicio 5

Interpole el valor de Y en $x = 1{,}75$ utilizando el polinomio de interpolación de Lagrange. Observe que los valores del soporte son los mismo del ejercicio anterior.

X	0.5000	1.0000	1.3000	1.5000	1.9000
Y	3.5636	1.3424	-0.4972	-1.8872	-4.9594

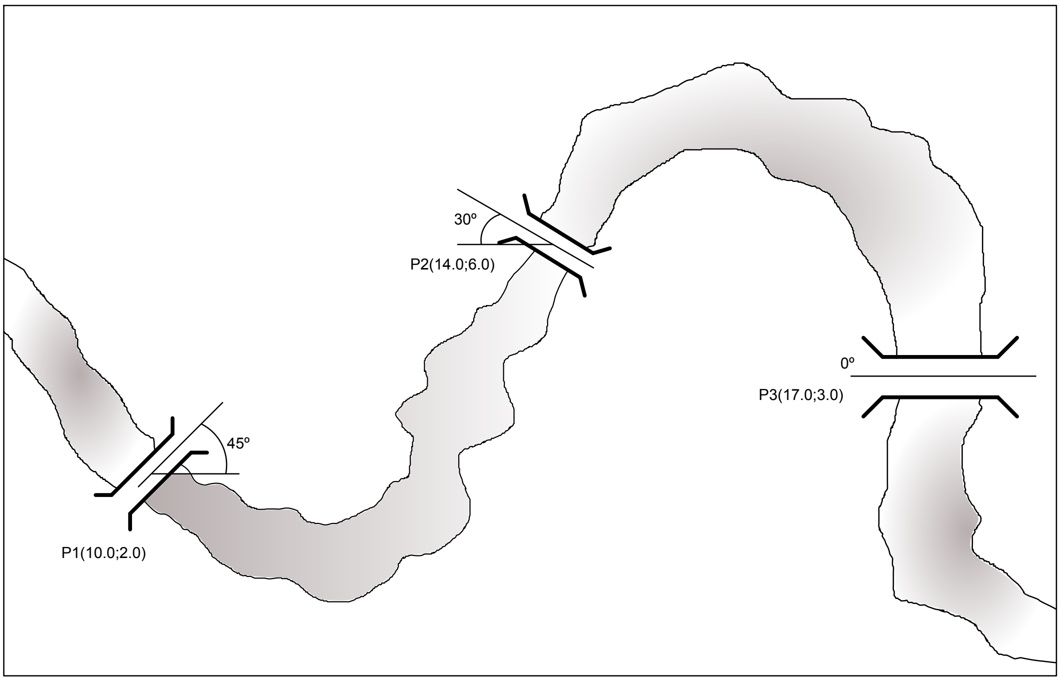
Ejercicio 6

Interpole por el método de Hermite los siguientes puntos:

x	1	2
F(x)	3	1.5
f'(x)	0.2	-1

Ejercicio 7

Resuelva la traza de un camino a construir a través de un polinomio del menor grado posible. El camino debe pasar por los tres puntos indicados, coincidentes con puentes existentes como se indica en el croquis siguiente.



Ejercicio 8

Aproxime la función $f(x) = \dfrac{2}{1+x^2}$ por polinomios de Lagrange:

(a). de segundo grado utilizando los valores de $x : \{-5, 0, 5\}$

(b). de 4º grado utilizando dos valores de x intermedios, $\{-5, -2{,}5, 0, 2{,}5, 5\}$.

(c). de 8º grado agregando más puntos intermedios.

Utilice MATLAB para facilitar los cálculos.

Grafique la función $f(x)$ y los polinomios obtenidos en forma superpuesta. ¿Obtuvo una mejor aproximación al aumentar el grado del polinomio? ¿Qué polinomio aproxima mejor, en este ejemplo, a la función?

Ejercicio 9

Encuentre por el método de interpolación segmentaria cúbica el valor de la función del ejercicio anterior en $x = 4$. Utilice 3, 5 y 9 puntos correspondientes con los incisos a, b y c.

Ejercicio 10

Utilice MATLAB para resolver el ejercicio anterior, realizando una comparación de los resultados obtenidos.

Ejemplo:

```
clear
x = [ -5.000 0.000 5.000]
y= [ 0.077 2.000 0.077]
valor=interp1(x,y,4,'spline')       %interpola x=4 mediante spline cúbico
```

Graficar los polinomios de interpolación con spline cúbico.

```
x1 = [-5.00:0.1:5.00]
P3=interp1(x,y,x1,'spline') %interpola con spline para los puntos x1
plot(x,y,x1,P3,'-o')        %grafica superpuestos puntos y polinomio
P6= polyval(coef,x)         %evalúa el polinomio con los coeficientes hallados
plot(x,P6,'g')              %grafica el polinomio en línea verde
```

Ejercicio 11

Aproxime la función $y = e^x$ en el intervalo [1, 1.6] mediante splines de segundo grado, utilizando 4 puntos en total. Interpole la función en $x = 1,5$ y calcule el error absoluto.

Ejercicio 12

El ensayo a tracción de una barra de acero arrojó los valores indicados en la tabla. Ajuste una curva representativa del ensayo por el método de mínimos cuadrados y calcule el módulo de elasticidad del material.

$\varepsilon * 10^{-4}$	0	1	2.2	3.2	4.2	5.4	6.5	7.7	8.9
$\sigma[kg/cm^2]$	248.75	497.51	746.25	995	1243.75	1492.5	1741.25	1990	2238.75

Ejercicio 13

Resolver empleando MATLAB y realizar una comparación con el valor hallado en el ejercicio anterior.

```
coef=polyfit(x,y,1)  %calcula los coeficientes de un polinomio de grado 1
x= [0.00:0.10:8.90]  %define el vector x entre 0 y 8.9 con intervalos 0.1
P1= polyval(coef,x)  %evalúa el polinomio con los coeficientes hallados
plot(x,P1,'g')       %grafica el polinomio en línea verde
```

Ejercicio 14

Con los datos de la siguiente tabla, ajuste los valores por el método de mínimos cuadrados a una función: a) lineal b)polinómica de 2 grado c) potencial y d) exponencial.

X	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Y	2	2.9	5	6.7	12

Ejercicio 15

Los datos de un ensayo de una barra de acero se presentan en la tabla. Se trata de ajustar una curva representativa, por el método de mínimos cuadrados, de la relación carga-alargamiento ($P - \Delta L$).

Grafique los puntos y adopte una o más curvas para el ajuste.

Grafique posteriormente las curvas obtenidas superpuesta a los puntos. ¿Qué alargamiento ocurrirá en la barra si se aplica una carga de siete toneladas?

$\Delta L \times 10^2$	0	3	6	9	12	15	20	20	25	30	35	40	45
P [kg]	500	1900	3250	4300	5450	6600	8100	9000	9350	9500	9700	9850	10000

Ejercicio 16

Los registros de intensidad de lluvias [mm/hora] con duración de 20 minutos se encuentran tabulados en función de la recurrencia [años]. Grafique los puntos y adopte una curva que ajuste los datos por el método de los mínimos cuadrados.

Grafique nuevamente los puntos en un sistema de coordenadas semi-logarítmico. ¿Cuál será la intensidad a esperar de la lluvia de recurrencia de 3 años?

R [años]	10.5	5.25	3.5	2.63	2.1	1.75	1.5	1.31	1.17	1.05
I [mm/h]	500	1900	3250	4300	5450	6600	8100	9000	9350	9500

Ejercicio 17

Ajuste los siguientes datos a una curva del tipo: $Y = \dfrac{a \cdot x}{b + x}$.

X	1	1.8	2.3	4.1
Y	0.5	0.9	1.1	1.4

Ejercicio 18

¿Qué diferencias puede mencionar entre la interpolación y el ajuste de curvas? ¿Cuándo se utiliza uno u otro método?

Ejercicio 19

En el modelo numérico que representa la parte superior de la cabina de un avión se tienen un conjunto de puntos ubicados en el contorno. Para avanzar en precisión en el cálculo de las presiones de aire sobre la superficie de la cabina, se desea densificar el dominio de análisis agregando puntos en el contorno. Los puntos datos se encuentran en la tabla siguiente. Agregar al menos 5 puntos adicionales de manera de obtener un soporte aproximadamente equiespaciado.

x [cm]	0	89	165	218	392
Y [cm]	0	72	101	164	193

Ejercicio 20

Una industria arroja sus desechos a un río cercano. La medición de contaminantes a 200 metros aguas abajo de la industria, varía con la producción y se indica en la siguiente tabla. Se desea limitar la presencia de contaminante a 0,025 gr/m3 ¿cuál será la producción máxima que pueda realizar la industria?

P [ton]	10	12	14	16
Contaminante [gr/m3]	0.0202	0.0280	0.0305	0.0321

Ejercicio 21

Indique si cada proposición es verdadera o falsa. Justifique la respuesta.

(a). En el método de interpolación de Newton, el agregado de puntos adicionales dentro del intervalo de interpolación no afecta el orden del polinomio obtenido. No ocurre lo mismo con los polinomios de interpolación de Lagrange, que son incrementados en un grado por cada punto que se agrega.

(b). La ventaja del método de interpolación de Newton respecto a los polinomios de Lagrange es la no necesidad de calcular todo el polinomio luego de agregar un punto más al comienzo o al final del intervalo.

(c). Si en los polinomios de interpolación de Newton o Lagrange se agregan nuevos puntos como datos, los polinomios incrementan su orden pero no necesariamente mejoran la aproximación de la función que genera los puntos. No ocurre lo mismo con los polinomios de interpolación de Hermite.

(d). La interpolación segmentaria mediante polinomios de segundo y tercer orden (splines cuadráticos y cúbicos) soluciona el problema de serpenteo" que producen los polinomios de grado elevado sobretodo en las proximidades del intervalo a interpolar. Sin embargo requiere la resolución de un sistema de ecuaciones.

(e). Una forma de hallar un polinomio de interpolación de grado n en base a $n+1$ puntos dados es plantear un sistema de ecuaciones, donde cada ecuación representa un polinomio de grado n. Las n incógnitas serán los coeficientes a_i. Sin embargo el sistema de ecuaciones resultante es mal condicionado.