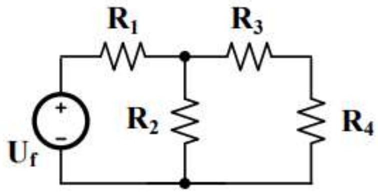
EJERCICIO N° 01:

El circuito de la figura es uno de los dos ejercicios resueltos de la TAP01.

a



$U_f = 5V$, $R_1 = R_3 = 1\Omega$, $R_2 = R_4 = 2\Omega$.

a) Determinar la cantidad de ecuaciones que se deben plantear para resolver el circuito, teniendo en cuenta la relación que debe cumplirse entre el número de mallas independientes (Mi), nodos independientes (Ni) y ramas (R).

b) Explicar en qué consiste la aplicación del análisis de mallas para la resolución de un circuito. Resolver el circuito de la figura mediante el método de mallas y comparar los resultados obtenidos.

c) Repetir el inciso anterior, pero utilizando el análisis de nodos.

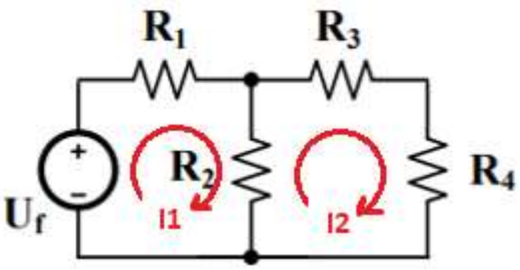
d) Analizar si uno de los dos análisis es más conveniente que el otro en este caso. Justificar. ¿Es posible generalizarlo para cualquier circuito? Explicar y justificar.

Mi resolución:

En el circuito mostrado, se tienen 2 mallas independientes, 1 nodo independiente y 3 ramas.

Decimos que de los 2 nodos solo uno es independiente porque el “inferior” es el “cero”. En estos circuitos, **la cantidad de ecuaciones coincide con la cantidad de ramas:** 3 en este caso.

En el análisis de mallas se aplica la 2da Ley de Kirchoff en cada malla independiente, suponiendo un sentido de la corriente (generalmente horario). Si el circuito tiene alguna fuente de corriente compartida por 2 mallas, es suprimida para formar una supermalla.



$$U_f = I_1 * (R_1 + R_2) - I_2 * R_2$$

$$0 = -I_1 * R_2 + I_2 * (R_2 + R_3 + R_4)$$

$$\begin{pmatrix} U_f \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Le sumo $\frac{R_2}{R_1+R_2}$ veces la fila 1 a la fila 2:

$$\begin{pmatrix} U_f \\ \frac{R_2\,U_f}{R_1 + R_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ 0 & \frac{(R_1 + R_2) * (R_2 + R_3 + R_4) - (R_2)^2}{R_1 + R_2} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Resultados: $I_2 = \frac{R_2\,U_f}{R_1+R_2} * \frac{R_1+R_2}{(R_1+R_2)*(R_2+R_3+R_4)-(R_2)^2} = \frac{2\Omega*5V}{11\Omega^2} = 0{,}9091\ A$

$I_1 = \frac{U_f+I_2*R_2}{R_1+R_2} = \frac{5V+1{,}8182V}{3\Omega} = 2{,}2727\ A$

Entonces

$I_{R1} = I_f = I_1 = 2{,}2727\ A$ $\quad$ $I_{R3} = I_2 = 0{,}9091\ A$

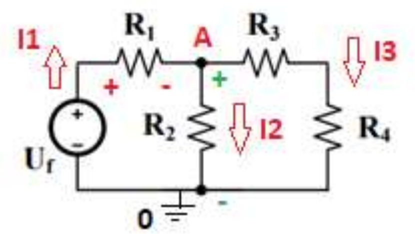
$I_{R2} = I_1 - I_2 = 1{,}3636\ A$ $\quad$ $I_{R4} = I_2 = 0{,}9091\ A$

Finalmente, por Ley de Ohm:

$$U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 2{,}2727 \text{ V} \qquad U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 0{,}9091 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I_{R2} * R_2 = 2{,}7272\ V \qquad U_{R4} = I_{R4} * R_4 = 1{,}8182\ V$$

Mi resolución por **análisis nodal**:



Aplico 1LK en Nodo A: $I_1 = I_2 + I_3$

En la rama 1: $U_A = U_f - I_1 * R_1$

En la rama 2: $U_A = I_2 * R_2$

En la rama 3: $U_A = I_3 * (R_3 + R_4)$

$$\frac{U_f - U_A}{R_1} = \frac{U_A}{R_2} + \frac{U_A}{R_3 + R_4} \quad \rightarrow \quad U_f * G_1 = U_A * (G_1 + G_2 + G_{34}) \qquad G_{34} = \frac{1}{R_3 + R_4}$$

$$U_f = U_A * \frac{G_1 + G_2 + G_{34}}{G_1} = 1{,}8333\ U_A \rightarrow \quad U_A = \frac{U_f}{1{,}8333} = 2{,}7273\ V$$

Resultados:

$$I_1 = I_f = \frac{U_f - U_A}{R_1} = 2{,}2727\ A \qquad I_3 = \frac{U_A}{R_3 + R_4} = \frac{2{,}7273V}{3\Omega} = 0{,}9091\ A$$

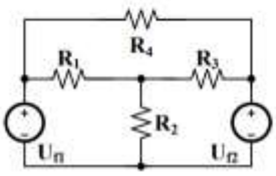
$$I_2 = \frac{U_A}{R_2} = \frac{2{,}7273V}{2\Omega} = 1{,}3636\ A$$

Efectivamente, dan los mismos valores

EJERCICIO N° 02:

El circuito de la figura es otro de los dos ejercicios resueltos de la TAP01.
$R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, $R_4 = 2\ \Omega$, $U_{f1} = 70V$, $U_{f2} = 15V$.

a) Plantear las ecuaciones que surgen de aplicar el análisis de mallas y luego reemplazar por los valores y comparar los resultados.
b) Repetir a) pero aplicando el análisis de nodos.

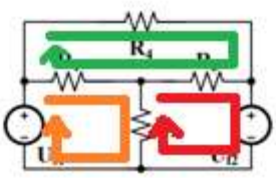


c) Comparar las ecuaciones resultantes e indicar si algún método es más conveniente.

Se tienen 3 mallas independientes, 3 nodos independientes y 6 ramas. Todo en orden

Supongo 3 corrientes que circulan en sentido horario en las mallas correspondientes.

$$\begin{cases} 0 = I_1 * (R_1 + R_3 + R_4) - I_2 * R_1 - I_3 * R_3 \\ U_{f1} = -I_1 * R_1 + I_2 * (R_1 + R_2) - I_3 * R_2 \\ -U_{f2} = -I_1 * R_3 - I_2 * R_2 + I_3 * (R_2 + R_3) \end{cases}$$



$$\begin{pmatrix} 0 \\ U_{f1} \\ -U_{f2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_3 + R_4 & -R_1 & -R_3 \\ -R_1 & R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_3 & -R_2 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 17 & -10 & -5 \\ -10 & 40 & -30 \\ -5 & -30 & 35 \end{vmatrix} = [23800 - 1500 - 1500] - [1000 + 15300 + 3500] = 1000$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -10 & -5 \\ 70 & 40 & -30 \\ -15 & -30 & 35 \end{vmatrix} = [0 - 4500 + 10500] - [3000 + 0 - 24500] = 27500$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 17 & 0 & -5 \\ -10 & 70 & -30 \\ -5 & -15 & 35 \end{vmatrix} = [41650 - 750 + 0] - [1750 + 7650 + 0] = 31500$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 17 & -10 & 0 \\ -10 & 40 & 70 \\ -5 & -30 & -15 \end{vmatrix} = [-10200 + 3500 + 0] - [0 - 35700 - 1500] = 30500$$

Las corrientes de malla resultan:

$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_s} = 27{,}5\ A$ $\quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_s} = 31{,}5\ A$ $\quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta_s} = 30{,}5\ A$

Finalmente, los resultados de corrientes (hacia la derecha y hacia abajo), y tensiones:

$I_{R4} = I_1 = 27{,}5\ A$ $\quad I_{R1} = I_2 - I_1 = 4\ A$ $\quad I_{R3} = I_3 - I_1 = 3\ A$

$I_{R2} = I_2 - I_3 = 1\ A$ $\quad I_{f1} = -I_2 = -31{,}5\ A$ $\quad I_{f2} = I_3 = 30{,}5\ A$

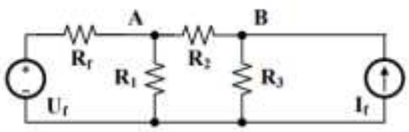
$U_{R4} = I_{R4} * R_4 = 55V$ $\quad U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 40V$

$U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 15V$ $\quad U_{R2} = I_{R2} * R_2 = 30V$

EJERCICIO N° 03:

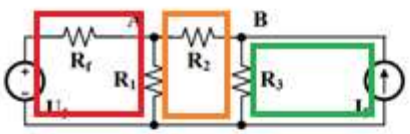
En el circuito de la figura. $U_f = 10V$; $I_f = 5A$; $R_f = 5\Omega$, $R_1 = 50\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ y $R_3 = 10\Omega$.

a) ¿A qué se llama *supernodo* y *supermalla*?
b) Resolver el circuito aplicando el método de mallas explicando los pasos seguidos.
c) Idem a) pero aplicando el método de nodos.
d) Resolver el circuito transformando fuentes reales y asociando elementos en paralelo. Verificar que los 3 métodos arrojan los mismos resultados.



Supernodo: nodo compuesto de dos nodos independientes sólo si en la rama en cuestión se encuentra únicamente una fuente de tensión ideal (en el circuito mostrado no sería el caso).

Supermalla: malla resultante al suprimir una fuente de corriente que es compartida por dos mallas independientes, abriendo la rama donde se encuentra (no sería el caso del ejercicio).



Se tienen 3 mallas independientes, 2 nodos independientes y, por ende, 5 ramas en el circuito.

Supondremos sentidos horarios para todas las corrientes por defecto para evitar confusiones con los signos.

Planteamos las 3 ecuaciones correspondientes:

$$\begin{cases} U_f = I_1 * (R_f + R_1) - I_2 * R_1 \\ 0 = -I_1 * R_1 + I_2 * (R_1 + R_2 + R_3) - I_3 * R_3 \\ -I_f = I_3 \end{cases}$$

Armo el sistema matricial, que lo resolveré por determinantes:

$$\begin{pmatrix} U_f \\ 0 \\ -I_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_f + R_1 & -R_1 & 0 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 55 & -50 & 0 \\ -50 & 80 & -10 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = [4400 + 0 + 0] - [0 + 0 + 2500] = 1900$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -50 & 0 \\ 0 & 80 & -10 \\ -5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = [800 + 0 - 2500] - [0 + 0 + 0] = -1700$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 55 & 10 & 0 \\ -50 & 0 & -10 \\ 0 & -5 & 1 \end{vmatrix} = [0 + 0 + 0] - [0 + 2750 - 500] = -2250$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 55 & -50 & 10 \\ -50 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = [-22000 + 0 + 0] - [0 + 0 - 12500] = -9500$$

Las incógnitas valen: $I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_s} = -0{,}8947\ A$ $\quad I_2 = -1{,}1842\ A$ $\quad I_3 = -5\ A$

Las corrientes en cada resistor valen (en sentido izquierda a derecha, y arriba hacia abajo):

$I_{Rf} = I_1 = -0{,}8947\ A$ $\quad I_{R2} = I_2 = -1{,}1842\ A$

$I_{R1} = I_1 - I_2 = 0{,}2895\ A$ $\quad I_{R3} = I_2 - I_3 = 3{,}8158\ A$

Tensiones:

$U_{Rf} = I_{Rf} * R_f = -4.47\ V$ $\quad U_{R2} = I_{R2} * R_2 = -23{,}68\ V$

$U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 14{,}47\ V$ $\quad U_C = U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 38{,}16V$

Espacio para observaciones:

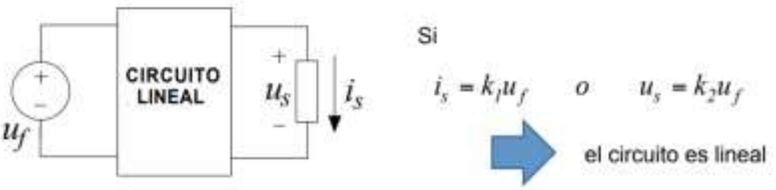
EJERCICIO N° 04:

a) ¿Qué significa que un circuito sea lineal? Explicar.
b) ¿Qué condición deben cumplir los circuitos para que se pueda aplicar superposición? ¿Por qué?

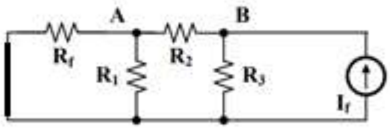
Con referencia al circuito del EJERCICIO N° 03.

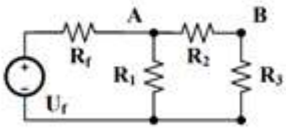
c) Dibujar los circuitos que resultan luego de anular alternativamente las fuentes y calcular la tensión entre **A** y **B** en cada uno de ellos.

Un ***circuito lineal*** es aquél cuya respuesta está linealmente relacionada con la excitación



Es posible demostrar que un circuito *es lineal* si todos sus elementos pasivos *son lineales*





Al anular alternativamente las fuentes ambos circuitos se simplifican. Pondremos el nodo de referencia (U=0) debajo de los resistores R1 y R2. Empecemos por el circuito de la derecha:

$$U_A = U_f - I_0 * R_f \qquad U_A = I_1 * R_1 \qquad U_A = I_2 * (R_2 + R_3)$$

$$I_0 = I_1 + I_2 \;\rightarrow\; \frac{U_f - U_A}{R_f} = \frac{U_A}{R_1} + \frac{U_A}{R_2 + R_3}$$

$$U_f * G_f - U_A * G_f = U_A * G_1 + U_A * G_{23}$$

$$U_f * G_f = U_A * \left(G_1 + G_{23} + G_f\right) \;\rightarrow\; U_A = \frac{U_f * G_f}{G_1 + G_{23} + G_f} = \frac{10 * \frac{1}{5}}{\frac{1}{50} + \frac{1}{30} + \frac{1}{5}} = 7{,}8947\,V$$

$$U_A - U_B = I_2 * R_2 = \frac{U_A\,R_2}{R_2 + R_3} = \frac{7{,}8947V * 20\Omega}{30\Omega} = 5{,}2632\;\;V$$

Ahora trabajamos con el circuito de la izquierda:

$$I_f = I_2 + I_3 = \frac{U_B}{R_2 + \frac{1}{G_f + G_1}} + \frac{U_B}{R_3} = U_B * \left(\frac{1}{R_2 + \frac{1}{G_f + G_1}} + G_3\right) \;\rightarrow\; U_B = 35{,}53\,V$$

$$U_A - U_B = -I_2 * R_2 = -35{,}53V * \frac{20\Omega}{24{,}55\Omega} = -28{,}95\,V$$

Sumando algebraicamente ambos resultados obtenemos: $U_A - U_B = -23{,}69\ V$

Coincide con el resultado U_{R2} obtenido en el ejercicio 3.

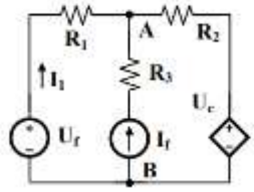
EJERCICIO Nº 05:

En el circuito de la figura. $\mathbf{U_{f1}} = 130V$, $\mathbf{U_c} = 8\ [\Omega] \cdot \mathbf{I_1}$, $\mathbf{I_f} = 2A$, $\mathbf{R_1} = 150\Omega$, $\mathbf{R_2} = 60\Omega$, $\mathbf{R_3} = 5\Omega$.

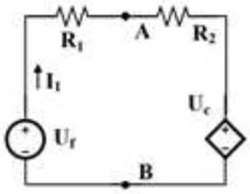
a) Explicar qué cuidado se debe tener cuando se aplica superposición a circuitos con fuentes controladas.

b) Calcular la tensión entre **A** y **B** utilizando el método de superposición.

c) Verificar los resultados obtenidos resolviendo mediante nodos.



Precaución: la fuente controlada debe actuar como elemento activo lineal (sí es este caso)



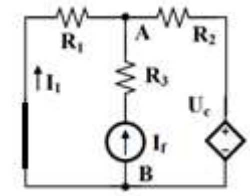
Primera parte: suprimimos If Tomamos nodo B como cero

Tenemos: $U_A = U_f - I_1 * R_1 \ \rightarrow\ I_1 = \frac{U_f - U_A}{R_1} = \frac{U_f}{R_1} - \frac{U_A}{R_1}$

$$U_A = U_c + I_1 * R_2 = I_1 * (8\Omega + R_2) \ \rightarrow\ I_1 = \frac{U_A}{8\Omega + R_2}$$

Igualando obtenemos: $\frac{U_f}{R_1} = U_A * \left(G_1 + \frac{1}{8\Omega + R_2}\right) \ \rightarrow\ U_A = \frac{130V}{150\Omega * 0{,}02137\Omega^{-1}} = 40{,}55V$

La corriente que circula en este semi-circuito es de 0,5963 A



Segunda parte: suprimimos Uf Resuelvo por supermalla

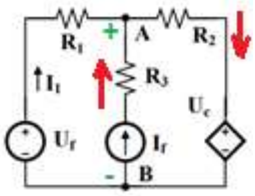
$-I_1 * 8\Omega = I_1 * R_1 + I_2 * R_2$ donde $I_2 = I_1 + I_f$

$$0 = I_1 * (R_1 + R_2 + 8\Omega) + I_f * R_2$$

Despejando obtenemos: $I_1 = -\frac{I_f * R_2}{R_1 + R_2 + 8\Omega} \cong -0{,}5505\ A$

Finalmente la tensión es: $U_A = -I_1 * R_1 = \frac{I_f * R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + 8\Omega} = \frac{2*150*60}{150+60+8} = 82{,}57\ V$

$U_B = 0$ en ambos casos. Sumando algebraicamente resulta: $U_A - U_B = 123{,}12\ V$



$U_A = U_f - I_1 * R_1 \ \rightarrow\ I_1 = \frac{U_f - U_A}{R_1}$ Recordar: $U_B = 0$

$$U_A = U_c + I_2 * R_2 = I_1 * 8\Omega + (I_1 + I_f) * R_2 \ \rightarrow\ I_1 = \frac{U_A - I_f * R_2}{8\Omega + R_2}$$

$$U_f * G_1 + \frac{I_f * R_2}{8\Omega + R_2} = U_A * \left(G_1 + \frac{1}{8\Omega + R_2}\right) \ \rightarrow\ U_A = \frac{2{,}6314\ A}{0{,}02137\ \Omega^{-1}}$$

Efectivamente, se obtuvo el mismo por análisis nodal y superposición: $U_A - U_B = 123{,}12\ V$