POTENCIA

POTENCIA

¿Qué se estudia relacionado con la POTENCIA?

Según el tipo de circuito → **Contínua**

→ **Monofásica**

→ **Trifásica**

→ **Poliarmónica**

Tema especial → **Factor de potencia**

POTENCIA

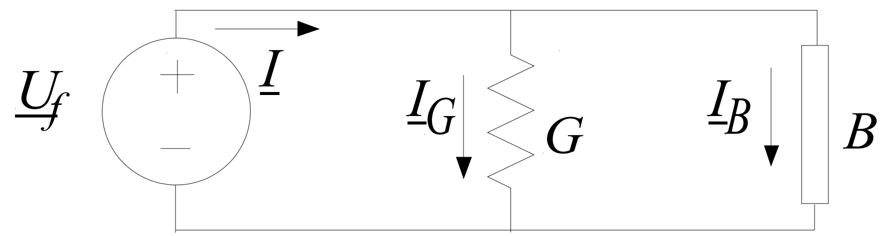
Cualquier estudio sobre la potencia en un circuito eléctrico debe partir de la expresión general de la potencia

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

En el caso de circuitos monofásicos y trifásicos, se supone el sistema alimentado con una fuente de tensión alterna senoidal:

$$u(t) = U \cdot sen\ \omega t \quad \Rightarrow \quad i(t) = I \cdot sen\ (\omega t + \varphi)$$

Sea el siguiente circuito



Utilizando la expresión generalizada de p(t), y luego de aplicar relaciones trigonométricas adecuadas(*), resulta

$$p(t) = u_f(t) \cdot i(t) = \frac{U_f \cdot I}{2}\left[\cos\varphi - \cos\left(2\omega t + \varphi\right)\right]$$

que es la denominada ***potencia instantánea monofásica***

$$^{(*)}: \ \mathrm{sen}\alpha \cdot \mathrm{sen}\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

POTENCIA

$$p(t) = u_f(t) \cdot i(t) = \frac{U_f \cdot I}{2}\left[\cos\varphi - \cos\left(2\omega t + \varphi\right)\right]$$

se puede reescribir $$p(t) = \frac{U_f}{\sqrt{2}}\frac{I}{\sqrt{2}}\cos\varphi - \frac{U_f}{\sqrt{2}}\frac{I}{\sqrt{2}}\cos\left(2\omega t + \varphi\right)$$

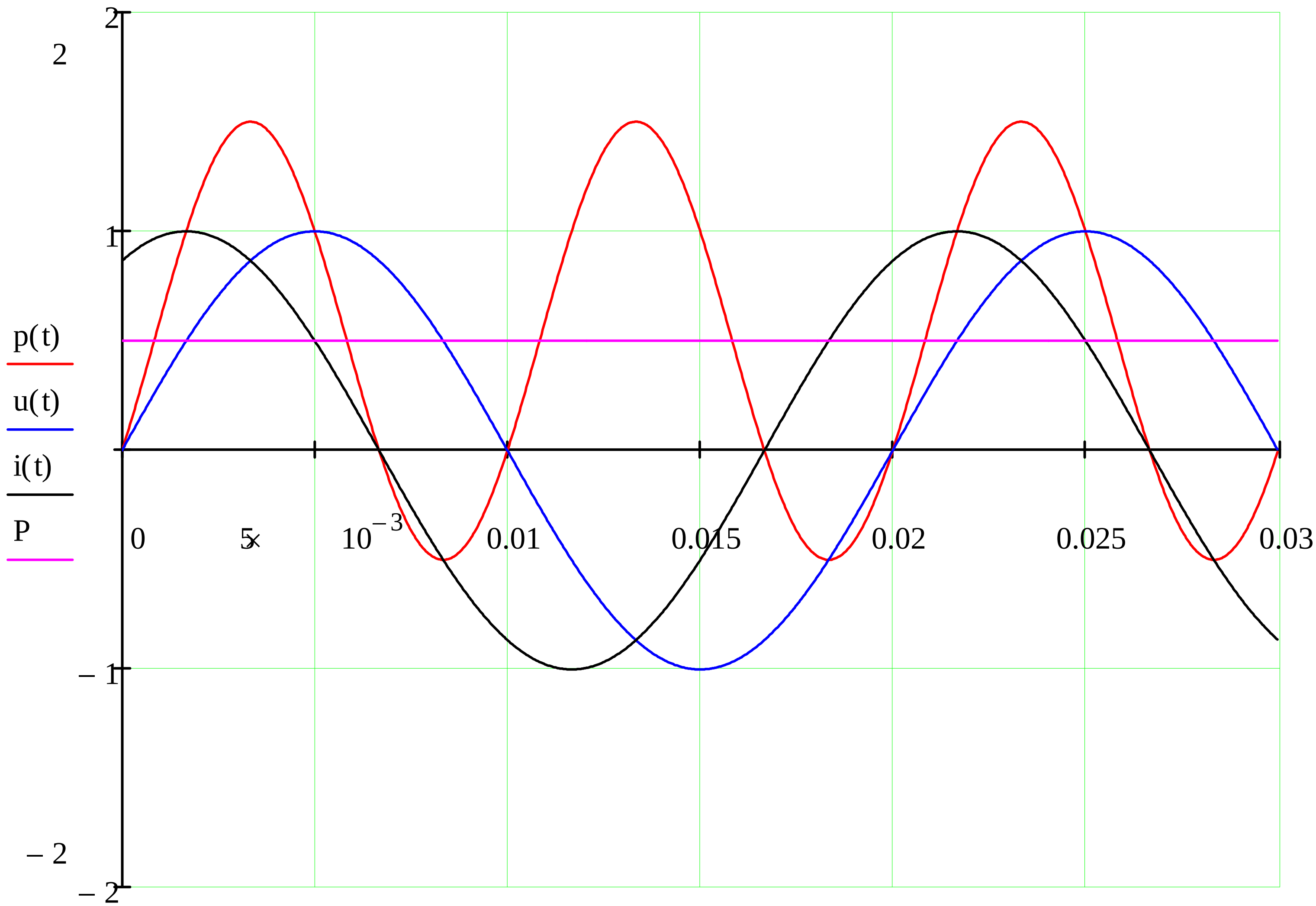
$$\Rightarrow \quad p(t) = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi - U_{ef} I_{ef} \cos\left(2\omega t + \varphi\right)$$

donde $P = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi$ $\Rightarrow$ ***potencia activa P**, igual al **valor medio de p(t)***

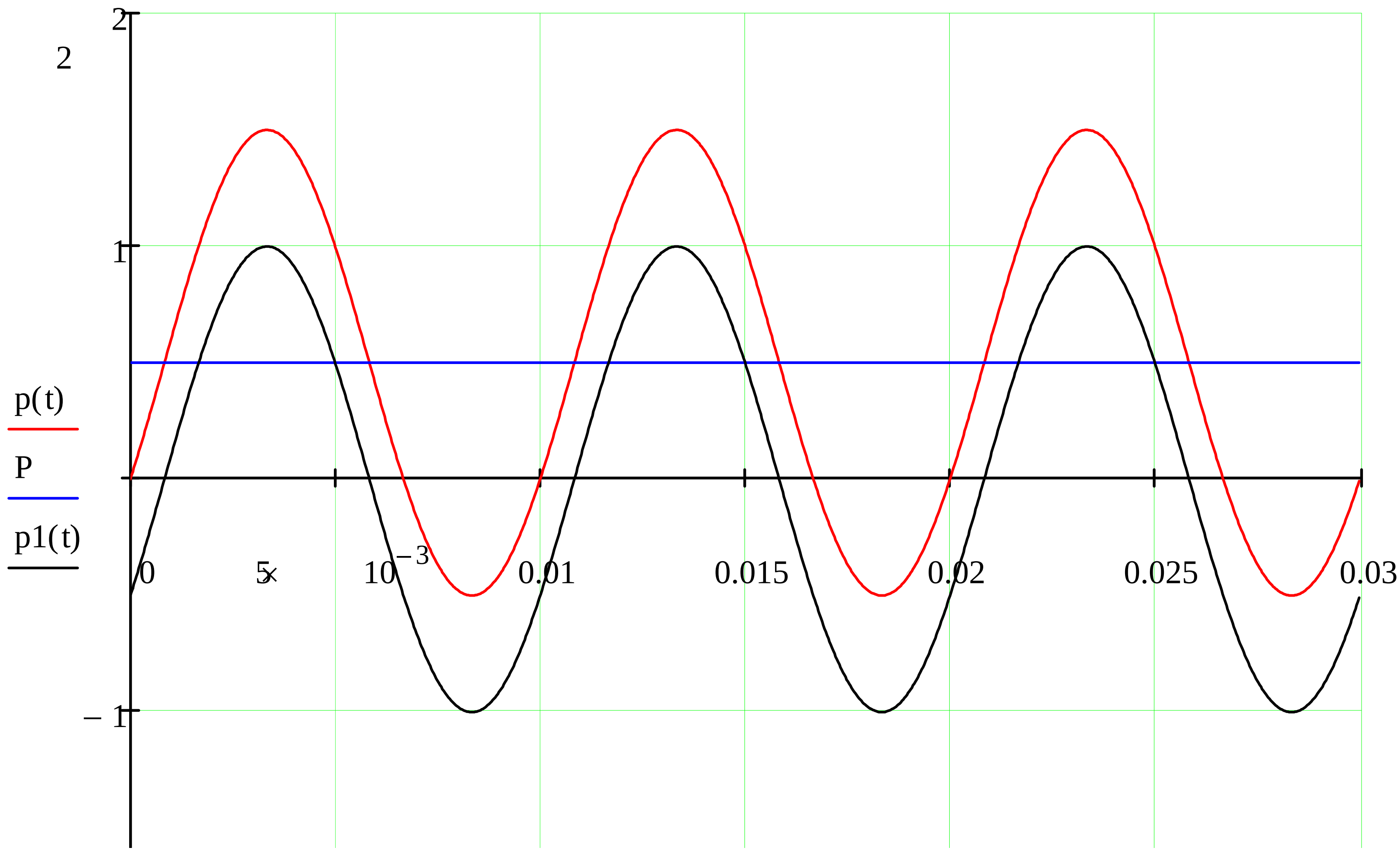
y $U_{ef} I_{ef} \cos\left(2\omega t + \varphi\right)$ $\Rightarrow$ *función senoidal de pulsación* $\mathbf{2\omega}$

Graficando lo anterior $\Rightarrow$

POTENCIA



$$p(t) = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi - U_{ef} I_{ef} \cos\left(2\omega t + \varphi\right)$$



$$p(t) = \boxed{U_{ef} I_{ef} \cos\varphi} - \boxed{U_{ef} I_{ef} \cos(2\omega t + \varphi)}$$

POTENCIA

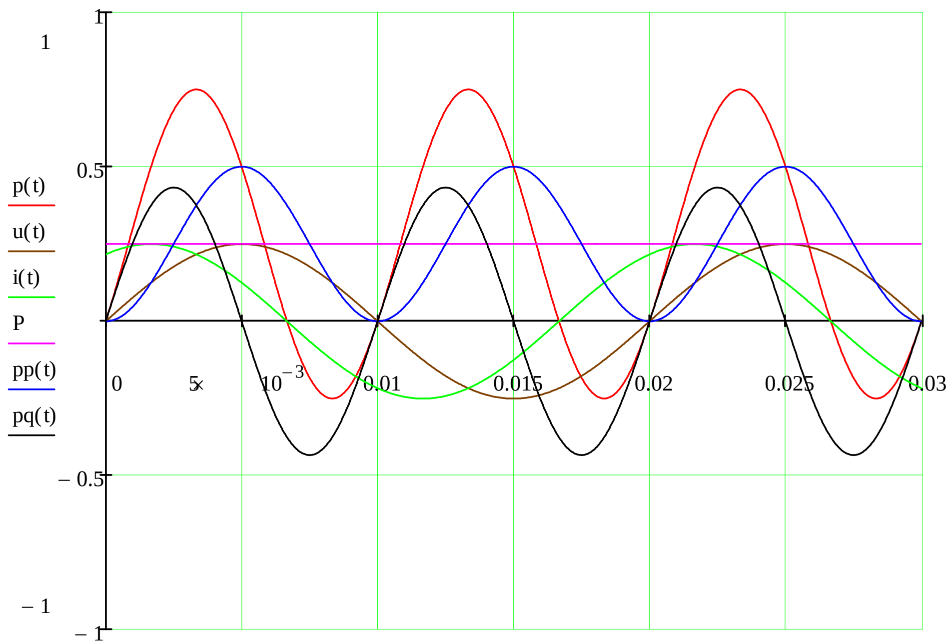
Otra forma de escribir p(t), pero ahora desarrollando el término coseno de la expresión anterior con la identidad trigonométrica ***cos(2ωt+φ)= cos2ωt·cosφ-sen2ωt·senφ****, es:*

$$p(t) = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi \left(1 - \cos 2\omega t\right) + U_{ef} I_{ef} \operatorname{sen}\varphi \ \operatorname{sen} 2\omega t$$

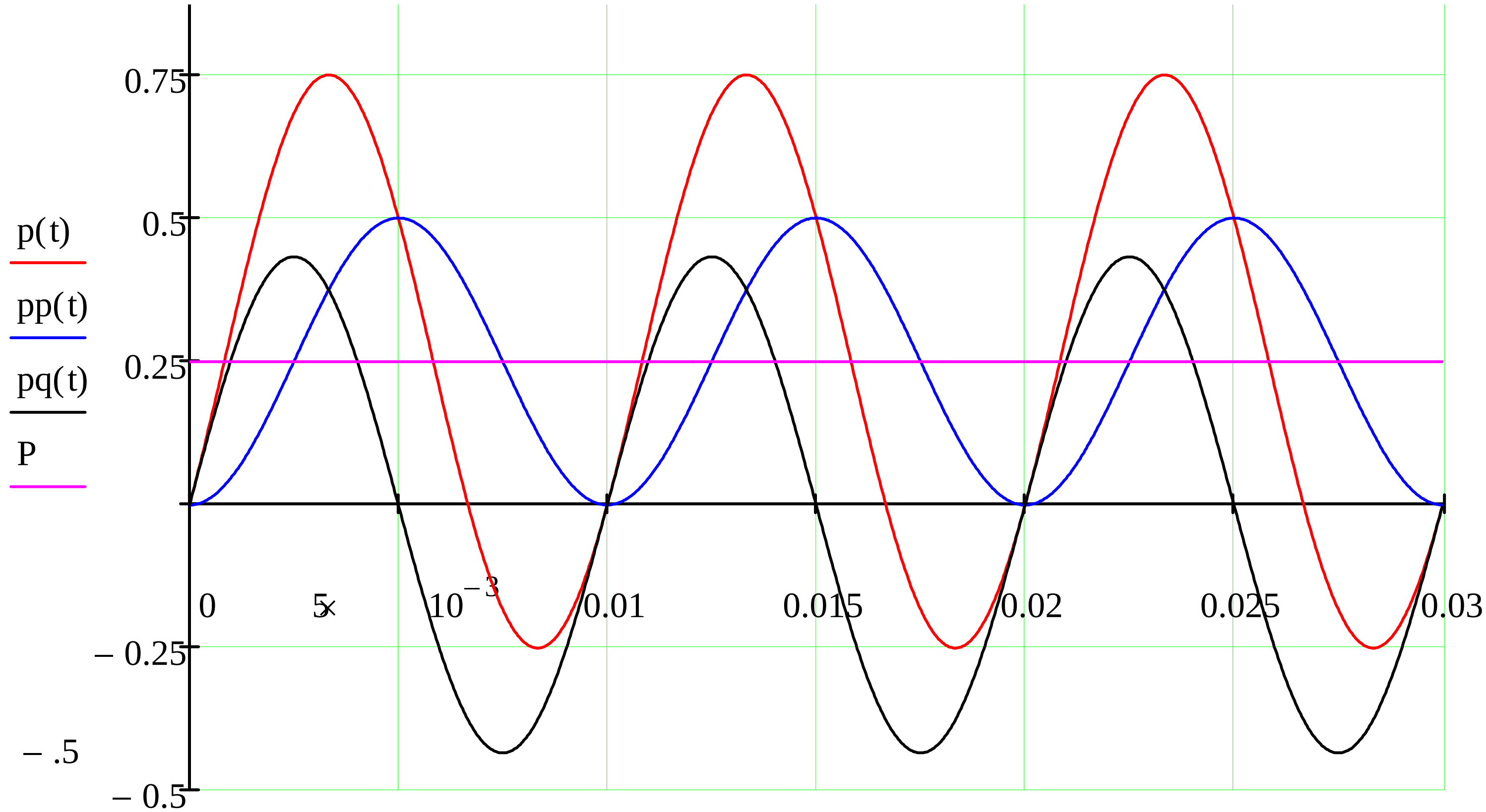
$$p(t) = p_p(t) + p_q(t)$$

$p_p(t)$ *: potencia instantánea u oscilante* ***activa***

$p_q(t)$ *: potencia instantánea u oscilante* ***reactiva***



POTENCIA



$$p(t) = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi \left(1 - \cos 2\omega t\right) + U_{ef} I_{ef} \operatorname{sen}\varphi \ \operatorname{sen} 2\omega t$$

$$= \boxed{U_{ef} I_{ef} \cos\varphi} - \boxed{U_{ef} I_{ef} \cos\varphi \cos 2\omega t} + \boxed{U_{ef} I_{ef} \operatorname{sen}\varphi \ \operatorname{sen} 2\omega t}$$

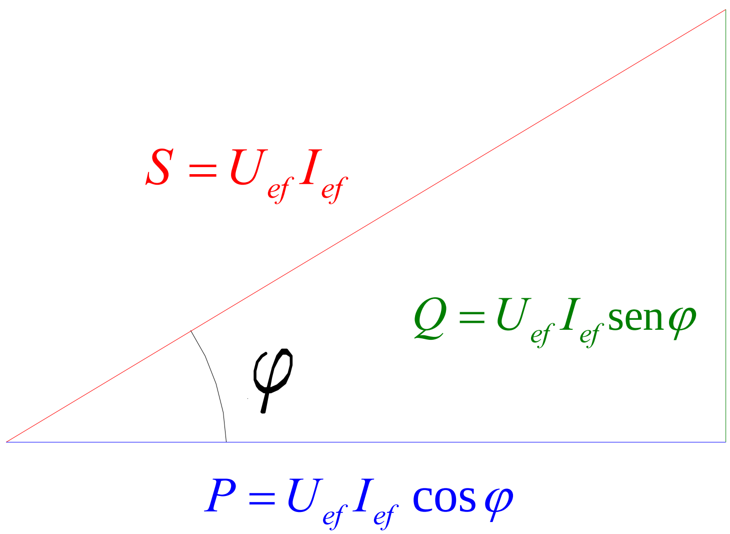
$\boldsymbol{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi$ *y* $\boldsymbol{Q} = U_{ef} I_{ef} \operatorname{sen}\varphi$ *son las amplitudes de* $p_p(t)$ *y* $p_q(t)$

POTENCIA

A partir de $$p(t) = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi \left(1 - \cos 2\omega t\right) + U_{ef} I_{ef} \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} 2\omega t$$

y dado que $\boldsymbol{p_p(t)}$ *y* $\boldsymbol{p_q(t)}$ *se encuentran en* ***cuadratura***

se puede asociar a sus amplitudes $\boldsymbol{P}$ *y* $\boldsymbol{Q}$ *con los catetos de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa corresponde al producto* $\boldsymbol{U_{ef} I_{ef}}$*, que se denomina* ***carga aparente S***



Triángulo de potencia o de carga

También → $S^2 = P^2 + Q^2$

Y por convención

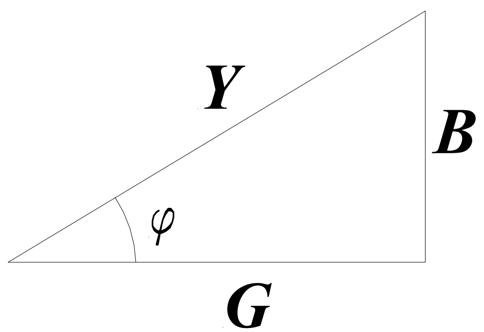
si la carga es ***inductiva*** → ***Q*** *hacia arriba*

si la carga es ***capacitiva*** → ***Q*** *hacia abajo*

POTENCIA

Otra forma de obtener el triángulo de carga

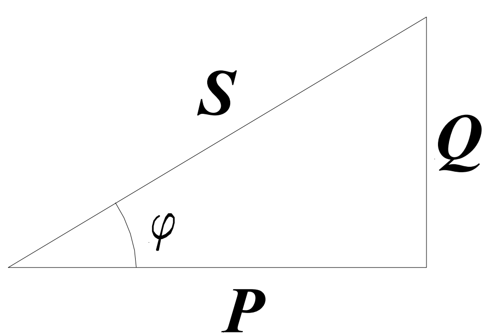
En el triángulo de admitancias, multiplicando por $\boldsymbol{U_{ef}^{2}}$
(recordar que U es la variable común en un circuito paralelo)



$$U_{ef}{}^{2}G = U_{ef}\frac{I_{ef}}{Y}G = U_{ef}I_{ef}\cos\varphi = P$$

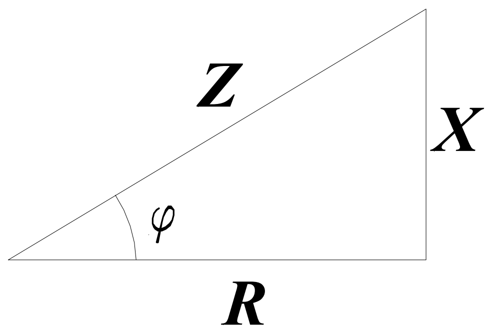
$$U_{ef}{}^{2}B = U_{ef}\frac{I_{ef}}{Y}B = U_{ef}I_{ef}\mathrm{sen}\varphi = Q$$

$$U_{ef}{}^{2}Y = U_{ef}\frac{I_{ef}}{Y}Y = U_{ef}I_{ef} = S$$



De la misma forma, en el triángulo de impedancias, multiplicando por I_{ef}^2

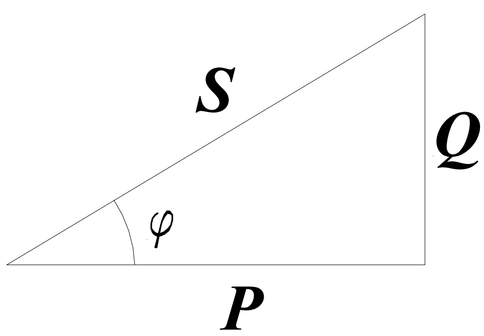
(recordar que I es la variable común de un circuito serie)



$$I_{ef}^{\ 2} R = I_{ef} \frac{U_{ef}}{Z} R = I_{ef} U_{ef} \cos\varphi = P$$

$$I_{ef}^{\ 2} X = I_{ef} \frac{U_{ef}}{Z} X = I_{ef} U_{ef} \operatorname{sen}\varphi = Q$$

$$I_{ef}^{\ 2} Z = I_{ef} \frac{U_{ef}}{Z} Z = U_{ef} I_{ef} = S$$



UNIDADES

P *: Potencia o carga* ***activa*** → ***P*** = [W]

Q *: Carga* ***reactiva*** → ***Q*** = [var]

S *: Carga* ***aparente*** → ***S*** = [VA]

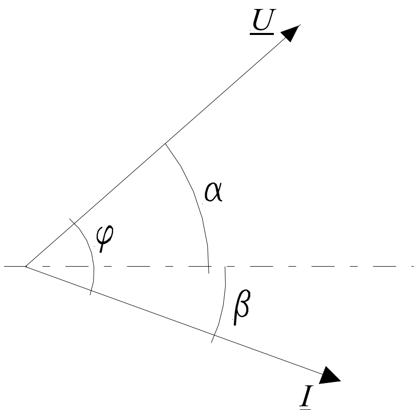
POTENCIA COMPLEJA

Dada la definición general de la potencia, a partir del producto u(t)·i(t), sería esperable que la misma pudiera aplicarse utilizando las expresiones fasoriales (o complejas) de la tensión y la corriente, según se muestra:

Sean $\underline{U} = U \cdot e^{j\alpha}$

$\underline{I} = I \cdot e^{-j\beta}$

con el correspondiente diagrama fasorial



Cabría esperar que el producto de $\underline{U}$ *por* $\underline{I}$ *diera como resultado una magnitud relacionada con la potencia*

$$\underline{U} \cdot \underline{I} = U \cdot e^{j\alpha} \cdot I \cdot e^{-j\beta} = U \cdot I \cdot e^{j(\alpha - \beta)} \qquad \text{Con } \alpha - \beta \neq \varphi$$

Este resultado es un número complejo que tiene unidades de potencia, pero el ángulo no corresponde al desfasaje de $\underline{U}$ *e* $\underline{I}$ *(Recordar que* $P = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi$*).*

De la misma forma, debe observarse que generalmente los módulos de $\underline{U}$ *e* $\underline{I}$ *corresponden a las amplitudes de las mismas y no a los valores eficaces.*

POTENCIA

Si en lugar de $\underline{I}$ *se utiliza su conjugado, que para el caso propuesto vale* $\underline{I}^{*} = I \cdot e^{j\beta}$*, y el producto se divide por 2, resulta*

$$\frac{\underline{U}\cdot\underline{I}^{*}}{2} = \frac{U}{\sqrt{2}}\cdot e^{j\alpha}\cdot\frac{I}{\sqrt{2}}\cdot e^{j\beta} = U_{ef} I_{ef} e^{j(\alpha+\beta)}$$

donde ahora sí $\alpha + \beta = \varphi$
y los módulos se convierten en valores eficaces

Entonces se puede escribir

$$\underline{S} = \frac{\underline{U}\cdot\underline{I}^{*}}{2} = U_{ef} I_{ef} e^{j(\alpha+\beta)} = S e^{j\varphi}$$

que es la denominada ***potencia compleja*** *(con* $S = U_{ef} I_{ef}$*)*

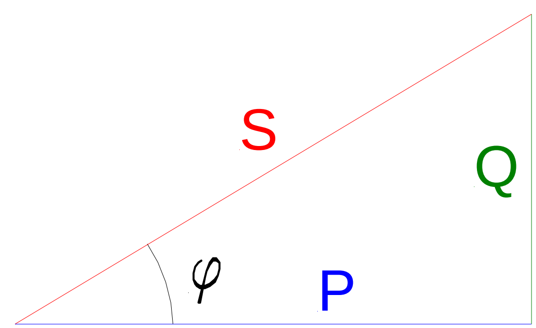
Además $$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = S\cdot\cos\varphi + j\, S\cdot\operatorname{sen}\varphi = P + j\,Q$$

Y como antes

P *: Potencia o carga* ***activa***

Q *: Carga* ***reactiva***

S *: Carga* ***aparente***



Factor de potencia

Se define como $\boxed{FP = \dfrac{P}{S}}$

En el caso particular estudiado, donde las señales son ***senoidales*** *resulta*

$$FP = \frac{U_{ef} I_{ef} \cos\varphi}{U_{ef} I_{ef}} = \cos\varphi$$

Se puede observar que $\boldsymbol{0 \leq FP \leq 1}$

El FP ***no es un rendimiento***

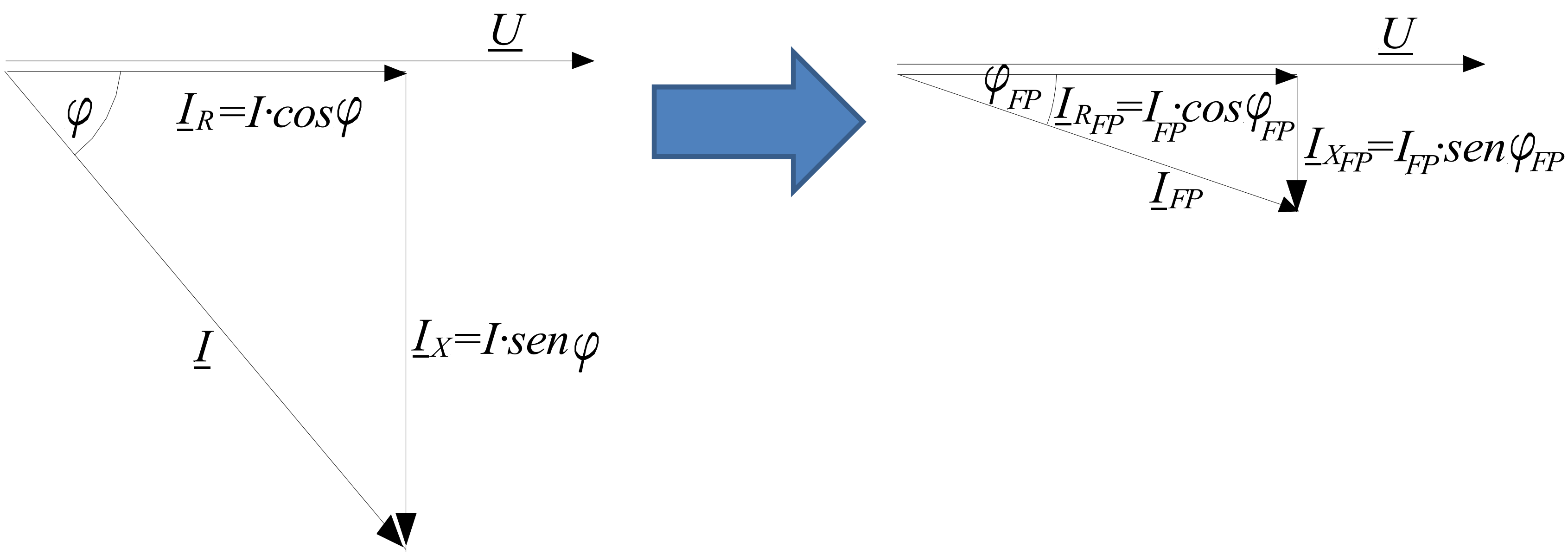
(puesto que P y S son <u>*conceptualmente*</u> *diferentes)*

FP se relaciona con el ***aprovechamiento de las instalaciones*** *(****¿en qué sentido? → ¡ojo!****)*

IMPORTANTE para entender este concepto

POTENCIA

Sea un circuito cuyo funcionamiento puede representarse mediante el siguiente diagrama fasorial

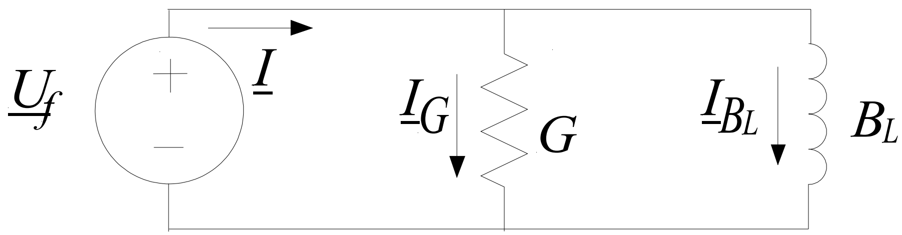


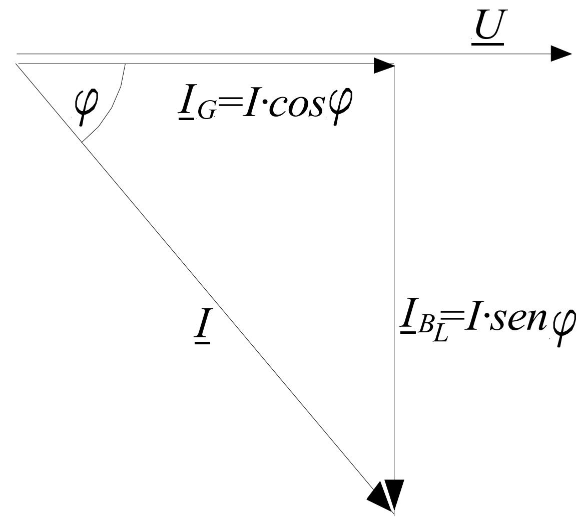
Observando los módulos de las ***I*** *e* $\boldsymbol{\underline{I}_R}$*, ¿qué implicancias respecto de la* ***potencia*** *y respecto de las* ***características de la instalación*** *(sección de los conductores) trae aparejada la comparación de dichas corrientes? (Recordar que* $P = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi$*)*

¿Se podría entonces mantener la componente relacionada con la potencia, pero disminuyendo el módulo de ***I****?*

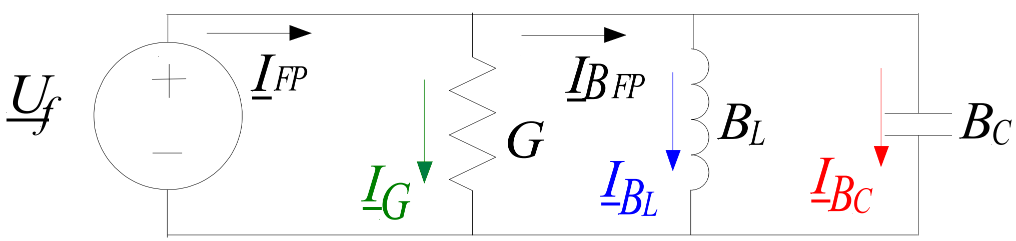
POTENCIA

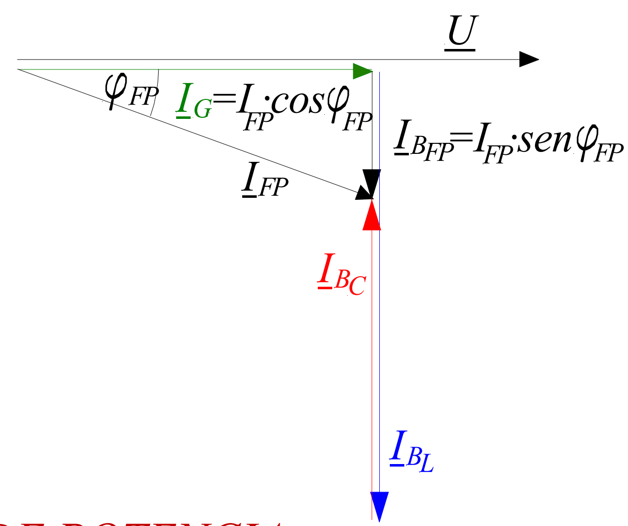
La situación descripta podría corresponder al siguiente circuito:





Conectando un capacitor en paralelo:





Es lo que se denomina COMPENSACIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Factor de potencia. Conclusiones:

*La **potencia activa** es el único concepto real relacionado con el trabajo eléctrico. (conversión de la energía eléctrica en otro tipo de energía: mecánica, calor, etc)*

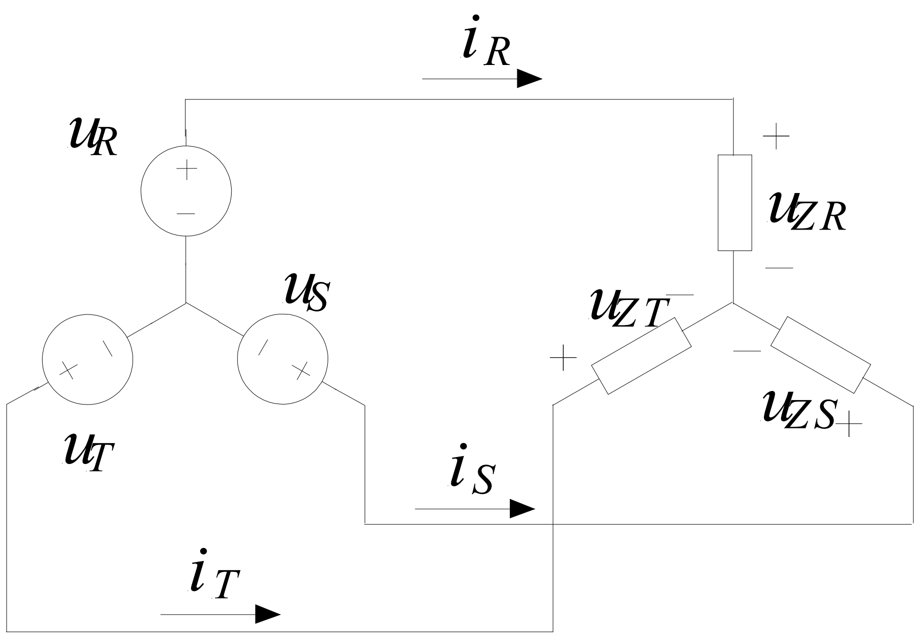
*La diferencia entre S y P **no debe interpretarse como pérdida de energía ni como la existencia de un rendimiento particular del circuito**.*

*El **FP** se relaciona con el aprovechamiento de las instalaciones desde el punto de vista del **módulo de la corriente aparente** con relación a la **sección de los conductores** (un buen y típico ejemplo es el de la filmina anterior).*

Por lo tanto:

*El objeto de compensar el factor de potencia es **disminuir la corriente** de la fuente o de los conductores de determinada parte del circuito.*

POTENCIA TRIFÁSICA



En la carga:

$$\begin{cases} u_{ZR} = U_{ZR}\, sen\,\omega t \\ u_{ZS} = U_{ZS}\, sen(\omega t - \varphi_S) \\ u_{ZT} = U_{ZT}\, sen(\omega t - \varphi_T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_R = I_R\, sen(\omega t \pm \alpha_R) \\ i_S = I_S\, sen(\omega t - \varphi_S \pm \alpha_S) \\ i_R = I_T\, sen(\omega t - \varphi_T \pm \alpha_T) \end{cases}$$

Con: $U_{ZR} = U_{ZS} = U_{ZT} = U_{Fmáx}$

y $I_R = I_S = I_T = I_{Fmáx}$

Y de acuerdo a la definición de potencia:

$$p(t) = i_R \cdot u_{ZR} + i_S \cdot u_{ZS} + i_T \cdot u_{ZT}$$

POTENCIA

*Si el generador es **simétrico** y **equilibrado** y la carga es **balanceada** o **equilibrada** se puede demostrar que, de la expresión anterior, resulta :*

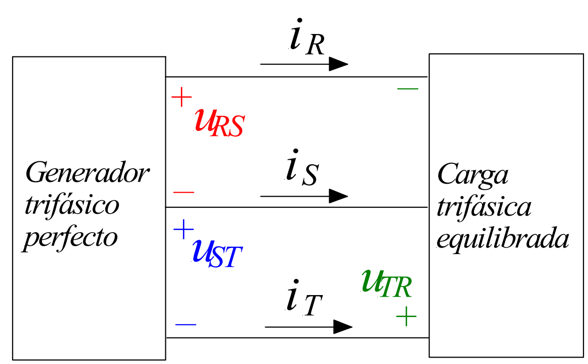
$$p(t) = \frac{3}{2} \cdot U_{Fmáx} I_{Fmáx} \cos\varphi = P$$

Luego

$$P = 3 \cdot \frac{U_{Fmáx}}{\sqrt{2}} \frac{I_{Fmáx}}{\sqrt{2}} \cos\varphi = 3 \cdot U_{Fef} I_{Fef} \cos\varphi = 3 \cdot \frac{U_{lef}}{\sqrt{3}} I_{lef} \cos\varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_{lef} I_{lef} \cos\varphi$$

*Además, la última permite generalizar la expresión de la **potencia trifásica** para un sistema **trifásico trifilar simétrico y equilibrado** en el cual se pueda tener acceso a las tensiones y corrientes de línea*



u_{RS} u_{ST} u_{TR} *Tensiones de línea* U_l

Para destacar:

$$p(t) = P = \sqrt{3} \cdot U_{lef} I_{lef} \cos\varphi$$

*La **potencia instantánea p(t)** resulta igual a la **potencia activa P**, pues es **constante** e **independiente del tiempo***

¿Ventajas?

***p(t)=P=cte** (no pulsante u oscilante, a diferencia de la potencia instantánea monofásica)*

*Menor desgaste en piezas móviles, debido a que **p(t)=P=cte***

Se puede demostrar que se necesita menores cantidades de material para conductores, instalación y estructuras ($P_{trif} = ¾\ P_{mono}$)

POTENCIA

Por extensión, se puede definir

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_{Lef} I_{Lef} \operatorname{sen} \varphi$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_{Lef} I_{Lef}$$

(si se mantienen las condiciones de generador perfecto y carga equilibrada)

*El **factor de potencia de una carga trifásica** en estas condiciones sigue valiendo **FP=P/S***

*Todo lo expuesto sigue siendo válido si la carga está **conectada en triángulo**, mientras sea **equilibrada***

*Se puede verificar que las fórmulas de **P**, **Q** y **S** son las mismas, pues están expresadas en función de la tensión y corriente de línea, y del argumento de la carga*

POTENCIA

Si ahora el generador es perfecto, pero la ***carga desequilibrada****, resulta*

Carga en estrella

$$P = U_R\, I_R \cos\alpha_R + U_S\, I_S \cos\alpha_S + U_T\, I_T \cos\alpha_T$$

$$Q = U_R\, I_R\, sen\,\alpha_R + U_S\, I_S\, sen\,\alpha_S + U_T\, I_T\, sen\,\alpha_T$$

Carga en triángulo

$$P = U_{RS}\, I_{RS} \cos\alpha_{RS} + U_{ST}\, I_{ST} \cos\alpha_{ST} + U_{TR}\, I_{TR} \cos\alpha_{TR}$$

$$Q = U_{RS}\, I_{RS}\, sen\,\alpha_{RS} + U_{ST}\, I_{ST}\, sen\,\alpha_{ST} + U_{TR}\, I_{TR}\, sen\,\alpha_{TR}$$

Para ambos casos se puede escribir lo siguiente

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Y en este caso no tiene sentido hablar de factor de potencia de la carga trifásica debido al desequilibrio de la misma

POTENCIA EN CIRCUITOS CON TENSIONES Y CORRIENTES POLIARMÓNICAS

Recordando la expresión del valor eficaz de una señal poliarmónica

$$U_{ef}^2=U_0^2+U_{1ef}^2+U_{2ef}^2+U_{3ef}^2+\cdots$$

$$I_{ef}^2=I_0^2+I_{1ef}^2+I_{2ef}^2+I_{3ef}^2+\cdots$$

Recordando además que $S=U_{ef}\cdot I_{ef}$

Surge una primera teoría propuesta por ***Budeanu*** *en 1927* → *"Potencias poliarmónicas"*

y una segunda teoría propuesta por ***Fryze*** *en 1931* → *"Separación de la corriente activa y reactiva"*

L. S. Czarnecki, *Budeanu and Fryze: Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents. Electrical Engineering 80 (1997) 359-367 © Springer-Verlag 1997*

POTENCIA

*De acuerdo a lo propuesto por **Budeanu***

$$P=P_0+P_1+P_2+P_3+\cdots+P_n+\cdots$$

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+\cdots+Q_n+\cdots$$

Donde $P_n = U_{n_{ef}} I_{n_{ef}} \cos\alpha_n$ *para* $n \geq 1$ *y* $P_0=U_0 \cdot I_0$

$$Q_n = U_{n_{ef}} I_{n_{ef}} sen\alpha_n$$

Luego, al intentar construir el triángulo de cargas o de potencia, resulta $S^2 > P^2+Q^2$

*Para salvar la situación, **Budeanu** propuso* $S^2= P^2+Q^2+D^2$

*En la cual **D** se denomina **carga** o **potencia de deformación**, y a los fines prácticos sólo se puede determinar por cálculo a partir de la expresión anterior.*

*En general (aunque se puede demostrar que existen excepciones), **D** aparece cuando las ondas de tensión y corriente tienen diferente forma, y aumenta cuanto mayor es dicha diferencia.*

Finalmente → **D=[VAD]=[vad]**