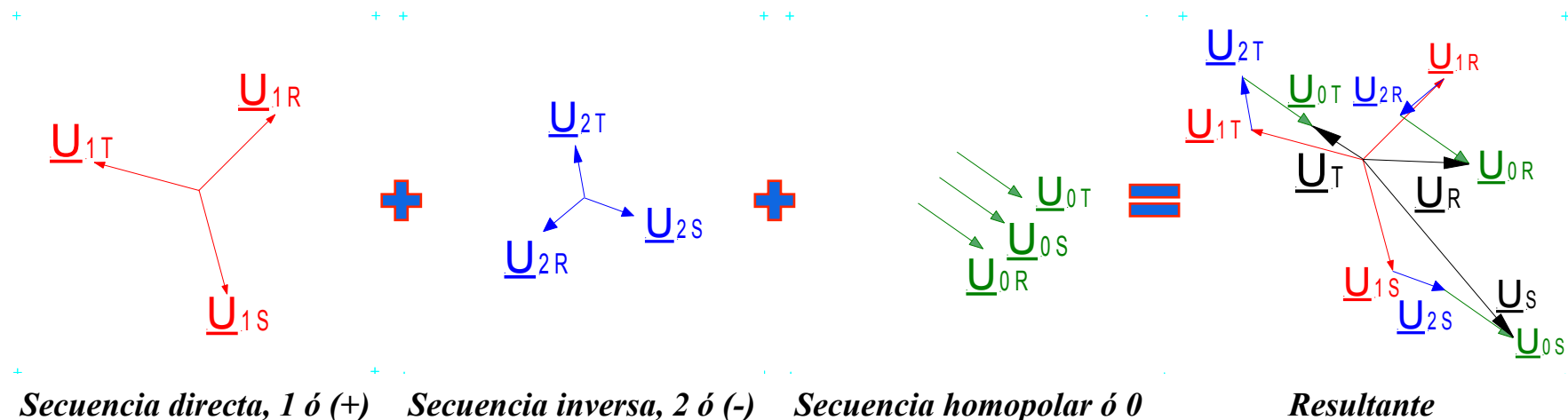




*El método de las **componentes simétricas** se utiliza para analizar y calcular sistemas **desequilibrados** (y **asimétricos**) de corrientes y tensiones en circuitos trifásicos, aplicando el principio de superposición*

TEOREMA DE FORTESCUE*

*“Cualquier sistema trifásico asimétrico y desequilibrado puede descomponerse en tres **ternas** simétricas, dos de ellas equilibradas de secuencia directa e inversa respectivamente, y una tercera **homopolar**”*



**Charles LeGeyt Fortescue presentó el teorema en 1918, aplicado a un sistema n-fásico, en una publicación titulada “Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks”*

DETERMINACIÓN DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

Las componentes del sistema original en función de las componentes simétricas son:

$$\underline{U}_R = \underline{U}_{0R} + \underline{U}_{1R} + \underline{U}_{2R}$$

$$\underline{U}_S = \underline{U}_{0S} + \underline{U}_{1S} + \underline{U}_{2S}$$

$$\underline{U}_T = \underline{U}_{0T} + \underline{U}_{1T} + \underline{U}_{2T}$$

Definiendo un nuevo operador $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120^\circ}$

Y si además $\underline{U}_0 = \underline{U}_{0R}; \underline{U}_1 = \underline{U}_{1R}; \underline{U}_2 = \underline{U}_{2R}$

Entonces el sistema anterior se puede escribir

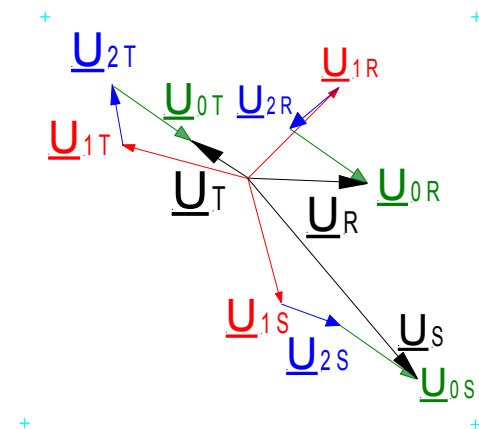


$$\underline{U}_R = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_S = \underline{U}_0 + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_1 + \underline{a} \cdot \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_T = \underline{U}_0 + \underline{a} \cdot \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_2$$

Donde $\underline{U}_0; \underline{U}_1; \underline{U}_2$ son las denominadas **componentes llave**



Resultando un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas

Sumando las tres expresiones anteriores, y teniendo en cuenta que $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$, resulta

$$3 \cdot \underline{U}_0 = \underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_0 = \frac{1}{3} (\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T)$$

Multiplicando las expresiones de \underline{U}_S y de \underline{U}_T por \underline{a} y por \underline{a}^2 , respectivamente, resulta

$$\underline{U}_R = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

$$\underline{a} \cdot \underline{U}_S = \underline{a} \cdot \underline{U}_0 + \underline{a}^3 \cdot \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_2 = \underline{a} \cdot \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_2 \quad \text{con } \underline{a}^3 = 1 \text{ y } \underline{a}^4 = \underline{a}$$

$$\underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_0 + \underline{a}^3 \cdot \underline{U}_1 + \underline{a}^4 \cdot \underline{U}_2 = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{a} \cdot \underline{U}_2$$

Sumando nuevamente, resulta

$$3 \cdot \underline{U}_1 = \underline{U}_R + \underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_1 = \frac{1}{3} (\underline{U}_R + \underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T)$$

Multiplicando las expresiones de \underline{U}_S y de \underline{U}_T por \underline{a}^2 y por \underline{a} respectivamente, sumando de nuevo y despejando \underline{U}_2 , queda

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} (\underline{U}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T)$$

Se han obtenido las componentes llave de las tres ternas simétricas a partir de los valores de las componentes del sistema original:

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T) \quad \text{Secuencia homopolar}$$

Componentes llave

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_R + \underline{a} \cdot \underline{U}_S + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_T) \quad \text{Secuencia directa}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_R + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_S + \underline{a} \cdot \underline{U}_T) \quad \text{Secuencia inversa}$$

Todo lo visto es válido también para cualquier sistema de corrientes asimétrico y desequilibrado

Es muy útil expresar estos resultados en forma matricial, con lo cual las componentes llave resultan:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} = [\underline{A}]^{-1}$$

De igual forma se pueden expresar las tensiones de fase en función de las componentes llave:

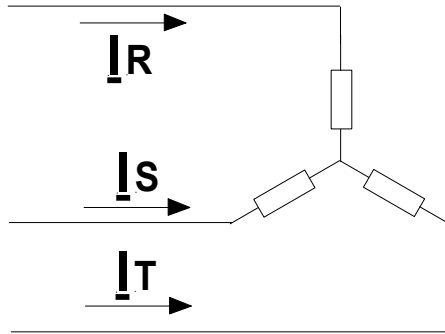
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} = [\underline{A}]$$

Finalmente, se puede demostrar que

$$[\underline{A}][\underline{A}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



No hay neutro y

$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$$

*Si las impedancias son **iguales**, el sistema de corrientes es **equilibrado y simétrico***



*Sólo hay componente de **secuencia directa***

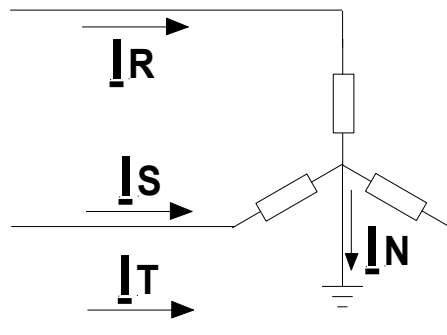
*Si las impedancias son **distintas**, el sistema de corrientes es **equilibrado y asimétrico***



*Hay componentes de secuencia **directa e inversa** (no hay homopolar)*

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



Hay neutro y

$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = \underline{I}_N$$

*Si las impedancias son **iguales**, el sistema de corrientes es **equilibrado** y **simétrico***



*Sólo hay componente de **secuencia directa** y $\underline{I}_N=0$*

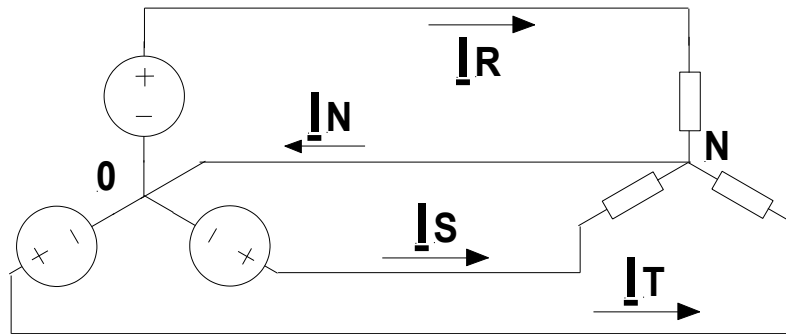
*Si las impedancias son **distintas**, el sistema de corrientes es **desequilibrado** y **asimétrico***



*Hay componentes de secuencia **directa**, **inversa** y **homopolar** y $\underline{I}_N=3\underline{I}_0$*

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



Hay neutro y $\underline{Z}_N=0$

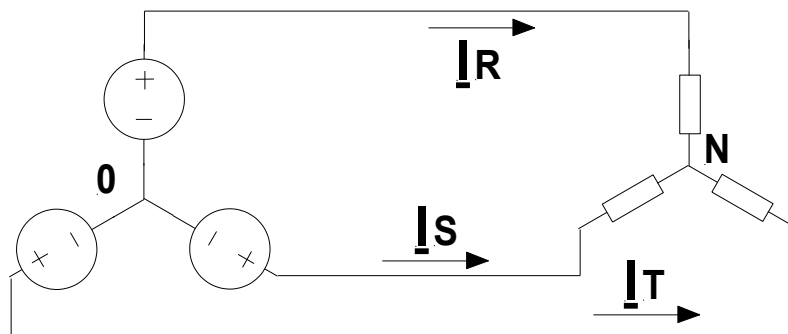
*Si las impedancias son **iguales** o **distintas**, el sistema de tensiones de fase de la carga es **equilibrado** y **simétrico***



*Sólo hay componente de **secuencia directa** y $\underline{U}_{N0}=0$*

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



No hay neutro o $\underline{Z}_N \neq 0$

*Si las impedancias son **iguales**, el sistema de tensiones de fase de la carga es equilibrado y simétrico*



*Sólo hay componente de **secuencia directa** y $\underline{U}_{N0}=0$*

*Si las impedancias son **distintas**, el sistema de tensiones de fase de la carga es desequilibrado y asimétrico y $\underline{U}_{N0}=3\underline{U}_0$*



*Hay componentes de **secuencia directa, inversa y homopolar** de las tensiones de fase*

RESUMEN

COMPONENTES SIMÉTRICAS

Teorema de Fortescue. Utilidad.

Cálculo de las componentes simétricas

Estudio de algunos casos