

Trabajo Práctico N° 5. Matemática D1.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Sistema de ecuaciones de primer orden.

Ejercicio 1

Dado el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales y sus condiciones iniciales:

$$\begin{cases} y_1' = y_1 y_2 - x + y_3 \\ y_2' = y_1 + x \\ y_3' = y_1 y_3 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(x=x_0) = y_1(0) = 1 \\ y_2(x=x_0) = y_2(0) = 0,5 \\ y_3(x=x_0) = y_3(0) = -1 \end{cases}$$

- Hallar el valor de y_1, y_2, y_3 en el punto $x = 0,8$ empleando el método de Euler. Adoptar $h = 0,2$.
- Corroborar los resultados obtenidos con MATLAB.
- Implementar en MATLAB un programa para resolver el sistema de ecuaciones por el método de RK de 4° orden.
- Comparar los resultados obtenidos con ambos métodos variando el paso h .

Ejercicio 2

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 + 2x + y_2 \\ y_2' = 0,6 y_1 + x \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(x=x_0) = y_1(0) = 1,25 \\ y_2(x=x_0) = y_2(0) = 2,34 \end{cases}$$

hallar la solución del sistema con el método de RK de 4° orden en el intervalo $[0; 0,6]$ adoptando un paso $h = 0,3$.

Ejercicio 3

Dada la siguiente ecuación diferencial de segundo orden y sus condiciones iniciales

$$y'' + 2y' + 5y = 3x^2 + 10 \quad \begin{cases} y(x=x_0) = y(0) = 4 \\ y'(x=x_0) = y'(0) = -2 \end{cases}$$

- Plantear el sistema de ecuaciones de primer orden equivalente.
- Resolver en el intervalo $[0; 2]$ con un paso $h = 0,5$. Adoptar un método de resolución de paso simple y orden 2.

Ejercicio 4

Escribir el sistema de ecuaciones siguiente como un sistema de primer orden.

$$\begin{cases} m_1 y_1'' + c_1 y_1' + k_1 y = b x^2 + 10 \\ m_2 y_2'' + c_2 y_2' + k_2 y = a x^4 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = a_1 \\ y_1'(0) = a_2 \\ y_2(0) = a_3 \\ y_2'(0) = a_4 \end{cases}$$

Problemas Adicionales

Ejercicio 5

Dado un resorte con una constante de rigidez $k=200$ KN/m, que sostiene una masa m de 20 kg. Hallar las funciones del desplazamiento y la velocidad que describen el movimiento en función del tiempo cuando el desplazamiento inicial es $u_0 = 0,02m$ y el sistema no posee amortiguamiento.

La ecuación diferencial que describe el problema es $m u''(t) + k u(t) = 0$, donde $u(t)$ representa el desplazamiento. Suponga la velocidad inicial nula. Comparar con la solución exacta. Graficar ambas soluciones.

Ejercicio 6

Un péndulo de masa $m=30$ kg, con una cuerda de longitud $L=3$ m. se aparta un ángulo inicial de 0.1 radianes.

- Plantear la ecuación que representa el movimiento del objeto y trazar una curva representando el ángulo de apertura en el tiempo. Suponer que no hay disipación de energía.
- Analizar el caso del problema anterior pero considerando un amortiguamiento proporcional a la velocidad con el factor $c= 3$ N/m/s.

Ejercicio 7

A un resorte se le fija una masa de 25 kg y se estira 0,40m. hasta quedar en equilibrio. Hallar la ubicación de la masa en el tiempo $t=60$ seg si se impone el movimiento a partir de una velocidad inicial de 3 m/seg. Considerar nulo el amortiguamiento.

Ejercicio 8

La ecuación diferencial que representa un circuito eléctrico está dada por $LQ'' + RQ' + \frac{1}{C}Q = E(t)$ Con Q : la carga eléctrica. R la resistencia. L la inductancia y $1/C$ la capacitancia. $E(t)$ es la fuerza electromotriz.

- Hallar la carga eléctrica en el circuito para el tiempo $t=40$ seg si $L=0.1$, $R=2$, $1/C=100$ y $E(t)=25\cos(wt)$. Considerar como condiciones iniciales $Q(0)=4$ y $Q'(0)=2$
- Hallar la carga eléctrica en el circuito para el tiempo $t=80$ seg en el problema anterior si la fuerza electromotriz se anula en $t=20$ seg. Graficar la curva $Q-t$