

Informe de Resolución del TP con Utilitario

- Alumno: CALDERÓN Sergio Leandro
- Legajo: 02285/4

Resumen

Durante el desarrollo del curso de “Introducción al Procesamiento de Señales” se utilizó el software MATLAB como complemento en las prácticas de los temas estudiados, para agilizar cálculos y visualizar de señales en el dominio del tiempo y espectros en el dominio de la frecuencia. El presente trabajo se focaliza en la aplicación de esta herramienta para situaciones reales, mediante el uso del algoritmo FFT y el diseño de filtros digitales. En este caso, se muestra la resolución de la opción “A” de las propuestas por la cátedra, que consiste, en primer lugar, en el cálculo de correlación para señales de sistemas GPS, y luego, en el filtrado de frecuencias de interés en muestras de un encefalograma (EEG) y un electrocardiograma (ECG).

Desarrollo del Ejercicio 1

i – Función “correlfft.m”

Para calcular la correlación circular de 2 señales, se implementó una función que utiliza los comandos “fft” e “ifft”, proporcionados por MATLAB, como se observa en la Fig. 1:

```

1      %% Esta función calcula la correlación circular entre 2 señales: x e y.
2      function r = correlfft(x, y)
3
4      %% Se refleja circularmente la señal y
5      y_2 = [y(1) y(end:-1:2)];
6
7      %% Se aplica el conjugado a cada valor de la señal reflejada
8      y_2 = conj(y_2);
9
10     %% Se calcula la correlación circular
11     Tx = fft(x);           % TDF de "x"
12     Ty = fft(y_2);         % TDF de "y" conjugada y reflejada circ.
13     r = real(ifft(Tx.*Ty)); % Se descarta la componente imaginaria

```

Figura 1. Código de la función “correlfft.m” en MATLAB

ii – Comparación con la señal de ruido

En este inciso, en primer lugar, se genera la señal tipo código Gold para un satélite en particular – en este caso el número 12 – y una señal de ruido de igual longitud para luego efectuar una comparación del “grado de parecido” de cada una consigo misma (autocorrelación) y entre las dos señales (intercorrelación). Las correlaciones se obtienen mediante el uso de la función antes creada. El código completo de MATLAB se encuentra en el archivo “ej1_2.m”.

```

4  %% Generación de señales
5  x = cacode(12);           % Código Gold correspondiente al satélite 12
6  y = randi([0,1],size(x)); % Señal de ruido (valores 0 y 1)
7  y(y==0) = -1;            % "y" toma 2 valores posibles: -1 y 1
8
9  %% Cálculo de correlaciones
10 r_xx = correlfft(x,x);    % Autocorrelación de "x"
11 r_yy = correlfft(y,y);    % Autocorrelación de "y"
12 r_xy = correlfft(x,y);    % Intercorrelación de "x" e "y"

```

Figura 2. Código utilizado para generar las señales y calcular las correlaciones.

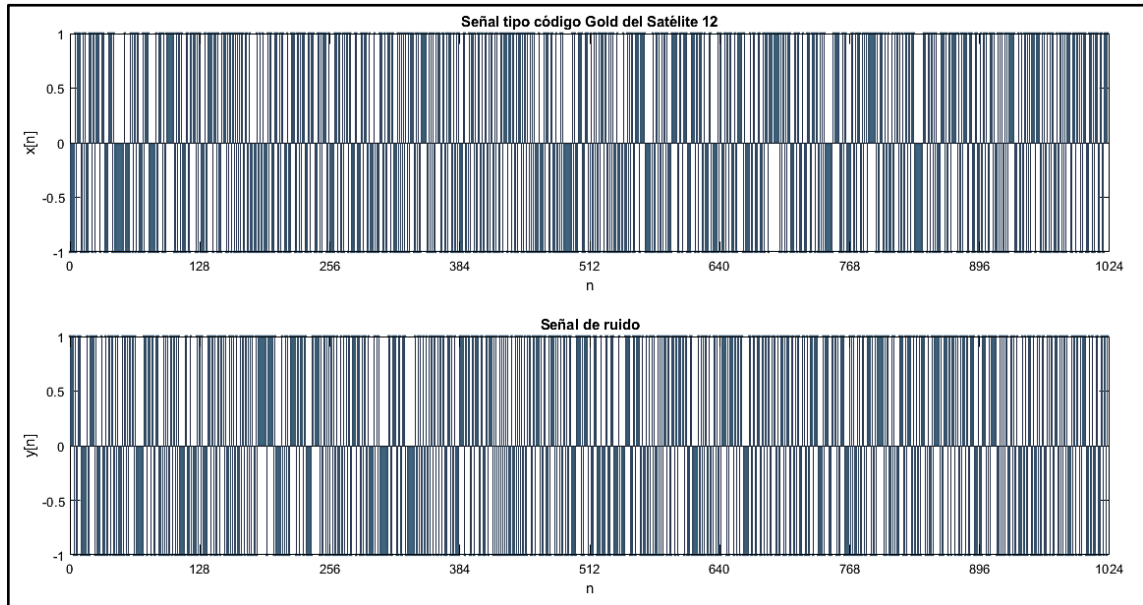


Figura 3. Visualización de las señales generadas.

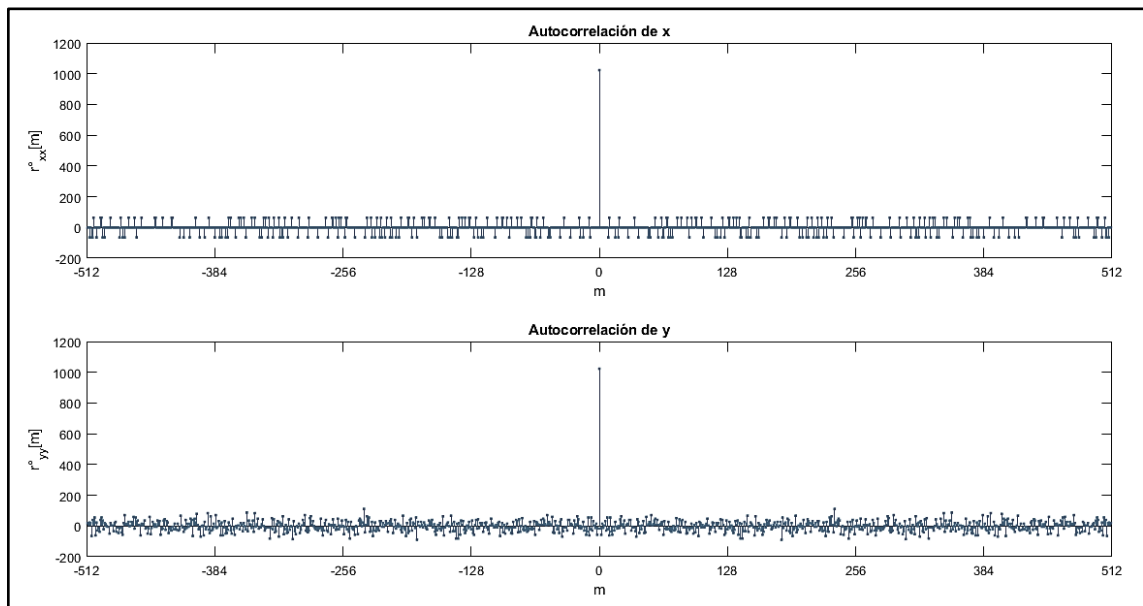


Figura 4. Autocorrelaciones de “x” e “y” respectivamente.¹

¹ Para que el máximo se encuentre en el centro del gráfico, se utilizó el comando fftshift para cada correlación.

Como se puede observar en la Fig. 4, la autocorrelación de una señal tiene un máximo para $m = 0$, es decir, cuando se compara la señal consigo misma sin desplazamiento alguno. El valor de correlación en el punto máximo es igual a la energía de la señal $E = 1023$, igual en ambos casos, debido a que: $|x[n]| = |y[n]| = 1 \quad \forall n$

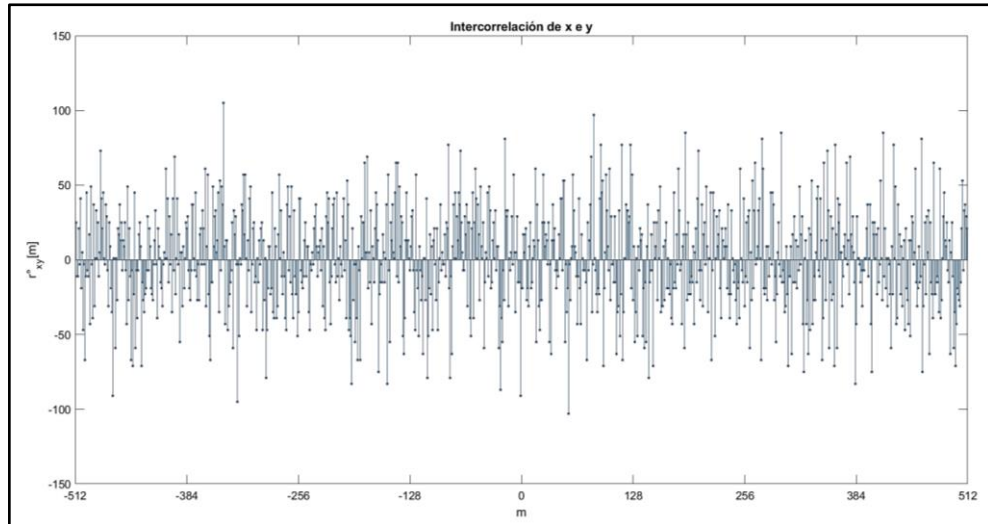


Figura 5. Interrelación de las señales “x” e “y”.

Por otro lado, la intercorrelación entre la señal código Gold y la señal de ruido no presenta un pico máximo considerable, a diferencia de los casos anteriores, debido a que las señales, aunque tengan igual módulo y soporte, no siguen un mismo patrón de valores.

iii – Comparación de señales código Gold

En este inciso se generan las señales código Gold para los satélites 3 y 14, para luego calcular la autocorrelación de cada una y la intercorrelación de ambas. Archivo: “ej1_3.m”.

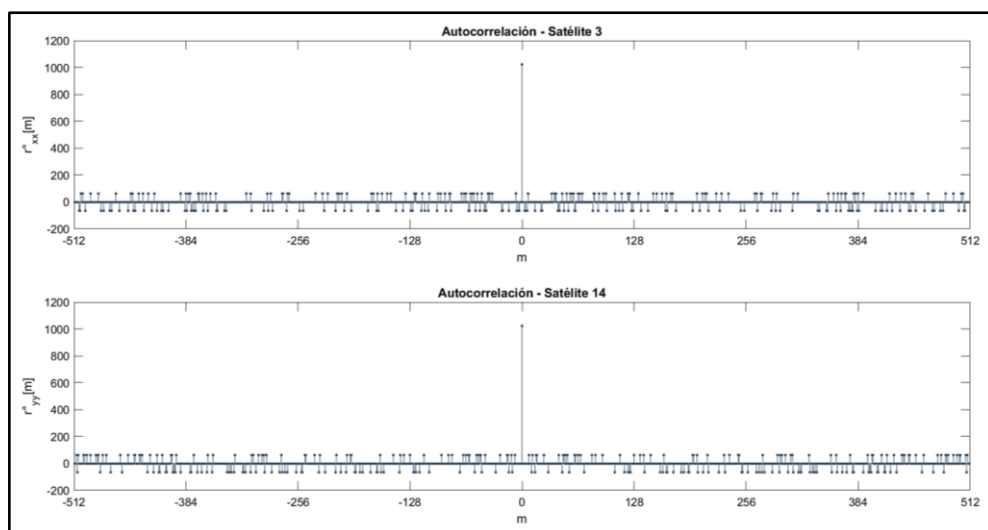


Figura 6. Autocorrelaciones de cada señal tipo código Gold.

Nuevamente, como se mencionó en el inciso ii), se puede observar un valor máximo para $m = 0$, según la Fig. 6. Sin embargo, en la intercorrelación hay múltiples máximos de igual magnitud, como se puede observar en la Fig. 7 a continuación, ya que las señales tienen características similares, al haber sido generadas a partir de una fórmula particular.

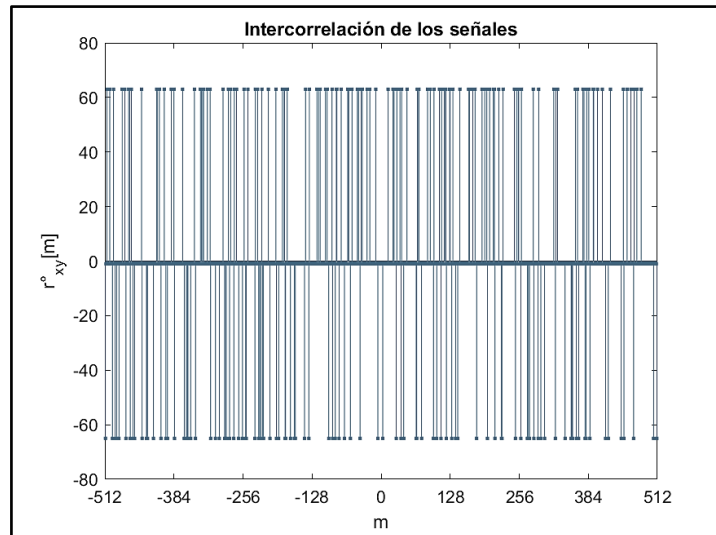


Figura 7. Intercorrelación de las señales tipo código Gold.

iv – Comparación con señal desplazada

Ahora se solicita el desplazamiento circular de $K = 200$ muestras de alguna de las dos señales generadas en el inciso anterior, para luego calcular la intercorrelación de la señal original y su versión desplazada. En particular, se eligió la correspondiente al satélite 14.

El desplazamiento se realiza mediante el comando `circshift(señal, K)`. Como se observa a continuación, la máxima correlación se obtiene para $m = K = 200$.

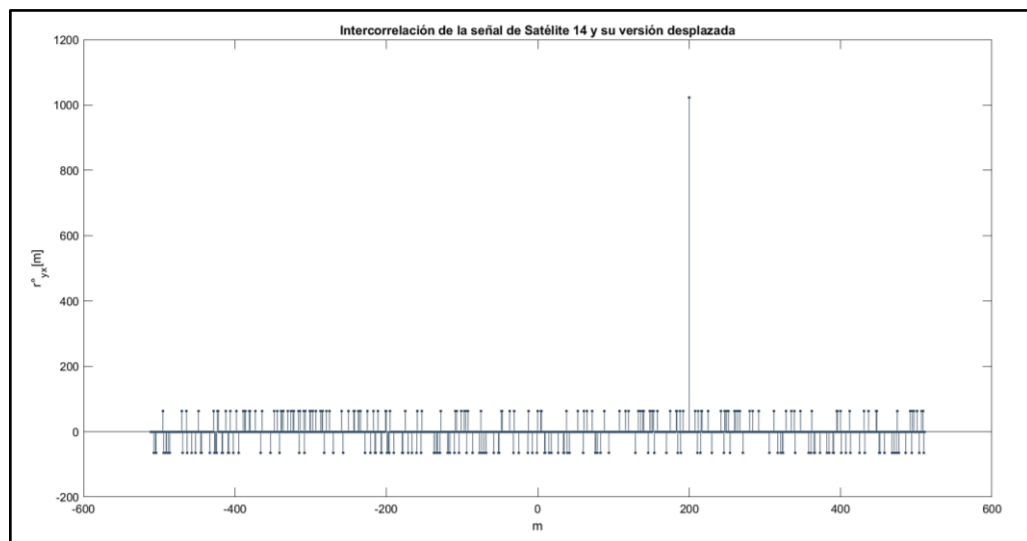


Figura 8. Intercorrelación de la señal tipo código Gold y su versión desplazada.

v – Comparación con señal incógnita

Se cuenta con un archivo “senal_incognita.mat” que contiene una señal de 5 períodos almacenada en una variable “s”. Para calcular la intercorrelación con cada satélite, se toma un período de la señal incógnita, debido a que es necesario que las señales tengan igual longitud.

```

4      %% Declaración de constantes
5 -    SAT = (1:1:32);      % Números de satélites
6 -    T = 1023;           % Último índice del primer periodo de señal
7
8      %% Carga de la señal incógnita (s) y extracción de 1 período
9 -    load('senal_incognita.mat');
10 -   xinc = s(1:T);
11
12      %% Comparamos la señal con la correspondiente a cada satélite
13 -   m = (-511:1:511);
14
15 -   for k = 1 : length(SAT)
16 -       x = cacode(SAT(k));      % Código Gold de satélite
17 -       r = correlfft(x, xinc);  % Intercorrelación
18 -       figure; stem(m,fftshift(r),'.');
19 -       title(strcat('Intercorrelación para Satélite:',num2str(SAT(k))));
20 -       xlabel('m'); ylabel('r°_x_s[m]');
21 -   end

```

Figura 9. Código del archivo “ej1_5.m”.

Una vez ejecutado el código de la Fig. 9, se puede observar que las gráficas de intercorrelación para los satélites 2, 8 y 16 son las únicas que tienen una correlación máxima superior a 1000 en un punto “m” entre -511 y 511. Los resultados se muestran a continuación.

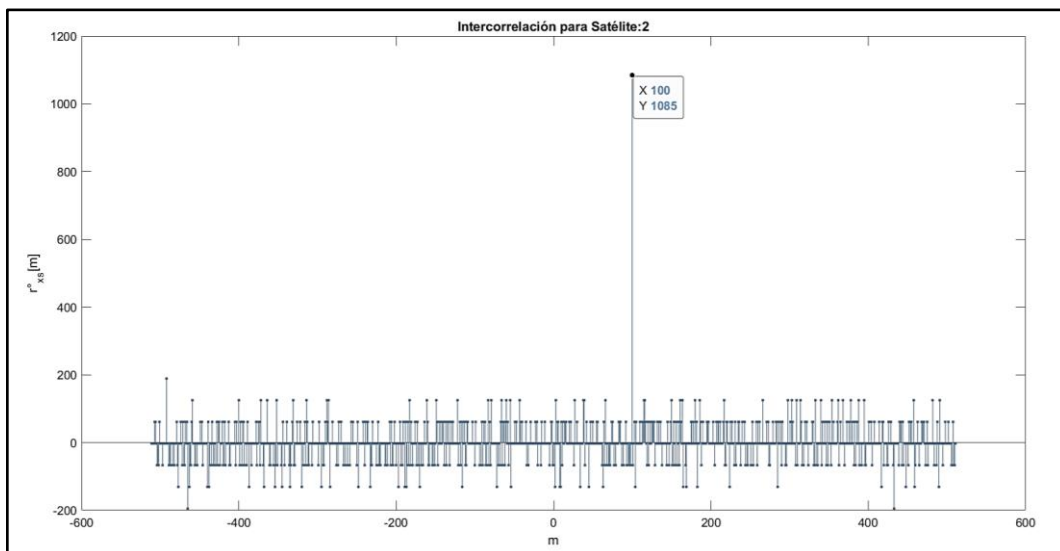


Figura 10. Intercorrelación de un período de señal incógnita y la señal de satélite 2.

A partir de la Fig. 10 se puede afirmar que la señal código Gold del satélite 2 se encuentra en la señal incógnita, con un retardo igual a 100 (desplazamiento circular).

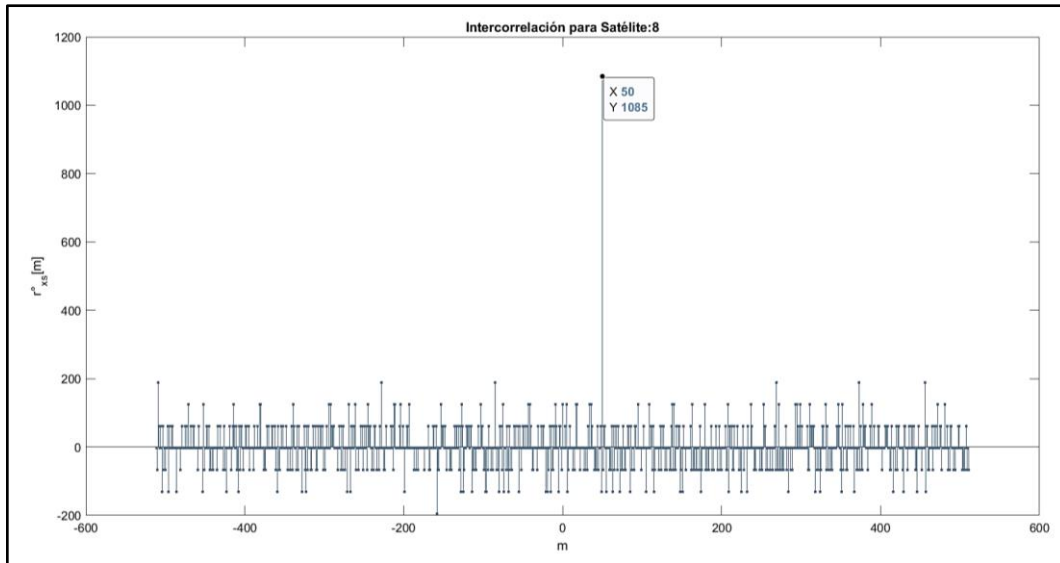


Figura 11. Inter-correlación de un período de señal incógnita y la señal de satélite 8.

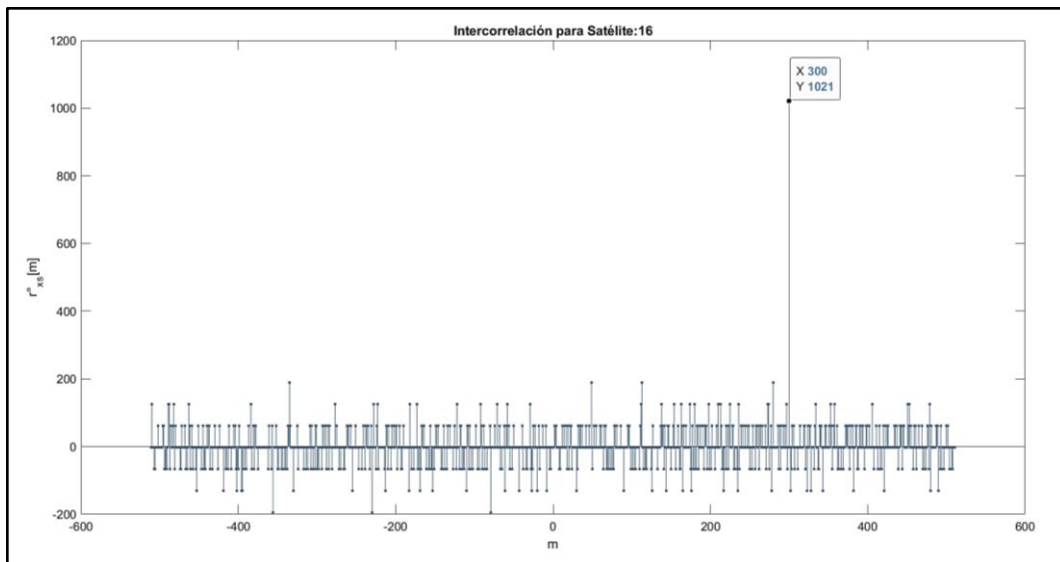


Figura 12. Inter-correlación de un período de señal incógnita y la señal de satélite 16.

En la señal incógnita también se encuentran la señal código Gold del satélite 8 con un retardo de 50, y del satélite 16 con un retardo de 300, como se observa en las Figs. 11 y 12.

vi – Comparación con señal incógnita contaminada

Al adicionar ruido a la señal incógnita “xinc” de 1 período, mediante el comando “xincn=xinc+7*randn(size(xinc))”, se obtiene la señal que se observa a continuación en la Fig. 13. Esto dificulta el reconocimiento de las señales de satélite presentes en la inter-correlación, ya que la misma ha aumentado considerablemente en general, como se puede diferenciar entre las Fig. 11 y 14 para un mismo satélite. El valor de máxima correlación ahora sólo es 2 veces mayor que otros máximos relativos, cuando antes era hasta 5 veces mayor.

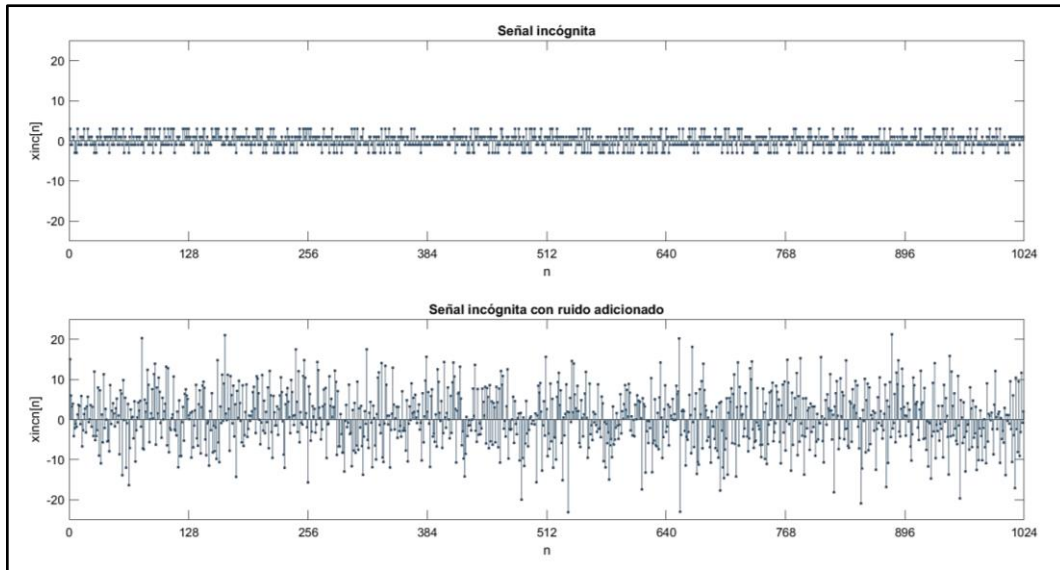


Figura 13. Visualización de la señal incógnita y su versión con ruido adicionado.

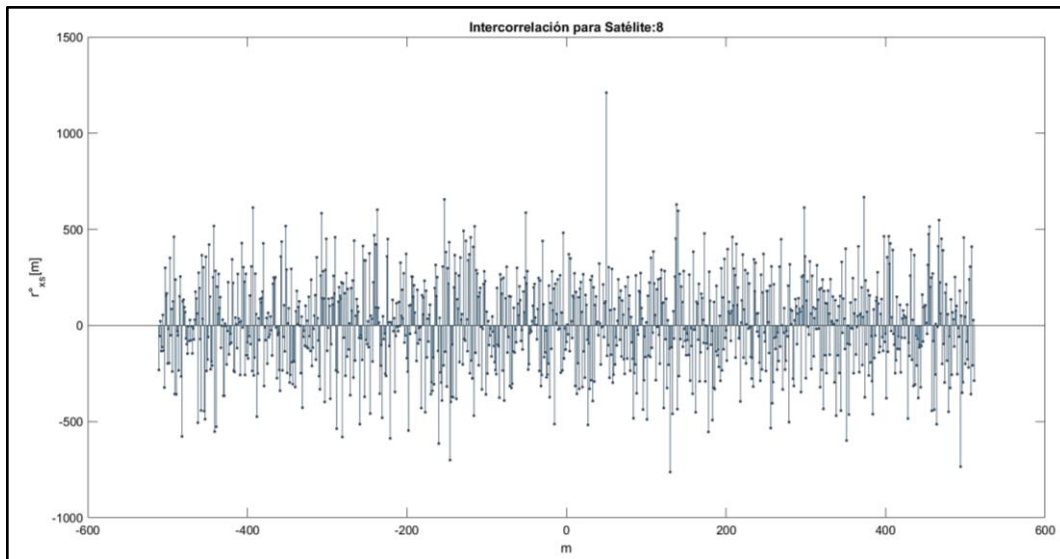


Figura 14. Intercorrelación de la señal incógnita contaminada y del satélite 8.

vii – Comparación con señal incógnita contaminada en 5 períodos

Para facilitar el reconocimiento de las señales de satélite presentes en la incógnita, en lugar de tomar un período de esta última, se utilizan 5 períodos de cada señal de código Gold, que es la longitud de la señal incógnita original. Esto se consigue de la siguiente forma:

```
x = cacode(SAT(k));           % SAT contiene números de satélites
x = repmat(x,1,5);           % Extensión de "x" hasta 5 períodos
r = correllfft(x, xincn);     % xinc es la señal incógnita con ruido
```

Mediante este cambio, se puede distinguir más claramente el pico de correlación como se observa a continuación en la Fig. 15, para el mismo satélite 8.

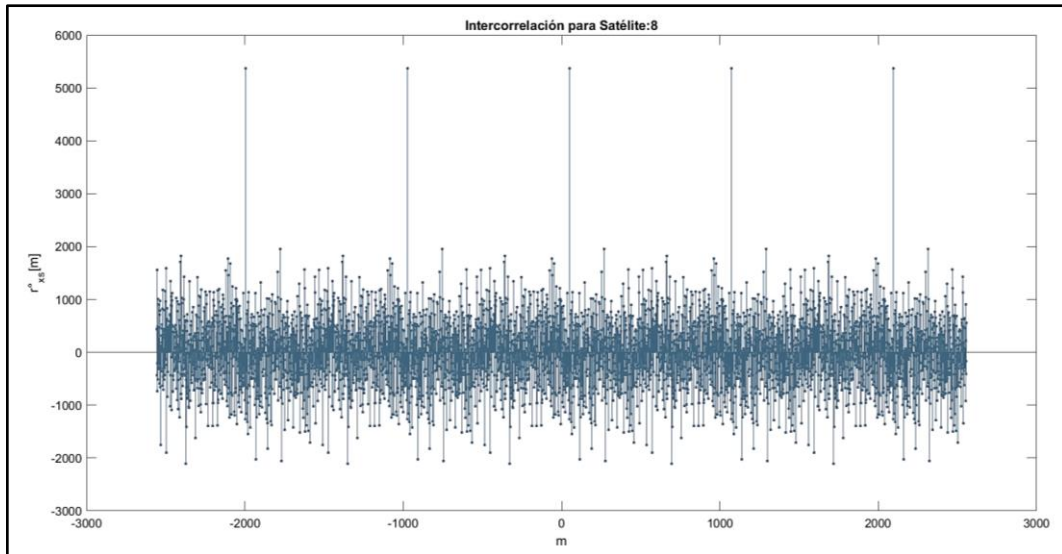


Figura 15. Intercorrelación en 5 períodos de la señal incógnita contaminada y del satélite 8.

Desarrollo del Ejercicio 2

i – Visualización de la señal del EEG

En este ejercicio, en primer lugar, se solicita la carga de la señal de un electroencefalograma que se encuentra en el archivo “eeg.mat”. Esto se realiza mediante el comando `load('eeg.mat')`. Luego, se pide la visualización de la señal en el dominio del tiempo. Para ello, sabiendo que la frecuencia de muestreo es 256 Hz, se construye el soporte a partir del tiempo de muestreo (T_s) y la cantidad de muestras (N), de la siguiente forma:

```

Fs = 256; Ts = 1/Fs;           % Frecuencia y tiempo de muestreo
N = length(x);                 % Tamaño, "x" es la señal cargada
t = (0:Ts:Ts*(N-1));           % Construcción del soporte temporal
plot(t,x);

```

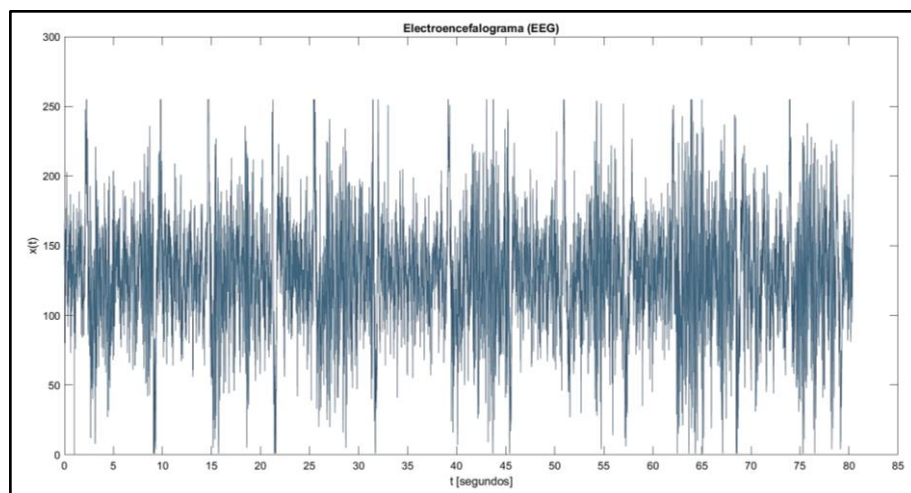


Figura 16. Señal del electroencefalograma en el dominio del tiempo.

ii – Visualización del espectro del EEG

Para calcular el espectro del electroencefalograma previamente cargado, se utiliza el comando `fft(x)` y también `fftshift` para desplazar la frecuencia de 0 Hz al centro. La construcción del soporte se realiza de la siguiente manera:

$$f = ((1 - (1/N) * \text{mod}(N, 2)) * (-1 / (2 * Ts))) : (1/N) * (1/Ts) : ((N-1)/N) * (1 / (2 * Ts));$$

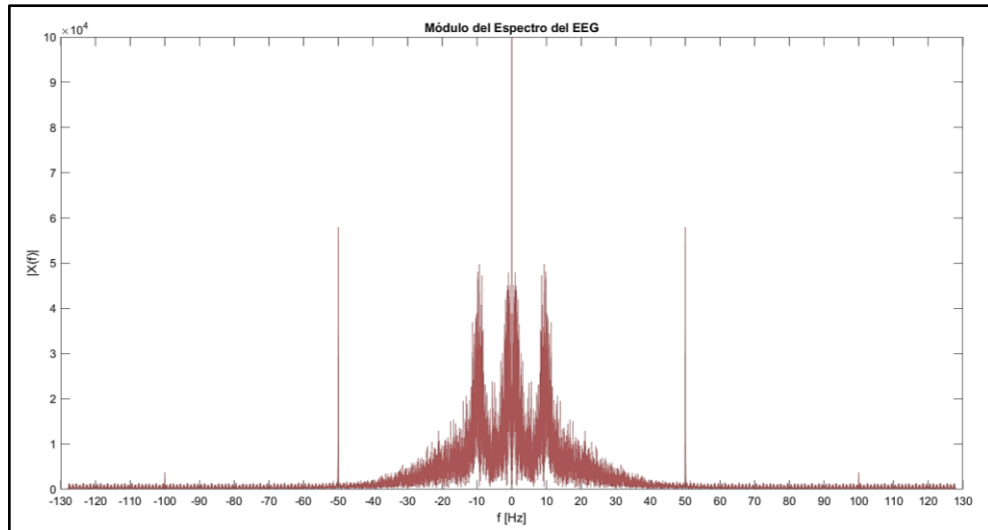


Figura 17. Módulo del espectro en frecuencia del EEG.

iii – Diseño de un filtro pasabanda

Para filtrar la banda de frecuencias entre 8 y 13 Hz se diseñó un filtro pasabanda estable de orden 376, guardado en el archivo “ej2_3_filtro.mat”. La primera banda de transición se encuentra entre 8 y 9 Hz, mientras la segunda se encuentra entre 12 y 13 Hz. Las gráficas del módulo y fase de la respuesta en frecuencia del filtro se muestran a continuación.

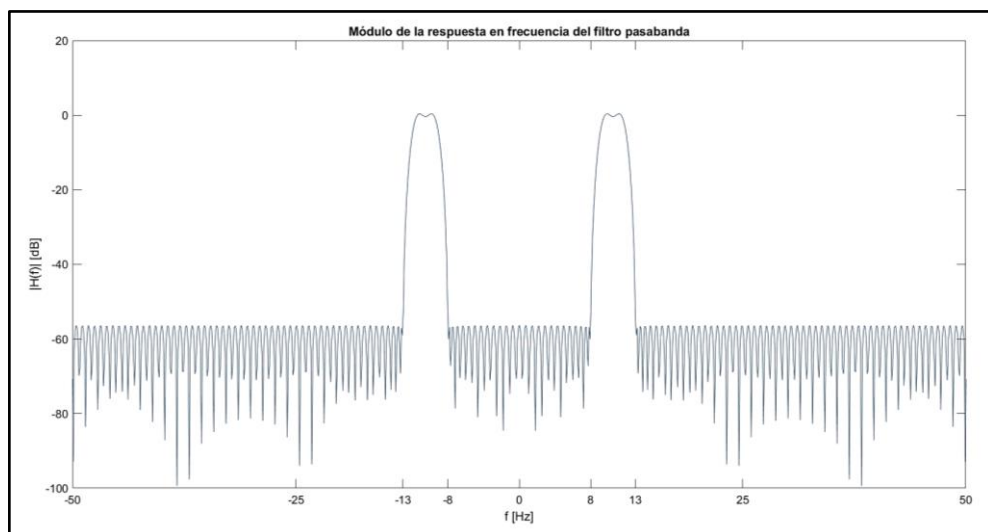


Figura 18. Módulo de la respuesta en frecuencia del filtro “FIR_BP” diseñado.

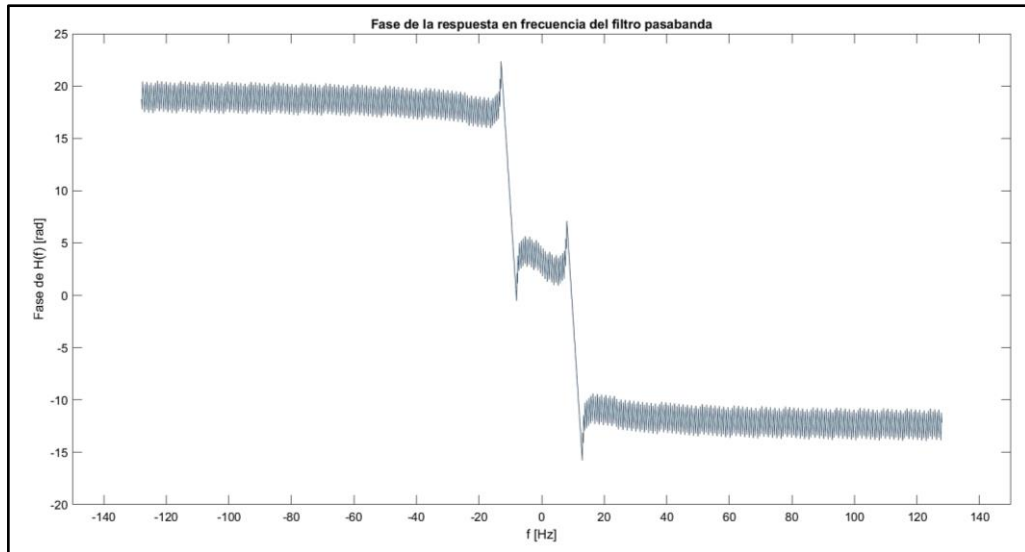


Figura 19. Fase de la respuesta en frecuencia del filtro “FIR_BP” diseñado.

iv – Aplicación del filtro al EEG

Para filtrar la banda de interés de la señal cargada en el inciso i), se utilizó el comando `filter`, que requiere como parámetro el objeto del filtro digital y la señal de entrada.

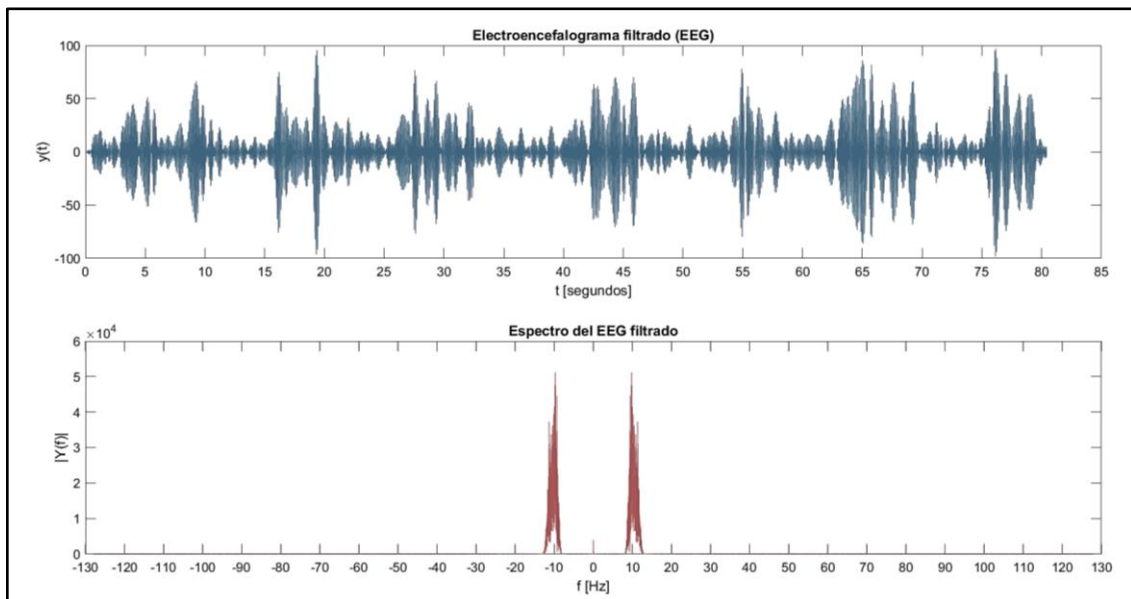


Figura 20. Señal y espectro del electroencefalograma luego del filtrado entre 8 y 13 Hz.

Como se puede observar en la Fig. 20, las demás frecuencias fueron atenuadas considerablemente debido a que el filtro se diseñó con $A = 60 \text{ dB}$ en las bandas de rechazo.

v – Energía del EEG

A partir de aplicar un promedio móvil de 80 muestras a la energía (y^2) de la señal ya filtrada, se pueden contar 18 parpadeos en base a los máximos de energía de la Fig. 21:

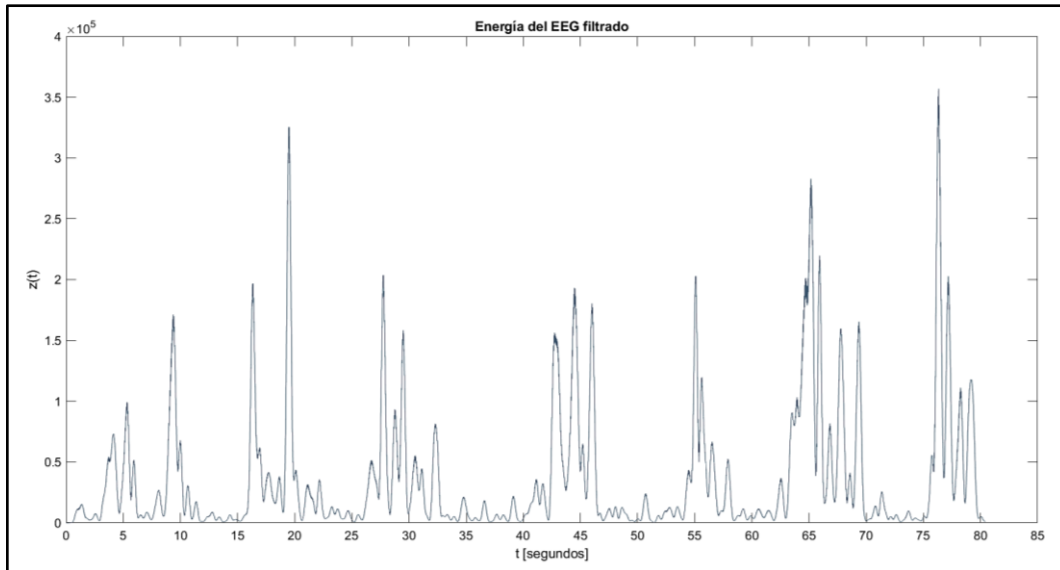


Figura 21. Promedio móvil de la energía del electroencefalograma en el dominio del tiempo.

vi – Visualización del ECG

Por otra parte, se cuenta con la señal de un electrocardiograma. Su carga se realiza mediante el comando `load('ecg.mat')`. En este caso, la frecuencia de muestreo es 500 Hz.

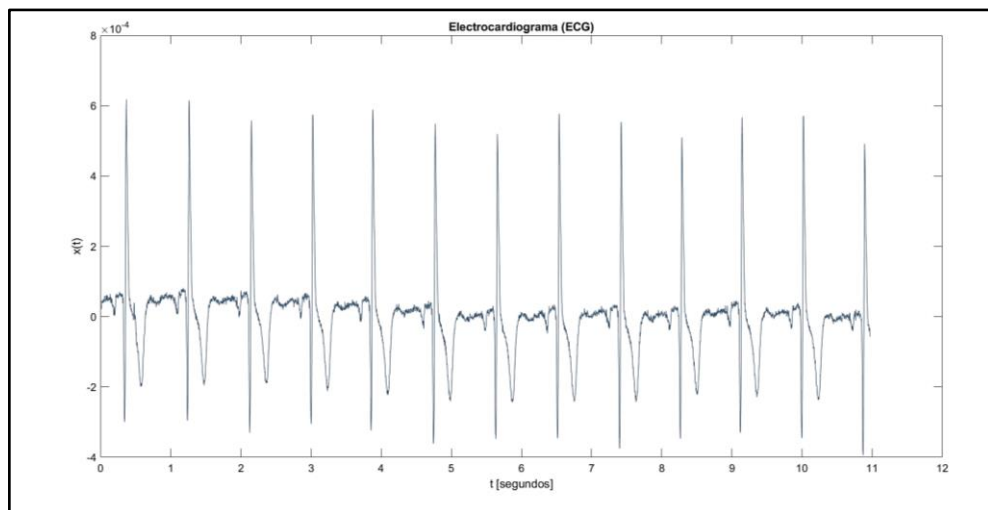


Figura 22. Visualización del electrocardiograma “limpio” en el dominio del tiempo.

vii – Comparación con ECG contaminado

Se cuenta también con la señal de un electrocardiograma contaminado en el archivo “ecg_contaminado.mat”. Para identificar las frecuencias a filtrar, se calcula y muestra el espectro de ambas versiones, teniendo en cuenta que NO tienen la misma cantidad de muestras, por lo que se requieren 2 soportes de tiempo y frecuencia, contruídos de manera similar a cómo se realizó en los incisos i) y ii) de este ejercicio. Los resultados se muestran a continuación.

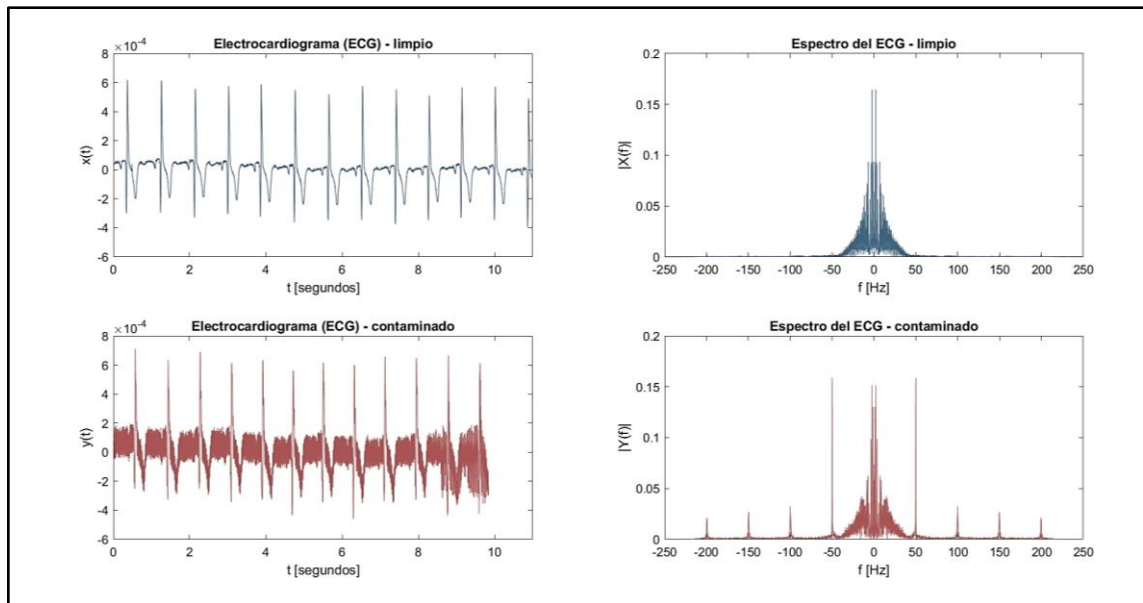


Figura 23. Comparativa de ECG “limpio” vs contaminado en el dominio del tiempo y frecuencia.

Se observa que la mayor interferencia es la componente de 50 Hz y sus armónicos.

viii – Diseño de un filtro FIR pasabajos

Para filtrar, en primer lugar, las frecuencias entre 0 y 100 Hz se diseñó un filtro pasabajos estable de orden 220, guardado en el archivo “ej2_8_filtro.mat”. La banda de transición se encuentra entre 95 y 100 Hz, evitando el paso de componentes de 100 Hz. Las gráficas del módulo y fase de la respuesta en frecuencia del filtro se muestran a continuación.

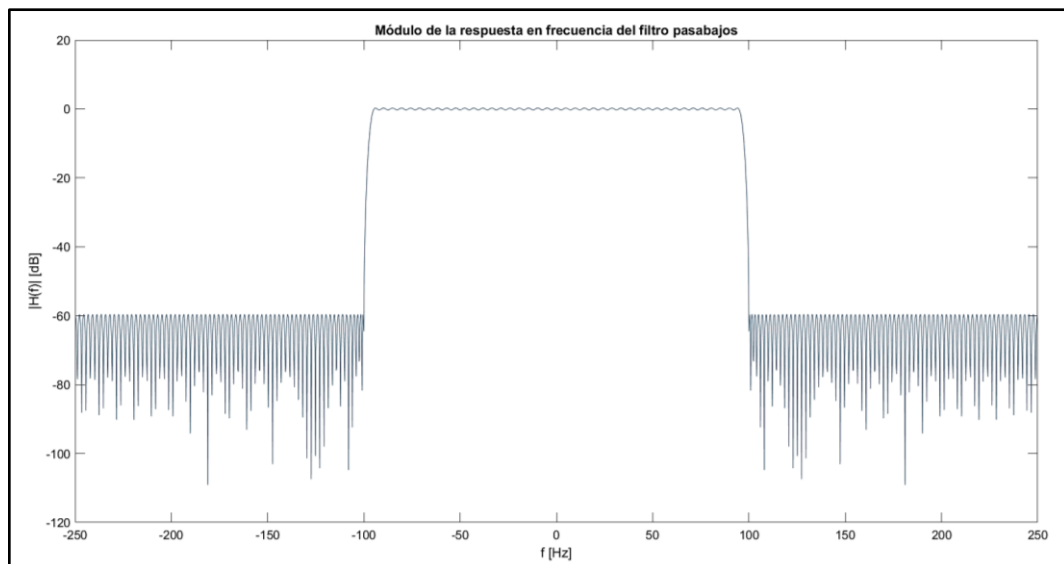


Figura 24. Módulo de la respuesta en frecuencia del filtro “FIR_LP”.

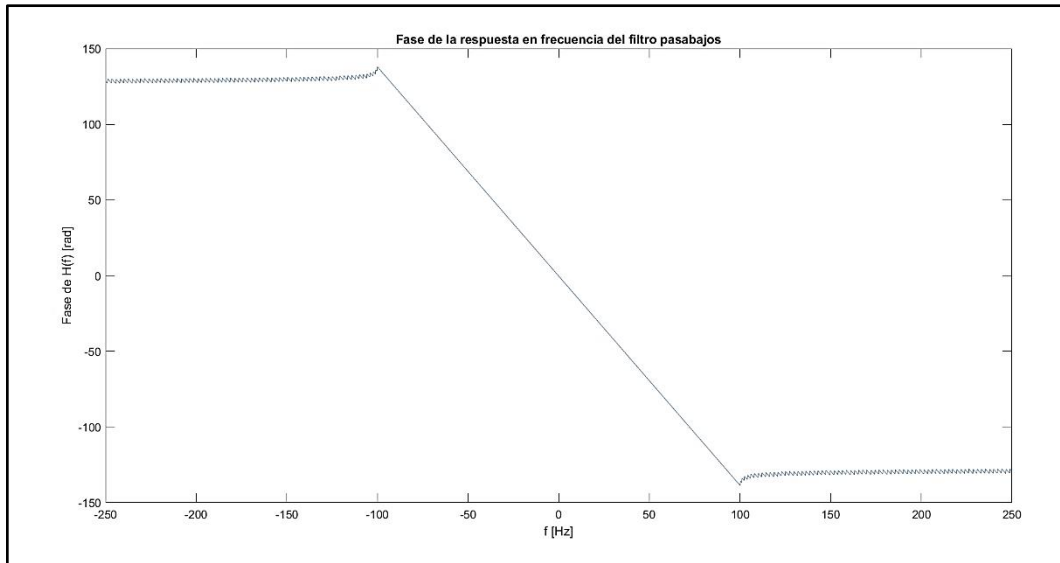


Figura 25. Fase de la respuesta en frecuencia del filtro “FIR_LP”.

ix – Diseño de un filtro rechaza-banda

El filtro diseñado hasta el momento permite filtrar las frecuencias entre 0 y 100 Hz, sin embargo, como se mencionó en el inciso vii), también existe una componente considerable de contaminación en la frecuencia de 50 Hz. Para descartar la misma se diseñó un segundo filtro estable y de orden 374, en este caso tipo “rechaza-banda”, guardado en “ej2_9_filtro.mat”. La banda de rechazo se encuentra entre las frecuencias de 49 y 51 Hz. La suma del ancho de las bandas de rechazo y transición es de 6 Hz, el límite establecido para este ejercicio. Las gráficas del módulo y fase de la respuesta en frecuencia de este filtro se muestran a continuación.

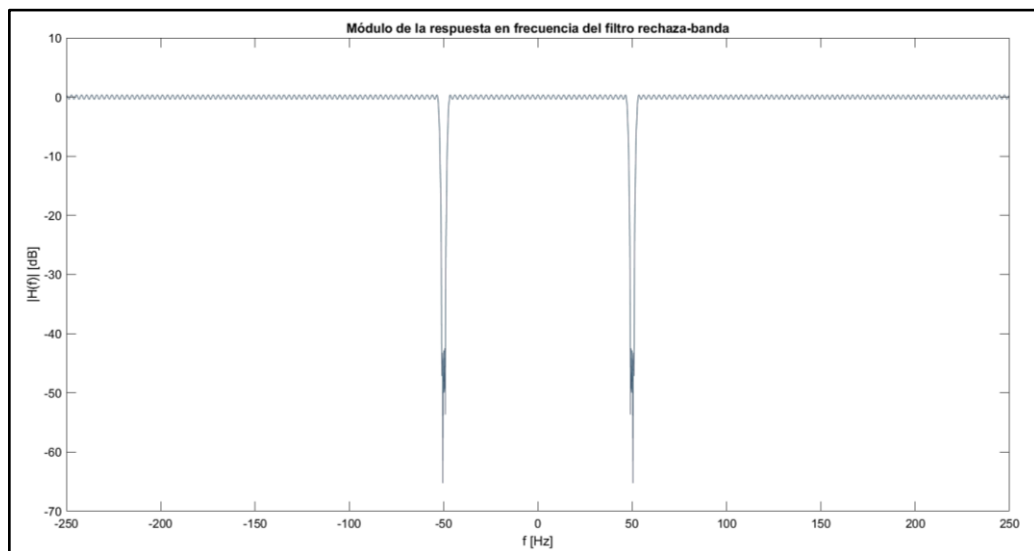


Figura 26. Módulo de la respuesta en frecuencia del filtro “FIR_BS”.

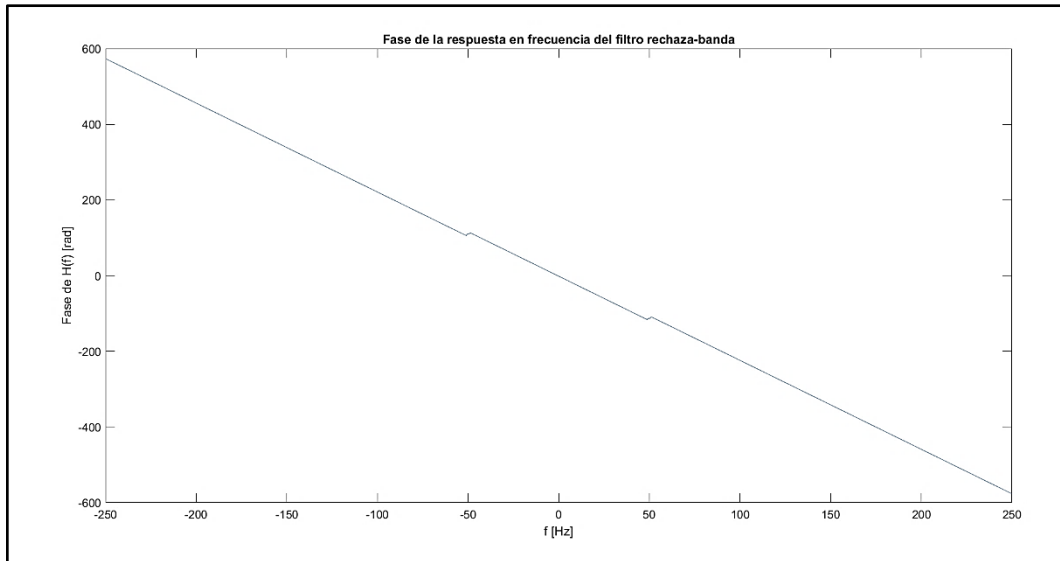


Figura 27. Fase de la respuesta en frecuencia del filtro “FIR_BS”.

x – Aplicación de los filtros en el ECG

Finalmente, para aplicar los dos filtros diseñados en la señal contaminada del ECG:

```
%% carga de filtros
load('ej2_8_filtro.mat');
load('ej2_9_filtro.mat');

%% filtramos la señal contaminada
z = filter(FIR_LP, y');           % filtro pasabajos
z = filter(FIR_BS, z);           % filtro rechaza-banda
```

Para una mejor comparación de las señales, se muestra la versión original con contaminación, la versión filtrada y la versión limpia objetivo en una misma escala de tiempo.

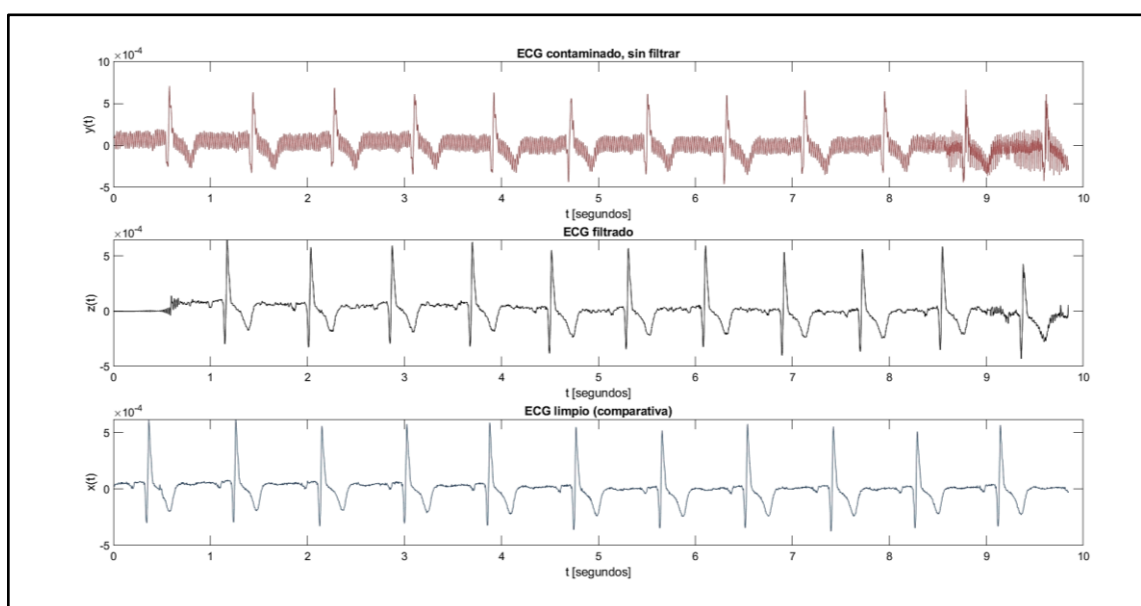


Figura 28. Comparativa del ECG contaminado, filtrado y limpio en el dominio del tiempo.

Como se puede observar en la Fig. 28, se consiguió eliminar el ruido de tensión de línea entre cada latido (pulso), aunque la interferencia aún sigue estando un poco presente durante el último segundo. La señal filtrada se asemeja a la señal limpia. Esto puede observarse también en el dominio de la frecuencia a continuación:

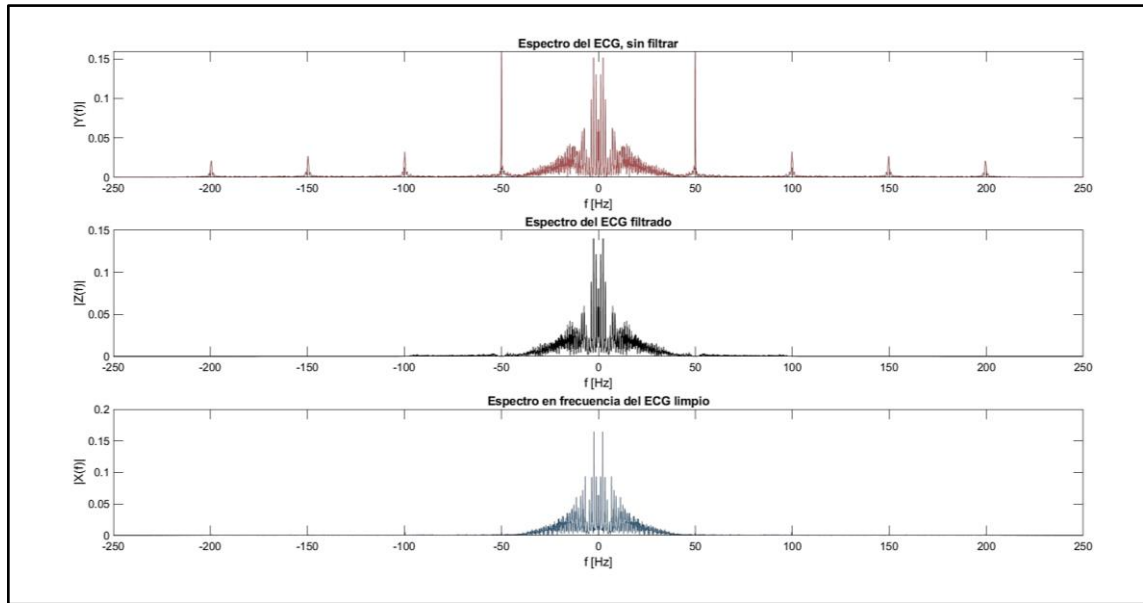


Figura 29. Comparativa del ECG contaminado, filtrado y limpio en el dominio de la frecuencia.

Listado de archivos

El código que permite la ejecución de los resultados de cada inciso “X” de los ejercicios 1 y 2 se encuentra en su archivo correspondiente “ej1_X.m” y “ej2_X.m” respectivamente. Las imágenes mostradas en este informe se encuentran también en su resolución original en la carpeta “plot”. Las sesiones de diseño con “fdatool” se encuentran en la carpeta “sesiones”.