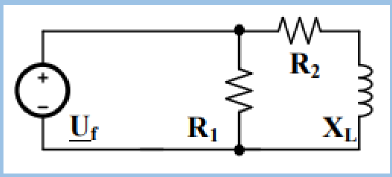
Ejercicio 01



$U_f = 311\ V$ $X_L = 10\ \Omega$

$R_1 = 20\ \Omega$ $R_2 = 10\ \Omega$

Calcular la potencia activa, reactiva y aparente en los tres componentes pasivos.

$\underline{Z_1} = R_1 = 20\ \Omega$ $\underline{Z_2} = 10 + j10\ \Omega = 10\sqrt{2}\ |\underline{45°}\ \Omega$ $U_{ef} = 2^{-1/2}\ U_f = 220\ V$

$I_{ef1} = \frac{U_{ef}}{Z_1} = \frac{220\ V}{20\ \Omega} = 11\ A$ $I_{ef2} = \frac{U_{ef}}{Z_2} = \frac{220\ |\underline{0°}\ V}{10\sqrt{2}\ |\underline{45°}\ \Omega} = 11\sqrt{2}\ |\underline{-45°}\ A$

- **Resistor 1:** no tiene potencia reactiva Q por ser un elemento puramente resistivo.

$P_1 = U_{ef} * I_{ef1} * \cos\phi_1 = 220 * 11 * \cos 0° = 2420\ W$ $Q_1 = 0$ $S_1 = 2420\ VA$

- **Impedancia 2:** es un elemento inductivo, compuesto de 2 elementos puros (R y L).

$$P_2 = U_{ef} * I_{ef2} * \cos\phi_2 = 220 * 11\sqrt{2} * \cos 45° = 2420\ W$$

$$Q_2 = U_{ef} * I_{ef2} * \sin\phi_2 = 220 * 11\sqrt{2} * \sin 45° = 2420\ VAR$$

Podemos afirmar que $P_{R2} = P_2 = 2420\ W$ $Q_{R2} = 0$ $S_{R2} = P_{R2} = 2420\ VA$

y también… $P_L = 0$ $Q_L = Q_2 = 2420\ VAR$ $S_L = 2420\ VA$

Inciso b

Calcular P, Q y S en la fuente y verificar que la suma de potencias en cargas es = a la de la fuente.

$$Y_T = Y_1 + Y_2 = 0.05\ S + 0.05 - j0.05\ S = 0.1118\ |\underline{-26.57°}\ S \quad \therefore \quad \phi = 26.57°$$

$$I_{ef} = U_{ef} * Y_T = 24.6\ |\underline{-26.57°}\ A$$

$$P_f = U_{ef} * I_{ef} * \cos 26.57° = 4840\ W = P_1 + P_{R2} + P_L = 2420\ W + 2420\ W$$

$$Q_f = U_{ef} * I_{ef} * \sin 26.57° = 2420\ VAR = Q_1 + Q_{R2} + Q_L = 2420\ VAR$$

$$S_f = U_{ef} * I_{ef} = 5412\ VA = \sqrt{P_f^2 + Q_f^2} = \sqrt{(P_1 + P_{R2})^2 + Q_L^2} = \sqrt{4840^2 + 2420^2}$$

Inciso c

Se desea compensar el factor de potencia para que sea unitario (es decir, FP = 1)

i. Mostrar en un circuito qué elemento se debe agregar
ii. Explicar cómo se debe conectar justificando la respuesta.
iii. Indicar qué valor debe tener ese componente si la frecuencia de la fuente es 50 Hz

Se debe agregar un capacitor en paralelo de modo que la potencia reactiva baje hasta 0, sin afectar la tensión de los otros elementos. Si lo agregaramos a una rama existente alteraría +

- **Objetivo:** $Q_C = -Q_L = U_{ef} * I_{ef3} * \sin -90° = -2420\ VAR = -\left(I_{ef3}\right)^2 * X_C$

$$I_{ef3} = \frac{-2420\ VAR}{220 * (-1)} = 11\ A \iff X_C = \frac{-2420\ VAR}{-11^2\ A^2} = 20\ \Omega \iff C = \frac{1}{\omega X_C} = 159.2\ \mu F$$

Ejercicio 02

Una fuente trifásica perfecta de tensiones eficaces 220/380 V se conecta mediante una conexión trifilar a un motor en estrella de impedancia $\underline{Z} = 10 + j10\ \Omega = 10\ \sqrt{2}\ |\underline{45°}\ \Omega$

Calcular la potencia activa, reactiva y aparente de la fuente y realizar el triángulo de potencias.

$$U_{ef} = 220\ V \qquad\qquad I_{ef} = \frac{U_{ef}}{|Z|} = \frac{220\ V}{10\sqrt{2}\ \Omega} = 11\ \sqrt{2}\ A$$

$$P_f = 3 * U_{ef} * I_{ef} * \cos\phi = 3 * 220 * 11\sqrt{2} * \cos 45° = 7260\ W$$

$$Q_f = 3 * U_{ef} * I_{ef} * \sin\phi = 3 * 220 * 11\sqrt{2} * \sin 45° = 7260\ VAR$$

$$S_f = \sqrt{P_f^2 + Q_f^2} = \sqrt{7260^2 + 7260^2} = 7260\ \sqrt{2} = 10267\ VA$$

Inciso b

Determinar el factor de potencia del circuito. ¿Es posible? Justificar la respuesta.

- **Respuesta:** obvio, $FP = \frac{P_f}{S_f} = \frac{7260\ W}{7260\ \sqrt{2}\ VA} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$ (inductivo porque Q > 0)

Ejercicio 03

¿Cómo se define S en un circuito con tensiones y corrientes poliarmónicas? Fundamentar

$$S = U_{ef} * I_{ef} \quad \Leftrightarrow \quad S^2 = \left(U_0^2 + U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 \ldots\right) * \left(I_0^2 + I_{1ef}^2 + I_{2ef}^2 \ldots\right)$$

De acuerdo a lo propuesto por ***Budeanu***

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n + \cdots$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_n + \cdots$$

Donde $\quad P_n = U_{n_{ef}}\, I_{n_{ef}}\, \cos\alpha_n \ \ para \ \ n \geq 1 \quad y \quad P_0 = U_0 \cdot I_0$

$$Q_n = U_{n_{ef}}\, I_{n_{ef}}\, sen\alpha_n$$

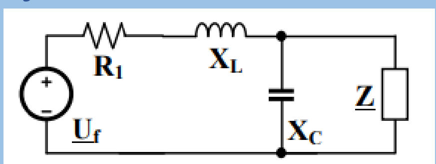
Luego, al intentar construir el triángulo de cargas o de potencia, resulta $\quad S^2 > P^2 + Q^2$

Para salvar la situación, ***Budeanu*** *propuso* $\quad S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$

¿Cómo se define el factor de potencia FP en este tipo de circuitos? Fundamentar la respuesta

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}}$$

Ejercicio 04



$\underline{U_f} = 24\ |\underline{0°}\ V \qquad R_1 = 5\ \Omega$

$X_L = 3\ \Omega \qquad X_C = 6\ \Omega \qquad Y_C = j0.1667\ S$

$\underline{Z} = 10\ |\underline{60°}\ \Omega \qquad Y = 0.05 - j0.05\ \sqrt{3}\ S$

Calcular la potencia compleja en cada componente y la potencia compleja de la fuente.

$$\underline{Y_P} = 0.05 + j0.08\,S = 0.09442\,|\underline{58.03°}\,S \quad \therefore \quad \underline{Z_P} = 5.6 - j8.98\,\Omega$$

$$\underline{Z_{RL}} = R_1 + jX_L = 5 + j3\,\Omega = 5.83\,|\underline{30.96°}\,\Omega$$

$$\underline{Z_T} = Z_P + Z_{RL} = 5.6 - j8.98\,\Omega + 5 + \mathrm{j}3\,\Omega = 12.17\,|\underline{-29.43°}\,\Omega$$

$$\underline{I_f} = \frac{U_f}{Z_T} = \frac{24\,|\underline{0°}\,V}{12.17\,|\underline{-29.43°}\,\Omega} = 1.97\,|\underline{29.43°}\,A$$

Llamemos A al nodo arriba del capacitor.

$$\underline{U_A} = U_f - I_f * Z_{RL} = 24 - 5.6747 - j9.99 = 20.87\,|\underline{-28.6°}\,V$$

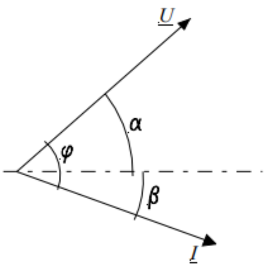
$I_C = \frac{U_A}{Z_C} = \frac{20.87\,|\underline{-28.6°}\,V}{6\,|\underline{-90°}\,\Omega} = 3.48\,|\underline{61.4°}\,A$ $\qquad$ $I_Z = \frac{U_A}{Z} = \frac{20.87\,|\underline{-28.6°}\,V}{10\,|\underline{60°}\,\Omega} = 2.09\,|\underline{-88.6°}\,A$

Dada la definición general de la potencia, a partir del producto u(t)·i(t), sería esperable que la misma pudiera aplicarse utilizando las expresiones fasoriales (o complejas) de la tensión y la corriente, según se muestra:

Sean $\underline{U} = U \cdot e^{j\alpha}$

$\underline{I} = I \cdot e^{-j\beta}$

con el correspondiente diagrama fasorial



*Cabría esperar que el producto de **U** por **I** diera como resultado una magnitud relacionada con la potencia*

*Si en lugar de **I** se utiliza su conjugado, que para el caso propuesto vale* $\underline{I}^* = I \cdot e^{j\beta}$*, y el producto se divide por 2, resulta*

$$\frac{\underline{U} \cdot \underline{I}^*}{2} = \frac{U}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\alpha} \cdot \frac{I}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\beta} = U_{ef} I_{ef} e^{j(\alpha+\beta)}$$

donde ahora sí $\alpha + \beta = \varphi$ *y los módulos se convierten en valores eficaces*

Entonces se puede escribir

$$\underline{S} = \frac{\underline{U} \cdot \underline{I}^*}{2} = U_{ef} I_{ef} e^{j(\alpha+\beta)} = S e^{j\varphi}$$

*que es la denominada **potencia compleja** (con* $S = U_{ef} I_{ef}$*)*

$S_Z = U_A\,I_Z^* = 43.62\,|\underline{60°}\,\mathrm{VA}$ $\qquad$ $P_Z = 21.81\,W$ $\qquad$ $Q_Z = 37.78\,VAR$

$S_C = U_A\,I_C^* = 72.63\,|\underline{-90°}\,\mathrm{VA}$ $\qquad$ $P_C = 0$ $\qquad$ $Q_C = -72.63\,VAR$

$S_{RL} = I_f\,Z_{RL}\,I_f^* = 22.63\,|\underline{30.96°}\,\mathrm{VA}$ $\qquad$ $P_{RL} = 19.4\,W$ $\qquad$ $Q_{RL} = 11.64\,VAR$

De la ultima expresión deducimos que: $P_{R1} = 19.4\,W$ $\quad$ $Q_L = 11.64\,VAR$ $\quad$ $P_L = Q_{R2} = 0$

$P_f = P_{R1} + P_L + P_C + P_Z = 41.21\,W$ $\qquad$ $Q_f = Q_{R1} + Q_L + Q_C + Q_Z = -23.21\,VAR$

$$S_f = P_f + j\,Q_f = 41.21 - j23.21\,VA = 47.3\,|\underline{-29.39°}\,VA$$

Inciso b

Obtener la impedancia equivalente del circuito y calcular la potencia compleja de la fuente.

$$\underline{Z_T} = Z_P + Z_{RL} = 5.6 - j8.98\ \Omega + 5 + \mathrm{j}3\ \Omega = 12.17\ |\underline{-29.43^\circ}\ \Omega$$

$$\underline{I_f} = \frac{U_f}{Z_T} = \frac{24\ |\underline{0^\circ}\ V}{12.17\ |\underline{-29.43^\circ}\ \Omega} = 1.97\ |\underline{29.43^\circ}\ A$$

$$S_f = U_f\ I_f^* = 24 * 1.97\ |\underline{0 - 29.43^\circ}\ VA = 41.18 - j23.23\ VA$$

- **Factor de potencia:** $FP = \frac{P_f}{S_f} = \frac{41.21}{47.3} = 0.87$ (capacitivo porque Q < 0)

El ejercicio 4 ya estaba resuelto en Moodle, pero bueno, mejor practicar que sólo observar