Teoría necesaria para resolver los ejercicios

PUNTOS HOMÓLOGOS (PH)

Representan una característica **geométrica**[1] de un circuito acoplado magnéticamente. Indican de qué forma están enrolladas las bobinas sobre el núcleo y cuáles pares tienen la misma **polaridad instantánea de tensión.** Además, evitan dibujar el núcleo de hierro.

ELIMINACIÓN DE VARIABLES MAGNÉTICAS

Se evita trabajar con flujo magnético, en su lugar usamos tensión y corriente.

Tensión en una bobina: $u(t) = L\frac{di}{dt}$

FEM inducida (Faraday): $u(t) = N\frac{d\phi}{dt}$

∴ **Autoinductancia:** $\boldsymbol{L = N\frac{\phi}{i}}$

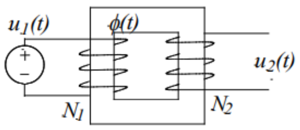
*e indica que $\boldsymbol{u_2}$ depende de $\boldsymbol{i_1}$ a través de una constante **M**, llamada **inductancia mutua***

Recordando la expresión:

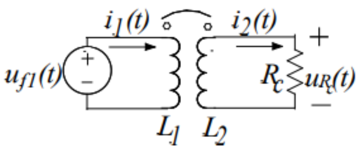
$$u_2(t) = N_2\frac{d\phi(t)}{dt}$$

que se puede reescribir

$$u_2(t) = M\frac{di_1(t)}{dt}$$

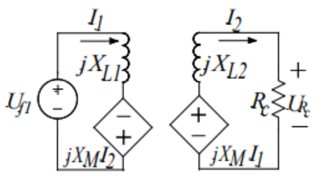


$$M = N_2\frac{\phi}{i_1}$$



$$\underline{U}_{f1} = j\omega L_1\underline{I}_1 - j\omega M\underline{I}_2 = jX_{L1}\underline{I}_1 - jX_M\underline{I}_2$$

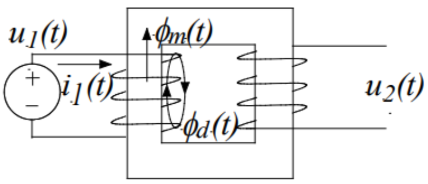
$$0 = j\omega L_2\underline{I}_2 + R_C\cdot\underline{I}_2 - j\omega M\underline{I}_1 = jX_{L2}\underline{I}_2 + R_C\cdot\underline{I}_2 - jX_M\underline{I}_1$$



$$\underline{U}_{f1} + jX_M\underline{I}_2 = jX_{L1}\underline{I}_1$$

$$jX_M\underline{I}_1 = jX_{L2}\underline{I}_2 + R_C\cdot\underline{I}_2$$

COEFICIENTE DE ACOPLAMIENTO (K)



$$\phi_1 = \phi_m + \phi_d$$

$$\phi_{m1} = k_1\phi_1 \quad y \quad \phi_{m2} = k_2\phi_2$$
$$\phi_{d1} = \sigma_1\phi_1 \qquad \phi_{d2} = \sigma_2\phi_2$$

con $\boldsymbol{k + \sigma = 1}$

ϕ_m es el flujo magnético, y ϕ_d es el de dispersión

σ es el factor de dispersión, y junto a **k**, ambos son dependientes de la **geometría del sistema** [0, 1]

Obviamente, cuando menos dispersión, **k** tiende a 1

$$M^2 = \frac{N_2\phi_{m1}}{i_1}\cdot\frac{N_1\phi_{m2}}{i_2} \qquad M = k\sqrt{L_1\cdot L_2}$$

[1] Significa que no depende de la corriente ni tensión aplicada

RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN (a)

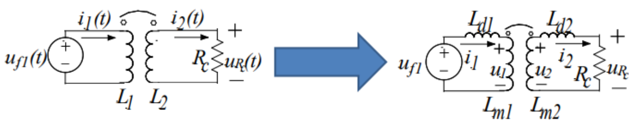
la relación de $u_1(t) = N_1 \frac{d\phi(t)}{dt}$ *y* $u_2(t) = N_2 \frac{d\phi(t)}{dt}$ *a través del flujo, origina* $a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{u_1}{u_2}$

SEPARACIÓN DE LA INDUCTANCIA (Lm y Ld)

$$L_1 = \frac{N_1\phi_1}{i_1} = \frac{N_1\phi_{d1}}{i_1} + \frac{N_1\phi_{m1}}{i_1} = L_{d1} + L_{m1} \qquad y \qquad L_2 = \frac{N_2\phi_2}{i_2} = \frac{N_2\phi_{d2}}{i_2} + \frac{N_2\phi_{m2}}{i_2} = L_{d2} + L_{m2}$$

MODELO CONDUCTIVO DEL TRANSFORMADOR

Se pueden separar las inductancias de dispersión y de magnetización



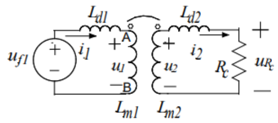
A partir de dicha separación se pueden reescribir las ecuaciones del sistema

$$\underline{U}_{f1} = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 \qquad \Rightarrow \qquad \underline{U}_{f1} = j\omega L_{d1}\underline{I}_1 + j\omega L_{m1}\underline{I}_1 - j\omega M I_2$$

$$0 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + R_C \cdot \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 \qquad \qquad 0 = j\omega L_{d2}\underline{I}_2 + j\omega L_{m2}\underline{I}_2 + \underline{I}_2 \cdot R_C - j\omega M \underline{I}_1$$

Debe tenerse en cuenta que, en esta condición, el acoplamiento entre $\boldsymbol{L_{m1}}$ *y* $\boldsymbol{L_{m2}}$ *es* ***perfecto*** *o* ***ideal****, es decir* ***k=1***

Se busca obtener la ***admitancia equivalente*** *vista desde AB hacia la derecha*



$$u_{AB}(t) = u_1(t) = L_{m1}\frac{di_1(t)}{dt} - M\frac{di_2(t)}{dt}$$

$$M\frac{di_1}{dt} = L_{m2}\frac{di_2}{dt} + L_{d2}\frac{di_2}{dt} + i_2 \cdot R_C$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_1 = j\omega L_{m1}\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 \qquad \Rightarrow \qquad \underline{U}_1 = jX_{m1}\underline{I}_1 - jX_M \underline{I}_2$$

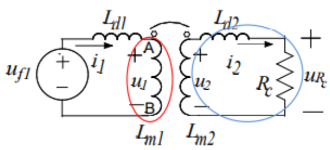
$$j\omega M \underline{I}_1 = j\omega L_{m2}\underline{I}_2 + j\omega L_{d2}\underline{I}_2 + R_C \underline{I}_2 \qquad \qquad jX_M \underline{I}_1 = jX_{m2}\underline{I}_2 + jX_{d2}\underline{I}_2 + R_C \underline{I}_2$$

Recordando la expresión de $\boldsymbol{M}$ *en función de* $\boldsymbol{L_{m1}}$ *y* $\boldsymbol{L_{m2}}$ *(para acoplamiento perfecto)*

$$M = \sqrt{L_{m1} \cdot L_{m2}} \Rightarrow M^2 = L_{m1} \cdot L_{m2} \Rightarrow X_M{}^2 = X_{L_{m1}} \cdot X_{L_{m2}}$$

multiplicando por ω^2 *a ambos lados del igual*

Operando matemáticamente para obtener la ***admitancia*** *vista desde* ***AB*** *y ordenando*



$$\underline{Y}_{AB} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} = \frac{1}{jX_{m1}} + \frac{1}{a^2\left(jX_{d2} + R_C\right)}$$

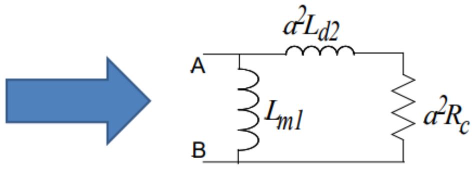
con $\quad a^2 = \frac{X_1}{X_2} = \frac{k \cdot X_1}{k \cdot X_2} = \frac{X_{m1}}{X_{m2}}$

$$\underline{Y}_{AB} = \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{R_C a^2 + jX_{d2}a^2}$$

Inductancia de valor $\boldsymbol{L_{m1}}$

Resistencia de valor $\boldsymbol{R_C}$ *en serie con inductancia de valor* $\boldsymbol{L_{d2}}$

Ambos elementos están en paralelo



Circuito equivalente conductivo visto desde ***AB***

Espacio para observaciones: