

EJERCICIO 1

RR	Legajo	Nombre	NRR	Legajo	Nombre
0	1111/9	Lopez Juan	6	2020/1	Castro Marta
1	2154/3	Castelli Jose	7	1980/5	Jauregui Marcela
2	4578/2	Peretti Laura	8	4529/8	Lopez Jaime
3	1238/9	Garzon Alma	9	3248/9	Vazzano Andres
4	3218/3	Rossi Tatiana	10	7563/8	Corsi Cesar
5	7845/6	Venero Luciano	11	4569/8	Garcia Felipe

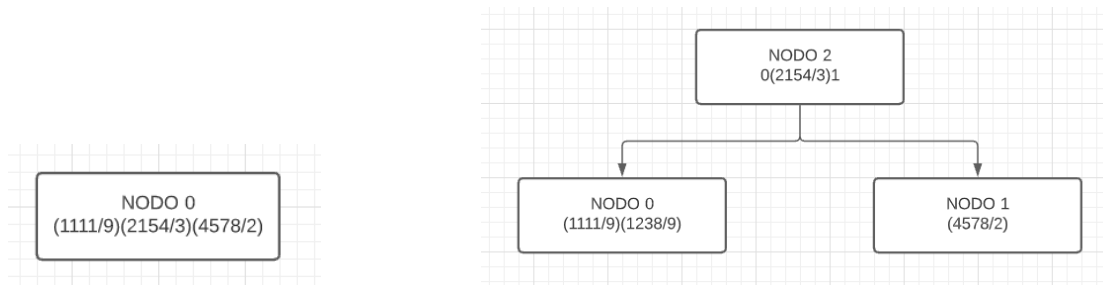
Generar el árbol B de orden 4, es decir, máxima capacidad de 3 claves, suponiendo que los datos fueron ingresados en el orden dado por NRR, insertando el número de legajo

Paso 0: llega el legajo 1111/9, y el árbol está vacío, así que se crea el nodo raíz con este dato

Paso 1: llega el legajo 2154/3, y tengo espacio en el nodo raíz, lo inserto en dicho nodo.

Paso 2: llega el legajo 4578/2, y sigo teniendo espacio en la raíz, lo inserto en dicho nodo.

Paso 3: llega el legajo 1238/9, pero ya no hay espacio en la raíz, se produce un overflow. Para resolverlo, es necesario dividir las 4 claves en 2 nodos que serán hermanos. Me explico:



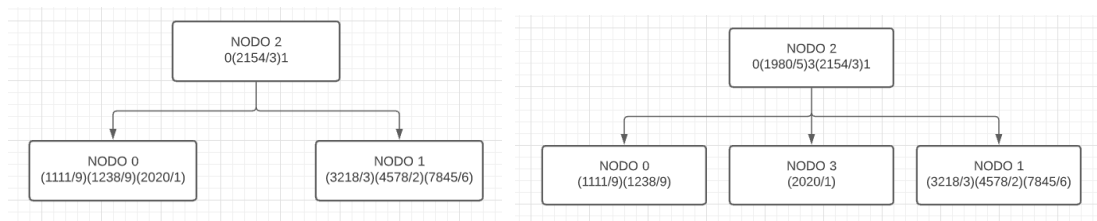
En el nodo 1 (nuevo) iban a estar originalmente las claves (2154/3)(4578/2), pero como debe propagarse la menor de las mayores de dicho nodo, en el nodo 2 (nuevo padre) está (2154/3).

Paso 4: llega el legajo 3218/3, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 1 (mayor a 2154/3).

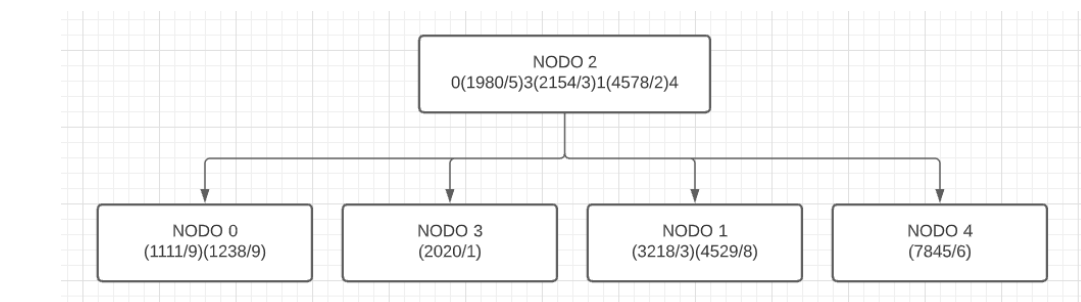
Paso 5: llega el legajo 7845/6, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 1 (mayor a 2154/3).

Paso 6: llega el legajo 2020/1, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 0 (menor a 2154/3).

Paso 7: llega el legajo 1980/5, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 0 (menor a 2154/3), pero no hay espacio, se deben dividir las 4 claves en 2 nodos, propagando una al padre.



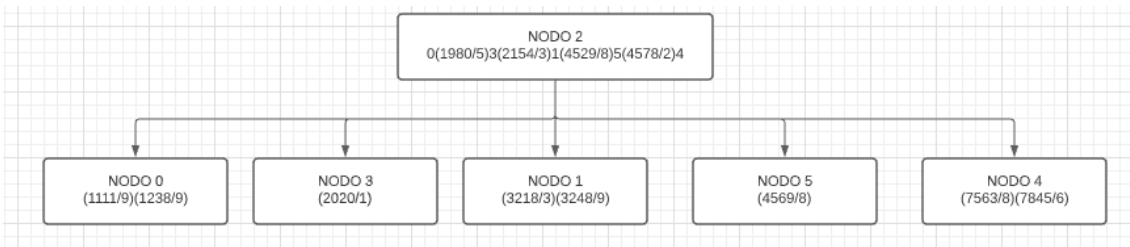
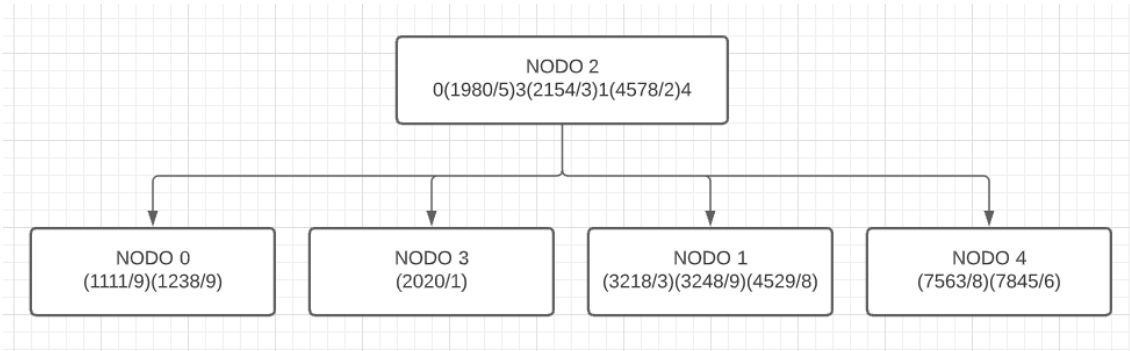
Paso 8: llega el legajo 4529/8, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 1 (mayor a 2154/3), pero no hay espacio, se deben dividir las 4 claves en 2 nodos, propagando una al padre.



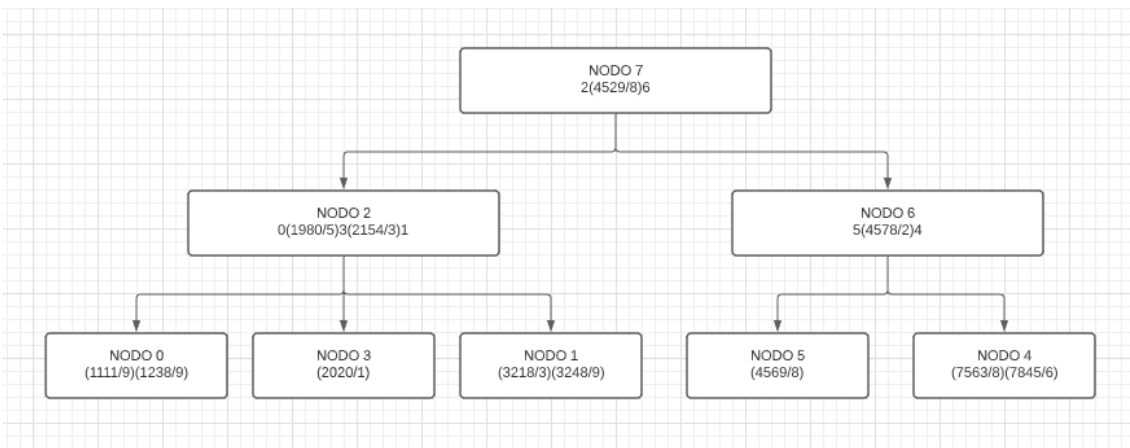
Paso 9: llega el legajo 3248/9, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 1, porque esta clave es mayor a 2154/3 y menor a 4578/2, y por suerte hay espacio, pero ojo, queda al máximo.

Paso 10: llega el legajo 7563/8, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 4 (mayor a 4578/2).

Paso 11: llega el legajo 4569/8, según el nodo 2, se lo inserta en el nodo 1, porque esta clave es mayor a 2154/3 y menor a 4578/2, pero está al máximo, así que se debe dividir. Veamos:



¿Esto es correcto? **NO**, porque el nodo 2 (padre) está en overflow. Debo volver a dividir.



La clave 4578/2 pasó a un nuevo nodo 6 (hermano de 2), y la 4529/8 pasó al 7 (nuevo padre).

Costo de la última operación: L2, L1, E1, E5, E2, E6, E7 (izq-der-padre)

EJERCICIO 2

Dado el sig. árbol de orden 5, realizar las siguientes operaciones: +150, +157, -135, -136, -145.

Utilizar política derecha cuando ocurra underflow.

Nodo 2: ,4 i, 0(100)3(130)1(145)4(200)5

Nodo 0: 2, h, (88)(89)

Nodo 3: 2, h, (110)(112)

Nodo 1: 2, h, (135)(136)

Nodo 4: 3, h, (146)(147)(148)

Nodo 5: 2, h, (201)(207)

Paso 1: tenemos que dar de alta la clave 150. La raíz es el nodo 2, y está al máximo (tenerlo en cuenta más tarde).

Leo el nodo 2, leo el 4 ($145 < 150 < 200$), y lo inserto sin problemas (escribo el 4).

Advertencia: el nodo 4 queda al máximo.

Paso 2: debo dar de alta la clave 157, justamente está hecho a propósito para tener que resolver el overflow. Leo nodos 2 y 4.

- | | | | |
|---|---------|---------------------------|----------------|
| • | Nodo 2: | 0(100)3(130)1(145)4(200)5 | raíz al máximo |
| • | Nodo 0: | (88)(89) | hoja |
| • | Nodo 3: | (110)(112) | hoja |
| • | Nodo 1: | (135)(136) | hoja |
| • | Nodo 4: | (146)(147)(148)(150) | hoja al máximo |
| • | Nodo 5: | (201)(207) | hoja |

Para dividir las claves del nodo 4, se crea un nodo 6, que tendrá las claves 150 y 157. Por otro lado, en el nodo 2 (padre) iría la clave 148, pero no hay espacio. Se vuelve a dividir.

- | | | | |
|---|----------------|---------------------------|----------------|
| • | Nodo 2: | 0(100)3(130)1(145)4(200)5 | raíz al máximo |
| • | Nodo 0: | (88)(89) | hoja |
| • | Nodo 3: | (110)(112) | hoja |
| • | Nodo 1: | (135)(136) | hoja |
| • | Nodo 4: | (146)(147) | hoja |
| • | Nodo 6: | (150)(157) | hoja |
| • | Nodo 5: | (201)(207) | hoja |

Para dividir las claves del nodo 2 (más la 148 que está pendiente), se crea un nodo 7, que tendrá las claves 148 y 200. Por otro lado, en un nodo 8 (nueva raíz) se coloca la clave 145.

- | | | | |
|---|----------------|----------------------|----------------|
| • | Nodo 8: | 2(145)7 | raíz al mínimo |
| • | Nodo 2: | 0(100)3(130)1 | nodo interno |
| • | Nodo 7: | 4(148)6(200)5 | nodo interno |
| • | Nodo 0: | (88)(89) | hoja |
| • | Nodo 3: | (110)(112) | hoja |
| • | Nodo 1: | (135)(136) | hoja |
| • | Nodo 4: | (146)(147) | hoja |
| • | Nodo 6: | (150)(157) | hoja |
| • | Nodo 5: | (201)(207) | hoja |

El costo de la operación anterior fue: L2, L4, E4, E6, E2, E7, E8 (izq-der-padre)

Paso 3, baja del 135: tener cuidado que en un árbol de orden 5, como mínimo hay 1 clave.

Leo el nodo 8 (raíz), el 2 ($135 < 145$) y el 1 ($135 > 130$). Al borrar, se escribe el nodo 1. Fin

Paso 4, baja del 136: leo el nodo 8, el 2 ($136 < 145$) y el 1 ($136 > 130$). Al borrar se produce un underflow, y según la política pedida le consulto al hermano derecho, pero no existe, entonces debo balancear con el hermano izquierdo (nodo 3, involucro al 2), que tiene suficientes claves.

- Nodo 8: 2(145)7 raíz al mínimo
- **Nodo 2:** **0(100)3(112)1** nodo interno
- Nodo 7: 4(148)6(200)5 nodo interno
- Nodo 0: (88)(89) hoja
- **Nodo 3:** **(110)** hoja al mínimo
- **Nodo 1:** **(130)** hoja al mínimo
- Nodo 4: (146)(147) hoja
- Nodo 6: (150)(157) hoja
- Nodo 5: (201)(207) hoja

Costo de la operación: L8, L2, L1, E3, E1, E2 (izq-der-padre)

Paso 5, baja del 145: leo el nodo 8, no es una hoja, busco la clave menor del subárbol derecho, leo el nodo 7, leo el nodo 4, la clave 146 pasa a la raíz, escribo el nodo 4 y escribo el nodo 8.

- **Nodo 8:** **2(146)7** raíz al mínimo
- Nodo 2: 0(100)3(112)1 nodo interno
- Nodo 7: 4(148)6(200)5 nodo interno
- Nodo 0: (88)(89) hoja
- Nodo 3: (110) hoja al mínimo
- Nodo 1: (130) hoja al mínimo
- **Nodo 4:** **(147)** hoja al mínimo
- Nodo 6: (150)(157) hoja
- Nodo 5: (201)(207) hoja

EJERCICIO 3 – ARBOL B DE ORDEN 6, P. IZQUIERDA. REALIZAR: -65, +97, -187

Nodo 2: 5, i, 0(38)1(60)3(87)4(187)5(300)6

Nodo 0: 2, h, (12)(31)

Nodo 1: 2, h, (50)(53)

Nodo 3: 2, h, (65)(77)

Nodo 4: 5, h, (96)(99)(103)(115)(120)

Nodo 5: 2, h, (224)(249)

Nodo 6: 3, h, (329)(345)(486)

Antes de empezar: la cantidad mínima de claves en un árbol de orden 6 es 2.

Paso 1, baja del 65: leo el nodo 2 (raíz), leo el nodo 3 (al mínimo). Consulto al nodo 1 (hermano izquierdo), también está al mínimo. Procedo a fusionar, el nodo 3 quedará libre. En el nodo 1 queda: 50, 53, 60 y 77 (involucra al 2)

- **Nodo 2:** **0(38)1(87)4(187)5(300)6** raíz
- Nodo 0: (12)(31) hoja al mínimo
- **Nodo 1:** **(50)(53)(60)(77)** hoja
- **Nodo 3:** ***libre*** libero el nodo que era derecho
- Nodo 4: (96)(99)(103)(115)(120) hoja al máximo
- Nodo 5: (224)(249) hoja al mínimo
- Nodo 6: (329)(345)(486) hoja

El costo de la operación anterior fue: L2, L3, L1, E1, E2 (izq-der-padre)

Paso 2, alta del 97: leo el nodo 2 (raíz), leo el 4 (al máximo), uso el nodo 3 (libre) para dividir. Se escriben los nodos 4, 3 y luego el 2, para actualizar los separadores.

- **Nodo 2:** 0(38)1(87)4(103)3(187)5(300)6 raíz al máximo
- Nodo 0: (12)(31) hoja al mínimo
- Nodo 1: (50)(53)(60)(77) hoja
- **Nodo 4:** (96)(97)(99) hoja
- **Nodo 3:** (115)(120) hoja al mínimo
- Nodo 5: (224)(249) hoja al mínimo
- Nodo 6: (329)(345)(486) hoja

Paso 3, baja del 187: leo el nodo 2, no es una hoja, busco el mínimo del subárbol derecho, para ello leo el nodo 5, pero se encuentra al mínimo. Se produce un underflow, por política izquierda consulto al nodo 3, pero también está al mínimo. Debo fusionar y liberar al 5...

- **Nodo 2:** 0(38)1(87)4(103)3(224)5(300)6 raíz al máximo
- Nodo 0: (12)(31) hoja al mínimo
- Nodo 1: (50)(53)(60)(77) hoja
- Nodo 4: (96)(97)(99) hoja
- Nodo 3: (115)(120) hoja al mínimo
- **Nodo 5:** (249) hoja en underflow
- Nodo 6: (329)(345)(486) hoja

La situación anterior pasa a resolverse quedando de esta manera:

- **Nodo 2:** 0(38)1(87)4(103)3(300)6 raíz
- Nodo 0: (12)(31) hoja al mínimo
- Nodo 1: (50)(53)(60)(77) hoja
- Nodo 4: (96)(97)(99) hoja
- **Nodo 3:** (115)(120)(224)(249) hoja
- **Nodo 5:** *libre* libero el nodo que era derecho
- Nodo 6: (329)(345)(486) hoja

El costo de la operación anterior fue: L2, L5, L3, E3, E2 (izq-der-padre)

EJERCICIO 4 – ÁRBOL B ORDEN 6, P. IZQ Y DER. RESOLVER: +425, -60, -22

Nodo 2: 5, i, 0(60)1(90)3(107)4(287)5(400)6
Nodo 0: 2, h, (12)(22)
Nodo 1: 2, h, (53)(66)
Nodo 3: 2, h, (94)(95)
Nodo 4: 3, h, (116)(129)(280)
Nodo 5: 2, h, (328)(358)
Nodo 6: 5, h, (403)(404)(506)(518)(620)

Paso 1, alta del 425: leo el nodo 2, leo el nodo 6 (al máximo), creo un nodo 7, escribo el nodo 6 para dejarlo con las claves 403, 404 y 425. Escribo el nodo 7 con las claves 518 y 620. Ocurre un overflow en la raíz, creo un nodo 8, escribo el nodo 2 para dejarlo con las claves 60, 90 y 107. Escribo el nodo 8 con las claves 400 y 506 (pendiente).

También escribo un nuevo nodo 9, que es la nueva raíz, con la clave 287. Resulta entonces:

- **Nodo 9:** 2(287)8 raíz
- **Nodo 2:** 0(60)1(90)3(107)4 nodo interno
- **Nodo 8:** 5(400)6(506)7 nodo interno al mínimo
- **Nodo 0:** (12)(22) hoja al mínimo
- **Nodo 1:** (63)(66) hoja al mínimo
- **Nodo 3:** (94)(95) hoja al mínimo
- **Nodo 4:** (116)(129)(280) hoja
- **Nodo 5:** (328)(358) hoja al mínimo
- **Nodo 6:** (403)(404)(425) hoja
- **Nodo 7:** (518)(620) hoja al mínimo

Paso 2, baja del 60: leo el nodo 9 (raíz), leo el nodo 2 ($60 < 287$). Nodo interno. Busco el mínimo del sub derecho. 63 ocupa el lugar del 60. Nodo 1 en underflow. Política izquierda y derecha.

- **Nodo 9:** 2(287)8 raíz
- **Nodo 2:** 0(63)1(90)3(107)4 nodo interno
- **Nodo 8:** 5(400)6(506)7 nodo interno al mínimo
- **Nodo 0:** (12)(22) hoja al mínimo
- **Nodo 1:** (66) hoja en underflow
- **Nodo 3:** (94)(95) hoja al mínimo
- ...

Le consulto al nodo 0 (ady izq), también está al mínimo. Le consulto al nodo 3 (ady der), también está al mínimo. NO le consulto al nodo 4 porque no es hermano inmediato. Fusiono nodos 0 y 1

- **Nodo 9:** 2(287)8 raíz
- **Nodo 2:** 1(90)3(107)4 nodo interno
- **Nodo 8:** 5(400)6(506)7 nodo interno al mínimo
- **Nodo 0:** (12)(22)(63)(66) hoja
- **Nodo 1:** *libre* nodo que era el derecho liberado
- **Nodo 3:** (94)(95) hoja al mínimo
- **Nodo 4:** (116)(280) hoja al mínimo
- **Nodo 5:** (328)(358) hoja al mínimo
- **Nodo 6:** (403)(404)(425) hoja
- **Nodo 7:** (518)(620) hoja al mínimo

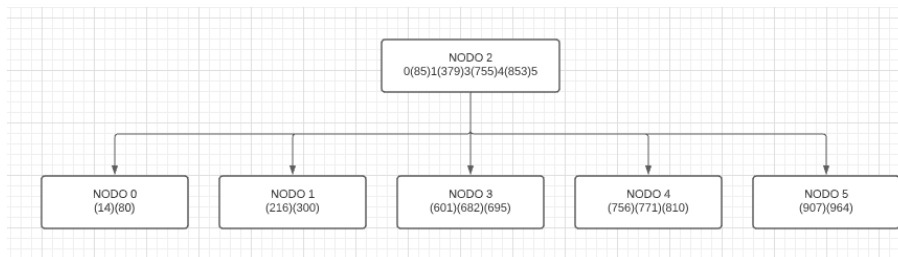
Paso 3, baja del 22: leo el nodo 9 (raíz), leo el nodo 2 ($22 < 287$), leo el nodo 1 ($22 < 90$), como no está al mínimo lo bajo sin problemas. Escribo el nodo 0. Fin de la operación

- **Nodo 9:** 2(287)8 raíz
- **Nodo 2:** 1(90)3(107)4 nodo interno
- **Nodo 8:** 5(400)6(506)7 nodo interno al mínimo
- **Nodo 0:** (12)(63)(66) hoja
- **Nodo 1:** *libre*
- **Nodo 3:** (94)(95) hoja al mínimo
- **Nodo 4:** (116)(280) hoja al mínimo
- **Nodo 5:** (328)(358) hoja al mínimo
- **Nodo 6:** (403)(404)(425) hoja
- **Nodo 7:** (518)(620) hoja al mínimo

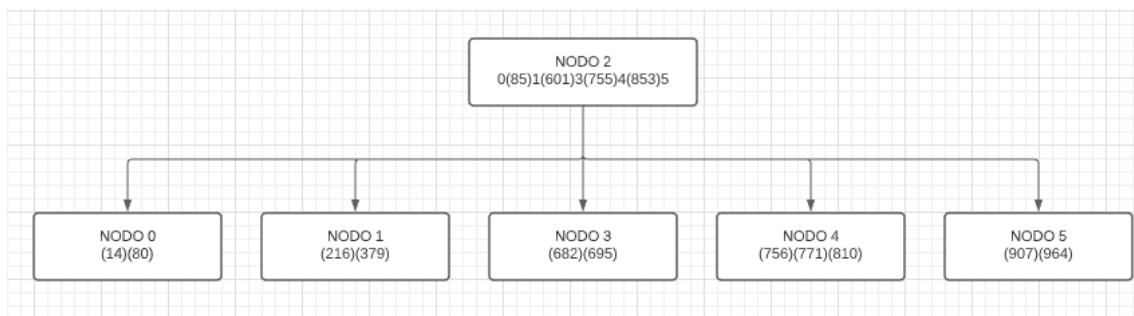
- 5) Dado el árbol B que se detalla a continuación, con orden 6, es decir, capacidad de 5 claves como máximo. Muestre los estados sucesivos al realizar la siguiente secuencia de operaciones: alta 756, baja 300 y baja 85. Indique L/E de nodos. Dibuje el árbol resultante de cada operación. Política de resolución de underflow derecha

NODO 2: (i, 3 elem.), 0(85) 1(379) 3(755) 4
 NODO 0: (h, 2 elem.), (14)(80)
 NODO 1: (h, 2 elem.), (216)(300)
 NODO 3: (h, 3 elem.), (601)(682)(695)
 NODO 4: (h, 5 elem.), (771)(810)(853)(907)(964)

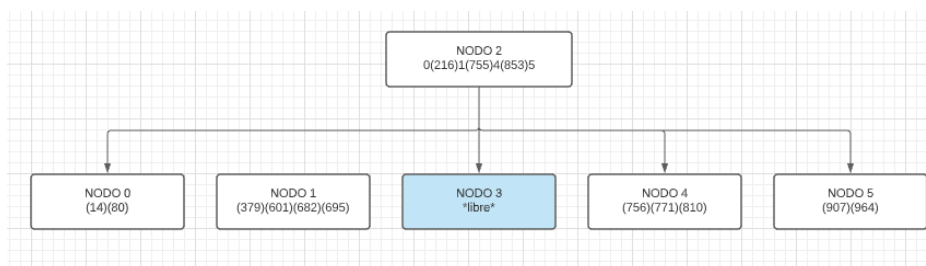
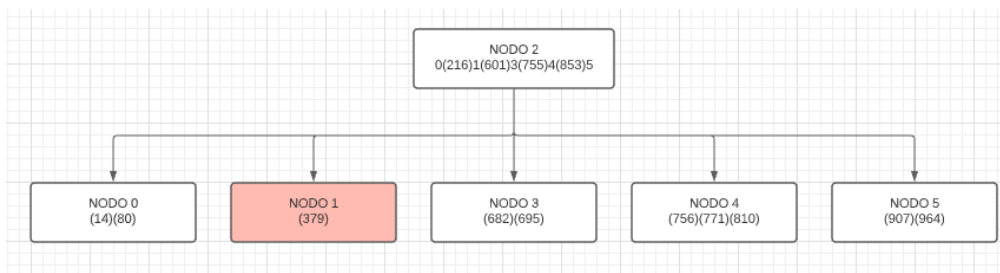
Paso 1, alta del 756: leo el nodo 2 (raíz), leo el nodo 4 ($756 > 755$). Tiene 5 claves (max), creo un nuevo nodo. Las (756)(771)(810) quedan en el nodo 4, la clave (853) se propaga al padre (tiene espacio) y las claves (907)(964) quedan en el nuevo nodo 5.



Paso 2, baja del 300: leo nodo 2, leo nodo 1 ($85 < 300 < 379$). Está al mínimo. Política derecha. Leo nodo 3, tiene suficientes claves. Re-distribuyo. Escribo nodo 1, nodo 3 y nodo 2.



Paso 3, baja del 85: leo nodo 2. Nodo interno. Busco mínimo en sub derecho. Leo nodo 1, reemplazo (85) por (216). Nodo 1 quedó en underflow. Leo nodo 3, está al mínimo. Fusiono



Costo de la operación: L2, L1, L3, E1, E2 (izq-der-padre)