

POTENCIA EN ALTERNA. EJEMPLOS RESUELTOS

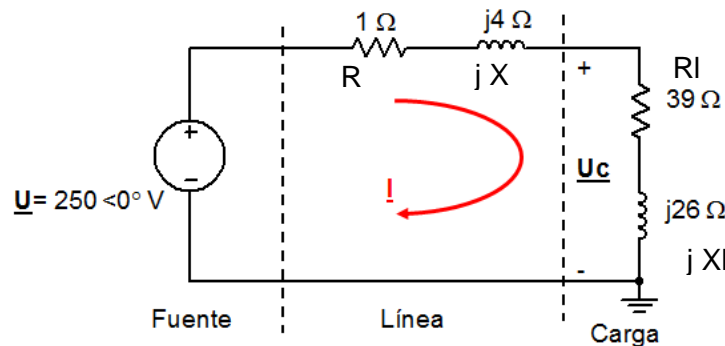
Ejemplo 1

Una carga de impedancia $\underline{Z}_C = 39 \Omega + j 26 \Omega$ se conecta a través de una línea de impedancia $\underline{Z}_L = 1 \Omega + j 4 \Omega$ a una fuente de tensión de 250V (eficaz). Calcular:

- Tensión y corriente en la carga
- Calcular potencia activa, reactiva y aparente en la carga y en la línea y potencia aparente total.
- Verificar que la potencia aparente $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$ (donde \underline{I}^* es el conjugado de la corriente \underline{I})

Resolución

a) Como primer paso realizamos un diagrama del circuito y luego lo resolvemos calculando la corriente y la tensión en la carga.



$$\underline{I} = \frac{250 \angle 0^\circ \text{ V}}{(1 + j4 + 39 + j26) \Omega} = \frac{250 \angle 0^\circ \text{ V}}{(40 + j30) \Omega} = 5 \text{ V} \angle -36.87^\circ$$

$$\underline{U}_C = \underline{I} (39 + j26) \Omega = (234 - j13) \text{ V} = 234.36 \text{ V} \angle -3.18^\circ$$

b) Para calcular la potencia activa y reactiva en la carga tenemos en cuenta que:

$$P_C = |\underline{I}|^2 R_l = 5^2 \text{ A}^2 39 \Omega = 975 \text{ W}$$

$$Q_C = |\underline{I}|^2 X_l = 5^2 \text{ A}^2 26 \Omega = 650 \text{ var}$$

La potencia aparente en la carga \underline{S}_C se define por las componentes anteriores: $\underline{S}_C = P_C + jQ_C$

$$\underline{S}_C = 975 \text{ W} + j 650 \text{ var} = 1171.8 \text{ VA} \angle 33.7^\circ$$

Del mismo modo calculamos las potencias en la línea:

$$P_L = |\underline{I}|^2 R = 5^2 \text{ A}^2 1 \Omega = 25 \text{ W}$$

$$Q_L = |\underline{I}|^2 X = 5^2 \text{ A}^2 4 \Omega = 100 \text{ var}$$

$$\underline{S}_L = 25 \text{ W} + j 100 \text{ var} = 103.08 \text{ VA} \angle 75.9^\circ$$

En forma general la potencia aparente total $\underline{S} = \sum P_i \pm j \sum Q_i$, por lo que:

$$\underline{S} = P_c + P_l + j Q_c + j Q_l = 975 \text{ W} + 25 \text{ W} + j 650 \text{ var} + j 100 \text{ var} = 1000 \text{ W} + j 750 \text{ var}$$

$$\underline{S} = 1240 \text{ VA} \angle 36.87^\circ$$

c) Verificamos que la potencia aparente \underline{S} puede calcularse como: $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$

$$\underline{S} = 250 \text{ V} \angle 0^\circ 5 \text{ A} \angle -36.87^\circ = 1240 \text{ VA} \angle 36.87^\circ$$

Ejemplo 2

Se tiene un sistema de tres cargas conectadas en paralelo:

Carga 1: $R_1 = 240 \Omega$ en serie con $X_{L1} = j 70 \Omega$

Carga 2: $R_2 = 160 \Omega$ en serie con $X_{C2} = -j 120 \Omega$

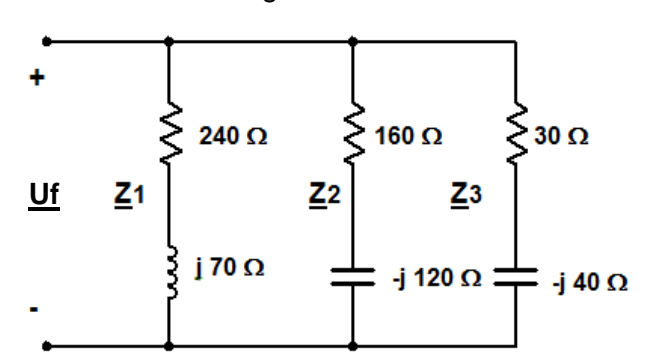
Carga 3: $R_3 = 30 \Omega$ en serie con $X_{C3} = -j 40 \Omega$

a) Dibujar el circuito.

b) Calcular el factor de potencia de cada carga y el factor de potencia visto por la fuente

Resolución

a) La figura muestra el circuito resultante según los datos dados.



$$\underline{Z}_1 = 240 \Omega + j 70 \Omega = 250 \Omega \angle 16.86^\circ$$

$$\underline{Z}_2 = 160 \Omega - j 120 \Omega = 200 \Omega \angle -36.87^\circ$$

$$\underline{Z}_3 = 30 \Omega - j 40 \Omega = 50 \Omega \angle -53.13^\circ$$

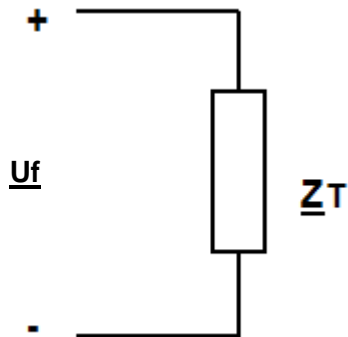
a) Para cada carga el factor de potencia está dado por $FP = \underline{P}/\underline{S} = \cos \phi$ donde ϕ se corresponde con el ángulo de la impedancia solamente si las tensiones y corrientes son senoidales.

Para \underline{Z}_1 : $FP = \cos 16.86^\circ = 0.96$ (Al ser una carga inductiva suele indicarse que el FP es en atraso ya que la corriente está atrasada respecto de la tensión, tomando la tensión como referencia)

Para \underline{Z}_2 : $FP = \cos(-36.87^\circ) = 0.8$ (Al ser una carga capacitiva suele indicarse que el FP es en adelanto ya que la corriente está adelantada respecto de la tensión, tomando la tensión como referencia)

Para **Z3**: $FP = \cos(-53.13^\circ) = 0.6$ (en adelante)

b) Para calcular el factor de potencia visto por la fuente podemos calcular la impedancia equivalente de todo el circuito.



$$\underline{Z}_T = \frac{1}{\underline{Y}_T}$$

$$\underline{Y}_T = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$$

$$\underline{Y}_1 = 4 \times 10^{-3} \text{ S } < -16.26^\circ$$

$$\underline{Y}_2 = 5 \times 10^{-3} \text{ S } < 36.87^\circ$$

$$\underline{Y}_3 = 2 \times 10^{-2} \text{ S } < 53.13^\circ$$

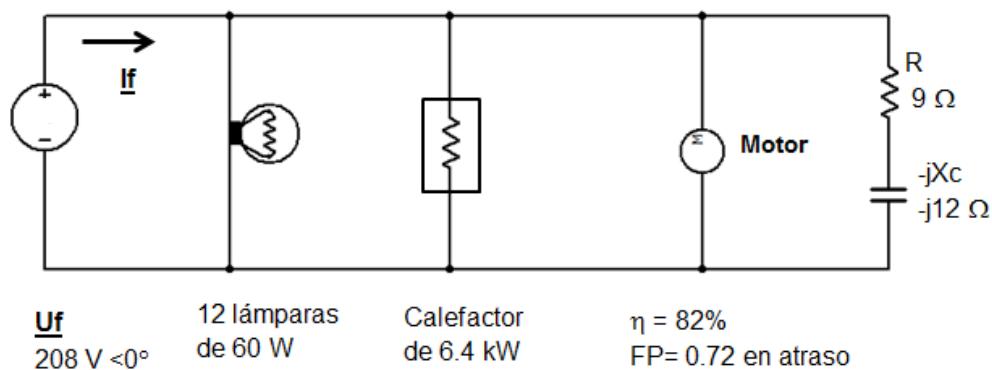
$$\underline{Y}_T = 18.84 + j 17.88 \text{ mS}$$

$$\underline{Z}_T = 37.44 \Omega < -42^\circ$$

$$FPT = \cos(-42^\circ) = 0.743 \text{ (en adelante)}$$

Ejemplo 3

Un sistema industrial está compuesto por el siguiente circuito:



Calcular el triángulo de potencia de cada carga, el factor de potencia total y la corriente \underline{I}_f entregada por la fuente \underline{U}_f .

Consideraciones previas

Para solucionar un sistema de varios elementos circuitales conectados en n ramas se pueden tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- ✓ Se determina la potencia activa **P** y la potencia reactiva **Q** de cada rama
- ✓ La potencia activa total **PT** del sistema será la suma de la contribución de las potencias activas de cada rama
- ✓ La potencia reactiva total **QT** del sistema será la suma algebraica de la contribución de las potencias reactivas de cada rama
- ✓ El valor de la potencia aparente total **ST** se calcula como: $ST = \sqrt{PT^2 + QT^2}$
- ✓ El factor de potencia total $FP = PT/ST$

Resolución

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores comenzamos a resolver el problema calculando la distribución de potencias en cada carga en forma independiente y luego calculamos el total.

Carga 1: 12 lámparas de 60 W, sólo habrá potencia activa

$$P1 = 12 \times 60 \text{ W} = 720 \text{ W}, \quad Q1 = 0, \quad S1 = 720 \text{ VA}$$

Carga 2: calefactor de 6400 W, sólo habrá potencia activa

$$P2 = 6400 \text{ W}, \quad Q2 = 0, \quad S2 = 6400 \text{ VA}$$

Carga 3: motor de 5 HP (carga inductiva)

$$1 \text{ HP} = 746 \text{ W} \text{ por lo que la potencia de salida del motor será } P_o = 5 \times 746 \text{ W} = 3730 \text{ W}$$

$$\text{El rendimiento } \eta = 0.82 = P_o/P3 \text{ (P3 es la potencia consumida)}$$

$$P3 = P_o/\eta = 3730/0.82 = 4548.78 \text{ W}$$

$$\text{De los datos del motor se sabe que } FP3 = P3/S3 = 0.72 \text{ podemos calcular } S3 = P3/FP3$$

$$S3 = 6317.75 \text{ VA}$$

$$Q3 = \sqrt{S3^2 - P3^2} = S3 \cdot FP3 = 4384.71 \text{ var (en adelante por ser carga inductiva)}$$

Carga 4: impedancia $Z4 = 9 \Omega - j 12 \Omega$. Sobre $Z4$ la tensión es la de la fuente $U_f = 208 \text{ V} < 0^\circ$ por lo que el valor de la intensidad de la corriente (U_f e $I4$ son valores eficaces) resulta:

$$I4 = U_f/Z4 = 13.87 \text{ A}$$

$$P4 = I4^2 R = (13.87 \text{ A})^2 9 \Omega = 1731.39 \text{ W}$$

$$Q_4 = I_4^2 X_c = (13.87 \text{ A})^2 12 \Omega = 2308.52 \text{ var}$$

$$S_4 = \sqrt{P_4^2 + Q_4^2} = 2885.65 \text{ VA}$$

La potencia activa total **PT** es la suma de las potencias activas asociadas con cada rama:

$$PT = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 720 \text{ W} + 6400 \text{ W} + 4548.78 \text{ W} + 1731.39 \text{ W} = 13400.17 \text{ W}$$

La potencia reactiva total **QT** será la suma algebraica de la contribución de cada rama. Las cargas 1 y 2 son cargas resistivas por lo que **Q1 = Q2 = 0**, la carga 3 es inductiva y la carga 4 capacitiva

$$QT = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 + 0 + 4384.71 \text{ var} - 2308.52 \text{ var} = 2076.19 \text{ var}$$

El sistema se comporta en forma inductiva. La potencia aparente total será:

$$ST = \sqrt{PT^2 + QT^2} = 13560.06 \text{ VA}$$

$FPT = PT/ST = 0.988$ (en adelanto ya que el sistema se comporta en conjunto como inductivo)

$$\varphi_T = \cos^{-1} 0.988 \cong 8.9^\circ \text{ por lo que } ST = 13560.06 \text{ VA} < 8.9^\circ$$

$$ST = U_f \cdot I_f^* = 208 \text{ V} < 0^\circ \quad I_f^* = 13560.06 \text{ VA} < 8.9^\circ, \text{ resultando: } I_f^* = 65.19 \text{ A} < 8.9^\circ$$

La corriente entregada por la fuente será **If** = 65.19A < - 8.9 °. Verificamos que como el sistema es inductivo la corriente atrasa respecto de la tensión.

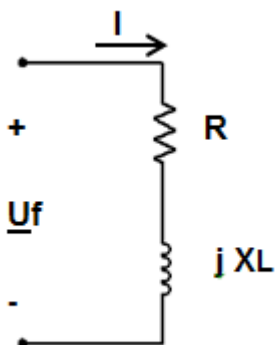
Ejemplo 4

Se tiene un motor de 5 HP, FP = 0.6 (atraso), $\eta = 92\%$ conectado a una red de 220 V, 50 Hz.

- Determinar las componentes del triángulo de potencias del motor
- Calcular el valor del capacitor C que debe colocarse al sistema de tal forma que el factor de potencia total sea unitario
- Calcular el cambio en los niveles de intensidad de la corriente entre los sistemas compensado y no compensado

Resolución

a) El motor puede ser representado por un modelo eléctrico equivalente formado por un resistor y un inductor en serie.



$$P_o = 5 \times 746 \text{ W} = 3760 \text{ W}$$

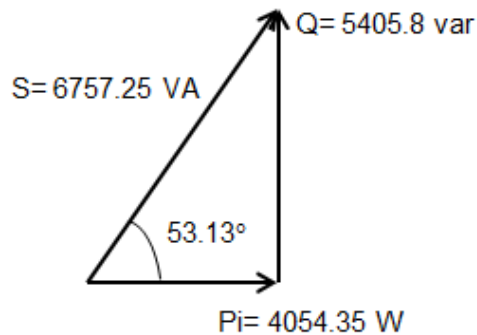
$$\eta = 0.92 = P_o/P \quad (P \text{ es la potencia consumida})$$

$$P = P_o/\eta = 3760/0.92 = 4054.35 \text{ W}$$

$$FP = 0.6, \quad \varphi = 53.13^\circ$$

$$S = P/FP = 6757.25 \text{ VA}$$

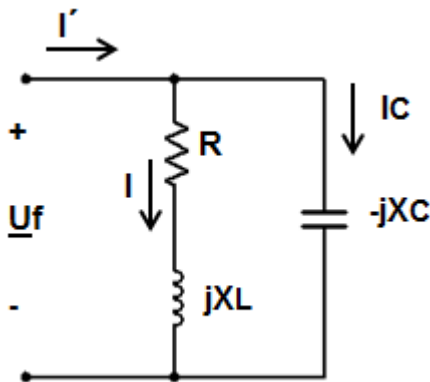
$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 5405.8 \text{ var (en adelanto por ser carga inductiva)}$$



$S = U_f \cdot I^* = U_f \cdot I$ ya que solo consideramos la intensidad de la corriente por lo que trabajamos con los módulos.

$$I = \frac{S}{U_f} = \frac{6757.25 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 30.71 \text{ A}$$

b) Como se observa en el triángulo de potencias dibujado para que el factor de potencia unitario el ángulo ϕ debe ser nulo y para ello deberá anularse la potencia reactiva Q . Entonces se deberá modificar el sistema tal que se agrega un capacitor C que contrarreste a la potencia Q . El capacitor se coloca en paralelo con la carga como se ve en el circuito de la figura. De esta forma la tensión sobre el capacitor será U_f y se modifica la distribución de corrientes.



Para calcular el valor del capacitor tenemos en cuenta que para lograr el $FP=1$ $Q_{ind} = Q_{cap}$

$$Q_{cap} = \frac{U_f^2}{X_C}$$

$$X_C = \frac{220^2 \text{ V}^2}{5408.8 \text{ var}} = 8.95 \Omega$$

$$C = \frac{1}{2 \pi 50 \text{ Hz } 8.95 \Omega} = 3.55 \times 10^{-4} \text{ F}$$

$$C = 355.6 \mu\text{F}$$

c) Al ser el factor de potencia unitario se cumplirá que $S' = P = 4054.35 \text{ VA} = U_f \cdot I'$
(Tener en cuenta que en la expresión anterior trabajamos con los módulos)

$$I' = \frac{S'}{U_f} = \frac{4054.35 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 18.42 \text{ A} < 30.71 \text{ A}$$

De esta forma verificamos la disminución en la intensidad de la corriente al compensar el sistema.