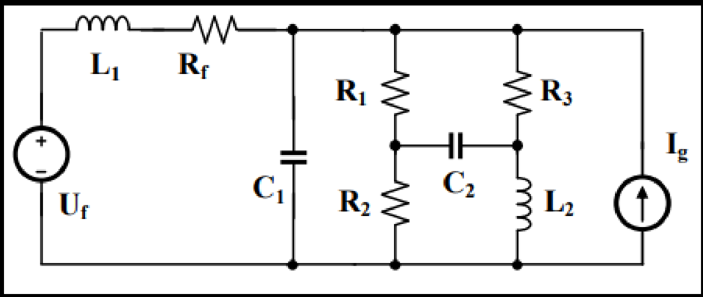
Ejercicio 01

Suponiendo que todos los componentes se encuentran descargados en el momento en que se energiza el circuito. ¿Cuál es el comportamiento inicial de cada componente? Calcular las tensiones y corrientes de cada inductor y capacitor respectivamente.



$U_f = 30\,V$ $\quad I_g = 2A$

$R_1 = R_2 = 60\,\Omega$ $\quad R_3 = 120\,\Omega$

$R_f = 30\,\Omega$ $\quad L_1 = 50\,mH$

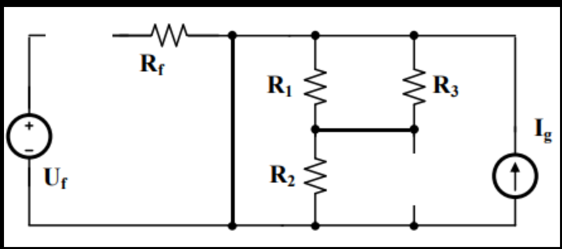
$L_2 = 2H$ $\quad C_1 = 100\,mF$

$C_2 = 100\,mF$

$$u_L = L\frac{di}{dt} \qquad \wedge \qquad i_C = C\frac{dv}{dt}$$

En un capacitor descargado, al momento de energizar ocurre que $u_C \to 0$

En una bobina descargada, al momento de energizar ocurre que $i_L \to 0$



$U_{L1} = U_f = 30\,V$ $\quad I_{L1} = 0$

$U_{C1} = 0$ $\quad I_{C1} = I_g$

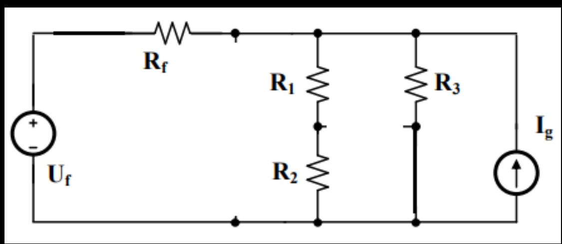
$U_{L2} = I_2 * R_2 = 0$ $\quad I_{L2} = 0$

$U_{C2} = 0$ $\quad I_{C2} = 0\ (I_{C1} = I_g)$

Inciso b: estado permanente

Luego de mucho tiempo energizado, en un capacitor ocurre que $i_C \to 0$

Luego de mucho tiempo energizado, en una bobina ocurre que $u_L \to 0$



$$U_f - I_f * R_f - I_3 * R_3 = 0$$

$$U_f - I_f * R_f - I_{12} * (R_1 + R_2) = 0$$

$$I_f + I_g = I_{12} + I_3$$

$$\begin{pmatrix} R_f & 0 & R_3 \\ R_f & R_1 + R_2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_f \\ I_{12} \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_f \\ U_f \\ I_g \end{pmatrix} \quad \therefore \quad \begin{cases} I_f = -1\,A \\ I_{12} = 0.5\,A \\ I_3 = 0.5\,A \end{cases}$$

$U_{L1} = 0$ $\quad U_{L2} = 0$ $\quad U_{C1} = U_f - I_f * R_f = 60\,V$ $\quad U_{C2} = I_{12} * R_2 = 30\,V$

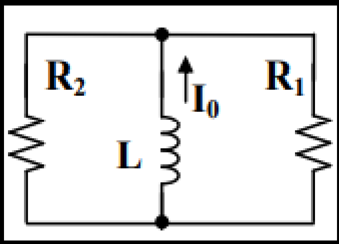
$I_{L1} = 1\,A$ $\quad I_{L2} = 0.5\,A$ $\quad I_{C1} = 0\,A$ $\quad I_{C2} = 0\,A$

La energía almacenada en una bobina es $W = \frac{1}{2}\,L\,I^2$ $\quad W_{L1} = 25\,mJ$ $\quad W_{L2} = 250\,mJ$

La energía almacenada en un capacitor es $W = \frac{1}{2}\,C\,U^2$ $\quad W_{C1} = 180\,J$ $\quad W_{C2} = 45\,J$

Ejercicio 02

Calcular la energía que el inductor tiene almacenada inicialmente.



$I_0 = 20\,A$ (esto es, para $t = 0$)

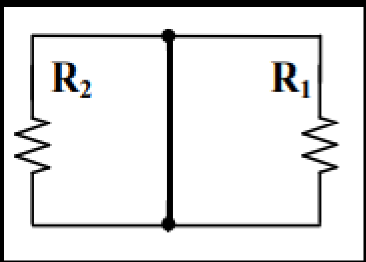
$R_1 = 6\,\Omega$ $R_2 = 3\,\Omega$

$L = 2\,H$

Energía en una bobina: $W = \frac{1}{2}\,L\,I^2 \quad \therefore \quad W_0 = 20^2\,J = 400\,J$

Inciso b - estado permanente

En la bobina ocurrirá que $u_L \to 0$, entonces el circuito queda simplificado a R1 y R2.



Como no hay fuente alimentadora, cuando $t \to \infty$ ocurrirá que no habrá una corriente en el circuito

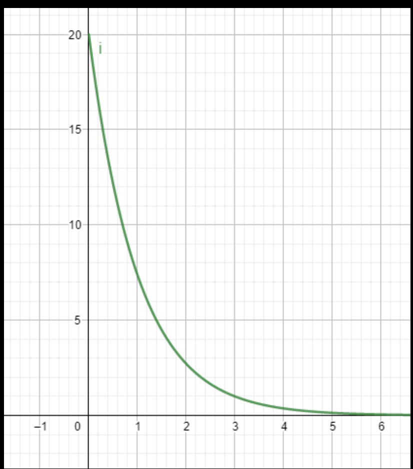
$$i_L(t) = \begin{cases} I_0 & si\ t = 0 \\ 0 & si\ t \to \infty \end{cases}$$

Para hallar la corriente durante el estado de transición, resolvemos la ecuación diferencial dado LKT.

$$-L\frac{di}{dt} - i(t)\,R_{eq} = 0 \quad \therefore \quad L\,di = -i(t)\,R_{eq}\,dt \quad \therefore \quad \int_{I_0}^{I} \frac{di}{i} = -\frac{R_{eq}}{L}\int_0^t dt$$

$$\ln\left|\frac{I}{I_0}\right| = -\frac{t}{\tau} \quad \therefore \quad \frac{I}{I_0} = e^{-t/\tau} \quad \therefore \quad I(t) = I_0\,e^{-t/\tau} \qquad \tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{L\,(R_1 + R_2)}{R_1 * R_2}$$

- De la expresión anterior, resulta $\tau = 1 \quad \therefore \quad I(t) = 20\,e^{-t}\,[A]$



Inciso c - tensión en L y corrientes en R1 y R2

El calculo anterior fue en vano porque en este inciso nos acaban de decir la respuesta.

$$u_L(t) = -L\frac{dI}{dt} = -L\left(-\frac{1}{\tau}\right) I_0\,e^{-t/\tau}$$

$$u_L(t) = \frac{L}{L} R_{eq}\,I_0\,e^{-t} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}\,I_0\,e^{-t}$$

$$u_L(t) = 2\Omega * 20\,A * e^{-t} = 40\,e^{-t}\,[V]$$

La tensión anterior es el valor para $I(t)$ hacia arriba

Por análisis nodal se deduce: $u_{R1} = u_{R2} = u_L$

$$i_{R1}(t) = \frac{u_L(t)}{R_1} = 6{,}67\,e^{-t}\,[\mathrm{A}] \qquad i_{R2} = \frac{u_L(t)}{R_2} = 13{,}33\,e^{-t}\,[\mathrm{A}]$$

Observación: notar que para la expresión de u_L se puso un signo menos delante de L debido a que la derivada di/dt da un resultado negativo al ser decreciente.