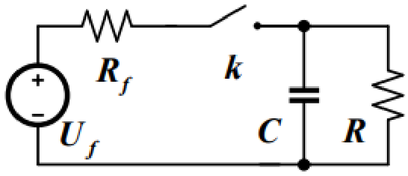
Ejercicio 06

¿Qué significa en este caso que las condiciones son nulas?



$U_f = 10\ V$ $\qquad$ $R_f = 100\ \Omega$

$C = 100\ \mu F$ $\qquad$ $R = 100\ \Omega$

Llave abierta hace mucho tiempo

Condiciones iniciales nulas

Respuesta: que el capacitor está descargado, es decir, su tensión es 0.

Inciso b

¿Qué implicancia tiene que k haya estado abierta durante mucho tiempo?

Respuesta: que nos podemos asegurar que C está totalmente descargado ¿?

Inciso c

En el momento de cierre de la llave ¿cuánto valen i_{Rf} e i_R?

Como el capacitor está descargado: $u_C \to 0$ (cortocircuito en rama de C)

$$i_{Rf} = \frac{U_f}{R_f} = \frac{10\ V}{100\ \Omega} = 100\ mA \qquad\qquad i_R = 0\ A$$

Inciso d

Explicar cómo se determinan las respuestas forzada y libre de la tensión en C.

- La respuesta forzada es la del estado permanente, con i constante.
- La respuesta libre es la del estado transitorio, con i exponencial.

Respuesta libre, homogénea: $u_C(t) = k\ e^{-t/\tau}$

Respuesta forzada: $u_C(t) = \frac{U_f}{R_f+R} * R$ $\qquad$ $(i_C \to 0)$

Respuesta completa: $u_C(t) = k\ e^{-t/\tau} + \frac{U_f}{R_f+R} * R$

Condiciones iniciales: $u_C(0) = k + \frac{U_f}{R_f+R} * R = 0\ V$ $\qquad$ (descargado)

$$k = -\frac{U_f}{R_f + R} * R$$

Respuesta completa: $u_C(t) = \frac{U_f}{R_f+R} * R - \frac{U_f}{R_f+R} * R * e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_f}{R_f+R} * R * \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$u_C(t) = 5V * \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Para determinar el valor de τ si es necesario plantear la ED homogénea.

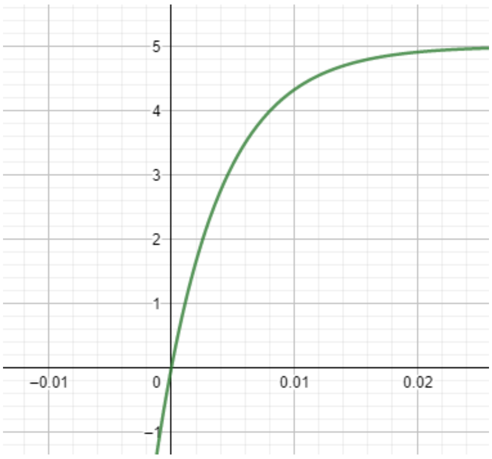
$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)\,dt \;\Leftrightarrow\; C\,\frac{du_C}{dt} = i_C = i_f - i_R = \frac{U_f - u_C}{R_f} - \frac{u_C}{R}$$

$$C\,\frac{du_C}{dt} = \frac{U_f}{R_f} - u_C * \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R}\right) \;\Leftrightarrow\; C\,\frac{du_C}{dt} + u_C * \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R}\right) = 0$$

Recordar que nos interesa resolver el caso homogéneo, por eso el cero

$$\frac{C}{\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R}\right)} * \frac{du_C}{u_C} = -dt \;\Leftrightarrow\; \tau = \frac{C}{\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R}\right)} = \frac{C * R_f * R}{R + R_f} = 5\,ms$$

Respuesta completa: $u_C(t) = 5V * \left(1 - e^{-t/5ms}\right)$ **Bien**



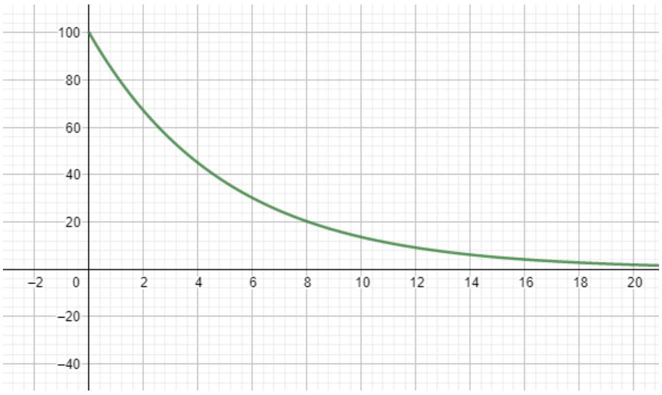
Inciso e

¿Cuál es la expresión de $i_C(t)$ y cómo se determina dicha expresión?

$$i_C(t) = C\,\frac{du_C}{dt} = C * \left(\frac{5}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i_C(t) = 100 * 10^{-6} * \left(1000\,e^{-t/\tau}\right)\,[A]$$

$$i_C(t) = 100\,mA * e^{-\left(\frac{t}{5\,ms}\right)}$$



La gráfica de arriba muestra la tensión del capacitor (en V) en función del tiempo (en seg)

La gráfica de la izquierda muestra la intensidad en el capacitor (en mA) en función del tiempo (en milisegundos)

Inciso f

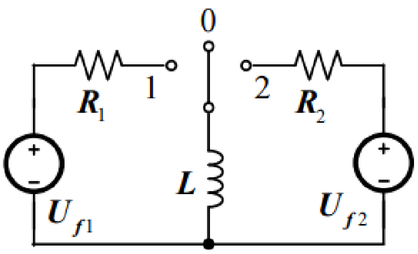
Indicar, justificando, a partir de qué momento se puede considerar el circuito en régimen permanente. Calcular t para dicha condición.

Respuesta: en la teoría dice $t = 5\tau = 25\,ms$ (5 es un valor que adoptamos)

El valor de $i_C(5\tau) = 100\,mA * e^{-5} = 0.6738\,mA$ (error menor al 1%)

Ejercicio 07

¿Qué significa que la bobina se encuentre "descargada"?



$U_{f1} = 40\ V$ $\quad$ $U_{f2} = 10\ V$

$R_1 = 10\ \Omega$ $\quad$ $R_2 = 20\ \Omega$

$L = 0.1\ H$

Respuesta: que no está energizada, entonces su intensidad está en 0 y aumentará de a poco

Inciso b: llave en posición 1

Analizar cualitativamente el funcionamiento del circuito en esta condición y explicar cómo resulta la corriente a partir de t = 0 .

Inicialmente en la bobina ocurre que $i_L \to 0$ resulta entonces un circuito en el cual no hay corriente (por la 2da parte tampoco puede)

Inciso c

Obtener la expresión de la corriente y de las tensiones en todos los elementos del circuito activo y graficar fundamentando la respuesta.

La rama donde se encuentra la resistencia R2 siempre está abierto.

Respuesta forzada: $i_1(t) = \frac{U_{f1}}{R_1}$ (porque $\frac{di}{dt} = 0$ para i constante)

Respuesta completa: $i_1(t) = k\ e^{-t/\tau} + \frac{U_{f1}}{R_1}$

Condición inicial: $i_1(0) = k + \frac{U_{f1}}{R_1} = 0\ A \ \therefore \ k = -\frac{U_{f1}}{R_1}$

Planteo de la ED homogénea para determinar la constante de tiempo:

$$U_{f1} = i_1 * R_1 + L\frac{di_1}{dt} = 0 \iff \frac{L}{R_1} * \frac{di_1}{i_1} = -dt \iff \tau = \frac{L}{R_1} = 10\ ms$$

Respueta completa: $i_1(t) = \frac{U_{f1}}{R_1}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = 4\ A * \left(1 - e^{-t/10ms}\right)$

Inciso d

En $t = 30\ ms$ la llave pasa instantáneamente de 1 a 2 (¿Qué significa instantáneamente?). Repetir b) y c) para esta nueva situación

Condición inicial: $i_2(0) = i_1(30^-) = 4\ A * (1 - e^{-3}) = 3.8\ A$

Respuesta forzada: $i_2(t) = \frac{U_{f2}}{R_2}$ (porque $\frac{di}{dt} = 0$ para i cte)

Respuesta completa: $i_2(t) = k\ e^{-t/\tau} + \frac{U_{f2}}{R_2}$

Condición inicial: $i_2(0) = k + \frac{U_{f2}}{R_2} = 3.8\ A \iff k = 3.8\ A - \frac{U_{f2}}{R_2}$

$$U_{f2} = i_2 * R_2 + L\frac{di_2}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{L}{R_2} * \frac{di_2}{i_2} = -dt \quad \Leftrightarrow \quad \tau = \frac{L}{R_2} = 5\,ms$$

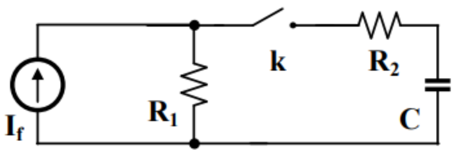
Respuesta completa: $i_2(t) = \left(3.8\,A - \frac{U_{f2}}{R_2}\right) * e^{-t/\tau} + \frac{U_{f2}}{R_2}$

$$i_2(t) = \left(3.8\,A - \frac{U_{f2}}{R_2}\right) * e^{-\frac{t}{\tau}} + \left(\frac{U_{f2}}{R_2} - 3.8\,A\right) + 3.8\,A$$

$$i_2(t) = 3.8 + \left(\frac{U_{f2}}{R_2} - 3.8\right) * \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 3.8 - 3.3 * \left(1 - e^{-t/5ms}\right)\,[A]$$

Ejercicio 08

En el preciso instante de cierre de la llave ¿cuánto valen las tensiones en todos los elementos del circuito? Explicar justificando la respuesta.



$I_f = 1\,A \qquad R_1 = 10\,\Omega \qquad R_2 = 20\,\Omega$

$C = 250\,mF = 0.25\,F \qquad u_C(0) = -8\,V$

Para $t = 0^-$ $\qquad U_f = I_f * R_1 = 10\,V$

$$I_f = i_1(t) + i_C(t) = \frac{u_f(t)}{R_1} + i_C(t) \qquad \wedge \qquad u_f(t) = i_C(t) * R_2 + u_C(t)$$

$$I_f = i_C(t) * \frac{R_2}{R_1} + \frac{u_C(t)}{R_1} + i_C(t) = i_C(t) * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{u_C(t)}{R_1}$$

$$I_f = C\frac{du_C}{dt} * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{u_C(t)}{R_1}$$

Calculemos la derivada de la tensión del capacitor al principio

$$1 = 0.25\left(\frac{du_C}{dt}\right) * 3 - 0.8 \qquad \therefore \qquad \frac{du_C}{dt} = \frac{1.8}{0.25 * 3} = 2.4$$

$u_C(0) = -8\,V \qquad u_{R2}(0) = i_C(0) * R_2 = C\frac{du_C}{dt} * R_2 = 0.25 * 2.4 * 20 = 12\,V$

$$u_{R1}(0) = u_{R2}(0) + u_C(0) = 12V - 8V = 4V$$

Inciso b

¿Cuál es la expresión de $U_c(t)$ para t > 0 y cómo se determina dicha expresión?

Respuesta forzada: $u_C(t) = I_f * R_1$ (porque $\frac{du_C}{dt} = 0$, luego $i_C \to 0$)

Respuesta completa: $u_C(t) = k\,e^{-t/\tau} + I_f * R_1$

Condición inicial: $u_C(0) = k + I_f * R_1 = -8V \quad \Leftrightarrow \quad k = -8V - I_f * R_1$

$$C\frac{du_C}{dt} = i_C = I_f - i_1 = I_f - \frac{u_c + u_{R2}}{R_1} = I_f - \frac{u_c}{R_1} - \frac{i_C\,R_2}{R_1}$$

$$C\frac{du_C}{dt} = I_f - \frac{u_c}{R_1} - C\frac{du_C}{dt} * \frac{R_2}{R_1} \quad \Leftrightarrow \quad C * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) * \frac{du_C}{dt} + \frac{u_c}{R_1} = 0$$

$$C * R_1 * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) * \frac{du_C}{u_C} = -dt \quad \Leftrightarrow \quad \tau = C * R_1 * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 7.5\ s$$

Respuesta completa: $u_C(t) = \left(-8V - I_f * R_1\right) e^{-t/\tau} + \left(I_f * R_1 + 8V\right) - 8V$

$$u_C(t) = -8V + \left(I_f * R_1 + 8V\right) * \left(1 - \ e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = -8 + 18 * \left(1 - e^{-t/7.5s}\right)\ [V]$$

Inciso c

Completar la resolución escribiendo y graficando las expresiones de las tensiones en todos los elementos.

Respuesta forzada: $u_{R2}(t) = I_f * R_1$ (porque $\frac{du_C}{dt} = 0$, luego $i_C \to 0$)

Respuesta completa: $u_{R2}(t) = k\ e^{-t/\tau} + I_f * R_1$

Condición inicial: $u_{R2}(0) = k + I_f * R_1 = 12V \quad \Leftrightarrow \quad k = 12V - I_f * R_1$

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = C * \left(\frac{18}{7.5s}\right) * e^{-\frac{t}{7.5s}} = 0.6\ A * e^{-t/7.5s}$$

$$u_{R2}(t) = i_C(t) * R_2 = 12\ V * e^{-t/7.5s}$$

$$u_{R1}(t) = \left(I_f - i_C\right) * R_1 = \left(1 - 0.6\ A * e^{-\frac{t}{7.5s}}\right) * R_1 = 10 - 6 * e^{-t/7.5s}\ [V]$$

Ejercicio 09

Único ejercicio obligatorio de corriente alterna. Resuelto en Moodle

Se completarán los resultados antes de la evaluación.

Ejercicio 10

Pendiente para antes de la evaluación.