

# Anotações – FMC I

Sérgio Dantas

21 de agosto de 2025 – 25 de setembro de 2025

## Exercícios

### x1.1

Faz sentido que, em uma equivalência, ‘ $\implies$ ’ corresponda a “somente se”, enquanto ‘ $\impliedby$ ’ a “se”.

### x1.2

‘ $\implies$ ’ pode ser lido como “é suficiente”, ao passo que ‘ $\impliedby$ ’, como “é necessário”.

### x1.3

- (1)  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ .
- (2)  $x(a - (b + c)) = xa - x(b + c) \implies x(a - (b + c)) = xa - xb - xc$ .
- (3) Concluimos que  $(A \subseteq B) \iff (B \subseteq A)$ .
- (4) Suponha que  $n$  é um número inteiro. Vamos demonstrar que  $n + 1$  é maior que  $n$ .

### x1.4

O problema da definição está no fato dela não restringir quais valores de  $k$  são válidos no lado direito da proposição (foi dito “para qualquer inteiro  $k$ ”).

A solução seria substituir “para qualquer inteiro  $k$ ” por “existe pelo menos um  $k$ ”. Simbologicamente, teremos:

$$n \text{ é par } \stackrel{\text{def}}{\iff} (\exists k : \text{int})[n = 2k]$$

Note que foi utilizado não o símbolo de equivalência comum, mas o de equivalência intensional com definição.

## x1.5

- (i) Sim. Mesma coisa que entre proposições, mas com objetos e igualdades.
- (ii) Acredito que sim, proposições intensionalmente iguais também são extensionalmente iguais.

Quando afirmamos que duas proposições são extensionalmente equivalentes, dizemos que apenas o significado “externo” de ambas são idênticos. Por outro lado, quando se trata de uma equivalência intensional, tanto o significado quanto as suas partes mais internas (e aqui me refiro principalmente ao algoritmo necessário para alcançar cada prop) são as mesmas.

Resumidamente, pelo que entendi, seria como dizer que a intensão abrange a extensão, mas o contrário não é verdadeiro.

Dessa forma, se duas props são equivalentes em intensão, creio que é totalmente válido que elas também sejam equivalentes em extensão.

## x1.6

- (1)  $2 \cdot 3 = 6$
- (2)  $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$
- (3)  $x \text{ ama } y \iff y \text{ é amado por } x$
- (4)  $n \text{ é par } \iff \text{ existe } k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } n = 2k$
- (5) Matheus mora na capital do RN  $\iff$  Matheus mora na maior cidade do RN
- (6) a capital da Grécia = Atenas
- (7) o vocalista da banda Sarcófago é professor da UFMG  $\iff$  Wagner Moura é professor da
- (8) Aristoteles foi professor de Alexandre o Grande  $\iff$  Aristoteles ensinou Alexandre o Gra
- (9) A terra é plana  $\iff$  A lua é feita de queijo

$$(10) \quad x^2 + y^2 \leq 0 \iff x = y = 0$$

$$(11) \quad x^2 + y^2 \leq 0 \iff 0 \geq x \cdot x + y \cdot y$$

$$(12) \quad (x^2 + y^2)^2 = (x \cdot x + y \cdot y)(x^2 + y \cdot y)$$

### **x1.7**

- (a) Proposição
- (b) Objeto
- (c) Objeto
- (d) Proposição
- (e) Objeto
- (f) Proposição

### **x1.8**

- (1) Proposição
- (2) Proposição
- (3) Objeto
- (4) Objeto
- (5) Proposição

### **x1.9**

- (1) Existe um número inteiro tal que o seu dobro somado a 1 é igual a 13.
- (2) Existem dois números tais que o quadrado da sua soma é igual ao quadrado do primeiro número somado ao dobro do produto entre o primeiro e o segundo número.
- (3) Aquela função que dado um número qualquer retorna esse número somado a 1.
- (4) O conjunto de todos os livros cujo título tem o mesmo número de letras que alguma palavra.

### x1.10

- (1) Existem duas pessoas que se amam.
- (2) Existe uma pessoa tal que ela ama  $q$  e  $q$  ama ela.
- (3)  $x + y = z$
- (4) Existe um número que quando somando a  $y$  resulta em  $z$ .
- (5) Existem dois números tais que o primeiro somado a  $y$  é igual ao segundo.
- (6) Para qualquer número, existe outro número que quando ambos são somados resultam em  $z$ .
- (7) Para quaisquer dois números, existe outro número que quando somado ao primeiro resulta no segundo.

### x1.11

- (3) existe  $n$  tal que  $n - d$  e  $n + d$  são primos.
- (5) existe  $N$  tal que para todo  $n$ , se  $n \geq N$  então existe  $d$  tal que  $n - d$  e  $n + d$  são primos.

### x1.12

- “qualquer que seja \_\_\_\_, ...”
- `let` \_\_\_\_ (JavaScript)
- `for` \_\_\_\_ `in` \_\_\_\_ (Python/JavaScript)

### x1.13

- (i) Sim, pois  $n$  é uma variável ligada.
- (ii) Não, pois já existe uma variável de nome  $d$ . Supondo que fizéssemos a renomeação de  $n$  para  $d$ , a variável  $d$  original seria sombreada e capturada e, conseqüentemente, não poderia ser referida no escopo.
- (iii) Não, pois  $d$  é uma variável livre e, caso a renomeação fosse feita, a proposição mudaria de significado.

### x1.14

- (i) Não, pois iria sombrear a variável  $n$  original.
- (ii) Sim, pois as variáveis  $N$  e  $d$  originais estão em escopos distintos, logo não haveria sombreamento de  $d$ .
- (iii) Não, pois a variável  $N$  original seria sombreada.
- (iv) Não, pois a variável  $d$  original iria ser sombreada.
- (v) Não, pois a variável  $n$  original seria sombreada.
- (vi) Sim, pois as variáveis  $d$  e  $N$  estão em escopos distintos, logo não haveria sombreamento de  $N$ .

### x1.15

$sister(x)$  não é determinado para todos os valores de  $x \in P$  tais que  $x$  não tem nenhuma *sister* ou  $x$  tem mais de uma *sister*.

### x1.16

Duas retas são paralelas se elas não possuem nenhum ponto em comum.

### x1.17

- (i) Falsa
- (ii) Verdadeira
- (iii) Verdadeira
- (iv) Verdadeira
- (v) Verdadeira
- (vi) Falsa
- (vii) Verdadeira
- (viii) Falsa
- (ix) Falsa
- (x) Falsa
- (xi) Verdadeira
- (xii) Falsa

### x1.18

Acredito que sim. Se dois objetos são definidas exatamente da mesma forma, com a mesma intensionalidade e o mesmo significado lógico, então eles também possuem o mesmo resultado (valor/significado externo), isto é, são extensionalmente iguais.

### x1.19

SKIP

### x1.20

TO DO

### x2.1

TO DO

### x2.2

O problema está em usar a própria definição de  $(|)$  para “justificar”  $8 \nmid 12$ . Isso constitui uma prova por repetição da definição.

### x2.3

A demonstração está errada porque ela afirma que  $a = mu$  e  $b = mv$ , quando na verdade o correto (pela proposição) é  $m = au$  e  $m = bv$ , respectivamente; tal afirmação faz com que ela chegue a uma conclusão diferente da definição.

Para demonstrar que a proposição é falsa, tome, para contraexemplo,  $a := 3$ ,  $b := 9$  e  $m := 9$ . Veja que  $3 \mid 9$  e  $9 \mid 9$  são ambas proposições válidas, pois obtemos  $u = 3$  e  $v = 1$ , respectivamente, com  $u, v \in \mathbb{Z}$ . Todavia,  $3 \cdot 9 \nmid 9$ , uma vez que não existe inteiro  $k$  que satisfaça  $9 = 3 \cdot 9 \cdot k$ . Portanto, a proposição é falsa.

## x2.4

TO DO

## x2.5

“Se  $\_\_A\_\_$ , (então)  $\_\_B\_\_$ ” é uma afirmação que promete que, dada  $A$ , nos entrega  $B$ , sem verificar a veracidade de ambas.

“Como  $\_\_A\_\_$ , (logo)  $\_\_B\_\_$ ”, por outro lado, é uma argumentação que leva em conta se  $A$  é verdadeira ou não, e, assim, infere  $B$ .

## x3.1

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

## x3.2

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

## x3.3

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

## x3.4

Creio que não. Se for uma soma, basta aplicar  $(+(-x))$  em ambos os lados da igualdade. Mas se for uma multiplicação, como faríamos para “dividir” (*o que é isso?*) ambos os lados por  $x$ ? Ainda não temos isso em nossa especificação. A única exceção seria para o caso onde  $x := 1$ , onde poderíamos aplicar  $1\text{-idR}(\cdot)$ .

## x3.5

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.6**

TO DO

**x3.7**

TO DO

**x3.8**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.9**

TO DO

**x3.10**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.11**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.12**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.13**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.14**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES



**x3.15**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.16**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.17**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

**x3.18**

NO ARQUIVO COM DEMONSTRAÇÕES

## Questões

**Q1.50**

- (1) Nesta frase há uma colocação redundante da variável  $x$ . Perceba que a frase poderia ser simplesmente “todo inteiro divide ele mesmo”, sem alteração no seu significado.
- (2) Mesmo caso do item (1), mas com a variável  $n$ . Poderia ser apenas “existe número tal que ele é primo e par”.
- (3) Novamente o caso do item (1); poderia ser “qualquer conjunto é determinado por seus membros”.
- (4) Mesma coisa do item (1). Podemos omitir a variável ligada  $P$  (é redundante): “existe pessoa  $p$  tal que  $p$  viajou para todos os países”.
- (5) Mais uma vez o que ocorreu no item (1). Aqui podemos omitir a variável  $f$ , teríamos “existe pessoa  $p$  tal que  $p$  assistiu a todos os filmes da lista  $F$ ”.

### Q1.81

É uma árvore “de derivação” porque, partindo de um objeto final, o des-trinchamos em objetos “menores” até alcançar as *folhas*, que são a menor unidade possível da árvore de derivação.

### Q1.84

Não, pois ela infere que toda árvore que possui azeitonas é uma oliveira; embora seja válida (por coincidência), esse processo de inferência poderia facilmente dar errado com outras proposições.

### Q2.28

Para que seja possível ganhar mais dados e, assim, se torne mais fácil atacar o alvo.

## Problemas

### $\Pi 2.1$

TO DO

### $\Pi 2.2$

TO DO

### $\Pi 2.3$

TO DO

### $\Pi 2.4$

TO DO