

Control 2

Alumno .....

Tiempo total para la prueba: 100 minutos

Utilizad los dibujos de los ejercicios 6 y 8 en vuestras respuestas.


**Antes de empezar a responder lee atentamente todos los enunciados. Cuando termines tu respuesta a un ejercicio vuelve a leer el enunciado y comprueba que has respondido a lo que se pregunta.**

1. (1,5 puntos)

- Define grafo 3-conexo y grafo 2-aristo-conexo. Dibuja un grafo simple con al menos 8 vértices que sea 2-aristoconexo pero no sea 3-conexo. Justifica que el grafo dibujado cumple las condiciones pedidas.
- Demuestra que un grafo simple  $G$  es 2-conexo si y sólo si para cada terna de vértices  $u, v$  y  $z$  de  $G$  existe un camino de  $u$  hasta  $v$  que pasa por  $z$ .

2. (1,5 puntos)

¿Cuál es el número mínimo de aristas que puede tener un grafo  $k$ -conexo de  $n$  vértices? Justifícalo. Construye los grafos de Harary  $H(4,8)$  y  $H(4,9)$ . Calcula el número cromático y el número de independencia del grafo  $H(4,8)$ . Demuestra la relación existente entre número cromático y número de independencia.

3. (1,5 puntos) El análisis de la complejidad de un algoritmo nos lleva a la relación de recurrencia

$$f(n) = 2f(n/2) + n^2 - 1$$

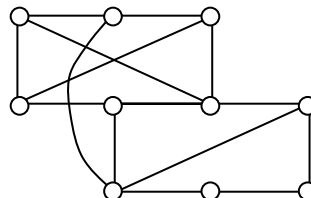
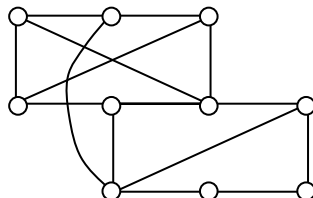
¿De qué orden es la complejidad del algoritmo?

4. (1,5 puntos) ¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Demuéstralas o encuentra un contraejemplo.

- Si  $G$  es un grafo planar entonces  $\kappa(G) \leq 5$ .
- Si un grafo es planar y euleriano entonces es hamiltoniano.
- Todo grafo bipartido euleriano tiene un número par de aristas.

5. (1 punto) Describe el algoritmo de Fleury y analiza su complejidad.

6. (1 punto) Averigua si el grafo de la figura es planar y calcula su número cromático.



7. **(1 punto)** Enuncia las Fórmulas de Euler para grafos planos (conexos y no conexos). Demuestra que si  $G$  es un grafo plano y conexo con  $n$  vértices,  $q$  aristas y  $r$  regiones, entonces  $q \leq 3n - 6$  y  $r \leq 2n - 4$ . ¿Cuál es la primera de las cotas para grafos planos con dos componentes conexas?

8. **(1 punto)**

¿Qué significa que un algoritmo garantice una solución  $(3/2)$ -aproximada para un problema de optimización? Describe una aproximación con ese factor para el “Problema del Viajante” utilizando las siguientes viñetas. Los vértices del grafo  $G$  aparecen en la primera viñeta, las aristas de  $G$  son todos los segmentos que unen cada par de vértices y el peso de cada arista es la distancia euclídea entre sus extremos. En la segunda viñeta aparece el árbol generador mínimo. Dibuja los pasos siguientes en las viñetas sucesivas y descríbelos brevemente.

