

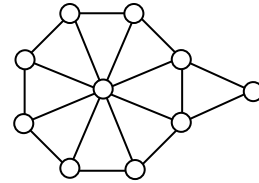
**Control 3**

**Alumno .....**

Tiempo total para la prueba: 1 hora 40 minutos


**1. (2,5 puntos)**

- Define conjunto independiente y recubrimiento por vértices en un grafo.
- Construye tres conjuntos independientes maximales, de distinto cardinal, en el grafo H de la figura.
- Demuestra que si I es un conjunto independiente maximal entonces  $K = V - I$  es un recubrimiento por vértices minimal.
- Demuestra que si I es independiente en un grafo regular de orden n entonces  $|I| \leq n/2$
- Construye un conjunto recubridor minimal en el grafo H de cardinal mínimo.
- Enuncia el teorema de König. ¿Se verifica en H?

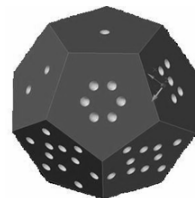


**2. (1,5 puntos)**

En un juego de rol hay 4 dados dodecaédricos de distintos colores.

- Halla la función generatriz para el número de formas en que se puede obtener suma n cuando se lanzan los 4 dados. Calcula el número de formas en que se puede obtener la suma 32.

- En un momento del juego sólo son válidas las tiradas en que cada dado obtiene un múltiplo de 3. Halla la función generatriz en este caso.



**3. (0,5 puntos)**

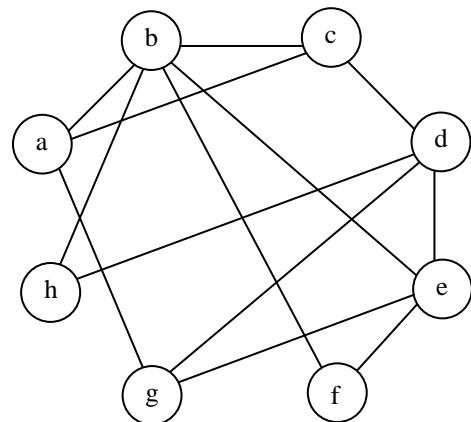
Demuestra, utilizando los diagramas de Ferrers, que el número de particiones de  $n+3$  en dos sumandos distintos coincide con el número de particiones de n en que cada sumando es 1 ó 2. Comprueba el resultado para  $n=7$ .

**4. (0,5 puntos)**

En un escrito aparece la expresión “algoritmo NP-completo”. ¿Es correcta? Razona tu respuesta.

**5. (1,5 puntos)**

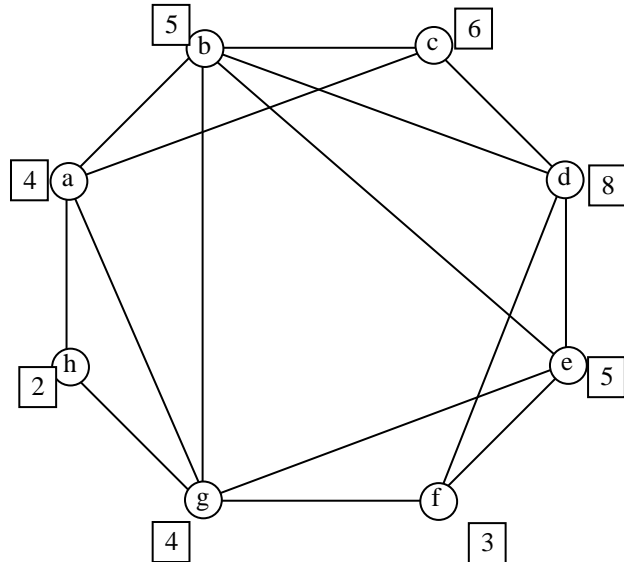
Describe brevemente el algoritmo de Brelaz para colorear los vértices de un grafo. Indica en el grafo de la figura los tres primeros pasos del algoritmo.



6. (2,5 puntos)

En los tanques de la piscifactoría MARYRIO se crían diferentes especies de peces. Por diferentes motivos tales como salinidad, predación, incompatibilidad alimenticia, etc., hay especies que deben permanecer en diferentes tanques. Pero debido a unas filtraciones sólo se puede utilizar uno de los tanques por lo que se han de trasladar a él todas las especies posibles. En el grafo de la figura se presenta un ejemplo con 8 especies {a,b,c,d,e,f,g,h}, cada una representada por un vértice cuya etiqueta indica su valoración. Las aristas indican la existencia de incompatibilidad entre las especies de los extremos. Se pide:

- ¿Cuál era el número mínimo de tanques utilizado antes de las filtraciones?
- Describe un algoritmo que consiga la mayor valoración posible con las especies introducidas en el único tanque disponible tras las filtraciones.
- Comprueba su funcionamiento en la situación del ejemplo.
- Analiza la complejidad de tu algoritmo.



7. (2 puntos)

Enuncia el Teorema de Ford-Fulkerson definiendo los conceptos que aparecen en el enunciado. En la red de la figura circula un flujo  $f$  de valor 11. Las etiquetas de cada arista indican su capacidad (en negrita y en primer lugar) y el valor actual del flujo (en segundo lugar y en recuadro). Indica un camino de  $f$ -aumento en la red con arista de retroceso. Aplica el algoritmo de etiquetado para obtener un flujo de valor máximo. Comprueba el enunciado del teorema en esta red.

