Grado M+I
Curso 2020-2021

Cálculo I

ETSII-UPM

Hoja de entrega 1

Manejo simbólico

APELLIDOS:
NOMBRE:

5. Escribe la negación de las siguientes afirmaciones:

3 $\equiv$ Para cada número natural par n hay un número natural impar k tal que $k < n$.

No 3 $\equiv$ *Existe un número natural par n tal que para todo número natural impar se tiene que $k \geq n$.*

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

Es cierta [3], ya que para cualquier número natural par n existe un número natural impar, por ejemplo $k = n - 1$ tal que $k < n$

4 $\equiv$ Para cada número natural impar n hay algún número natural par k tal que $k < n$.

No 4 $\equiv$ Existe un número natural impar n tal que para todo número natural par k se tiene que $k \geq n$.

La verdadera es [No 4] Puesto que existe un impar $n = 1$ tal que para cualquier número natural par k se tiene que $k \geq 1$

5 $\equiv$ Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in \mathbb{N}$ se tiene que $k \leq n$.

No 5 $\equiv$ Para todo $n \in \mathbb{N}$ existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $k > n$.

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

La verdadera es [No 5] puesto que para cada número natural par existe un número natural, por ejemplo $k = n + 1$ tal que $k > n$.

7. Sea $A = \{1, 2, 3, 15, 27, 33\}$. Responde a las suguientes cuestiones razonando la respuesta.

i) ¿ Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in A$ se tiene que $k \leq n$? *Sí. Considerando por ejemplo $n = 40$, para todo $k \in A$ se tiene que $k \leq 40$*

ii) ¿ Existe $n \in \mathbb{N}$ par tal que para todo $k \in A$ se tiene que $k \leq n$? *Sí. Considerando por ejemplo $n = 40$, para todo $k \in A$ se tiene que $k \leq 40$*

iii) ¿ Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in A$ se tiene que $n \leq k$? *Sí. Considerando por ejemplo $n = 1$, para todo $k \in A$ se tiene que $k \geq 1$*

iv) ¿ Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in \mathbb{N} \setminus A$ se tiene que $n \leq k$? *Sí. Considerando por ejemplo $n = 1$, para todo $\mathbb{N} \setminus A$ se tiene que $k \geq 1$*

8. Sea $\mathbb{P}$ el conjunto de los números naturales pares. Indica si las siguientes proposiciones son ciertas, justicando la respuesta:

i) Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in \mathbb{P}$ se tiene que $k \leq n$. *FALSO. Probaremos la negación: Para todo $n \in \mathbb{N}$ existe $k \in \mathbb{P}$ tal que $k > n$. En efecto, para todo $n \in \mathbb{N}$ podemos encontrar un número par, por ejemplo $k = 2n$ tal que $k > n$.*

ii) Existe $n \in \mathbb{N}$ par tal que para todo $k \in \mathbb{P}$ se tiene que $k > n$? *FALSO: por reducción al absurdo: si existiese $n \in \mathbb{N}$ par tal que para todo $k \in \mathbb{P}$ se tiene que $k > n$, se tendría que $2 > 2$!!! contradicción. Luego el resultado es Falso.*

iii) Para todo $n \in \mathbb{P}$ existe $k \in \mathbb{P}$ tal que $k > n$. *VERDADERO: Para todo $n \in \mathbb{P}$ existe $k \in \mathbb{P}$, por ejemplo $k = 2n$ tal que $k > n$.*

iv) Para todo $n \in \mathbb{P}$ existe $k \in \mathbb{N} \setminus \mathbb{P}$ tal que $k < n$. *VERDADERO: Para todo $n \in \mathbb{P}$ existe un número natural impar, es decir, $k \in \mathbb{N} \setminus \mathbb{P}$, por ejemplo $k = 2n - 1$ tal que $k = 2n - 1 < n$*

9. Prueba el siguiente resultado: Para cada $x = \dfrac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{N}$ existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $\dfrac{1}{n} < \dfrac{p}{q}$.

Para cada $x = \dfrac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{N}$ hay que encontrar un número natural $n \in \mathbb{N}$ tal que $\dfrac{1}{n} < \dfrac{p}{q}$.

Sea $x = \dfrac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{N}$, eligiendo $n = p + q$ se tiene que $\dfrac{1}{n} < \dfrac{p}{q}$, ¿Por qué? puesto que $p, q \geq 1$ se tiene que:

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{p+q} < \frac{1}{q} \leq \frac{p}{q}$$

10. Escribe la negación de la siguiente afirmación:

Para cada $\epsilon > 0$ existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $\frac{1}{n} < \epsilon$.

Existe $\epsilon > 0$ tal que para todo $n \in \mathbb{N}$ se tiene que $\frac{1}{n} \geq \epsilon$