JULIO 2020

Ejercicio 2. Se quiere calcular la solución que la ecuación x-log(x)=2 tiene en el intervalo [3,4].

- Comprobar que la función f(x)=x-log(x)-2 tiene una raíz en el intervalo [3,4].

- Programar un bucle que aplique 7 iteraciones del método de Newton para estimar dicha raíz partiendo del valor inicial x_0=3. Para ello crear un vector x=zeros(8,1) con x(1)=x_0=3 y guardar en él los resultados de las iteraciones.
Sea s=x(end) ¿es s la raíz de f(x)? Comprobarlo.

- A partir del vector x, calcular el vector *Erel* con los errores relativos (de cada iteración) con respecto a s. Calcular el vector *Ncifras* que contiene el nº de cifras significativas de precisión estimadas para cada iteración.

- Dibujar los vectores *x*, *Erel* y *Ncifras* respecto del nº de iteración en tres gráficas independientes usando en cada caso la escala adecuada.

- Utilizando únicamente los resultados numéricos obtenidos, responder a las siguientes preguntas justificando las respuestas:

- ¿Cuál sería el nº mínimo de iteraciones que produciría la precisión final obtenida?
- ¿Cuál es la velocidad (el orden) de convergencia del método (lineal, cuadrática,…)?
- ¿Con cuántas iteraciones se obtienen al menos 5 cifras de precisión?
- Los valores s y x(4) ¿cuántas cifras significativas de precisión coincidentes tienen?
- Con el comando fprintf mostrar los valores de s y x(4) y contad las cifras coincidentes ¿cuántas son?

JULIO 2019

Se considera el método iterativo $x_{k+1} = \dfrac{2x_k + A/x_k^{\;2}}{3}$ para calcular la raíz de la función $f(x) = x^3 - A$, siendo A un **número real** cualquiera.

a) Sea $A = \pi$. Implementar la iteración anterior para calcular la raíz cúbica de A.

Almacenar en un vector x las 20 primeras iteraciones, partiendo de x(1)=1. Considerad que s**=**x(end).

Dibujar la gráfica de x respecto de las iteraciones, con el formato adecuado.

¿Es convergente la sucesión?. ¿A qué valor converge?. Comprobar que s es la raíz cúbica de A.

A partir del vector x y del valor de s, calcular el vector Erel de los errores relativos. Dibujar la gráfica de Erel, respecto de las iteraciones, con el formato adecuado.

A partir del vector Erel, calcular el vector Ncifras del número de cifras de precisión. Dibujar la gráfica de Ncifras, respecto de las iteraciones, con el formato adecuado.

¿Cuántas cifras de precisión se obtienen con 4, 5 y 6 iteraciones?.

¿Qué clase de convergencia (lineal, cuadrática,…) se ha producido?. Justificar.

b) Modificar el script anterior obtener con el mismo método iterativo la raíz cúbica de todos los elementos de un **vector**.

Calcular la raíz cúbica del vector A=0:0.01:2 realizando 6 iteraciones, a partir del valor 1. Sea s el resultado de la última iteración.

Calcular el error relativo y Ncifras, el número de cifras de precisión, de s respecto del vector A.^(1/3). Dibujar las gráficas de s y de Ncifras, con el formato adecuado. ¿Para qué valor del vector de A se obtiene menos precisión numérica?

<u>JULIO 2018</u>

Problema 2 Se considera el siguiente método iterativo

$$x_{k+1} = x_k + \left(33\times 2^{-x_k} - 1\right)\Big/\log(2)$$

Arrancar con $x_0 = 1$ y almacenar en un vector ***x*** las 20 primeras iteraciones. En cada iteración calcular la estimación del error $e_k \approx \left|x_{k+1} - x_k\right|$ y mostrar el resultado de la siguiente forma:

Valor iteración 23.3617731337789320 Valor del error 2.2362e+01

Sea *s=x(end)*. ¿Es convergente la sucesión? ¿A qué valor converge?.

Dibujar la gráfica de x.

A partir del vector x y del valor de s, calcular el vector Erel de los errores relativos. Dibujar la gráfica de Erel con el formato adecuado.

A partir del vector Erel, calcular el vector Ncifras del número de cifras de precisión. Dibujar la gráfica de Ncifras con el formato adecuado.

¿Cuántas cifras de precisión se obtienen?. ¿Cuántas iteraciones son necesarias para alcanzar esa precisión?. ¿Qué clase de convergencia (lineal, cuadrática,…) se ha producido?. Justificar.

Comprobar que s, es la solución de la ecuación $2^{-x} - 33 = 0$. Despejar x de la ecuación y compararla con el valor de s.

Modificar el script anterior para calcular la solución de la ecuación $2^{-x} - 35 = 0$. ¿Cuál es la solución de esta ecuación?.

JULIO 2017

Dada la función $f(x)=x^2-e^{-x}$.

a) Realizar una gráfica de la función f(x) en el intervalo [-2, 2]. Dar un intervalo aproximado con una longitud máxima de 1 donde se encuentre la raíz a partir de la gráfica. Demostrar analíticamente que en dicho intervalo existe al menos una raíz.

b) Implementar y ejecutar el siguiente método $x_{n+1}=\sqrt{e^{-x_n}}$ para encontrar la raíz de f(x) partiendo de $x_0=1$
El método deberá iterar hasta que el error $e_n \approx |x_n - x_{n-1}| < 1e-10$. El código deberá en cada iteración imprimir, el número de iteración, la raíz obtenida y el error utilizando el siguiente formato:

'Iter %d Sol %.15f Error %e\n'

c) Implementar y ejecutar el siguiente método

$$z_0=a, z_{n+1}=z_n-\frac{f(z_n)}{f'(x_n)}$$
$$x_0=b, x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

que calculará la raíz x_n de f(x) partiendo de $a=0.5, b=1.0$ e iterando hasta que el error $e_n \approx |x_n - z_n| < 1e-10$. El código deberá en cada iteración imprimir, el número de iteración, la raíz obtenida y el error utilizando el siguiente formato:

'Iter %d Sol %.15f Error %e\n'

d) A la vista de los resultados obtenidos con ambos métodos: ¿Cuál es el orden de convergencia de cada método? Justificar la respuesta.

JULIO 2016

a) Implementar un *script* o una *function* de Matlab (utilizando el comando *for* o el comando *while*) que realice la siguiente iteración:

$$\begin{cases} x_{n+1}=1+\dfrac{1}{x_n}+\dfrac{1}{x_n^{\,2}} & n=0,1,2,.... \\ x_0=7/4 \end{cases}$$

hasta calcular x_{100}. Asignar a una variable s este valor. Guardar los valores x_n en un vector llamado *aprox_x*. Dibujar la gráfica de aprox_x. (con el atributo '.'). ¿El método converge o diverge? En su caso, ¿a qué valor converge?

b) A partir del vector *aprox_x* calcular los errores relativos de x_n con respecto a s. Dibujar la gráfica de los errores relativos.

c) ¿Cuántas iteraciones son necesarias para que x_n alcance 15 cifras significativas de precisión? ¿Cuántas iteraciones son necesarias por cada cifra significativa de precisión? Dibujar la gráfica que muestre estos resultados.

JULIO 2015

Dada la siguiente función: $f(x) = e^{2x} - x - 6$

a) Dibujar la gráfica de la función en el intervalo [0,2]. Dar un intervalo de longitud menor a 0.5 donde exista una raíz.

b) Aplicar el método de la bisección con un máximo de 50 iteraciones para calcular la raíz de f(x) en el intervalo identificado en el apartado anterior. (Nota: No olvidar incluir el código del método de la bisección empleado)

c) Dado el siguiente método: $x_{n+1} = \dfrac{(2x_n - 1)e^{2x_n} + 6}{2e^{2x_n} - 1}$; implementar el método y aplicarlo para calcular la raíz de f(x) arrancando en el punto $x_0 = 0.5$, teniendo en cuenta que el número máximo de iteraciones es 50 y que el método deberá detenerse si la tolerancia $(x_{n+1} - x_n) < 1e-16$. En cada iteración el método debe proporcionar la siguiente información:

```
'Iteracion: %d  Raíz: %.15f  Error: %.15f \n'
```

Donde el error se definirá como $abs(x_n - sb)$ siendo sb la raíz encontrada por el método de la bisección en el apartado b)

d) Realizar una gráfica que represente la evolución del error en cada iteración. Identificar y justificar la velocidad de convergencia del método.

JULIO 2014

a) Si empezamos suficientemente cerca, la iteración $x_{n+1} = \dfrac{2 + x_n}{1 + x_n}$ converge hacia $s = \sqrt{2}$.

Escribir un bucle que haga 30 iteraciones aplicando la fórmula anterior empezando en $x_0 = 1$. En cada paso del bucle usar el comando fprintf() para volcar por pantalla:

- Número de iteración (%2d).
- Estimación de $\sqrt{2}$ en dicha iteración con 15 decimales (%.15f).
- Valor absoluto del error (%.2e).
- Número de cifras significativas de precisión (%2d).

¿Cuántas iteraciones son necesarias para alcanzar 15 cifras significativas de precisión?.

¿Cuál es la velocidad de convergencia (lineal, cuadrática, etc.) de este método?. Justificar la respuesta.

b) Repetir el apartado anterior, ahora con la iteración $x_{n+1} = \dfrac{(x_n)^2 + 2}{2x_n}$.

¿Cuántas iteraciones son necesarias para alcanzar 15 cifras significativas de precisión?.

¿Cómo se denomina este método iterativo?. Justificar la respuesta.

¿Cuál es la velocidad de convergencia (lineal, cuadrática, etc.) de este método?. Justificar la respuesta.

c) Con el método iterativo del apartado anterior, calcular $s = \sqrt{3}$, con 15 cifras significativas de precisión.