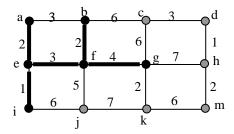
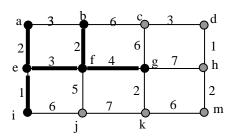
Alumno

Tiempo total para la prueba: 1 hora 30 minutos

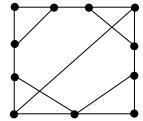
Responded a los ejercicios 3, 6 y 8 en esta misma hoja

- 1. Un grafo G y su complementario son ambos 4-regulares. Demostrar que G tiene un número impar de vértices.
- 2. Sea G un grafo simple de 14 vértices tal que el grado de cada vértice es al menos 8 y el número de aristas es múltiplo de 23. Se pide:
 - (a) Demostrar que G es conexo y no es bipartido.
 - (b) Hallar el número de aristas de G.
- Describe el algoritmo de Prim. En el grafo de la figura aparece la situación tras aplicar parcialmente este algoritmo. Indica cuáles son los dos pasos siguientes, utilizando un dibujo para cada paso del algoritmo.



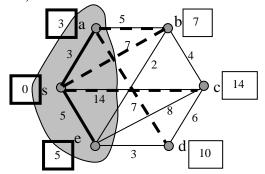


- 4. Demuestra que la arista de menor peso de un corte en un grafo ponderado G siempre pertenece al árbol generador mínimo de G.
- 5. Construye el árbol cuyo código de Prüfer es [5,5,1,1,5,3,3]. ¿Se puede conocer el grado de cada vértice mirando sólo al código?
- 6. Definición de diámetro de de un grafo. Indica cuál es el diámetro del grafo de la figura y un camino diametral.



7. Define arista puente de un grafo. Un grafo G tiene todos sus vértices de grado par. ¿Puede tener vértices-corte? ¿y aristas puente? Presenta ejemplos si las respuestas son positivas o razona la imposibilidad en caso negativo. Construye un grafo 3-regular con un puente.

- 8. En el grafo ponderado de la figura se están calculando, por el algoritmo de Dijkstra, las distancias desde s a cada uno de los restantes vértices del grafo. Los vértices s, a y e (éste en último lugar) han alcanzado su etiqueta definitiva (enmarcada en trazo grueso), mientras que en el resto de vértices aparece su etiqueta provisional (enmarcada en trazo fino).
 - a) Describe el siguiente paso del algoritmo, indicando las etiquetas que cambian y el siguiente vértice en alcanzar la etiqueta definitiva
 - b) ¿Cómo queda el árbol de caminos mínimos después de ese paso?



- 9. El grafo de la figura describe una red de pasadizos subterráneos en el juego DANGERPATHS. La etiqueta de cada arista indica el *nivel de peligrosidad* de atravesar el correspondiente pasadizo (cuanto mayor sea la etiqueta mayor será el peligro). El *nivel de peligrosidad* de un camino entre dos vértices de la red es el nivel máximo de los pasadizos que se recorran en el camino. Por ejemplo el camino bged tiene un nivel 8 de peligrosidad. Queremos construir los caminos más seguros (de menor nivel) entre cada par de vértices. Describe un algoritmo que construya dichos caminos y demuestra que es correcto. Aplícalo al grafo de la figura.
 - Indicación: Existe un árbol generador de la red que contiene un camino de nivel mínimo entre cada par de vértices.

