

Control 2

Alumno .....

Tiempo total para la prueba: 100 minutos

Utilizad los dibujos de los ejercicios 4 y 6 en vuestras respuestas.


**Antes de empezar a responder lee atentamente todos los enunciados. Cuando termines tu respuesta a un ejercicio vuelve a leer el enunciado y comprueba que has respondido a lo que se pregunta.**

1. (1,5 puntos)

- Diseña una red que tolere el fallo de dos de sus nodos y de tres de sus aristas. ¿Cuál debe ser su grado mínimo? (El orden y el tamaño de la red deben ser tan pequeños como se pueda)
- Demuestra que un grafo simple  $G$  es 2-conexo si y sólo si para cada vértice  $u$  y cada arista  $e$  de  $G$  existe un ciclo de  $G$  que contiene a ambos.

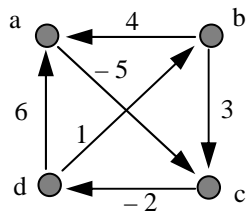
2. (1 punto)

¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Demuéstralas o encuentra un contraejemplo.

- Si un grafo  $G$  es bipartido y 2-conexo entonces es euleriano.
- Todo grafo bipartido euleriano tiene un número par de aristas.

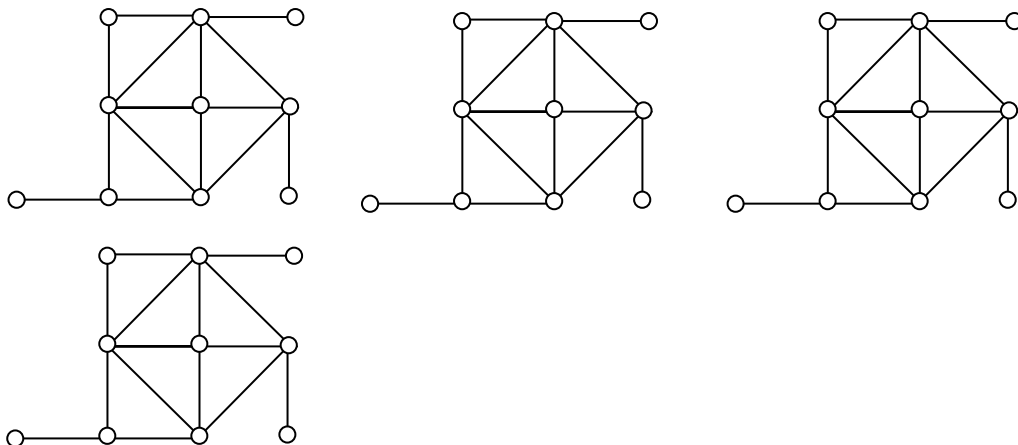
3. (1,5 puntos)

Describe brevemente el algoritmo de Bellman-Ford. Aplícalo al digrafo de la figura partiendo del vértice  $b$ . (Son suficientes dos iteraciones completas).



4. (2 puntos)

- Define emparejamiento y recubrimiento por vértices en un grafo.
- Construye un emparejamiento maximal no máximo, un emparejamiento máximo, un recubrimiento minimal no mínimo y un recubrimiento mínimo en el grafo de la figura, justificando todas las construcciones.



(c) Entre los participantes en un rally se pueden formar 50 parejas de piloto-copiloto, pero cada participante sólo puede emparejarse con otros cinco participantes. Demuestra que puede celebrarse la competición con al menos 10 vehículos, cada uno de ellos con su pareja de piloto-copiloto

5. (1 punto)

Construye un emparejamiento estable (de dos formas distintas) para los conjuntos  $X=\{x,y,z,w,t\}$  y  $A=\{a,b,c,d,e\}$ , siendo las preferencias:

x: $c > a > e > d > b$	a: $x > z > w > y > t$
y: $a > e > b > c > d$	b: $w > t > x > y > z$
z: $a > c > d > b > e$	c: $w > y > t > z > x$
w: $c > e > b > d > a$	d: $x > t > z > w > y$
t: $e > c > b > d > a$	e: $t > x > z > w > y$

6. (3 puntos)

Enuncia el Teorema de Ford-Fulkerson definiendo los conceptos que aparecen en el enunciado. **Demuestra el teorema de Ford-Fulkerson.** En la red de la figura circula un flujo  $f$  de valor 5. Las etiquetas de cada arista indican su capacidad (en negrita y en primer lugar) y el valor actual del flujo (en segundo lugar y en recuadro). Indica un camino de  $f$ -aumento en la red con arista de retroceso. Aplica el algoritmo de etiquetado para obtener un flujo de valor máximo. Comprueba el enunciado del teorema en esta red.

