

-
- Duración del examen: 50 minutos.
 - **Incluir códigos empleados, resultados, gráficas y comentarios pedidos.** No se darán por válidos los resultados que no se deriven de la secuencia de sentencias incluidas en la solución de cada ejercicio.
 - Las notas y el procedimiento para la revisión del examen se comunicarán a través de Moodle.
-

EJERCICIO 1 (6 puntos)

1. Escribir el código que calcule $g = \sqrt{8+h} - \sqrt{8-h}$ para los valores de $h=2^k$ con $k=45,46,\dots$ (entero positivo a partir de 45) mientras g sea distinto de 0 (se pare cuando g sea distinto de 0) y mediante `fprintf` en cada línea muestre los resultados de $h=2^k$ con k en formato `%2d` y g en formato `%0.20f` del tipo:

`h=2^46 g=0.000000000000000488498`

`h=2^47 g=0.000000000000000222045`

`.....`

¿En qué valor de k se para el procedimiento y cuál crees que es la causa?

2. Se va a estudiar la implementación en Matlab de las siguientes expresiones matemáticas equivalentes

$$\frac{2h}{\underbrace{\sqrt{8+h} + \sqrt{8-h}}_f} = \underbrace{\sqrt{8+h} - \sqrt{8-h}}_g$$

para los valores de $h=2^k$ con $k=1:54$. Para ello:

- Construir los vectores f y g para los valores de h señalados.
- A partir de los vectores f y g calcular el vector de errores relativos, que llamaremos e , tomando f como valores exactos. Crear el vector `cif` de cifras decimales significativas.
¿Qué error relativo se comete para $k \geq 51$ y cuántas cifras decimales de precisión produce? ¿A qué crees que debe?
- Dar la gráfica del nº de cifras significativas ('*r') respecto k .
- Comentar los resultados anteriores, explicando el comportamiento de los errores y cifras decimales respecto del valor de h .

EJERCICIO 2 (4 puntos)

Se va a interpolar la función $f(x)=2\sin(x)+x^2$ en los puntos $x_i=[0:2]'$ por las funciones que se describen a continuación:

1. Interpolar $f(x)$ en x_i por $p(x)$ polinomio de grado mínimo ¿Cuál es el grado del polinomio?
 - Generar la matriz H de coeficientes de las incógnitas y el vector B de términos independientes del sistema lineal que resulta de plantear el problema de interpolación y mostrar el vector de coeficientes del polinomio resultante.
 - Construir el vector del error de interpolación (lo llamaremos `error`) que se comete al aproximar $f(x)$ por $p(x)$ en los puntos $xx=[0:0.01:2]$. Dar la gráfica que incluya el error de interpolación en xx (rojo) y los puntos donde se interpola (asteriscos rojos). Justificar cuál es el valor mínimo del error y en qué puntos se alcanza.
2. Interpolar $f(x)$ por un polinomio $p_2(x)$ de la forma $p_2(x)=a+2x+bx^2+cx^3$ en los nodos x_i .
 - Generar la matriz H_2 de coeficientes de incógnitas y el vector B_2 de términos independientes del sistema lineal que resulta del correspondiente problema de interpolación. Resolver el sistema lineal resultante y mostrar los valores del vector B_2 y de las incógnitas pedidas.
 - ¿Cuántas cifras decimales significativas produce $p_2(0.1)$ para estimar $f(0.1)$?