



POLITÉCNICA

1º Grado en Ingeniería Informática

Lógica

4ª Prueba de Trabajo en Grupo

Semántica y resolución en LPO

Grupo: 21

Estudiante: Sergio González

Estudiante: Sergio Heras

Estudiante: Pablo Tesoro

1. Formalización

1.1 (0.5p) Con 1 predicado y 1 función, sobre $D = \mathbb{N}$:

“Cualquier número impar multiplicado por 2 es par”

$P(x)$ = x es par

$F(x)$ = x multiplicado por 2

$\forall x (\neg P(F(x)) \rightarrow P(x))$

1.2 (0.75p) Con 2 predicados, sobre $D = \text{alumnos}$:

“Ningún alumno aprueba Lógica sin estudiar”

$P(x)$ = x aprueba lógica

$S(x)$ = x estudia lógica

$\neg \exists x (P(x) \wedge \neg S(x))$

“Cuando al menos un alumno no estudia, todos suspenden lógica”

$P(x)$ = x estudia

$S(x)$ = x suspende lógica

$\exists x \neg P(x) \rightarrow \forall x (S(x))$

“Al menos un alumno que estudia aprueba”

$P(x)$ = x aprueba

$S(x)$ = x estudia

$\exists x (S(x) \rightarrow P(x))$



POLITÉCNICA

1º Grado en Ingeniería Informática

Lógica

4ª Prueba de Trabajo en Grupo

2. (2p) Demuestra **semánticamente** sobre $D = \{1, 2\}$, si la siguiente argumentación es consecuencia lógica. Justifica la respuesta mediante la interpretación de fórmulas.

$$\{\forall x(P(x, x) \rightarrow Q(x)), \neg Q(a), P(a, b) \wedge P(b, a)\} \models? \neg \exists x P(x, x)$$

$$i(\forall x(P(x, x) \rightarrow Q(x)))=V \text{ sii}$$

$$y \begin{cases} i(P(a, a) \rightarrow Q(a))=V \text{ sii } i(P(a, a))=F \text{ o bien } i(Q(a))=V \\ i(P(b, b) \rightarrow Q(b))=V \text{ sii } i(P(b, b))=F \text{ o bien } i(Q(b))=V \end{cases}$$

$$i(\neg Q(a))=V \text{ sii } i(Q(a))=F$$

$$i(P(a, b) \wedge P(b, a))=V \text{ sii}$$

$$i(P(a, b))=V$$

y

$$i(P(b, a))=V$$

$$i(\neg \exists x P(x, x))=F \text{ sii}$$

$$y \begin{cases} i(P(a, a))=F \\ i(P(b, b))=F \end{cases}$$

$$\text{Dom}=\{1, 2\}$$

$$i(a)=1 \quad i(b)=2$$

$$i(P^2)=\{<1, 2>, <2, 1>\}$$

$$i(Q^1)=\{ \}$$

3. Pasar a forma clausular la siguiente argumentación (1.25p)

$$T [\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists x Q(x, x)] \quad \vdash \quad \exists x \exists y R(x, y) \rightarrow \forall z Q(x, z)$$

$$A = \forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists x Q(x, x)$$

$$\text{Prenex}(A) = \forall z \exists y \exists x (P(z, y) \rightarrow \exists x Q(x, x))$$

$$\text{Cierre}(A) = \forall z \exists y \exists x (P(z, y) \rightarrow \exists x Q(x, x))$$

$$\text{FNC}(A) = \forall z \exists y \exists x (\neg P(z, y) \vee Q(x, x))$$

$$\text{FNS}(A) = \forall z (\neg P(z, f(z)) \vee Q(g(z), g(z)))$$

$$\text{FC}(A) = \{(\neg P(z, f(z)) \vee Q(g(z), g(z)))\}$$



POLITÉCNICA

1º Grado en Ingeniería Informática

Lógica

4ª Prueba de Trabajo en Grupo

4. Obtener el UMG (justificando la respuesta) de los siguientes literales (1.25p)

$P(g(x), x, g(h(t)), t)$

$P(y, h(z), y, b)$

α	$A \alpha$	$B \alpha$	tA, tB
$\{\lambda\}$	$P(g(x), x, g(h(t)), t)$	$P(y, h(z), y, b)$	$y, g(x)$
$\{y/g(x)\}$	$P(g(x), x, g(h(t)), t)$	$P(g(x), h(z), g(x), b)$	$x, h(z)$
$\{y/g(h(z)), x/h(z)\}$	$P(g(h(z)), h(z), g(h(t)), t)$	$P(g(h(z)), h(z), g(h(z)), b)$	z, t
$\{y/g(h(t)), x/h(t), z/t\}$	$P(g(h(t)), h(t), g(h(t)), t)$	$P(g(h(t)), h(t), g(h(t)), b)$	z, b
$\{y/g(h(t)), x/h(t), t/b, z/b\}$	$P(g(h(b)), h(b), g(h(b)), b)$	$P(g(h(b)), h(b), g(h(b)), b)$	

A y B son unificables y su UMG es: $\{y/g(h(t)), x/h(t), t/b, z/b\}$.

5. Demuestra por resolución con UMG si el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfacible (2.25p):

C1: $\neg P(x, y) \vee \neg Q(x) \vee R(y)$
 C2: $\neg P(x, y) \vee \neg S(x) \vee \neg R(f(y))$
 C3: $\neg S(x) \vee Q(x)$
 C4: $S(f(x)) \vee S(f(y))$
 C5: $P(x, f(x))$

Factorización.

$(S(f(x)) \vee S(f(y))) \{y/x\} = S(f(x)) \vee S(f(x)) = S(f(x))$

Demostración.

C1: $\neg P(x, y) \vee \neg Q(x) \vee R(y)$
 C2: $\neg P(x, y) \vee \neg S(x) \vee \neg R(f(y))$
 C3: $\neg S(x) \vee Q(x)$
 C4: $S(f(x)) \vee S(f(y)) = S(f(x))$
 C5: $P(x, f(x))$

(C3,C4) $\{x1/x2\}$	R1: $Q(x2)$
(R1,C1) $\{x2/x3\}$	R2: $\neg P(x3, y3) \vee R(y3)$
(R2,C5) $\{x3/x4, y3/f(x4)\}$	R3: $R(f(x4))$
(C4,C2) $\{x5/x6\}$	R4: $\neg P(x6, y6) \vee \neg R(f(y6))$
(R4,C5) $\{x6/x7, y6/f(x7)\}$	R5: $\neg R(f(x7))$
(R3,R5) $\{x4/x7\}$	R6: \square

Como hemos llegado a una contradicción, el conjunto de cláusulas es INSATISFACIBLE.

6. Formaliza el siguiente argumento en lógica de primer orden sobre el dominio de los animales (0.5p), pasa a forma clausular con cláusulas de Horn (0.5p) y demuestra si es correcto mediante **resolución SLD** (1p):

Todos los rinocerontes tienen un cuerno. Todos y sólo los rinocerontes son dignos de ser cazados. Por tanto, todos los animales dignos de ser cazados tienen un cuerno.

1) Formalización.

- $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$
- $\forall x (R(x) \rightarrow P(x))$
- $\neg \forall x (R(x) \rightarrow Q(x))$

2) Forma Clausular.

A1: $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ ya está en forma prenex y presenta el cierre existencial.

$\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$ Formal Normal Conjuntiva

$\{\neg P(x) \vee Q(x)\}$ Forma Clausular

$\{Q(x) \vee \neg P(x)\}$ Forma Clausular con cláusulas de Horn

A2: $\forall x (R(x) \rightarrow P(x))$ ya está en forma prenex y presenta el cierre existencial.

$\forall x (\neg R(x) \vee P(x))$ Formal Normal Conjuntiva

$\{\neg R(x) \vee P(x)\}$ Forma Clausular

$\{P(x) \vee \neg R(x)\}$ Forma Clausular con cláusulas de Horn



POLITÉCNICA

1º Grado en Ingeniería Informática

Lógica

4ª Prueba de Trabajo **en Grupo**

¬B: $\neg \forall x (R(x) \rightarrow Q(x))$

$\exists x \neg (R(x) \rightarrow Q(x))$ forma prenex y cierre \exists

$\exists x \neg (\neg R(x) \vee Q(x))$ $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

$\exists x (\neg \neg R(x) \wedge \neg Q(x))$ Morgan

$\exists x (R(x) \wedge \neg Q(x))$ Elim \neg , FNC

$R(a) \wedge \neg Q(a)$ FNS

$\{R(a), \neg Q(a)\}$ FC

$FC = \{Q(x) \vee \neg P(x), P(x) \vee \neg R(x), R(a), \neg Q(a)\}$

C1: $Q(x) \vee \neg P(x)$

C2: $P(x) \vee \neg R(x)$

C3: $R(a)$

C4: $\neg Q(a)$

(C1, C4) $\{x/a\}$ R1: $\neg P(a)$

(R1, C2) $\{x/a\}$ R2: $\neg R(a)$

(R2, C3) R3: \square

Al llegar a una contradicción podemos afirmar que el conjunto de cláusulas es insatisfacible, por tanto el argumento es correcto