

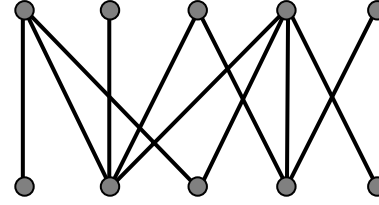
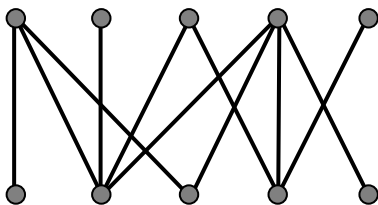
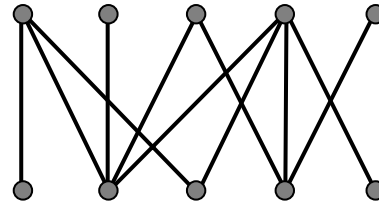
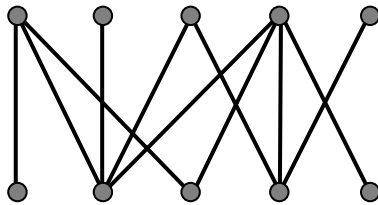
Alumno .....

Tiempo total para la prueba: 1 hora 45 minutos

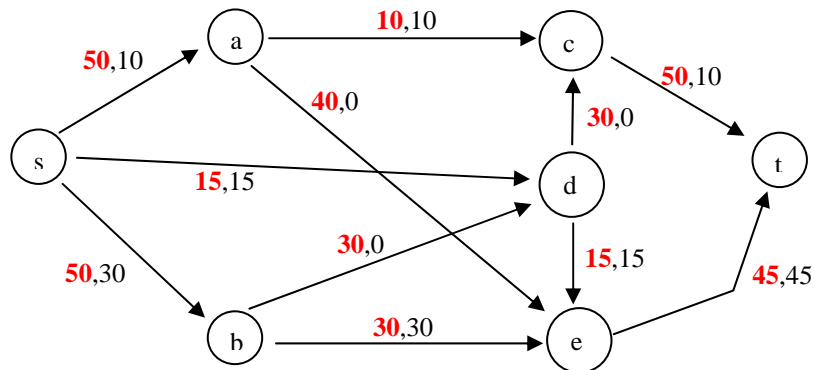
1. Definición de emparejamiento en un grafo. Definición de recubrimiento por vértices en un grafo.

En el grafo de la figura indica:

- (a) Un emparejamiento maximal no máximo y un emparejamiento máximo.
- (b) Un recubrimiento por vértices minimal no mínimo y un recubrimiento mínimo.
- (c) ¿Qué relación existe entre los cardinales de emparejamientos y recubrimientos en un grafo cualquiera? Demuéstrala. ¿Y en un grafo bipartido?
- (d) Describe un ejemplo en el que el cardinal de un emparejamiento máximo sea diferente del cardinal de un recubrimiento mínimo.
- (e) Demuestra que todo grafo bipartido tiene un emparejamiento M de tamaño al menos  $q/\Delta$ .



2. Enuncia el Teorema de Ford-Fulkerson definiendo los conceptos que aparecen en el enunciado. En la red de la figura circula un flujo  $f$  de valor 40. Las etiquetas de cada arista indican su capacidad (en rojo) y el valor actual del flujo. Indica un camino de  $f$ -aumento en la red con arista de retroceso. Aplica el algoritmo de etiquetado para obtener un flujo de valor máximo. Comprueba el enunciado del teorema en esta red.



3. (a) Hallar la función generatriz para el número de formas en que se puede obtener suma  $n$  cuando se lanzan 9 dados distintos. Calcular el número de formas en que se puede obtener la suma 32.
- (b) Ahora las tiradas con alguna puntuación impar no se consideran. Hallar la función generatriz en este caso.
4. Hallar la función generatriz de la sucesión que cumple la siguiente relación de recurrencia y resolver la relación

$$a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2} \quad a_0 = 2, a_1 = 6$$

5. Enuncia el teorema de Menger.
6. Construir un emparejamiento estable para los conjuntos  $X = \{x, y, z, w\}$  y  $A = \{a, b, c, d\}$ , siendo las preferencias:

x: $a > b > c > d$	a: $z > x > y > w$
y: $a > c > d > b$	b: $y > w > z > x$
z: $c > d > a > b$	c: $w > x > y > z$
w: $c > b > a > d$	d: $y > x > z > w$