



Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

Ejercicio 1:

- a) Dado el lenguaje $L = \{x \in \{a, b\}^* / x = x^1\}$. Construir una gramática G que genere el lenguaje L , indicando qué tipo de gramática es. (5 puntos)
- b) Dado el lenguaje $L = \{a^m b^n c^k / m = n + k\}$. Construir una gramática G que genere el lenguaje L , indicando qué tipo de gramática es. (5 puntos)

25 minutos

a) $G = (\Sigma_T = \{a, b\}, \Sigma_N = \{S\}, S, P)$

$$P \equiv \left\{ \begin{array}{l} S ::= aSa \mid bSb \mid a \mid b \end{array} \right\}$$

Gramática tipo 2. Gramática independiente contexto

b) $G = (\Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{S, A\}, S, P)$

$$P \equiv \left\{ \begin{array}{l} S ::= aSc \mid A \\ A ::= aAb \end{array} \right\}$$

Gramática tipo 2. Gramática independiente contexto



Apellidos:

SOLUCIÓN

Nombre:

Ejercicio 2:

Dada la expresión regular, $R_0 = 0(1^* + 0^*0)1$, construir el Autómata Finito que la reconoce, por medio de derivadas. (10 puntos)

$$D_0(R_0) = (1^* + 0^*0)/1 = R_1$$

$$D_0(R_0) = R_1$$

$$D_1(R_0) = \phi$$

$$\begin{aligned} D_0(R_1) &= D_0((1^* + 0^*0)1) = D_0(1^* + 0^*0)1 + \lambda D_0(1) = \\ &= D_0(0^*0)1 + \phi = D_0(0^*0 + \lambda D_0(0))1 = D_0(0^*0 + \lambda)1 = \\ &= (0^*0 + \lambda)1 = \underline{0^*01 + 1} = R_2 \end{aligned}$$

$$D_0(R_1) = R_2$$

$$\begin{aligned} D_1(R_1) &= D_1(1^* + 0^*0)1 = D_1(1^* + 0^*0)1 + \lambda D_1(1) = \\ &= D_1(1^* + 0^*0) \cdot 1 + \lambda = 1^*1 + \lambda D_1(1) + \lambda = 1^*1 + \lambda = \underline{1^*} = R_3 \end{aligned}$$

$$D_1(R_1) = R_3 ; \lambda \in D_1(R_1)$$

$$D_0(R_2) = D_0(0^*01 + 1) = D_0(0^*01) + D_0(1) =$$

$$D_0(0^*)01 + \lambda D_0(01) = \underline{0^*01 + 1} = R_2 \quad D_0(R_2) = R_2$$

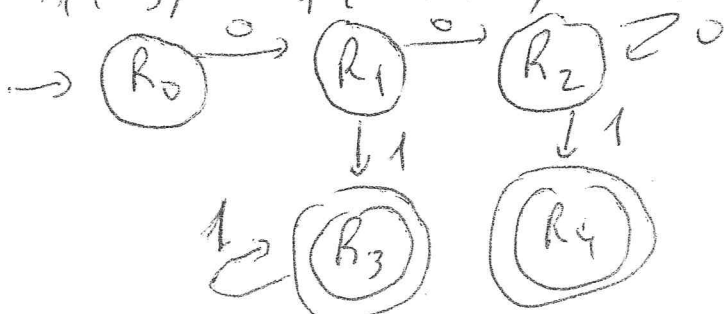
$$D_1(R_2) = D_1(0^*01 + 1) = D_1(0^*01) + D_1(1) =$$

$$= D_1(0^*01) + \lambda D_1(01) + D_1(1) = \phi + \phi + \lambda$$

$$D_0(R_3) = D_0(1^*1 + \lambda) = \phi$$

$$D_1(R_3) = D_1(1^*1 + \lambda) = 1^*1 + \lambda D_1(1) = 1^*1 + \lambda = \underline{1^*} = R_3$$

$$D_1(R_3) = R_3$$





SOLUCIÓN

Apellidos:

Nombre:

Ejercicio 3:

Sea la gramática $G = \{ \Sigma_T, \Sigma_N, S, \mathcal{P} \}$ donde $\Sigma_T = \{ 0, 1 \}$, $\Sigma_N = \{ S, A \}$, S = axioma y cuyas producciones \mathcal{P} son:

$$S ::= 0A1$$

$$A ::= 0A1 \mid A1 \mid 1$$

- a) Obtener a partir de la gramática G , utilizando el método 2, un autómata por vaciado de pila (AP) que reconozca el mismo lenguaje. (7 puntos)
- b) Comprobar el reconocimiento en el AP de las palabras 01 y 001111 y su generación en la gramática G . (2 puntos)
- c) ¿Qué lenguaje reconoce el AP y genera la gramática G ? (1 punto)

a) Obtención del autómata a pila por vaciado de pila AP (con método 2)

Construir un AP que acepte (reconozca) el lenguaje generado por una gramática: $G = \{ \Sigma_T, \Sigma_N, \mathcal{P}, S \}$. La gramática no ha de estar necesariamente en FNG.

$$AP = \{ \Sigma_T, \{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \}, \{ q \}, S, q, f, \emptyset \}$$

Σ_T = Alfabeto de entrada (Σ)

$\{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \}$ = Alfabeto de pila (Γ)

$\{ q \}$ = Q (Conjunto de estados del AP)

S = Símbolo de inicio de pila

q = estado inicial del AP

f = Función de transición (movimientos)

$F = \emptyset$ (Conjunto de estados finales)

ALGORITMO (para obtener los movimientos del AP):

1. $X \in \{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \}$, $A \in \Sigma_N$
 $\forall A ::= X$ producción de la gramática,
en AP se hace: $(q X) \in f(q \lambda A)$
2. $\forall a \in \Sigma_T$
entonces, $(q \lambda) \in f(q a a)$

Se va a construir un AP que acepte el mismo lenguaje generado por la gramática utilizando el método 2:

$$AP = \{ \{ 0, 1 \}, \{ 0, 1, S, A \}, \{ q \}, S, q, f, \emptyset \}$$

Aplicamos el ALGORITMO para obtener los movimientos del AP: la gramática NO es necesario que esté en FNG.

$$f(q \lambda S) = (q 0A1)$$

$$f(q \lambda A) = (q 0A1) (q A1) (q 1)$$

$$f(q 0 0) = (q \lambda)$$

$$f(q 1 1) = (q \lambda)$$

b) Reconocimiento en AP de las palabras 01 y 001111 y su generación en G .

AP (palabra 01): $(q 01 S) \vdash (q 01 0A1) \vdash (q 1 A1) \vdash (q 1 0A11) \vdash \text{NO ACEPTA}$

$$(q 01 S) \vdash (q 01 0A1) \vdash (q 1 A1) \vdash (q 1 A11) \vdash (q 1 111) \vdash (q \lambda 11) \vdash \text{NO ACEPTA}$$

$$(q 01 S) \vdash (q 01 0A1) \vdash (q 1 A1) \vdash (q 1 11) \vdash (q \lambda 1) \vdash \text{NO ACEPTA}$$

AP (palabra 001111): $(q 001111 S) \vdash (q 001111 0A1) \vdash (q 01111 A1) \vdash (q 01111 0A11) \vdash (q 1111 A11) \vdash (q 1111 A111) \vdash (q 1111 1111) \vdash (q 111 111) \vdash (q 11 11) \vdash (q 1 1) \vdash (q \lambda \lambda) \text{ACEPTA}$

G (palabra 01): $S \rightarrow 0A1 \rightarrow \text{NO GENERA}$

G (palabra 001111): $S \rightarrow 0A1 \rightarrow 00A11 \rightarrow 00A111 \rightarrow 001111 \text{ GENERA}$

c) El lenguaje que reconoce el AP y genera la gramática G es:

$$L = \{ 0^n 1^m / m > n \geq 1 \}$$



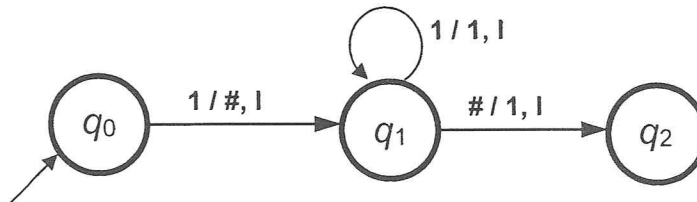
SOLUCION

Apellidos:

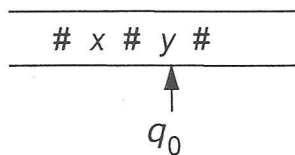
Nombre:

Ejercicio 4:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:

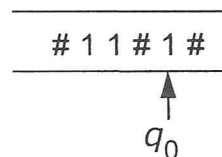


Y cuya configuración inicial es la siguiente:



Donde x e y son dos números enteros positivos codificados en unario. M inicialmente está en el estado q_0 leyendo el último 1 de y .

- a) Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal (MTU) cuando simula a la máquina M y ésta recibe como entrada:



Utilicen la siguiente codificación binaria: $q_0 \equiv 00$; $q_1 \equiv 01$; $q_2 \equiv 10$ Desplazamiento

a la izqda. I $\equiv 1$; Desplazamiento a la dcha. D $\equiv 0$

(2 puntos)

¿Qué función aritmética sobre las entradas calcula M? Explicar brevemente.

(1 punto)

- b) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de simular el primer movimiento que realiza la máquina M con la entrada del apartado a). (2 puntos)

¿A qué estado accede el módulo simulador tras recolocar el *? ¿Por qué? (2 puntos)

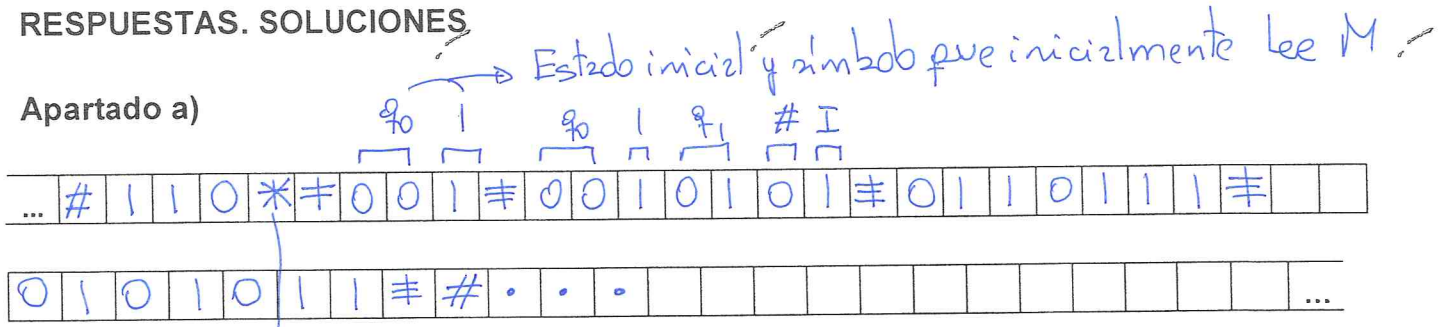
- c) ¿En qué estado se para la MTU cuando termina de simular a la máquina M con la entrada del apartado a).? ¿Por qué? Explicar brevemente. (3 puntos)

NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

Continuación ejercicio 4

RESPUESTAS. SOLUCIONES

Apartado a)



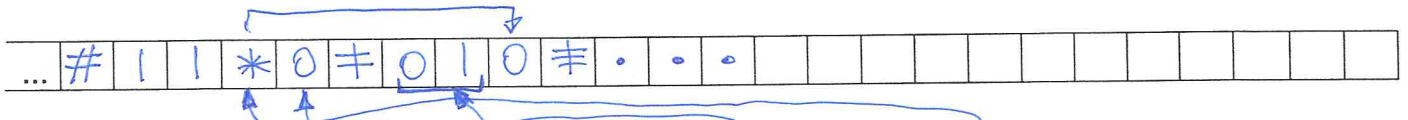
Celda que inicialmente lee M; en esa celda se sitúa el *

Hay 3 registros porque M puede ejecutar 3 movimientos diferentes.

¿Función aritmética que calcula M? $x + y$



Apartado b) (es suficiente con escribir sólo la parte de la cinta que cambia respecto al Aptdo a)



Movto de M: $f(p_0, 1) = (p_1, \#, I) \Rightarrow$ la MTU borra un 1, recoloca el * en la celda de la izquierda y transita al estado p_1 .

¿A qué estado accede el módulo simulador tras recolocar el *? q_{21} ¿Por qué?

Porque en el estado p_{20} se encuentra un 0 que memoriza (transitando a p_{21}) para almacenarlo posteriormente en la última celda del Registro de inicio.

Apartado c) ¿En qué estado se para la MTU? q_5 ¿Por qué?

El módulo localizador busca $\#101\#$ al comienzo de alguno de los registros. Ninguno empieza por esa secuencia por lo que son marcados con A's y B's. El módulo localizador (la MTU) para cuando buscando un 1 al comienzo de algún registro todavía por examinar aparece la primera celda en blanco # por la derecha. El módulo localizador se para en (p_5) .

