

Control 2

Alumno

Tiempo total para la prueba: 1 hora 40 minutos

El ejercicio 7 debe responderse en esta hoja.

1. (1,5 puntos)

- Define grafo 2-conexo y grafo 3-aristoconexo.
- Dibuja un grafo simple con al menos 7 vértices que sea 3-aristoconexo pero no sea 2-conexo. Justifica que el grafo dibujado cumple las condiciones pedidas.
- Demuestra que un grafo simple G es 2-conexo si y sólo si para cada terna de vértices u, v y z de G existe un camino de u hasta v que pasa por z .

2. (1,5 puntos)

Una red euleriana de 18 computadoras admite fallos en 5 cualesquiera de ellas sin que la red deje de funcionar. Cada una de ellas está conectada a lo sumo con otras 10 y el número total de conexiones entre computadoras es múltiplo de 25. Comprueba que la red no se puede representar en un plano sin cruces en las conexiones e indica cuál es la sucesión de grados de la red sabiendo que hay un número primo de nodos de cada uno de los grados posibles.

3. (1,5 puntos)

- Enuncia la fórmula de Euler para grafos planos y conexos.
- Demuestra que si G es un grafo plano de n vértices y q aristas entonces $q \leq 3n - 6$.
- Si G es un grafo plano, conexo, con 27 aristas y tal que el grado de cada vértice es al menos tres, ¿qué se puede decir del número de regiones de G ?

4. (1 punto)

El análisis de la complejidad de un algoritmo nos lleva a la relación de recurrencia

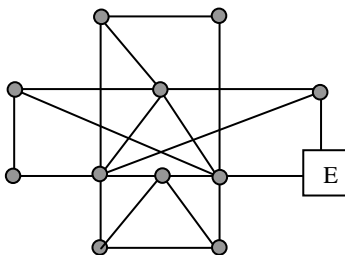
$$f(n) = 2f(n/2) + n^2$$

¿De qué orden es la complejidad del algoritmo?

5. (1,5 puntos)

El diagrama de la figura corresponde a las salas que se deben desinfectar en una fábrica. Los nodos representan las salas y las conexiones los pasillos utilizables. El equipo de desinfección precinta las salas una vez desinfectadas porque no se puede entrar en ellas en 24 horas. La entrada (y salida) de la fábrica está indicada por la letra E. Se pide:

- Interpreta si la desinfección es posible (en un solo día) en términos de grafos.
- ¿Se puede dibujar el diagrama sin que se corten las líneas correspondientes a los pasillos?
- ¿El diagrama es un grafo orientable? En caso afirmativo indica una orientación.



6. (1,5 puntos)

¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Demuéstralas o encuentra un contraejemplo.

- Todo grafo bipartido hamiltoniano tiene un número par de aristas.
- Todo grafo bipartido euleriano es 2-conexo.
- Todo grafo de 7 vértices y 15 aristas ($15 = 3 \cdot 7 - 6$) es planar.

7. (1,5 puntos)

¿Qué significa que un algoritmo garantice una solución 2-aproximada para un problema de optimización? Describe una aproximación con ese factor para el “Problema del Viajante” utilizando las siguientes viñetas. Los vértices del grafo G aparecen en la primera viñeta, las aristas de G son todos los segmentos que unen cada par de vértices y el peso de cada arista es la distancia euclídea entre sus extremos. En la segunda viñeta aparece el árbol generador mínimo. Dibuja los pasos siguientes en las viñetas sucesivas y descríbelos brevemente. Demuestra que el algoritmo descrito es una 2-aproximación.

