322 $f(x,y)=(x-1)^3+(y-2)^2-3(x-1)^2(y-3)$

(a) Extr. locales y ptos de silla de f en $\mathbb{R}^2$

Como f es DIF en $\mathbb{R}^2$ (f_x, f_y cont en $\mathbb{R}^2$)

únicos candidatos:

$$\begin{cases} f_x=0 \\ f_y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3(x-1)^2-6(x-1)(y-3)=0 \\ 2(y-2)-3(x-1)^2=0 \end{cases}$$

$$1^a \Rightarrow (x-1)(x-2y+5)=0 \begin{cases} \to x=1 & (i) \\ \vee \\ \to x=2y-5 & (ii) \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} x=1 \\ 2(y-2)=0 \end{cases} \Rightarrow P_1(1,2)$$

 $\simeq 7'$ de cuentas

$$(ii) \begin{cases} x=2y-5 \\ 2y-4-3(x-1)^2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} P_2(2, 7/2) \\ P_3(1/3, 8/3) \end{matrix}$$

- CLASIFICACIÓN:

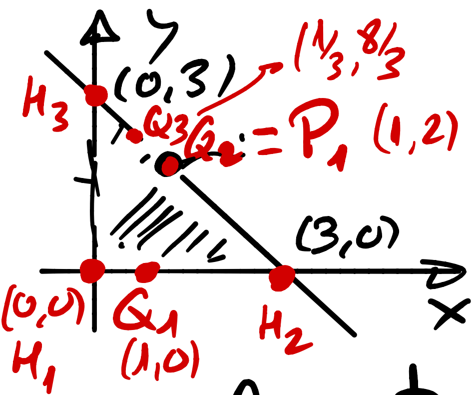
$$H=\begin{pmatrix} 6(x-1)-6(y-3) & -6(x-1) \\ -6(x-1) & 2 \end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix} x-y+2 & 1-x \\ 1-x & 1/3 \end{pmatrix}$$

- $H(P_1)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}\cdot 6$; $|H(P_1)|>0 \wedge f_{xx}>0$ $\Rightarrow P_1$ mín. rel

- $H(P_2)=\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$ $|H(P_2)|<0 \Rightarrow P_2$ pto silla

• $H(P_3) = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad |H(P_3)| < 0 \quad$ P_3 pto Silla

(b) Ext. absolutos de $f(x,y)$ y dónde se alcanzan cuando $\Omega = \{(x,y) : x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq 3\}$



• b-1 Ext. rel. de f en Ω

$P_1(1,2) \in \Omega$

• b-2 Ext. rel. de f condicionados por el contorno de Ω ¡¡TRES CONTORNOS!!

(i) $y = 0 \wedge x \in [0,3] \longrightarrow f(x) = (x-1)^3 + 4 + 9(x-1)^2$

entro en $f(x,y)$ ¿extremos?

$$f'(x) = 3(x-1)^2 + 18(x-1) = 3(x-1)(x-1+6) = 0$$

$$\Longleftrightarrow x = 1 \vee x = -5 \ \underline{\text{NO}}$$

$Q_1 = (1,0)$

(ii) $x = 0 \wedge y \in [0,3] \rightarrow f(y) = -1 + (y-2)^2 - 3(y-3)$

$$f'(y) = 0 = 2(y-2) - 3 = 2y - 7 \ ; \ y = 7/2 = 3'5$$

$$(0, 7/2) \notin \Omega$$

(iii) $x + y = 3 \rightarrow y - 3 = -x \Rightarrow y - 2 = -x + 1$

$$f(x) = (x-1)^3 + (x-1)^2 + 3x(x-1)^2$$

$$f'(x) = 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 3(x-1)^2 + 6x(x-1)$$

$$= \cancel{6}^{\,3}(x-1)^2 + (x-1)\cancel{(2+6x)}^{\,1+3x} = 0$$

$$(x-1)[3x - 3 + 1 + 3x] \qquad 6x - 2$$

$$\begin{cases} x = 1 \rightarrow (1,2)\ Q_2 \\ x = 1/3 \quad Q_3(1/3, 8/3) \end{cases}$$

KO

$\underset{(1)}{\underline{P_1(1,2)}}$; $\underset{(2)}{\underline{Q_1(1,0)}}$; $\underline{Q_2(1,2)}$; $\underset{(3)}{\underline{Q_3(1/3, 8/3)}}$

$f(P_1) = 0$

$f(Q_1) = 4$

$$f(Q_3) = -\frac{8}{27} + \frac{4}{9} - 3 \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$= -\frac{8}{27} + \frac{8}{9} = \frac{-8+24}{27} = \frac{16}{27}$$

b-3 ¡¡ OJO !! Ptos en los que el contorno NO ES DERIVABLE (pts no regulares) ¡¡ LAS "ESQUINAS" !!

$\underset{(4)}{\underline{H_1(0,0)}}$; $\underset{(5)}{\underline{H_2(3,0)}}$; $\underset{(6)}{\underline{H_3(0,3)}}$

$$f(x,y) = (x-1)^3 + (y-2)^2 - 3(x-1)^2(y-3)$$

$f(H_1) = -1 + 4 - 3 \cdot 1 \cdot (-3) = 12$

$f(H_2) = 8 + 4 - 3 \cdot 4 \cdot (-3) = 48$

$f(H_3) = -1 + 1 = 0$

$\Rightarrow$ MÁX ABS. de f en Ω : $H_2(3, 0, 48)$

MÍN ABS. de f en Ω : $P_1(1, 2, 0)$ y $H_3(0, 3, 0)$