

Alumno

Tiempo total para la prueba: 100 minutos

Utilizad los dibujos de los ejercicios 5 y 6 en vuestras respuestas.

Antes de empezar a responder lee atentamente todos los enunciados. Cuando termines tu respuesta a un ejercicio vuelve a leer el enunciado y comprueba que has respondido a lo que se pregunta.

1. (2 puntos)

- (a) Diseña una red que tolere el fallo de 2 de sus nodos y de 3 de sus aristas y que tenga grado mínimo 4. Enuncia el teorema de Whitney y compruébalo en tu red.
- (b) Demuestra que un grafo simple G es 2-conexo si y sólo si para cada arista e y cada vértice z de G existe un ciclo de G que contiene a la arista e y al vértice z .

2. (2 puntos)

¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Justifica tus respuestas.

- a) Si G es un grafo euleriano entonces G es orientable
- b) Si G es un grafo orientable entonces G es hamiltoniano.
- c) Si G es euleriano y hamiltoniano entonces G es 3-conexo.
- d) Existen grafos de 18 vértices, 50 aristas y que son 6-conexos.
- e) Si G es hamiltoniano de orden n entonces $d(x) \geq n/2$ para cada vértice x de G .

3. (1 punto)

Los aeroplanos de una competición aérea necesitan piloto y navegante. Cada participante solo puede emparejarse con a lo sumo otros 6 participantes en la competición y, en total, hay 50 parejas posibles para pilotar los aeroplanos. Indica, justificándola, una cota inferior para el número de aeroplanos que pueden volar con las condiciones anteriores.

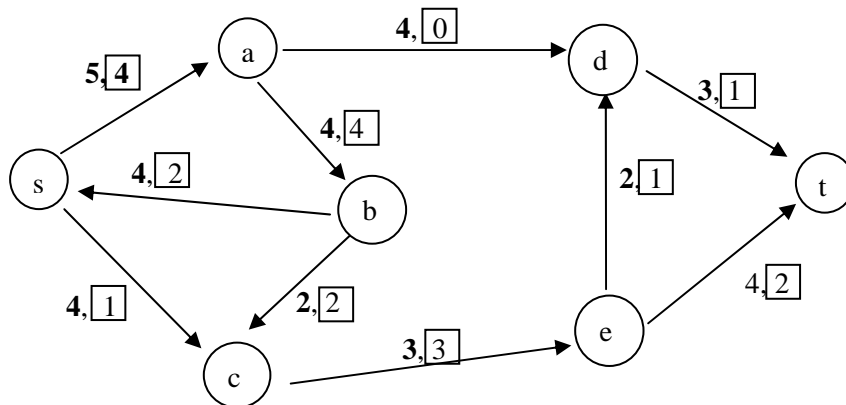
4. (1 punto)

Construye **DOS** emparejamientos estables para los conjuntos $X=\{x,y,z,w\}$ y $A=\{a,b,c,d\}$, siendo las preferencias:

x: $b > c > a > d$	a: $x > z > y > w$
y: $a > d > c > b$	b: $y > z > x > w$
z: $a > b > d > c$	c: $y > w > x > z$
w: $b > a > c > d$	d: $x > z > y > w$

5. (2,5 puntos)

Enuncia el Teorema de Ford-Fulkerson definiendo los conceptos que aparecen en el enunciado. **Demuestra el teorema de Ford-Fulkerson.** En la red de la figura circula un flujo f de valor 3. Las etiquetas de cada arista indican su capacidad (en negrita y en primer lugar) y el valor actual del flujo (en segundo lugar y en recuadro). Indica un camino de f -aumento en la red con arista de retroceso. Aplica el algoritmo de etiquetado para obtener un flujo de valor máximo. Comprueba el enunciado del teorema en esta red.



6. (1,5 puntos)

¿Qué significa que un algoritmo garantice una solución 2-aproximada para un problema de optimización? Describe una aproximación con ese factor para el “Problema del Viajante” utilizando las siguientes viñetas. Los vértices del grafo G aparecen en la primera viñeta, las aristas de G son todos los segmentos que unen cada par de vértices y el peso de cada arista es la distancia euclídea entre sus extremos. Dibuja cada paso en las viñetas sucesivas y descríbelos brevemente demostrando que la solución obtenida es una 2-aproximación.

(*) Analiza la complejidad del algoritmo

