

Control 3

Alumno

Tiempo total para la prueba: 100 minutos

Utilizad los dibujos de los ejercicios 4 y 7 en vuestras respuestas.

Antes de empezar a responder lee atentamente todos los enunciados. Cuando termines tu respuesta a un ejercicio vuelve a leer el enunciado y comprueba que has respondido a lo que se pregunta.

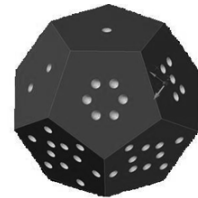
1. (1 punto)

Enuncia los teoremas tipo max-min que conozcas (diferentes al del ejercicio 7)

2. (1 punto) Demuestra que si G es un grafo plano y hamiltoniano entonces sus caras se pueden colorear con cuatro colores.

3. (1,5 puntos)

(a) En un juego de rol hay 5 dados dodecaédricos de distintos colores. Halla la función generatriz para el número de formas en que se puede obtener suma n cuando se lanzan los dados. Calcula el número de formas en que se puede obtener la suma 40.



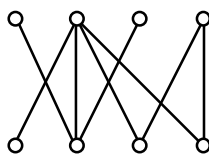
(b) Halla la función generatriz de la sucesión definida por la siguiente relación de recurrencia:

$$a_n = 2a_{n-1} - 12a_{n-2} + 3^n \quad a_0 = 1, a_1 = 3$$

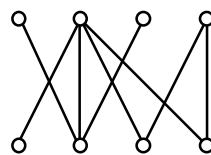
4. (2,5 puntos)

(a) Define emparejamiento y recubrimiento por vértices en un grafo.

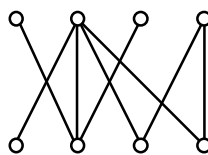
(b) Construye un emparejamiento maximal no máximo, otro máximo un recubrimiento minimal y otro mínimo en el grafo de la figura, justificando las construcciones.



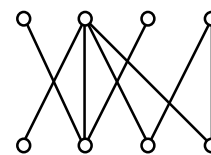
Emparejamiento
maximal



Emparejamiento
máximo



Recubrimiento
mínimo



Recubrimiento
minimal

(c) Demuestra que si K^* es un recubrimiento por vértices mínimo y M un emparejamiento maximal en un grafo G , entonces $|M| \leq |K^*| \leq 2|M|$

(d) En la clase de MDII se forman equipos de dos alumnos para realizar un trabajo. Cada alumno x solo puede emparejarse con los alumnos de un conjunto $N(x)$. Diseña una estrategia para formar equipos que garantice que el número de equipos formados sea al menos la mitad del máximo posible.

5. (1 punto)

Construye **DOS** emparejamientos estables para los conjuntos $X=\{x,y,z,w\}$ y $A=\{a,b,c,d\}$, siendo las preferencias:

x: $a > c > b > d$	a: $y > z > x > w$
y: $b > c > a > d$	b: $x > w > z > y$
z: $b > d > a > c$	c: $x > y > w > z$
w: $a > c > b > d$	d: $y > x > z > w$

6. (0,5 puntos) En un escrito aparece la expresión “algoritmo NP-duro”. ¿Es correcta? Razona tu respuesta.

7. (3 puntos)

Enuncia el Teorema de Ford-Fulkerson definiendo los conceptos que aparecen en el enunciado. **Demuestra el teorema de Ford-Fulkerson.** En la red de la figura circula un flujo f de valor 11. Las etiquetas de cada arista indican su capacidad (en negrita y en primer lugar) y el valor actual del flujo (en segundo lugar y en recuadro). Indica un camino de f -aumento en la red con arista de retroceso. Aplica el algoritmo de etiquetado para obtener un flujo de valor máximo. Comprueba el enunciado del teorema en esta red.

