

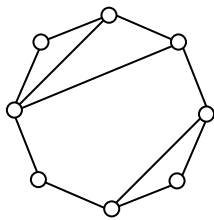
Control 1

Alumno

Tiempo total para la prueba: 1 hora 30 minutos

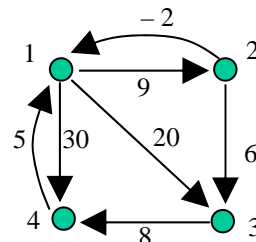
Responded al ejercicio 8 (y la matriz del 7) en esta misma hoja.

- (1 punto)** ¿Se pueden dibujar nueve segmentos en el plano de forma que cada uno corte exactamente a otros tres segmentos? Responde razonadamente interpretando el enunciado en términos de grafos.
- (1 punto)** Sea G un grafo simple, de 14 vértices, tal que el grado de sus vértices es al menos 9 y el número de aristas es múltiplo de 28. ¿Cuál es el número de aristas de G ? ¿ G es bipartido?
- (1,5 puntos)** Demuestra que la arista de mayor peso de un ciclo en un grafo ponderado G (con pesos diferentes en las aristas) nunca pertenece al árbol generador mínimo de G .
- (1 punto)** Construye el árbol T cuyo código de Prüfer es $[5,1,5,3,5,1,3]$. ¿Se puede conocer el número de hojas de T mirando sólo al código? Razona la respuesta.
- (1,5 puntos)** Definición de diámetro de un grafo. Indica cuál es el diámetro y el centro del grafo de la figura. Dibuja dos grafos con 6 vértices, que no sean árboles, de radio 2, de diámetro 4 y que no sean isomorfos. Y otro de radio 3 y diámetro 6. Indica como construir un grafo que no sea árbol con radio r y diámetro $2r$.



- (1,5 puntos)** Estudiar si son ciertas las siguientes afirmaciones:
 - Si v es un vértice corte de G , entonces v no es vértice corte del complementario G' .
 - Si un vértice v no está en ningún ciclo de G , entonces v es vértice-corte.
 - Si todos los vértices de un grafo son pares, el grafo es bipartido.
- (1,5 puntos)** ¿Qué problema en digrafos resuelve el algoritmo de Floyd-Warshall? Describe la iteración 3 y construye la matriz correspondiente para el digrafo de la figura a partir de la matriz anterior.

$$W^2 = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 15 & 30 \\ -2 & 0 & 6 & 28 \\ \infty & \infty & 0 & 8 \\ 5 & 14 & 20 & 0 \end{pmatrix}$$



8. **(1,5 puntos)** En la central nuclear de NUCLON se ha producido un escape radiactivo. Cada pasillo de la central tiene un nivel de radiación que se indica en el grafo de la figura en el que los vértices representan lugares importantes de la central. Queremos construir los caminos más seguros (con menor nivel de radiación) entre cada par de vértices. El nivel de radiación de un camino es el nivel máximo de radiación en los pasillos que recorre. Describe un algoritmo que construye dichos caminos y demuestra que es correcto. Aplícalo al grafo de la figura e indica cuál es el camino más seguro entre los vértices a y e.

Indicación: Existe un árbol generador del grafo que contiene un camino de nivel mínimo entre cada par de vértices.

