



Apellidos:

SOLUCIÓN

Nombre:

Ejercicio 1:

Dada la Gramática $G = \{ \{0, 1\}, \{S\}, S, \mathcal{P} \}$ con las producciones \mathcal{P} :

$$S ::= 0S0 \mid 1S1 \mid \lambda$$

- Construir un autómata a Pila (AP) que reconozca por vaciado de pila el lenguaje que genera la gramática G . Se debe utilizar uno de los 2 métodos que permite obtener un AP a partir de una gramática. Explicar los pasos del método elegido. (7 puntos)
- Comprobar el funcionamiento del AP para las palabras 01110 y 001100 y la generación en G de dichas palabras. (2 puntos)
- Describe el lenguaje que genera G y que acepta el AP. (1 punto)

25 minutos

SOLUCIÓN 1

- a) Construimos AP con METODO 1: Gramática debe estar en FNG.

El AP = $\{ \Sigma_T, \Sigma_N, \{q\}, S, q, f, \emptyset \}$, por tanto, AP = $\{ \{0, 1\}, \{S\}, \{q\}, S, q, f, \emptyset \}$

Partimos de $G = \{ \{0, 1\}, \{S\}, \mathcal{P}, S \}$ con sus Producciones \mathcal{P} : $S ::= 0S0 \mid 1S1 \mid \lambda$

Pasamos la Gramática G a FNG, añadiendo las 2 producciones siguientes: $A ::= 0$ y $B ::= 1$

Nos quedarían las producciones \mathcal{P} : $S ::= 0SA \mid 1SB \mid \lambda$

$$A ::= 0$$

$$B ::= 1$$

Algoritmo (para obtener los movimientos)	Movimientos obtenidos del AP
1. Si $A ::= aZ$, $a \in \Sigma_T, A \in \Sigma_N, Z \in \Sigma_N^*$ entonces, $(q, Z) \in f(q, a, A)$	1) $f(q, 0, S) = (q, SA)$ 2) $f(q, 1, S) = (q, SB)$
2. Si $S ::= \lambda$ entonces, $(q, \lambda) \in f(q, \lambda, S)$	3) $f(q, \lambda, S) = (q, \lambda)$ 4) $f(q, 0, A) = (q, \lambda)$ 5) $f(q, 1, B) = (q, \lambda)$

- b) Comprobamos el funcionamiento del AP para las palabras 01110 y 001100 y su generación en la Gramática G .

AP (01110): $(q, 01110, S) \vdash (q, 1110, SA) \vdash (q, 110, SBA) \vdash (q, 10, SBBA) \vdash (q, 0, SBBBA) \vdash (q, 0, BBBA) \vdash \dots$ NO ACEPTA

AP (001100): $(q, 001100, S) \vdash (q, 01100, SA) \vdash (q, 1100, SAA) \vdash (q, 100, SBAA) \vdash (q, 100, BAA) \vdash (q, 00, AA) \vdash (q, 0, A) \vdash (q, \lambda, \lambda) \dots$ ACEPTA

G (01110): $S \rightarrow 0SA \rightarrow 1SBA \rightarrow 11SBBA \rightarrow \dots$ NO GENERA

G (001100): $S \rightarrow 0SA \rightarrow 00SAA \rightarrow 00BSBAA \rightarrow 001SBAA \rightarrow 001BAA \rightarrow 0011AA \rightarrow 00110A \rightarrow 001100 \dots$ SI GENERA

- c) El lenguaje que genera G y que acepta el AP es: $L = \{ xx^{-1} / x \in \{0, 1\}^* \}$

SOLUCIÓN 2

a) Construimos AP con METODO 2:

$G = \{\{0, 1\}, \{S\}, P, S\}$ Producciones $\mathcal{P}: S ::= 0S0 \mid 1S1 \mid \lambda$

$AP = \{\Sigma_T, \{\Sigma_N \cup \Sigma_T\}, \{q\}, S, q, f, \emptyset\}$, por tanto, $AP = \{\{0, 1\}, \{0, 1, S\}, \{q\}, S, q, f, \emptyset\}$

Algoritmo (para obtener los movimientos)	Movimientos obtenidos del AP
1. $X \in \{\Sigma_N \cup \Sigma_T\}, A \in \Sigma_N$ $\forall A ::= X$, producción de la gramática, en AP se hace: $(q, X) \in f(q, \lambda, A)$ 2. $\forall a \in \Sigma_T$ entonces, $(q, \lambda) \in f(q, a, a)$	1) $f(q, \lambda, S) = (q, 0S0) (q, 1S1) (q, \lambda)$ 2) $f(q, 0, 0) = (q, \lambda)$ 3) $f(q, 1, 1) = (q, \lambda)$

b) Comprobamos el funcionamiento del AP para las palabras 01110 y 001100 y su generación en la Gramática G.

AP (01110): $(q, 01110, S) \vdash (q, 01110, 0S0) \vdash (q, 1110, S0) \vdash (q, 1110, 1S10) \vdash (q, 110, S10) \vdash (q, 110, 1S110) \vdash (q, 10, S110) \vdash (q, 10, 1S1110) \vdash \dots$ NO ACEPTA
 (hay más caminos pero que no llevan a la aceptación)

AP (001100): $(q, 001100, S) \vdash (q, 001100, 0S0) \vdash (q, 01100, S0) \vdash (q, 01100, 0S00) \vdash (q, 1100, S00) \vdash (q, 1100, 1S100) \vdash (q, 100, S100) \vdash (q, 100, 100) \vdash (q, 00, 00) \vdash (q, 0, 0) \vdash (q, \lambda, \lambda) \dots$ ACEPTA

G (01110): $S \rightarrow 0S0 \rightarrow 01S10 \rightarrow \dots$ NO GENERA

G (001100): $S \rightarrow 0S0 \rightarrow 00S00 \rightarrow 001S100 \rightarrow 001100 \dots$ SI GENERA

c) El lenguaje que genera G y que acepta el AP es: $L = \{xx^{-1} / x \in \{0, 1\}^*\}$



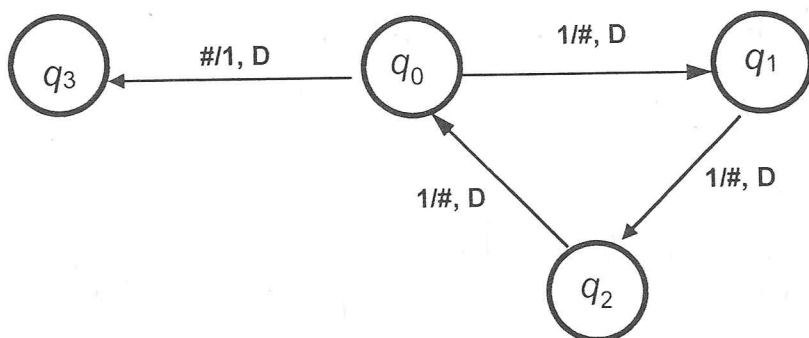
Apellidos:

SOLUCIÓN

Nombre:

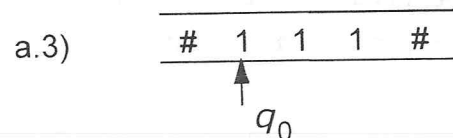
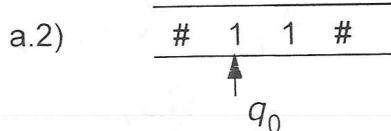
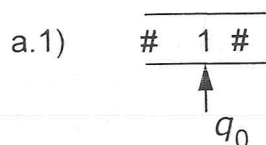
Ejercicio 2:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



Y cuya configuración inicial es el estado q_0 leyendo el primer uno de una cadena $w \in 1^*$.

a) ¿Qué función aritmética sobre la entrada w calcula M? Mostrar las diferentes configuraciones finales a las que accede M cuando recibe las siguientes entradas:



b) Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de la Máquina de Turing Universal cuando simula a la máquina M con la entrada del apartado a.3). Utilizar la siguiente codificación binaria: $q_0 \equiv 00$; $q_1 \equiv 01$; $q_2 \equiv 10$; $q_3 \equiv 11$ Izquierda $\equiv 1$; Derecha $\equiv 0$

c.1) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la Máquina de Turing Universal tras simular el primer movimiento que realiza la máquina M con la entrada del apartado a.3).

c.2) ¿En qué estado comienza el módulo simulador? ¿Por qué?

c.3) ¿A qué estado accede el módulo simulador tras recolocar el *? ¿Por qué?

d.1) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la Máquina de Turing Universal cuando para tras simular a la máquina M con la entrada del apartado a.3).

d.2) ¿En qué estado se para la MTU? ¿Por qué? Explicar brevemente.

NOTA: Responder en el reverso de esta hoja.

Continuación ejercicio 2.

Apartado a) Configuraciones finales con las entradas a.1) a.2) a.3) y función aritmética.

a.1) $q_0 \vdash \# q_1 \#$

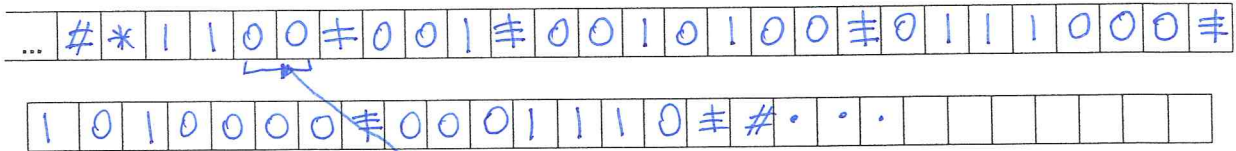
Función aritmética:

$$f(w) = \begin{cases} 1 & \text{si } w \bmod 3 = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a.2) $q_0 \vdash \# q_1 \vdash \# q_2 \#$

a.3) $q_0 \vdash \# q_1 \vdash \# q_2 \vdash \# q_3 \#$

Apartado b) Cinta de la MTU programada (con la entrada a.3). Describir brevemente.

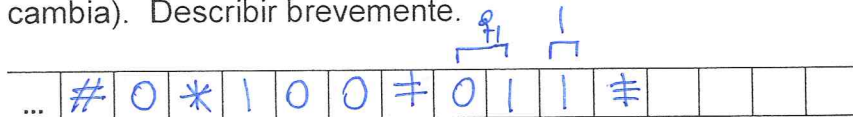


Hay que reservar dos celdas en blanco

El * se coloca sobre la celda que inicialmente lee M.

Hay 4 registros, uno por cada diferente movimiento que puede realizar M.

Apartado c.1) Cinta de la MTU tras simular el primer movimiento (escribid sólo la parte de la cinta que cambia). Describir brevemente.



La MTU simula el 1er movimiento que ejecuta M: $(q_0, 1) = (q_1, \#, D)$. Partiendo: En la celda donde estaba el * se escribe un 0, el control pasa de 00 (q_0) a 01 (q_1). Se lee un 1 (celda en la que se recobra el *).

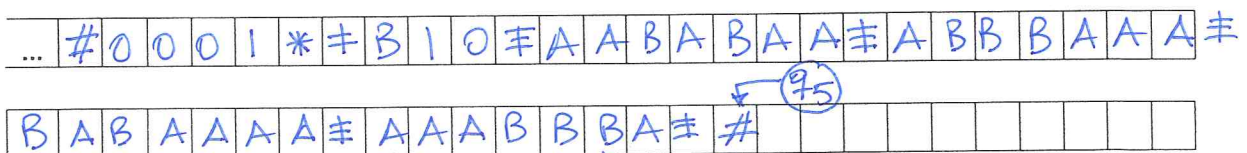
c.2) ¿En qué estado comenzó el módulo simulador? q_{14} ¿Por qué?

$q_{12} \rightarrow q_{14}$ (0; Dchz) Porque el movimiento que se está simulando termina en un 0. \Rightarrow se reinicia terminando el mód. trans. en q_{12} y el simulador en q_{14} .

c.3) ¿A qué estado accede el módulo simulador tras recolocar el *? q_{22} ¿Por qué?

Porque memoriza un 1 que tendrá que almacenar en la última celda del registro de inicio.

Apartado d.1) Cinta de la MTU cuando para. Describir brevemente.



El mód. localizador ha marcado todos los registros con A's y B's porque ninguno empieza por 110. Se han borrado los tres unos de w. Se ha escrito un 1 a la derecha. M termina en $q_3 \Rightarrow$ en el registro de inicio 11 con el 1er uno marcado con una B.

d.2) ¿En qué estado se para la MTU? q_5 ¿Por qué?

Porque al buscar un uno (el 1er uno del REG. de inicio) en el siguiente registro todavía sin examinar aparece la primera celda en blanco (#) en el estado q_5 (que memoriza y busca un 1).