Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

EXAMEN FINAL - JULIO 2017

Apellidos: SOLUCION Nombre:

Ejercicio 1:

Construir gramáticas que generen los siguientes lenguajes, indicando de qué tipo es la gramática propuesta.

a) $L = \{ a0^n1^n \ / \ n > 0 \} \cup \{ 0^nb1^{2n} \ / \ n \geq 0 \}$

b) $L = \{ a^mb^nc^k \ / \ m = n + k \}$

25 minutos

---

a) $G = (\Sigma_T = \{a, b, 0, 1\}, \Sigma_N = \{S, S_1, S_2, A\}, S, P)$

$$P \equiv \left| \begin{array}{l} S ::= S_1 \mid S_2 \\ S_1 ::= aA \\ A ::= 0A1 \mid 01 \\ S_2 ::= 0S_211 \mid b \end{array} \right.$$

Gramática tipo 2

---

b) $G = (\Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{S, A\}, S, P)$

$$P \equiv \left| \begin{array}{l} S ::= aSc \mid A \\ A ::= aAb \mid \lambda \end{array} \right.$$

Gramática tipo 2

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

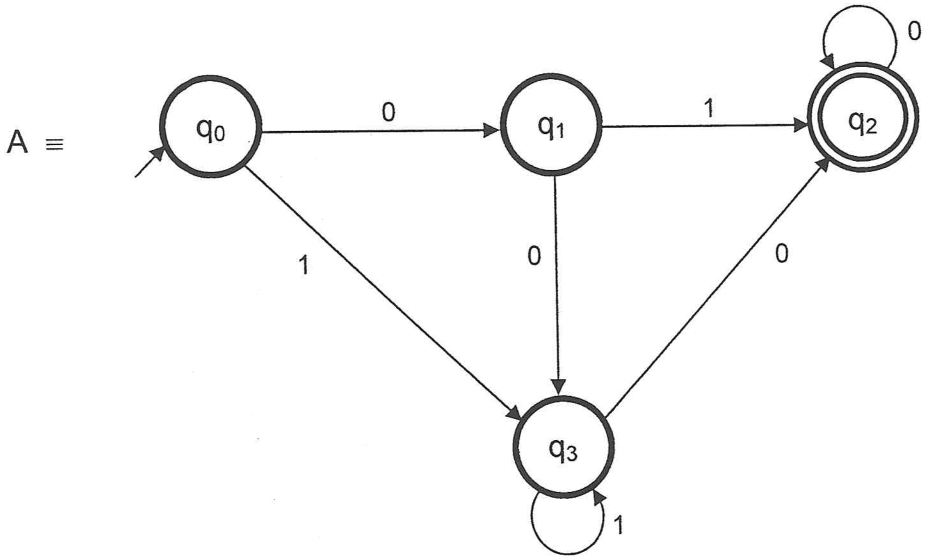
LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

EXAMEN FINAL - JULIO 2017

Apellidos: SOLUCION Nombre:

Ejercicio 2:

Dado el autómata finito A, descrito mediante el siguiente diagrama de estados obtener, mediante ecuaciones características, el lenguaje reconocido por dicho autómata.



25 minutos

$X_0 = 0X_1 + 1X_3$

$X_1 = 0X_3 + 1X_2$

$X_2 = 0X_2 + \lambda$

$X_3 = 0X_2 + 1X_3$

$X_3 = 1X_3 + 0X_2$; $X_3 = 1^*0X_2$

$X_2 = 0X_2 + \lambda$; $X_2 = 0^*$; $X_3 = 1^*00^*$

$X_1 = 0X_3 + 1X_2 = 01^*0X_2 + 10^* = 01^*00^* + 10^*$

$X_0 = 0(01^*00^* + 10^*) + 1(1^*00^*)$

$X_0 = L(A) = 001^*00^* + 010^* + 11^*00^*$

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

[redacted]

Apellids: **SOLUCIÓN** Nombre:

Ejercicio 3:

Dada la gramática G = { Σ_T, Σ_N, S, $\mathcal{P}$ } donde Σ_T = { a, +, $\ast$,), (}, Σ_N = { S, T, F }, S = axioma y $\mathcal{P}$ las producciones:

S : : = S + T | T
T : : = T $\ast$ F | F
F : : = (S) | a

a) Construir un Autómata a Pila (AP) que reconozca el lenguaje generado por G. (7 puntos). (utilizar el método en el que G no necesita estar en FNG).

b) Obtener una derivación de la palabra (a + a $\ast$ a) en G. (1 punto).

c) Comprobar el reconocimiento en el AP de dicha palabra. (2 puntos).

25 minutos

---

a) Se va a construir un AP que acepte el mismo lenguaje generado por la gramática G:

$$G = \{ \{ a, +, \ast,), (\}, \{ S , T , F \}, \mathcal{P}, S \} \qquad \mathcal{P} \equiv \left| \begin{array}{l} S ::= S + T \mid T \\ T ::= T \ast F \mid F \\ F ::= (S) \mid a \end{array} \right.$$

$$AP = \{ \Sigma_T , \{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \} , \{ q \} , S , q , f , \varnothing \}$$

$$AP = \{ \{ a, +, \ast,), (\} , \{ a, +, \ast,), (, S, T, F \} , \{ q \} , S , q , f , \varnothing \}$$

Aplicamos el ALGORITMO para obtener los movimientos del AP:

Paso 1	$\forall A ::= X \in P \rightarrow (q, X) \in f(q, \lambda, A)$
Paso 2	$\forall a \in \Sigma_T \rightarrow (q, \lambda) \in f(q, a, a)$

Por 1:

$$\left| \begin{array}{l} f(q, \lambda, S) = \{ (q, S+T), (q, T) \} \\ f(q, \lambda, T) = \{ (q, T \ast F), (q, F) \} \\ f(q, \lambda, F) = \{ (q, (S)), (q, a) \} \end{array} \right.$$

Por 2:

$$\left| \begin{array}{l} f(q, a, a) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q, +, +) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q, \ast, \ast) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q,),)) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q, (, ( ) = \{ (q, \lambda) \} \end{array} \right.$$

b) Derivación de la palabra (a + a $\ast$ a) en G:

$S \rightarrow \underline{T} \rightarrow \underline{F} \rightarrow \underline{(S)} \rightarrow (\underline{S+T}) \rightarrow (\underline{T} + T) \rightarrow (\underline{F} + T) \rightarrow (\underline{a} + T) \rightarrow (a + \underline{T * F}) \rightarrow (a + \underline{F} \ast F) \rightarrow$
$(a + \underline{a} \ast F) \rightarrow (a + a \ast \underline{a})$ Genera la palabra formada por símbolos $\in \Sigma_T$ de G

c) Reconocimiento de la palabra (a + a $\ast$ a) en el AP:

$[q, (a+a \ast a), S] \vdash [q, (a+a \ast a), T] \vdash [q, (a+a \ast a), F] \vdash [q, (a+a \ast a), (S)] \vdash$
$[q, a+a \ast a), S)] \vdash [q, a+a \ast a), S+T)] \vdash [q, a+a \ast a), T+T)] \vdash [q, a+a \ast a), F+T)] \vdash$
$[q, a+a \ast a), a+T)] \vdash [q, +a \ast a), +T)] \vdash [q, a \ast a), T)] \vdash [q, a \ast a), T \ast F)] \vdash$
$[q, a \ast a), F \ast F)] \vdash [q, a \ast a), a \ast F)] \vdash [q, \ast a), \ast F)] \vdash [q, a), F)] \vdash [q, a), a)] \vdash [q,),)] \vdash$
$[q, \lambda, \lambda]$ Acepta la palabra que $\in \Sigma$ del AP

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

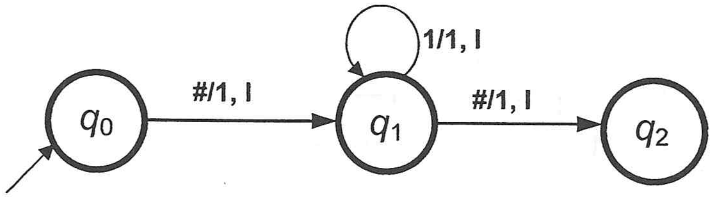
LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

EXAMEN FINAL - JULIO 2017

Apellidos: SOLUCION Nombre:

Ejercicio 4:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



Y cuya configuración inicial es la siguiente:

\# x # y #

q_0

Donde *x* e *y* son dos números enteros positivos codificados en unario.

M inicialmente está en el estado q_0 leyendo el # intermedio.

a) a.1) ¿Qué función aritmética sobre las entradas *x* e *y* calcula M? (1 punto)

a.2) Escriban (y describan brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal (MTU) programada para simular a la máquina M con la entrada:

\# 11 # 1 #

q_0

(3 puntos)

Utilicen la codificación binaria: $q_0 \equiv 00$; $q_1 \equiv 01$; $q_2 \equiv 10$; Desplazamiento izqda. $\mathrm{I} \equiv 1$; Desplazamiento a la dcha. $\mathrm{D} \equiv 0$

b) Escriban (y describan brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo transcriptor cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a.2). ¿En qué estado termina el módulo transcriptor? ¿Por qué? (3 puntos)

c) Escriban (y describan brevemente) el contenido final de la cinta de la MTU cuando termine de simular a la máquina *M* con la entrada del apartado a.2). ¿En qué estado se para la MTU? (3 puntos)

NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

Durante el examen se da fotocopia con el grafo de los tres módulos de la MTU.

30 minutos

SOLUCIÓN

Continuación ejercicio 4. RESPUESTAS. SOLUCIONES

Apartado a) **a.1)**

$\boxed{x+y+2}$

Ej: $11q_01\vdash\ldots\vdash q_2\#11111$

Ej: $1q_01\vdash\cdots\vdash q_2\#1111$

Apartado a.2) MTU programada para simular a M con entrada de a.2)

2 celdas en blanco $q_0\#$ $\delta(q_0,\#)=(q_1,1,I)$ $\delta(q_1,1)=(q_1,1,I)$

...	0	0	1	1	*	1	ǂ	0	0	0	ǂ	0	0	0	0	1	1	1	ǂ	0	1	1	0	1	1	1	ǂ	

0	1	0	1	0	1	1	ǂ	#	•	•	•														...

$\delta(q_1,\#)=(q_2,1,I)$ celda que inicialmente lee M

Apartado b) Cinta y estado de la MTU tras la ejecución del Módulo Transcriptor (escriban sólo la parte de la cinta que cambia)

...						ǂ	0	1	1	ǂ	A	A	A	A	B	B	B	ǂ

se memoriza ⇒ ⇒ q_{13} → q_{15}

$\boxed{0\ 1\ 1}$ se transcriben en las celdas del REG. inicial

Las celdas transcritas se marcan con A's y B's

El módulo transcriptor termina en q_{13} recordando el 1 (desplaz. I) del REG. localizado.

Apartado c) Cinta y estado de la MTU cuando para

$x+y+2$ q_2 # registros marcados

...	*	1	1	1	1	1	ǂ	B	0	0	ǂ	A	A	A	A	B	B	B	ǂ	A	B	B	A	B	B	B	ǂ

A	B	A	B	A	B	B	ǂ	#																	...

Celda que lee M cuando se para

q_5 Se para la MTU en q_5 tras haber marcado y rechazado todos los registros ya que ninguno comienza por $\underset{q_2}{10}\underset{\#}{0}$