

Síntesis de Unidad 1 • Números

1. Clasifica los siguientes como números racionales o irracionales:

a. 0,2525 Racional

b. 0,0001... Irracional

c. 4,51 Racional

d. 0,3 Racional

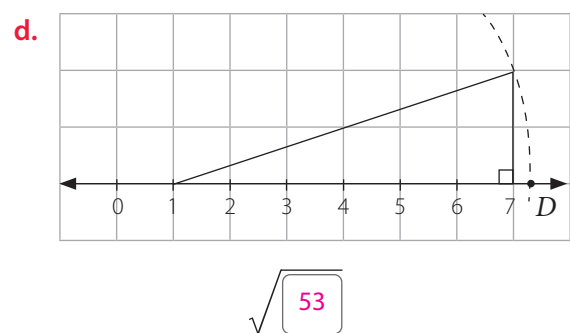
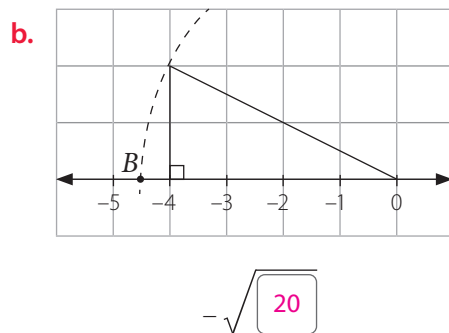
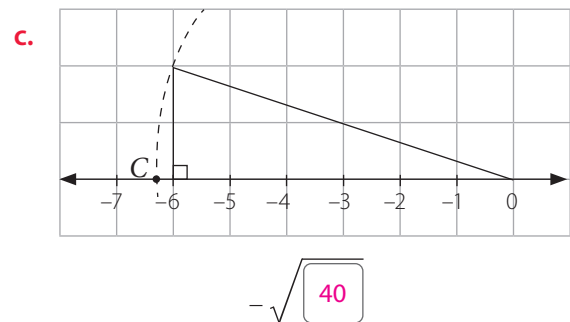
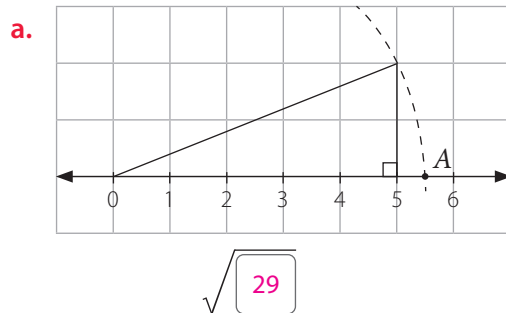
e. $\frac{32}{4}$ Racional

f. $\log_4 12$ Irracional

g. 0,43 Racional

h. $\log 10^2$ Racional

2. Determina cuál es el número que se representa en cada recta numérica.



3. Expresa las siguientes potencias en forma de raíz:

a. $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2}$

b. $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8}$

c. $0,49^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{0,49}$

d. $\left(\frac{7}{11}\right)^{\frac{2}{2}} = \sqrt[2]{\left(\frac{7}{11}\right)^2}$

4. Evalúa si cada igualdad es verdadera (V) o falsa (F).

a. $\textcircled{F} \frac{\sqrt[3]{864}}{\sqrt[3]{32}} = 3$

b. $\textcircled{V} \frac{3}{\sqrt{3}} = 3$

c. $\textcircled{F} \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

d. $\textcircled{F} \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a + b}$

5. Racionaliza las siguientes expresiones numéricas:

a. $\frac{a-b}{a\sqrt{c-d}}$

$$\frac{a-b}{a\sqrt{c-d}} = \frac{(a-b)\sqrt{c-d}}{a(c-d)}$$

b. $\frac{-5}{\sqrt[6]{3}}$

$$\frac{-5}{\sqrt[6]{3}} = -\frac{5\sqrt[6]{3^5}}{3}$$

6. Determine el valor de las siguientes expresiones:

a. $\log_3 1 - \frac{\log_3 81}{\log_2 8}$

$$\begin{aligned}\log_3 1 - \frac{\log_3 81}{\log_2 8} &= 0 - \frac{4}{3} \\ &= -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

b. $\frac{\log_5 (25 \cdot 625)}{\log_5 125}$

$$\begin{aligned}\frac{\log_5 (25 \cdot 625)}{\log_5 125} &= \frac{\log_5 25 + \log_5 625}{\log_5 125} \\ &= \frac{2+4}{3} = 3\end{aligned}$$

7. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Dos triángulos rectángulos comparten la misma hipotenusa. Si las medidas de los catetos de uno de los triángulos son 11 cm y 3 cm, y la medida de uno de los catetos del segundo triángulo es 7 cm, calcula la medida de su otro cateto.

Si los catetos del primer triángulo son 11 cm y 3 cm, entonces, la medida de la hipotenusa es la siguiente:
 $\sqrt{11^2 + 3^2} \text{ cm} = \sqrt{121 + 9} \text{ cm} = \sqrt{130} \text{ cm}$

Como uno de los catetos del segundo triángulo mide 7 cm, entonces, el cateto restante mide lo siguiente:
 $\sqrt{\sqrt{130}^2 - 7^2} \text{ cm} = \sqrt{130 - 49} \text{ cm} = \sqrt{81} \text{ cm} = 9 \text{ cm}$

- b. En astronomía, la magnitud aparente m de una estrella indica su brillo tal como es observado desde la Tierra. Esta magnitud se calcula en función de la luminosidad L de la estrella, que es la cantidad total de energía que emite, mediante la siguiente fórmula:

$$m = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

donde $L_0 = 3 \cdot 10^{28}$ vatios, representa la luminosidad de una estrella de referencia.

Si la luminosidad de una estrella es $L = 2 \cdot 10^{26}$ vatios, ¿cuál es su magnitud aparente?

Como $m = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right) \Rightarrow m = -2,5 \log \left(\frac{2 \cdot 10^{26}}{3 \cdot 10^{28}} \right) = -2,5 \log \left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-2} \right)$

$$\begin{aligned}&= -2,5 \cdot (\log \left(\frac{2}{3} \right) + \log 10^{-2}) \\ &\approx -2,5 \cdot (-0,176 - 2) = 5,44\end{aligned}$$

La magnitud aparente de la estrella es, aproximadamente, 5,44.