

Potencias y raíces

1. Tomás aprendió que la raíz cuadrada de un número puede expresarse como una potencia, elevando el número a $\frac{1}{2}$. Considerando que \sqrt{x} es un número positivo, responde:

a. ¿Cuál es la raíz cuadrada de x^4 ?

$$\sqrt{x^4} = (x^4)^{\frac{1}{2}} = x^{4 \cdot \frac{1}{2}} = x^2$$

¿Cuál es la raíz cuadrada de x^6 ?

$$\sqrt{x^6} = (x^6)^{\frac{1}{2}} = x^{6 \cdot \frac{1}{2}} = x^3$$

b. Expresa $\sqrt[3]{x^9}$ en términos de x^2 .

$$\sqrt[3]{x^9} = (x^9)^{\frac{1}{3}} = x^{9 \cdot \frac{1}{3}} = x^3 = x \cdot x^2$$

2. Antonia está aprendiendo sobre cómo las raíces y las potencias están relacionadas en matemáticas. Considera que x, y y z no son números negativos.

a. Si $\sqrt[3]{x^6} = 4$, ¿cuál es el valor de x ?

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{x^6} &= 4^3 \Rightarrow x^6 = 4^3 \Rightarrow x = \sqrt[6]{4^3} \\ x &= 2\end{aligned}$$

b. Si $\sqrt[4]{y^8} = 3$, ¿cuál es el valor de y ?

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{y^8} &= 3^4 \Rightarrow y^8 = 3^4 \Rightarrow y = \sqrt[8]{3^4} \Rightarrow y = 3^{4 \cdot \frac{1}{8}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

3. La tercera ley de Kepler establece que el período de traslación T , en años, de un planeta está relacionado con su distancia media d al Sol, medida en unidades astronómicas (UA), según la fórmula $T = \sqrt{d^3}$.

a. Escribe la tercera ley de Kepler utilizando solo potencias.

$$T = d^{\frac{3}{2}}$$

b. Dada una distancia de 5,2 UA entre el Sol y Júpiter, determina el período de traslación de Júpiter en años.

$$\begin{aligned}T &= (5,2)^{\frac{3}{2}} = 11,8 \approx 12 \\ \text{Aproximadamente } 12 \text{ años.}\end{aligned}$$