

Logaritmos: definición

1. Analiza y resuelve el siguiente problema:

Se modela el incremento de temperatura de un horno industrial mediante la siguiente fórmula:

$$T = 10 \cdot \log_2(t + 1)$$

donde T es la temperatura en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) y t es el tiempo transcurrido en minutos desde que el horno se enciende. ¿Qué temperatura alcanza el horno cuando han transcurrido 3 minutos desde que se encendió?

$$T = 10 \cdot \log_2(3 + 1) = 10 \cdot \log_2(4) = 10 \cdot 2 = 20 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

Por lo tanto, el horno alcanza una temperatura de $20 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ después de 3 minutos.

2. Considerando que x, y, z y w son números reales positivos, simplifica las siguientes expresiones usando propiedades de los logaritmos:

a. $2 \log x - 2 \log y + \log z + 3 \log w$

$$\begin{aligned} 2 \log x - 2 \log y + \log z + 3 \log w &= \log(x^2) - \log(y^2) + \log(z) + \log(w^3) \\ &= \log \frac{(x^2 \cdot z \cdot w^3)}{y^2} \end{aligned}$$

b. $\log(a^3 b^3) - \log(ab)$

$$\log(b^3) - \log(ab) = \log(a^2 b^2)$$

3. Si m y n son números reales positivos y $\log_2 m - \log_2 n = 5$, determina el valor de $\frac{m}{n}$.

$$\log_2 m - \log_2 n = 5 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{m}{n}\right) = 5 \Rightarrow \left(\frac{m}{n}\right) = 2^5 = 32$$

4. Junto con un compañero determina si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F):

a. F $\log(ab) = \log a \cdot \log b$

c. V $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

b. F $\log(a + b) = \log a + \log b$

d. V $\log\left(\frac{1}{10}\right) < 0$