

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Determina si la función $g(x)$ es la inversa de la función $f(x)$. De no serlo, determina $f^{-1}(x)$.

a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{3}.$$

Sí es la inversa, ya que:

$$\begin{aligned} y &= 3x \\ \frac{y}{3} &= x \\ f^{-1}(x) &= \frac{x}{3} \end{aligned}$$

b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{(x + 1)}{2}.$$

No es la inversa, ya que:

$$\begin{aligned} y &= 2x + 1 \\ \frac{y - 1}{2} &= x \\ f^{-1}(x) &= \frac{x - 1}{2} \end{aligned}$$

c. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}.$$

Sí es la inversa, ya que:

$$\begin{aligned} y &= 3x - 5 \\ \frac{y + 5}{3} &= x \\ f^{-1}(x) &= \frac{x}{3} + \frac{5}{3} \end{aligned}$$

d. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -0,25x$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 4x.$$

No es la inversa, ya que:

$$\begin{aligned} y &= -0,25x \\ -4y &= x \\ f^{-1}(x) &= -4x \end{aligned}$$

2. Completa la siguiente tabla. Considera que las funciones que se muestran son biyectivas.

| Función | Función inversa | $f(f^{-1}(x))$ |
|--|-------------------------------|---|
| a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x$ | $f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$ | $f\left(\frac{x}{2}\right) = 2\left(\frac{x}{2}\right) = x$ |
| b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 7x - 4$ | $f^{-1}(x) = \frac{x + 4}{7}$ | $f\left(\frac{x + 4}{7}\right) = 7\left(\frac{x + 4}{7}\right) - 4 = x$ |
| c. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{5}{8}x$ | $f^{-1}(x) = \frac{8}{5}x$ | $f\left(\frac{8}{5}x\right) = \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5}x = x$ |
| d. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 5$ | $f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{3}$ | $f\left(\frac{x - 5}{3}\right) = 3\left(\frac{x - 5}{3}\right) + 5 = x$ |

3. En un almacén, el precio del pan varía según la demanda que tuvo el día anterior de acuerdo con la función $f(x) = 1000 + 2x$, en la que $f(x)$ representa el precio y x la cantidad de personas que compraron pan el día anterior.

- a. Determina la función inversa de $f(x)$.

$$\begin{aligned}
 & y = 1000 + 2x \\
 & y - 1000 = x \\
 & \frac{2}{2} \\
 & f^{-1}(x) = \frac{x - 1000}{2}
 \end{aligned}$$

- b. ¿Cuántas personas deben comprar pan un día para que, al día siguiente, el precio sea de \$1 300?

$$\begin{aligned}
 & f^{-1}(x) = \frac{x - 1000}{2} \\
 & f^{-1}(x) = (1300) = \frac{1300 - 1000}{2} \\
 & = 150
 \end{aligned}$$

150 personas deben comprar pan el día anterior.