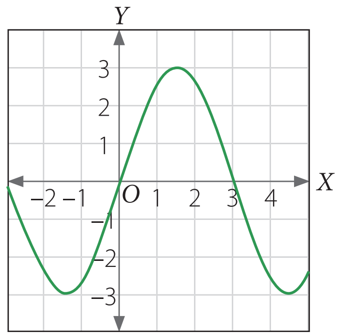
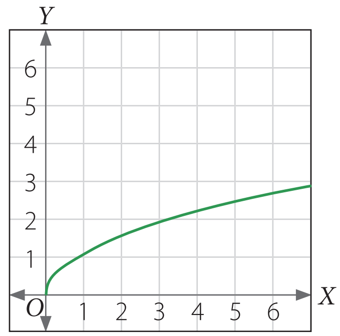
Condiciones para que una función tenga inversa

1. Identifica cuál de las siguientes gráficas es inyectiva. Para ello, marca con un ✔ según corresponda, en caso contrario marca con una ✘.

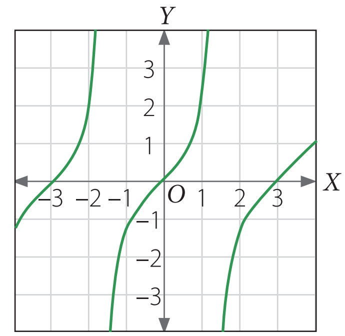
a.



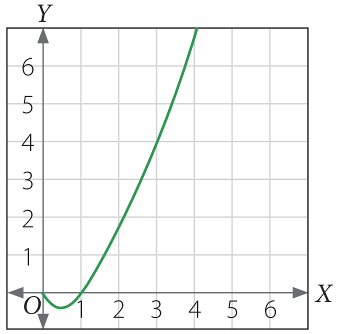
c.



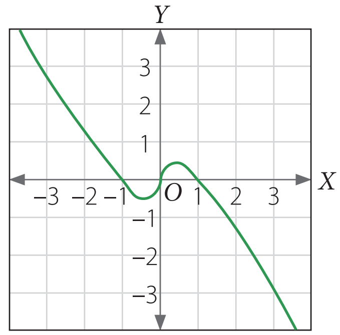
e.



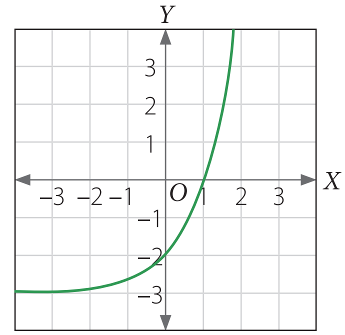
b.



d.

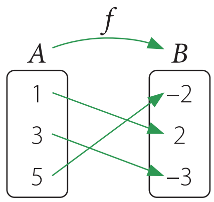


f.

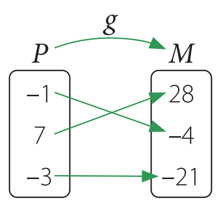


2. Marca con un ✔ el diagrama que represente a una función inyectiva, en caso contrario marca con una ✘.

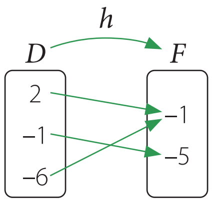
a.



b.



c.



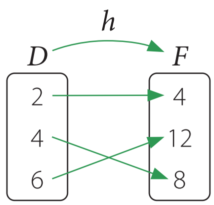
3. Muestra que las siguientes funciones son inyectivas.

a. $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x$.

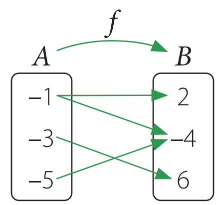
b. $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 2x - 1$.

4. Marca con un ✔ el diagrama que represente a una función sobreyectiva.

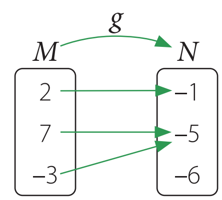
a. ◯



b. ◯



c. ◯



5. Determina si las siguientes funciones son sobreyectivas. Explica.

a. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x$.

b. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 3x$.

c. $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = -2x - 3$.

d. $p: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $p(x) = -x^2$.

e. $q: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $q(x) = -2x^2$.

f. $r: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dada por $r(x) = x^2$.

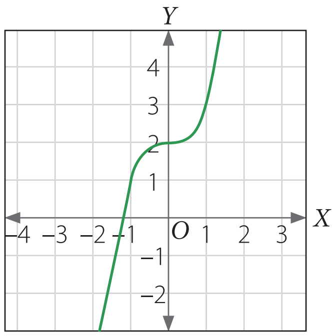
6. Resuelve.

a. ¿Cómo argumentarías que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5$ no es sobreyectiva, pero que $g: \mathbb{R} \to [-5, +\infty[$, tal que $g(x) = x^2 - 5$ sí lo es? Explica.

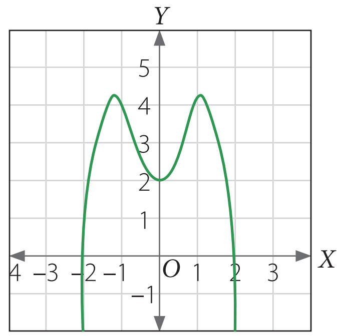
b. ¿Es la función $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con $h(x) = 4x - 1$ sobreyectiva?

7. Identifica cuál de las siguientes gráficas es biyectiva. Para ello, marca con un ✔ según corresponda, en caso contrario marca con una ✘.

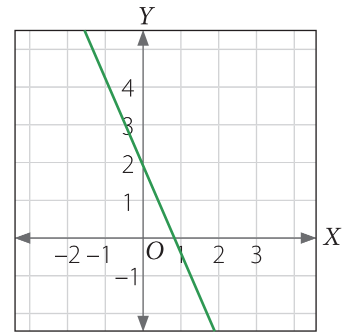
a. ◯



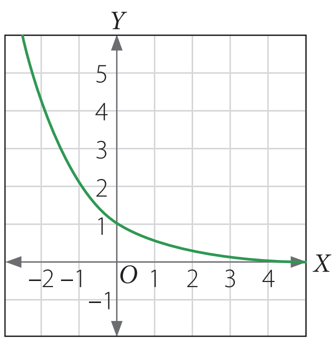
c. ◯



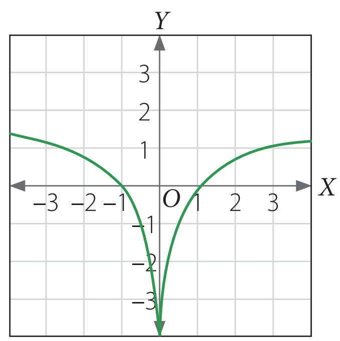
e. ◯



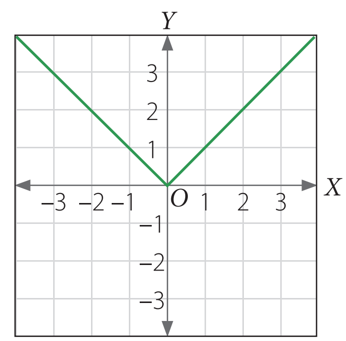
b. ◯



d. ◯

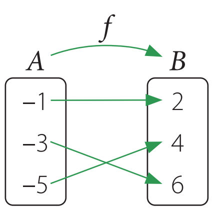


f. ◯



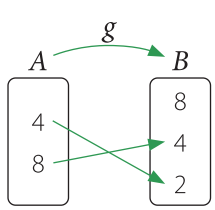
8. Une cada diagrama con su clasificación. Puede haber más de una.

a.



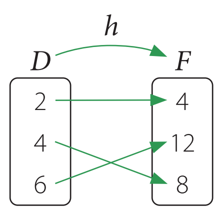
◯

b.



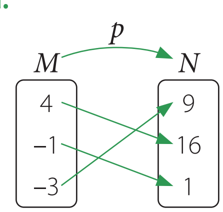
◯

c.



◯

d.



◯

Inyectiva | Sobreyectiva | Biyectiva

9. Determina si cada función es biyectiva. Justifica en cada caso.

a. $h: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, definida por $h(x) = 2x^2$.

d. $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = \dfrac{x+1}{5}$.

b. $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \dfrac{x+5}{5}$.

e. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $p(x) = 0{,}5x$.

c. $p: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $p(x) = x - \dfrac{1}{2}$.

f. $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $q(x) = \dfrac{x}{5}$.

10. Determina un dominio y un recorrido para que las funciones sean biyectivas.

a. $h: A \subset \mathbb{R} \rightarrow B \subset \mathbb{R}$, definida por $h(x) = x^2 - x$.

c. $g: D \subset \mathbb{R} \rightarrow E \subset \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 5x + 9$.

b. $f: B \subset \mathbb{R} \rightarrow C \subset \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 4$.

d. $p: D \subset \mathbb{R} \rightarrow E \subset \mathbb{R}$, definida por $p(x) = x^2 + 1$.

11. Junto con un compañero resuelve.

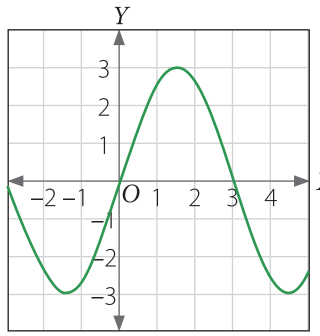
a. Escribe una función inyectiva que no sea sobreyectiva. →

b. Escribe una función sobreyectiva que no sea inyectiva. →

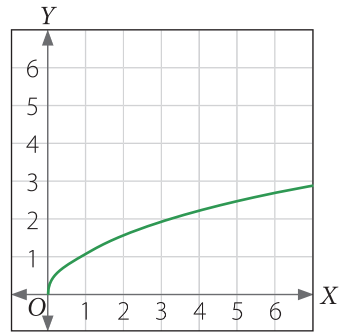
Condiciones para que una función tenga inversa

1. Identifica cuál de las siguientes gráficas es inyectiva. Para ello, marca con un ✔ según corresponda, en caso contrario marca con una ✘.

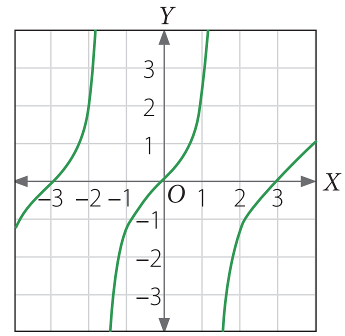
a. ✘



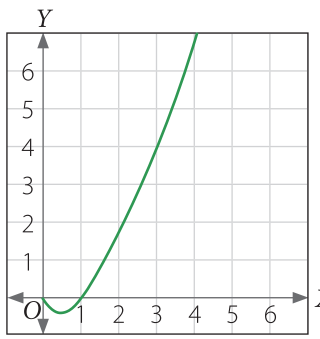
c. ✔



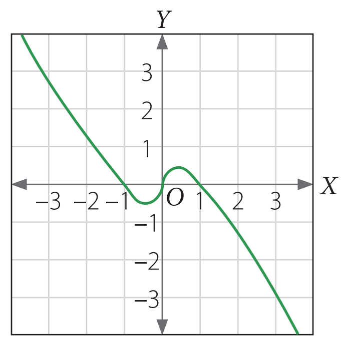
e. ✘



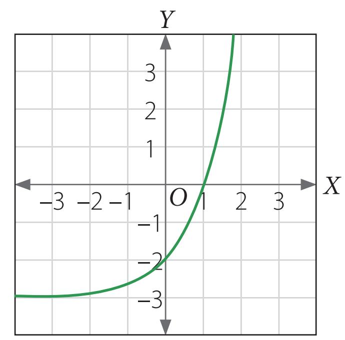
b. ✘



d. ✘

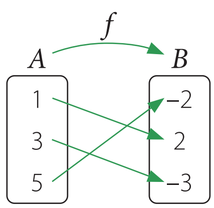


f. ✔

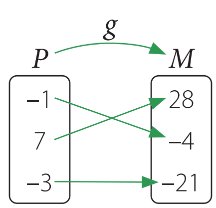


2. Marca con un ✔ el diagrama que represente a una función inyectiva, en caso contrario marca con una ✘.

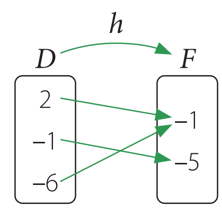
a. ✔



b. ✔



c. ✘



3. Muestra que las siguientes funciones son inyectivas.

a. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x$.

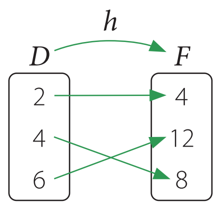
Es inyectiva, ya que su gráfica es una recta.

b. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 2x - 1$.

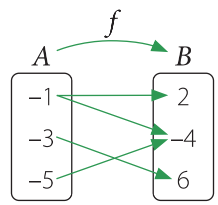
Es inyectiva, ya que su gráfica es una recta.

4. Marca con un ✔ el diagrama que represente a una función sobreyectiva.

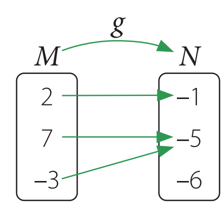
a. ✔



b.



c.



5. Determina si las siguientes funciones son sobreyectivas. Explica.

a. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x$.

Sí es sobreyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

b. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 3x$.

Sí es sobreyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

c. $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = -2x - 3$.

Sí es sobreyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

d. $p: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $p(x) = -x^2$.

No es sobreyectiva, por ejemplo 1 no tiene pre imagen.

e. $q: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $q(x) = -2x^2$.

No es sobreyectiva, por ejemplo 1 no tiene pre imagen.

f. $r: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dada por $r(x) = x^2$.

Sí es sobreyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

6. Resuelve.

a. ¿Cómo argumentarías que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5$ no es sobreyectiva, pero que $g: \mathbb{R} \to [-5, +\infty[$, tal que $g(x) = x^2 - 5$ sí lo es? Explica.

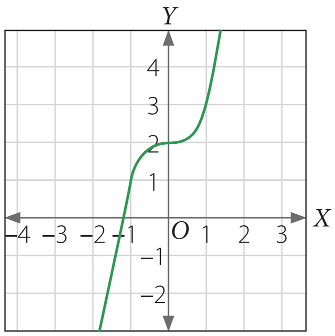
$f(x)$ no es sobreyectiva, ya que para los elementos del recorrido menores que –5 no existen preimágenes en el dominio, mientras que en $g(x)$ sí, porque se acotó el recorrido.

b. ¿Es la función $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con $h(x) = 4x - 1$ sobreyectiva?

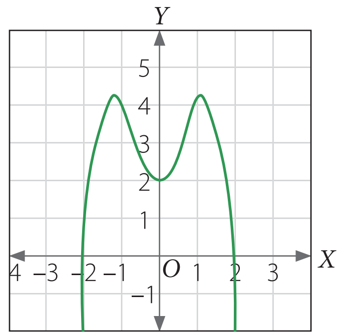
Sí es sobreyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

7. Identifica cuál de las siguientes gráficas es biyectiva. Para ello, marca con un ✔ según corresponda, en caso contrario marca con una ✘.

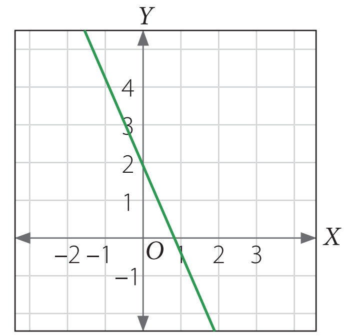
a. ✔



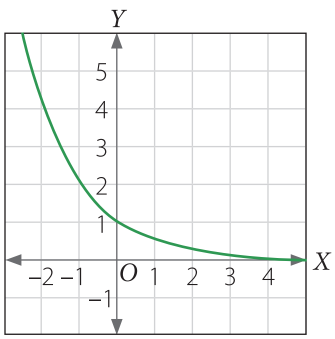
c. ✘



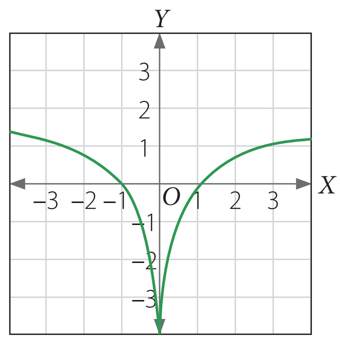
e. ✔



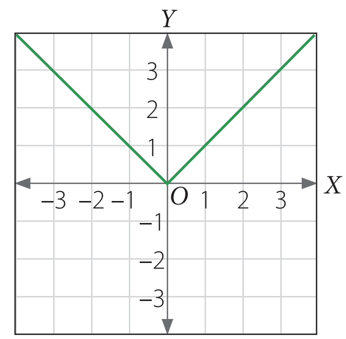
b. ✔



d. ✘

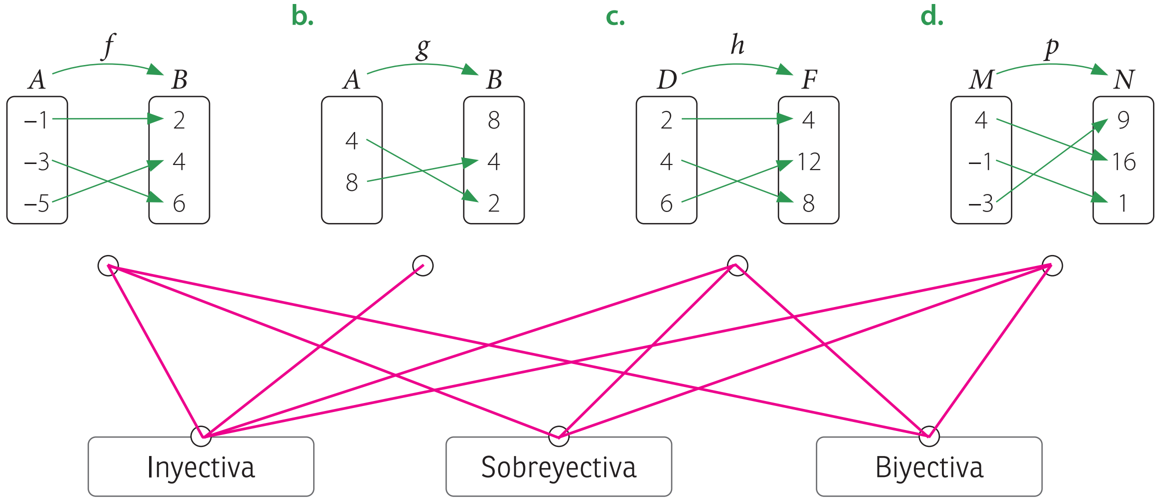


f. ✘



8. Une cada diagrama con su clasificación. Puede haber más de una.

a. b. c. d.



9. Determina si cada función es biyectiva. Justifica en cada caso.

a. $h: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, definida por $h(x) = 2x^2$.

Es biyectiva, ya que es inyectiva y sobreyectiva.

b. $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x+5}{5}$.

No es biyectiva, ya que no es sobreyectiva.

c. $p: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \to \mathbb{R}$, definida por $p(x) = x - \frac{1}{2}$.

No es biyectiva, ya que no es sobreyectiva.

d. $g: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = \frac{x+1}{5}$.

No es biyectiva, ya que no es sobreyectiva.

e. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $p(x) = 0{,}5x$.

Es biyectiva, ya que es inyectiva y sobreyectiva.

f. $q: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $q(x) = \frac{x}{5}$.

Es biyectiva, ya que es inyectiva y sobreyectiva.

10. Determina un dominio y un recorrido para que las funciones sean biyectivas. Respuestas variadas. Se muestran ejemplos.

a. $h: A \subset \mathbb{R} \to B \subset \mathbb{R}$, definida por $h(x) = x^2 - x$.

$A = [0{,}5; +\infty[$ y $B = [-0{,}25; +\infty[$

b. $f: B \subset \mathbb{R} \to C \subset \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 4$.

$B = [0, +\infty[$ y $C = [-4, +\infty[$

c. $g: D \subset \mathbb{R} \to E \subset \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 5x + 9$.

$D =]-\infty, +\infty[$ y $E =]-\infty, +\infty[$

d. $p: D \subset \mathbb{R} \to E \subset \mathbb{R}$, definida por $p(x) = x^2 + 1$.

$D = [0, +\infty[$ y $E = [1, +\infty[$

11. Junto con un compañero resuelve. Respuesta variada, se muestra un ejemplo.

a. Escribe una función inyectiva que no sea sobreyectiva. → $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = x + 1$

b. Escribe una función sobreyectiva que no sea inyectiva. → $f: \mathbb{R}^+ \to [2, +\infty[$, tal que $f(x) = x^2 + 2$