

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Completa la siguiente tabla considerando en todos los casos que las funciones son biyectivas.

$f(x)$	$f^{-1}(x)$
$f(x) = x^2 + 6x + 9$	
	$f^{-1}(x) = \frac{(1 + \sqrt{1 - 8(5 - x)})}{6}$
	$f^{-1}(x) = \sqrt{6 + x}$
$f(x) = x^2 - \frac{2}{3}$	
	$f^{-1}(x) = \frac{(1 + \sqrt{-1 + (1 + 12x)})}{6}$
$f(x) = x^2 + 5x$	
	$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x}$
$f(x) = 2x^2 + 4$	

2. Las siguientes funciones son biyectivas. Comprueba y marca con un ✓ las parejas de funciones en las que una es la inversa de la otra, y con ✗ las que no lo son.

a. $\bigcirc f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x + 1}$

[illegible]

c. $\bigcirc f(x) = -x^2 + 5x - 6$ y $g(x) = \frac{-5 + \sqrt{6x}}{-2}$

[illegible]

b. $\bigcirc f(x) = x^2 - 2xy \quad g(x) = 1 + \sqrt{x+1}$

[illegible]

d. $\bigcirc f(x) = x^2 + x + 1$ y $g(x) = \frac{-1 - \sqrt{4x - 3}}{2}$

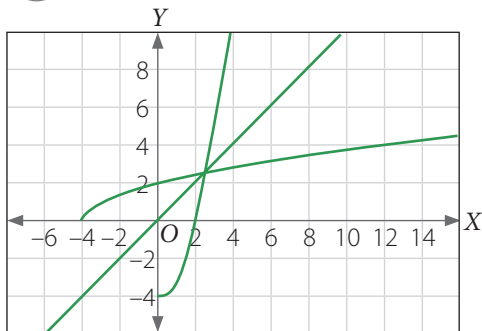
[illegible]

3. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

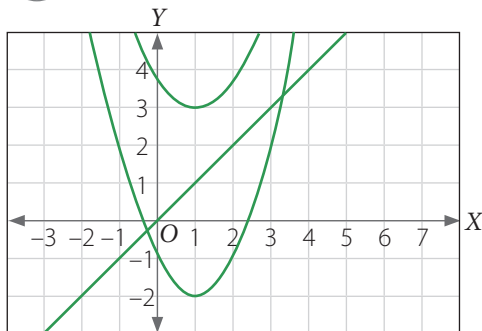
- a. ☐ Al restringir el dominio de una función cuadrática sobreyectiva, se le puede calcular su función inversa.
- b. ☐ La función inversa de una función cuadrática es biyectiva.
- c. ☐ El recorrido de la función inversa de una función cuadrática corresponde al dominio de la función cuadrática.

4. Identifica los gráficos en los que se representa una función y su función inversa. Para ello, marca con un ✓ según corresponda, en caso contrario marca con una ✗.

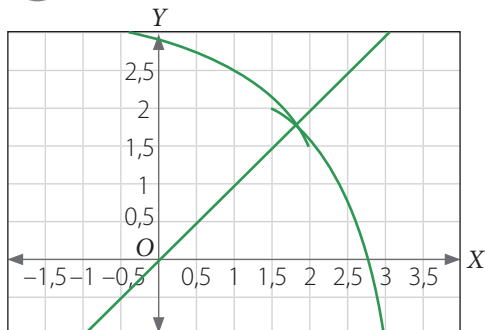
a. ☐



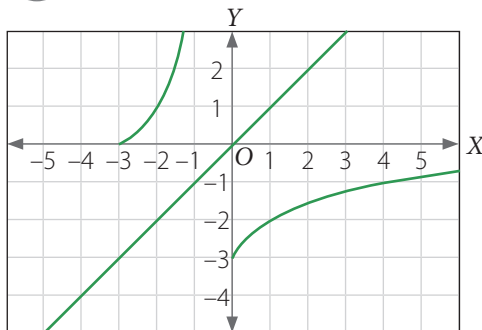
c. ☐



b. ☐



d. ☐



5. Analiza la siguiente situación y luego, responde.

Se ha estimado que las ganancias g (en miles de dólares) de una empresa están en función de la cantidad m de productos que vende, las cuales están definidas por la función:

$$g(m) = 100m - m^2 - 1000$$

- a. ¿En qué intervalos se deben definir las variables para que la función g sea biyectiva?

- b. ¿Cuál es la ganancia al vender 30 artículos? ¿Cuál es la función inversa?

- c. ¿Cuál es la venta necesaria para lograr una ganancia de USD 1 500?

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Completa la siguiente tabla considerando en todos los casos que las funciones son biyectivas.

	$f(x)$	$f^{-1}(x)$
a.	$f(x) = x^2 + 6x + 9$	$f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x}$
b.	$f(x) = \frac{9x^2 - 3x + 10}{2}$	$f^{-1}(x) = \frac{(1 + \sqrt{1 - 8(5 - x)})}{6}$
c.	$f(x) = x^2 - 6$	$f^{-1}(x) = \sqrt{6 + x}$
d.	$f(x) = x^2 - \frac{2}{3}$	$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{3x + 2}{3}}$
e.	$f(x) = \frac{36x^2 - 12x + 1}{12}$	$f^{-1}(x) = \frac{(1 + \sqrt{-1 + (1 + 12x)})}{6}$
f.	$f(x) = x^2 + 5x$	$f^{-1}(x) = \frac{-5 + \sqrt{25 - 4x}}{2}$
g.	$f(x) = x^2 - 2x + 1$	$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x}$
h.	$f(x) = 2x^2 + 4$	$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x - 4}{2}}$

2. Las siguientes funciones son biyectivas. Comprueba y marca con un ✓ las parejas de funciones en las que una es la inversa de la otra, y con ✗ las que no lo son.

a. ✗ $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x + 1}$

No son inversas, ya que
 $f^{-1}(x) = \sqrt{x - 1}$.

c. ✗ $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ y $g(x) = \frac{-5 + \sqrt{6x}}{-2}$

No son inversas, ya que
 $f^{-1}(x) = -\frac{-5 + \sqrt{-4x + 1}}{2}$.

b. ✓ $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = 1 + \sqrt{x + 1}$

Sí son inversas.

d. ✓ $f(x) = x^2 + x + 1$ y $g(x) = \frac{-1 - \sqrt{4x - 3}}{2}$

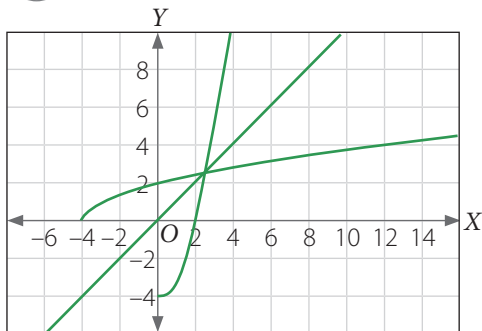
Sí son inversas.

3. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

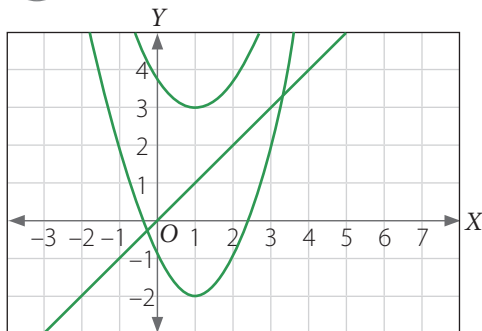
- a. V Al restringir el dominio de una función cuadrática sobreyectiva, se le puede calcular su función inversa.
- b. V La función inversa de una función cuadrática es biyectiva.
- c. V El recorrido de la función inversa de una función cuadrática corresponde al dominio de la función cuadrática.

4. Identifica los gráficos en los que se representa una función y su función inversa. Para ello, marca con un ✓ según corresponda, en caso contrario marca con una ✗.

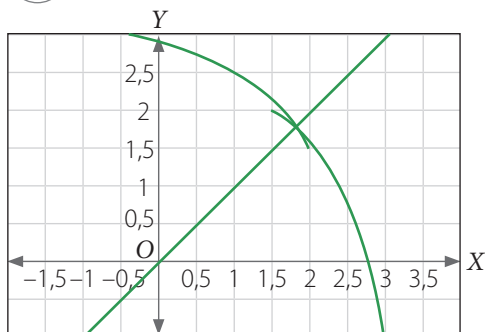
a. ☒



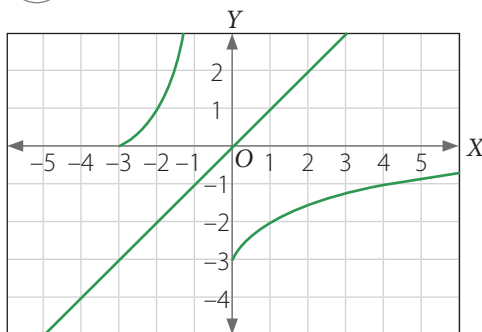
c. ☐



b. ☒



d. ☒



5. Analiza la siguiente situación y luego, responde.

Se ha estimado que las ganancias g (en miles de dólares) de una empresa están en función de la cantidad m de productos que vende, las cuales están definidas por la función:

$$g(m) = 100m - m^2 - 1000$$

- a. ¿En qué intervalos se deben definir las variables para que la función g sea biyectiva?

$m: [0, 50] \text{ o } [50, +\infty[; \quad g:]-\infty, 1500]$

- b. ¿Cuál es la ganancia al vender 30 artículos? ¿Cuál es la función inversa?

$g(30) = 100 \cdot 30 - 30^2 - 1000 = 1100$
La ganancia es de 1 100 miles de dólares.

$g^{-1}(m) = 50 + \sqrt{-m + 1500}$

- c. ¿Cuál es la venta necesaria para lograr una ganancia de USD 1 500?

$g^{-1}(1500) = 50 + \sqrt{1500 + 1500} = 50$
Se deben vender 50 artículos.