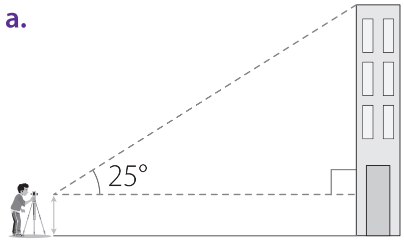
Ángulos de elevación y depresión

1. Identifica con un ✔ el tipo de ángulo que se representa en cada caso según la posición del observador.

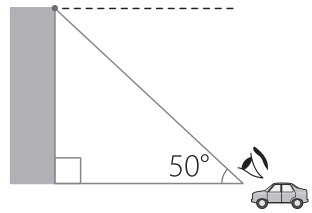
a.



Elevación ✔

Depresión

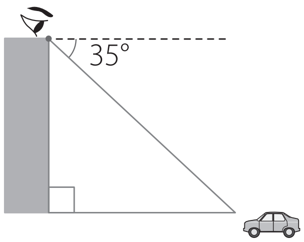
c.



Elevación ✔

Depresión

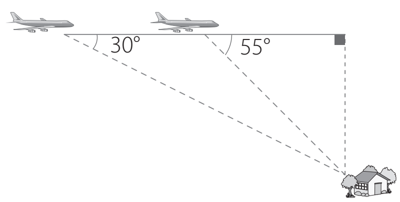
b.



Elevación

Depresión ✔

d.



Elevación

Depresión ✔

2. Con ayuda de la calculadora, calcula el valor de la incógnita en cada expresión. Si es necesario expresa el resultado con 2 cifras decimales.

a. $\text{sen } 90° = x\sqrt{2} \Rightarrow x =$ 0,71

b. $\text{sen } 45° = 2x \Rightarrow x =$ 0,35

c. $\tan 15° = 0{,}2y \Rightarrow y =$ 1,34

d. $\tan 25° = \dfrac{467}{x} \Rightarrow x =$ 1 001,48

e. $\cos 0° = \dfrac{y\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y =$ 1,41

f. $\text{sen } 30° = \dfrac{\sqrt{x}}{8} \Rightarrow x =$ 16

g. $\text{sen } \alpha = 0{,}966 \Rightarrow \alpha =$ 75°,02

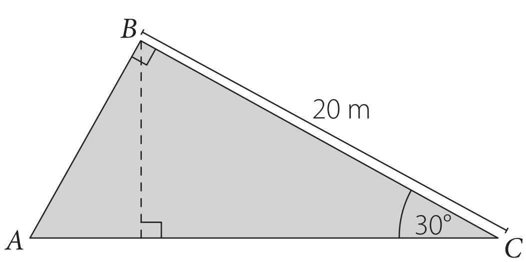
h. $\tan \beta = 1{,}733 \Rightarrow \beta =$ 60°

i. $\cos \gamma = 0{,}001 \Rightarrow \gamma =$ 89°,94

j. $\text{sen } \theta = \dfrac{3}{13} \Rightarrow \theta =$ 13°,34

> ⓘ La calculadora debe estar en modo DEG; y para calcular un ángulo, antepones SHIFT. Por ejemplo, si sen β = 0,7, entonces para conocer el ángulo β pulsas: SHIFT sin 0 • 7 =.

3. Usa la razón trigonométrica más conveniente para calcular el área del triángulo.



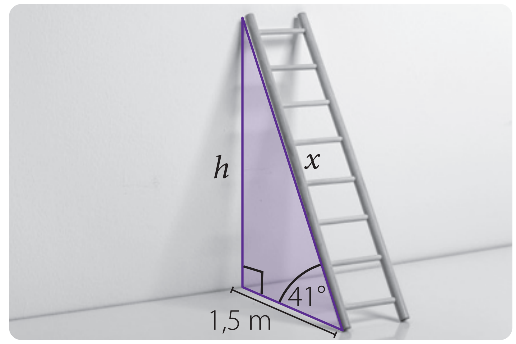
$\tan 30° = \dfrac{AB}{20} \rightarrow AB = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ m

$A = \left(20 \text{ m} \cdot \dfrac{20\sqrt{3}}{3} \text{ m}\right) : 2 = \dfrac{200\sqrt{3}}{3}$ m²

4. Observa cada imagen. Escribe la expresión trigonométrica más apropiada para calcular la longitud solicitada y resuelve.

a. La longitud x de la escalera.

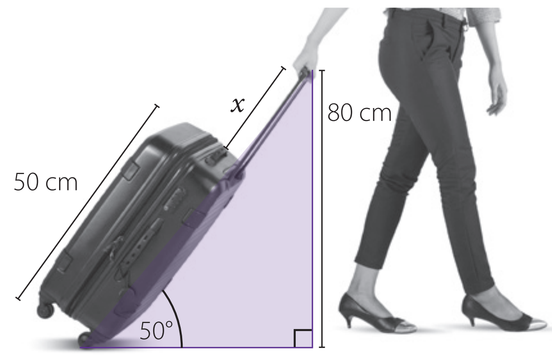
$\cos 41° = \dfrac{1{,}5}{x} \rightarrow x = \dfrac{1{,}5}{\cos 41°} \approx 1{,}99$ m



b. La altura h alcanzada por la escalera.

$\tan 41° = \dfrac{h}{1{,}5} \rightarrow h = 1{,}5 \cdot \tan 41° \approx 1{,}3$ m

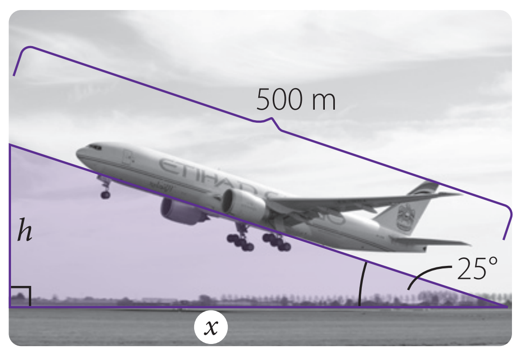
c. La longitud x de la manija extensible de la maleta.



$\operatorname{sen} 50° = \dfrac{80}{50 + x} \rightarrow x = \dfrac{80}{\operatorname{sen} 50°} - 50 \approx 54{,}4$ cm

d. La altura h sobre la pista cuando el avión ha recorrido 500 m.

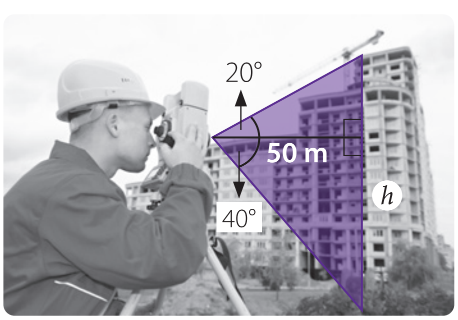
$\operatorname{sen} 25° = \dfrac{h}{500} \rightarrow h = 500 \cdot \operatorname{sen} 25° \approx 211{,}3$ m



e. La distancia horizontal x cuando el avión ha recorrido 500 m.

$\cos 25° = \dfrac{x}{500} \rightarrow x = 500 \cdot \cos 25° \approx 453{,}2$ m

f. La altura h del edificio.



$\tan 20° = \dfrac{h_1}{50} \rightarrow h_1 = 50 \cdot \tan 20° \approx 18{,}2$ m

$\tan 40° = \dfrac{h_2}{50} \rightarrow h_2 = 50 \cdot \tan 40° \approx 42$ m

$h = h_1 + h_2 \approx 18{,}2 + 42 = 60{,}2$ m

5. **Resuelve los siguientes problemas. Dibuja en tu cuaderno las situaciones si es necesario.**

Para practicar más puedes acceder al recurso interactivo Aplicaciones de las razones trigonométricas en el siguiente sitio: *http://www.enlacesantillana.cl/#/L25_MAT2MBDAU3_92*

a. Se instala una grúa de construcción cuya altura es de 45 m. A sus costados se encuentran alineadas dos casetas, una a cada lado, de tal forma que desde la base de una se pueda ver la parte superior de la grúa con un ángulo de 30° y desde la base de la otra, con uno de 60°. ¿Cuál es la distancia que separa a estos dos puntos de observación?

$\tan 30° = \frac{45}{a} \rightarrow a = \frac{45}{\tan 30°} \approx 78$ m $\tan 60° = \frac{45}{b} \rightarrow b = \frac{45}{\tan 60°} \approx 26$

La distancia que los separa es (78 + 26) m = 104 m, aproximadamente.

b. El balcón de un departamento se observa desde cierto punto con un ángulo de elevación de 25°. Quien lo mira se acerca 34 m para distinguir los rostros de quienes están en él, de manera que el ángulo de elevación ahora mide 52°. ¿A qué altura se encuentra el balcón?

$\frac{h}{\tan 25°} - 34 = \frac{h}{\tan 52°} \rightarrow h = \frac{34}{\frac{1}{\tan 25°} - \frac{1}{\tan 52°}} \rightarrow h \approx 25$

El balcón se encuentra a una altura aproximada de 25 m.

c. En un centro recreacional instalaron cuerdas de tirolesas para desplazarse entre los árboles. Un extremo de la cuerda se amarra en la parte superior de un árbol a 4,3 m de altura y el otro extremo, en la parte inferior de otro árbol. Si la persona que se va a lanzar observa la base del árbol de llegada con un ángulo de depresión de 38°, ¿cuál es la longitud de la cuerda?

$\cos 52° = \frac{4{,}3}{l} \rightarrow l = \frac{4{,}3}{\cos 52°} \approx 7$

La cuerda mide, aproximadamente, 7 m.

d. El piloto de una avioneta, al prepararse para aterrizar en una pista recta, en un determinado momento, a 100 m de altura, observa la entrada de la pista de aterrizaje con un ángulo de depresión de 60° y el final de esta, con un ángulo de depresión de 38°. ¿Cuál es la longitud de la pistade aterrizaje?

$\tan 30° = \frac{a}{100} \rightarrow a = 100 \tan 30°$; $\tan 52° = \frac{x + a}{100} \rightarrow x = 100 \tan 52° - 100 \tan 30° \rightarrow x \approx 70{,}26$

La longitud aproximada de la pista es 70,26 m.

e. ¿Cuál es el ángulo de elevación que tiene una cuerda de 6 m amarrada desde el piso hasta un árbol si el nudo se encuentra a una altura de 3,2 m?

$\text{sen}\ \alpha = \frac{3}{6} \rightarrow \text{sen}\ \alpha = \frac{1}{2}$

Por lo tanto, el ángulo de elevación mide 30°.

f. El gato de Magdalena trepó a un árbol y se encuentra a una altura de 2,9 m. Magdalena mide 1,63 m y observa a su gato con un ángulo de elevación de 30°. ¿Cuánto debe acercarse para poder mirarlo con un ángulo de 45°?

$2{,}9 - 1{,}63 = 1{,}27$ m; $\tan 30° = \frac{1{,}27}{x} \rightarrow x = \frac{1{,}27}{\tan 30°} \approx 2{,}2$ m

$2{,}2 - 1{,}27 = 0{,}93$ m

Magdalena debe acercase 0,93 m para observar a su gato con un ángulo de 45°.

g. Denisse se halla a 4,5 m de una capilla, mirando su campanario que está a 4,5 m de altura por sobre sus ojos. ¿Cuánto mide el ángulo de elevación que posee su línea de observación?

$\tan \theta = \frac{4{,}5}{4{,}5} = 1 \rightarrow \theta = 45°$

El ángulo de elevación mide 45°.

h. ¿Cuál es el ángulo de elevación de la línea de observación de una cámara que registra una publicidad ubicada a 6,1 m de altura si se encuentra ubicada a 3,5 m en línea recta de la base del anuncio?

$\tan \theta = \frac{6{,}1}{3{,}5} \rightarrow \tan \theta \approx 1{,}74$

Como $1{,}74 \approx \sqrt{3}$, el ángulo mide 60°, aproximadamente.

i. En la parte superior de la capilla de un pueblo hay un campanario. Una persona lo puede ver desde la calle a 18 m con un ángulo de 60°. ¿Cuánto se debe alejar para observarlo con un ángulo de 45°?

$\tan 60° = \frac{h}{18} \rightarrow h = 18 \tan 60° \approx 31{,}18$

$31{,}18$ m $- 18$ m $= 13{,}18$ m

La persona debe alejarse 13,18 m, aproximadamente.

j. Si sen $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y cos $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ¿cuál es el valor de tan $(2\alpha - \beta)$?

$\text{sen}\ \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45°$; $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \beta = 30°$

$\tan (2 \cdot 45° - 30°) = \tan 60° = \sqrt{3}$