

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Calcula la función inversa de las siguientes funciones y luego comprueba que se cumpla $f^{-1}(f(x)) = x$. Considera que las funciones que se muestran son biyectivas.

a. $f: \left[-\frac{5}{2}, +\infty\right[\rightarrow \left[-\frac{25}{4}, +\infty\right[, f(x) = x^2 + 5x$

b. $f: [1, +\infty[\rightarrow [-\infty, 4[, f(x) = -x^2 + 2x + 3$

[illegible]

2. Verifica si la función $g(x)$ es la inversa de la función $f(x)$. De no serlo, determina $f^{-1}(x)$.

a. $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, f(x) = x^2, g(x) = \sqrt{x}.$

[illegible]

b. $f: \left[\frac{3}{2}, +\infty \right[\rightarrow \left[-\frac{1}{4}, +\infty \right[$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$, y $g(x) = \frac{3 + \sqrt{(1+4x)}}{2}$.

[illegible]

3. Identifica el error cometido en el siguiente desarrollo. Luego, corrígelo.

La función inversa de $f: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^- \cup \{0\}$, definida por $f(x) = -2x^2$, es $f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{x}{2}}$, ya que al calcular $f(f^{-1}(x))$ se obtiene x .

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Calcula la función inversa de las siguientes funciones y luego comprueba que se cumpla $f^{-1}(f(x)) = x$. Considera que las funciones que se muestran son biyectivas.

a. $f: \left[-\frac{5}{2}, +\infty\right] \rightarrow \left[-\frac{25}{4}, +\infty\right], f(x) = x^2 + 5x$

$$f^{-1}(x) = \frac{-5 + \sqrt{4x+25}}{2}$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(x^2 + 5x) &= \frac{-5 + \sqrt{4x^2 + 5x} + 25}{2} \\ &= \frac{-5 + \sqrt{4x^2 + 20x + 25}}{2} = \frac{-5 + 2x + 5}{2} = x \end{aligned}$$

b. $f: [1, +\infty[\rightarrow [-\infty, 4[, f(x) = -x^2 + 2x + 3$

$$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{4-x}$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(-x^2 + 2x + 3) &= 1 + \sqrt{4 - (-x^2 + 2x + 3)} \\ &= 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 1} \\ &= 1 + x - 1 = x \end{aligned}$$

2. Verifica si la función $g(x)$ es la inversa de la función $f(x)$. De no serlo, determina $f^{-1}(x)$.

a. $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, f(x) = x^2$, y $g(x) = \sqrt{x}$.

Sí es la inversa, ya que: $y = x^2 \Rightarrow \sqrt{y} = x$
 $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

b. $f: \left[\frac{3}{2}, +\infty\right] \rightarrow \left[-\frac{1}{4}, +\infty\right], f(x) = x^2 - 3x + 2$, y $g(x) = \frac{3 + \sqrt{1+4x}}{2}$.

Sí es la inversa, ya que: $f^{-1}(x) = \frac{3 + \sqrt{9 - 4(2-x)}}{2} = \frac{3 + \sqrt{(9-8)+4x}}{2}$
 $= \frac{3 + \sqrt{1+4x}}{2}$

3. Identifica el error cometido en el siguiente desarrollo. Luego, corrígelo.

La función inversa de $f: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^- \cup \{0\}$, definida por $f(x) = -2x^2$, es $f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{x}{2}}$, ya que al calcular $f(f^{-1}(x))$ se obtiene x .

El error está en que la inversa de $f(x)$ es $f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{-x}{2}}$.