

Multiplicación y división de potencias

1. Escribe las siguientes multiplicaciones como una sola potencia:

a. $\left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^7$

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{5+7} = \left(\frac{5}{8}\right)^{12}$$

d. $\left(-\frac{3}{20}\right)^{13} \cdot \left(-\frac{3}{20}\right)^{-4}$

$$\left(-\frac{3}{20}\right)^{13-4} = \left(-\frac{3}{20}\right)^9$$

b. $\frac{3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-4} \cdot 3^{-5}}{3^{-7} \cdot 3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^{-5}}$

$$\frac{3^{2+4-4-5}}{3^{-7+4+4-5}} = \frac{3^{-3}}{3^{-4}} = 3$$

e. $\frac{7^8 \cdot 7^{-5} \cdot 7^{-8} \cdot 7^{-9}}{7^5 \cdot 7^4 \cdot 7^{-2}}$

$$\frac{7^{8-5-8-9}}{7^{5+4-2}} = \frac{7^{-14}}{7^7} = 7^{-21}$$

c. $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-3}$

$$\left(\frac{7}{11} \cdot \frac{8}{9}\right)^{-3} = \left(\frac{56}{99}\right)^{-3}$$

f. $\frac{4^9 \cdot 4^5 \cdot 4^{-12}}{2^{-7} \cdot 2^{-4} \cdot 2^5 \cdot 2^8}$

$$\frac{4^{9+5-12}}{2^{-7-4+5+8}} = \frac{4^2}{2^2} = 2^2 = 4$$

2. Calcula el valor solicitado en cada caso.

a. El área de un cuadrado de lado $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ cm.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}$$

El área del cuadrado es $\frac{81}{625}$ cm².

b. El volumen de un cubo de arista $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ cm.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{27}{8}\right)^4 = \frac{531\,441}{4096}$$

El volumen del cubo es $\frac{531\,441}{4096}$ cm³.

3. Escribe las siguientes divisiones como una sola potencia:

a. $\left(\frac{2}{7}\right)^6 : \left(\frac{2}{7}\right)^4$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{6-4} = \left(\frac{2}{7}\right)^2$$

d. $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 : \left(-\frac{1}{10}\right)^{-3}$

$$\left(-\frac{1}{10}\right)^{2+3} = \left(-\frac{1}{10}\right)^5$$

b. $\frac{3^2 : 3^4 : 3^{-4} : 3^{-5}}{3^{-7} : 3^4 : 3^{-5}}$

$$\frac{3^{2-4+4+5}}{3^{-7-4+5}} = \frac{3^7}{3^{-6}} = 3^{13}$$

e. $\frac{7^8 : 7^{-5} : 7^{-8} : 7^{-9}}{7^7 : 7^4 : 7^{-2}}$

$$\frac{7^{8+5+8+9}}{7^{7-4+2}} = \frac{7^{30}}{7^5} = 7^{25}$$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

$$\left(\frac{2}{3} : \frac{1}{3}\right)^{-4} = 2^{-4}$$

f. $\frac{4^9 : 4^5 : 4^{-12}}{2^{-7} : 2^{-4} : 2^5 : 2^8}$

$$\frac{4^{9-5+12}}{2^{-7+4-5-8}} = \frac{4^{16}}{2^{-16}} = 2^{48}$$

4. Responde las siguientes preguntas asociadas a cada situación:

- a. El largo de un rectángulo mide 25 cm y su ancho mide 16 cm. Si cada uno de los lados disminuye a su tercera parte, ¿qué potencia de exponente 2 representa el área del rectángulo en centímetros cuadrados?

$$\frac{25}{3} \cdot \frac{16}{3} = \left(\frac{5 \cdot 4}{3}\right)^2 \text{ La potencia de exponente 2 que representa el área es } \left(\frac{20}{3}\right)^2 \text{ cm}^2.$$

- b. Un terreno rectangular mide 0,25 km de ancho y 0,81 km de largo. ¿Qué expresión representa el área del rectángulo escrita como potencia de exponente 2, en kilómetros cuadrados?

$$\frac{25}{100} \cdot \frac{81}{100} = \left(\frac{5 \cdot 9}{100}\right)^2 \text{ La potencia de exponente 2 que representa el área es } \left(\frac{9}{20}\right)^2 \text{ km}^2.$$

5. Escribe cada una de las siguientes expresiones como una potencia de exponente positivo:

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{6}\right)^2$

c. $\left(\frac{5}{11}\right)^{-4} : \left(\frac{5}{11}\right)^7 : \left(\frac{5}{11}\right)^{-11}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2} : \frac{1}{6}\right)^2 &= \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{11}\right)^{-4-7} : \left(\frac{5}{22}\right)^{-11} &= \left(\frac{5}{11} \cdot \frac{22}{5}\right)^{-11} \\ &= 2^{-11} = \left(\frac{1}{2}\right)^{11} \end{aligned}$$

b. $0,6^4 \cdot \left[\left(\frac{4}{5}\right)^6 : \left(\frac{4}{5}\right)^2\right]$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right)^4 = \left(\frac{8}{15}\right)^4$$

d. $\left(-\frac{5}{130}\right)^{-7} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-7}$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{130} \cdot -\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3}\right)^{-7} &= \left(\frac{1}{13}\right)^{-7} \\ &= 13^7 \end{aligned}$$

6.  Con un compañero, analicen la siguiente información y respondan la pregunta:

En una división, el dividendo es $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$ y el divisor es $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$. ¿Cuál es la mitad del cociente?

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} : 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

La mitad del cociente es $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

7. Resuelve el siguiente problema:

Una señal de radio tiene una potencia de 0,9 vatios y al atravesar cada metro de concreto, la potencia de la señal se atenúa a $\frac{4}{5}$ de su valor inicial. Después de atravesar 3 m de concreto un técnico amplifica la señal recibida multiplicando su potencia por $0,8^{-3}$, para compensar parte de la pérdida y mejorar la recepción.

¿Cuál es la potencia final de la señal después de atravesar los 3 m de concreto y aplicar la señal?

$$0,9 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot 0,8^{-3} = 0,9 \cdot \frac{64}{125} \cdot \frac{125}{64} = 0,9$$

Después de atravesar los 3 m de concreto y aplicar la amplificación, la señal tiene una potencia de 0,9 vatios.