Ficha 16

Búsqueda de estrategias y soluciones

Nombre: ______________________________ **Curso** ________

1. Un dado de seis caras tiene escritos los siguientes números en sus caras:

1 - 1 - 2 - 3 -3 - 4

Se lanza el dado 6 veces y se define la variable aleatoria X como el número de resultados impares que se obtiene.

Propón una estrategia para determinar la función de probabilidad de X y úsala para calcular la probabilidad de que $X = 4$.

Estrategia:

1° Definir el suceso éxito como obtener un número impar y fracaso como obtener un número par.

2° Asignar las probabilidades:

$$P(\text{éxito}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{fracaso}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3° Reconocer que la variable X tiene una distribución binomial y definir su función de probabilidad:

$$f(x) = P(X = x) = \binom{6}{x} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{6-x}$$

4° Calcular la probabilidad.

$$f(4) = P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{6-4} = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = 0{,}3292\ldots$$

Solución:

La probabilidad es 0,3292, aproximadamente.

2. Un dado de seis caras tiene escritos los siguientes números en sus caras:

2 - 2 - 4 - 5 -6 - 6

Se lanza el dado 10 veces y se define la variable aleatoria X como el número de resultados pares que se obtiene.

Propón una estrategia para determinar la función de probabilidad de X y úsala para calcular la probabilidad de que $X = 9$.

Estrategia:

1° Definir el suceso éxito como obtener un número par y fracaso como obtener un número impar.

2° Asignar las probabilidades:

$$P(\text{éxito}) = \frac{5}{6}$$

$$P(\text{fracaso}) = \frac{1}{6}$$

3° Reconocer que la variable X tiene una distribución binomial y definir su función de probabilidad:

$$f(x) = P(X = x) = \binom{10}{x} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{x} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{10-x}$$

4° Calcular la probabilidad.

$$f(9) = P(X = 9) = \binom{10}{9} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{9} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{10-9} = \binom{10}{9} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{9} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{1} = 0{,}3230\ldots$$

Solución:

La probabilidad es 0,3230, aproximadamente.

3. Aplica una estrategia conveniente para resolver el problema.

La probabilidad de que el vapor se condense en un tubo de aluminio a 10 atm de presión es igual a 0,4. Si se prueban 15 tubos de ese tipo con esas mismas condiciones, ¿cuál es la probabilidad de que el vapor se condense exactamente en 1 tubo?

Estrategia:

1° Definir el suceso éxito como la condensación del vapor y fracaso como el de no condensación del vapor.

2° Asignar las probabilidades: $P(\text{éxito}) = 0{,}4$
$P(\text{fracaso}) = 0{,}6$

3° Reconocer que la variable X tiene una distribución binomial y definir su función de probabilidad: $f(x) = P(X = x) = \binom{15}{x} \cdot 0{,}4^{x} \cdot 0{,}6^{15-x}$

4° Calcular la probabilidad. $f(1) = P(X = 1) = \binom{15}{1} \cdot 0{,}4^{1} \cdot 0{,}6^{15-1} = \binom{15}{1} \cdot 0{,}4^{1} \cdot 0{,}6^{14} = 0{,}00470\ldots$

Solución:

La probabilidad es 0,005, aproximadamente.

4. Resuelve el problema. Aplica una estrategia conveniente y utiliza la tabla de distribución normal estándar accediendo a *https://bit.ly/3L46qfu*

La distribución de la longitud, medida en centímetros, de un lote de clavos es normal $N(2; 0{,}1)$. ¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar un clavo que mida más de 2,1 cm?

Estrategia:

1° Se define la variable X como la longitud de un clavo del lote.

2° Se expresa simbólicamente la probabilidad buscada: $P(X > 2{,}1)$

3° Se expresa la probabilidad estandarizando la variable, es decir $Z \sim N(0, 1)$:

$$P(X > 2{,}1) = P\left(Z > \frac{2{,}1 - 2}{0{,}1}\right) = P\left(Z > \frac{0{,}1}{0{,}1}\right) = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1)$$

4° Se busca en la tabla, la probabilidad $P(Z < 1)$: $P(Z < 1) \approx 0{,}8413$

5° Se reemplaza este valor: $P(X > 2{,}1) \approx 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$

Solución:

La probabilidad es 0,1587, aproximadamente.

5. Resuelve el problema. Aplica una estrategia conveniente y utiliza la tabla de distribución normal estándar accediendo a *https://bit.ly/3L46qfu*

La distribución de la duración, medida en horas, de una partida de ampolletas es normal $N(1000, 10)$.
¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar una ampolleta que dure menos de 980 horas?

Estrategia:

1° Se define la variable X como la duración de una ampolleta de la partida.

2° Se expresa simbólicamente la probabilidad buscada:

$$P(X < 980)$$

3° Se expresa la probabilidad estandarizando la variable, es decir $Z \sim N(0, 1)$:

$$P(X < 980) = P\left(Z < \frac{980 - 1000}{10}\right) = P\left(Z < \frac{-20}{10}\right) = P(Z < -2) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$$

4° Se busca en la tabla la probabilidad $P(Z < 2)$:

$$P(Z < 2) \approx 0{,}9772$$

5° Se reemplaza este valor:

$$P(X < 980) \approx 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$$

Solución:

La probabilidad es 0,0228, aproximadamente.