

Evaluación formativa

Nombre: _____ Curso: _____

1. Observa las siguientes funciones y realiza lo que se solicita.

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \text{ definida por } f(x) = \log_{0,25}(x)$$

$$g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \text{ definida por } g(x) = \log_4(x)$$

- a. Confecciona una tabla con 6 valores para la función f y 6 valores para la función g . Utiliza una calculadora científica en línea conectándote a <https://bit.ly/3yH3Ch7>. (Para utilizar una base distinta a 10 o e , puedes utilizar las propiedades del logaritmo). **Por ejemplo:**

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	16
$f(x)$	$\log_{0,25}\left(\frac{1}{4}\right) = 1$	$\log_{0,25}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$	$\log_{0,25}(1) = 0$	$\log_{0,25}(2) = -\frac{1}{2}$	$\log_{0,25}(4) = -1$	$\log_{0,25}(16) = -2$
$g(x)$	$\log_4\left(\frac{1}{4}\right) = -1$	$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$	$\log_4(1) = 0$	$\log_4(2) = \frac{1}{2}$	$\log_4(4) = 1$	$\log_4(16) = 2$

- b. ¿Para qué valor se cumple que $g(x) = f(x)$?

Para $x = 1$.

2. Analiza la situación y responde.

Luego de realizar diferentes estudios de mercado, una compañía de computadores determinó que el costo C , en cientos de dólares, de producir x unidades por hora, está dado por la siguiente función:

$$C(x) = \log(1 + 2x) + 5$$

- a. ¿Cuál es el dominio de la función?, ¿cuál es su asíntota? Explica.

Su dominio debe verificar

$$1 + 2x > 0 \rightarrow 2x > -1 \rightarrow x > -\frac{1}{2}$$

Como $C(x) = \log(1 + 2x) + 5$, entonces, la ecuación de su asíntota es $x = -0,5$.

El dominio es el intervalo $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ y la gráfica de su asíntota es $x = -0,5$. Sin embargo, dado que x representa una cantidad de computadores y debe ser mayor o igual que 0, solo puede tomar valores naturales o 0: 0, 1, 2, 3, 4,

- b. ¿Cuál es el costo de producir 10 computadores por hora?

Para $x = 10$ se tiene:

$$C(10) = \log(1 + 2 \cdot 10) + 5 = \log(1 + 20) + 5 = \log(21) + 5 \approx 6,32...$$

El costo de producir 10 computadores por hora es de 632 dólares, aproximadamente.

- c. ¿En qué punto la gráfica corta al eje X ? En el contexto del problema, ¿tiene sentido que lo corte?, ¿por qué?

La intersección con el eje X se obtiene para $C(x) = 0$, esto es:

$$\log(1 + 2x) + 5 = 0 \rightarrow \log(1 + 2x) = -5 \rightarrow 1 + 2x = 10^{-5} \rightarrow 2x = 10^{-5} - 1 \rightarrow x = \frac{10^{-5} - 1}{2} = -0,499995$$

La intersección ocurre en $(-0,499995; 0)$. En este caso, no tiene sentido ya que x debe ser no negativos.

- d. En el contexto del problema, ¿se puede considerar $x < 0$? Argumenta tu respuesta.

No, ya que la cantidad de computadores debe ser un valor no negativo.

3. Analiza la siguiente situación; luego, si es necesario, utiliza una calculadora y resuelve.

Un grupo de científicos se encuentra estudiando la cantidad de personas contagiadas por un virus. Después de diferentes estudios realizados, determinan que la función que modela lo anterior está dada por:

$$C(x) = \frac{p}{\log(x + 1)}$$

Donde p corresponde a la población inicial, que en este caso es igual a 5 000; y x es la cantidad de días transcurridos.

- a. ¿Se puede calcular $C(0)$?, ¿por qué?

No, ya que al evaluar $x = 0$, el denominador se anula.

- b. ¿Cuál es el dominio de la función?

Para el contexto del problema, x representa cantidad de días. Entonces, el dominio es \mathbb{N} .

- c. ¿La función es creciente o decreciente? ¿En qué te fijas para determinarlo?

Es decreciente ya que a mayor tiempo, menor es el número de contagiados.

- d. ¿Tiene asíntotas la función? Explica.

Sí, la ecuación de la asíntota es $x = 0$.

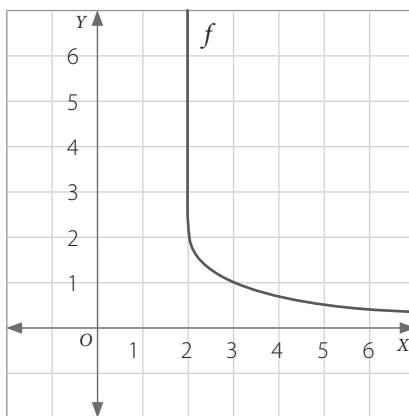
- e. ¿En qué día la cantidad de contagiados es igual a la población inicial?

Para $C = 5\,000$ se tiene:

$$5\,000 = \frac{5\,000}{\log(x + 1)} \rightarrow \log(x + 1) = 1 \rightarrow x + 1 = 10^1 \rightarrow x + 1 = 10 \rightarrow x = 9$$

En el noveno día.

4. Analiza la siguiente gráfica logarítmica de base 0,1 y responde.



a. ¿Cuánto es $f(3)$?

Del gráfico, $f(3) = 1$.

b. ¿Cuál es la ecuación de la asíntota?

Del gráfico, la ecuación de la asíntota es $x = 2$.

c. ¿La función es creciente o decreciente?

Es decreciente.

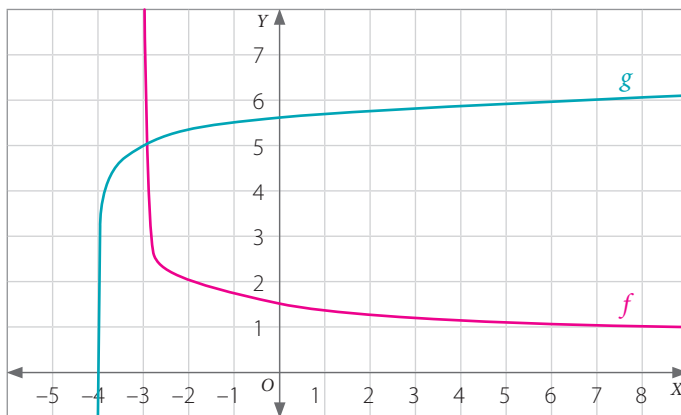
d. ¿Cuál es el dominio de la función?

El dominio de la función es el intervalo $]2, +\infty[$.

e. ¿Cuál es la función que modela la gráfica?

La función que modela la gráfica es $f(x) = \log_{\frac{1}{10}}(x - 2) + 1$.

5. Analiza las siguientes gráficas de funciones logarítmicas de bases 10 y $\frac{1}{10}$. Luego, responde.



a. ¿Cuáles son las funciones que modelan las gráficas?

Las funciones son $f(x) = \log_{\frac{1}{10}}(x + 3) + 2$ y $g(x) = \log(x + 4) + 5$.

b. ¿Cuál es el valor de x que cumple que $f(x) = 0$?

La condición $f(x) = 0$ se cumple si:

$$\log_{\frac{1}{10}}(x+3) + 2 = 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{10}}(x+3) = -2 \rightarrow \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = x+3 \rightarrow 10^2 = x+3 \rightarrow 100 - 3 = x \rightarrow x = 97$$

Se cumple que $f(x) = 0$ para $x = 97$.

c. ¿Cuál es el valor de x que cumple que $f(x) = g(x)$?

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ \log_{\frac{1}{10}}(x+3) + 2 &= \log(x+4) + 5 \\ -\log(x+3) + 2 &= \log(x+4) + 5 \\ 2 - 5 &= \log(x+4) + \log(x+3) \\ -3 &= \log((x+4)(x+3)) \\ 10^{-3} &= (x+4)(x+3) \end{aligned}$$

Por lo tanto, $x_1 = -4,001$ y $x_2 = -2,999$.

De las soluciones de la ecuación y del gráfico, $f(x) = g(x)$ para $x = -2,999$.

Mis logros

Marca con un ☒ las actividades que desarrollaste correctamente.

Indicador	Actividad
1. Caracterización de la función logarítmica	1a 1b 2a 2b 2c 2d 3a
	3b 3c 3d 3e 5b 5c
2. Análisis de la gráfica de la función logarítmica	4a 4b 4c 4d
3. Modificación de parámetros	4e 5a

Criterios de evaluación

» 0 a 9 actividades correctas

Parcialmente logrado

Vuelvo a estudiar los contenidos.

» 10 a 17 actividades correctas

Medianamente logrado

Repaso donde fallé.

» 18 o 19 actividades correctas

Logrado

Muy bien, lo logré.

Reflexiona y responde

- ¿Qué elementos de la función logarítmica te faltó repasar en esta evaluación?
- ¿Crees que tus logros reflejan correctamente lo que aprendiste?, ¿por qué?