

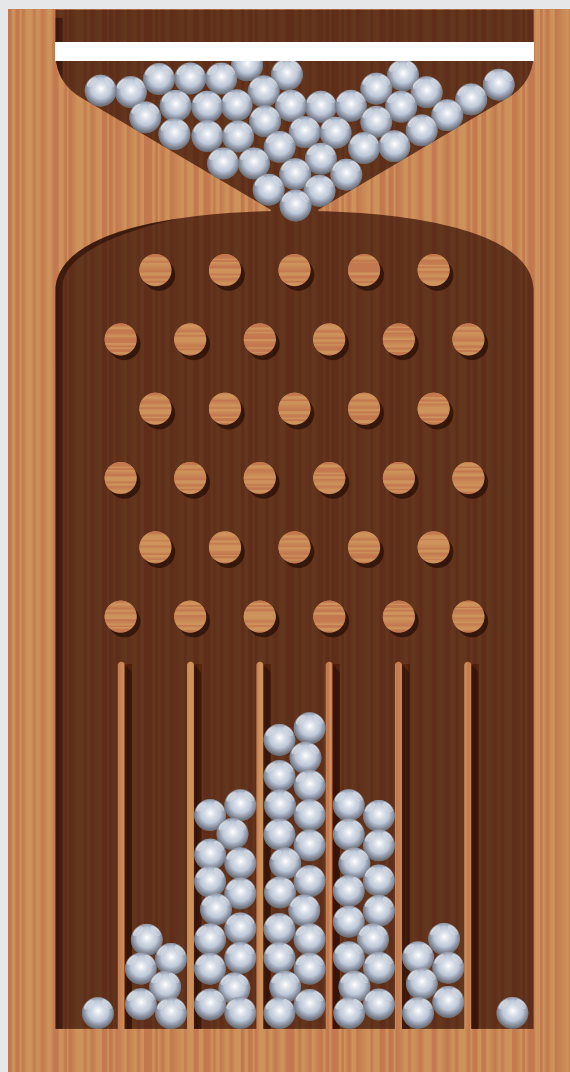
Proyecto colaborativo

¿Para qué se utiliza la máquina de Galton?

Nombre: _____ Curso: _____

La máquina de Galton es un dispositivo inventado por Francis Galton. Está constituido por un conjunto de casillas (columnas), filas de división y una distribución de topes, como se muestra en la imagen. Si dejamos caer una bolita, al chocar con cada tope, puede dirigirse a izquierda o derecha. Se espera que el tope no tenga nada especial que aumente las opciones de dirigirse a un lado específico.

El proyecto les permitirá analizar el modelo de distribución binomial a partir de la simulación de experimentos aleatorios.



Para este trabajo en equipo formen grupos de 3 integrantes.

Etapas 0 (introducción)

La forma en que se distribuyen las bolitas se puede analizar desde un punto de vista **geométrico**, constatando que el área de la campana que se forma es aproximadamente 1. Esto se puede comprobar de muchas maneras y una de ellas se logra subdividiendo el área en muchos rectángulos, de manera que la suma total de sus áreas se acerca más y más a 1 en la medida que se utilizan más rectángulos.

Etapa 1 (simulación)

Construyan una máquina de Galton. Para esto, averigüen en qué consiste y registren sus principales características. Para una cantidad de filas fijas, deberán repetir la simulación 20 veces lanzando 30 bolitas al interior del artefacto.

Para cada repetición deberán:

- Construir una tabla de distribución de frecuencias determinando las frecuencias relativas.
- Construir un gráfico de barras y analizar sus características.

Etapa 2 (simulación virtual)

Repitan la simulación, pero esta vez usando un simulador de máquina de Galton. Por ejemplo, puede acceder a uno en <https://bit.ly/4dXhM0x>

Consideremos que una variable aleatoria discreta toma un valor 0 si la bolita se dirige a la izquierda (éxito) y 1 si la bolita se va a la derecha (fracaso), y que la variable aleatoria binomial X corresponde a la cantidad de 1 obtenidos al finalizar el experimento.

Simulen la manipulación del aparato virtual cambiando los valores de saltos (filas), y el máximo de tiradas (cantidad de bolitas). Luego, respondan:

- ¿Cuál es el recorrido de la variable aleatoria X ?

Para n bolitas, la variable puede adquirir los valores $0, 1, 2, \dots, n$.

- ¿Cuál es la probabilidad de éxito?

La probabilidad de éxito es 0,5.

- ¿A qué parámetro de la distribución binomial corresponde la cantidad de bolitas introducidas en el aparato?

Corresponde al número de repeticiones del experimento aleatorio.

- Al finalizar cada experimento, conjeturen acerca de la forma en que están distribuidas las bolitas en las casillas.

Las bolitas se distribuyen formando una campana: con más bolitas al centro que en los extremos.

Etapa 3 (aplicación)

Con la ayuda de GeoGebra simulen distribuciones binomiales con distintos parámetros. Para esto consideren lo siguiente:

- En la barra de entrada, ingresen DistribuciónBinomial (n, p) y construyan los deslizadores para n y p .
- Para n consideren los datos entre 1 y 100 con incremento igual a 1.
- Para p consideren los datos entre 0 y 1 con incremento igual a 0,01.

Al aumentar los valores de n , ¿sería una buena decisión aproximar la gráfica de la función de densidad por medio de una curva normal? Expliquen.

Sí, ya que la gráfica se aproxima a la campana típica de una distribución normal.

Etapla 4 (conclusiones)

Redacten un informe que resuma lo realizado y comparen sus resultados con los del resto del curso. A modo de conclusión del trabajo elaborado por el grupo, respondan:

- ¿A partir de qué valores de n se considera la distribución normal como una buena aproximación para la binomial? Expliquen.

Por ejemplo, a partir de $n = 10$.

- ¿Qué ventajas presenta el uso de la distribución normal para el cálculo de probabilidades de variables aleatorias binomiales?

En la distribución normal es sencillo obtener su media y su desviación estándar.

- Determinen la esperanza y varianza de la distribución normal al aumentar el valor de n .

La esperanza es np y la varianza es $np(1 - p)$.


Reflexiona y responde

- ¿Qué dificultades tuvieron durante el desarrollo de este proyecto?, ¿cómo las superaron?
- ¿Te sentiste motivado con este proyecto?, ¿por qué?
- ¿Cuál piensas que fue la mayor fortaleza de tu equipo de trabajo?

Ficha 18

Coevaluación

Nombre: _____ Curso _____

Marca con un  la opción que describa cómo realizó las actividades tu compañera o compañero de grupo.

Actividad	Siempre	A veces	Casi nunca o nunca
Mostró concentración y motivación durante la realización del proyecto.			
Se mostró dispuesto a colaborar con el equipo de trabajo.			
Escuchó respetuosamente las ideas de los demás integrantes del grupo.			
Se esforzó por obtener información útil para el proyecto.			
Reconoció sus errores y los corrigió.			
Mostró interés en resolver conflictos al interior del grupo.			
Identificó los alcances y la utilidad del trabajo realizado.			