

Síntesis de Unidad 1 • Números

1. Clasificación de números racionales e irracionales:

a. $0,2525$ _____

e. $\frac{32}{4}$ _____

b. $0,0001\dots$ _____

f. $\log_4(12)$ _____

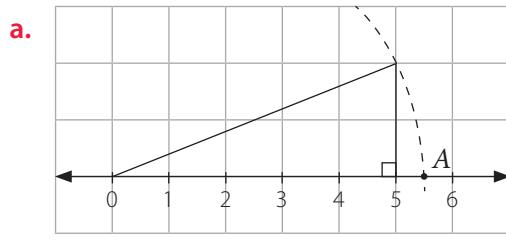
c. $4,51$ _____

g. $0,43$ _____

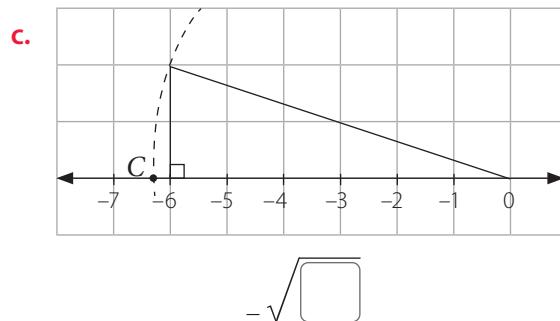
d. $0,3$ _____

h. $\ln e^2$ _____

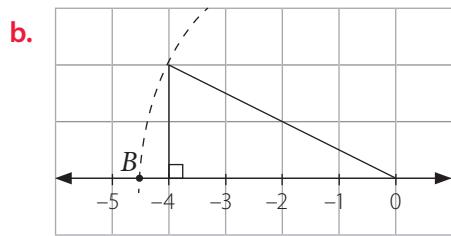
2. Determina cuál es el número que se representa en cada recta numérica.



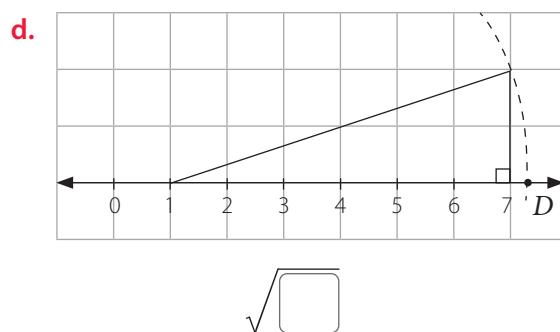
$$\sqrt{\boxed{\quad}}$$



$$-\sqrt{\boxed{\quad}}$$



$$-\sqrt{\boxed{\quad}}$$



$$\sqrt{\boxed{\quad}}$$

3. Expresa las siguientes potencias en forma de raíz.

a. $2^{\frac{1}{2}} = \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}$

c. $(0,49)^{\frac{1}{2}} = \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}$

b. $-8^{\frac{1}{3}} = \boxed{\quad} \sqrt[3]{\boxed{\quad}}$

d. $\left(\frac{7}{11}\right)^{\frac{2}{3}} = \boxed{\quad} \sqrt[3]{\boxed{\quad}}$

4. Evalúa si cada igualdad es verdadera (V) o falsa (F).

a. $\bigcirc \frac{\sqrt[3]{864}}{\sqrt[3]{32}} = 3$

c. $\bigcirc \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

b. $\bigcirc \frac{3}{\sqrt{3}} = 3$

d. $\bigcirc \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$

5. Racionaliza las siguientes expresiones numéricas:

a. $\frac{a-b}{a\sqrt{c-d}}$

b. $\frac{-5}{\sqrt[6]{3}}$

6. Determine el valor de las siguientes expresiones:

a. $\log_3 1 - \frac{\log_3 81}{\log_2 8}$

b. $\frac{\log_5 25 \cdot 625}{\log_5 125}$

7. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Dos triángulos rectángulos comparten la misma hipotenusa. Si las medidas de los catetos de uno de los triángulos son 11 cm y 3 cm, y la medida de uno de los catetos del segundo triángulo es 7 cm, calcula la medida del cateto restante.

- b. En astronomía, la magnitud aparente m de una estrella indica su brillo tal como es observado desde la Tierra. Esta magnitud se calcula en función de la luminosidad L de la estrella, que es la cantidad total de energía que emite, mediante la fórmula:

$$m = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

donde $L_0 = 3 \cdot 10^{28}$ vatios, representa la luminosidad de una estrella de referencia.

Si la luminosidad de una estrella es $L = 2 \cdot 10^{26}$ vatios, ¿cuál es su magnitud aparente?

Síntesis de Unidad 1 • Números

1. Clasificación de números racionales e irracionales:

a. 0,2525 Racional

e. $\frac{32}{4}$ Racional

b. 0,0001... Irracional

f. $\log_4(12)$ Irracional

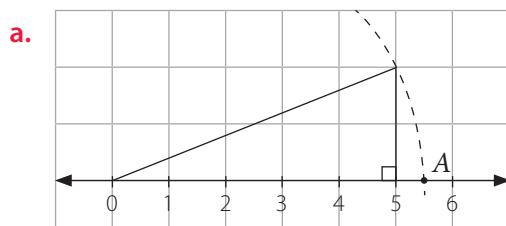
c. 4,51 Racional

g. 0,43 Racional

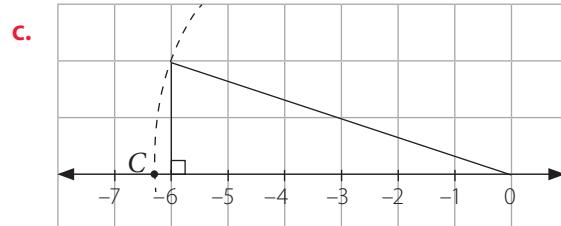
d. 0,3 Racional

h. $\ln e^2$ Racional

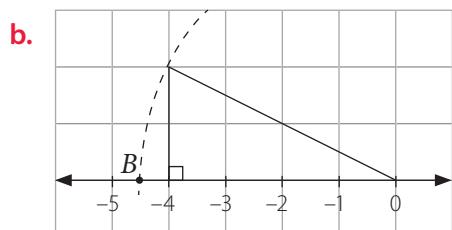
2. Determina cuál es el número que se representa en cada recta numérica.



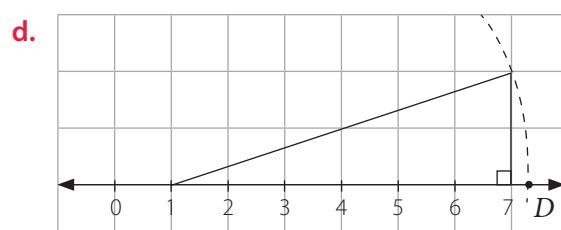
$$\sqrt{\boxed{29}}$$



$$-\sqrt{\boxed{40}}$$



$$-\sqrt{\boxed{20}}$$



$$\sqrt{\boxed{53}}$$

3. Expresa las siguientes potencias en forma de raíz.

a. $2^{\frac{1}{2}} = \boxed{2} \sqrt{\boxed{2}}$

c. $(0,49)^{\frac{1}{2}} = \boxed{2} \sqrt{\boxed{0,49}}$

b. $-8^{\frac{1}{3}} = \boxed{3} \sqrt{\boxed{-8}}$

d. $\left(\frac{7}{11}\right)^{\frac{2}{3}} = \boxed{2} \sqrt{\boxed{\left(\frac{7}{11}\right)^2}}$

4. Evalúa si cada igualdad es verdadera (V) o falsa (F).

a. F $\frac{\sqrt[3]{864}}{\sqrt[3]{32}} = 3$

c. F $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

b. V $\frac{3}{\sqrt{3}} = 3$

d. F $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$

5. Racionaliza las siguientes expresiones numéricas:

a. $\frac{a-b}{a\sqrt{c-d}}$

$$\frac{a-b}{a\sqrt{c-d}} = \frac{(a-b)\sqrt{b-c}}{a(b-c)}$$

b. $\frac{-5}{\sqrt[6]{3}}$

$$\frac{-5}{\sqrt[6]{3}} = \frac{5\sqrt[6]{3^5}}{3}$$

6. Determine el valor de las siguientes expresiones:

a. $\log_3 1 - \frac{\log_3 81}{\log_2 8}$

$$\log_3 1 - \frac{\log_3 81}{\log_2 8} = 0 - \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$$

b. $\frac{\log_5 25 \cdot 625}{\log_5 125}$

$$\begin{aligned} \frac{\log_5 (25 \cdot 625)}{\log_5 125} &= \frac{\log_5 (25) + \log_5 (625)}{\log_5 (125)} \\ &= \frac{2+4}{3} = 3 \end{aligned}$$

7. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Dos triángulos rectángulos comparten la misma hipotenusa. Si las medidas de los catetos de uno de los triángulos son 11 cm y 3 cm, y la medida de uno de los catetos del segundo triángulo es 7 cm, calcula la medida del cateto restante.

$$\begin{aligned} \text{Si los catetos del primer triángulo son } 11 \text{ cm y } 3 \text{ cm, entonces la hipotenusa es:} \\ \sqrt{11^2 + 3^2} = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{130} \text{ cm} \\ \text{Como uno de los catetos del segundo triángulo es } 7 \text{ cm, entonces el cateto restante es:} \\ \sqrt{\sqrt{130^2} - 7^2} = \sqrt{130 - 49} = \sqrt{81} = 9 \text{ cm} \end{aligned}$$

- b. En astronomía, la magnitud aparente m de una estrella indica su brillo tal como es observado desde la Tierra. Esta magnitud se calcula en función de la luminosidad L de la estrella, que es la cantidad total de energía que emite, mediante la fórmula:

$$m = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

donde $L_0 = 3 \cdot 10^{28}$ vatios, representa la luminosidad de una estrella de referencia.

Si la luminosidad de una estrella es $L = 2 \cdot 10^{26}$ vatios, ¿cuál es su magnitud aparente?

$$\begin{aligned} \text{Como } m = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right) \Rightarrow m = -2,5 \log \left(\frac{2 \cdot 10^{26}}{3 \cdot 10^{28}} \right) &= -2,5 \log \left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-2} \right) \\ &= -2,5 \left(\log \left(\frac{2}{3} \right) + \log 10^{-2} \right) \\ &\approx -2,5(-0,176 - 2) = 5,44 \end{aligned}$$

La magnitud aparente de la estrella es aproximadamente 5,44.