

## Decidiendo con la distribución binomial

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_

1. Analiza cada situación y responde.

- a. Si  $X \sim B\left(2, \frac{1}{5}\right)$ , ¿cuál es la probabilidad de que se obtengan exactamente dos éxitos?

$$P(X = 2) = \binom{2}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^0 = 1 \cdot 0,04 \cdot 1 = 0,04 = \frac{4}{100}$$

La probabilidad es 0,04.

- b. Si  $X \sim B\left(6, \frac{2}{3}\right)$ , ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente 3 fracasos?

$$P(X = 3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{6!}{(6-3)! \cdot 3!} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{27} = 20 \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{27} = \frac{160}{729}$$

La probabilidad es  $\frac{160}{729}$ .

- c. Si  $X \sim B\left(10, \frac{3}{8}\right)$ , ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente 4 éxitos?

$$P(X = 4) = \binom{10}{4} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^6 = \frac{10!}{(10-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{81}{4096} \cdot \frac{15\,625}{262\,144} = 210 \cdot \frac{1\,265\,625}{1\,073\,741\,824} = \frac{265\,781\,250}{1\,073\,741\,824}$$

$$\approx 0,248$$

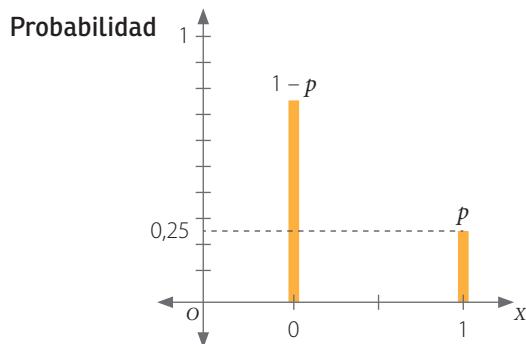
La probabilidad es  $\frac{265\,781\,250}{1\,073\,741\,824} \approx 0,248$ .

- d. Si  $X \sim B\left(8, \frac{1}{4}\right)$ , ¿cuál es la probabilidad de obtener al menos 2 éxitos o a lo más 7?

$$P(2 \leq x \leq 7) \approx 0,632904$$

La probabilidad es 0,63, aproximadamente.

2. Analiza el gráfico de la función de probabilidad de una distribución Bernoulli. Luego, resuelve.



- a. Si el experimento se repite 7 veces, determina la función de probabilidad de la distribución binomial asociada.

Del gráfico se deduce que  $p = 0,25$  y  $(1 - p) = 0,75$ , luego al remplazarlo en la función de probabilidad se obtiene:

$$f(x) = \binom{7}{x} (0,25)^x (0,75)^{7-x}$$

La función de probabilidad es  $f(x) = \binom{7}{x} (0,25)^x (0,75)^{7-x}$ .

- b. Según tu respuesta anterior, ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente 3 éxitos?

$$f(3) = 0,1730$$

La probabilidad es 0,1730.

3. Para cada una de las siguientes variables aleatorias, calcula lo pedido.

a.  $X \sim B(6; 0,09)$

$$\mu = 0,54$$

$$\sigma = 0,7$$

$$\sigma^2 = 0,4914$$

b.  $X \sim B(10; 0,08)$

$$\mu = 0,8$$

$$\sigma = 0,858$$

$$\sigma^2 = 0,736$$

#### 4. Analiza la situación y resuelve.

La administración de un hotel, que solo da servicio mediante la reserva por internet, sabe que el 20 % de las personas que reservan finalmente no asisten. Para el próximo viernes se han realizado 36 reservas.

- a. Determina la función de probabilidad.

$$f(x) = \binom{36}{x} (0,2)^x (0,8)^{36-x}$$

La función de probabilidad es

$$f(x) = \binom{36}{x} (0,2)^x (0,8)^{36-x}.$$

- b. ¿Qué cantidad de personas se espera recibir ese día?

$$E(x) = 28,8 \approx 29$$

Se espera recibir 29 personas,  
aproximadamente.

- c. Aplica lo anterior para verificar si  $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$ .

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 0,7536$$

Sí se verifica.

- d. ¿Cómo se interpreta tu respuesta anterior con respecto a la situación planteada?

La probabilidad de que no asistan más de 5 personas es de un 75,36 %.

#### 5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un modelo para constatar la presencia de cierto gas en un volcán ha determinado que el 10 % de las muestras lo presenta. Si se realizarán 12 muestras independientes más, ¿cuál es la probabilidad de que solo 3 de ellas muestren la presencia del gas?

$$X \sim B(12; 0,1)$$

$$P(x=3) = \binom{12}{3} 0,1^3 \cdot 0,9^9 \approx 0,0852$$

La probabilidad es 0,085, aproximadamente.

- b. Una compañía de seguros de robo ha estimado que en un año el 14 % de sus afiliados cobra ese seguro. ¿Cuál es la probabilidad de que el próximo año exactamente 12 de sus 18 nuevos afiliados cobren su seguro contra robos?

$$X \sim B(18; 0,14)$$

$$P(x=12) = \binom{18}{12} 0,14^{12} \cdot 0,86^6 \approx 0,4257 \cdot 10^{-7}$$

La probabilidad es muy cercana a 0.

- c. Una empresa que vende alarmas para automóviles, ha utilizado diferentes medios para difundirlas. La información de un mes muestra lo siguiente en la tabla:

Medio por el cual el cliente se entera del nuevo producto	
Medio	Cantidad de personas
Instagram	30
Televisión	22
Persona a persona	10
Contacto telefónico	18

- Determina la probabilidad de que más de 5 de las próximas 10 ventas se produzcan por la publicidad difundida en Instagram.

$$X \sim B\left(10, \frac{30}{80}\right) \quad P(X \geq 6) \approx 0,127507$$

La probabilidad es 0,13, aproximadamente.

- Para el próximo mes se espera atraer a 40 nuevos clientes. Determina la probabilidad de que más del 95 % de ellos sea producto de la propaganda telefónica o por televisión.

$$X \sim B\left(40, \frac{22+18}{80}\right); Y \sim B(40; 0,5)$$

$$P(Y \sim 39) \approx 7,639 \cdot 10^{-11}$$

La probabilidad es cercana a 0.

- De acuerdo con los datos de la tabla, ¿qué cantidad de ventas de las próximas 500 se espera obtener gracias a la propaganda persona a persona?

$$X \sim B\left(500, \frac{10}{80}\right); Z \sim B(500; 0,125)$$

$$E(Z) = 500 \cdot 0,125 = 62,5$$

La cantidad de ventas que se espera obtener es de 63, aproximadamente.

### Reflexiona y responde

- ¿Qué sabías de esta distribución hasta antes de estudiarla aquí?
- ¿Cuál de las actividades te costó más realizar?, ¿por qué?