

Ecuación cuadrática $f(x)=0$

1. **Física.** Analiza el siguiente problema y realiza lo solicitado.

La energía cinética E_c , medida en joules (J), es la energía que poseen los cuerpos debido a su movimiento. Esta energía depende directamente de la masa del objeto, m , expresada en kilogramos (kg), y de su rapidez, v , expresada en metros por segundo (m/s). La fórmula para calcular la energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Consideremos un automóvil con una masa de $m = 1000$ kg que viaja a una rapidez de $v = 108$ km/h.

- a. Expresa la rapidez del auto en m/s.

- b. Calcula la energía cinética del auto utilizando la rapidez en m/s.

- c. Determina la rapidez necesaria para que otro automóvil con masa $m = 1250$ kg tenga la misma energía cinética.

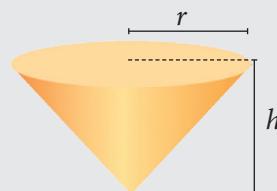
- d. Supón que se reduce la rapidez del automóvil original de 108 km/h a 72 km/h. Calcula la nueva energía cinética.

- e. Al comparar los resultados obtenidos en **b.** y **d.** ¿Cómo afecta la reducción de la rapidez en la energía cinética del automóvil?

Ecuación cuadrática $f(x)=0$

2. Junto a un compañero resuelvan el siguiente problema.

Para almacenar una mezcla de producto químico usado en fumigación agrícola, se utiliza un recipiente con forma de cono de altura 15 m. Es necesario determinar el radio del cono para que pueda contener 2000 m³ del compuesto. ¿Cuál es la medida del radio del recipiente cónico necesario para albergar 2000 m³ de compuesto?



3. Dada una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$, las soluciones se dan por las fórmulas:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- a. Demuestra que la suma de las soluciones $x_1 + x_2$ es igual a $-\frac{b}{a}$.

- b. Demuestra que el producto de las soluciones $x_1 + x_2$ es igual a $-\frac{c}{a}$.

Ecuación cuadrática $f(x)=0$

- 1. Física.** Analiza el siguiente problema y realiza lo solicitado.

La energía cinética E_c , medida en joules (J), es la energía que poseen los cuerpos debido a su movimiento. Esta energía depende directamente de la masa del objeto, m , expresada en kilogramos (kg), y de su rapidez, v , expresada en metros por segundo (m/s). La fórmula para calcular la energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Consideremos un automóvil con una masa de $m = 1000$ kg que viaja a una rapidez de $v = 108$ km/h.

- a. Expresa la rapidez del auto en m/s.

$$108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s.}$$

- b. Calcula la energía cinética del auto utilizando la rapidez en m/s.

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 30^2 \\ = 450\,000$$

Entonces, la energía cinética es de 450 000 J.

- c. Determina la rapidez necesaria para que otro automóvil con masa $m = 1250$ kg tenga la misma energía cinética.

$$450\,000 = \frac{1}{2} \cdot 1250 \cdot v^2 \Rightarrow 450\,000 = \frac{1}{2} \cdot 1250 \cdot v^2 \\ \sqrt{720} = v$$

Debe viajar a $\sqrt{720}$ m/s, lo que equivale, aproximadamente a 26,8 m/s.

- d. Supón que se reduce la rapidez del automóvil original de 108 km/h a 72 km/h. Calcula la nueva energía cinética.

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72 \cdot 1000}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s.}$$

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 20^2 = 200\,000$$

Entonces, la energía cinética es de 200 000 J.

- e. Al comparar los resultados obtenidos en **b.** y **d.** ¿Cómo afecta la reducción de la rapidez en la energía cinética del automóvil?

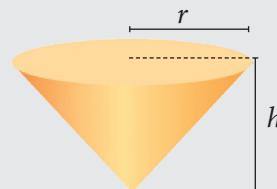
Al disminuir la velocidad también disminuye la energía cinética. Por ejemplo, al reducir rapidez de _____

30 m/s a 20 m/s la energía cinética disminuye de 450 000 J a 200 000 J.

Ecuación cuadrática $f(x)=0$

2. Junto a un compañero resuelvan el siguiente problema.

Para almacenar una mezcla de producto químico usado en fumigación agrícola, se utiliza un recipiente con forma de cono de altura 15 m. Es necesario determinar el radio del cono para que pueda contener 2000 m³ del compuesto. ¿Cuál es la medida del radio del recipiente cónico necesario para albergar 2000 m³ de compuesto?



$$\text{Volumen del cono: } \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 15 = 2000 \Rightarrow \pi r^2 \cdot 15 = 6000$$

$$\pi r^2 = 400$$

$$r = \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{\pi}} = \frac{20\sqrt{\pi}}{\pi}$$

El radio del recipiente debe ser de $\frac{20\sqrt{\pi}}{\pi}$ m, lo que equivale, aproximadamente a 11,3 m.

3. Dada una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$, las soluciones se dan por las fórmulas:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- a. Demuestra que la suma de las soluciones $x_1 + x_2$ es igual a $-\frac{b}{a}$.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-2b}{2a} \\ &= -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

- b. Demuestra que el producto de las soluciones $x_1 \cdot x_2$ es igual a $\frac{c}{a}$.

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \\ &= \frac{4ac}{4a^2} \\ &= \frac{c}{a} \end{aligned}$$