

Potencias y raíces

1. Considerando que $a, b \geq 0$ y que $n, m \in \mathbb{N}$, utiliza las propiedades de las potencias para comprobar las siguientes igualdades:

a. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

b. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

$$\sqrt[n]{a^{\frac{1}{m}}} = (a^{\frac{1}{m}})^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$$

c. $\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$

$$(a^n \cdot b)^{\frac{1}{n}} = (a^n)^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{n}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = a^1 \cdot b^{\frac{1}{n}} = a \cdot b^{\frac{1}{n}} = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

2. Analiza las siguientes igualdades e identifica el error. Luego, corrígelo.

a. $(\sqrt{21})^5 = 21^{\frac{2}{5}}$

$$(\sqrt{21})^5 = ((21)^{\frac{1}{2}})^5 = 21^{\frac{5}{2}}$$

b. $\sqrt[3]{c} \sqrt[5]{ab} = \sqrt[8]{abc^2}$

$$\sqrt[3]{c} \sqrt[5]{ab} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{abc^2}} = \sqrt[15]{abc^5}$$

c. $a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{2}{6}} \cdot c^{\frac{-1}{3}} = b \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{c^{-1}}}$

$$a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{2}{6}} \cdot c^{\frac{-1}{3}} = \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[6]{b^2} \cdot \sqrt[3]{c^{-1}} = \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{c^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{a^4 \cdot b}{c}}$$