

Cuadrado y cubo de un binomio

1. Lee la información presentada y luego responde la pregunta.

Al depositar en un banco un capital C a una tasa de interés anual x , en dos años se convierte en $C(1 + x)^2$.

Si el capital depositado por una persona es de \$10 000 000 y la tasa de interés anual es 0,02.

- a. ¿Cuál es la fórmula desarrollada del interés anual?

Al desarrollar el cuadrado del binomio y multiplicar por C , se obtiene lo siguiente:

$$C(1 + x)^2 = C + 2Cx + Cx^2$$

- b. ¿Qué capital tendrá al cabo de dos años?

$$10\,000\,000 \cdot (1 + 0,02)^2 = 10\,000\,000 \cdot 1,0404$$

El capital obtenido al cabo de dos años es 10 404 000.

2. Responde cada una de las siguientes preguntas considerando la información presentada.

- a. Si $n = a^3 + 2$, ¿qué expresión representa a $(n + 8)^2$?

$$(a^3 + 2 + 8)^2 = (a^3 + 10)^2 = a^6 + 20a^3 + 100$$

- b. Si $p = 4 + \frac{n}{2}$ ¿qué expresión representa a $(p - 3)^2$?

$$\left(4 + \frac{n}{2} - 3\right)^2 = \left(\frac{n}{2} + 1\right)^2 = \frac{n^2}{4} + n + 1$$

- c. Si $t = a + 1$, ¿qué expresión representa a $(t^2 - 1)^2$?

$$((a + 1)^2 - 1)^2 = (a^2 + 2a + 1 - 1)^2 = a^4 + 4a^3 + 4a^2$$

3. Determina el valor de $p + q$. Guíate por el siguiente ejemplo:

Considera que se cumple que $p^2 + q^2 = 34$ y $pq = 33$.

Como el cuadrado de un binomio es $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$

$$= (p^2 + q^2) + 2pq \rightarrow \text{es una identidad equivalente.}$$

$$= 34 + 2 \cdot 33 \rightarrow \text{sustituimos estos valores.}$$

$$= 100$$

Entonces, $p + q = \sqrt{100} = 10$.

a. $p^2 + q^2 = 41$ y $pq = 20$

$$(p + q)^2 = p^2 + q^2 + 2pq$$

$$41 + 2 \cdot 20 = 81$$

Como $(p + q)^2 = 81 \rightarrow p + q = 9$

b. $p^2 + q^2 = 40$ y $pq = 12$

$$(p + q)^2 = p^2 + q^2 + 2pq$$

$$40 + 2 \cdot 12 = 64$$

Como $(p + q)^2 = 64 \rightarrow p + q = 8$

4. Las siguientes expresiones representan el área, en centímetros cuadrados, de distintos cuadrados. Escribe la expresión que representa la medida de los lados de cada cuadrado, en centímetros.

a. $m^2 + 16m + 64$

$$m^2 + 16m + 64 = (m + 8)^2$$

La medida del lado del cuadrado es $(m + 8)$ cm.

c. $a^2 + 2ap + p^2$

$$a^2 + 2ap + p^2 = (a + p)^2$$

La medida del lado del cuadrado es $(a + p)$ cm.

b. $9d^2 + 36df + 36f^2$

$$9d^2 + 36df + 36f^2 = (3d + 6f)^2$$

La medida del lado del cuadrado es $(3d + 6f)$ cm.

d. $a^4 + 2a^2p + p^2$

$$a^4 + 2a^2p + p^2 = (a^2 + p)^2$$

La medida del lado del cuadrado es $(a^2 + p)$ cm.

5. Las siguientes expresiones representan el volumen, en centímetros cúbicos, de distintos cubos. Escribe la expresión que representa la medida de las aristas de cada cubo, en centímetros.

a. $p^3 - 9p^2 + 27p - 27$

$$p^3 - 9p^2 + 27p - 27 = (p - 3)^3$$

La medida de la arista del cubo es $(p - 3)$ cm.

b. $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

$$8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = (2x + 1)^3$$

La medida de la arista del cubo es $(2x + 1)$ cm.