Ecuación cuadrática

1. Observa el triángulo rectángulo de la imagen. ¿Cuál es su área?

Se aplica el teorema de Pitágoras.

$$(5x)^2 + (2x + 1)^2 = (3x + 4)^2$$
$$25x^2 + 4x^2 + 4x + 1 = 9x^2 + 24x + 16$$
$$(25x^2 + 4x^2 - 9x^2) + (4x - 24x) + 1 - 16 = 0$$
$$20x^2 - 20x - 15 = 0$$
$$4x^2 - 4x - 3 = 0$$

Se aplica la fórmula general para $a = 4$, $b = -4$ y $c = -3$.

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{8} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{8}$$

$$x_1 = \frac{4 + 8}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \qquad x_2 = \frac{4 - 8}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$$

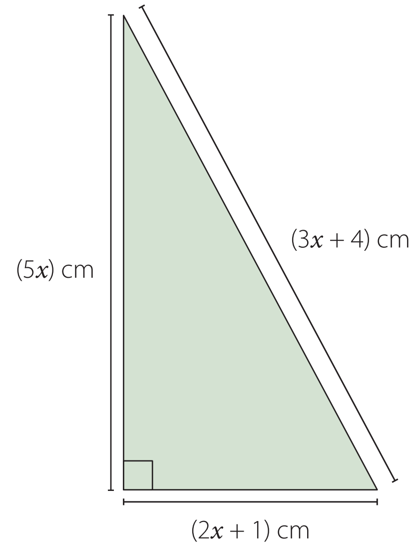
Como las longitudes de los lados deben ser positivas, se reemplaza $x = 1{,}5$ para su cálculo.

Catetos:

$$5x = 5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5 \qquad 2x + 1 = 2 \cdot 1{,}5 + 1 = 4$$

Por lo tanto, el área del triángulo es la siguiente:

$$(7{,}5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}) : 2 = 60 \text{ cm}^2 : 2 = 30 \text{ cm}^2$$



2. Dada una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$, las soluciones se dan por las fórmulas:

$$x1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a. Demuestra que la suma de las soluciones $x_1 + x_2$ es igual a $-\frac{b}{a}$.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-2b}{2a}$$
$$= -\frac{b}{a}$$

b. Demuestra que el producto de las soluciones $x_1 \cdot x_2$ es igual a $\frac{c}{a}$.

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$$
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$
$$= \frac{4ac}{4a^2}$$
$$= \frac{c}{a}$$