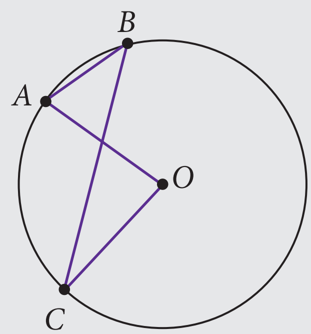
Ficha 14

Búsqueda de estrategias y soluciones

Nombre: ______________________ **Curso** ________

1. Aplica una estrategia adecuada para resolver el problema.

En la circunferencia de centro O las medidas de los arcos $\overset{\frown}{BA}$, $\overset{\frown}{AC}$ y $\overset{\frown}{CB}$ están en la razón 1 : 2 : 6.



¿Cuál es la medida del $\measuredangle AOC$?

Estrategia:

Como los 3 arcos definidos deben sumar 360°, tenemos:

$$m(\overset{\frown}{BA}) = 1 \cdot 40° = 40°$$

$$m(\overset{\frown}{AC}) = 2 \cdot 40° = 80°$$

$$m(\overset{\frown}{CB}) = 6 \cdot 40° = 240°$$

Por lo tanto, como el arco $\measuredangle AOC$ es central, se cumple:

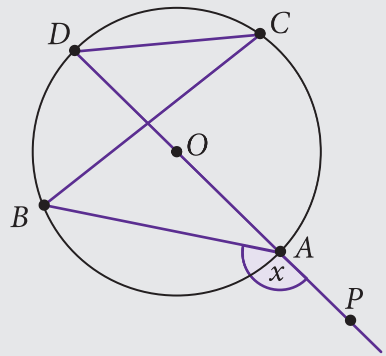
$$m(\measuredangle AOC) = m(\overset{\frown}{AC}) = 80$$

Solución:

La medida del $\measuredangle AOC$ es 80°.

2. Aplica una estrategia adecuada para resolver el problema.

En la circunferencia de centro O, $\overline{AD}$ es diámetro y m($\sphericalangle DCB$) = 42°.



¿Cuál es el valor de x, medida del $\sphericalangle BAP$?

Estrategia:

Como el $\sphericalangle DCB$ es inscrito, se cumple:

$$2 \cdot m(\sphericalangle DCB) = m(\overset{\frown}{DB})$$
$$2 \cdot 42° = m(\overset{\frown}{DB})$$
$$84° = m(\overset{\frown}{DB})$$

Como $m(\overset{\frown}{DA}) = 180°$, se cumple:

$$m(\overset{\frown}{BA}) = 180° - m(\overset{\frown}{DB})$$
$$m(\overset{\frown}{BA}) = 180° - 84°$$
$$m(\overset{\frown}{BA}) = 96°$$

Como $m(\overset{\frown}{AD}) = 180°$, se tiene:

$$m(\overset{\frown}{BD}) = m(\overset{\frown}{BA}) + m(\overset{\frown}{AD})$$
$$m(\overset{\frown}{BD}) = 96° + 180°$$
$$m(\overset{\frown}{BD}) = 276°$$

Finalmente, como el $\sphericalangle BAP$ es exinscrito, se tiene:

$$x = \frac{m(\overset{\frown}{BD})}{2}$$
$$x = \frac{276°}{2}$$
$$x = 138°$$

Solución:

La medida del $\sphericalangle BAP$ es $x = 138°$.

3. Imagina la situación descrita, aplica una estrategia y responde la pregunta.

En una circunferencia, las cuerdas $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se intersecan en el punto P. Si m($\overline{CP}$) = 12 cm, m($\overline{PD}$) = 4 cm y m($\overline{PB}$) = 16 cm. ¿Cuál es la medida del segmento $\overline{AP}$?

Estrategia:

Teorema de las cuerdas:

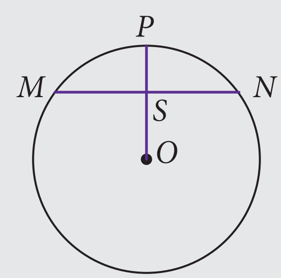
$$\text{m}(\overline{AP}) \cdot \text{m}(\overline{PB}) = \text{m}(\overline{CP}) \cdot \text{m}(\overline{PD})$$
$$\text{m}(\overline{AP}) \cdot 16 = 12 \cdot 4$$
$$\text{m}(\overline{AP}) \cdot 16 = 48$$
$$\text{m}(\overline{AP}) = 3$$

Solución:

La medida del segmento $\overline{AP}$ es 3 cm.

4. Imagina la situación descrita, aplica una estrategia y responde la pregunta.

En una circunferencia de centro O, el radio $\overline{OP}$ se interseca con una cuerda $\overline{MN}$ en el punto S, de manera que S divide al radio en dos segmentos $\overline{PS}$ y $\overline{SO}$, cuyas medidas están en la razón m($\overline{PS}$) : m($\overline{SO}$) = 2 : 3. Si m($\overline{MS}$) = 8 cm y m($\overline{SN}$) = 8 cm, ¿cuál es la longitud del segmento $\overline{PS}$?



Estrategia:

Se define x variable auxiliar.

Teorema de las cuerdas:

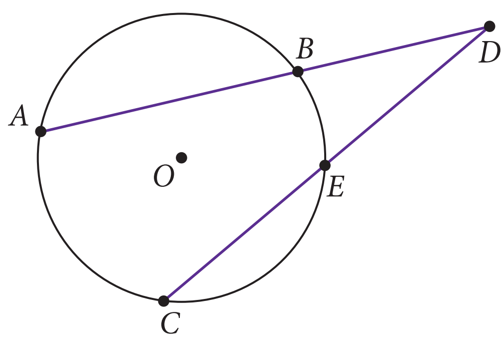
$$\text{m}(\overline{MS}) \cdot \text{m}(\overline{SN}) = 2x \cdot (3x + 5x)$$
$$8 \cdot 8 = 16x^2$$
$$64 = 16x^2$$
$$4 = x^2$$
$$2 = x \quad \text{(se considera solo el valor positivo)}$$

Por lo tanto, la medida del segmento $\overline{PS}$ es $2x = 4$.

Solución:

La medida del segmento $\overline{PS}$ es 4 cm.

5. Aplica una estrategia conveniente para demostrar el teorema de las secantes, a partir de la siguiente figura:

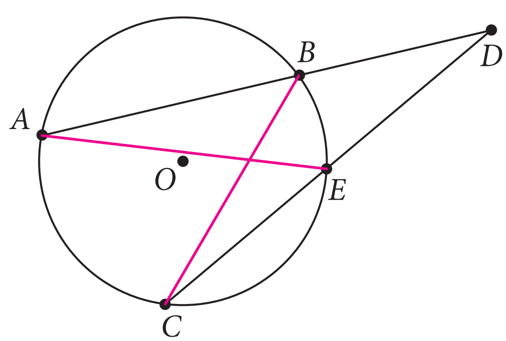


Teorema de las secantes

$m(\overline{DB}) \cdot m(\overline{DA}) = m(\overline{DE}) \cdot m(\overline{DC})$

Estrategia:

Se dibujan los segmentos AE y CB.



De acuerdo con el criterio AA, los triángulos AED y CBD son semejantes y se cumple:

$$\frac{m(\overline{DB})}{m(\overline{DC})} = \frac{m(\overline{DE})}{m(\overline{DA})}$$

Es decir: $m(\overline{DB}) \cdot m(\overline{DA}) = m(\overline{DE}) \cdot m(\overline{DC})$