

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Completa la siguiente tabla considerando que las funciones son biyectivas.

	$f(x)$	$f^{-1}(x)$
a.	$f(x) = x^2 + 6x + 9$	$f^{-1}(x) = -3 \pm \sqrt{x}$
b.	$f(x) = \frac{9x^2 - 3x + 10}{2}$	$f^{-1}(x) = \frac{1 + \sqrt{1 - 8(5 - x)}}{6}$
c.	$f(x) = x^2 - 6$	$f^{-1}(x) = \sqrt{6 + x}$
d.	$f(x) = x^2 - \frac{2}{3}$	$f^{-1}(x) = \pm \sqrt{\frac{3x + 2}{3}}$
e.	$f(x) = \frac{36x^2 - 12x + 1}{12}$	$f^{-1}(x) = \frac{1 + \sqrt{-1 + (1 + 12x)}}{6}$
f.	$f(x) = x^2 + 5x$	$f^{-1}(x) = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4x}}{2}$
g.	$f(x) = x^2 - 2x + 1$	$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x}$
h.	$f(x) = 2x^2 + 4$	$f^{-1}(x) = \pm \sqrt{\frac{x - 4}{2}}$

2. Las siguientes funciones son biyectivas. Comprueba y marca con un ✓ las parejas de funciones en las que una es la inversa de la otra, y con una ✗ las que no tienen esta relación.

a. ✗ $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x + 1}$

No son inversas, ya que
 $f^{-1}(x) = \sqrt{x - 1}$.

c. ✗ $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ y $g(x) = \frac{-5 + \sqrt{6x}}{-2}$

No son inversas, ya que
 $f^{-1}(x) = -\frac{-5 + \sqrt{-4x + 1}}{2}$.

b. ✓ $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = 1 + \sqrt{x + 1}$

Sí son inversas.

d. ✓ $f(x) = x^2 + x + 1$ y $g(x) = \frac{-1 - \sqrt{4x - 3}}{2}$

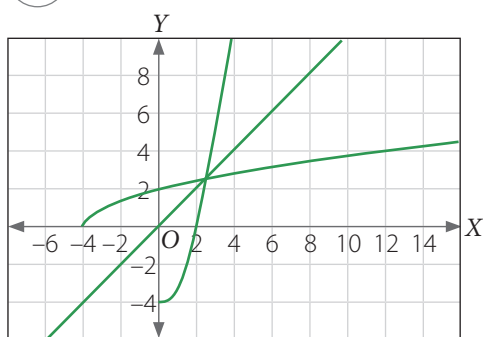
Sí son inversas.

3. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

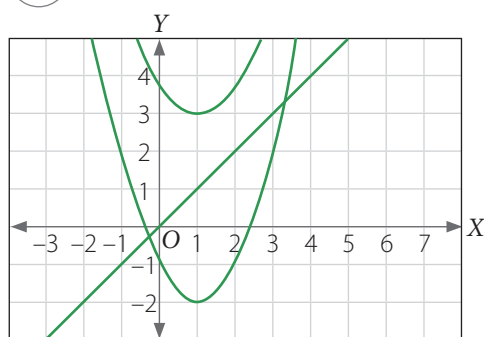
- a. V Al restringir convenientemente el dominio de una función cuadrática epiyectiva, se puede definir su función inversa.
- b. V La función inversa de una función cuadrática es biyectiva.
- c. V El recorrido de la función inversa de una función cuadrática corresponde al dominio de la función cuadrática.

4. Marca con un ✓ los gráficos que representan una función y su función inversa y con una ✗ los que no.

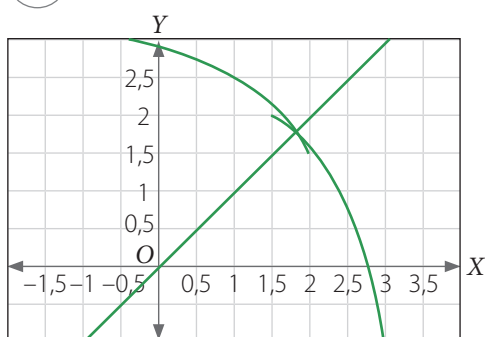
a. ✓



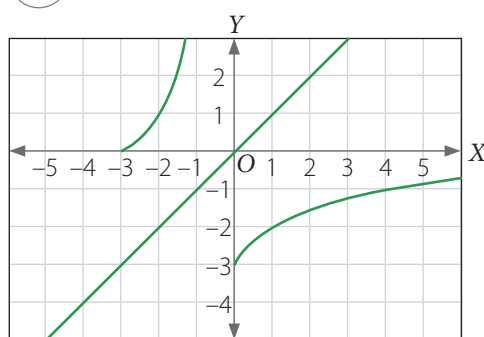
c. ✗



b. ✓



d. ✓



5. Analiza la siguiente situación y responde:

Se ha estimado que las ganancias g (en miles de dólares) de una empresa se expresan como la siguiente función de la cantidad m de productos que vende:

$$g(m) = 100m - m^2 - 1000$$

a. ¿En qué intervalos se deben definir las variables para que la función g sea biyectiva?

$$m: [0, 50] \text{ o } [50, +\infty[; \quad g:]-\infty, 1\,500]$$

b. ¿Cuál es la ganancia al vender 30 artículos? ¿Cuál es la función inversa de g ?

$$g(30) = 100 \cdot 30 - 30^2 - 1\,000 = 1\,100$$

La ganancia es de 1 100 000 dólares.

$$g^{-1}(m) = 50 + \sqrt{-m + 1\,500}$$

c. ¿Cuál es la venta necesaria para lograr una ganancia de 1 500 000 dólares?

$$g^{-1}(1\,500) = 50 + \sqrt{-1\,500 + 1\,500} = 50$$

Se deben vender 50 artículos.