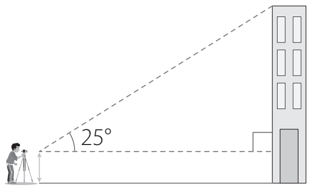
Ángulos de elevación y depresión

1. Identifica con un ✔ el tipo de ángulo que se representa en cada caso según la posición del observador.

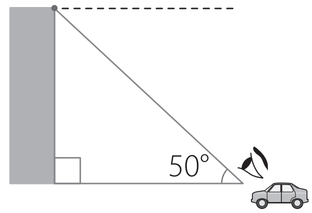
a.



Elevación ○

Depresión ○

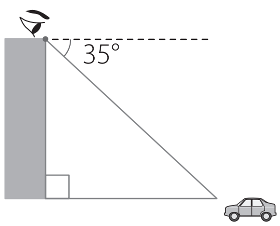
c.



Elevación ○

Depresión ○

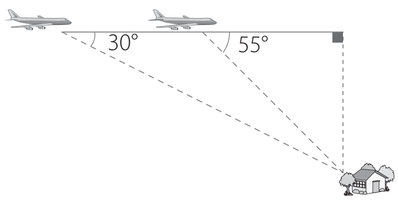
b.



Elevación ○

Depresión ○

d.



Elevación ○

Depresión ○

2. Con ayuda de la calculadora, calcula el valor de la incógnita en cada expresión. Si es necesario expresa el resultado con 2 decimales.

a. $\operatorname{sen} 90° = x\sqrt{2} \Rightarrow x =$ ☐

b. $\operatorname{sen} 45° = 2x \Rightarrow x =$ ☐

c. $\tan 15° = 0{,}2y \Rightarrow y =$ ☐

d. $\tan 25° = \dfrac{467}{x} \Rightarrow x =$ ☐

e. $\cos 0° = \dfrac{y\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y =$ ☐

f. $\operatorname{sen} 30° = \dfrac{\sqrt{x}}{8} \Rightarrow x =$ ☐

g. $\operatorname{sen} \alpha = 0{,}966 \Rightarrow \alpha =$ ☐

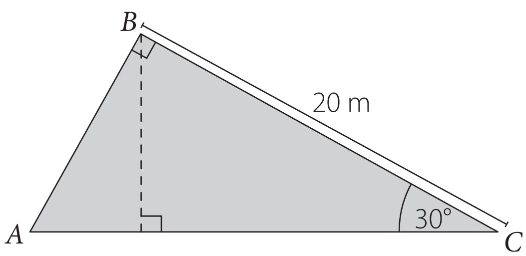
h. $\tan \beta = 1{,}733 \Rightarrow \beta =$ ☐

i. $\cos \gamma = 0{,}001 \Rightarrow \gamma =$ ☐

j. $\operatorname{sen} \theta = \dfrac{3}{13} \Rightarrow \theta =$ ☐

> ⓘ La calculadora debe estar en modo DEG; y para calcular un ángulo, antepones SHIFT. Por ejemplo, si sen $\beta = 0{,}7$, entonces para conocer el ángulo β pulsas: SHIFT sin 0 • 7 =.

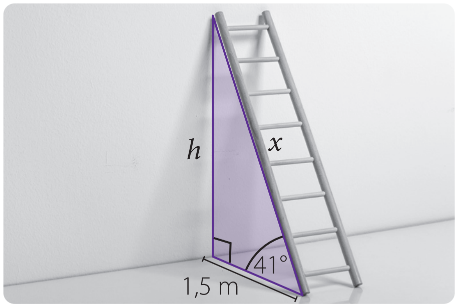
3. Usa la razón trigonométrica más conveniente para calcular el área del triángulo.



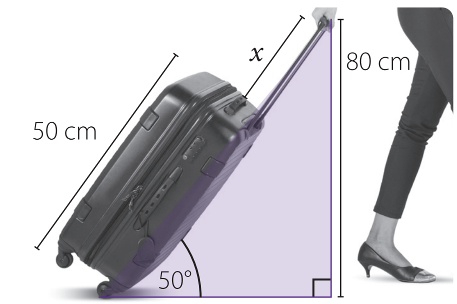
4. Observa el análisis triangular que describe cada imagen. Escribe la expresión trigonométrica más apropiada para calcular la longitud solicitada y resuelve.

a. La longitud x de la escalera.

b. La altura h alcanzada por la escalera.

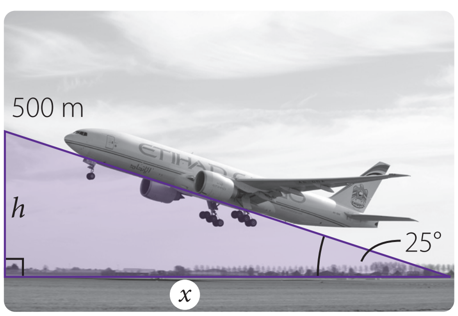


c. La longitud x de la manija extensible de la maleta.

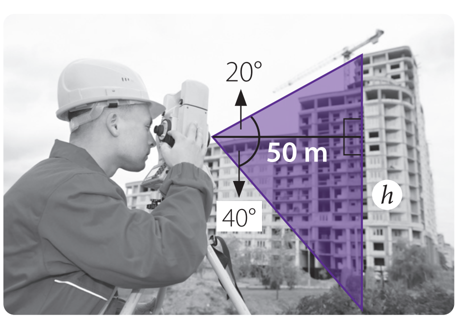


d. La altura h sobre la pista cuando el avión ha recorrido 500 m.

e. La distancia horizontal x cuando el avión ha recorrido 500 m.



f. La altura h del edificio.



5. **Resuelve las siguientes situaciones y en cada caso, representa el triángulo que describe el análisis.**

a. Se instala una grúa de construcción cuya altura es de 45 m. A sus costados se encuentran alineadas dos casetas, una a cada lado, de tal forma que desde una se pueda ver la parte superior de la grúa con un ángulo de 30° y desde la otra, con uno de 60°. ¿Cuál es la distancia que separa a estos dos puntos de observación?

Para practicar más puedes acceder al recurso interactivo Aplicaciones de las razones trigonométricas en el siguiente sitio: *www.geogebra.org/m/gde7sbcw*

b. El balcón de un departamento se observa desde cierto punto con un ángulo de elevación de 25°. Quien lo mira se acerca 34 m para distinguir los rostros de quienes están en él, logrando un ángulo de 52°. ¿A qué altura se encuentra el balcón?

c. En un centro recreacional instalaron cuerdas de tirolesas para desplazarse entre los árboles. Un extremo de la cuerda se amarra en la parte superior de un árbol a 4,3 m de altura y el otro extremo, en la parte inferior de otro árbol. Si la persona que se lanza observa la base del árbol de llegada con un ángulo de depresión de 38°, ¿cuál es la longitud de la cuerda?

d. El piloto de una avioneta, al prepararse para aterrizar en una pista recta, en un determinado momento, a 100 m de altura, observa la entrada de la pista de aterrizaje con un ángulo de depresión de 62° y el final de esta, con un ángulo de depresión de 38°. ¿Cuál es la longitud de la pista?

e. ¿Cuál es el ángulo de elevación que tiene una cuerda de 6 m amarrada desde el piso hasta un árbol si el nudo se encuentra a una altura de 3,2 m?

f. El gato de Magdalena trepó a un árbol de 2,9 m. Ella mide 1,63 m y lo observa con un ángulo de elevación de 30°. ¿Cuánto debe acercarse para poder mirarlo con un ángulo de 45°?

g. Denisse se halla a 4,5 m de una capilla, mirando su campanario que está a 4,5 m de altura. ¿Cuál es el ángulo de elevación que posee con esta visión?

h. ¿Cuál es el ángulo de elevación de un observador que ve una publicidad ubicada a 5,1 m de altura si se encuentra a 3,5 m de la base del anuncio?

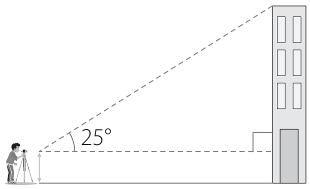
i. En la parte superior de la capilla de un pueblo hay un campanario. Una persona lo puede ver desde la calle a 18 m con un ángulo de 60°. ¿Cuánto se debe alejar para observarlo con un ángulo de 45°?

j. Si sen $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y cos $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ¿cuánto es tan $(2\alpha - \beta)$?

Ángulos de elevación y depresión

1. Identifica con un ✔ el tipo de ángulo que se representa en cada caso según la posición del observador.

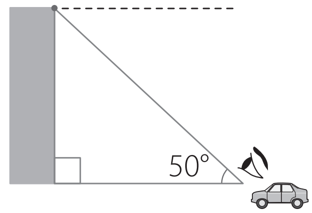
a.



Elevación ✔

Depresión

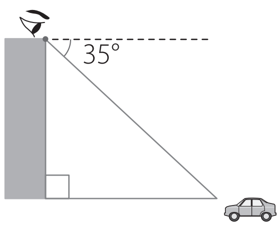
c.



Elevación ✔

Depresión

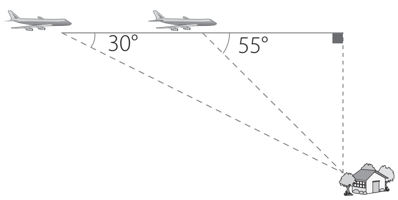
b.



Elevación

Depresión ✔

d.



Elevación

Depresión ✔

2. Con ayuda de la calculadora, calcula el valor de la incógnita en cada expresión. Si es necesario expresa el resultado con 2 decimales.

a. $\text{sen } 90° = x\sqrt{2} \Rightarrow x =$ 0,71

b. $\text{sen } 45° = 2x \Rightarrow x =$ 0,35

c. $\tan 15° = 0{,}2y \Rightarrow y =$ 1,34

d. $\tan 25° = \dfrac{467}{x} \Rightarrow x =$ 1 001,48

e. $\cos 0° = \dfrac{y\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y =$ 1,41

f. $\text{sen } 30° = \dfrac{\sqrt{x}}{8} \Rightarrow x =$ 16

g. $\text{sen } \alpha = 0{,}966 \Rightarrow \alpha =$ 75°,02

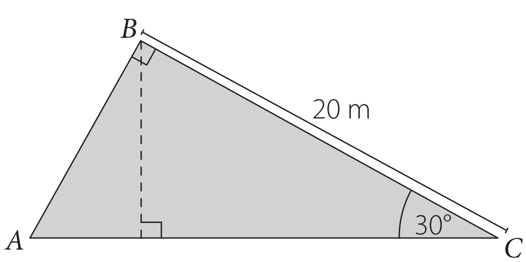
h. $\tan \beta = 1{,}733 \Rightarrow \beta =$ 60°

i. $\cos \gamma = 0{,}001 \Rightarrow \gamma =$ 89°,94

j. $\text{sen } \theta = \dfrac{3}{13} \Rightarrow \theta =$ 13°,34

La calculadora debe estar en modo DEG; y para calcular un ángulo, antepones SHIFT. Por ejemplo, si sen β = 0,7, entonces para conocer el ángulo β pulsas: SHIFT sin 0 • 7 =.

3. Usa la razón trigonométrica más conveniente para calcular el área del triángulo.



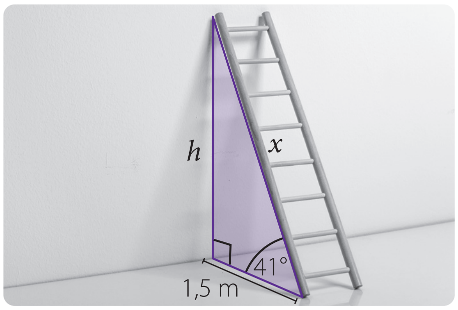
$$\tan 30° = \frac{AB}{20} \rightarrow AB = \frac{20\sqrt{3}}{3}\text{ m}$$

$$A = \left(20\text{ m} \cdot \frac{20\sqrt{3}}{3}\text{ m}\right) \div 2 = \frac{200\sqrt{3}}{3}\text{ m}^2$$

4. Observa el análisis triangular que describe cada imagen. Escribe la expresión trigonométrica más apropiada para calcular la longitud solicitada y resuelve.

a. La longitud x de la escalera.

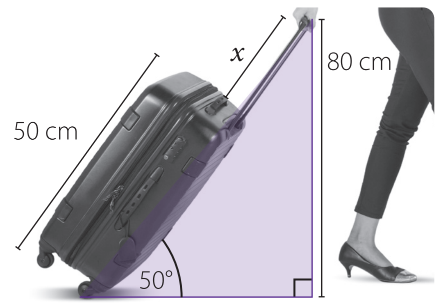
b. La altura h alcanzada por la escalera.



$$\cos 41° = \frac{1{,}5}{x} \rightarrow x = \frac{1{,}5}{\cos 41°} \approx 1{,}99 \text{ m}$$

$$\tan 41° = \frac{h}{1{,}5} \rightarrow h = 1{,}5 \cdot \tan 41° \approx 1{,}3 \text{ m}$$

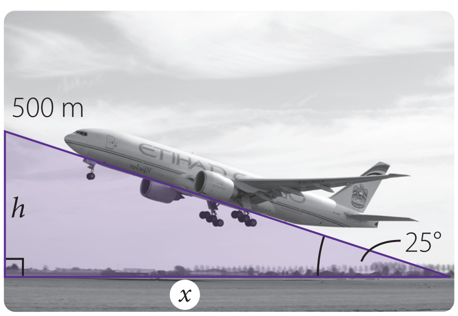
c. La longitud x de la manija extensible de la maleta.



$$\operatorname{sen} 50° = \frac{80}{50 + x} \rightarrow x = \frac{80}{\operatorname{sen} 50°} - 50 \approx 54{,}4 \text{ m}$$

d. La altura h sobre la pista cuando el avión ha recorrido 500 m.

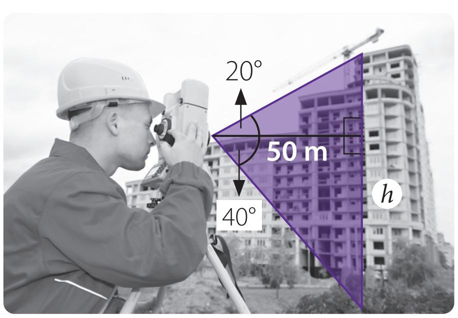
e. La distancia horizontal x cuando el avión ha recorrido 500 m.



$$\operatorname{sen} 25° = \frac{h}{500} \rightarrow h = 500 \cdot \operatorname{sen} 25° \approx 211{,}3 \text{ m}$$

$$\cos 25° = \frac{x}{500} \rightarrow x = 500 \cdot \cos 25° \approx 453{,}15 \text{ m}$$

f. La altura h del edificio.



$$\tan 20° = \frac{h_1}{50} \rightarrow h_1 = 50 \cdot \tan 20° \approx 18{,}2 \text{ m}$$

$$\tan 40° = \frac{h_2}{50} \rightarrow h_2 = 50 \cdot \tan 40° \approx 42 \text{ m}$$

$$h \approx 18{,}2 + 42 = 60{,}2 \text{ m}$$

5. **Resuelve las siguientes situaciones y en cada caso, representa el triángulo que describe el análisis.**

a. Se instala una grúa de construcción cuya altura es de 45 m. A sus costados se encuentran alineadas dos casetas, una a cada lado, de tal forma que desde una se pueda ver la parte superior de la grúa con un ángulo de 30° y desde la otra, con uno de 60°. ¿Cuál es la distancia que separa a estos dos puntos de observación?

Para practicar más puedes acceder al recurso interactivo Aplicaciones de las razones trigonométricas en el siguiente sitio: *www.geogebra.org/m/gde7sbcw*

$\tan 30° = \frac{45}{a} \rightarrow a = \frac{45}{\tan 30°} \approx 78$ m; $\tan 60° = \frac{45}{b} \rightarrow b = \frac{45}{\tan 60°} \approx 26$ m.

La distancia que los separa es (78 + 26) m = 104 m aproximadamente.

b. El balcón de un departamento se observa desde cierto punto con un ángulo de elevación de 25°. Quien lo mira se acerca 34 m para distinguir los rostros de quienes están en él, logrando un ángulo de 52°. ¿A qué altura se encuentra el balcón?

$\frac{h}{\tan 25°} - 34 = \frac{h}{\tan 52°} \rightarrow h = \frac{34}{\frac{1}{\tan 25°} - \frac{1}{\tan 52°}} \rightarrow h \approx 25$ m

El balcón se encuentra aproximadamente a 25 m.

c. En un centro recreacional instalaron cuerdas de tirolesas para desplazarse entre los árboles. Un extremo de la cuerda se amarra en la parte superior de un árbol a 4,3 m de altura y el otro extremo, en la parte inferior de otro árbol. Si la persona que se lanza observa la base del árbol de llegada con un ángulo de depresión de 38°, ¿cuál es la longitud de la cuerda?

$\cos 52° = \frac{4{,}3}{l} \rightarrow l = \frac{4{,}3}{\cos 52°} \approx 7$ m

La cuerda mide aproximadamente 7 metros.

d. El piloto de una avioneta, al prepararse para aterrizar en una pista recta, en un determinado momento, a 100 m de altura, observa la entrada de la pista de aterrizaje con un ángulo de depresión de 62° y el final de esta, con un ángulo de depresión de 38°. ¿Cuál es la longitud de la pista?

$\tan 28° \frac{a}{100} \rightarrow a = 100 \tan 28°$; $\tan 52° = \frac{x + a}{100} \rightarrow x = 100 \tan 52° - 100 \tan 28°$.

$x \approx 74{,}82$ m. La longitud de la pista es 74,82 m aproximadamente.

e. ¿Cuál es el ángulo de elevación que tiene una cuerda de 6 m amarrada desde el piso hasta un árbol si el nudo se encuentra a una altura de 3,2 m?

$\text{sen}\, \alpha \frac{3{,}2}{6} \rightarrow \alpha = 32° 13' 51''$.

El ángulo de elevación es de 32° 13′ 51″.

f. El gato de Magdalena trepó a un árbol de 2,9 m. Ella mide 1,63 m y lo observa con un ángulo de elevación de 30°. ¿Cuánto debe acercarse para poder mirarlo con un ángulo de 45°?

$2{,}9 - 1{,}63 = 1{,}27$ m; $\tan 30° = \frac{1{,}7}{x} \rightarrow x = \frac{1{,}7}{\tan 30°} \approx 2{,}2$ m

$2{,}2 - 1{,}27 = 0{,}93$ m

Magdalena debe acercase 0,93 m para observar a su gato con un ángulo de 45°.

g. Denisse se halla a 4,5 m de una capilla, mirando su campanario que está a 4,5 m de altura. ¿Cuál es el ángulo de elevación que posee con esta visión?

$\tan \theta = \frac{4{,}5}{4{,}5} = 1 \rightarrow \theta = 45°$

El ángulo de elevación es de 45°.

h. ¿Cuál es el ángulo de elevación de un observador que ve una publicidad ubicada a 5,1 m de altura si se encuentra a 3,5 m de la base del anuncio?

$\tan \theta = \frac{5{,}1}{3{,}5} \rightarrow \theta = 55°\, 32'\, 21''$

El ángulo de elevación del observador a la publicidad es 55° 32′ 21″.

i. En la parte superior de la capilla de un pueblo hay un campanario. Una persona lo puede ver desde la calle a 18 m con un ángulo de 60°. ¿Cuánto se debe alejar para observarlo con un ángulo de 45°?

$\tan 60° = \frac{h}{18} \rightarrow h = 18 \tan 60° \approx 31{,}18$ m

$31{,}18$ m $- 18$ m $= 13{,}18$ m

La persona debe alejarse 13,18 m aproximadamente.

j. Si sen $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ¿cuánto es $\tan (2\alpha - \beta)$?

sen $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45°$; $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \beta = 30°$

$\tan (2 \cdot 45° - 30°) = \tan 60° = \sqrt{3}$