

Búsqueda de estrategias y soluciones

Nombre: _____ Curso _____

1. Considera los números 1, 3, 4 y 8.

a. Calcula su promedio.

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 4 + 8}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\bar{x} = \boxed{4}$$

b. Calcula su varianza mediante la siguiente fórmula:

Fórmula 1 $\rightarrow \sigma^2 = \frac{(1 - \bar{x})^2 + (3 - \bar{x})^2 + (4 - \bar{x})^2 + (8 - \bar{x})^2}{4}$

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (8 - 4)^2}{4} = \frac{26}{4} = 6,5$$

$$\sigma^2 = \boxed{6,5}$$

c. Calcula nuevamente su varianza, pero ahora usando la fórmula siguiente:

Fórmula 2 $\rightarrow \sigma^2 = \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 4 \cdot \bar{x}^2}{4}$

$$\sigma^2 = \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 4 \cdot 4^2}{4} = \frac{90 - 64}{4} = \frac{26}{4} = 6,5$$

$$\sigma^2 = \boxed{6,5}$$

d. ¿Obtuviste el mismo resultado?

Con ambas fórmulas se obtiene el mismo resultado.

e. Muestra que las fórmulas 1 y 2 son equivalentes. Para esto, aplica propiedades de las operaciones con números reales a la Fórmula 1 de manera de obtener la Fórmula 2.

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(1 - \bar{x})^2 + (3 - \bar{x})^2 + (4 - \bar{x})^2 + (8 - \bar{x})^2}{4} \\ &= \frac{1^2 - 2\bar{x} + \bar{x}^2 + 3^2 - 6\bar{x} + \bar{x}^2 + 4^2 - 8\bar{x} + \bar{x}^2 + 8^2 - 16\bar{x} + \bar{x}^2}{4} \\ &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 32\bar{x} + 4\bar{x}^2}{4}\end{aligned}$$

Como $\bar{x} = 4$, la fórmula de σ^2 se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 32\bar{x} + 4\bar{x}^2}{4} \\ &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 8\bar{x}^2 + 4\bar{x}^2}{4} \\ &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 4\bar{x}^2}{4}\end{aligned}$$

f. Generaliza las fórmulas 1 y 2 para n datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, utilizando el símbolo de sumatoria Σ . Observa el recuadro.

Fórmula 1

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Fórmula 2


$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2$$

El símbolo de la sumatoria (Σ) permite representar de forma abreviada varios sumandos. Por ejemplo, si k representa un número natural, la suma de los cinco primeros números naturales es:

$$\sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

2. Analiza el problema, aplica una estrategia conveniente y resuélvelo.

Dos máquinas expendedoras de café, A y B, serán testeadas para determinar cuál de ellas dosifica en forma más homogénea la cantidad del producto.

Cantidad de café dosificada por las máquinas A y B								
	Muestra	1	2	3	4	5	6	7
	Máquina A (g)	12,4	12,1	11,9	12,1	11,9	11,6	12,1
	Máquina B (g)	11,9	11,8	12,1	12,2	11,9	12,2	12,0

Si tuvieras que elegir una de las máquinas considerando la homogeneidad de las cantidades de café que dosifica en cada entrega, ¿cuál de ellas escogerías?, ¿por qué?

Estrategia:

Máquina A		
$\bar{x}_A = \frac{12,4 + 12,1 + 11,9 + 12,1 + 11,9 + 11,6 + 12,1}{7} = \frac{84,1}{7} \sim 12,01 \text{ g}$	$ 12,4 - 12,01 = 0,39 \text{ g}$	$ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$
$DM_A = \frac{0,39 + 0,09 + 0,11 + 0,09 + 0,11 + 0,41 + 0,09}{7} = \frac{1,29}{7} \sim 0,2 \text{ g}$	$ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$	$ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$
	$ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$	$ 11,6 - 12,01 = 0,41 \text{ g}$
Máquina B		
$\bar{x}_B = \frac{11,9 + 11,8 + 12,1 + 12,2 + 11,9 + 12,2 + 12,0}{7} = \frac{84,1}{7} \sim 12,01 \text{ g}$	$ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$	$ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$
$DM_B = \frac{0,11 + 0,21 + 0,09 + 0,19 + 0,11 + 0,19 + 0,01}{7} = \frac{0,91}{7} \sim 0,13 \text{ g}$	$ 12,2 - 12,01 = 0,19 \text{ g}$	$ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$
	$ 12,0 - 12,01 = 0,01 \text{ g}$	$ 12,2 - 12,01 = 0,19 \text{ g}$
	$ 11,8 - 12,01 = 0,21 \text{ g}$	

Solución: Escogería la máquina B, ya que los datos son más homogéneos.

3. Lee la situación, estima la media aritmética y completa la tabla.

La siguiente tabla contiene las edades a las que un grupo de personas obtuvo su licencia de conducir:

¿A qué edad obtuvo su licencia de conducir?					
Edad (años)	Marca de clase (c_i)	Cantidad de personas	$(c_i - \bar{x})$	$(c_i - \bar{x})^2$	$(c_i - \bar{x})^2 \cdot f$
[18, 22[20	2	-16,72	279,56	559,2
[22, 26[24	8	-12,72	161,80	1 294,4
[26, 30[28	8	-8,72	76,04	608,32
[30, 34[32	18	-4,72	22,28	401,04
[34, 38[36	20	-0,72	0,52	10,40
[38, 42[40	18	3,28	10,76	193,68
[42, 46[44	15	7,28	53,00	795,00
[46, 50[48	8	11,28	127,24	1 017,92
[50, 54]	52	3	15,28	233,48	700,44

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 2 + 24 \cdot 8 + 28 \cdot 8 + 32 \cdot 18 + 36 \cdot 20 + 40 \cdot 18 + 44 \cdot 15 + 48 \cdot 8 + 52 \cdot 3}{100} = \frac{3672}{100} = 36,72 \text{ años}$$

4. Analiza y aplica el procedimiento propuesto para construir una tabla con datos agrupados, estima las medidas de dispersión solicitadas y responde la pregunta.

Procedimiento para construir una tabla con datos agrupados:

Paso 1: calcula el rango de los datos.

Paso 2: decide la cantidad de intervalos que usarás para agruparlos.

Paso 3: calcula la amplitud de cada intervalo dividiendo el rango por la cantidad de intervalos.

Paso 4: dibuja la tabla y completa sus filas y columnas.

A continuación, se muestra la masa corporal de un grupo de estudiantes (en kilogramos):

62	60	68	57	53	90	92	52	59	61	68	78	72	65	60	53	62	50	60	47	65
56	64	60	67	52	50	52	63	54	75	62	76	69	65	63	51	50	80	65	72	68
62	96	60	63	60	62	63	86	64	98	62	50	78	82	66	64	70	86	90	58	98

- a. Agrupa los datos en dos tablas diferentes, una de 6 intervalos y la otra de 8. Incluye en ellas el título, los intervalos, las marcas de clase y las frecuencias.

Tabla 1 (6 intervalos)

Masa corporal de un grupo de estudiantes		
Masa (kg)	Marca de clase	Cantidad de estudiantes
[47, 56[51,5	12
[56, 65[60,5	24
[65, 74[69,5	13
[74, 83[78,5	6
[83, 92[87,5	4
[92, 101]	96,5	4

Tabla 2 (8 intervalos)

Masa corporal de un grupo de estudiantes		
Masa (kg)	Marca de clase	Cantidad de estudiantes
[47, 53,4[50,2	11
[53,4; 59,8[56,6	5
[59,8; 66,2[63	25
[66,2; 72,6[69,4	8
[72,6; 79[75,8	4
[79; 85,4[82,2	2
[85,4; 91,8[88,6	4
[91,8; 98,2]	95	4

- b. Estima la desviación media a partir de cada tabla. ¿Coinciden los valores obtenidos?, ¿por qué?

$$\bar{x}_1 = \frac{51,5 \cdot 12 + 60,5 \cdot 24 + 69,5 \cdot 13 + 78,5 \cdot 6 + 87,5 \cdot 4 + 96,5 \cdot 4}{63} = \frac{4180,5}{63} \sim 66,36 \text{ kg}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{50,2 \cdot 11 + 56,6 \cdot 5 + 63 \cdot 25 + 69,4 \cdot 8 + 75,8 \cdot 4 + 82,2 \cdot 2 + 88,6 \cdot 4 + 95 \cdot 4}{63} = \frac{4167,4}{63} \sim 66,15 \text{ kg}$$

$$DM_1 = \frac{|51,5 - 66,36| \cdot 12 + |60,5 - 66,36| \cdot 24 + |69,5 - 66,36| \cdot 13 + |78,5 - 66,36| \cdot 6 + |87,5 - 66,36| \cdot 4 + |96,5 - 66,36| \cdot 4}{63} = \frac{637,74}{63} \approx 10,12 \text{ kg}$$

$$DM_2 = \frac{|50,2 - 66,15| \cdot 11 + |56,6 - 66,15| \cdot 5 + |63 - 66,15| \cdot 25 + |69,4 - 66,15| \cdot 8 + |75,8 - 66,15| \cdot 4 + |82,2 - 66,15| \cdot 2 + |88,6 - 66,15| \cdot 4 + |95 - 66,15| \cdot 4}{63} = \frac{603,85}{63} \sim 9,58 \text{ kg}$$

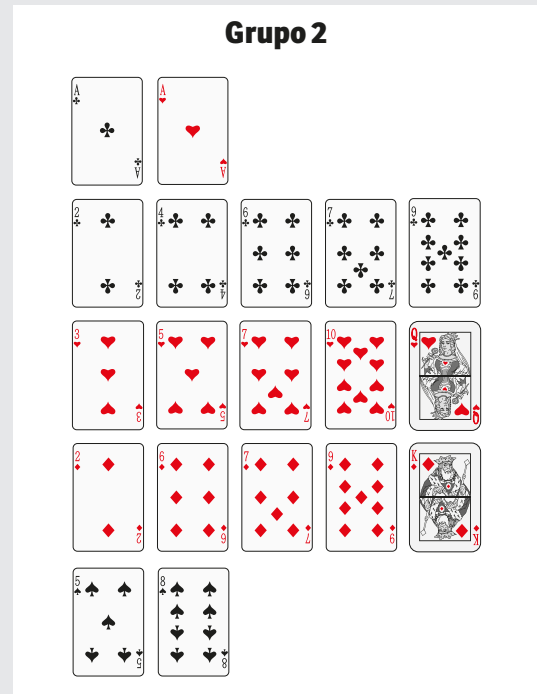
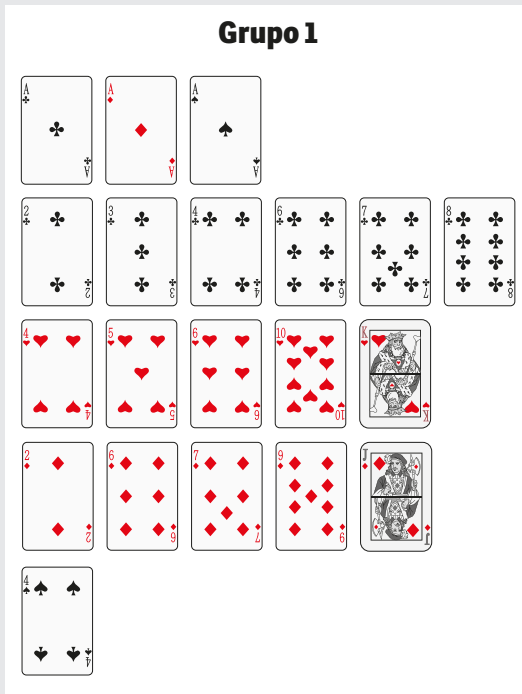
$$DM_1 = 10,12 \text{ kg}$$

$$DM_2 = 9,58 \text{ kg}$$

Los valores obtenidos no coinciden, porque los datos se agruparon en diferente cantidad de intervalos y con diferente amplitud.

5. Analiza el problema, aplica una estrategia conveniente y resuélvelo.

Se tienen dos grupos de cartas, 1 y 2. Si de uno de los grupos eliges una carta seguida de otra, ganas si la primera es un as y la segunda un número par. ¿Qué grupo escogerías para extraer las cartas si quieres ganar?, ¿por qué?



Estrategia:

A: elegir una carta del grupo y obtener un as.

B: elegir una carta del grupo y obtener un número par.

C: elegir dos cartas del grupo y obtener un as y un número par.

Grupo 1

$$P(C) = \frac{3}{20} \cdot \frac{10}{19} = \frac{3}{38}$$

Grupo 2

$$P(C) = \frac{2}{19} \cdot \frac{7}{18} = \frac{7}{171}$$

Solución:

Escogería las cartas del grupo 1, ya que el evento descrito tiene mayor probabilidad.