

Crecimiento y decrecimiento exponencial

1. Responde las preguntas asociadas a cada situación.

Un cubo de hielo de 4 cm^3 se introduce en un vaso con agua. Cada minuto que pasa se derrite el 20 % de su volumen.

- a. ¿Cuántos minutos como mínimo deben pasar para que se derrita más de la mitad del cubo?

1 min \rightarrow quedan $3,2 \text{ cm}^3$ 3 min \rightarrow quedan $2,048$ } Deben transcurrir 4 minutos como mínimo
2 min \rightarrow quedan $2,56 \text{ cm}^3$ 4 min \rightarrow quedan $1,6384$ } para que se derrita más de la mitad del cubo.

Una persona establece dos formas distintas para cobrar por su servicio de paseo de mascotas, el cual tiene una duración de 30 minutos.

Primera opción: \$500 el primer día y los días sucesivos $\frac{3}{4}$ del cobro del día anterior.

Segunda opción: \$1 000 el primer día y los días sucesivos $\frac{2}{3}$ del cobro del día anterior.

- b. ¿Cuál de las opciones de pago es más conveniente económicamente para un cliente que quiere que paseen su mascota por 3 días?

Primera opción: $500 + 500 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + 500 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \approx 1156,25$
Segunda opción: $1\,000 + 1\,000 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 + 1\,000 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \approx 2\,111,11$ } Es más conveniente económicamente la primera opción.

2. Una población de 524 288 mosquitos decrece a la mitad cada mes.

- a. Completa la siguiente tabla siguiendo el ejemplo:

Meses transcurridos	Factor de crecimiento	Cantidad de mosquitos
0	$\left(\frac{1}{2}\right)^0$	524 288
1	$\left(\frac{1}{2}\right)^1$	262 144
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	131 072
3	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	65 536

b. ¿En qué mes la población de mosquitos será de 16 384?

Mes 4 → $65\,536 : 2 = 32\,768$	} Al quinto mes la población será de 16 384.
Mes 5 → $32\,768 : 2 = 16\,384$	

c. ¿En algún momento se extinguirá esta población de mosquitos? Explica.

A los 19 meses transcurridos, la población será de 1 mosquito y en el mes 20, al seguir el modelo, habrá 0,5 mosquitos, lo cual es imposible. Por lo tanto, los mosquitos estarán extintos al transcurrir 20 meses.

3. Analiza la siguiente situación:

En una zona hay 12 conejos y su población se triplica cada 6 meses. Una persona comete un error al asegurar que para calcular cuántos conejos habrá en 4 años, se debe utilizar la expresión $12 \cdot 3^4$.

a. ¿En qué parte de la expresión cometió el error? Selecciona con un ✓.

- | | |
|--|--|
| <input type="radio"/> En la multiplicación. | <input checked="" type="radio"/> En el exponente de la potencia. |
| <input type="radio"/> En la base de la potencia. | <input type="radio"/> En la cantidad inicial de conejos. |

b. Corrige el error cometido por la persona y calcula la cantidad de conejos que habrá al cabo de 4 años.

El exponente debe ser 8, ya que en 4 años hay 8 veces 6 meses. $12 \cdot 3^8 = 78\,732$ La cantidad de conejos que habrá a los 4 años es 78 732.

c. ¿Cuántos conejos habrá a los n años transcurridos? Justifica.

A los n años transcurridos habrá $12 \cdot 3^{2n}$ conejos, ya que por cada año hay dos semestres.

4. Una especie de microorganismo que se reproduce en un laboratorio tiene un crecimiento que se modela exponencialmente. El gráfico que se muestra representa la cantidad de microorganismos que hay en el laboratorio según el tiempo transcurrido en horas.

¿Cuál es la expresión que permite calcular la cantidad de microorganismos a las n horas transcurridas?

La expresión que permite calcular la cantidad de microorganismos a las n horas transcurridas es $3 \cdot 2^n$.

