

# Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

## 1. Completa lo siguiente.

En la función cuadrática definida por  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{R}$ , tal que  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a, b, c \in \mathbb{R}$  y  $a \neq 0$ , puede definirse en dos tramos diferentes de su dominio. Estos quedan definidos por las coordenadas del vértice de la parábola que representa a  $f$  en el plano cartesiano. A las funciones así definidas las llamaremos  $f_1$  y  $f_2$ , ambas biyectivas, de manera que:

$$\bullet f_1: \left[ \boxed{\phantom{0}}, -\frac{b}{2a} \right] \rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{R}, \text{ y su función inversa es } f_1^{-1}(x) = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a(\boxed{\phantom{0}})}}{2a}.$$

$$\bullet f_2: \left[ -\frac{b}{2a}, \boxed{\phantom{0}} \right] \rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{R}, \text{ y su función inversa es } f_2^{-1}(x) = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a(\boxed{\phantom{0}})}}{2a}.$$

El recorrido de la función varía dependiendo del valor del coeficiente  $a$ :

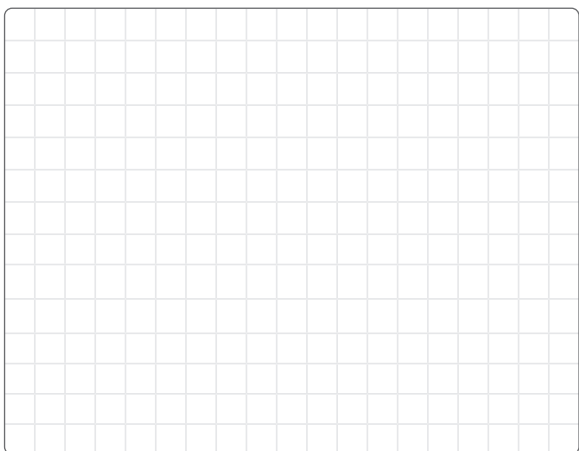
$$\bullet \text{ Si } a > 0, \text{ el recorrido es } R = \left[ f\left(-\frac{\boxed{\phantom{0}}}{\boxed{\phantom{0}}}\right), +\infty \right).$$

$$\bullet \text{ Si } a < 0, \text{ el recorrido es } R = \left[ -\infty, f\left(-\frac{\boxed{\phantom{0}}}{\boxed{\phantom{0}}}\right) \right].$$

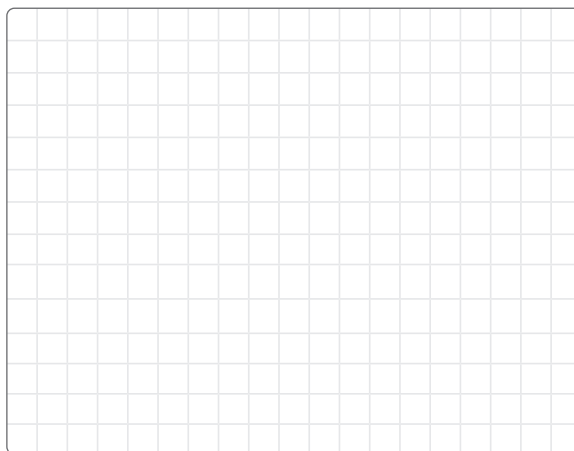
Las gráficas de  $f_1$  y  $f_1^{-1}$  y las de  $f_2$  y  $f_2^{-1}$  son el reflejo una de la otra respecto de la recta  $y = \boxed{\phantom{0}}$ .

## 2. Determina la inversa de la función cuadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow ]0, +\infty]$ definida como $f(x) = x^2 - 6x + 9$ . Considerando los siguientes tramos de separación de su dominio:

a. Tramo 1:  $]-\infty, 3]$



b. Tramo 2:  $[3, +\infty[$



# Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

## 1. Completa lo siguiente.

En la función cuadrática definida por  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{R}$ , tal que  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a, b, c \in \mathbb{R}$  y  $a \neq 0$ , puede definirse en dos tramos diferentes de su dominio. Estos quedan definidos por las coordenadas del vértice de la parábola que representa a  $f$  en el plano cartesiano. A las funciones así definidas las llamaremos  $f_1$  y  $f_2$ , ambas biyectivas, de manera que:

$$\bullet f_1: \left[ -\infty, -\frac{b}{2a} \right] \rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{R}, \text{ y su función inversa es } f_1^{-1}(x) = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a(c-x)}}{2a}.$$

$$\bullet f_2: \left[ -\frac{b}{2a}, +\infty \right] \rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{R}, \text{ y su función inversa es } f_2^{-1}(x) = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a(c-x)}}{2a}.$$

El recorrido de la función varía dependiendo del valor del coeficiente  $a$ :

$$\bullet \text{ Si } a > 0, \text{ el recorrido es } R = \left[ f\left(-\frac{b}{2a}\right), +\infty \right).$$

$$\bullet \text{ Si } a < 0, \text{ el recorrido es } R = \left( -\infty, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right).$$

Las gráficas de  $f_1$  y  $f_1^{-1}$  y las de  $f_2$  y  $f_2^{-1}$  son el reflejo una de la otra respecto de la recta  $y = x$ .

## 2. Determina la inversa de la función cuadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow ]0, +\infty]$ definida como $f(x) = x^2 - 6x + 9$ . Considerando los siguientes tramos de separación de su dominio:

a. Tramo 1:  $]-\infty, 3]$

$$\begin{aligned} f_1^{-1}(x) &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a(c-x)}}{2a} \\ &= \frac{6 + \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (1)(9-x)}}{2 \cdot (1)} \\ &= \frac{6 + \sqrt{36 - 4 \cdot (9-x)}}{2} \\ &= \frac{6 + 2\sqrt{x}}{2} = 3 + \sqrt{x} \end{aligned}$$

b. Tramo 2:  $[3, +\infty[$

$$\begin{aligned} f_1^{-1}(x) &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a(c-x)}}{2a} \\ &= \frac{6 - \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (1)(9-x)}}{2 \cdot (1)} \\ &= \frac{6 - \sqrt{36 - 4 \cdot (9-x)}}{2} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{x}}{2} = 3 - \sqrt{x} \end{aligned}$$