

Búsqueda de estrategias y soluciones

Nombre: _____ Curso _____

1. Considera los números 1, 3, 4 y 8.

- a. Calcula su promedio.

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 4 + 8}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\bar{x} = 4$$

- b. Calcula su varianza mediante la siguiente fórmula:

$$\text{Fórmula 1} \quad > \quad \sigma^2 = \frac{(1 - \bar{x})^2 + (3 - \bar{x})^2 + (4 - \bar{x})^2 + (8 - \bar{x})^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (8 - 4)^2}{4} = \frac{26}{4} = 6,5$$

$$\sigma^2 = 6,5$$

- c. Calcula nuevamente su varianza, pero ahora usando la fórmula siguiente:

$$\text{Fórmula 2} \quad > \quad \sigma^2 = \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 4 \cdot \bar{x}^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 4 \cdot 4^2}{4} = \frac{90 - 64}{4} = \frac{26}{4} = 6,5$$

$$\sigma^2 = 6,5$$

- d. ¿Obtuviste el mismo resultado?

Con ambas fórmulas se obtiene el mismo resultado.

- e. Muestra que las fórmulas 1 y 2 son equivalentes. Para esto, aplica propiedades de las operaciones con números reales a la Fórmula 1 de manera de obtener la Fórmula 2.

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(1 - \bar{x})^2 + (3 - \bar{x})^2 + (4 - \bar{x})^2 + (8 - \bar{x})^2}{4} \\ &= \frac{1^2 - 2\bar{x} + \bar{x}^2 + 3^2 - 6\bar{x} + \bar{x}^2 + 4^2 - 8\bar{x} + \bar{x}^2 + 8^2 - 16\bar{x} + \bar{x}^2}{4} \\ &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 32\bar{x} + 4\bar{x}^2}{4}\end{aligned}$$

Como $\bar{x} = 4$, la fórmula de σ^2 se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 32\bar{x} + 4\bar{x}^2}{4} \\ &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 8\bar{x}^2 + 4\bar{x}^2}{4} \\ &= \frac{(1^2 + 3^2 + 4^2 + 8^2) - 4\bar{x}^2}{4}\end{aligned}$$

- f. Generaliza las fórmulas 1 y 2 para n datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, utilizando el símbolo de sumatoria Σ . Observa el recuadro.

Fórmula 1

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Fórmula 2

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2$$

El símbolo de la sumatoria (Σ) permite representar de forma abreviada varios sumandos. Por ejemplo, si k representa un número natural, la suma de los cinco primeros números naturales es:

$$\sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

2. Analiza el problema, aplica una estrategia conveniente y resuélvelo.

Dos máquinas expendedoras de café, A y B, serán testeadas para determinar cuál de ellas dosifica en forma más homogénea la cantidad del producto.

| Cantidad de café dosificada por las máquinas A y B | | | | | | | | |
|--|---------------|------|------|------|------|------|------|------|
| | Muestra | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | Máquina A (g) | 12,4 | 12,1 | 11,9 | 12,1 | 11,9 | 11,6 | 12,1 |
| | Máquina B (g) | 11,9 | 11,8 | 12,1 | 12,2 | 11,9 | 12,2 | 12,0 |

Si tuvieras que elegir una de las máquinas considerando la homogeneidad de las cantidades de café que dosifica en cada entrega, ¿cuál de ellas escogerías?, ¿por qué?

Estrategia:

| Máquina A | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $\bar{x}_A = \frac{12,4 + 12,1 + 11,9 + 12,1 + 11,9 + 11,6 + 12,1}{7} = \frac{84,1}{7} \sim 12,01 \text{ g}$ | $ 12,4 - 12,01 = 0,39 \text{ g}$ | $ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$ |
| $DM_A = \frac{0,39 + 0,09 + 0,11 + 0,09 + 0,11 + 0,41 + 0,09}{7} = \frac{1,29}{7} \sim 0,2 \text{ g}$ | $ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$ | $ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$ |
| | $ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$ | $ 11,6 - 12,01 = 0,41 \text{ g}$ |
| | $ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$ | |
| Máquina B | | |
| $\bar{x}_B = \frac{11,9 + 11,8 + 12,1 + 12,2 + 11,9 + 12,2 + 12,0}{7} = \frac{84,1}{7} \sim 12,01 \text{ g}$ | $ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$ | $ 11,9 - 12,01 = 0,11 \text{ g}$ |
| $DM_B = \frac{0,11 + 0,21 + 0,09 + 0,19 + 0,11 + 0,19 + 0,01}{7} = \frac{0,91}{7} \sim 0,13 \text{ g}$ | $ 12,2 - 12,01 = 0,19 \text{ g}$ | $ 12,1 - 12,01 = 0,09 \text{ g}$ |
| | $ 12,0 - 12,01 = 0,01 \text{ g}$ | $ 12,2 - 12,01 = 0,19 \text{ g}$ |
| | $ 11,8 - 12,01 = 0,21 \text{ g}$ | |

Solución: Escogería la máquina B, ya que los datos son más homogéneos.

3. Lee la situación, estima la media aritmética y completa la tabla.

La siguiente tabla contiene las edades a las que un grupo de personas obtuvo su licencia de conducir:

| ¿A qué edad obtuvo su licencia de conducir? | | | | | |
|---|--------------------------|----------------------|-------------------|---------------------|-----------------------------|
| Edad (años) | Marca de clase (c_i) | Cantidad de personas | $(c_i - \bar{x})$ | $(c_i - \bar{x})^2$ | $(c_i - \bar{x})^2 \cdot f$ |
| [18, 22[| 20 | 2 | -16,72 | 279,56 | 559,2 |
| [22, 26[| 24 | 8 | -12,72 | 161,80 | 1 294,4 |
| [26, 30[| 28 | 8 | -8,72 | 76,04 | 608,32 |
| [30, 34[| 32 | 18 | -4,72 | 22,28 | 401,04 |
| [34, 38[| 36 | 20 | -0,72 | 0,52 | 10,40 |
| [38, 42[| 40 | 18 | 3,28 | 10,76 | 193,68 |
| [42, 46[| 44 | 15 | 7,28 | 53,00 | 795,00 |
| [46, 50[| 48 | 8 | 11,28 | 127,24 | 1 017,92 |
| [50, 54] | 52 | 3 | 15,28 | 233,48 | 700,44 |

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 2 + 24 \cdot 8 + 28 \cdot 8 + 32 \cdot 18 + 36 \cdot 20 + 40 \cdot 18 + 44 \cdot 15 + 48 \cdot 8 + 52 \cdot 3}{100} = \frac{3672}{100} = 36,72 \text{ años}$$

4. Analiza y aplica el procedimiento propuesto para construir una tabla con datos agrupados, estima las medidas de dispersión solicitadas y responde la pregunta.

Procedimiento para construir una tabla con datos agrupados:

Paso 1: calcula el rango de los datos.

Paso 2: decide la cantidad de intervalos que usarás para agruparlos.

Paso 3: calcula la amplitud de cada intervalo dividiendo el rango por la cantidad de intervalos.

Paso 4: dibuja la tabla y completa sus filas y columnas.

A continuación, se muestra la masa corporal de un grupo de estudiantes (en kilogramos):

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 62 | 60 | 68 | 57 | 53 | 90 | 92 | 52 | 59 | 61 | 68 | 78 | 72 | 65 | 60 | 53 | 62 | 50 | 60 | 47 | 65 |
| 56 | 64 | 60 | 67 | 52 | 50 | 52 | 63 | 54 | 75 | 62 | 76 | 69 | 65 | 63 | 51 | 50 | 80 | 65 | 72 | 68 |
| 62 | 96 | 60 | 63 | 60 | 62 | 63 | 86 | 64 | 98 | 62 | 50 | 78 | 82 | 66 | 64 | 70 | 86 | 90 | 58 | 98 |

- a. Agrupa los datos en dos tablas diferentes, una de 6 intervalos y la otra de 8. Incluye en ellas el título, los intervalos, las marcas de clase y las frecuencias.

Tabla 1 (6 intervalos)

| Masa corporal de un grupo de estudiantes | | |
|--|----------------|-------------------------|
| Masa (kg) | Marca de clase | Cantidad de estudiantes |
| [47, 56[| 51,5 | 12 |
| [56, 65[| 60,5 | 24 |
| [65, 74[| 69,5 | 13 |
| [74, 83[| 78,5 | 6 |
| [83, 92[| 87,5 | 4 |
| [92, 101] | 96,5 | 4 |

Tabla 2 (8 intervalos)

| Masa corporal de un grupo de estudiantes | | |
|--|----------------|-------------------------|
| Masa (kg) | Marca de clase | Cantidad de estudiantes |
| [47, 53,4[| 50,2 | 11 |
| [53,4; 59,8[| 56,6 | 5 |
| [59,8; 66,2[| 63 | 25 |
| [66,2; 72,6[| 69,4 | 8 |
| [72,6; 79[| 75,8 | 4 |
| [79; 85,4[| 82,2 | 2 |
| [85,4; 91,8[| 88,6 | 4 |
| [91,8; 98,2] | 95 | 4 |

- b. Estima la desviación media a partir de cada tabla. ¿Coinciden los valores obtenidos?, ¿por qué?

$$\bar{x}_1 = \frac{51,5 \cdot 12 + 60,5 \cdot 24 + 69,5 \cdot 13 + 78,5 \cdot 6 + 87,5 \cdot 4 + 96,5 \cdot 4}{63} = \frac{4\,180,5}{63} \approx 66,36 \text{ kg}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{50,2 \cdot 11 + 56,6 \cdot 5 + 63 \cdot 25 + 69,4 \cdot 8 + 75,8 \cdot 4 + 82,2 \cdot 2 + 88,6 \cdot 4 + 95 \cdot 4}{63} = \frac{4\,167,4}{63} \approx 66,15 \text{ kg}$$

$$DM_1 = \frac{|51,5 - 66,36| \cdot 12 + |60,5 - 66,36| \cdot 24 + |69,5 - 66,36| \cdot 13 + |78,5 - 66,36| \cdot 6 + |87,5 - 66,36| \cdot 4 + |96,5 - 66,36| \cdot 4}{63} \\ = \frac{637,74}{63} \approx 10,12 \text{ kg}$$

$$DM_2 = \frac{|50,2 - 66,15| \cdot 11 + |56,6 - 66,15| \cdot 5 + |63 - 66,15| \cdot 25 + |69,4 - 66,15| \cdot 8 + |75,8 - 66,15| \cdot 4 + |82,2 - 66,15| \cdot 2 + \\ + |88,6 - 66,15| \cdot 4 + |95 - 66,15| \cdot 4}{63} = \frac{603,85}{63} \approx 9,58 \text{ kg}$$

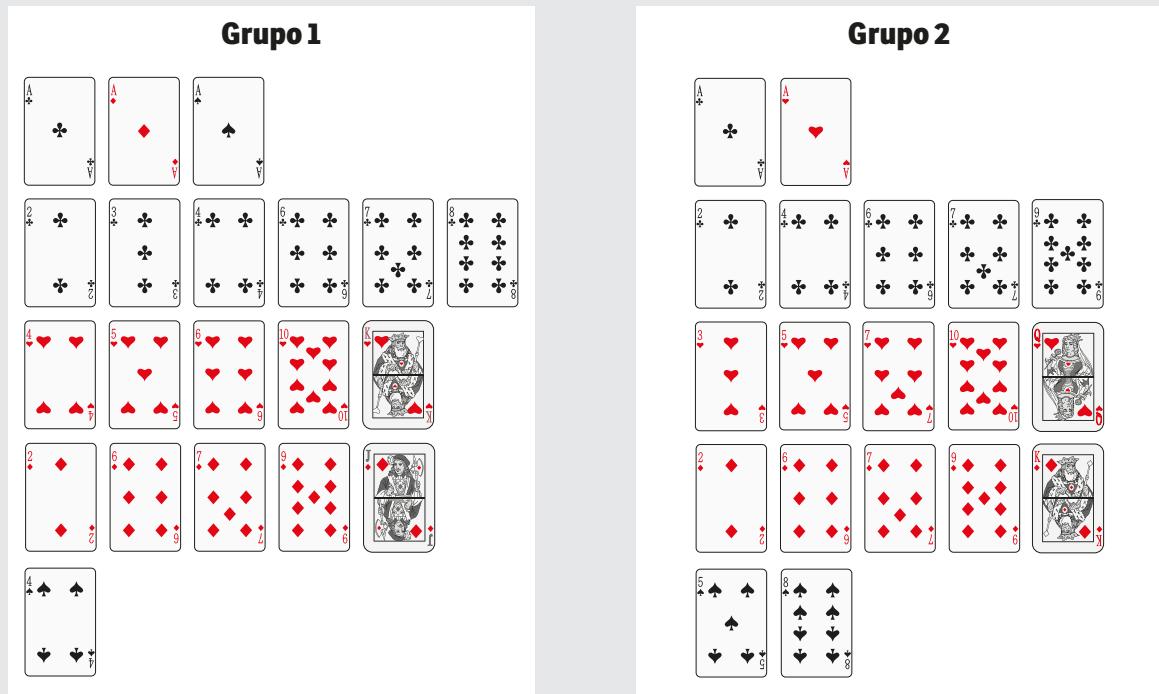
$$DM_1 = 10,12 \text{ kg}$$

$$DM_2 = 9,58 \text{ kg}$$

Los valores obtenidos no coinciden, porque los datos se agruparon en diferente cantidad de intervalos y con diferente amplitud.

5. Analiza el problema, aplica una estrategia conveniente y resuévelo.

Se tienen dos grupos de cartas, 1 y 2. Si de uno de los grupos eliges una carta seguida de otra, ganas si la primera es un as y la segunda un número par. ¿Qué grupo escogerías para extraer las cartas si quieres ganar?, ¿por qué?



Estrategia:

A: elegir una carta del grupo y obtener un as.

B: elegir una carta del grupo y obtener un número par.

C: elegir dos cartas del grupo y obtener un as y un número par.

Grupo 1

$$P(C) = \frac{3}{20} \cdot \frac{10}{19} = \frac{3}{38}$$

Grupo 2

$$P(C) = \frac{2}{19} \cdot \frac{7}{18} = \frac{7}{171}$$

Solución:

Escogería las cartas del grupo 1, ya que el evento descrito tiene mayor probabilidad.