Ficha 4

Caracterizando la función potencia

Nombre: ______________________________ **Curso** ________

1. Determina si las siguientes funciones corresponden a funciones potencia.

a. $f(x) = 2^x$

No, es función exponencial.

b. $g(x) = -x^5$

Sí, es función potencia.

c. $h(x) = 3x^4$

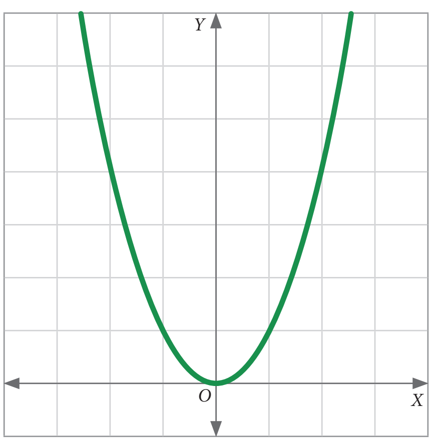
Sí, es función potencia.

d. $p(x) = x^{10}$

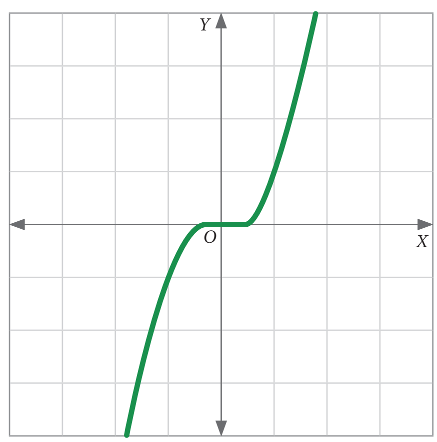
Sí, es función potencia.

2. Analiza los gráficos de las funciones potencia y luego completa.

a. $f(x) = x^n$



b. $g(x) = x^m$



Función	Exponente (par o impar)	Dominio	Recorrido	Eje de simetría
$y = f(x)$	Par	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^+$	Eje Y
$y = g(x)$	Impar	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	No tiene

3. Completa la tabla de las funciones potencia de índice par.

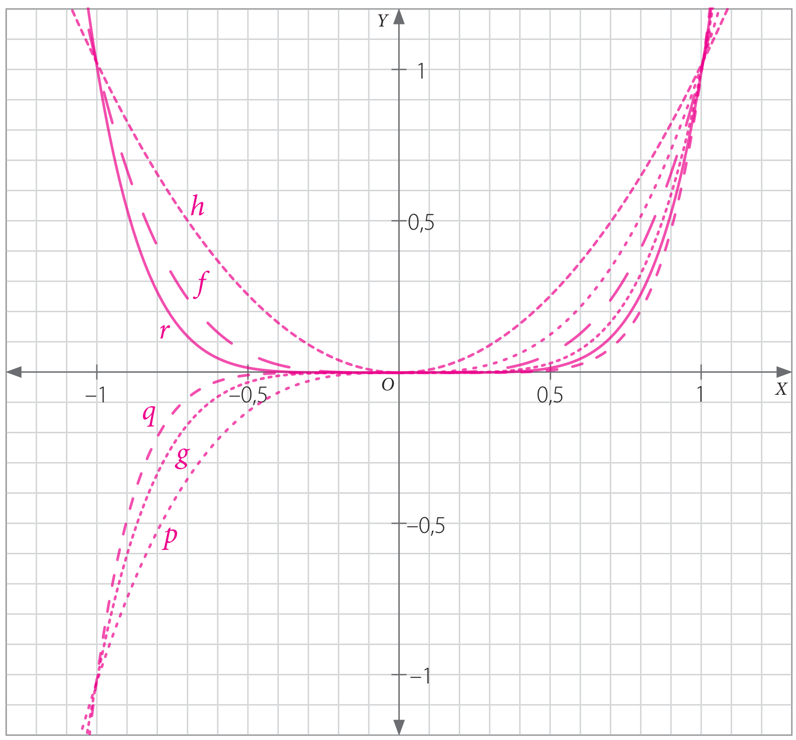
Función \ x	–2	–1	–0,5	–0,25	0	0,25	0,5	1	2
$f(x) = x^2$	4	1	0,25	0,0625	0	0,0625	0,25	1	4
$g(x) = x^4$	16	1	0,0625	0,00390625	0	0,00390625	0,0625	1	16

4. Completa la tabla de las funciones potencia de índice impar.

Función \ x	–2	–1	–0,5	–0,25	0	0,25	0,5	1	2
$f(x) = x^3$	–8	–1	–0,125	–0,015625	0	0,015625	0,125	1	8
$g(x) = x^5$	–32	–1	–0,03125	–0,0009765625	0	0,0009765625	0,03125	1	32

5. Esboza el gráfico de las funciones en el plano cartesiano. Luego responde.

Función
$f(x) = x^4$
$g(x) = x^5$
$h(x) = x^2$
$p(x) = x^3$
$q(x) = x^7$
$r(x) = x^6$



a. De las funciones con exponente par, ¿cuál toma valores mayores en el intervalo]–1, 1[? ¿Qué crees que ocurre fuera de ese intervalo?

La función h. Fuera del intervalo es r.

b. De las funciones con exponente impar, ¿cuál toma valores mayores en el intervalo]–1, 0[? ¿Y en el intervalo]0, 1[?

La función q. La función p.

c. ¿Cómo se ordenan las funciones en forma creciente de acuerdo con los valores que toman en el intervalo]0, 1[?

El orden creciente es: q, r, g, f, p y h.

6. Resuelve los problemas.

a. En una pirámide de base cuadrada la medida x de su arista basal mide el doble de su altura. Escribe la fórmula del volumen de la pirámide en función de su arista x (en metros) y completa la tabla para algunos valores de la arista (x) y volumen ($V(x)$).

Arista basal: x

Altura: $\frac{x}{2}$

El volumen de la pirámide es:

$V = \frac{1}{3} \cdot$ área basal $\cdot$ altura

$V = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \frac{x}{2}$

$V = \frac{x^3}{6}$

x	1	2	3	4	5	6
$V(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{32}{3}$	$\frac{125}{6}$	36

b. Mariana está creando pañuelos para sus mascotas. El diseño es un triángulo rectángulo isósceles. Cada una de sus mascotas tiene distinto tamaño, es por eso que necesita tener una función que le permita calcular la cantidad de tela que necesita por pañuelo según la medida de su lado.

- Construye un modelo que le permita a Mariana calcular el área de tela a ocupar por pañuelo según la medida del cateto.

Fórmula del área: $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

Como es un triángulo rectángulo isósceles, la base y la altura son iguales, por lo tanto:

$A(a) = \frac{a^2}{2}$, donde a es la medida del cateto.

- Si Mariana quiere confeccionar un pañuelo cuyo cateto mida 5 cm, ¿cuánta tela utilizará?

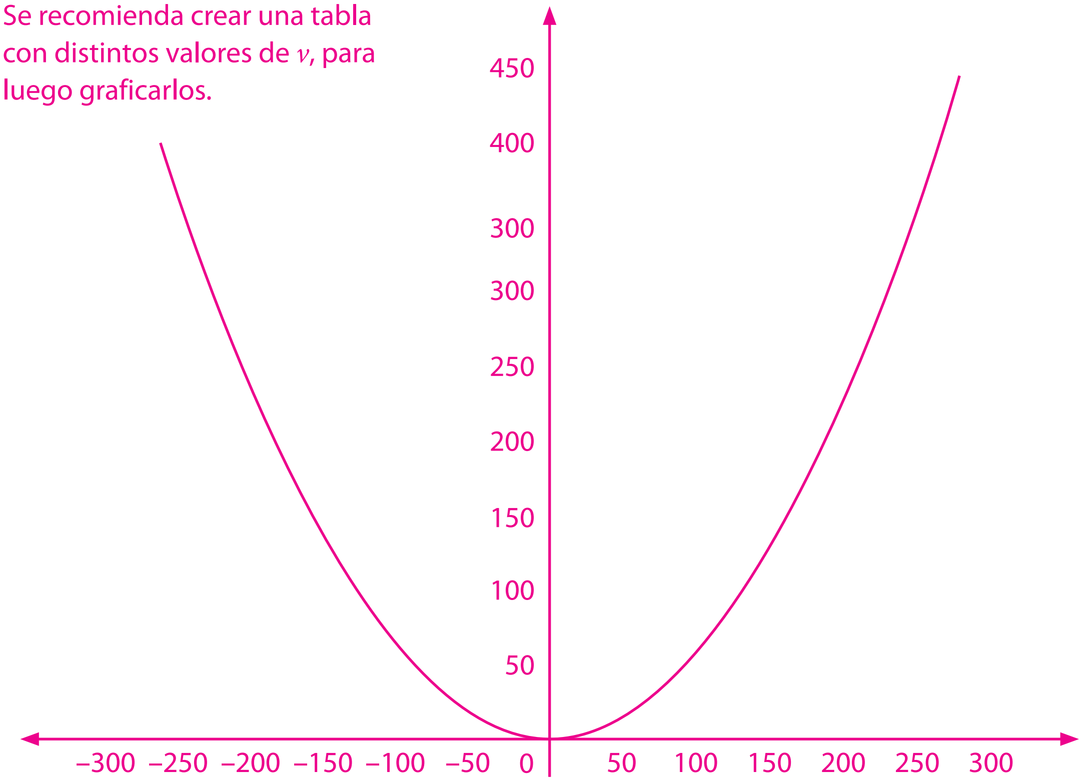
$A(5) = \frac{(5 \text{ cm})^2}{2} = \frac{25 \text{ cm}^2}{2} = 12{,}5 \text{ cm}^2$

Utilizará 12,5 cm² de tela.

c. Bajo ciertas condiciones, la relación funcional entre la distancia d (medida en metros) que necesita un automóvil para frenar y su velocidad v, medida en km/h, es $d(v) = \frac{v^2}{170}$.

- ¿Cómo es la gráfica de la función? ¿Qué se puede inferir de la distancia de frenado a partir de su gráfica?

Se recomienda crear una tabla con distintos valores de v, para luego graficarlos.



La gráfica de la función es una parábola. A mayor velocidad, mayor es la distancia necesaria para frenar.

- Investiga la velocidad máxima permitida en la calle de tu colegio. ¿Cuál es la distancia de frenado de acuerdo con el modelo?

Por ejemplo, para 20km/h:

$$d = \left(\frac{20^2}{170}\right) \text{m} = \left(\frac{400}{170}\right) \text{m} = \frac{40}{17} \text{ m} = 2{,}35 \text{ m}$$

Ejemplo de respuesta: si la velocidad máxima es 20 km/h, entonces la distancia de frenado es 2,35 m.

Reflexiona y responde

- ¿Qué dificultades hallaste durante el desarrollo de estos contenidos?, ¿cómo las superaste?
- ¿Cómo explicarías las diferencias y similitudes de las gráficas de las funciones potencias de exponente par e impar?