

Homotecia vectorial

1. Realiza las siguientes actividades usando un *software* educativo. Puedes utilizar GeoGebra ingresando en el sitio http://www.enlacesantillana.cl/#/L25_MAT1MBDAU3_4. Luego, considera los siguientes pasos:

1.º Haz clic en  y construye un polígono.

2.º Con el botón  ubica el centro de homotecia.

3.º Con el botón  haz clic en el centro de homotecia de la figura y luego ingresa el valor de la razón de homotecia.

- a. Construye un cuadrilátero de vértices $A(-2, 4)$, $B(-4, 4)$, $C(-5, 1)$ y $D(-1, 1)$, y luego aplica una homotecia de centro $E(1, -1)$ y valor de la razón $k = -0,5$. ¿Cuáles son las coordenadas homotéticas de cada vértice?

$$A' = (2,5; -3,5); B' = (3,5; -3,5); C' = (4, -2) \text{ y } D' = (2, -2)$$

- b. Construye un cuadrilátero de vértices $A(1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(5, 0)$ y $D(3, -3)$, y luego aplica una homotecia de centro $E(0, -2)$ y valor de la razón $k = -3$. ¿Cuáles son las coordenadas homotéticas de cada vértice?

$$A' = (-3, -8); B' = (-9, -14); C' = (-15, -8) \text{ y } D' = (-9, 1)$$

2. Respecto al concepto de punto de fuga, responde lo siguiente:

- a. Explica con tus palabras qué entiendes por «punto de fuga». En caso de tener dificultad, pídele ayuda a tu profesor o profesora de Artes Visuales.

Respuestas variadas. Se muestra un ejemplo. Es el punto hacia el cual las líneas que se alejan del observador

parecen converger cuando se representan en una imagen para crear una sensación de profundidad y perspectiva.

- b. Investiga el uso del punto de fuga en áreas como la fotografía, la pintura y la arquitectura.

Respuestas variadas. Se muestra un ejemplo. Se usa comúnmente en fotografía urbana y paisajística, donde

los edificios, las calles y otros elementos arquitectónicos pueden servir como líneas convergentes que conducen

hacia un punto en el horizonte.

En la pintura, especialmente en la pintura de paisajes y escenas arquitectónicas. Los artistas utilizan la perspectiva

lineal para representar objetos y estructuras tridimensionales en una superficie bidimensional.

En arquitectura, se utiliza en el diseño de espacios y estructuras para crear una sensación de profundidad y

perspectiva en los planos y maquetas. Los arquitectos utilizan líneas de fuga en los planos y dibujos técnicos

para representar la forma en que los elementos de un edificio o espacio convergen en el horizonte.

3. Resuelve los siguientes problemas.

- a. En un diseño arquitectónico, se tiene un plano que representa un edificio con forma de pentágono. Los vértices del pentágono en el plano son $A(10, 5)$, $B(15, 8)$, $C(20, 12)$, $D(15, 15)$ y $E(10, 10)$. Si se aplica una homotecia con centro en el punto $(10, 10)$ y razón de homotecia $k = 1,5$, ¿cuáles serán las coordenadas de los vértices del pentágono homotético?

Dado que el centro de homotecia es $(10, 10)$ y la razón es $k = 1,5$, se tiene que:

$$\begin{aligned} \bullet A(10, 5) &\rightarrow A'(10 + 1,5(10 - 10), 10 + 1,5(5 - 10)) = (10; 2,5) \\ \bullet B(15, 8) &\rightarrow B'(10 + 1,5(15 - 10), 10 + 1,5(8 - 10)) = (17,5; 7) \\ \bullet C(20, 12) &\rightarrow C'(10 + 1,5(20 - 10), 10 + 1,5(12 - 10)) = (25, 13) \\ \bullet D(15, 15) &\rightarrow D'(10 + 1,5(15 - 10), 10 + 1,5(15 - 10)) = (17,5; 17,5) \\ \bullet E(10, 10) &\rightarrow E'(10 + 1,5(10 - 10), 10 + 1,5(10 - 10)) = (10, 10) \end{aligned}$$

- b. Se estudia la morfología de una célula bacteriana, que tiene forma de hexágono regular. Los vértices del hexágono en el plano son $A(2, 4)$, $B(6, 4)$, $C(8, 6)$, $D(6, 8)$, $E(2, 8)$ y $F(0, 6)$. Si se aplica una homotecia con centro en el punto $(4, 6)$ y razón de homotecia $k = 0,75$, ¿cuáles serán las coordenadas de los vértices del hexágono homotético?

Dado que el centro de homotecia es $(4, 6)$ y la razón es $k = 0,75$, se tiene que:

$$\begin{aligned} \bullet A(2, 4) &\rightarrow A'(4 + 0,75(2 - 4), 6 + 0,75(4 - 6)) = (2,5; 4,5) \\ \bullet B(6, 4) &\rightarrow B'(4 + 0,75(6 - 4), 6 + 0,75(4 - 6)) = (5,5; 4,5) \\ \bullet C(8, 6) &\rightarrow C'(4 + 0,75(8 - 4), 6 + 0,75(6 - 6)) = (7, 6) \\ \bullet D(6, 8) &\rightarrow D'(4 + 0,75(6 - 4), 6 + 0,75(8 - 6)) = (5,5; 7,5) \\ \bullet E(2, 8) &\rightarrow E'(4 + 0,75(2 - 4), 6 + 0,75(8 - 6)) = (2,5; 7,5) \\ \bullet F(0, 6) &\rightarrow F'(4 + 0,75(0 - 4), 6 + 0,75(6 - 6)) = (1, 6) \end{aligned}$$

- c. Se está diseñando un logotipo con forma de triángulo. Los vértices del triángulo en el plano son $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ y $C(2, 3)$. Si se aplica una homotecia con centro en el punto $(2, 1)$ y razón de homotecia $k = -2$, ¿cuáles serán las coordenadas de los vértices del triángulo homotético?

Dado que el centro de homotecia es $(2, 1)$ y la razón es $k = -2$, se tiene que:

$$\begin{aligned} \bullet A(0, 0) &\rightarrow A'(2 + (-2)(0 - 2), 1 + (-2)(0 - 1)) = (6, 3) \\ \bullet B(4, 0) &\rightarrow B'(2 + (-2)(4 - 2), 1 + (-2)(0 - 1)) = (-2, 3) \\ \bullet C(2, 3) &\rightarrow C'(2 + (-2)(2 - 2), 1 + (-2)(3 - 1)) = (2, -3) \end{aligned}$$

- d. Se estudia la disposición de estrellas en una constelación en el plano. Los vértices de la constelación son $A(100, 200)$, $B(150, 250)$, $C(200, 300)$ y $D(150, 350)$. Si se aplica una homotecia con centro en el punto $(150, 250)$ y razón de homotecia $k = 0,5$, ¿cuáles serán las coordenadas de los vértices de la constelación homotética?

Dado que el centro de homotecia es $(150, 250)$ y la razón es $k = 0,5$, se tiene que:

$$\begin{aligned} \bullet A(100, 200) &\rightarrow A'(150 + 0,5(100 - 150), 250 + 0,5(200 - 250)) = (125, 225) \\ \bullet B(150, 250) &\rightarrow B'(150 + 0,5(150 - 150), 250 + 0,5(250 - 250)) = (150, 250) \\ \bullet C(200, 300) &\rightarrow C'(150 + 0,5(200 - 150), 250 + 0,5(300 - 250)) = (175, 275) \\ \bullet D(150, 350) &\rightarrow D'(150 + 0,5(150 - 150), 250 + 0,5(350 - 250)) = (150, 300) \end{aligned}$$