

Logaritmos: propiedades

1. Calcula los siguientes logaritmos aplicando sus propiedades:

a. $\log \sqrt{100\,000}$

c. $\log_2 (\sqrt[3]{128} \cdot 16)$

e. $\log_7 (49\sqrt{7})$

b. $\log_5 \left(\frac{\sqrt{5}}{25} \right)$

d. $\log \left(\frac{1}{10^{-2}} \right)$

f. $\log_3 \sqrt{\frac{243}{27}}$

2. Aplica las propiedades de los logaritmos y calcula el valor de cada expresión.

a. $\log_{(x+y)} (x^2 + 2xy + y^2)$

b. $\log_{ab} \sqrt{ab}$

3. Calcula aplicando la propiedad de cambio de base.

a. $\log_8 \sqrt{2}$

d. $\log_{\sqrt{125}} 25$

g. $\log_{16} 64$

b. $\log_{100} 1\,000$


e. $\log_{\frac{1}{27}} 243$

h. $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{49}$

c. $\log_{16} 32$

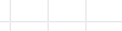
f. $\log_{\frac{1}{9}} 729$

i. $\log_4 \frac{1}{1\,024}$


7.  Junto con dos compañeros, explica cómo podrían calcular aproximadamente el valor de $\log 337\,500$, sabiendo que $\log 2 \approx 0,301$, $\log 3 \approx 0,477$ y $\log 5 \approx 0,699$.

8. Si $\log 9 \approx 0,95$; $\log 2 \approx 0,3$ y $\log 4 \approx 0,6$, calcula el valor aproximado de:


- a.** $\log 8$



- c. $\log 81$



- e. $\log 2,25$




- b.** $\log 36$

[illegible]

- d. $\log 0,5$

[illegible]

- f.** $\log 1,125$



- 9.** Analiza la situación y resuelve.

Denisse y Matías tienen como tarea obtener en la calculadora el valor de $\log_5 12$. Matías dice que es imposible, porque, por más que busca en la calculadora, no encuentra la función para ingresar el logaritmo con esa base y argumento; mientras que Denisse, más optimista, insiste en idear una estrategia utilizando la función **log** disponible en el teclado.

- a. ¿Qué les sugerirías a estos dos amigos para determinar el logaritmo buscado? Explica.

- b.** Calcula el valor de los siguientes logaritmos. Aplica la estrategia sugerida en la actividad anterior, utiliza una calculadora y aproxima los resultados por redondeo a la cifra de las milésimas.

- $\log_6 21 =$

- $-\log_{0,2} 3 =$

- $\log_2 15 =$

- $\log_3 41 =$

- $-\log_{0,3} 2 =$

- $\log 12 =$

- $\log_8 10 =$

- $-\log_{1,2} 9 =$

- $\log_4 0,4 =$

10. Utiliza las propiedades de los logaritmos y expresa como un solo logaritmo.

a. $\log m + \log n$

[illegible]

f. $\log 3 + \log 5 + \log 6$

[illegible]

b. $\log 4 - \log 2$

[illegible]

g. $\log(x + y) + \log(x - y)$

[illegible]

c. $\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{3}\log y - \frac{1}{4}\log z$

[illegible]

h. $\frac{3}{2}\log a + \frac{5}{2}\log b$

[illegible]

d. $\log j - \log k - \log l$

[illegible]

i. $\log p - \log q$

[illegible]

e. $\log m - \log n + \log p - \log r$

[illegible]

j. $\frac{1}{2}\log x - \frac{1}{3}\log y + \frac{1}{4}\log z$

[illegible]

11. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a. ☐ Si $\log_3 x$ es igual a $\log_3 7$, se tiene que $x = 7$.

- b.** ☐ La expresión $\log x + 1$ es igual a $\log (x + 1)$.

- c. ☐ La expresión $\log(x^2 \cdot 10y^4)$ es igual a $2\log x + 4\log y$.

Logaritmos: propiedades

1. Calcula los siguientes logaritmos aplicando sus propiedades:

a. $\log \sqrt{100\,000}$

$$\frac{1}{2} \log 100\,000 = \frac{5}{2}$$

c. $\log_2 (\sqrt[3]{128} \cdot 16)$

$$\frac{1}{3} \log_2 128 + \log_2 16 = \frac{19}{3}$$

e. $\log_7 (49\sqrt{7})$

$$\log_7 49 + \frac{1}{2} \log_7 7 = \frac{5}{2}$$

b. $\log_5 \left(\frac{\sqrt{5}}{25} \right)$

$$\frac{1}{2} \log_5 5 - \log_5 25 = -\frac{3}{2}$$

d. $\log \left(\frac{1}{10^{-2}} \right)$

$$\log 1 + 2 \log 10 = 2$$

f. $\log_3 \sqrt{\frac{243}{27}}$

$$\frac{1}{2} \log_3 243 - \frac{1}{2} \log_3 27 = 1$$

2. Aplica las propiedades de los logaritmos y calcula el valor de cada expresión.

a. $\log_{(x+y)} (x^2 + 2xy + y^2)$

$$2 \log_{(x+y)} (x+y) = 2$$

b. $\log_{ab} \sqrt{ab}$

$$\frac{1}{2} \log_{ab} (ab) = \frac{1}{2}$$

3. Calcula aplicando la propiedad de cambio de base.

a. $\log_8 \sqrt{2}$

$$\frac{\log_2 \sqrt{2}}{\log_2 8} = \frac{1}{6}$$

d. $\log_{\sqrt{125}} 25$

$$\frac{\log_5 25}{\log_5 \sqrt{125}} = \frac{4}{3}$$

g. $\log_{16} 64$

$$\frac{\log_2 64}{\log_2 16} = \frac{3}{2}$$

b. $\log_{100} 1\,000$

$$\frac{\log_{10} 1\,000}{\log_{10} 100} = \frac{3}{2}$$

e. $\log_{\frac{1}{27}} 243$

$$\frac{\log_3 243}{\log_3 \left(\frac{1}{27} \right)} = -\frac{5}{3}$$

h. $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{49}$

$$\frac{\log_7 \left(\frac{1}{49} \right)}{\log_7 \sqrt{7}} = -4$$

c. $\log_{16} 32$


$$\frac{\log_2 32}{\log_2 16} = \frac{5}{4}$$

f. $\log_{\frac{1}{9}} 729$

$$\frac{\log_3 729}{\log_3 \left(\frac{1}{9} \right)} = -3$$

i. $\log_4 \frac{1}{1\,024}$

$$\frac{\log_2 \left(\frac{1}{1\,024} \right)}{\log_2 4} = -5$$

4.  Junto con un compañero, analiza las siguientes igualdades y discute sobre el posible error que se cometió. Luego, si es el caso, corrígelo.

a. $\log_9 100 = \frac{\log_{10} 100}{\log_3 9}$

Incorrecta aplicación de cambio de base.

Lo correcto es $\frac{\log_{10} 100}{\log_{10} 9}$.

d. $\log_y (y^2 - y) = \log_y y^2 - \log_y y$

Incorrecta aplicación del logaritmo de la diferencia.

El resultado correcto es $\log_y y + \log_y (y - 1)$.

b. $\log_a (\sqrt{a} \cdot a^2) = \log_a \sqrt{a} \cdot \log_a a^2$

La multiplicación de logaritmos se separa sumando: $\log_a \sqrt{a} + \log_a a^2$.

e. $\frac{\log 20}{\log 7} = \log \frac{20}{7}$

Incorrecta aplicación del cociente de logaritmos. Al aplicar cambio de base, se obtiene $\log_7 20$.

c. $\sqrt{\log_9 27} = \frac{\log_9 27}{2}$

La raíz debe calcularse de todo el logaritmo, no solo de su argumento.

El resultado correcto es $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

f. $-\log_4 8 = \log_4 (-8)$

Incorrecta aplicación de propiedades.

El resultado correcto es $\log_4 8^{-1}$.

5. Analiza el siguiente desarrollo y escribe la propiedad que se aplicó en cada paso:

Propiedad

$$\log \frac{10x^2}{\sqrt{y}} = \log 10x^2 - \log \sqrt{y}$$

→ Logaritmo de un cociente.

$$= \log 10 + \log x^2 - \log \sqrt{y}$$

→ Logaritmo de un producto.

$$= 1 + 2\log x - \frac{\log y}{2}$$

→ Logaritmo de una potencia y de una raíz.

6. Aplica el procedimiento de la actividad anterior y desarrolla cada expresión.

a. $\log_a \sqrt{5x^3}$

$$\frac{\log_a 5 + 3\log_a x}{2}$$

c. $\log \frac{abc}{100}$

$$\log a + \log b + \log c - 2$$

e. $\log 6(x^2 - y^2)$

$$\log 6 + \log (x + y) + \log (x - y)$$

b. $\log_b \frac{6xy}{z^3}$


$$\log_b 6 + \log_b x + \log_b y - 3\log_b z$$

d. $\log_b \sqrt[3]{\frac{4a}{5b}}$

$$\frac{\log_b 4 + \log_b a - \log_b 5 - 1}{3}$$

f. $\log \frac{9x^2 - 6x + 1}{x^2 - x - 1}$

$$2\log (3x - 1) - \log (x^2 - x - 1)$$

7.  Junto con dos compañeros, explica cómo podrían calcular aproximadamente el valor de $\log 337\,500$, sabiendo que $\log 2 \approx 0,301$, $\log 3 \approx 0,477$ y $\log 5 \approx 0,699$.

$$\log(2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5) = 2\log 2 + 3\log 3 + 5\log 5 \approx 5,528$$

8. Si $\log 9 \approx 0,95$; $\log 2 \approx 0,3$ y $\log 4 \approx 0,6$, calcula el valor aproximado de:

a. $\log 8$

$$3\log 2 = 0,9$$

c. $\log 81$

$$4\log 3 = 1,91$$

e. $\log 2,25$

$$2\log\left(\frac{3}{2}\right) = 0,35$$

b. $\log 36$

$$2\log(3 \cdot 2) = 1,56$$

d. $\log 0,5$

$$\log 1 - \log 2 = -0,3$$

f. $\log 1,125$

$$2\log 3 - 3\log 2 = 0,05$$

9. Analiza la situación y resuelve.

Denisse y Matías tienen como tarea obtener en la calculadora el valor de $\log_5 12$. Matías dice que es imposible, porque, por más que busca en la calculadora, no encuentra la función para ingresar el logaritmo con esa base y argumento; mientras que Denisse, más optimista, insiste en idear una estrategia utilizando la función **log** disponible en el teclado.

- a. ¿Qué les sugerirías a estos dos amigos para determinar el logaritmo buscado? Explica.

Utilizar propiedad cambio de base. Por ejemplo, podrían utilizar base 10 y determinar con la calculadora el cociente entre $\log 12$ y $\log 5$.

- b. Calcula el valor de los siguientes logaritmos. Aplica la estrategia sugerida en la actividad anterior, utiliza una calculadora y aproxima los resultados por redondeo a la cifra de las milésimas.

• $\log_6 21 = 1,699$

• $-\log_{0,2} 3 = 0,683$

• $\log_2 15 = 3,907$

• $\log_3 41 = 3,38$

• $-\log_{0,3} 2 = 0,576$

• $\log 12 = 1,079$

• $\log_8 10 = 1,107$

• $-\log_{1,2} 9 = -12,051$

• $\log_4 0,4 = -0,661$

10. Utiliza las propiedades de los logaritmos y expresa como un solo logaritmo.

a. $\log m + \log n$

$$\log(mn)$$

f. $\log 3 + \log 5 + \log 6$

$$\log 90$$

b. $\log 4 - \log 2$

$$\log 2$$

g. $\log(x + y) + \log(x - y)$

$$\log(x^2 - y^2)$$

c. $\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{3}\log y - \frac{1}{4}\log z$

$$\log\left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}}{\sqrt[4]{z}}\right)$$

h. $\frac{3}{2}\log a + \frac{5}{2}\log b$

$$\log(\sqrt{a^3 b^5})$$

d. $\log j - \log k - \log l$

$$\log\left(\frac{j}{kl}\right)$$

i. $\log p - \log q$

$$\log\left(\frac{p}{q}\right)$$

e. $\log m - \log n + \log p - \log r$

$$\log\left(\frac{mp}{nr}\right)$$

j. $\frac{1}{2}\log x - \frac{1}{3}\log y + \frac{1}{4}\log z$

$$\log\left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{z}}{\sqrt[3]{y}}\right)$$

11. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. ☒ V Si $\log_3 x$ es igual a $\log_3 7$, se tiene que $x = 7$.

b. ☐ F La expresión $\log x + 1$ es igual a $\log(x + 1)$.
Es igual a $\log(10x)$.

c. ☐ F La expresión $\log(x^2 \cdot 10y^4)$ es igual a $2\log x + 4\log y$.
Es igual a $2\log x + 4\log y + 1$.