Logaritmos: propiedades

1. Aplica las propiedades y calcula el valor de cada una de las expresiones.

a. $\log_3 \frac{81}{243} =$ **–1**

b. $\log_2 (32 \cdot 128) =$ **12**

c. $\log_3 243^6 =$ **30**

d. $9 \cdot \log_9 9 =$ **9**

e. $\log_{453} 453 =$ **1**

f. $\log_{1\,050} 1 =$ **0**

g. $3 \cdot \log 10 =$ **3**

h. $\log 10 =$ **1**

i. $3 \cdot \log_{27} 243 =$ **5**

j. $\log_{0,7} 0{,}49 =$ **2**

2. Calcula el valor de cada expresión.

a. $\log_4 64 + \log 1\,000 + \log_5 125$

$\log_4 64 + \log 1\,000 + \log_5 125$
$= \log_4 4^3 + \log 10^3 + \log_5 5^3$
$= 3 + 3 + 3$
$= 9$

b. $\log_7 49 - \log_{\frac{6}{5}} \frac{125}{216} + \log 10\,000$

$\log_7 49 - \log_{\frac{6}{5}} \frac{125}{216} + \log 10\,000$
$= \log_7 7^2 - \log_{\frac{6}{5}} \left(\frac{6}{5}\right)^{-3} + \log 10^4$
$= 2 - (-3) + 4 = 9$

c. $2 \cdot \log_5 25 - 3 \cdot \log_4 256 + 4 \cdot \log_8 4\,096$

$2 \cdot \log_5 25 - 3 \cdot \log_4 256 + 4 \cdot \log_8 4\,096$
$= 2 \cdot \log_5 5^2 - 3 \cdot \log_4 4^4 + 4 \cdot \log_8 8^4$
$= 2 \cdot 2 - 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4$
$= 4 - 12 + 16 = 8$

d. $2 \cdot \log 100\,000 - 2 \cdot \log_4 256 + 4 \cdot \log_2 32$

$2 \cdot \log 100\,000 - 2 \cdot \log_4 256 + 4 \cdot \log_2 32$
$= 2 \cdot \log 10^5 - 2 \cdot \log_4 4^4 + 4 \cdot \log_2 2^5$
$= 2 \cdot 5 - 2 \cdot 4 + 4 \cdot 5$
$= 10 - 8 + 20 = 22$

e. $4 \cdot \log_{\frac{5}{7}} \frac{25}{49} + 2 \cdot \log_{\frac{2}{5}} \frac{8}{125} - 5 \cdot \log_{\frac{6}{7}} \frac{216}{343}$

$4 \cdot \log_{\frac{5}{7}} \frac{25}{49} + 2 \cdot \log_{\frac{2}{5}} \frac{8}{125} - 5 \cdot \log_{\frac{6}{7}} \frac{216}{343}$
$= 4 \cdot \log_{\frac{5}{7}} \left(\frac{5}{7}\right)^2 + 2 \cdot \log_{\frac{2}{5}} \left(\frac{2}{5}\right)^3 - 5 \cdot \log_{\frac{6}{7}} \left(\frac{6}{7}\right)^3$
$= 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 5 \cdot 3$
$= 8 + 6 - 15 = -1$

f. $3 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 16 + 7 \cdot \log_5 125 - 6 \cdot \log_{13} 2\,197$

$3 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 16 + 7 \cdot \log_5 125 - 6 \cdot \log_{13} 2\,197$
$= 3 \cdot \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + 7 \cdot \log_5 5^3 - 6 \cdot \log_{13} 13^3$
$= 3 \cdot (-2) + 7 \cdot 3 - 6 \cdot 3$
$= -6 + 21 - 18 = -3$