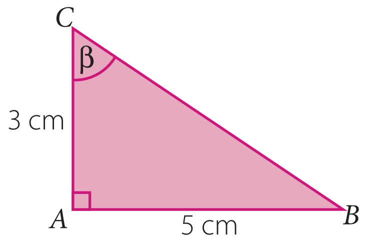
Síntesis de Unidad 3 • Geometría

1. Calcula las razones trigonométricas seno, coseno y tangente del ángulo solicitado.

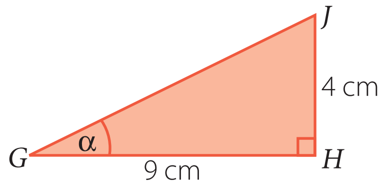
a. Respecto de β.



$BC = \sqrt{34}$ cm; $\text{sen}\ \beta = \dfrac{5}{\sqrt{34}} = \dfrac{5\sqrt{34}}{34}$

$\cos \beta = \dfrac{3}{\sqrt{34}} = \dfrac{3\sqrt{34}}{34}$; $\tan \beta = \dfrac{5}{3}$

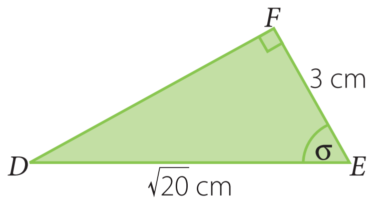
b. Respecto de α.



$GJ = \sqrt{97}$ cm; $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{4}{\sqrt{97}} = \dfrac{4\sqrt{97}}{97}$

$\cos \alpha = \dfrac{9}{\sqrt{97}} = \dfrac{9\sqrt{97}}{97}$; $\tan \alpha = \dfrac{4}{9}$

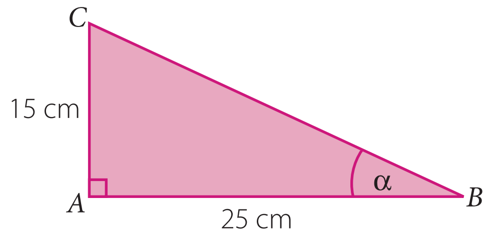
c. Respecto de σ.



$FD = \sqrt{11}$ cm; $\text{sen}\ \sigma = \dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{20}} = \dfrac{\sqrt{55}}{10}$

$\cos \sigma = \dfrac{3}{\sqrt{20}} = \dfrac{3\sqrt{20}}{20}$; $\tan \sigma = \dfrac{\sqrt{11}}{3}$

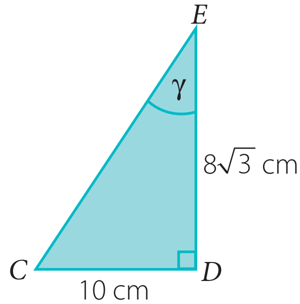
d. Respecto de α.



$BC = 5\sqrt{34}$ cm; $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{15}{5\sqrt{34}} = \dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

$\cos \alpha = \dfrac{25}{5\sqrt{34}} = \dfrac{5\sqrt{34}}{34}$; $\tan \alpha = \dfrac{3}{5}$

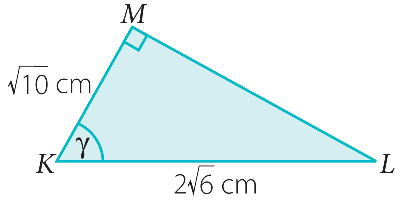
e. Respecto de γ.



$EC = 2\sqrt{73}$ cm; $\text{sen}\ \gamma = \dfrac{10}{2\sqrt{73}} = \dfrac{5\sqrt{73}}{73}$

$\cos \gamma = \dfrac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{73}} = \dfrac{4\sqrt{219}}{73}$; $\tan \gamma = \dfrac{5\sqrt{3}}{12}$

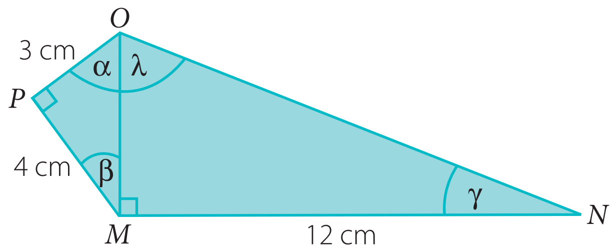
f. Respecto de γ.



$ML = \sqrt{14}$ cm; $\text{sen}\ \gamma = \dfrac{\sqrt{14}}{2\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{21}}{6}$

$\cos \gamma = \dfrac{\sqrt{10}}{2\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$; $\tan \gamma = \dfrac{\sqrt{35}}{5}$

2. Analiza la siguiente figura y calcula el valor de cada expresión:



a. $\text{sen}\ \alpha + \cos \beta$

$OM = 5$ cm; $\text{sen}\ \alpha = \frac{4}{5}$; $\cos \beta = \frac{4}{5}$ $\quad$ $\text{sen}\ \alpha + \cos \beta = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{\text{sen}\ \lambda} + \tan \lambda$

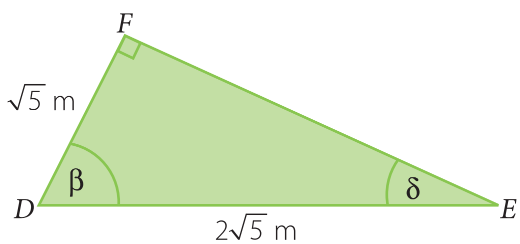
$ON = 13$ cm; $\text{sen}\ \lambda = \frac{12}{13}$; $\tan \lambda = \frac{12}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{\text{sen}\ \lambda} + \tan \lambda = \frac{13}{12} + \frac{12}{5} = \frac{209}{60} = 3\frac{29}{60}$

c. $\frac{2\ \text{sen}\ \gamma - \tan \beta}{\cos \alpha}$

$$\frac{2\ \text{sen}\ \gamma - \tan \beta}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{5}{13} - \frac{3}{4}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{52}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{165}$$

3. Calcula la medida de los ángulos interiores de cada triángulo.

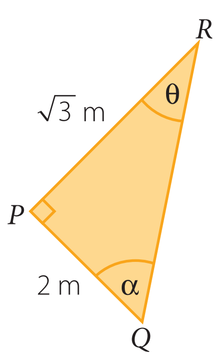
a.



$\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \to \beta = 60°$

$\delta = 90° - 60° = 30°$

b.



$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \to \alpha \approx 40{,}9°$

$\theta \approx 90° - 40{,}9° = 49{,}1°$

4. Calcula el valor de cada expresión.

a. $\dfrac{\text{sen}^2 45° + \cos^2 60°}{\tan^2 30°}$

$$\frac{\text{sen}^2 45° + \cos^2 60°}{\tan^2 30°} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{9}} = \frac{9}{4}$$

b. $\dfrac{\text{sen } 60° \cdot (1 + \tan^2 45°)}{1 - \text{sen}^2 60°}$

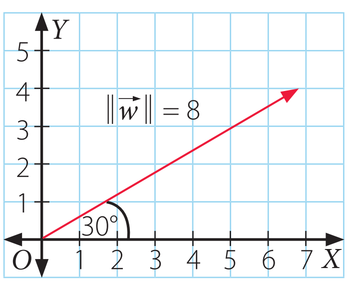
$$\frac{\text{sen } 60° \cdot (1 + \tan^2 45°)}{1 - \text{sen}^2 60°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (1 + 1^2)}{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{3}$$

c. $\dfrac{\text{sen } 30° \cdot (1 + \tan^2 45°)}{1 - \text{sen}^2 30°}$

$$\frac{\text{sen } 30° \cdot (1 + \tan^2 45°)}{1 - \text{sen}^2 30°} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (1 + 1^2)}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

5. Usa razones trigonométricas para determinar las componentes de los siguientes vectores:

a.

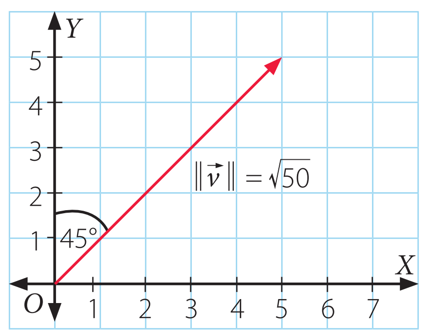


$w_x = 8 \cos 30° = 8 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$w_y = 8 \text{ sen } 30° = 8 \cdot \dfrac{1}{2} = 4$

$\vec{w} = (4\sqrt{3}, 4)$

b.



$v_x = \sqrt{50} \cos 45° = \sqrt{50} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 5$

$v_y = \sqrt{50} \text{ sen } 45° = \sqrt{50} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 5$

$\vec{v} = (5; 5)$

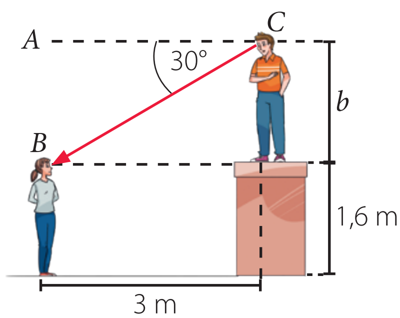
6. Trabaja con un compañero para resolver los siguientes problemas:

a. Para realizar el transporte de cierta mercancía se emplea una rampa de 3 m, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo α que forma la rampa con el suelo?

$\cos \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \alpha \approx 48{,}2°$

El ángulo que forma la rampa con el suelo mide 48,2°, aproximadamente.

b. David se sube en un pedestal y desde allí observa a María, como se observa en la imagen. ¿Qué altura alcanza David con respecto al suelo?

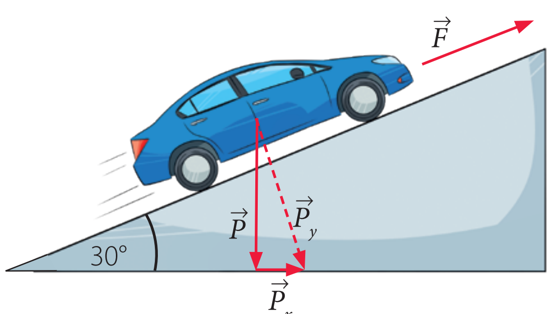


$\tan 60° = \frac{3}{b} \rightarrow b = \frac{3}{\tan 60°} \rightarrow b = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \rightarrow b \approx 1{,}73$

$1{,}73 + 1{,}6 = 3{,}33$

La altura de David con respecto al suelo es, aproximadamente, 3,33 m.

c. Un automóvil de 1 500 kg sube una pendiente con el ángulo de elevación que se muestra en la imagen. ¿Cuál es el módulo del vector $\vec{F}$ si debe ser igual al de la componente paralela al plano inclinado del vector $\vec{P}$, que corresponde al peso del automóvil? Considera una aceleración de gravedad $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.



La componente paralela al plano inclinado del peso del automóvil corresponde a P_x.

P_x = masa • g • sen 30° ≈ 1 500 • 10 • sen 30° = 7 500

Por lo tanto, el módulo de $\vec{F}$ es 7 500 N.