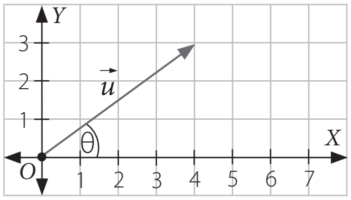
Descomposición vectorial

1. A partir de la información, determina la medida del ángulo que forma cada vector con el semieje positivo X.

Para determinar la medida θ del ángulo que forma un vector $u = (x, y)$ con el semieje positivo X puedes utilizar la función arcotangente que en la calculadora se simboliza $\tan^{-1}$. Entonces, la medida del ángulo, corresponde a $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$



a. $\vec{u} = (3, 7)$

$\tan\theta = \frac{7}{3} \to \theta \approx 66{,}8°$

b. $\vec{u} = (5, 1)$

$\tan\theta = \frac{1}{5} \to \theta \approx 11{,}3°$

c. $\vec{u} = (4, 3)$

$\tan\theta = \frac{3}{4} \to \theta \approx 36{,}9°$

d. $\vec{u} = (5, 8)$

$\tan\theta = \frac{8}{5} \to \theta \approx 58°$

e. $\vec{u} = (4, 4\sqrt{3})$

$\tan\theta = \frac{4\sqrt{3}}{4} \to \theta = 60°$

f. $\vec{u} = (11, 5)$

$\tan\theta = \frac{5}{11} \to \theta \approx 24{,}4°$

g. $\vec{u} = (5, 10)$

$\tan\theta = \frac{10}{5} \to \theta \approx 63{,}4°$

h. $\vec{u} = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$

$\tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \to \theta = 45°$

i. $\vec{u} = \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

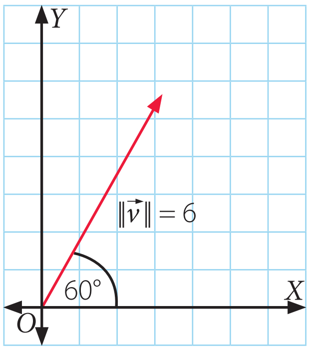
$\tan\theta = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{3\sqrt{6}}{2}} \to \theta = 30°$

j. $\vec{u} = (12, 6)$

$\tan\theta = \frac{6}{12} \to \theta \approx 26{,}6°$

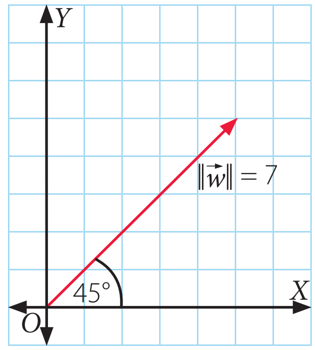
2. Calcula las componentes de los vectores. Si es necesario, utiliza una calculadora y redondea los resultados a la cifra de las centésimas.

a.



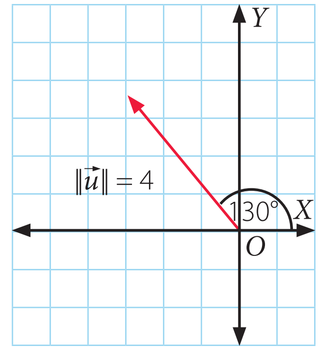
$v_x = 6 \cos 60° = 3$
$v_y = 6 \text{ sen } 60° \approx 5{,}2$
$\vec{v} = (3; 5{,}2)$

d.



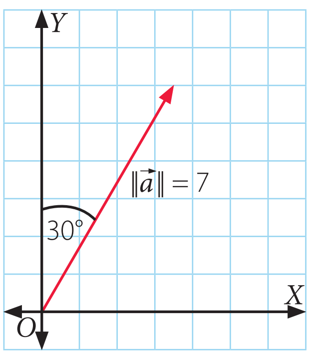
$w_x = 7 \cos 45° \approx 4{,}95$
$w_y = 7 \text{ sen } 45° \approx 4{,}95$
$\vec{w} \approx (4{,}95; 4{,}95)$

g.



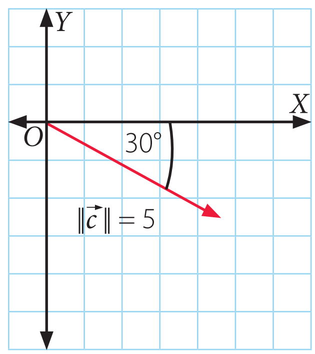
$u_x = 4 \cos 130° \approx -2{,}57$
$u_y = 4 \text{ sen } 130° \approx 3{,}06$
$\vec{u} \approx (-2{,}57; 3{,}06)$

b.



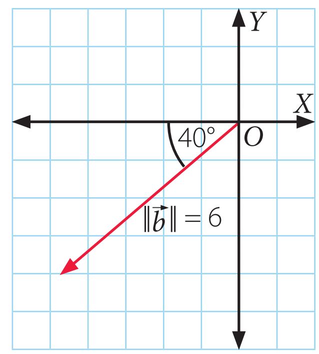
$a_x = 7 \cos 60° = 3{,}5$
$a_y = 7 \text{ sen } 60° = 6{,}06$
$\vec{a} \approx (3{,}5; 6{,}06)$

e.



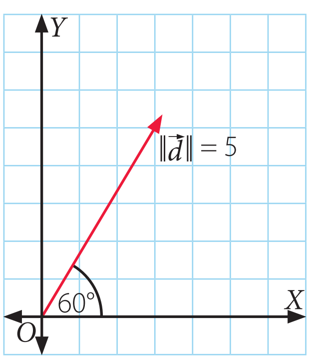
$c_x = 5 \cos 330° \approx 4{,}33$
$c_y = 5 \text{ sen } 330° = -2{,}5$
$\vec{c} \approx (4{,}33; -2{,}5)$

h.



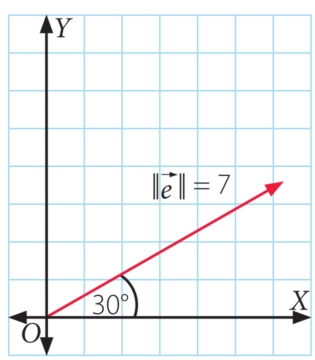
$b_x = 6 \cos 220° \approx -4{,}6$
$b_y = 6 \text{ sen } 220° \approx -3{,}86$
$\vec{b} \approx (-4{,}6; -3{,}86)$

c.



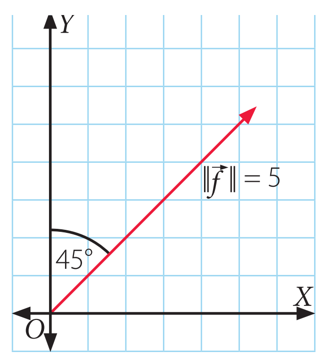
$d_x = 5 \cos 60° = 2{,}5$
$d_y = 5 \text{ sen } 60° \approx 4{,}33$
$\vec{d} \approx (2{,}5; 4{,}33)$

f.



$e_x = 7 \cos 30° \approx 6{,}06$
$e_y = 7 \text{ sen } 30° = 3{,}5$
$\vec{e} \approx (6{,}06; 3{,}5)$

i.



$f_x = 5 \cos 45° \approx 3{,}54$
$f_y = 5 \text{ sen } 45° \approx 3{,}54$
$\vec{f} \approx (3{,}54; 3{,}54)$

3. Escribe las componentes de los siguientes vectores y represéntalos en el plano cartesiano:

a. $\vec{a} = (3\cos 70°, 3\text{sen } 70°)$

$\vec{a} \approx ($ 1,03 , 2,82 $)$

b. $\vec{b} = (\cos 45°, \text{sen } 45°)$

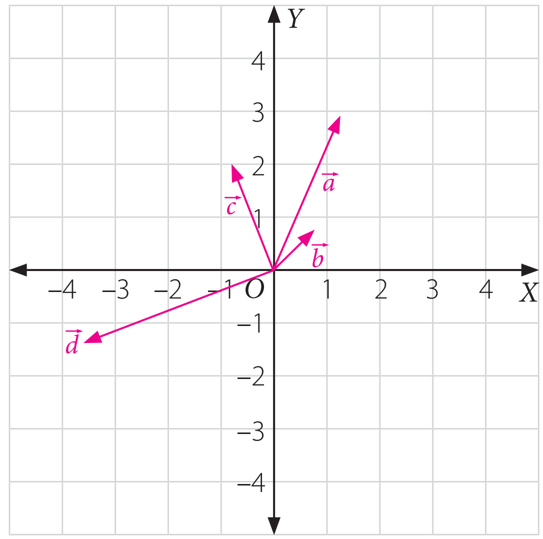
$\vec{b} \approx ($ 0,71 , 0,71 $)$

c. $\vec{c} = (2\cos 105°, 2\text{sen } 105°)$

$\vec{c} \approx ($ –0,52 , 1,93 $)$

d. $\vec{d} = (4\cos 200°, 4\text{sen } 200°)$

$\vec{d} \approx ($ –3,76 , –1,37 $)$



4. Determina las componentes de los vectores y el ángulo que forman con el semieje positivo X. Si es necesario, utiliza una calculadora.

a. El vector $\vec{v}$, sabiendo que $\vec{v} = (6, y)$, con $y > 0$, y $\|\vec{v}\| = 8$.

$\|\vec{v}\| = \sqrt{6^2 + y^2} \rightarrow 8 = \sqrt{6^2 + y^2}$

$64 = 36 + y^2 \rightarrow y^2 = 28 \rightarrow y = 2\sqrt{7}$

$\cos\theta = \dfrac{6}{8} \rightarrow \theta \approx 41{,}41°$

Por lo tanto, las componentes del vector son $(6, 2\sqrt{7})$ y el ángulo mide, aproximadamente, 41,41°.

b. El vector $\vec{s}$, sabiendo que $\vec{s} = (a, a)$, con $a > 0$, y $\|\vec{s}\| = 12\sqrt{2}$.

$\|\vec{s}\| = \sqrt{a^2 + a^2} \rightarrow 12\sqrt{2} = \sqrt{2a^2}$

$288 = 2a^2 \rightarrow a^2 = 144 \rightarrow a = 12$

$\cos\theta = \dfrac{12}{12\sqrt{2}} \rightarrow \theta = 45°$

Por lo tanto, las componentes del vector son (12, 12) y el ángulo mide 45°.

c. El vector $\vec{w}$, sabiendo que $\vec{w} = (x, 6\sqrt{3})$, con $x > 0$, y $\|\vec{w}\| = 12\sqrt{3}$.

$\|\vec{w}\| = \sqrt{x^2 + (6\sqrt{3})^2} \rightarrow 12\sqrt{3} = \sqrt{x^2 + (6\sqrt{3})^2}$

$432 = x^2 + 108 \rightarrow x^2 = 324 \rightarrow x = 18$

$\text{sen }\theta = \dfrac{6\sqrt{3}}{12\sqrt{3}} \rightarrow \theta = 30°$

Por lo tanto, las componentes del vector son $(18, 6\sqrt{3})$ y el ángulo mide 30°.