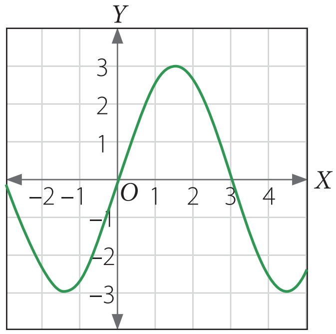
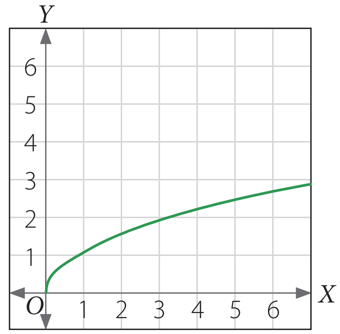
Condiciones para que una función tenga inversa

1. Para cada gráfica, marca con un ✔ si la función que representa es inyectiva. Si no lo es, marca con una ✘.

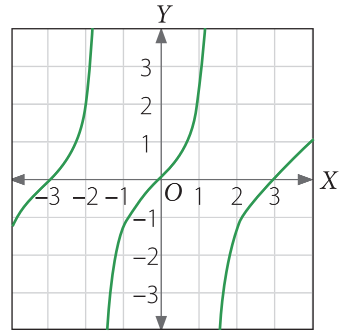
a. ✘



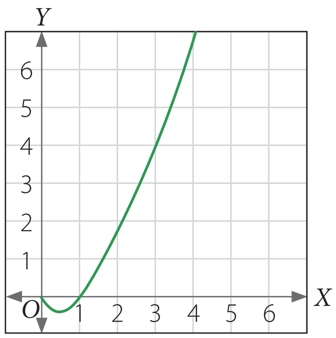
c. ✔



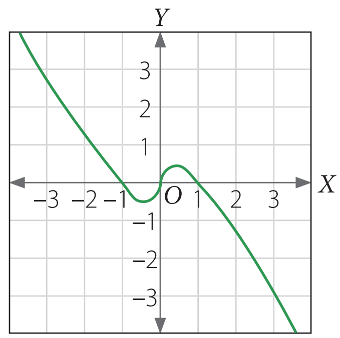
e. ✘



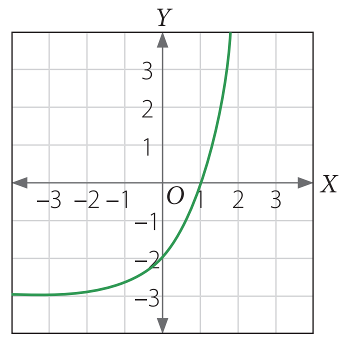
b. ✘



d. ✘

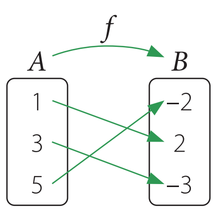


f. ✔

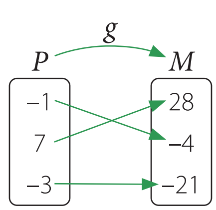


2. Marca con un ✔ el diagrama que representa a una función inyectiva. En caso contrario, marca con una ✘.

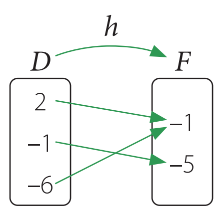
a. ✔



b. ✔



c. ✘



3. Muestra que las siguientes funciones son inyectivas:

a. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x$.

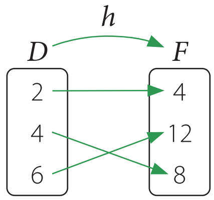
Es inyectiva, ya que su gráfica es una recta.

b. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 2x - 1$.

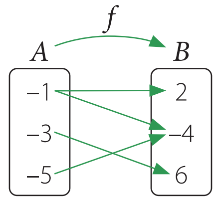
Es inyectiva, ya que su gráfica es una recta.

4. Marca con un ✔ el diagrama que representa a una función epiyectiva.

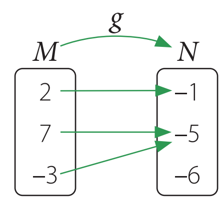
a. ✔



b.



c.



5. Determina si las siguientes funciones son epiyectivas. Explica.

a. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x$.

Sí es epiyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

b. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 3x$.

Sí es epiyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

c. $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = -2x - 3$.

Sí es epiyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

d. $p: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $p(x) = -x^2$.

No es epiyectiva.
Por ejemplo, 1 no tiene preimagen.

e. $q: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $q(x) = -2x^2$.

No es epiyectiva.
Por ejemplo, 1 no tiene preimagen.

f. $r: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dada por $r(x) = x^2$.

Sí es epiyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen del dominio.

6. Responde.

a. ¿Cómo argumentarías que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5$ no es epiyectiva, pero que $g: \mathbb{R} \to [-5, +\infty[$, tal que $g(x) = x^2 - 5$, sí lo es? Explica.

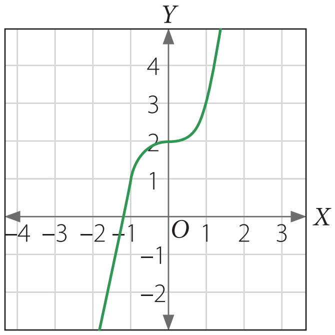
$f(x)$ no es epiyectiva, ya que para los elementos del recorrido menores que –5 no existen preimágenes en el dominio, mientras que en $g(x)$ sí, porque se acotó el recorrido.

b. ¿Es epiyectiva la función $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $h(x) = 4x - 1$?

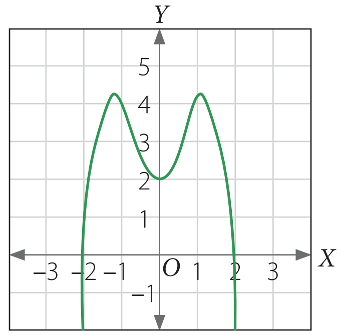
Sí es epiyectiva, ya que todos los elementos del recorrido tienen una preimagen en el dominio.

7. Para cada gráfica, marca con un ✔ si la función que representa es biyectiva. Si no lo es, marca con una ✘.

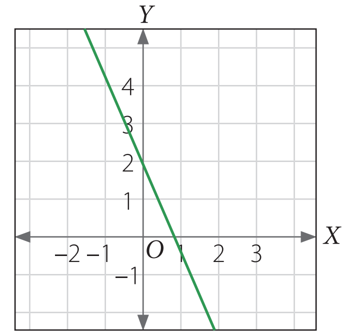
a. ✔



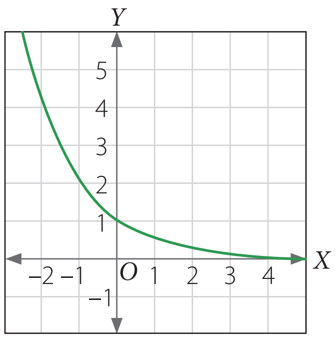
c. ✘



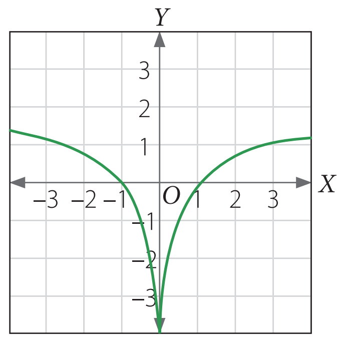
e. ✔



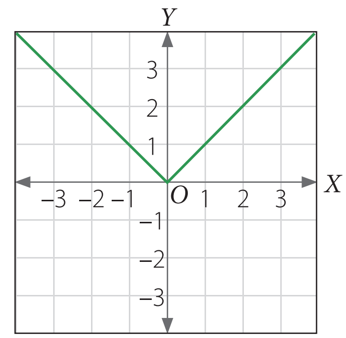
b. ✔



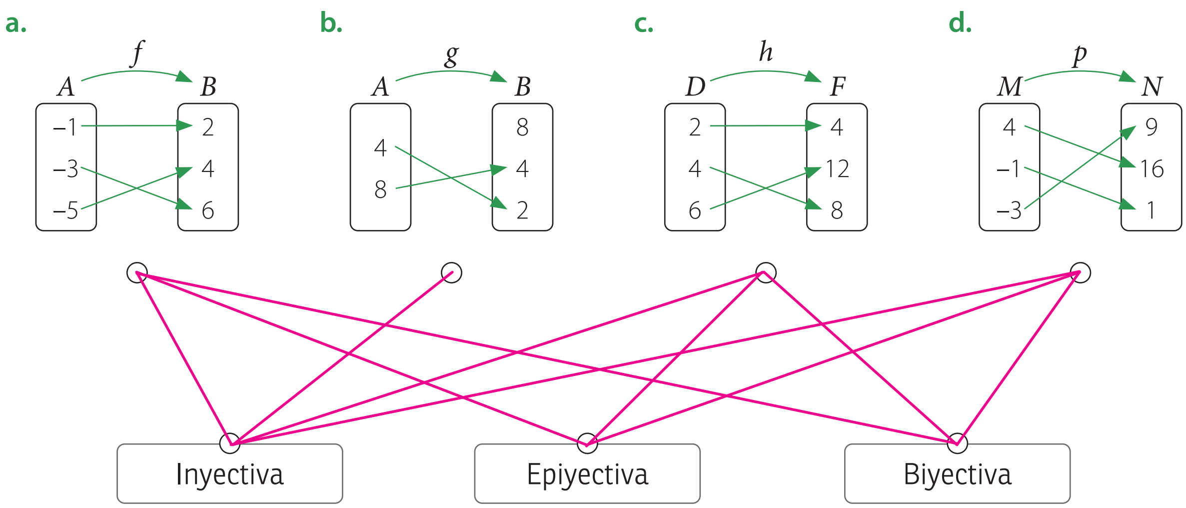
d. ✘



f. ✘



8. Une cada diagrama con su clasificación. Puede haber más de una.



9. Determina si cada función es biyectiva. Justifica en cada caso.

a. h: $\mathbb{R}^+ \cup \{0\} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, definida por $h(x) = 2x^2$.

Es biyectiva, ya que es inyectiva y epiyectiva.

b. f: $\mathbb{R}^+ \cup \{0\} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x+5}{5}$.

No es biyectiva, ya que no es epiyectiva.

c. p: $\mathbb{R}^- \cup \{0\} \to \mathbb{R}$, definida por $p(x) = x - \frac{1}{2}$.

No es biyectiva, ya que no es epiyectiva .

d. g: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = \frac{x+1}{5}$.

No es biyectiva, ya que no es epiyectiva.

e. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $p(x) = 0{,}5x$.

Es biyectiva, ya que es inyectiva y epiyectiva.

f. q: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $q(x) = \frac{x}{5}$.

Es biyectiva, ya que es inyectiva y epiyectiva.

10. Determina un dominio y un recorrido para que las funciones sean biyectivas. Respuestas variadas. Se muestran ejemplos.

a. h: $A \subset \mathbb{R} \to B \subset \mathbb{R}$, definida por $h(x) = x^2 - x$.

$A = [0{,}5; +\infty[$ y $B = [-0{,}25; +\infty[$

b. f: $B \subset \mathbb{R} \to C \subset \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 4$.

$B = [0, +\infty[$ y $C = [-4, +\infty[$

c. g: $D \subset \mathbb{R} \to E \subset \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 5x + 9$.

$D =]-\infty, +\infty[$ y $E =]-\infty, +\infty[$

d. p: $D \subset \mathbb{R} \to E \subset \mathbb{R}$, definida por $p(x) = x^2 + 1$.

$D = [0, +\infty[$ y $E = [1, +\infty[$

11. Resuelve junto con un compañero. Respuesta variada, se muestra un ejemplo.

a. Escribe una función inyectiva que no sea epiyectiva. → f: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = x + 1$

b. Escribe una función epiyectiva que no sea inyectiva. → f: $\mathbb{R}^+ \to [2, +\infty[$, tal que $f(x) = x^2 + 2$