Raíces: racionalización

1. Analiza la estrategia que Juan utiliza para racionalizar la expresión $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$.

i. Multiplico el numerador y denominador por $\sqrt{3}$.

ii. Obtengo el producto $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

iii. Simplifico la expresión y tengo $\frac{\sqrt{45}}{3}$.

iv. Finalmente, reduzco la expresión anterior a $\sqrt{15}$.

a. ¿En qué paso Juan comete un error?

En el paso 4 al simplificar $\frac{\sqrt{45}}{3}$.

b. ¿Cuál es el error que Juan comete al intentar racionalizar la expresión $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$?

Ejemplo de respuesta. Simplifica un valor que está dentro de una raíz cuadrada con uno que está afuera de la raíz.

c. Corrige la racionalización de la expresión $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ realizada por Juan.

$$\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{45}{\sqrt{9}}} = \sqrt{5}$$

d. Indica y resuelve utilizando otra estrategia para racionalizar la expresión $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$.

Por propiedades de las raíces:

$$\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{9}} = \frac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}$$

2. Racionaliza las siguientes expresiones:

a. $\frac{a - b}{2\sqrt{a} - 5\sqrt{b}}$

$$\frac{a - b}{2\sqrt{a} - 5\sqrt{b}} = \frac{(a - b)(2\sqrt{a} - 5\sqrt{b})}{(4a - 25b)}$$

b. $\dfrac{3}{\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{3}}$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{3}}=\frac{9+3\cdot\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{8}$$

c. $\dfrac{a^3}{b\sqrt[4]{a-b}}$

$$\frac{a^3}{b\sqrt[4]{a-b}}=\frac{a^3\cdot\sqrt[4]{(a-b)^3}}{b(a-b)}$$

d. $\dfrac{a-b}{a\sqrt{b-c}}$

$$\frac{a-b}{a\sqrt{b-c}}=\frac{(a-b)\sqrt{b-c}}{a(b-c)}$$

e. $\dfrac{-1}{a+5\sqrt{b}}$

$$\frac{-1}{a+5\sqrt{b}}=\frac{5\sqrt{b}-a}{a^2-25b}$$

3. Se tiene un prisma rectangular de $\dfrac{6}{\sqrt{2}}$ m de largo, $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ m de ancho y $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ m de alto. Responde:

a. ¿Cuál es su volumen? Expresa el resultado de manera racionalizada.

$$V=\frac{6}{\sqrt{2}}\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{72\sqrt{30}}{30}=\frac{12\sqrt{30}}{5}\text{ m}^3$$

b. El prisma rectangular se utiliza para almacenar cajas de $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ m de largo, $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ m de ancho y $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ m de alto. ¿Cuántas cajas caben en el prisma como máximo?

Volumen de cada caja:

$V=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{30}}{30}\text{ m}^3$ | Entonces caben $\dfrac{72\sqrt{30}}{30}:\dfrac{\sqrt{30}}{30}=72$ | Caben 72 cajas en el prisma.