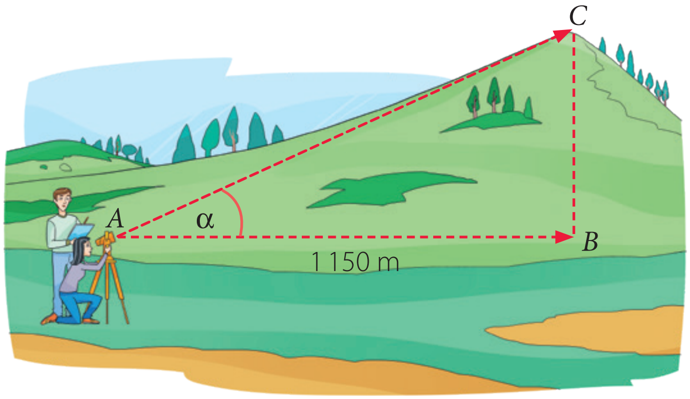
Razones trigonométricas en nuestro entorno

1. **Observen la siguiente situación, y luego respondan.**

Viviana y Eduardo se encuentran realizando mediciones en un cerro. Creen que con un ángulo α, a una distancia dada, se puede determinar la altura $\overline{BC}$ del cerro.



a. Selecciona con un ✔ la razón trigonométrica que relaciona la distancia conocida y la altura que se quiere determinar.

- ○ sen α
- ○ cos α
- ✔ tan α

b. Escriban la expresión de la razón trigonométrica seleccionada en **a** y despejen la medida de la altura $\overline{BC}$.

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{1\,150}$$

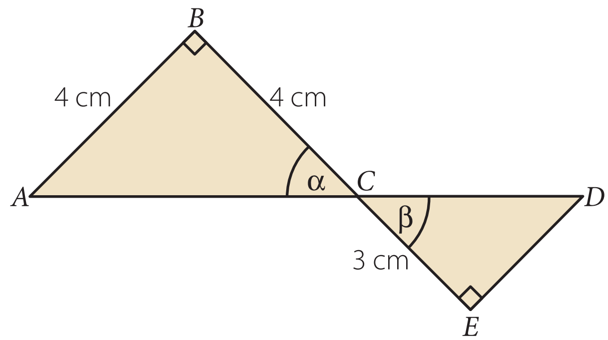
$$BC = AB \cdot \tan \alpha$$

$$BC = 1\,150 \cdot \tan \alpha$$

c. Considerando los datos mostrados, ¿piensan que es posible determinar la medida de la altura $\overline{BC}$ del cerro? Justifiquen su respuesta.

Con los datos que se tienen no es posible determinar la altura del cerro. Pero si se llega a conocer el valor del ángulo α o de la tangente del ángulo α es posible determinar la altura del cerro BC. dado que son valores constantes.

2. Analiza los siguientes triángulos y responde:



a. ¿Los triángulos ABC y DEC son semejantes, ¿según qué criterio? Explica.

Sí. Bajo el criterio AA (Ángulo – Ángulo) dado que ambos son triángulos rectángulos, entonces, los ángulos ABC y DEC son rectos y miden 90°, y considerando que los ángulos con vértice en C son opuestos por el vértice, se cumple que $\alpha = \beta$.

b. ¿Es correcto afirmar que sen $\alpha = \frac{4}{3}$ sen β?, ¿por qué?

No, porque sen α = sen β.

$AC = \sqrt{2\,(4^2)} \Rightarrow AC = 4\sqrt{2}$ $\qquad$ $\text{sen}\ \alpha = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$DC = \sqrt{2\,(3^2)} \Rightarrow DC = 3\sqrt{2}$ $\qquad$ $\text{sen}\ \beta = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c. ¿Cuál es el valor de tan α? 1

d. ¿Cuál es el valor de tan β? 1

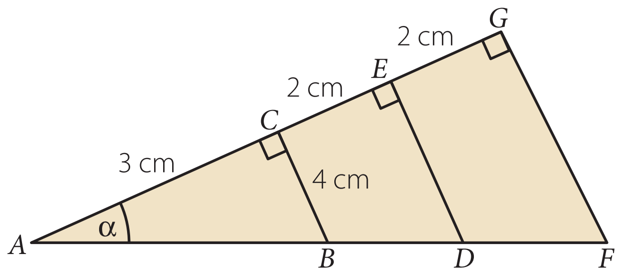
e. ¿Es correcto decir que sen α – cos β = 0?, ¿por qué?

Sí, porque sen α = cos β.

Si sen α – cos β = 0, entonces, sen α = cos β.

$\text{sen}\ \alpha = \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Observa los triángulos y responde.



a. ¿Cuánto miden los lados $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{DE}$, $\overline{AF}$ y $\overline{FG}$?

$AB = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \Rightarrow AB = 5$ $\quad \frac{DE}{5} = \frac{4}{3} \Rightarrow DE = \frac{20}{3}$ $\quad \frac{BD}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow BD = \frac{10}{3}$

$AD = 5 + \frac{10}{3} = \frac{25}{3}$ $\quad \frac{AF}{7} = \frac{5}{3} \Rightarrow AF = \frac{35}{3}$ $\quad \frac{FG}{4} = \frac{7}{3} \Rightarrow FG = \frac{28}{3}$

b. ¿Cuál es el valor de las razones trigonométricas fundamentales respecto de α para el triángulo ABC?

$\text{sen}\ \alpha = \frac{4}{5}$ $\quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$ $\quad \tan \alpha = \frac{4}{3}$

c. ¿Cuál es el valor de las razones trigonométricas fundamentales respecto de α para el triángulo ADE?

$\text{sen}\ \alpha = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$ $\quad \cos \alpha = \frac{5}{\frac{25}{3}} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ $\quad \tan \alpha = \frac{\frac{20}{3}}{5} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

d. ¿Cuál es el valor de las razones trigonométricas fundamentales respecto de α para el triángulo AFG?

$\text{sen}\ \alpha = \frac{\frac{28}{3}}{\frac{35}{3}} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$ $\quad \cos \alpha = \frac{7}{\frac{35}{3}} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ $\quad \tan \alpha = \frac{\frac{28}{3}}{7} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$

e. ¿Qué concluyes a partir de las razones trigonométricas anteriores?

Las razones trigonométricas de un ángulo no varían, son valores constantes.