

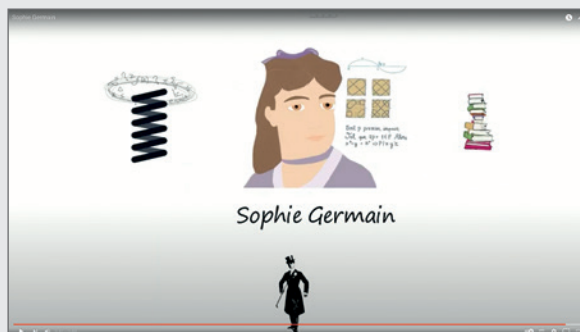
Suma por su diferencia

Sophie Germain es un emblema de perseverancia y pasión por las matemáticas. En una época donde las mujeres eran marginadas en ciencias, Sophie, autodidacta, utilizó un pseudónimo masculino para superar las barreras y comunicarse con matemáticos como Gauss. A pesar de las restricciones sociales, contribuyó significativamente en la teoría de números, mostrando un talento indiscutible en un mundo dominado por hombres.

Recuerda observar el video: http://www.enlacesantillana.cl/#/L25_MAT1MBDAU2_2 para conocer más acerca de los aportes de Sophie Germain a la Matemática y la Física.



Una de las formas en que podemos honrar el legado de matemáticos como Sophie Germain es aplicando conceptos matemáticos en ejercicios prácticos. Vamos a explorar un concepto básico que se usa en álgebra: el producto notable.



1. Completa los pasos en la siguiente verificación de la identidad de Sophie Germain.

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$$

- 1.º Considera el lado derecho de la igualdad y aplica la suma por su diferencia.

$$\begin{aligned} (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) &= [(\quad + 2b^2) + 2ab] [(a^2 + 2b^2) - \quad] \\ &= (a^2 + 2 \quad)^2 - (2ab)^2 \end{aligned}$$

- 2.º Aplica la definición del cuadrado de binomio y resuelve la potencia.

$$\begin{aligned} (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) &= (a^2 + \quad)^2 - (2ab)^2 \\ &= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 2b^2 + (2b^2)^2 - 4 \quad \\ &= a^4 + 4a^2b^2 + 4 \quad - 4a^2b^2 \end{aligned}$$

- 3.º Reduce los términos semejantes y verifica la identidad.

$$\begin{aligned} (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) &= a^4 + 4 \quad + 4b^4 - 4 \quad \\ &= \quad + 4b^4 + (4 \quad - 4a^2b^2) \\ &= a^4 + \quad + 0 \\ &= a^4 + 4b^4 \end{aligned}$$

2. ¿Cómo la historia de Sophie Germain y su perseverancia frente a los obstáculos te inspira en tu propio aprendizaje?

3. Analiza los desarrollos que hicieron Lorena y Manuel de la siguiente expresión:

$$\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 + b^4\right]\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 - b^4\right]$$

Lorena

$$\begin{aligned}\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 + b^4\right]\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 - b^4\right] &= \left[\left(\frac{m}{q}\right)^3\right]^2 - (b^4)^2 \\ &= \left(\frac{m}{q}\right)^5 - b^8 \\ &= \frac{m^5}{q} - b^8\end{aligned}$$

Manuel

$$\begin{aligned}\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 + b^4\right]\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 - b^4\right] &= \left[\left(\frac{m}{q}\right)^3\right]^2 - (b^4)^2 \\ &= \left(\frac{m}{q}\right)^6 - b^8 \\ &= \frac{m^6}{q^6} - b^8\end{aligned}$$

a. ¿Cuál de los dos desarrolló correctamente la expresión?

b. ¿Qué errores se cometieron en el desarrollo incorrecto? Identifícalos y corrígelos.

c. ¿Qué aconsejarías repasar a quien se equivocó?
