Ficha 5

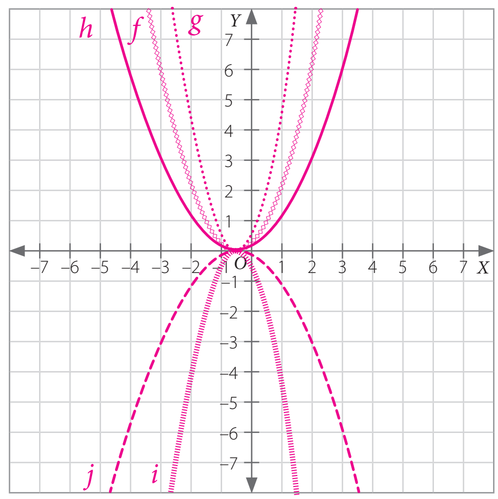
Modificando parámetros de la función potencia

Nombre: ________________________________ **Curso** __________

1. Realiza lo que se pide y responde.

a. Grafica $f(x) = x^2$ y las funciones de la tabla en un mismo plano cartesiano. Puedes hacerlo accediendo a un *software* matemático en *https://bit.ly/2N8oBRy*.

Función
$g(x) = 2x^2$
$h(x) = \frac{1}{2}x^2$
$i(x) = -2x^2$
$j(x) = -\frac{1}{2}x^2$



b. ¿Cómo afecta a la gráfica de la función el signo del coeficiente a? ¿Y a su recorrido?

Si su signo es positivo, sus ramas van hacia arriba y su recorrido es $\mathbb{R}^+$. Si su signo es negativo, sus ramas van hacia abajo y su recorrido es $\mathbb{R}^-$.

c. ¿Cómo afecta a la gráfica de la función el valor absoluto del coeficiente a? ¿Modifica su dominio?

Si $0 < a < 1$ la gráfica crece en forma más lenta que si $a > 1$. No modifica su dominio ($\mathbb{R}$).

2. Considera la función $f(x) = x^3$ y responde.

¿Qué diferencias puedes observar entre la gráfica de f y el de cada una de las siguientes funciones?

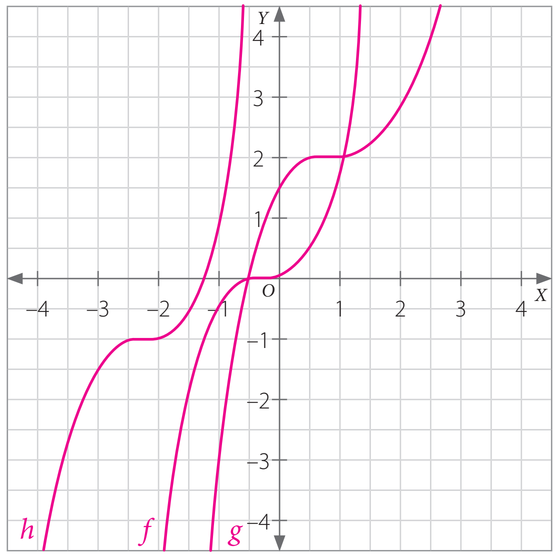
$h(x) = 2x^3$ $\quad g(x) = \frac{1}{2}x^3$ $\quad p(x) = -2x^3$ $\quad q(x) = -\frac{1}{2}x^3$

En $]-\infty, 0]$ las funciones f, g y h tienen signo negativo, en cambio, p y q tienen signo positivo.

En $[0, \infty[$ las funciones f, g y h tienen signo positivo, en cambio, p y q tienen signo negativo.

3. Grafica las funciones en el plano cartesiano. Puedes hacerlo accediendo a un *software* matemático en *https://bit.ly/2N8oBRy*.

Función
$f(x) = x^3$
$g(x) = (x - 1)^3 + 2$
$h(x) = (x + 2)^3 - 1$



a. ¿Cómo se relacionan las gráficas de las funciones?

Las funciones g y h pueden considerarse traslaciones de la función f.

b. ¿Qué traslación se puede aplicar a f para obtener g y h, respectivamente?

La función g equivale a la función f trasladada en 2 unidades según el sentido positivo del eje Y y en 1 unidad según el sentido positivo del eje X. La función h equivale a la función f trasladada en 1 unidad según el sentido negativo del eje Y y en 2 unidades según el sentido negativo del eje X.

4. Aplica las siguientes traslaciones a f para obtener cada función. Guíate por el ejercicio resuelto.

$y = f(x)$	Traslación en el eje X	Traslación en el eje Y	Función obtenida
$f(x) = x^4$	2 unidades a la derecha	3 unidades hacia abajo	$f(x) = (x - 2)^4 - 3$
$g(x) = 2x^5$	3 unidades a la izquierda	4 unidades hacia arriba	$g(x) = 2(x + 3)^5 + 4$
$h(x) = -5x^3$	1 unidad a la derecha	3 unidades hacia abajo	$h(x) = -5(x - 1)^3 - 3$
$p(x) = (x - 1)^2 + 2$	4 unidades a la izquierda	5 unidades hacia arriba	$p(x) = (x + 3)^2 + 7$
$q(x) = -x^6 - 3$	5 unidades a la derecha	2 unidades hacia arriba	$q(x) = -(x - 5)^6 - 1$

5. Resuelve los problemas.

a. Rocío es la presidenta de la junta de vecinos de la comunidad en donde vive. Los vecinos tienen \$100 000 ahorrados y quieren invertirlos durante tres años para que generen interés.

- Construye un modelo que permita calcular el capital al final de los tres años si este depende del interés compuesto anual x otorgado por la institución bancaria.

$$C(x) = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)^3$$

- Usa el modelo para calcular el capital obtenido para los diferentes intereses anuales que se muestran en la tabla.

$$C(1) = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)^3 = \$103\,030$$

$$C(1{,}2) = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}2}{100}\right)^3 = \$103\,643$$

$$C(1{,}5) = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}5}{100}\right)^3 = \$104\,568$$

$$C(1{,}8) = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}8}{100}\right)^3 = \$105\,498$$

$$C(2{,}0) = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2{,}0}{100}\right)^3 = \$106\,121$$

Interés x	Capital final
1,0	\$103 030
1,2	\$103 643
1,5	\$104 568
1,8	\$105 498
2,0	\$106 121

b. Las ganancias G (en dólares) de una fábrica de reactivos químicos para cada unidad x vendida se modelan usando la función $G(x) = 200x - x^2 - 4\,000$.

- Expresa el modelo como una traslación de $f(x) = x^2$. ¿Cómo es su gráfica?

$G(x) = -(x^2 - 200x + 4\,000)$
$G(x) = -(x^2 - 100x - 100x + 10\,000 - 6\,000)$
$G(x) = -((x - 100)^2 - 6\,000)$
$G(x) = -(x - 100)^2 + 6\,000$

Trasladando la función $f(x)$, se obtiene la función $G(x)$, cuya gráfica es una parábola.

- A partir de lo anterior, explica si la función tiene un punto máximo o uno mínimo y determínalo.

La parábola tiene un coeficiente "a" negativo, por lo lo tanto, tiene
un punto máximo y sus ramas se abren hacia abajo.
Para calcular el punto máximo:

$$\left(\frac{-b}{2 \cdot a} \cdot \frac{(4 \cdot a \cdot c - b^2)}{4 \cdot a}\right) = \left(\frac{-200}{-2}, \frac{(16\,000 - 40\,000)}{-4}\right) = (100, 6\,000)$$

La función tiene un punto máximo en (100, 6 000).

Reflexiona y responde

- ¿Qué contenido debes repasar?, ¿por qué?
- ¿Te fue de utilidad usar un *software* geométrico para graficar las funciones?, ¿por qué?