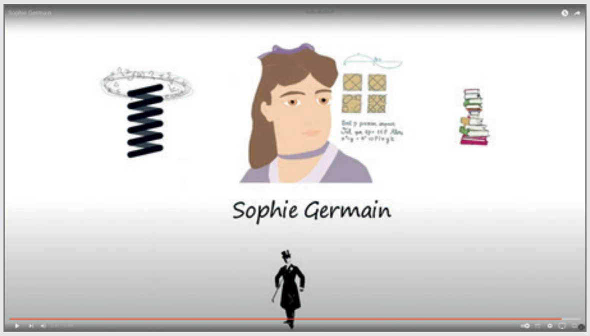
Suma por su diferencia

Sophie Germain es un emblema de perseverancia y pasión por las matemáticas. En una época donde las mujeres eran marginadas en ciencias, Sophie, autodidacta, utilizó un pseudónimo masculino para superar las barreras y comunicarse con matemáticos como Gauss. A pesar de las restricciones sociales, contribuyó significativamente en la teoría de números, mostrando un talento indiscutible en un mundo dominado por hombres.

Recuerda observar el video: *http://www.enlacesantillana.cl/#/L25_MAT1MBDAU2_2* para conocer más acerca de los aportes de Sophie Germain a la Matemática y la Física.



Una de las formas en que podemos honrar el legado de matemáticos como Sophie Germain es aplicando conceptos matemáticos en ejercicios prácticos. Vamos a explorar un concepto básico que se usa en álgebra: el producto notable.

1. Completa los pasos en la siguiente verificación de la identidad de Sophie Germain.

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$$

1.° Considera el lado derecho de la igualdad y aplica la suma por su diferencia.

$$(a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) = [(\boxed{a^2} + 2b^2) + 2ab]\,[(a^2 + 2b^2) - \boxed{2ab}]$$
$$= (a^2 + 2\boxed{b^2})^2 - (2ab)^2$$

2.° Aplica la definición del cuadrado de binomio y resuelve la potencia.

$$(a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) = (a^2 + \boxed{2b^2})^2 - (2ab)^2$$
$$= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 2b^2 + (2b^2)^2 - 4\boxed{a^2b^2}$$
$$= a^4 + 4a^2b^2 + 4\boxed{b^4} - 4a^2b^2$$

3.° Reduce los términos semejantes y verifica la identidad.

$$(a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) = a^4 + 4\boxed{a^2b^2} + 4b^4 - 4\boxed{a^2b^2}$$
$$= \boxed{a^4} + 4b^4 + (4\boxed{a^2b^2} - 4a^2b^2)$$
$$= a^4 + \boxed{4b^4} + 0$$
$$= a^4 + 4b^4$$

2. ¿Cómo la historia de Sophie Germain y su perseverancia frente a los obstáculos te inspira en tu propio aprendizaje?

Ejemplo de respuesta. Me motivan a superar los desafíos que encuentro en mi propio aprendizaje. Me recuerda que, independientemente de las circunstancias, puedo encontrar formas de seguir aprendiendo.

3. Analiza los desarrollos que hicieron Lorena y Manuel de la siguiente expresión:

$$\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 + b^4\right]\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 - b^4\right]$$

Lorena

$$\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 + b^4\right]\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 - b^4\right] = \left[\left(\frac{m}{q}\right)^3\right]^2 - (b^4)^2$$

$$= \left(\frac{m}{q}\right)^5 - b^8$$

$$= \frac{m^5}{q} - b^8$$

Manuel

$$\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 + b^4\right]\left[\left(\frac{m}{q}\right)^3 - b^4\right] = \left[\left(\frac{m}{q}\right)^3\right]^2 - (b^4)^2$$

$$= \left(\frac{m}{q}\right)^6 - b^8$$

$$= \frac{m^6}{q^6} - b^8$$

a. ¿Cuál de los dos desarrolló correctamente la expresión?

Manuel.

b. ¿Qué errores se cometieron en el desarrollo incorrecto? Identifícalos y corrígelos.

En la segunda línea del trabajo de Lorena se desarrolla la potencia de una potencia sumando los exponentes (2 + 3) en vez de calculando su producto (2 • 3). Además, en la tercera línea, se calcula la potencia de una fracción elevando al exponente solo el numerador, en vez de elevar tanto el numerador como el denominador a dicho exponente.

c. ¿Qué aconsejarías repasar a quien se equivocó?

Sería conveniente repasar las propiedades de las potencias: potencia de una potencia y la potencia de un cociente.