

Síntesis de Unidad 1 • Números

1. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a. 5^3

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 \\ = 125$$

b. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{9} \cdot \frac{5}{3} \\ = \frac{125}{27}$$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} \\ = \frac{8}{27}$$

d. $(0,4)^{-2}$

$$\frac{9}{4} \cdot \frac{9}{4} = \frac{81}{16}$$

e. $(-2)^3$

$$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) \\ = -8$$

f. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 \\ = 125$$

g. $(-0,7)^3$

$$-\frac{7}{10} \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) = \frac{49}{100} \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) \\ = -\frac{343}{1000}$$

h. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

$$-\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$$

2. Responde las siguientes preguntas:

- a. Un terreno rectangular mide 0,36 km de ancho y 0,64 km de largo. ¿Qué multiplicación de potencias representa el área de este terreno expresada en kilómetros cuadrados?

$$\frac{9 \cdot 16}{25 \cdot 25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

- b. ¿Cuál es el número que multiplicado por $(2,6^5 \cdot 1,2^5)$ da como resultado $9,36^5$?

$$\left(\frac{936}{100}\right)^5 : \left(\frac{26}{10}\right)^5 : \left(\frac{12}{10}\right)^5 = \left(\frac{936}{100} \cdot \frac{10}{26} \cdot \frac{10}{12}\right)^5 = 3^5 = 243$$

3. Escribe cada expresión como una sola potencia de exponente positivo.

a. $(-11)^6 \cdot (-11)^9$

$$(-11)^{6+9} = (-11)^{15}$$

d. $\left(\frac{9}{13}\right)^4 \cdot \left(\frac{13}{9}\right)^{-3}$

$$\left(\frac{9}{13}\right)^4 \cdot \left(\frac{9}{13}\right)^3 = \left(\frac{9}{13}\right)^7$$

b. $(-186)^9 : 6^9$

$$(-186 : 6)^9 = (-31)^9$$

e. $(-6)^{-8} \cdot 9^{-8}$

$$(-6 \cdot 9)^{-8} = (-54)^{-8} = \left(-\frac{1}{54}\right)^8$$

c. $8^{11} : (-8)^6$

$$8^{11-6} = 8^5$$

f. $\left(-\frac{3}{10}\right)^4 : \left(\frac{7}{5}\right)^4$

$$\left(-\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7}\right)^4 = \left(-\frac{3}{14}\right)^4$$

4. Identifica si cada situación se modela mediante un crecimiento o un decrecimiento exponencial. Marca con un ✓ en la casilla que corresponda.

Situación	Crecimiento exponencial	Decrecimiento exponencial
En un local, el consumo de energía eléctrica aumenta en $\frac{1}{5}$ respecto al consumo del mes anterior.	✓	
Diego ahorra cada mes un 10 % más de lo que ahorró el mes anterior.	✓	
La población de cierto tipo de insecto se reduce a un tercio de la población del año anterior.		✓

5. Evalúa si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

a. (F) Si la base de una potencia es $\frac{1}{3}$ y su exponente es -3 , su valor será negativo.

b. (V) El valor de una potencia de exponente negativo no siempre es un número negativo.

c. (F) Si la base de una potencia es un número racional y su exponente es un número entero, su valor es siempre un número positivo.

d. (V) Si la base de una potencia es un número positivo y su exponente es un número entero, su valor es siempre un número positivo.

e. (V) Si la base de una potencia es $\frac{2}{3}$ y su exponente es -10 , entonces, su valor será un número racional mayor que 1.

6. Aplica las propiedades de las potencias y escribe cada expresión como una sola potencia de exponente positivo.

a. $\frac{3^5 \cdot 5^5 \cdot 0,3^5}{5^4 \cdot (5^2)^3}$

$$\frac{15^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5}{5^4 \cdot 5^6} = \frac{5^5}{5^{10}} = 5^{-5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5$$

b. $\frac{-4^5 \cdot 4^4 \cdot 16}{16^2 \cdot (-4)^8}$

$$\frac{-4^{11}}{4^{12}} = -4^{-1} = -\frac{1}{4}$$

c. $\frac{5^2 \cdot 5^6 \cdot 25^2}{64 \cdot 4^{-2}}$

$$\frac{5^{-4} \cdot 5^4}{4^3 \cdot 4^{-2}} = \frac{5^0}{4^5} = \left(\frac{1}{4}\right)^5$$

d. $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-4}}{\left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-8}}$

$$\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{12}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{-5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{17}$$

e. $\frac{0,2^8 \cdot 0,04^3}{\left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-10}}$

$$\frac{0,2^2}{\left(\frac{1}{5}\right)^{-6}} = 0,2^8$$

f. $\frac{(-2)^{-2} \cdot (-2)^5 \cdot 2^8}{8^2 \cdot (-4)^3 \cdot (-2)^{-4}}$

$$\frac{(-2)^3 \cdot 2^8}{2^6 \cdot (-2^6) \cdot (-2)^{-4}} = \frac{-2^{11}}{-2^8} = 2^3$$

7. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Se deja caer una pelota desde una altura de 5 m. Cada vez que rebota, alcanza un quinto de la altura máxima del rebote anterior. ¿Qué altura máxima alcanza la pelota luego del quinto rebote?

$$5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = 5 \cdot 5^{-5} = 5^{-4} = 0,0016$$

La altura máxima que alcanzará la pelota luego del quinto rebote es 0,0016 m.

- b. La concentración de tóxicos (medida en mg/m^3) en el agua de un muelle aumenta según la expresión $\left(\frac{28}{25}\right)^t + 5^{-t}$, en la que t corresponde al tiempo expresado en años. ¿Cuál será el valor alcanzado por esta concentración al cabo de 2 años?

$$\left(\frac{28}{25}\right)^2 + 5^{-2} = 1,2944$$

La concentración será de 1,2944 mg/m^3 .