Ficha 9

Decidiendo con medidas de dispersión para datos agrupados

Nombre: ______________________________ **Curso** ________

1. La siguiente tabla representa la medida de los diámetros de diferentes tapas de botella:

Medida del diámetro de tapas		
Medida del diámetro (mm)	Marca de clase c_i (mm)	Frecuencia (f_i)
[25, 26[	25,5	A
[26, 27[	B	13
[27, 28[	27,5	14
[28, 29]	C	10
Total	–	50

Cuando necesites usar una calculadora científica en línea conéctate a *https://bit.ly/3yH3Ch7*.

a. ¿Cuál es el valor de **A**?

$$A = 50 - (13 + 14 + 10) = 50 - 37 = 13$$

A = 13

b. ¿Cuál es el valor de **B**?

$$B = \frac{27 + 26}{2} = \frac{53}{2} = 26{,}5$$

B = 26,5

c. ¿Cuál es el valor de **C**?

$$C = \frac{29 + 28}{2} = \frac{57}{2} = 28{,}5$$

C = 28,5

d. ¿Cuál es una estimación del promedio de las medidas de los diámetros?

$$x = \frac{25{,}5 \cdot 13 + 26{,}5 \cdot 13 + 27{,}5 \cdot 14 + 28{,}5 \cdot 10}{50} = \frac{331{,}5 + 344{,}5 + 385 + 285}{50} = \frac{1\,346}{50} = 26{,}92$$

La estimación del promedio es 26,92 mm.

e. Estima la desviación media de la medida de los diámetros.

$$DM = \frac{|25{,}5 - 26{,}92| \cdot 13 + |26{,}5 - 26{,}92| \cdot 13 + |27{,}5 - 26{,}92| \cdot 14 + |28{,}5 - 26{,}92| \cdot 10}{50}$$

$$= \frac{1{,}42 \cdot 13 + 0{,}42 \cdot 13 + 0{,}58 \cdot 14 + 1{,}58 \cdot 10}{50} = \frac{18{,}46 + 5{,}46 + 8{,}12 + 15{,}8}{50} = \frac{47{,}84}{50} = 0{,}9568$$

La desviación media aproximada por redondeo a la milésima es 0,957 mm.

f. Estima la varianza de la medida de los diámetros.

$$\sigma^2 = \frac{(25{,}5 - 26{,}92)^2 \cdot 13 + (26{,}5 - 26{,}92)^2 \cdot 13 + (27{,}5 - 26{,}92)^2 \cdot 14 + (28{,}5 - 26{,}92)^2 \cdot 10}{50}$$

$$= \frac{58{,}18}{50} = 1{,}1636$$

La varianza aproximada por redondeo a la milésima es 1,164 mm^2.

g. Estima la desviación estándar de la medida de los diámetros.

$$\sigma = \sqrt{1{,}1636} \approx 1{,}0787\ldots$$

La desviación estándar aproximada por redondeo a la milésima es 1,079 mm.

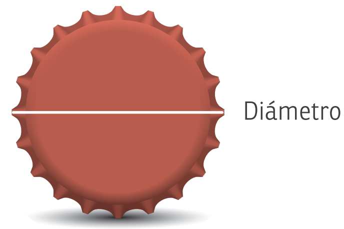
h. ¿Es correcto afirmar que el coeficiente de variación es inferior a 20 %?

$$CV = \frac{\sigma}{|\overline{x}|} = \frac{\sqrt{1{,}1636}}{26{,}92} = 0{,}04007\ldots \approx 0{,}040$$

Sí, ya que la expresión porcentual del coeficiente de variación es 4 %.

i. Mide con una regla el diámetro de la tapa adjunta e incorpora este dato a la tabla inicial, modificando adecuadamente su tercera columna.

Medida del diámetro de tapas		
Medida del diámetro (mm)	**Marca de clase c_i (mm)**	**Frecuencia (f_i)**
[25, 26[	25,5	
[26, 27[	26,5	
[27, 28[	27,5	
[28, 29]	28,5	
Total	–	51



j. De acuerdo con la nueva tabla construida en la parte anterior, determinen si los valores del promedio, la desviación media, la varianza, la desviación estándar y el coeficiente de variación aumentan, disminuyen o permanecen constantes con la incorporación del nuevo dato.

Promedio

$$\bar{x} = \frac{25{,}5 \cdot 13 + 26{,}5 \cdot 13 + 27{,}5 \cdot 14 + 28{,}5 \cdot 11}{51} = \frac{331{,}5 + 344{,}5 + 385 + 313{,}5}{51}$$

$$= \frac{1\,374{,}5}{51} = 26{,}9509\ldots \approx 26{,}95$$

Desviación media

$$DM = \frac{|25{,}5 - 26{,}95| \cdot 13 + |26{,}5 - 26{,}95| \cdot 13 + |27{,}5 - 26{,}95| \cdot 14 + |28{,}5 - 26{,}95| \cdot 11}{51}$$

$$= \frac{49{,}45}{51} = 0{,}9568\ldots$$

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{(25{,}5 - 26{,}95)^2 \cdot 13 + (26{,}5 - 26{,}95)^2 \cdot 13 + (27{,}5 - 26{,}95)^2 \cdot 14 + (28{,}5 - 26{,}95)^2 \cdot 11}{51}$$

$$= \frac{60{,}6275}{51} = 1{,}1887\ldots$$

Desviación estándar $\sigma = \sqrt{1{,}1887\ldots} \approx 1{,}0903\ldots$

Coeficiente de variación

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{1{,}1636}}{26{,}95} = \frac{1{,}0903}{26{,}95} = 0{,}04007\ldots \approx 0{,}040$$

Todas las medidas calculadas aumentan.

2. En las siguientes tablas se registran las estaturas de las integrantes de dos equipos de vóleibol:

Estaturas del equipo Beta		
Estatura (cm)	Marca de clase c_i (cm)	Frecuencia (f_i)
[160, 165[	162,5	8
[165, 170[	167,5	1
[170, 175[	172,5	2
[175, 180[	177,5	1
[180, 185]	182,5	9

Estaturas del equipo Gamma		
Estatura (cm)	Marca de clase c_i (cm)	Frecuencia (f_i)
[160, 165[	162,5	2
[165, 170[	167,5	8
[170, 175[	172,5	3
[175, 180[	177,5	5
[180, 185]	182,5	3

Cuando necesites usar una calculadora científica en línea conéctate a *https://bit.ly/3yH3Ch7*.

a. ¿Cuántas integrantes tiene el equipo Beta?

$$8 + 1 + 2 + 1 + 9 = 21$$

El equipo tiene 21 integrantes.

b. ¿Cuántas integrantes tiene el equipo Gamma?

$$2 + 8 + 3 + 5 + 3 = 21$$

El equipo tiene 21 integrantes.

c. Estima la media aritmética de las estaturas de las jugadoras del equipo Beta.

$$\bar{x}_{\text{Beta}} = \frac{162{,}5 \cdot 8 + 167{,}5 \cdot 1 + 172{,}5 \cdot 2 + 177{,}5 \cdot 1 + 182{,}5 \cdot 9}{21} = \frac{3\,632{,}5}{21} = 172{,}976\ldots$$

La media aritmética aproximada por redondeo a la centésima es 172,98 cm.

d. Estima la media aritmética de las estaturas de las jugadoras del equipo Gamma.

$$\bar{x}_{\text{Gamma}} = \frac{162{,}5 \cdot 1 + 167{,}5 \cdot 8 + 172{,}5 \cdot 3 + 177{,}5 \cdot 5 + 182{,}5 \cdot 3}{21} = \frac{3\,617{,}5}{21} = 172{,}261\ldots$$

La media aritmética aproximada por redondeo a la centésima es 172,26 cm.

e. Estima la desviación media de las estaturas de las jugadoras del equipo Beta.

$$DM_{\text{Beta}} = \frac{|162{,}5-172{,}98|\cdot 8+|167{,}5-172{,}98|\cdot 1+|172{,}5-172{,}98|\cdot 2+|177{,}5-172{,}98|\cdot 1+|182{,}5-172{,}98|\cdot 9}{21}$$

$$= \frac{180{,}48}{21} = 8{,}5942\ldots$$

La desviación media aproximada por redondeo a la centésima es 8,59 cm.

f. Estima la desviación media de las estaturas de las jugadoras del equipo Gamma.

$$DM_{\text{Gamma}} = \frac{|162{,}5-172{,}26|\cdot 2+|167{,}5-172{,}26|\cdot 8+|172{,}5-172{,}26|\cdot 3+|177{,}5-172{,}26|\cdot 5+|182{,}5-172{,}26|\cdot 3}{21}$$

$$= \frac{115{,}24}{21} = 5{,}4876\ldots$$

La desviación media aproximada por redondeo a la centésima es 5,49 cm.

g. Estima la desviación estándar de las estaturas de las jugadoras del equipo Beta.

$$\sigma_{\text{Beta}} = \left(\frac{(162{,}5-172{,}98)^2\cdot 8+(167{,}5-172{,}98)^2\cdot 1+(172{,}5-172{,}98)^2\cdot 2+(177{,}5-172{,}98)^2\cdot 1+(182{,}5-172{,}98)^2\cdot 9}{21}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1745{,}2384}{21}} = \sqrt{83{,}10659} \approx 9{,}1162\ldots$$

La desviación estándar aproximada por redondeo a la centésima es 9,12 cm.

h. Estima la desviación estándar de las estaturas de las jugadoras del equipo Gamma.

$$\sigma_{\text{Gamma}} = \left(\frac{(162{,}5-172{,}26)^2\cdot 2+(167{,}5-172{,}26)^2\cdot 8+(172{,}5-172{,}26)^2\cdot 3+(177{,}5-172{,}26)^2\cdot 5+(182{,}5-172{,}26)^2\cdot 3}{21}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{823{,}8096}{21}} = \sqrt{39{,}2290286} \approx 6{,}2633\ldots$$

La desviación estándar aproximada por redondeo a la centésima es 6,26 cm.

i. Estima el coeficiente de variación de las estaturas de las jugadoras del equipo Beta.

$$CV_{\text{Beta}} = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \approx \frac{9{,}12}{172{,}98} \approx 0{,}0527\ldots$$

El coeficiente de variación aproximado por redondeo a la centésima es 0,05.

j. Estima el coeficiente de variación de las estaturas de las jugadoras del equipo Gamma.

$$CV_{\text{Gamma}} = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \approx \frac{6{,}26}{172{,}26} \approx 0{,}0363\ldots$$

El coeficiente de variación aproximado por redondeo a la centésima es 0,04.

k. ¿Cómo pueden interpretar los valores del coeficiente de variación anteriores?

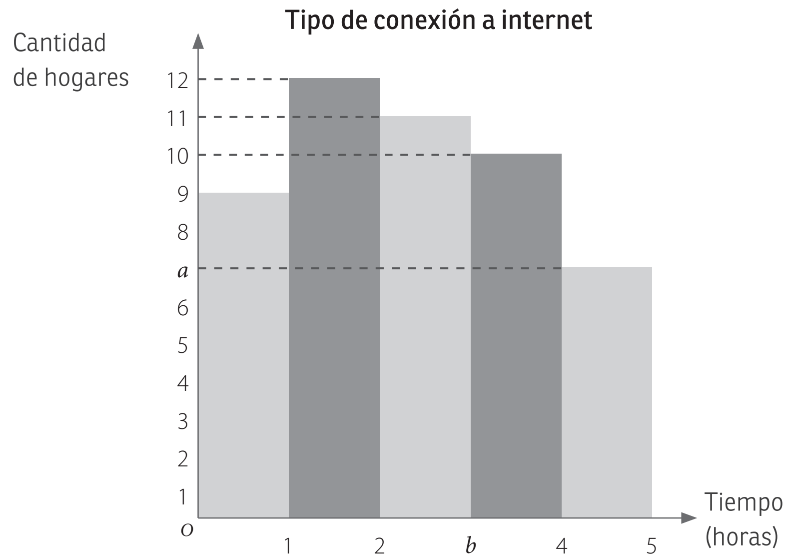
Para el equipo Beta puede decirse que, aproximadamente, su desviación estándar representa un 5 % de la estatura promedio, mientras que para el equipo Gamma, aproximadamente, un 4 % de su estatura promedio.

l. ¿Qué equipo está constituido por jugadoras de estatura más homogénea?, ¿cómo lo saben?

Como $DM_{\text{Gamma}} < DM_{\text{Beta}}$ y $\sigma_{\text{Gamma}} < \sigma_{\text{Beta}}$, el equipo Gamma tiene jugadoras con estatura más homogénea, ya que la desviación media y la desviación estándar son menores que las del equipo Beta.

3. En 50 hogares se midió el tiempo de conexión a internet durante un día. Los resultados se muestran a continuación.

Tipo de conexión a internet	
Tiempo (horas)	Cantidad de hogares
[0, 1[	9
[1, 2[	12
[2, 3[	11
[3, 4[	10
[4, 5]	8



Cuando necesites usar una calculadora científica en línea conéctate a *https://bit.ly/3yH3Ch7*.

a. ¿Cuál es el valor de a en el gráfico?

El valor de a es la frecuencia absoluta del intervalo [4, 5[y corresponde a 8.

b. ¿Cuál es el valor de b en el gráfico?

El valor de b es el extremo superior del intervalo [2, 3[y corresponde a 3.

c. ¿Cómo puedes determinar en el gráfico la marca de clase de cada intervalo?

Se calcula como el promedio de los valores máximo y mínimo, de un intervalo. Por ejemplo en el primer intervalo [0, 1[, la marca de clase corresponde a (0 + 1) : 2 = 1 : 2 = 0,5.

d. ¿De qué manera interpretas el rango de los tiempos?

El rango puede interpretarse como la diferencia en el tiempo de uso de internet entre el hogar que más usa internet y el que menos lo usa.

e. ¿A qué intervalo pertenece el promedio de los tiempos?

Las marcas de clase son los promedios de los valores extremos de cada intervalo. Por lo tanto, corresponden a 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 y 4,5. Como la cantidad total de hogares es 50, el promedio es

$$\overline{x} = \frac{0{,}5 \cdot 9 + 1{,}5 \cdot 12 + 2{,}5 \cdot 11 + 3{,}5 \cdot 10 + 4{,}5 \cdot 8}{50} = \frac{121}{50} = 2{,}42$$

El promedio es 2,42 h y pertenece al intervalo [2, 3[.

f. Estima la desviación media de los tiempos.

$$DM = \frac{|0{,}5 - 2{,}42| \cdot 9 + |1{,}5 - 2{,}42| \cdot 12 + |2{,}5 - 2{,}42| \cdot 11 + |3{,}5 - 2{,}42| \cdot 10 + |4{,}5 - 2{,}42| \cdot 8}{50}$$

$$= \frac{56{,}64}{50} = 1{,}1328\ldots$$

La desviación media aproximada por redondeo a la centésima es 1,13 h.

g. Estima la varianza de los tiempos.

$$\sigma^2 = \frac{(0{,}5 - 2{,}42)^2 \cdot 9 + (1{,}5 - 2{,}42)^2 \cdot 12 + (2{,}5 - 2{,}42)^2 \cdot 11 + (3{,}5 - 2{,}42)^2 \cdot 10 + (4{,}5 - 2{,}42)^2 \cdot 8}{50}$$

$$= \frac{89{,}68}{50} = 1{,}7936$$

La varianza aproximada por redondeo a la centésima es 1,79 h^2.

h. Estima la desviación estándar de los tiempos.

$$\sigma = \sqrt{1{,}7936} \approx 1{,}3392\ldots$$

La desviación estándar aproximada por redondeo a la centésima es 1,34 h.

i. ¿Cómo interpretas los valores calculados de desviación media, varianza y desviación estándar?

Las medidas de dispersión se interpretan como la variabilidad de los tiempos de conexión o su alejamiento respecto de su promedio.

j. Estima el coeficiente de variación de los tiempos.

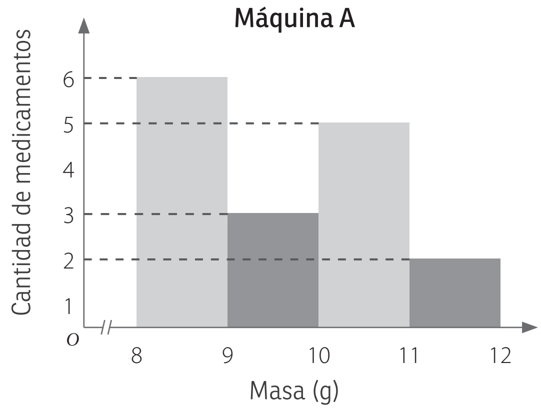
$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} = \frac{1{,}34}{2{,}42} = 0{,}5537\ldots$$

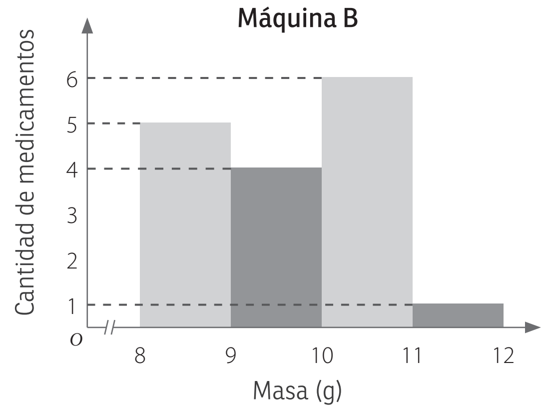
El coeficiente de variación aproximado por redondeo a la centésima es 0,55.

k. ¿Qué representa el coeficiente de variación calculado? Expliquen.

El coeficiente de variación indica que la desviación estándar corresponde, aproximadamente, al 55 % del promedio de los tiempos de conexión.

4. En una empresa farmacéutica se producen medicamentos. Todos contienen una cierta masa (medida en gramos) de materia prima. Un operario dispone de dos máquinas, **A** y **B**, para realizar su proceso de fabricación. Para decidir cuál usar, elabora 16 medicamentos con cada máquina y determina la masa de materia prima que contienen. Los datos se muestran a continuación:





Cuando necesites usar una calculadora científica en línea conéctate a *https://bit.ly/3yH3Ch7*.

a. Estima la media aritmética de los datos de la máquina A.

Las marcas de clase de los intervalos son 8,5; 9,5; 10,5 y 11,5.
La cantidad de datos es 6 + 3 + 5 + 2 = 16. Por lo tanto, la media aritmética es

$$\bar{x}_A = \frac{8{,}5 \cdot 6 + 9{,}5 \cdot 3 + 10{,}5 \cdot 5 + 11{,}5 \cdot 2}{16} = \frac{155}{16} = 9{,}6875$$

La media aritmética aproximada por redondeo a la centésima es 9,69 g.

b. Estima la media aritmética de los datos de la máquina B.

Las marcas de clase de los intervalos son 8,5; 9,5; 10,5 y 11,5.
La cantidad de datos es 5 + 4 + 6 + 1 = 16. Por lo tanto, la media aritmética es

$$\bar{x}_B = \frac{8{,}5 \cdot 5 + 9{,}5 \cdot 4 + 10{,}5 \cdot 6 + 11{,}5 \cdot 1}{16} = \frac{155}{16} = 9{,}6875$$

La media aritmética aproximada por redondeo a la centésima es 9,69 g.

c. ¿Cómo interpretas los valores obtenidos de la media aritmética?

Las medias aritméticas son iguales, por lo tanto, ambas máquinas utilizan, en promedio, la misma cantidad de gramos de materia prima para fabricar los medicamentos.

d. Estima la desviación media de los datos de la máquina A.

$$DM_A = \frac{|8,5 - 9,69| \cdot 6 + |9,5 - 9,69| \cdot 3 + |10,5 - 9,69| \cdot 5 + |11,5 - 9,69| \cdot 2}{16} = \frac{15,38}{16} = 0,96125$$

La desviación media aproximada por redondeo a la centésima es 0,96 g.

e. Estima la desviación media de los datos de la máquina B.

$$DM_B = \frac{|8,5 - 9,69| \cdot 5 + |9,5 - 9,69| \cdot 4 + |10,5 - 9,69| \cdot 6 + |11,5 - 9,69| \cdot 1}{16} = \frac{13,38}{16} = 0,83625$$

La desviación media aproximada por redondeo a la centésima es 0,84 g.

f. Estima la varianza de los datos de la máquina A.

$$\sigma_A = \frac{(8,5 - 9,69)^2 \cdot 6 + (9,5 - 9,69)^2 \cdot 3 + (10,5 - 9,69)^2 \cdot 5 + (11,5 - 9,69)^2 \cdot 2}{50} = \frac{18,4376}{16} = 1,15235$$

La varianza aproximada por redondeo a la centésima es 1,15 g^2.

g. Estima la varianza de los datos de la máquina B.

$$\sigma_B = \frac{(8,5 - 9,69)^2 \cdot 5 + (9,5 - 9,69)^2 \cdot 4 + (10,5 - 9,69)^2 \cdot 6 + (11,5 - 9,69)^2 \cdot 1}{50} = \frac{14,4376}{16} = 0,90235$$

La varianza aproximada por redondeo a la centésima es 0,90 g^2.

h. Estima la desviación estándar de los datos de la máquina A.

$$\sigma_A = \sqrt{1,15235} \approx 1,0734\ldots$$

La desviación estándar aproximada por redondeo a la centésima es 1,07 g.

i. Estima la desviación estándar de los datos de la máquina B.

$$\sigma_B = \sqrt{0{,}90235} \approx 0{,}9499\ldots$$

La desviación estándar aproximada por redondeo a la centésima es 0,95 g.

j. Estima el coeficiente de variación de los datos de la máquina A.

$$CV_A = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \approx \frac{1{,}07}{9{,}69} \approx 0{,}1104\ldots$$

El coeficiente de variación aproximado por redondeo a la centésima es 0,11.

k. Estima el coeficiente de variación de los datos de la máquina B.

$$CV_B = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \approx \frac{0{,}95}{9{,}69} \approx 0{,}0980\ldots$$

El coeficiente de variación aproximado por redondeo a la centésima es 0,10.

l. ¿Cómo pueden interpretar los valores del coeficiente de variación anteriores?

Para la máquina A puede decirse que, aproximadamente, su desviación estándar representa un 11 % del promedio de la cantidad de masa de materia prima usada, mientras que para la máquina B representa, aproximadamente, un 10 % del promedio de la cantidad de masa de materia prima usada.

m. ¿En cuál de las máquinas existe una mayor variabilidad en los datos?

Como todas las medidas de dispersión calculadas para la máquina A son mayores que las calculadas para la máquina B, se puede afirmar que la variabilidad de los datos es mayor en la máquina A.

n. Considerando los valores anteriores, ¿cuál máquina le conviene utilizar al operario? Justifiquen.

Como las cantidades de materias primas que utiliza la máquina B son valores más homogéneos, puede ser más conveniente usarla.

Reflexiona y responde

- ¿En qué contenido tuviste dificultades?, ¿cuáles fueron?
- ¿Piensas que fue provechoso el trabajo grupal realizado?, ¿por qué?