# Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

**1.** Calcula la función inversa para cada función biyectiva $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

**a.** $f(x) = -5x$

$f^{-1}(x) = -\frac{x}{5}$

**b.** $f(x) = 11x$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{11}$

**c.** $f(x) = 1{,}2x$

$f^{-1}(x) = \frac{5x}{6}$

**d.** $f(x) = -x$

$f^{-1}(x) = -x$

**e.** $f(x) = \frac{3x}{7}$

$f^{-1}(x) = \frac{7x}{3}$

**f.** $f(x) = -\frac{3}{4}x$

$f^{-1}(x) = -\frac{4x}{3}$

**2.** Analiza la siguiente situación y resuelve:

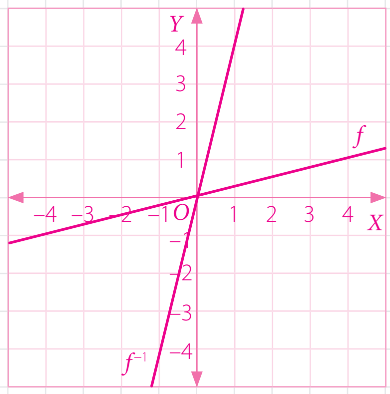
Se tiene una función lineal con dominio y recorrido en los números reales; además, su gráfica pasa por el punto $A(3{,}5; 1)$.

**a.** Calcula la función y su función inversa.

$f(x) = \frac{2x}{7}$

$f^{-1}(x) = \frac{7x}{2}$

**b.** Grafica la función y su función inversa.



**3.** Completa la tabla. Considera que todas las funciones son biyectivas $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

| | $f(x)$ | $f^{-1}(x)$ |
|---|---|---|
| **a.** | $f(x) = 4x - 1$ | $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$ |
| **b.** | $f(x) = x - 5$ | $f^{-1}(x) = 5 + x$ |
| **c.** | $f(x) = -2x + 7$ | $f^{-1}(x) = \frac{7-x}{2}$ |
| **d.** | $f(x) = x + \frac{5}{3}$ | $f^{-1}(x) = x - \frac{5}{3}$ |
| **e.** | $f(x) = -\frac{x}{6}$ | $f^{-1}(x) = -6x$ |

**4.** Analiza los pares de funciones biyectivas y explica si una es función inversa de la otra.

**a.** $f(x) = 3 - 2x$ y $g(x) = 3 + 2x$

No son inversas, ya que $f^{-1}(x) = -\frac{x-3}{2}$.

**b.** $f(x) = \frac{4x-1}{8}$ y $g(x) = \frac{8x-1}{4}$

No son inversas, ya que $f^{-1}(x) = \frac{8x+1}{4}$.

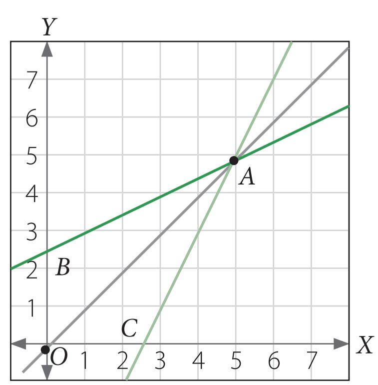
**c.** $f(x) = \frac{x}{5} + 1$ y $g(x) = \frac{1}{5} + x$

No son inversas, ya que $f^{-1}(x) = 5x - 5$.

**d.** $f(x) = \frac{10-x}{7}$ y $g(x) = 10 - 7x$

Sí son inversas.

**5.** Calcula el área del triángulo $AOB$ que se forma con la gráfica de la función inversa de $f(x) = 2x - 5$, la recta $y = x$ y el eje $Y$.




$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

La recta interseca al eje $Y$ en el punto (0; 2,5).
Luego, el área está dada por:

$A = \frac{2{,}5 \cdot 5}{2} = 6{,}25$

Entonces, el área del triángulo $AOB$ es de 6,25 unidades cuadradas.

6. Analiza cada situación y responde.

El proceso de llenado de un estanque de agua está modelado por la función $h(t) = 0{,}8 + 0{,}1t$, en el que $t$ es el tiempo transcurrido (en horas) y $h$ es la altura (en metros) que alcanza el agua del estanque en ese tiempo.

**a.** ¿En qué intervalo se deben definir las variables para que la función $h(t)$ sea biyectiva?

$t \geq 0$ y $h \geq 0{,}8$

**b.** ¿Qué altura alcanza el agua en el estanque después de 6 horas y 24 minutos?

$h(6{,}4) = 0{,}8 + 0{,}1 \cdot 6{,}4 = 1{,}44$ El agua del estanque alcanza 1,44 m.

**c.** ¿Es posible hallar $h^{-1}(t)$? De ser posible, determina la expresión de $h^{-1}(t)$; en caso contrario, explica las razones por las cuales no es posible hallar dicha función.

$h^{-1}(t) = 10t - 8$

Se sabe que, a nivel del mar, la temperatura $T$ necesaria para que el agua esté en ebullición es de 100 °C. Sin embargo, un grupo de científicos ha determinado que dicha temperatura disminuye en función de la altura $h$ de acuerdo con la siguiente expresión: $T(h) = 100 - 0{,}001h$.

**d.** Si una persona está en una montaña a 800 m de altura, ¿cuál es el punto de ebullición del agua allí?

$t(800) = 100 - 0{,}001 \cdot 800 = 99{,}2$ El punto de ebullición es 99,2 °C.

**e.** ¿En qué dominio se debe definir esta función para que sea biyectiva? ¿Cuál sería la función inversa de $t(h)$ en dicho dominio?

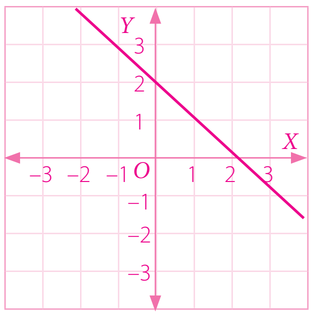
$\text{Dom}(t) : \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ $t^{-1}(h) = -1\,000h + 100\,000$

**f.** Si Josué desconoce la altura de su ubicación, pero al poner a hervir agua determina con un termómetro que su ebullición ocurrió a 96,5 °C, ¿cuál es la altura a la que se encuentra respecto del nivel del mar?

$t^{-1}(h) = -1\,000 \cdot 96{,}5 + 100\,000 = 3\,500$ Se encuentra a 3 500 m sobre el nivel del mar.

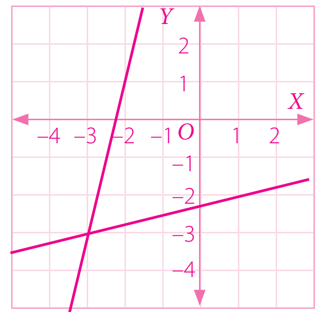
**7.** Grafica cada función y su función inversa. Luego, escríbela.

**a.** $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 - x$.



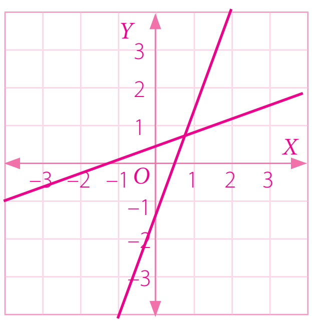

$f^{-1}(x) = 2 - x$

**c.** $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 4x + 9$.



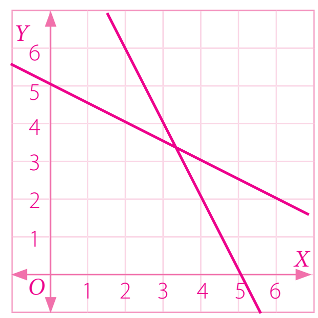

$g^{-1}(x) = \dfrac{x - 9}{4}$

**b.** $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = 0{,}6 + 0{,}4x$.




$h^{-1}(x) = \dfrac{5x - 3}{2}$

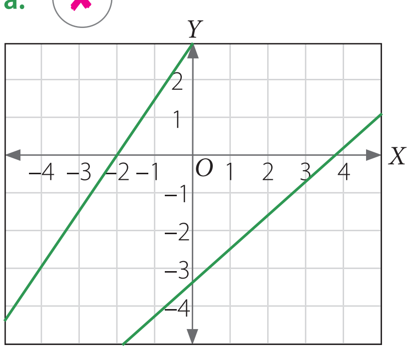
**d.** $p: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $p(x) = 5 - 0{,}5x$.



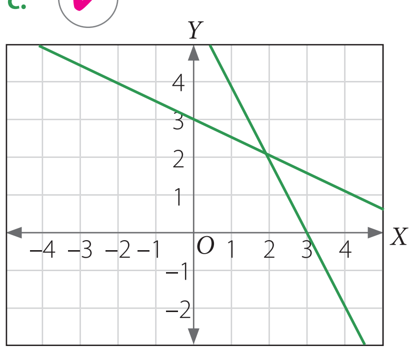

$p^{-1}(x) = -2x + 10$

**8.** Marca con un ✔ si las gráficas representan funciones inversas. En caso contrario, marca con una ✘.

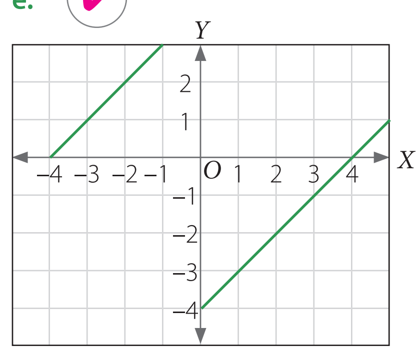
**a.** ✘



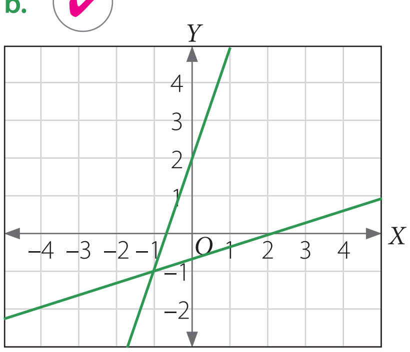

**c.** ✔



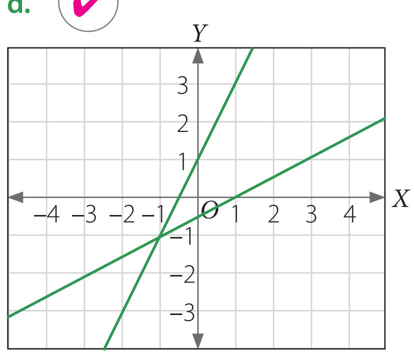

**e.** ✔




**b.** ✔




**d.** ✔




**f.** ✘