

Raíces: cuadradas, cúbicas y enésimas

1. Calcula el valor de cada raíz.

a. $\sqrt{81} = 9$

d. $\sqrt{0,25} = 0,5$

g. $\sqrt[3]{125} = 5$

j. $\sqrt[4]{81} = 3$

b. $\sqrt{121} = 11$

e. $\sqrt[3]{8} = 2$

h. $\sqrt[3]{-164} = -4$

k. $\sqrt[6]{64} = 2$

c. $\sqrt[6]{64} = 2$

f. $\sqrt[3]{-27} = -3$

i. $\sqrt[5]{32} = 2$

l. $\sqrt[7]{-1} = -1$

2. Encuentra el valor de x en cada expresión.

a. $\sqrt[3]{x} = -4$
 $x = -64$

d. $\sqrt[4]{x} = 5$
 $x = 625$

g. $\sqrt{x} = 7$
 $x = 49$

j. $\sqrt[8]{256} = x$
 $x = 2$

b. $\sqrt{x} = 27$
 $x = 729$

e. $\sqrt[4]{256} = 4$
 $x = 4$

h. $\sqrt[4]{1296} = 6$
 $x = 4$

k. $\sqrt[3]{-0,008} = x$
 $x = -0,2$

c. $\sqrt[5]{x} = -3$
 $x = -243$

f. $\sqrt[4]{-128} = -2$
 $x = 7$

i. $\sqrt[5]{3215} = x$
 $x = 5$

l. $\sqrt[7]{16384} = x$
 $x = 4$

3. Expresa como raíz las siguientes potencias.

a. $(5)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{5^4}$

c. $23^{\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{23^7}$

e. $-41^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{-41^3}$

b. $11^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{11^2}$

d. $-0,5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-0,5}$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$

4. Identifica en cada caso si la raíz es racional o irracional.

a. $\sqrt{289}$: Es racional

b. $\sqrt{1331}$: Es irracional

c. $\sqrt[3]{512}$: Es racional

5. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

a. F Al calcular $\sqrt[7]{-1}$, su resultado es un número real.

b. F La expresión $\sqrt{16} - \sqrt{4}$ es equivalente a $\sqrt{16-4}$.

c. V La raíz enésima de un número entero positivo siempre es un número real.

d. F Si $n \in \mathbb{N}$, la expresión $\sqrt[n]{-a}$ es un número real para cualquier valor de $a \in \mathbb{Z}$.

e. V La raíz enésima de cualquier número primo es irracional.

f. F Cualquier raíz enésima de un número negativo es un número que pertenece a los números reales.

6. Resuelve los siguientes problemas:

- a. ¿Cuál es la medida de la diagonal de un cuadrado cuyo lado mide 1 cm?

Si la diagonal es d se tiene:

$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 2$$

$$d = \sqrt{2}$$

- b. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa h de un triángulo rectángulo con catetos de longitud 5 cm y 12 cm?

$$5^2 + 12^2 = h^2 \Leftrightarrow 25 + 144 = h^2 \Leftrightarrow 169 = h^2$$

$$\sqrt{169} = h$$

$$13 = h$$

- c. ¿Cuál es la altura de un triángulo equilátero de lado 2 m?

$$2^2 + 1^2 = h^2$$

$$4 + 1 = h^2$$

$$5 = h^2$$

$$\sqrt{5} = h$$

- d. ¿Cuál es la longitud de la diagonal de un cubo cuyo volumen es 125 centímetros cúbicos?

$$5^2 + 5^2 = h^2$$

$$25 + 25 = h^2$$

$$50 = h^2$$

$$\sqrt{50} = h$$

- e. Se tiene un terreno cuadrado de 900 m^2 . Quieres poner una cerca alrededor del borde y luego rodearla con alambre dos veces. ¿Cuántos metros de alambre necesitarás en total?

Terreno: $\sqrt{900} = 30 \text{ m}$ por lado.

$$4 \cdot 30 \text{ m} = 120 \text{ m} \Leftrightarrow 2 \cdot 120 \text{ m} = 240 \text{ m}$$

Se necesitarán 240 metros de alambre.

- f. Si un recipiente tiene un volumen de 1 000 metros cúbicos, ¿cuál es la longitud de su lado si tiene forma de cubo?

El volumen de un cubo de lado x es $v = x^3$. Entonces,

$$x = \sqrt[3]{x}$$

$$= \sqrt[3]{1000} = 10 \text{ m}$$

- g. ¿Cuál es la longitud de la diagonal de una televisión de pantalla plana con una altura de 20 pulgadas y una anchura de 30 pulgadas?

$$30^2 + 20^2 = h^2$$

$$900 + 400 = h^2$$

$$1300 = h^2$$

$$\sqrt{1300} = h$$

La longitud aproximada de la diagonal es 36 pulgadas.