

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Calcula la función inversa para cada función biyectiva $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

a. $f(x) = -5x$

d. $f(x) = -x$

b. $f(x) = 11x$

e. $f(x) = \frac{3x}{7}$

c. $f(x) = 1,2x$

f. $f(x) = -\frac{3}{4}x$

2. Analiza la siguiente situación y luego, resuelve.

Se tiene una función lineal con dominio y recorrido en los números reales; además, su gráfica pasa por el punto $A(3,5; 1)$.

- a. Calcula la función y su función inversa.

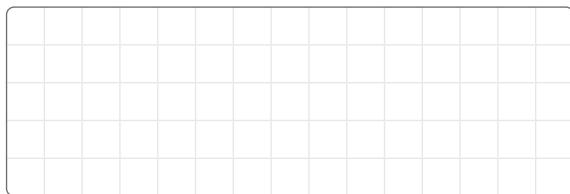
- b. Grafica la función y su función inversa.

3. Completa la tabla. Considera que todas las funciones son biyectivas $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

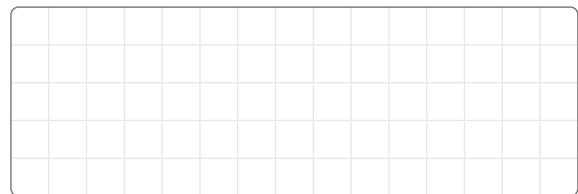
	$f(x)$	$f^{-1}(x)$
a.	$f(x) = 4x - 1$	
b.		$f^{-1}(x) = 5 + x$
c.		$f^{-1}(x) = \frac{7-x}{2}$
d.	$f(x) = x + \frac{5}{3}$	
e.		$f^{-1}(x) = -6x$

4. Analiza las funciones biyectivas y luego, explica si una es función inversa de la otra.

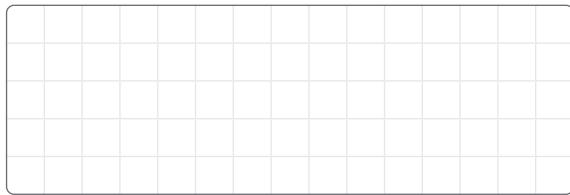
a. $f(x) = 3 - 2x$ y $g(x) = 3 + 2x$



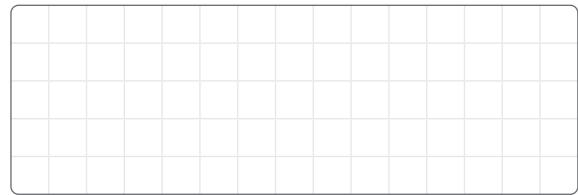
c. $f(x) = \frac{x}{5} + 1$ y $g(x) = \frac{1}{5} + x$



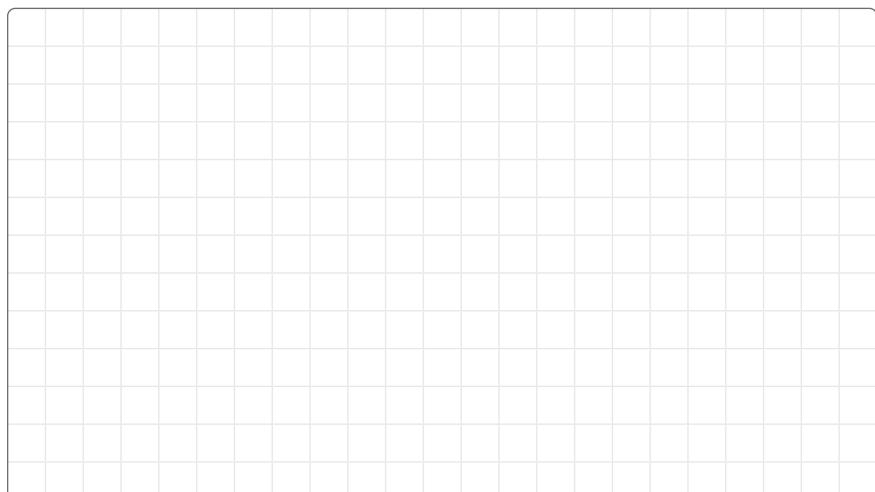
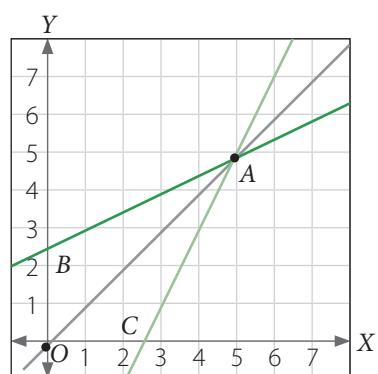
b. $f(x) = \frac{4x-1}{8}$ y $g(x) = \frac{8x-1}{4}$



d. $f(x) = \frac{10-x}{7}$ y $g(x) = 10 - 7x$



5. Calcula el área del triángulo AOB que se forma con la gráfica de la función inversa de $f(x) = 2x - 5$, la recta $y = x$ y el eje Y.



6. Analiza cada situación y luego, responde.

El proceso de llenado de un estanque de agua está modelado por la función $h(t) = 0,8 + 0,1t$, en el que t es el tiempo (en horas) transcurrido y h es la altura (en metros) que alcanza el agua del estanque, durante ese instante de tiempo.

- a. ¿En qué intervalo se deben definir las variables para que la función $h(t)$ sea biyectiva?

- b. ¿Qué altura alcanza el agua en el estanque al pasar 6 horas y 24 minutos?

- c. ¿Es posible hallar $h^{-1}(t)$? De ser posible, encuentra $h^{-1}(t)$; en caso contrario, explica las razones por las cuales no es posible hallar dicha función.

Se sabe que, a nivel del mar, la temperatura t necesaria para que el agua esté en ebullición es de 100 °C. Sin embargo, un grupo de científicos ha determinado que dicha temperatura t disminuye, en función de la altura h , bajo la siguiente función: $t(h) = 100 - 0,001h$.

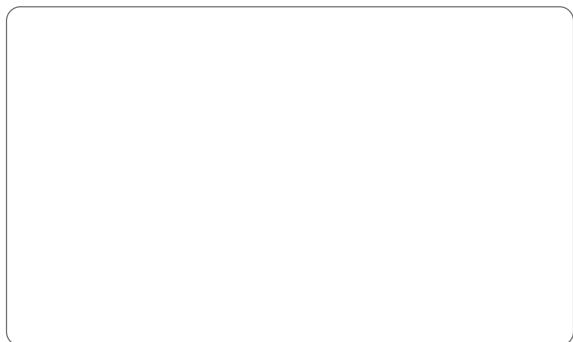
- d. Si una persona está en una montaña a 800 m de altura, ¿cuál será el nuevo punto de ebullición del agua?

- e. ¿En qué dominio se debe definir esta función para que sea biyectiva? ¿Cuál sería la función inversa de $t(h)$ en dicho dominio?

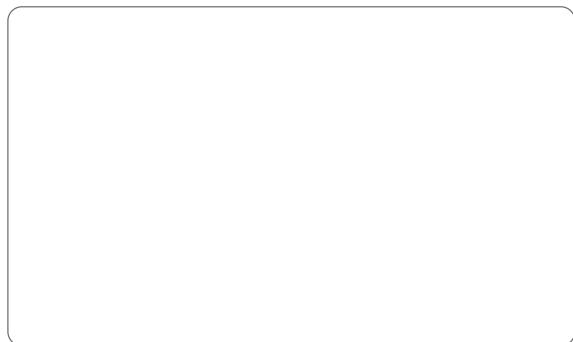
- f. Si Josué desconoce la altura de su ubicación, pero al poner a hervir agua determina con un termómetro que su ebullición ocurrió a los 96,5 °C, ¿cuál será la altura a la que se encuentra respecto del nivel del mar?

7. Grafica cada función y su función inversa. Luego, escríbela.

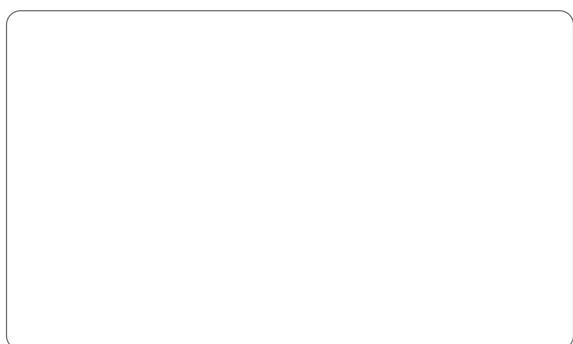
a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 - x$.



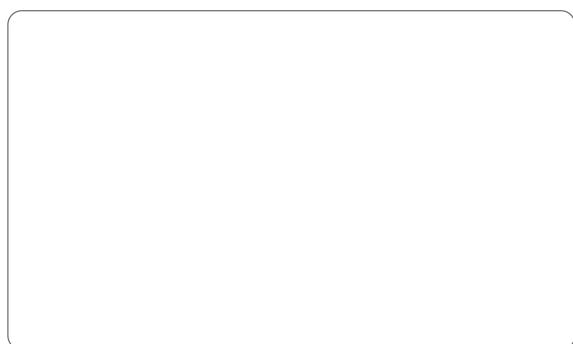
c. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 4x + 9$.



b. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $h(x) = 0,6 + 0,4x$.

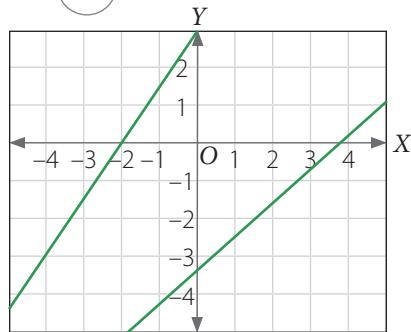


d. $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $p(x) = 5 - 0,5x$.

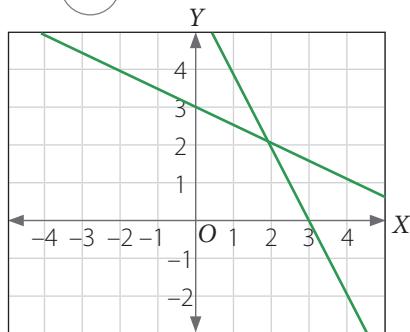


8. Identifica los gráficos que representen una función con su función inversa. Para ello, marca con un según corresponda, marca con una en caso contrario.

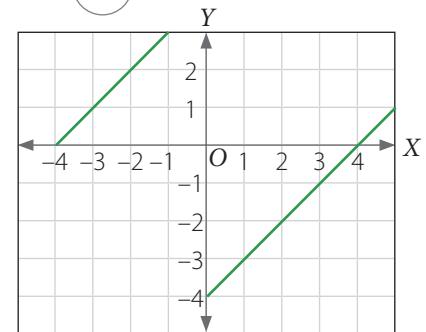
a.



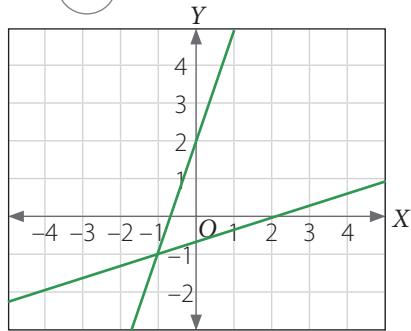
c.



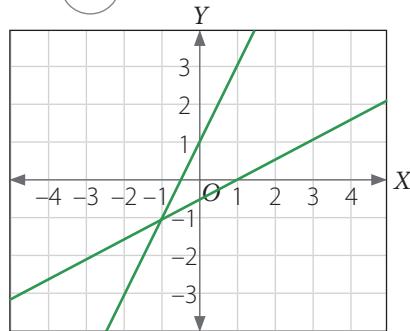
e.



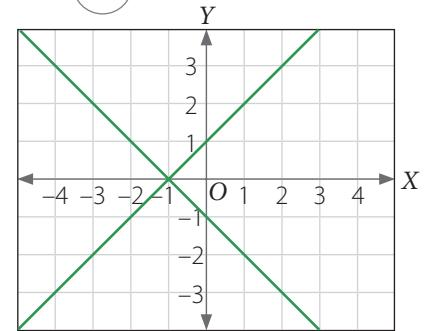
b.



d.



f.



Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Calcula la función inversa para cada función biyectiva $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

a. $f(x) = -5x$

$$f^{-1}(x) = -\frac{x}{5}$$

d. $f(x) = -x$

$$f^{-1}(x) = -x$$

b. $f(x) = 11x$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{11}$$

e. $f(x) = \frac{3x}{7}$

$$f^{-1}(x) = \frac{7x}{3}$$

c. $f(x) = 1,2x$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x}{6}$$

f. $f(x) = -\frac{3}{4}x$

$$f^{-1}(x) = -\frac{4x}{3}$$

2. Analiza la siguiente situación y luego, resuelve.

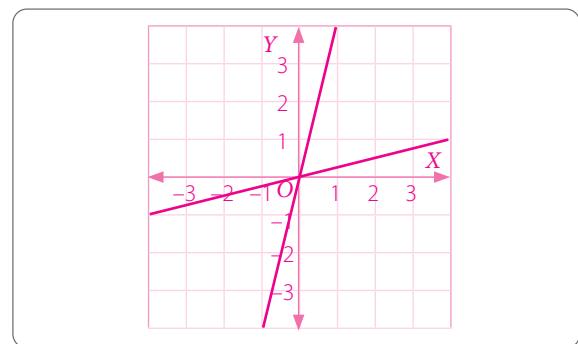
Se tiene una función lineal con dominio y recorrido en los números reales; además, su gráfica pasa por el punto $A(3,5; 1)$.

- a. Calcula la función y su función inversa.

$$f(x) = \frac{2x}{7}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{7x}{2}$$

- b. Grafica la función y su función inversa.



3. Completa la tabla. Considera que todas las funciones son biyectivas $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

	$f(x)$	$f^{-1}(x)$
a.	$f(x) = 4x - 1$	$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$
b.	$f(x) = x - 5$	$f^{-1}(x) = 5 + x$
c.	$f(x) = -2x + 7$	$f^{-1}(x) = \frac{7-x}{2}$
d.	$f(x) = x + \frac{5}{3}$	$f^{-1}(x) = x - \frac{5}{3}$
e.	$f(x) = -\frac{x}{6}$	$f^{-1}(x) = -6x$

4. Analiza las funciones biyectivas y luego, explica si una es función inversa de la otra.

a. $f(x) = 3 - 2x$ y $g(x) = 3 + 2x$

c. $f(x) = \frac{x}{5} + 1$ y $g(x) = \frac{1}{5} + x$

No son inversas, ya que $f^{-1}(x) = -\frac{x-3}{2}$.

No son inversas, ya que $f^{-1}(x) = 5x - 5$.

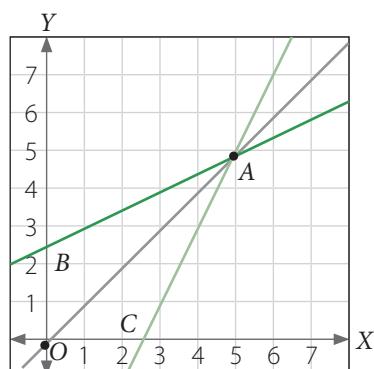
b. $f(x) = \frac{4x-1}{8}$ y $g(x) = \frac{8x-1}{4}$

d. $f(x) = \frac{10-x}{7}$ y $g(x) = 10 - 7x$

No son inversas, ya que $f^{-1}(x) = \frac{8x+1}{4}$.

Sí son inversas.

5. Calcula el área del triángulo AOB que se forma con la gráfica de la función inversa de $f(x) = 2x - 5$, la recta $y = x$ y el eje Y.



$$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$$

La recta interseca al eje Y en el punto $(0; 2,5)$.

Luego, el área está dada por:

$$A = \frac{2,5 \cdot 5}{2} = 6,25$$

Entonces, el área del triángulo AOB es de 6,25 unidades cuadradas.

6. Analiza cada situación y luego, responde.

El proceso de llenado de un estanque de agua está modelado por la función $h(t) = 0,8 + 0,1t$, en el que t es el tiempo (en horas) transcurrido y h es la altura (en metros) que alcanza el agua del estanque, durante ese instante de tiempo.

- a. ¿En qué intervalo se deben definir las variables para que la función $h(t)$ sea biyectiva?

$$t \geq 0 \text{ y } h \geq 0,8$$

- b. ¿Qué altura alcanza el agua en el estanque al pasar 6 horas y 24 minutos?

$$h(6,4) = 0,8 + 0,1 \cdot 6,4 = 1,44 \quad \text{El agua del estanque alcanza } 1,44 \text{ m.}$$

- c. ¿Es posible hallar $h^{-1}(t)$? De ser posible, encuentra $h^{-1}(t)$; en caso contrario, explica las razones por las cuales no es posible hallar dicha función.

$$h^{-1}(t) = 10t - 8$$

Se sabe que, a nivel del mar, la temperatura t necesaria para que el agua esté en ebullición es de 100 °C. Sin embargo, un grupo de científicos ha determinado que dicha temperatura t disminuye, en función de la altura h , bajo la siguiente función: $t(h) = 100 - 0,001h$.

- d. Si una persona está en una montaña a 800 m de altura, ¿cuál será el nuevo punto de ebullición del agua?

$$t(800) = 100 - 0,001 \cdot 800 = 99,2 \quad \text{El punto de ebullición será de } 99,2 \text{ °C.}$$

- e. ¿En qué dominio se debe definir esta función para que sea biyectiva? ¿Cuál sería la función inversa de $t(h)$ en dicho dominio?

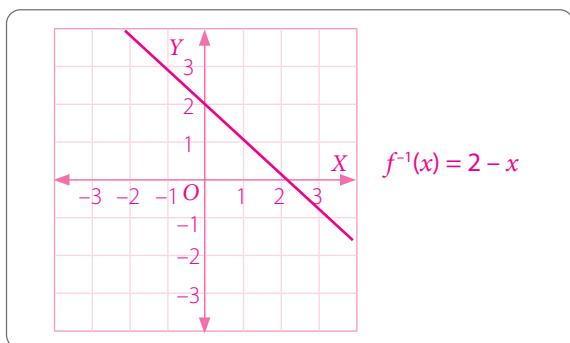
$$\text{Dom}(t) : \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad t^{-1}(h) = -1000h + 100000$$

- f. Si Josué desconoce la altura de su ubicación, pero al poner a hervir agua determina con un termómetro que su ebullición ocurrió a los 96,5 °C, ¿cuál será la altura a la que se encuentra respecto del nivel del mar?

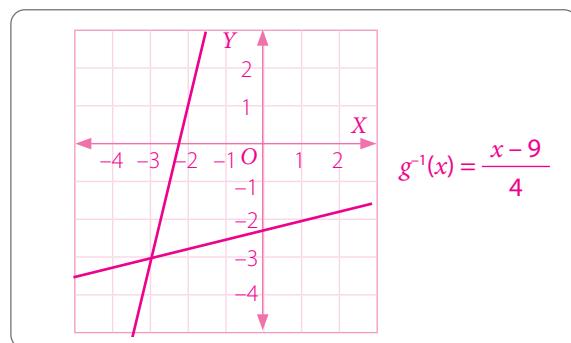
$$t^{-1}(h) = -1000 \cdot 96,5 + 100000 = 3500 \quad \text{Se encuentra a } 3500 \text{ m sobre el nivel del mar.}$$

7. Grafica cada función y su función inversa. Luego, escríbelas.

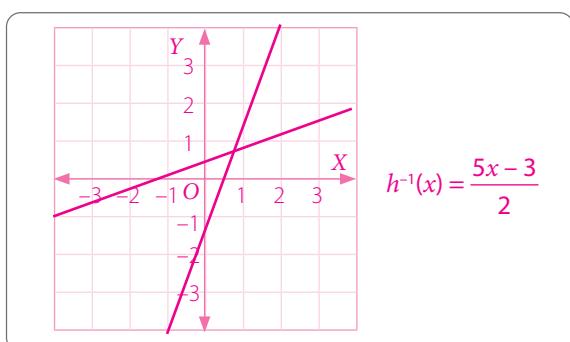
a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 - x$.



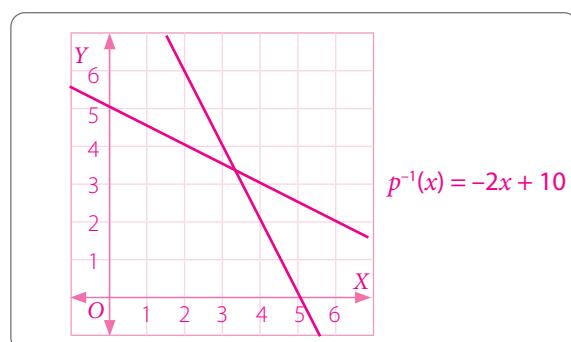
c. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 4x + 9$.



b. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $h(x) = 0,6 + 0,4x$.

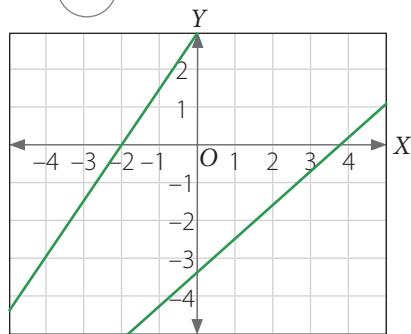


d. $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $p(x) = 5 - 0,5x$.

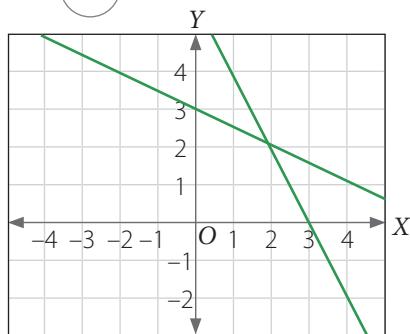


8. Identifica los gráficos que representen una función con su función inversa. Para ello, marca con un según corresponda, marca con una en caso contrario.

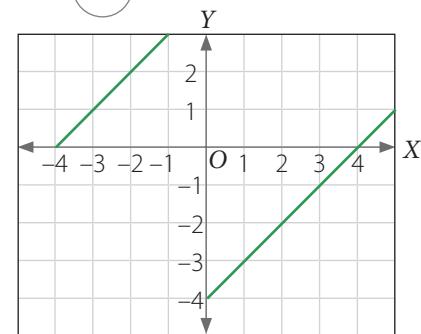
a.



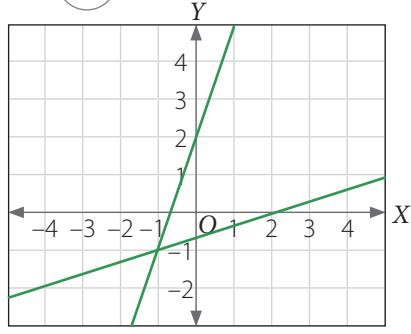
c.



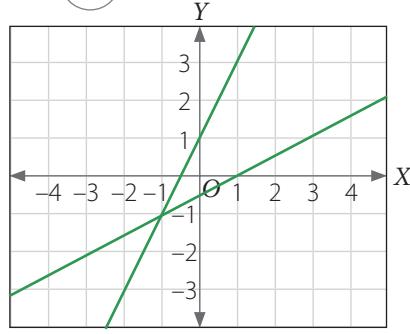
e.



b.



d.



f.

