Síntesis de Unidad 2 • Álgebra y funciones

1. Desarrolla los siguientes productos notables:

a. $(5a - b)^2$

$(5a - b)^2 = 25a^2 - 10ab + b^2$

b. $\left(v + \frac{1}{7}\right)\left(v - \frac{1}{7}\right)$

$\left(v + \frac{1}{7}\right)\left(v - \frac{1}{7}\right) = v^2 - \frac{1}{49}$

c. $(2d^3 + m)^2$

$(2d^3 + m)^2 = 4d^6 + 4d^3m + m^2$

d. $(x + 4y)^3$

$(x + 4y)^3 = x^3 + 12x^2y + 48xy^2 + 64y^3$

e. $(v + 8)(-8 + v)$

$(v + 8)(-8 + v) = v^2 - 64$

f. $(p^3 + 7)^2$

$(p^3 + 7)^2 = p^6 + 14p^3 + 49$

g. $(2a^2 + 3)^3$

$(2a^2 + 3)^3 = 8a^6 + 36a^4 + 54a^2 + 27$

h. $\left(\frac{1}{c} - 3\right)^3$

$\left(\frac{1}{c} - 3\right)^3 = \frac{1}{c^3} - \frac{9}{c^2} + \frac{27}{c} - 27$

2. Determina dos soluciones para cada una de las siguientes ecuaciones:

Respuestas variadas. Se muestran algunos ejemplos.

a. $x - y = 10$

$x = 0$ e $y = -10$

$x = 10$ e $y = 0$

b. $2c - 3d = 8$

$c = 0$ y $d = -\frac{8}{3}$

$c = 4$ y $d = 0$

c. $1{,}6x + 2y = 1{,}8$

$x = 1{,}125$ e $y = 0$

$x = 0$ e $y = 0{,}9$

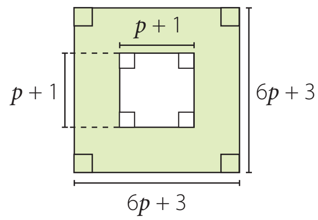
d. $a - \frac{1}{2}b = \frac{3}{5}$

$a = 0$ y $b = -\frac{6}{5}$

$a = \frac{3}{5}$ y $b = 0$

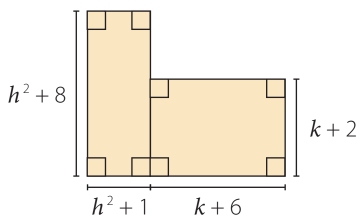
3. Calcula el área de cada figura pintada. Considera que las medidas están expresadas en centímetros y que las figuras están formadas por cuadrados y rectángulos.

a.



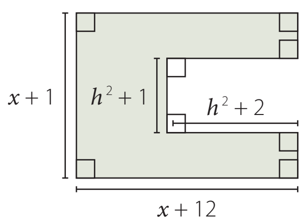
$(6p + 3)^2 - (p + 1)^2 = 35p^2 + 34p + 8$

b.



$(h^2 + 8)(h^2 + 1) + (k + 6)(k + 2) = h^4 + 9h^2 + k^2 + 8x + 20$

c.



$(x + 1)(x + 12) - (h^2 + 1)(h^2 + 2) = -h^4 - 3h^2 + x^2 + 13x + 10$

4. Comprueba si los puntos dados son soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a. Puntos: $A(2, 1)$
$B(1, 2)$
$C(-1, -2)$

Sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ -6x + 3y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot (1) + 2 &= 4 \\ -6 \cdot (1) + 3 \cdot (2) &= 0 \end{aligned}$$

El punto $B(1, 2)$ es la única solución del sistema de ecuaciones lineales.

b. Puntos: $A(8, 0)$
$B(0, 8)$
$C(-1, 3)$

Sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned} 5x - y &= -8 \\ -10x + 2y &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot (0) - (8) &= -8 \\ -10 \cdot (0) + 2 \cdot (8) &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot (-1) - (3) &= -8 \\ -10 \cdot (-1) + 2 \cdot (3) &= 16 \end{aligned}$$

Solo los puntos $B(0, 8)$ y $C(-1, 3)$ son soluciones del sistema de ecuaciones lineales.

5. **Plantea una ecuación para cada situación y determina dos soluciones.**

a. El perímetro de un rectángulo es 34 m. ¿Cuánto miden los lados?

Ecuación: $x + y = 34$

Solución 1: $x = 4$ e $y = 30$

Solución 2: $x = 6$ e $y = 28$

b. Un padre reparte entre sus dos hijos \$56 000. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Ecuación: $x + y = 56\,000$

Solución 1: $x = 28\,000$ e $y = 28\,000$

Solución 2: $x = 50\,000$ e $y = 6\,000$

6. **Analiza el siguiente sistema de ecuaciones y responde:**

$$\left.\begin{aligned} 11x + ky &= 10 \\ 8x + 4y &= 2 \end{aligned}\right|$$

¿Qué valor debe tener k para que el sistema de ecuaciones tenga una única solución?

En las ecuaciones generales de la forma $y = mx + b$, las pendientes (m) deben ser diferentes, por lo tanto:

$$\frac{11}{8} \neq \frac{k}{4} \Rightarrow k \neq \frac{11}{2}$$

7. **Determina los valores de a y b que hacen que el par ordenado sea una solución del sistema de ecuaciones dado. Utiliza el método de resolución que consideres más conveniente.**

a. Par ordenado $(-2, -1)$.

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= -8 \\ 3ax - 5by &= 8 \end{aligned}\right|$$

$a = \boxed{2}$ $b = \boxed{4}$

$-2a - b = -8$
$-6a + 5b = 8$

$-10a - 5b = -40$
$-6a + 5b = 8$
$-16a = -32$
$a = 2$

$-2 \cdot (2) - b = -8$
$-b = -8 + 4$
$b = 4$

b. Par ordenado $(3, 1)$.

$$\left.\begin{aligned} 3ax + 2by &= 6 \\ ax + 4by &= 12 \end{aligned}\right|$$

$a = \boxed{3}$ $b = \boxed{\frac{3}{4}}$

$9a + 2b = 6$
$3a + 4b = 12$

$9a + 2b = 6$
$-9a - 12b = -36$
$-10a = -30$
$a = 3$

$3 \cdot (3) + 4b = 12$
$4b = 12 - 9$
$b = \frac{3}{4}$

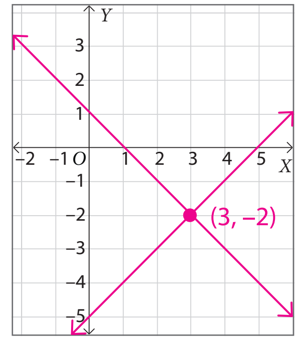
8. Resuelve cada sistema de ecuaciones por el método de igualación, reducción o sustitución. Luego, comprueba el resultado por el método gráfico.

a. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$

Resolución.

La solución es (3, –2).

Comprobación gráfica.

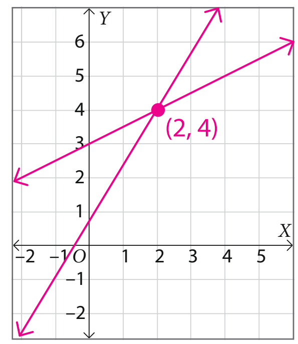


b. $\begin{cases} 5x - 3y = -2 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$

Resolución.

La solución es (2, 4).

Comprobación gráfica.

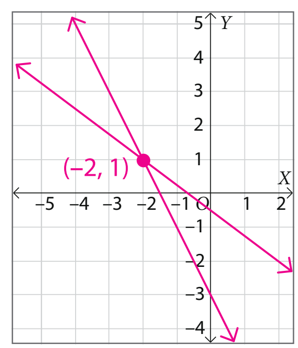


c. $\begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x + y = -3 \end{cases}$

Resolución.

La solución es (–2, 1).

Comprobación gráfica.



d. $\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$

Resolución.

La solución es (–4, 2).

Comprobación gráfica.