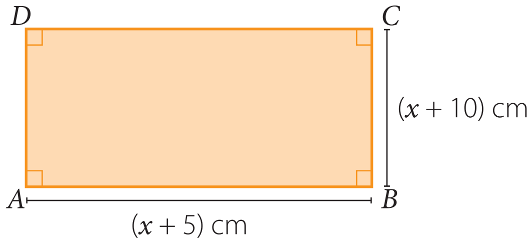
Definición de función y ecuación cuadrática: caso $f(x) = 0$

1. **Resuelve el siguiente problema.**

Considerando que el área del rectángulo $ABCD$ es k y las dimensiones dadas en la imagen:



a. Determina si es posible que el área del rectángulo sea igual a 14 cm^2. Explica tu razonamiento.

b. Si el área del rectángulo es 50 cm^2, ¿son válidas ambas soluciones halladas? Justifica tu respuesta.

c. Determina qué restricción debe tener k para que al menos una de las soluciones sea un número real y justifica tu respuesta.

2. Dada una solución $x_1 = 1$ para una ecuación de segundo grado, y sabiendo que al aplicar la fórmula general con la solución positiva se obtiene: $x_1 = \dfrac{-5 + \sqrt{25 - 8c}}{4} = 1$, determina la ecuación cuadrática correspondiente.

3. Identifica los valores que deben tener a y b para que las soluciones de la ecuación

$$ax^2 + bx = 30$$

sean $x_1 = 5$ y $x_2 = -3$

4. Junto a un compañero evalúa si cada afirmación es verdadera (**V**) o falsa (**F**).

a. ◯ La ecuación $x^2 - 17x + 72 = 0$ se puede resolver por la factorización $(x - 8)(x + 9) = 0$.

b. ◯ La ecuación $x^2 - 100 = 0$ no se puede factorizar de la forma $(x + a)(x + b) = 0$, con $a, b \in \mathrm{R}$.

c. ◯ Al completar cuadrados en la ecuación $x^2 + 5x - 8 = 0$, se obtiene $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{57}{4}$.

d. ◯ La ecuación $x^2 + 38x + 357 = 0$ no se puede resolver factorizando.

e. ◯ La ecuación $x^2 + 2x + 1 = 0$ tiene una única solución real.

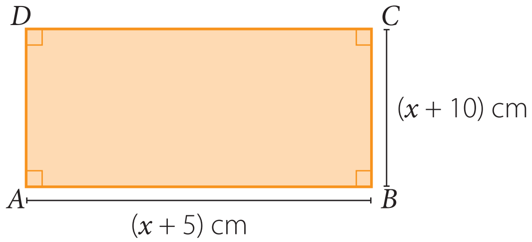
f. ◯ La ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$ da como resultado $(x - 3)(x - 3) = 0$.

g. ◯ La ecuación $4x^2 + 4x + 16 = 0$ da como resultado $(x + 4)(x - 4) = 0$.

Definición de función y ecuación cuadrática: caso $f(x) = 0$

1. Resuelve el siguiente problema.

Considerando que el área del rectángulo $ABCD$ es k y las dimensiones dadas en la imagen:



a. Determina si es posible que el área del rectángulo sea igual a 14 cm². Explica tu razonamiento.

Se debe cumplir que $(x+5)(x+10) = 14 \Rightarrow x^2 + 15x + 36 = 0$

$$(x+12)(x+3) = 0$$

Entonces las soluciones son $x_1 = -3$ y $x_2 = -12$.

En el contexto del problema la solución que sirve es $x_1 = -3$, ya que con este valor la medida de los lados del rectángulo son 2 cm y 7 cm.

b. Si el área del rectángulo es 50 cm², ¿son válidas ambas soluciones halladas? Justifica tu respuesta.

Se debe cumplir que $(x+5)(x+10) = 50 \Rightarrow x^2 + 15x = 0$

$$x(x+15) = 0$$

Entonces las soluciones son $x_1 = 0$ y $x_2 = -15$.

Luego, como las longitudes deben ser positivas, solamente la solución $x_1 = 0$ tiene sentido en el problema. En ese caso, los lados miden 5 cm y 10 cm.

c. Determina qué restricción debe tener k para que al menos una de las soluciones sea un número real y justifica tu respuesta.

Se debe cumplir que $(x+5)(x+10) = k \Rightarrow x^2 + 15x + 50 = k$

$$x^2 + 15x + 50 - k = 0$$

Para que haya al menos una solución real, $(15)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (50 - k) \geq 0$

Por lo tanto, la condición que debe cumplir k es:

$$4k \geq -225 + 200$$

$$k \geq -\frac{25}{4}$$

2. Dada una solución $x_1 = 1$ para una ecuación de segundo grado, y sabiendo que al aplicar la fórmula general con la solución positiva se obtiene: $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{25 - 8c}}{4} = 1$, determina la ecuación cuadrática correspondiente.

$$\frac{-5 + \sqrt{25 - 8c}}{4} = 1 \Rightarrow -5 + \sqrt{25 - 8c} = 4$$

$$\sqrt{25 - 8c} = 9$$

$$25 - 8c = 81$$

$$c = -7$$

La ecuación cuadrática es $2x^2 + 5x - 7 = 0$.

3. Identifica los valores que deben tener a y b para que las soluciones de la ecuación

$$ax^2 + bx = 30$$

sean $x_1 = 5$ y $x_2 = -3$

Para que $x_1 = 5$ y $x_2 = -3$ sean solución de la ecuación se debe cumplir que:

$$(x - 5)(x + 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \qquad / \cdot 2$$

$$2x^2 - 4x - 30 = 0$$

$$2x^2 - 4^x = 30$$

Entonces, los valores son $a = 2$ y $b = -4$.

4. Junto a un compañero evalúa si cada afirmación es verdadera (**V**) o falsa (**F**).

a. F La ecuación $x^2 - 17x + 72 = 0$ se puede resolver por la factorización $(x - 8)(x + 9) = 0$.

b. F La ecuación $x^2 - 100 = 0$ no se puede factorizar de la forma $(x + a)(x + b) = 0$, con $a, b \in R$.

c. V Al completar cuadrados en la ecuación $x^2 + 5x - 8 = 0$, se obtiene $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{57}{4}$.

d. F La ecuación $x^2 + 38x + 357 = 0$ no se puede resolver factorizando.

e. F La ecuación $x^2 + 2x + 1 = 0$ tiene una única solución real.

f. V La ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$ da como resultado $(x - 3)(x - 3) = 0$.

g. F La ecuación $4x^2 + 4x + 16 = 0$ da como resultado $(x + 4)(x - 4) = 0$.