

Conocimientos previos

1. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a. $(-3)^2$

c. 4^{-5}

e. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

b. -4^2

d. $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

f. $-0,2^4$

2. Aplica propiedades de potencia y expresa el resultado como una sola potencia.

a. $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-4}$

c. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$

e. $\left(\frac{3^{-2} \cdot 3^{-5} \cdot 3^3}{3^{-5} \cdot 3^4}\right)^3$

b. $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$

d. $\left(\frac{3^4 \cdot 3^2}{3^5}\right)^3$

f. $\left(\frac{7 \cdot 7^5 \cdot 3^{-2}}{7^{-2} \cdot 7^5}\right)^{-1}$

3. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a. $\sqrt{81 + 144}$

b. $\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{8+8}}$

c. $\frac{\sqrt{36} + \sqrt{64}}{\sqrt{49}}$

4. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Un tipo de bacteria se duplica cada 10 minutos. ¿Cuántas habrá luego de una hora si en un comienzo había 2 bacterias?

- b. En una población de 50 000 conejos se detectó una epidemia que los está exterminando a razón de $50\,000 \cdot 2^{-t}$, en la que t es el tiempo expresado en días. Después de 4 días, ¿cuántos conejos quedan?

- c. En una fábrica se estudió el rebote de una pelota y se concluyó que la altura del rebote decrecía según potencias de 0,8; es decir, si se deja caer de 1 m de altura, el primer rebote medía 0,8 m de alto, el segundo medía $(0,8)^2$ m, y así sucesivamente. ¿Cuántos rebotes debe dar para que la altura que alcance sea menor que 0,4 m?

5. Evalúa el siguiente problema y su resolución.

Un criador de pollos tiene 100 polluelos. Se estima que la cantidad de polluelos se triplica cada 3 meses. ¿Cuántos polluelos habrá después de 1 año (12 meses)?

Solución:

1 año equivale a 4 períodos de 3 meses.

En cada periodo de 3 meses, la cantidad de polluelos se triplica.

Entonces, la cantidad de polluelos después de 1 año será: $100 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 100 \cdot 3^3 = 2700$ polluelos.

- a. ¿Cuál es el error cometido?

- b. ¿Cómo se puede corregir para obtener la respuesta correcta?

Conocimientos previos

1. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a. $(-3)^2$

$$(-3)^2 = 9$$

c. 4^{-5}

$$4^{-5} = \left(\frac{1}{4^5}\right) = \frac{1}{1024}$$

e. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

b. -4^2

$$(-4)^2 = 16$$

d. $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$$

f. $-0,2^4$

$$-0,2^4 = -0,0016$$

2. Aplica propiedades de potencia y expresa el resultado como una sola potencia.

a. $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-4}$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} \\ = \frac{2}{5}$$

c. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} \\ = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

e. $\left(\frac{3^{-2} \cdot 3^{-5} \cdot 3^3}{3^{-5} \cdot 3^4}\right)^3$

$$\left(\frac{3^{-2} \cdot 3^{-5} \cdot 3^3}{3^{-5} \cdot 3^4}\right)^3 = \left(\frac{3^{-4}}{3^{-1}}\right)^3 \\ = (3^{-5})^3 \\ = 3^{-15}$$

b. $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5 \\ = \left(\frac{3}{2}\right)^8$$

d. $\left(\frac{3^4 \cdot 3^2}{3^5}\right)^3$

$$\left(\frac{3^4 \cdot 3^2}{3^5}\right)^3 = \left(\frac{3^6}{3^5}\right)^3 \\ = (3^1)^3 \\ = 3^3$$

f. $\left(\frac{7 \cdot 7^5 \cdot 7^{-2}}{7^{-2} \cdot 7^5}\right)^{-1}$

$$\left(\frac{7 \cdot 7^5 \cdot 7^{-2}}{7^{-2} \cdot 7^5}\right)^{-1} = \left(\frac{7^4}{7^3}\right)^{-1} \\ = (7^1)^{-1} \\ = 7^{-1}$$

3. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a. $\sqrt{81 + 144}$

$$\sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} \\ = 15$$

b. $\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{8+8}}$

$$\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{16}} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

c. $\frac{\sqrt{36} + \sqrt{64}}{\sqrt{49}}$

$$\frac{\sqrt{36} + \sqrt{64}}{\sqrt{49}} = \frac{6+8}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

4. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Un tipo de bacteria se duplica cada 10 minutos. ¿Cuántas habrá luego de una hora si en un comienzo había 2 bacterias?

En una hora hay 6 períodos de 10 minutos.

Cada 10 minutos la cantidad de bacterias se duplica, por lo que se multiplica por 2.

La cantidad de bacterias después de una hora será: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$ bacterias.

- b. En una población de 50 000 conejos se detectó una epidemia que los está exterminando a razón de $50\,000 \cdot 2^{-t}$, en la que t es el tiempo expresado en días. Después de 4 días, ¿cuántos conejos quedan?

Luego de 4 días, la cantidad de conejos que queda es:

$$50\,000 \cdot 2^{(-4)} = \frac{50\,000}{16} = 3\,125 \text{ conejos.}$$

- c. En una fábrica se estudió el rebote de una pelota y se concluyó que la altura del rebote decrecía según potencias de 0,8; es decir, si se deja caer de 1 m de altura, el primer rebote medía 0,8 m de alto, el segundo medía $(0,8)^2$ m, y así sucesivamente. ¿Cuántos rebotes debe dar para que la altura que alcance sea menor que 0,4 m?

Considerando $(0,8)^n = h$, en el que n es la cantidad de rebote y h la altura alcanzada.

Para determinar lo solicitado se puede emplear una tabla de valores como la siguiente:

0	1	2	3	4	5
$(0,8)^0 = 1 \text{ m}$	$(0,8)^1 = 0,8 \text{ m}$	$(0,8)^2 = 0,64 \text{ m}$	$(0,8)^3 \approx 0,51 \text{ m}$	$(0,8)^4 \approx 0,41 \text{ m}$	$(0,8)^5 \approx 0,33 \text{ m}$

Entonces, debe dar 5 o más rebotes para que la altura que alcance sea menor que 0,4 m.

5. Evalúa el siguiente problema y su resolución.

Un criador de pollos tiene 100 polluelos. Se estima que la cantidad de polluelos se triplica cada 3 meses. ¿Cuántos polluelos habrá después de 1 año (12 meses)?

Solución:

1 año equivale a 4 períodos de 3 meses.

En cada periodo de 3 meses, la cantidad de polluelos se triplica.

Entonces, la cantidad de polluelos después de 1 año será: $100 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 100 \cdot 3^3 = 2700$ polluelos.

- a. ¿Cuál es el error cometido?

El error en la solución es que se multiplica 3 veces por 3, cuando en realidad se debe multiplicar 4 veces, ya que hay

4 períodos de 3 meses en un año.

- b. ¿Cómo se puede corregir para obtener la respuesta correcta?

La cantidad de polluelos después de 1 año será: $100 \cdot 3^4 = 100 \cdot 81 = 8\,100$ polluelos.