

Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Determina si la función $g(x)$ es la inversa de la función $f(x)$. De no serlo, determina $f^{-1}(x)$.

a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{3}$.

Sí es la inversa, ya que:

$$y = 3x$$

$$\frac{y}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{3}$$

b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{(x+1)}{2}$.

No es la inversa, ya que:

$$y = 2x + 1$$

$$\frac{y-1}{2} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

c. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}$.

Sí es la inversa, ya que:

$$y = 3x - 5$$

$$\frac{y+5}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}$$

d. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -0,25x$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 4x$.

No es la inversa, ya que:

$$y = -0,25x$$

$$-4y = x$$

$$f^{-1}(x) = -4x$$

2. Completa la siguiente tabla. Considera que las funciones que se muestran son biyectivas.

Función	Función inversa	$f(f^{-1}(x))$
a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x$	$f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$	$f\left(\frac{x}{2}\right) = 2\left(\frac{x}{2}\right) = x$
b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 7x - 4$	$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{7}$	$f\left(\frac{x+4}{7}\right) = 7\left(\frac{x+4}{7}\right) - 4 = x$
c. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{5}{8}x$	$f^{-1}(x) = \frac{8}{5}x$	$f\left(\frac{8}{5}x\right) = \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5}x = x$
d. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 5$	$f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$	$f\left(\frac{x-5}{3}\right) = 3\left(\frac{x-5}{3}\right) + 5 = x$

3. En un almacén, el precio del pan varía según la demanda que tuvo el día anterior de acuerdo con la función $f(x) = 1\,000 + 2x$, en la que $f(x)$ representa el precio y x la cantidad de personas que compraron pan el día anterior.

- a. Determina la función inversa de $f(x)$.

$$\begin{aligned}
 y &= 1\,000 + 2x \\
 \frac{y - 1\,000}{2} &= x \\
 f^{-1}(x) &= \frac{x - 1\,000}{2}
 \end{aligned}$$

- b. ¿Cuántas personas deben comprar pan un día para que, al día siguiente, el precio sea de \$1 300?

$$\begin{aligned}
 f^{-1}(x) &= \frac{x - 1\,000}{2} \\
 f^{-1}(x) &= (1\,300) = \frac{1\,300 - 1\,000}{2} \\
 &= 150
 \end{aligned}$$

150 personas deben comprar pan el día anterior.