Regla multiplicativa de la probabilidad

1. Analiza la siguiente información y responde:

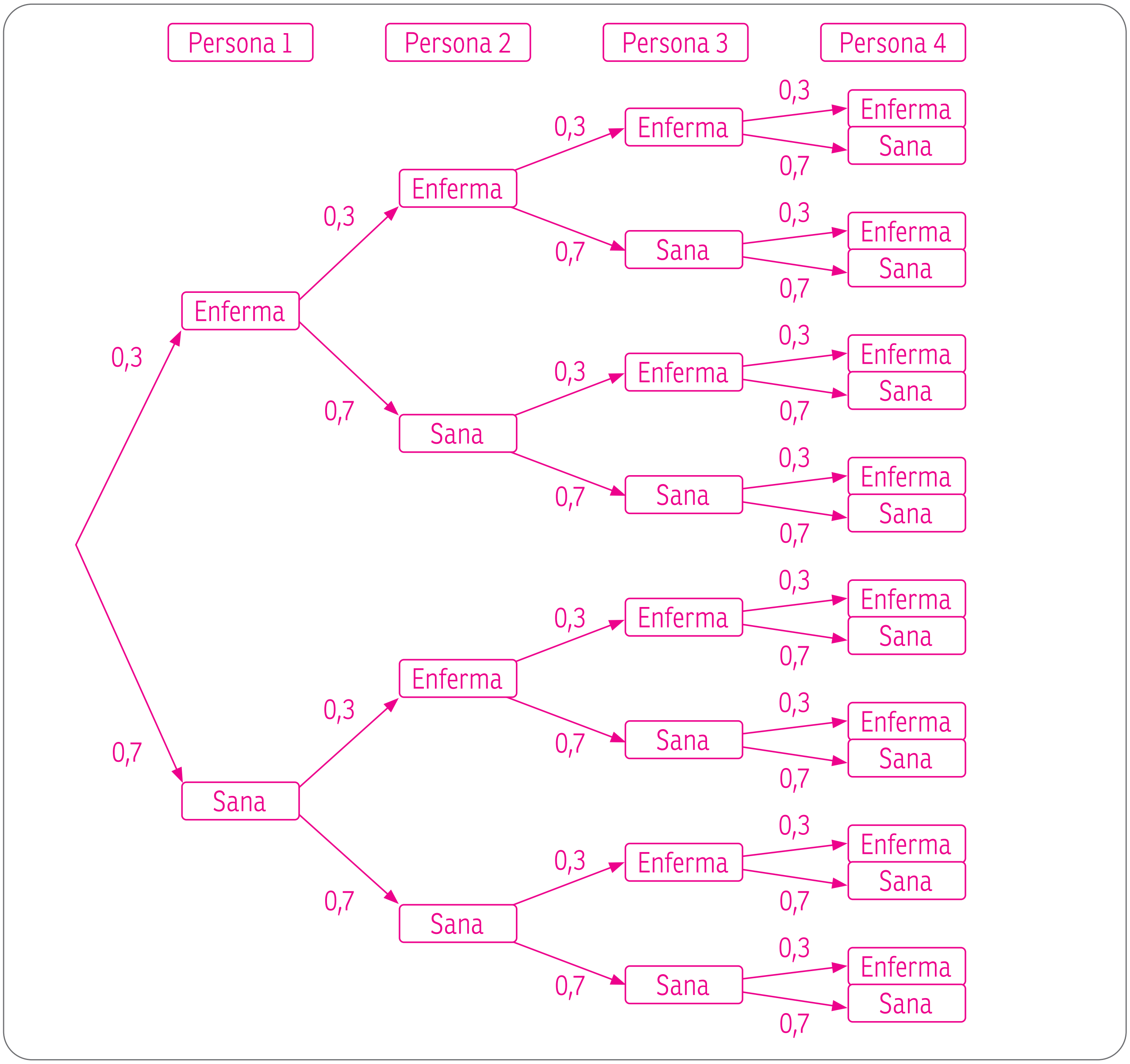
En el área de la salud es común analizar una población compuesta por individuos con ciertas características individuales para determinar la cantidad de enfermos o calcular la probabilidad de que se enferme un número determinado de personas de la población.

Considera un grupo de 4 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 estén enfermas?

Para modelar esta situación, realiza los siguientes supuestos:

- Cada persona tiene la misma probabilidad de estar enferma: 0,3.
- Que una persona esté enferma es independiente de que otra lo esté, es decir, la probabilidad de enfermarse no depende de si otro individuo está enfermo.

a. Construye un diagrama de árbol para representar los distintos escenarios y sus probabilidades.



b. Determina todas las opciones en las que hay tres personas enfermas.

- Se enferman las personas 1, 2 y 3, y la persona 4 está sana. $\rightarrow E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap S_4$
- Se enferman las personas 1, 2 y 4, y la persona 3 está sana. $\rightarrow E_1 \cap E_2 \cap S_3 \cap E_4$
- Se enferman las personas 1, 3 y 4, y la persona 2 está sana. $\rightarrow E_1 \cap S_2 \cap E_3 \cap E_4$
- Se enferman las personas 2, 3 y 4, y la persona 1 está sana. $\rightarrow S_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap E_4$

c. Calcula la probabilidad de que 3 personas estén enfermas.

Define el evento de interés.

A: Hay tres personas enfermas.

Como se deben considerar todas las opciones anteriores, esto es equivalente a la unión de los eventos:

$A = (E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap S_4) \cup (E_1 \cap E_2 \cap S_3 \cap E_4) \cup (E_1 \cap S_2 \cap E_3 \cap E_4) \cup (S1 \cap E_2 \cap E_3 \cap E_4)$

Todos estos eventos son disjuntos, por lo que la probabilidad de la unión es la suma de las probabilidades; entonces, aplicas la regla aditiva.

$P(A) = P(E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap S_4) + P(E_1 \cap E_2 \cap S_3 \cap E_4) + P(E_1 \cap S_2 \cap E_3 \cap E_4) + P(S_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap E_4)$

$P(A) = P(E_1) \cdot P(E_2) \cdot P(E_3) \cdot P(S_4) + P(E_1) \cdot P(E_2) \cdot P(S_3) \cdot P(E_4) + P(E_1) \cdot P(S_2) \cdot P(E_3) \cdot P(E_4) +$
$\quad P(S_1) \cdot P(E_2) \cdot P(E_3) \cdot P(E_4)$

$P(A) = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3$

$P(A) = 0{,}3^3 \cdot 0{,}7 + 0{,}3^3 \cdot 0{,}7 + 0{,}3^3 \cdot 0{,}7 + 0{,}3^3 \cdot 0{,}7$

$P(A) = 4 \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7$

$P(A) = 4 \cdot 0{,}027 \cdot 0{,}7$

$P(A) = 0{,}0756$

La probabilidad de que tres personas estén enfermas es 0,0756.

d. ¿Qué propiedades aplicaste para calcular la probabilidad anterior?

La regla aditiva de la probabilidad para eventos disjuntos y la regla multiplicativa de la probabilidad para eventos independientes. Además, se utilizó la igualdad $P(B) = 1 - P(A)$ para determinar la probabilidad del evento B: estar sano.

2. Completa el crucigrama a partir de las siguientes pistas:

Horizontal

1. Representación que permite visualizar la unión e intersección de eventos.
2. Eventos que no tienen elementos en común.
3. Propiedad de la probabilidad de unión de eventos.
4. La realización de un evento no afecta la probabilidad del otro.

Vertical

5. Cada elemento pertenece a uno de los dos eventos que se unen o a ambos.
6. Todos los elementos comunes a dos o más eventos.
7. Diagrama que permite representar eventos independientes.
8. Propiedad de la probabilidad de intersección de eventos.