Combinaciones

1. Comprueba desarrollando que los números combinatorios $\binom{n}{k}$ y $\binom{n}{n-k}$ son iguales.

2. En un juego de azar, se deben seleccionar 6 números distintos del 1 al 36. Ganas el juego si los 6 números que seleccionaste aparecen en el sorteo. Responde lo siguiente:

   a. ¿Cuántos posibles resultados hay en el sorteo?

   b. Si cada boleto de juego cuesta $1 000, ¿cuál debería ser el premio mínimo para que, si compras todos los boletos posibles, ganes dinero? (Suponiendo que solo hay un ganador).

   c. Si puedes seleccionar 7 números en lugar de 6, ¿cómo cambia la cantidad de posibles resultados?

3. Imagina que 7 personas suben a un vagón de metro con 4 asientos disponibles. Calcula de cuántas maneras se pueden sentar si:

   a. Cualquiera de ellos tiene libre disposición del asiento y son todos de iguales características.

b. Uno de ellos es una mujer embarazada y se le reserva el asiento.

c. Dos de ellos manifiestan no querer asiento.

4. **Analiza junto a un compañero el siguiente problema y responde.**

En el desarrollo de un medicamento trabajan 7 científicos. Se requiere que un grupo de 3 de ellos gestione la parte financiera de la investigación. Considerando que no se tiene preferencia por ninguno de ellos.

a. ¿De cuántas formas puede ser seleccionado el grupo de 3 científicos?

b. Si de los 7 científicos, 4 son mujeres y 3 son hombres, ¿de cuántas formas podemos seleccionar al grupo si necesariamente debe estar compuesto por una mujer y 2 hombres?

c. Considerando la información dada en b., ¿de cuántas formas podemos seleccionar al grupo si ya se sabe que Andrea será parte del grupo y los otros dos miembros deben ser 1 hombre y 1 mujer?

d. Si de los 7 científicos, 5 son mujeres y 2 son hombres, ¿de cuántas formas podemos seleccionar al grupo si necesariamente debe estar compuesto por 2 mujeres y 1 hombre?

Combinaciones

1. Comprueba desarrollando que los números combinatorios $\binom{n}{k}$ y $\binom{n}{n-k}$ son iguales.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-n+k)!(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

2. En un juego de azar, se deben seleccionar 6 números distintos del 1 al 36. Ganas el juego si los 6 números que seleccionaste aparecen en el sorteo. Responde lo siguiente:

a. ¿Cuántos posibles resultados hay en el sorteo?

$$C_6^{36} = \frac{36!}{(36-6)!\,6!} = 1\,947\,792$$

Hay 1 947 792 posibles resultados.

b. Si cada boleto de juego cuesta $1 000, ¿cuál debería ser el premio mínimo para que, si compras todos los boletos posibles, ganes dinero? (Suponiendo que solo hay un ganador).

$1\,947\,792 \cdot 1\,000 = 1\,947\,792\,000$

El monto de premio debería ser mayor que 1 947 792 000.

c. Si puedes seleccionar 7 números en lugar de 6, ¿cómo cambia la cantidad de posibles resultados?

$$C_7^{36} = \frac{36!}{(36-7)!\,7!} = 8\,347\,680$$

Aumenta de 1 947 792 a 8 347 680. Esto significa que tienes más posibilidades de ganar, ya que hay más combinaciones de números que puedes seleccionar.

3. Imagina que 7 personas suben a un vagón de metro con 4 asientos disponibles. Calcula de cuántas maneras se pueden sentar si:

a. Cualquiera de ellos tiene libre disposición del asiento y son todos de iguales características.

$$C_4^{7} = \frac{7!}{(7-4)!\,4!} = 35$$

Se pueden sentar de 35 formas distintas.

b. Uno de ellos es una mujer embarazada y se le reserva el asiento.

$$C_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!\,3!} = 20$$

Se pueden sentar de 20 formas distintas.

c. Dos de ellos manifiestan no querer asiento.

$$C_4^5 = \frac{5!}{(5-4)!\,4!} = 5$$

Se pueden sentar de 5 formas distintas.

4. **Analiza junto a un compañero el siguiente problema y responde.**

En el desarrollo de un medicamento trabajan 7 científicos. Se requiere que un grupo de 3 de ellos gestione la parte financiera de la investigación. Considerando que no se tiene preferencia por ninguno de ellos.

a. ¿De cuántas formas puede ser seleccionado el grupo de 3 científicos?

$$C_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!\,3!} = 35$$

Se pueden escoger de 35 maneras distintas.

b. Si de los 7 científicos, 4 son mujeres y 3 son hombres, ¿de cuántas formas podemos seleccionar al grupo si necesariamente debe estar compuesto por una mujer y 2 hombres?

$$C_1^4 \cdot C_2^3 = \frac{4!}{(4-1)!\,1!} \cdot \frac{3!}{(3-2)!\,2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

Se pueden escoger de 12 maneras distintas.

c. Considerando la información dada en b., ¿de cuántas formas podemos seleccionar al grupo si ya se sabe que Andrea será parte del grupo y los otros dos miembros deben ser 1 hombre y 1 mujer?

$$C_1^3 \cdot C_1^3 = \frac{3!}{(3-1)!\,1!} \cdot \frac{3!}{(3-1)!\,1!} = 3 \cdot 3 = 9$$

Se pueden escoger de 9 maneras distintas.

d. Si de los 7 científicos, 5 son mujeres y 2 son hombres, ¿de cuántas formas podemos seleccionar al grupo si necesariamente debe estar compuesto por 2 mujeres y 1 hombre?

$$C_2^5 \cdot C_1^2 = \frac{5!}{(5-2)!\,2!} \cdot \frac{2!}{(2-1)!\,1!} = 10 \cdot 2 = 20$$

Se pueden escoger de 20 maneras distintas.