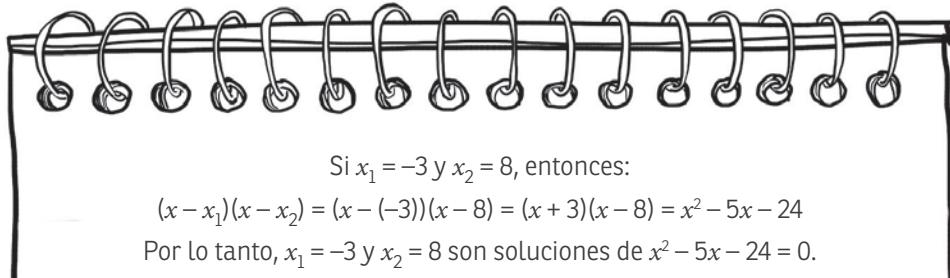


Definición de función y ecuación cuadrática: caso $f(x) = 0$

1. Determina la ecuación cuadrática que tiene por solución los siguientes pares de números. Observa el ejemplo.



- a.** $x_1 = -1$ y $x_2 = -2$

- c. $x_1 = 4$ y $x_2 = -5$

- b.** $x_1 = -6$ y $x_2 = -3$

- d. $x_1 = 10$ y $x_2 = 12$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el método de factorización.

a. $a^2 + 3a + 2 = 0$

d. $4m + 12 = m^2$

b. $z^2 + 11z + 28 = 0$

e. $x(x + 4) = 1 + 4(2 - x)$

c. $(7 + x)^2 + (7 - x)^2 = 130$

f. $(x - 2)(x + 5) = 9x - 10$

3. Analiza la factorización y luego, explica lo realizado.

$$3x^2 + 10x - 8 = 0 \quad / \cdot \frac{3}{3}$$

$$\frac{9x^2 + 10 \cdot 3x - 24}{3} = 0$$

$$\frac{(3x+12)(3x-2)}{3} = 0$$

$$\frac{3(x+4)(3x-2)}{3} = 0$$

$$(x + 4)(3x - 2) = 0$$

$$x + 4 = 0, \text{ o bien } 3x - 2 = 0$$

$$x_1 = -4 \text{ or } x_2 = \frac{2}{3}$$

4. Utiliza el método anterior para factorizar cada ecuación.

a. $5x^2 - 6x + 1 = 0$

c. $6x^2 + 29x - 5 = 0$

b. $3x^2 - x - 2 = 0$

d. $2x^2 - 11x + 15 = 0$

- 5. Resuelve los siguientes problemas.**

- a. La expresión $\frac{n(n + 1)}{2}$ permite calcular la adición de los primeros n números naturales. Si el resultado es 15, ¿cuántos números se consideraron en la suma?

- b.** La cantidad de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo de n lados está dada por la expresión $\frac{n(n - 3)}{2}$. Si un polígono tiene 5 diagonales, ¿cuántos lados tiene?

6. Resuelve las siguientes ecuaciones completando cuadrados.

a. $y^2 + y - 4 = 0$

e. $k^2 + 4k = 6$

b. $m^2 = 9 - 2m$

f. $a^2 + 8a = 3$

c. $x^2 + 11x + 2 = 0$

g. $p^2 + \frac{p}{2} - \frac{1}{3} = 0$

d. $x^2 + \frac{3x}{5} = 2$

h. $x(x + 11) - 2(x + 1) = 0$

7. Identifica el (los) error(es) cometido(s) y luego, corrígelo(s).

$$x^2 + 15x - 4 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{15}{2}x - 4 = 0$$

→ Multiplicas y divides por 2 en el segundo término.

$$x^2 + 2 \cdot \frac{15}{2}x = 4$$

→ Sumas 4 en ambos lados de la ecuación.

$$x^2 + 2 \cdot \frac{15}{2}x + \frac{15}{2} = 4 + \frac{15}{2}$$

→ Sumas $\frac{15}{2}$ en ambos lados de la ecuación.

$$\left(x + \frac{15}{2}\right)^2 = \frac{23}{2}$$

→ Factorizas el cuadrado de binomio.

$$x + \frac{15}{2} = \pm \sqrt{\frac{23}{2}}$$

→ Calculas la raíz cuadrada.

$$x_1 = -\frac{15}{2} + \sqrt{\frac{23}{2}} \text{ y } x_2 = -\frac{15}{2} - \sqrt{\frac{23}{2}}$$

→ Obtienes las soluciones.

8. Resuelve utilizando la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas.

a. $2x^2 - 3x - 11 = 0$

e. $-3y^2 - y + 1 = 0$

b. $\frac{k}{5} \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{3} \right) + \frac{k}{6} = 0$

f. $\frac{14}{9} - \frac{z^2}{3} = 0$

c. $0,1m^2 - 1,3m = 1,5$

g. $4(x+3)^2 = 2(x+4)^2$

d. $4x^2 + 5x - 9 = 3x^2 + 1$

h. $7p^2 + 4p = 5p^2 - 1$

9. Identifica el (los) error(es) cometido(s) y luego, corrígelo(s).

a. Para $2x^2 - 3x - 5 = 0$ se obtiene:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{-9 - 40}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{31}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{31}}{2} \text{ y } x_2 = \frac{-3 - \sqrt{31}}{2}$$

b. Para $x^2 + 6x + 2 = 0$ se obtiene:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{7}}{2} = -6 \pm \sqrt{7}$$

$$x_1 = -6 + \sqrt{7} \text{ y } x_2 = -6 - \sqrt{7}$$

10. En cada caso, determina el o los valores de k para que se cumpla lo pedido.

a. $x^2 + 3x + k = 0$ tenga una solución real.

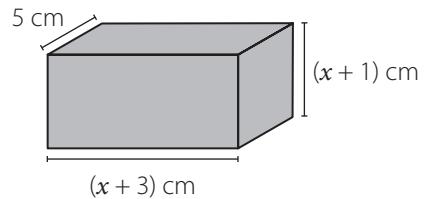
c. $x^2 + 4x + 4k = 0$ no tenga soluciones reales.

b. $kx^2 - x + 1 = 0$ tenga 2 soluciones reales y distintas.

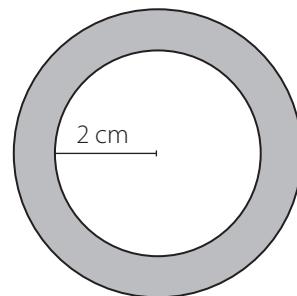
d. $(x + k)^2 - k = 0$ tenga 2 soluciones reales y distintas.

11. Resuelve los siguientes problemas y luego, analiza la pertinencia de las soluciones.

a. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja (paralelepípedo) para que su capacidad sea de 200 cm^3 ?



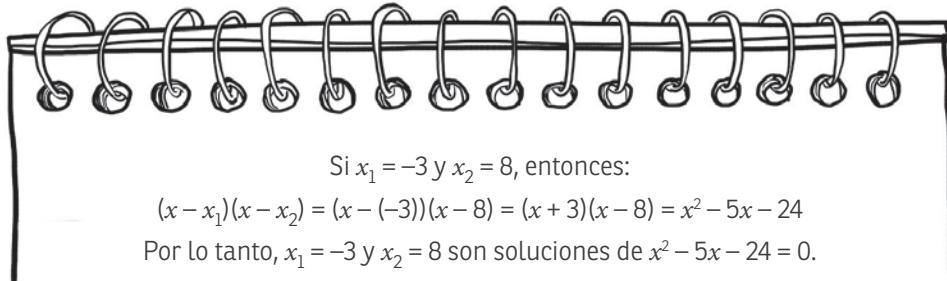
b. **Geometría** La superficie pintada de la figura es $20\pi \text{ cm}^2$. ¿Cuál debe ser el radio de la circunferencia de mayor tamaño?



c. Calcula dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 783.

Definición de función y ecuación cuadrática: caso $f(x) = 0$

1. Determina la ecuación cuadrática que tiene por solución los siguientes pares de números.
 Observa el ejemplo.



a. $x_1 = -1$ y $x_2 = -2$

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

La ecuación es $x^2 + 3x + 2 = 0$.

c. $x_1 = 4$ y $x_2 = -5$

$$(x - 4)(x + 5) = x^2 + x - 20$$

La ecuación es $x^2 + x - 20 = 0$.

b. $x_1 = -6$ y $x_2 = -3$

$$(x + 6)(x + 3) = x^2 + 9x + 18$$

La ecuación es $x^2 + 9x + 18 = 0$.

d. $x_1 = 10$ y $x_2 = 12$

$$(x - 10)(x - 12) = x^2 - 22x + 120$$

La ecuación es $x^2 - 22x + 120 = 0$.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el método de factorización.

a. $a^2 + 3a + 2 = 0$

$$(a + 1)(a + 2) = 0$$

$a_1 = -1; a_2 = -2$

d. $4m + 12 = m^2$

$$(m - 6)(m + 2) = 0$$

$m_1 = 6; m_2 = -2$

b. $z^2 + 11z + 28 = 0$

$$(z + 7)(z + 4) = 0$$

$z_1 = -4; z_2 = -7$

e. $x(x + 4) = 1 + 4(2 - x)$

$$(x + 9)(x - 1) = 0$$

$x_1 = -9; x_2 = 1$

c. $(7 + x)^2 + (7 - x)^2 = 130$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$x_1 = 4; x_2 = -4$

f. $(x - 2)(x + 5) = 9x - 10$

$$x(x - 6) = 0$$

$x_1 = 0; x_2 = 6$

3. Analiza la factorización y luego, explica lo realizado.

$$3x^2 + 10x - 8 = 0 \quad / \cdot \frac{3}{3}$$

$$\frac{9x^2 + 10 \cdot 3x - 24}{3} = 0$$

$$\frac{(3x + 12)(3x - 2)}{3} = 0$$

$$\frac{3(x + 4)(3x - 2)}{3} = 0$$

$$(x + 4)(3x - 2) = 0$$

$$x + 4 = 0, \text{ o bien } 3x - 2 = 0$$

$$x_1 = -4 \text{ o } x_2 = \frac{2}{3}$$

Se multiplica cada término de la ecuación por 1, en este caso $\frac{3}{3}$, de modo de poder factorizar el numerador.

Luego, se factoriza unos de los factores para simplificar el denominador y finalmente se resuelve la ecuación por el método de factorización.

4. Utiliza el método anterior para factorizar cada ecuación.

a. $5x^2 - 6x + 1 = 0$

$$(x - 1)(5x - 1) = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{5}$$

c. $6x^2 + 29x - 5 = 0$

$$(x + 5)(6x - 1) = 0$$

$$x_1 = -5; x_2 = \frac{1}{6}$$

b. $3x^2 - x - 2 = 0$

$$(x - 1)(3x + 2) = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = -\frac{2}{3}$$

d. $2x^2 - 11x + 15 = 0$

$$(x - 3)(2x - 5) = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = \frac{5}{2}$$

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. La expresión $\frac{n(n + 1)}{2}$ permite calcular la adición de los primeros n números naturales. Si el resultado es 15, ¿cuántos números se consideraron en la suma?

$$15 = \frac{n(n + 1)}{2}$$

$$n^2 + n - 30 = 0 \quad n_1 = 5; n_2 = -6$$

Se consideraron 5 números.

- b. La cantidad de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo de n lados está dada por la expresión $\frac{n(n - 3)}{2}$. Si un polígono tiene 5 diagonales, ¿cuántos lados tiene?

$$5 = \frac{n(n - 3)}{2}$$

$$n^2 - 3n - 10 = 0 \quad n_1 = 5; n_2 = -2$$

Tiene 5 lados.

6. Resuelve las siguientes ecuaciones completando cuadrados.

a. $y^2 + y - 4 = 0$

$$y_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; y_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

e. $k^2 + 4k = 6$

$$k_1 = -2 + \sqrt{10}; k_2 = -2 - \sqrt{10}$$

b. $m^2 = 9 - 2m$

$$m_1 = -1 + \sqrt{10}; m_2 = -1 - \sqrt{10}$$

f. $a^2 + 8a = 3$

$$a_1 = -4 + \sqrt{19}; a_2 = -4 - \sqrt{19}$$

c. $x^2 + 11x + 2 = 0$

$$x_1 = \frac{-11 + \sqrt{113}}{2}; x_2 = \frac{-11 - \sqrt{113}}{2}$$

g. $p^2 + \frac{p}{2} - \frac{1}{3} = 0$

$$p_1 = \frac{-3 + \sqrt{57}}{12}; p_2 = \frac{-3 - \sqrt{57}}{12}$$

d. $x^2 + \frac{3x}{5} = 2$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{209}}{10}; x_2 = \frac{-3 - \sqrt{209}}{10}$$

h. $x(x + 11) - 2(x + 1) = 0$

$$p_1 = \frac{-9 + \sqrt{89}}{2}; p_2 = \frac{-9 - \sqrt{89}}{2}$$

7. Identifica el (los) error(es) cometido(s) y luego, corrígelo(s).

$$x^2 + 15x - 4 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{15}{2}x - 4 = 0$$

→ Multiplicas y divides por 2 en el segundo término.

$$x^2 + 2 \cdot \frac{15}{2}x = 4$$

→ Sumas 4 en ambos lados de la ecuación.

$$x^2 + 2 \cdot \frac{15}{2}x + \frac{15}{2} = 4 + \frac{15}{2}$$

→ Sumas $\frac{15}{2}$ en ambos lados de la ecuación.

$$\left(x + \frac{15}{2}\right)^2 = \frac{23}{2}$$

→ Factorizas el cuadrado de binomio.

$$x + \frac{15}{2} = \pm \sqrt{\frac{23}{2}}$$

→ Calculas la raíz cuadrada.

$$x_1 = -\frac{15}{2} + \sqrt{\frac{23}{2}} \text{ y } x_2 = -\frac{15}{2} - \sqrt{\frac{23}{2}}$$

→ Obtienes las soluciones.

El error está en que se debe sumar $\left(\frac{15}{2}\right)^2$ en vez de $\frac{15}{2}$. El resultado de la ecuación es

$$x_1 = \frac{-15 + \sqrt{241}}{2}; x_2 = \frac{-15 - \sqrt{241}}{2}.$$

8. Resuelve utilizando la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas.

a. $2x^2 - 3x - 11 = 0$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{97}}{4}; x_2 = \frac{3 - \sqrt{97}}{4}$$

b. $\frac{k}{5} \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{3} \right) + \frac{k}{6} = 0$

$$k_1 = 0; k_2 = -\frac{7}{3}$$

c. $0,1m^2 - 1,3m = 1,5$

$$m_1 = \frac{13 + \sqrt{229}}{2}; m_2 = \frac{13 - \sqrt{229}}{2}$$

d. $4x^2 + 5x - 9 = 3x^2 + 1$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{65}}{2}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{65}}{2}$$

e. $-3y^2 - y + 1 = 0$

$$y_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{6}; y_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{6}$$

f. $\frac{14}{9} - \frac{z^2}{3} = 0$

$$z_1 = \sqrt{\frac{14}{3}}; z_2 = -\sqrt{\frac{14}{3}}$$

g. $4(x+3)^2 = 2(x+4)^2$

$$x_1 = -2 + \sqrt{2}; x_2 = -2 - \sqrt{2}$$

h. $7p^2 + 4p = 5p^2 - 1$

$$p_1 = \frac{-2 + \sqrt{2}}{2}; p_2 = \frac{-2 - \sqrt{2}}{2}$$

9. Identifica el (los) error(es) cometido(s) y luego, corrígelo(s).

a. Para $2x^2 - 3x - 5 = 0$ se obtiene:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{-9 - 40}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{31}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{31}}{2} \text{ y } x_2 = \frac{-3 - \sqrt{31}}{2}$$

Se cometen errores al remplazar el coeficiente $-b$ y al desarrollar b^2 .

El resultado debe ser: $x_1 = -1; x_2 = \frac{5}{2}$

b. Para $x^2 + 6x + 2 = 0$ se obtiene:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{7}}{2} = -6 \pm \sqrt{7}$$

$$x_1 = -6 + \sqrt{7} \text{ y } x_2 = -6 - \sqrt{7}$$

Se simplifica mal el -6 de la fracción.

El resultado debe ser:

$$x_1 = -3 + \sqrt{7}; x_2 = -3 - \sqrt{7}$$

10. En cada caso, determina el o los valores de k para que se cumpla lo pedido.

a. $x^2 + 3x + k = 0$ tenga una solución real.

$$9 - 4 \cdot 1 \cdot k = 0$$

$$k = \frac{9}{4}$$

c. $x^2 + 4x + 4k = 0$ no tenga soluciones reales.

$$16 - 4 \cdot 1 \cdot 4k < 0$$

$$k > 1$$

b. $kx^2 - x + 1 = 0$ tenga 2 soluciones reales y distintas.

$$1 - 4 \cdot k \cdot 1 > 0$$

$$k < \frac{1}{4}$$

d. $(x + k)^2 - k = 0$ tenga 2 soluciones reales y distintas.

$$4k^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k^2 - k) > 0$$

$$k > 0$$

11. Resuelve los siguientes problemas y luego, analiza la pertinencia de las soluciones.

a. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja (paralelepípedo) para que su capacidad sea de 200 cm^3 ?

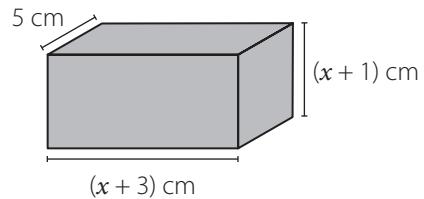
$$5(x+3)(x+1) = 200$$

$$5(x^2 + 4x + 3) = 200$$

$$5x^2 + 20x - 185 = 0$$

$$x_1 = -2 + \sqrt{41}; x_2 = -2 - \sqrt{41}$$

Las dimensiones deben ser 5 cm; 5,4 cm y 7,4 cm, aproximadamente.



b. **GEOMETRÍA** La superficie pintada de la figura es $20\pi \text{ cm}^2$. ¿Cuál debe ser el radio de la circunferencia de mayor tamaño?

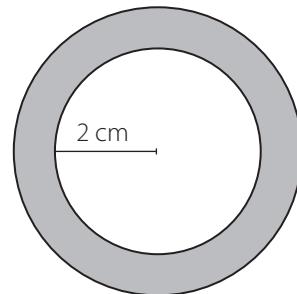
$$\pi r^2 - \pi 2^2 = 20\pi$$

$$\pi r^2 - 4\pi = 20\pi$$

$$r^2 = 24$$

$$r = \sqrt{24}$$

El radio debe ser de $\sqrt{24}$ cm.



c. Calcula dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 783.

$$(2n - 1)(2n + 1) = 783$$

$$4n^2 = 784$$

$$n = 14$$

$$2n - 1 = 27 \quad 2n + 1 = 29$$

Los números son 27 y 29.