Aproximación y representación de números reales

1. Completa la siguiente tabla con aproximaciones de números reales considerando la cantidad de cifras decimales indicada. Guíate por el ejemplo:

Número	N° de cifras decimales	Aprox. por defecto	Error	Aprox. por exceso	Error	Redondeo
1,23453…	3	1,234	0,000053…	1,235	0,0000047…	1,235
0,00654…	4	0,0065	0,00004…	0,0066	0,00006…	0,0065
–7,8932…	2	–7,89	–0,0032…	–7,89	–0,0032…	–7,89
9,87771…	1	9,8	0,07771…	9,9	0,0229…	9,9
5,46445…	3	5,464	0,00045…	5,465	0,00055…	5,464
–0,8529…	2	–0,86	0,0071…	–0,85	–0,0029…	–0,85
–6,6653…	4	–6,6654	0,0001…	–6,6653	0,0000…	–6,6653
11,1228…	3	11,122	0,0008…	11,123	0,0002…	11,123
–8,4627	1	–8,5	–0,0373…	–8,4	–0,0627…	–8,5
3,14159…	3	3,141	0,00059…	3,142	0,00041…	3,142
–2,7182…	2	–2,72	0,0018	–2,71	0,0082…	–2,72

2. Geometría Utiliza una calculadora para determinar el perímetro y el área de cada figura. Considera una aproximación con 2 cifras decimales por defecto en cada caso.

a. Circunferencia de radio $\sqrt{17}$ cm.

$$P = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{17} \rightarrow P \approx 25{,}90 \text{ cm}$$
$$A = \pi \cdot \sqrt{17}^2 \rightarrow A \approx 53{,}40 \text{ cm}^2$$

b. Cuadrado de lado 1,123 cm.

$$P = 1{,}123 \cdot 4 \rightarrow P \approx 4{,}49 \text{ cm}$$
$$A = 1{,}123^2 \rightarrow A \approx 1{,}26 \text{ cm}^2$$

c. Triángulo isósceles de base 0,3 m y altura $\sqrt{2}$ m.

$$P \approx 1{,}42 + 1{,}42 + 0{,}3 \rightarrow P \approx 3{,}14 \text{ m}$$
$$A = \frac{0{,}3 \cdot \sqrt{2}}{2} \rightarrow A \approx 0{,}21 \text{ m}^2$$

d. Circunferencia de radio 0,324 cm.

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}324 \rightarrow P \approx 2{,}03 \text{ cm}$$
$$A = \pi \cdot 0{,}324^2 \rightarrow A \approx 0{,}32 \text{ cm}^2$$

e. Cuadrado cuya diagonal mide $2\sqrt{7}$ m.

$$P = \sqrt{14} \cdot 4 \rightarrow P \approx 14{,}96 \text{ m}$$
$$A = \frac{(2\sqrt{7})^2}{2} \rightarrow A = 14 \text{ m}^2$$

f. Triángulo rectángulo isósceles de base $\sqrt{8}$ m y altura $\sqrt{2}$ m.

$$P = 2 + 2 + \sqrt{8} \rightarrow P \approx 6{,}82 \text{ m}$$
$$A = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}}{2} \rightarrow A = 2 \text{ m}^2$$

3. **Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).**

a. F El número irracional 2,34192… aproximado a la décima por exceso es 2,34.

b. F El número irracional 0,9997… aproximado a la centésima por defecto es 1.

c. V El error en el redondeo a dos cifras decimales de $\sqrt{11} \approx 3{,}31662479\ldots$ es de 0,00337…

d. V El redondeo con una cifra decimal de 7,3266637… es 7,3.

e. F Siempre la aproximación por defecto de un número es menor que su aproximación por exceso.

4. **En cada caso, escribe un número que cumpla con lo solicitado.**

a. Al redondearlo a la milésima, se obtiene 2,331.

2,3312

b. Al aproximarlo a la centésima por defecto, se obtiene 8,71.

8,716

c. Al aproximarlo por exceso a la décima, se produce un error de 0,0993…

1,1007…

d. Al redondearlo a la centésima, se obtiene 5,54.

5,536

e. Al aproximarlo por exceso a la milésima, se obtiene 1,181.

1,1803

f. Al aproximarlo por defecto a la décima, el error es 0,062…

1,962…

5. **Determina el número que cumpla con lo solicitado.**

a. Aproxima el número 8,47335 de modo que el error sea menor que 0,001.

8,474

b. Aproxima a la milésima el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide 7,773219… cm.

31,093

6. Resuelve los siguientes problemas:

a. Si se aproxima 19,649 a 19,65, ¿qué aproximación se está aplicando?, ¿cuál es el error de aproximación?

Aproximación por exceso, el error es 0,001.

b. A Javier le han pasado un parte por conducir a exceso de velocidad en un lugar donde la máxima permitida es 100 km/h. Él señala que el velocímetro de su automóvil le ha indicado que solo ha recorrido 1,67 km en 1 minuto. ¿Cuál es el error de aproximación? ¿Es correcto decir que la infracción fue injusta?

El error es 0,2 km/h la infracción es correcta pues excedió el máximo permitido.

c. Para encontrar $\sqrt{5}$, Pedro dijo que como $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$, el número está entre 2 y 3 y, por lo tanto, la mejor estimación es $\frac{2+3}{2}$. ¿Qué error cometió?

Un error fue no considerar en la estimación que 5 está más cerca de 4 que de 9, por lo que $\sqrt{5}$ está más cerca de 2 que de 3.

d. Considera el siguiente listado de números:

3,23; 4,57; 7,82; 4,55; 1,22; 4,02; 7,11; 3,21; 4,7; 3,45; 5,43; 2,12; 1,41; 5,3; 1,02; 0,14

e. Calcula el promedio

- truncado a la décima.

3,7

- aproximado por redondeo a la décima.

3,7

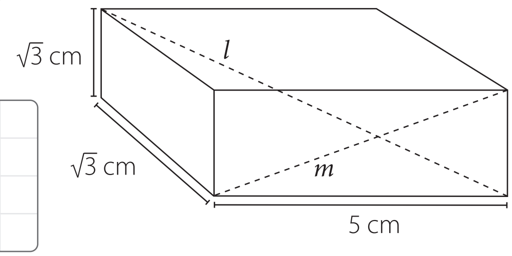
f. ¿Cuál es el error cometido en ambos cálculos?

En ambos es 0,00625.

g. La masa de una persona adulta es de 75,5 kg y la de su hijo es de 8,6 kg. Si se aproximan sus masas a 76 kg y 9 kg, respectivamente, ¿cuál aproximación es mejor? Explica.

Error adulto 0,5 kg y error hijo 0,4 kg, por lo tanto la mejor aproximación es del hijo, pues posee menor error.

7. Geometría Analiza el siguiente paralelepípedo y luego resuelve:



a. Calcula la longitud l.

$\sqrt{3}^2 + \sqrt{28}^2 = l^2$

$l = \sqrt{31}$ cm

b. ¿Qué medida de la figura debería cambiar para que el resultado sea un número racional? ¿Por qué?

Si la altura aumenta a $\sqrt{8}$ cm la longitud será 6 cm.

c. ¿Cuál es la medida de m aproximada por redondeo a la décima?

$m^2 = 5^2 + \sqrt{3}^2 \rightarrow m^2 = 28 \rightarrow m = \sqrt{28} \rightarrow m \approx 5{,}3$

8. Ubica cada uno de los siguientes números entre dos números enteros consecutivos:

a. $\sqrt{210}$

Entre 14 y 15.

b. $\sqrt{11}$

Entre 3 y 4.

c. $\sqrt{92}$

Entre 9 y 10.

d. $\sqrt{6}$

Entre 2 y 3.

e. $\sqrt{120}$

Entre 10 y 11.

f. $\sqrt{3}$

Entre 1 y 2.

9. Ordena de menor a mayor los siguientes números:

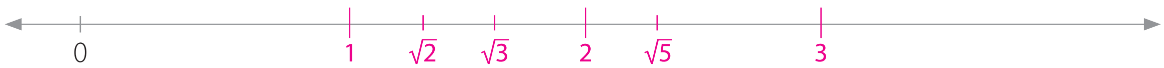
$9\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{3}$

$\sqrt{17}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{32}$,

$2\sqrt{10}$, $\sqrt{72}$, $\sqrt{3}$

$\sqrt{3} < \sqrt{17} < 2\sqrt{5} < 3\sqrt{3} < \sqrt{32} < 2\sqrt{10} < \sqrt{50} < \sqrt{72} < 9\sqrt{2}$

10. Representen en la recta numérica 3 números irracionales distintos. Luego, intercambien sus representaciones y respondan. Ejercicio de ejemplo:



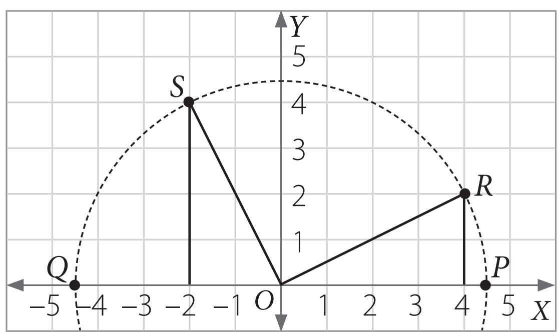
a. ¿Cuáles son los números representados por tu compañero? Expliquen cómo lo supieron.

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

b. Ordenen de mayor a menor los números representados.

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$

11. Analiza la representación de números irracionales utilizando un compás.



a. ¿Cuánto mide la distancia entre O y R?, ¿es la misma que entre O y S? Explica.

La distancia entre O y R es $\sqrt{20}$, corresponde a la misma, pues son dos triángulos congruentes.

b. ¿Cuáles son los números representados por Q y P?, ¿qué característica aprecias?

$-\sqrt{20}$ y $\sqrt{20}$, corresponden al radio de la circunferencia con centro en 0.