

# Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Calcula la función inversa para cada función biyectiva  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

a.  $f(x) = -5x$

d.  $f(x) = -x$

b.  $f(x) = 11x$

e.  $f(x) = \frac{3x}{7}$

c.  $f(x) = 1,2x$

f.  $f(x) = -\frac{3}{4}x$

2. Analiza la siguiente situación y luego, resuelve.

Se tiene una función lineal con dominio y recorrido en los números reales; además, su gráfica pasa por el punto  $A(3,5; 1)$ .

a. Calcula la función y su función inversa.

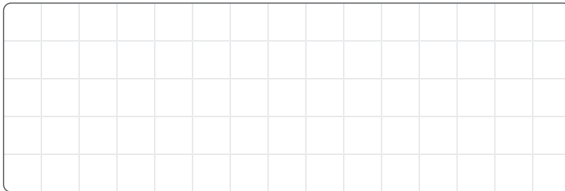
b. Grafica la función y su función inversa.

3. Completa la tabla. Considera que todas las funciones son biyectivas  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

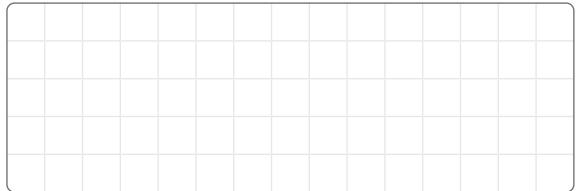
|    | $f(x)$                   | $f^{-1}(x)$                 |
|----|--------------------------|-----------------------------|
| a. | $f(x) = 4x - 1$          |                             |
| b. |                          | $f^{-1}(x) = 5 + x$         |
| c. |                          | $f^{-1}(x) = \frac{7-x}{2}$ |
| d. | $f(x) = x + \frac{5}{3}$ |                             |
| e. |                          | $f^{-1}(x) = -6x$           |

4. Analiza las funciones biyectivas y luego, explica si una es función inversa de la otra.

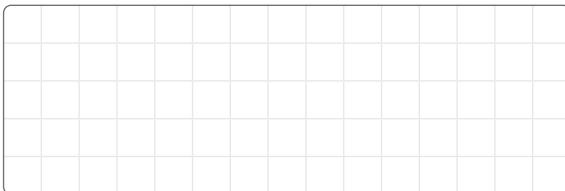
a.  $f(x) = 3 - 2x$  y  $g(x) = 3 + 2x$



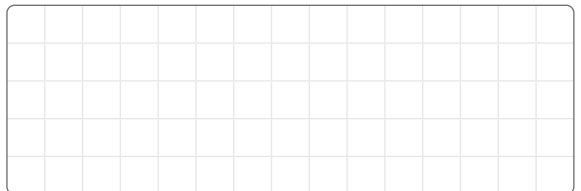
c.  $f(x) = \frac{x}{5} + 1$  y  $g(x) = \frac{1}{5} + x$



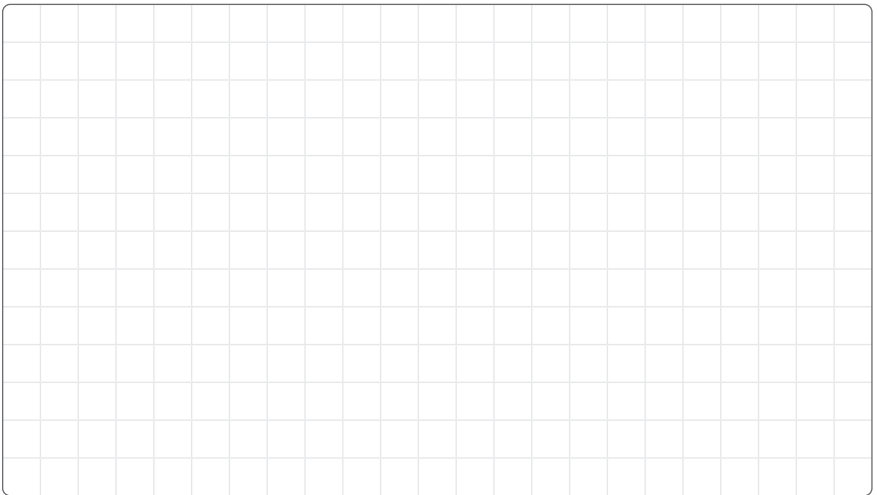
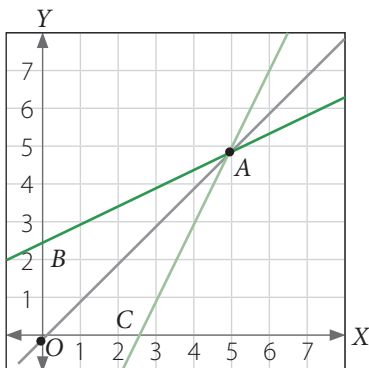
b.  $f(x) = \frac{4x-1}{8}$  y  $g(x) = \frac{8x-1}{4}$



d.  $f(x) = \frac{10-x}{7}$  y  $g(x) = 10 - 7x$



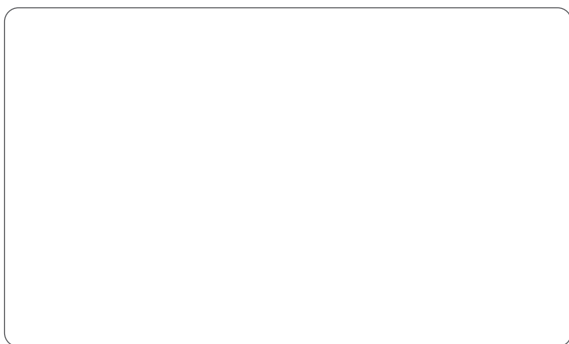
5. Calcula el área del triángulo  $AOB$  que se forma con la gráfica de la función inversa de  $f(x) = 2x - 5$ , la recta  $y = x$  y el eje  $Y$ .



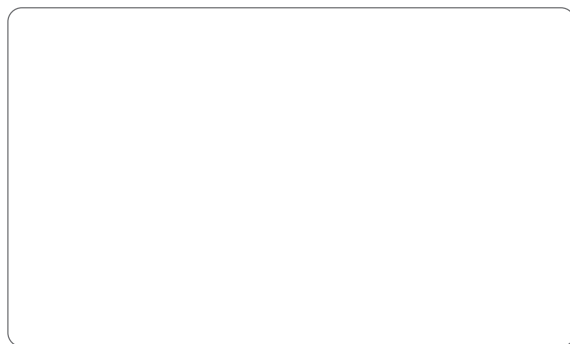


7. Grafica cada función y su función inversa. Luego, escribela.

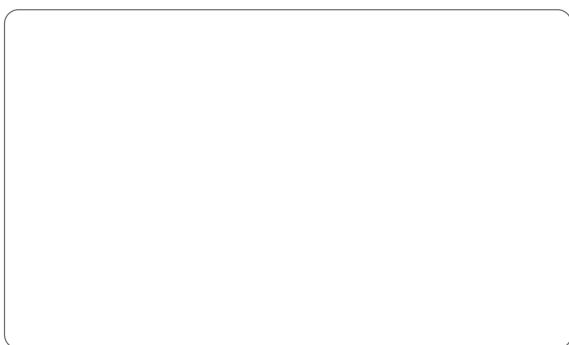
a.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 2 - x$ .



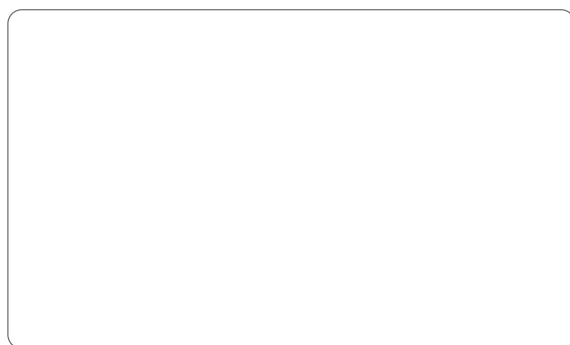
c.  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(x) = 4x + 9$ .



b.  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $h(x) = 0,6 + 0,4x$ .

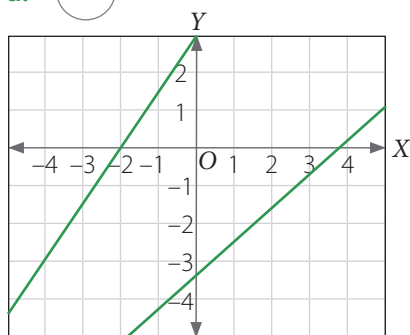


d.  $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $p(x) = 5 - 0,5x$ .

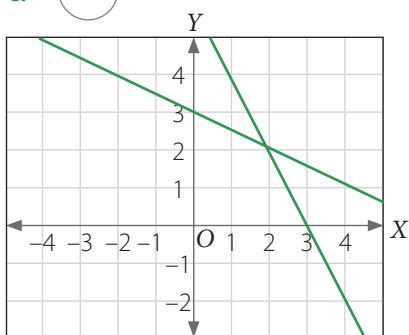


8. Identifica los gráficos que representen una función con su función inversa. Para ello, marca con un ✓ según corresponda, marca con una ✗ en caso contrario.

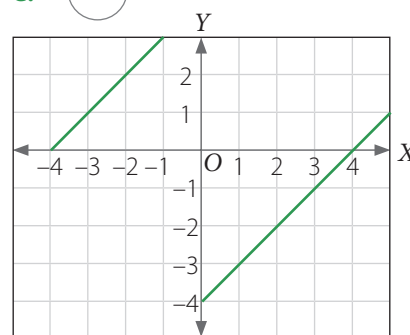
a. ☐



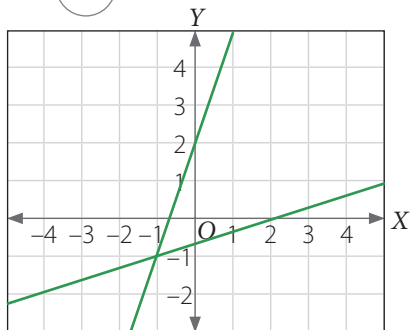
c. ☐



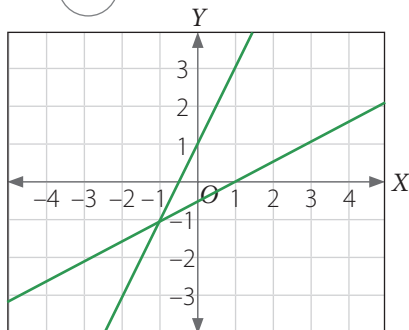
e. ☐



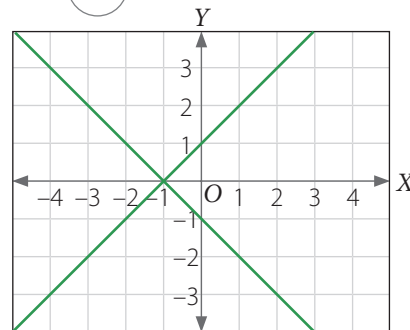
b. ☐



d. ☐



f. ☐



# Inversas de las funciones lineal, afín y cuadrática

1. Calcula la función inversa para cada función biyectiva  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

a.  $f(x) = -5x$

$$f^{-1}(x) = -\frac{x}{5}$$

d.  $f(x) = -x$

$$f^{-1}(x) = -x$$

b.  $f(x) = 11x$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{11}$$

e.  $f(x) = \frac{3x}{7}$

$$f^{-1}(x) = \frac{7x}{3}$$

c.  $f(x) = 1,2x$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x}{6}$$

f.  $f(x) = -\frac{3}{4}x$

$$f^{-1}(x) = -\frac{4x}{3}$$

2. Analiza la siguiente situación y luego, resuelve.

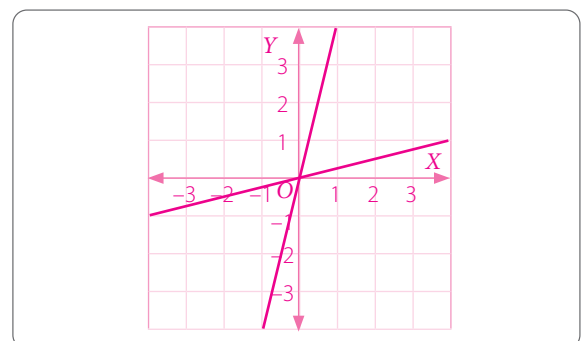
Se tiene una función lineal con dominio y recorrido en los números reales; además, su gráfica pasa por el punto  $A(3,5; 1)$ .

a. Calcula la función y su función inversa.

$$f(x) = \frac{2x}{7}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{7x}{2}$$

b. Grafica la función y su función inversa.



3. Completa la tabla. Considera que todas las funciones son biyectivas  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

|    | $f(x)$                   | $f^{-1}(x)$                   |
|----|--------------------------|-------------------------------|
| a. | $f(x) = 4x - 1$          | $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$   |
| b. | $f(x) = x - 5$           | $f^{-1}(x) = 5 + x$           |
| c. | $f(x) = -2x + 7$         | $f^{-1}(x) = \frac{7-x}{2}$   |
| d. | $f(x) = x + \frac{5}{3}$ | $f^{-1}(x) = x - \frac{5}{3}$ |
| e. | $f(x) = -\frac{x}{6}$    | $f^{-1}(x) = -6x$             |

4. Analiza las funciones biyectivas y luego, explica si una es función inversa de la otra.

a.  $f(x) = 3 - 2x$  y  $g(x) = 3 + 2x$

No son inversas, ya que  $f^{-1}(x) = -\frac{x-3}{2}$ .

c.  $f(x) = \frac{x}{5} + 1$  y  $g(x) = \frac{1}{5} + x$

No son inversas, ya que  $f^{-1}(x) = 5x - 5$ .

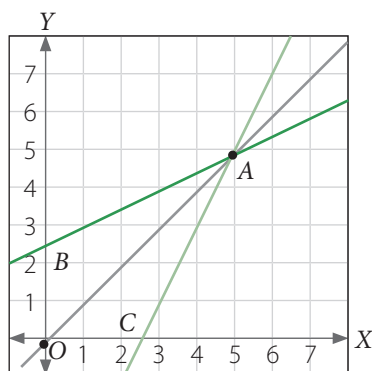
b.  $f(x) = \frac{4x-1}{8}$  y  $g(x) = \frac{8x-1}{4}$

No son inversas, ya que  $f^{-1}(x) = \frac{8x+1}{4}$ .

d.  $f(x) = \frac{10-x}{7}$  y  $g(x) = 10 - 7x$

Sí son inversas.

5. Calcula el área del triángulo  $AOB$  que se forma con la gráfica de la función inversa de  $f(x) = 2x - 5$ , la recta  $y = x$  y el eje  $Y$ .



$$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$$

La recta interseca al eje  $Y$  en el punto  $(0; 2,5)$ .  
Luego, el área está dada por:

$$A = \frac{2,5 \cdot 5}{2} = 6,25$$

Entonces, el área del triángulo  $AOB$  es de 6,25 unidades cuadradas.

6. Analiza cada situación y luego, responde.

El proceso de llenado de un estanque de agua está modelado por la función  $h(t) = 0,8 + 0,1t$ , en el que  $t$  es el tiempo (en horas) transcurrido y  $h$  es la altura (en metros) que alcanza el agua del estanque, durante ese instante de tiempo.

- a. ¿En qué intervalo se deben definir las variables para que la función  $h(t)$  sea biyectiva?

$$t \geq 0 \text{ y } h \geq 0,8$$

- b. ¿Qué altura alcanza el agua en el estanque al pasar 6 horas y 24 minutos?

$$h(6,4) = 0,8 + 0,1 \cdot 6,4 = 1,44 \quad \text{El agua del estanque alcanza 1,44 m.}$$

- c. ¿Es posible hallar  $h^{-1}(t)$ ? De ser posible, encuentra  $h^{-1}(t)$ ; en caso contrario, explica las razones por las cuales no es posible hallar dicha función.

$$h^{-1}(t) = 10t - 8$$

Se sabe que, a nivel del mar, la temperatura  $t$  necesaria para que el agua esté en ebullición es de  $100^\circ\text{C}$ . Sin embargo, un grupo de científicos ha determinado que dicha temperatura  $t$  disminuye, en función de la altura  $h$ , bajo la siguiente función:  $t(h) = 100 - 0,001h$ .

- d. Si una persona está en una montaña a 800 m de altura, ¿cuál será el nuevo punto de ebullición del agua?

$$t(800) = 100 - 0,001 \cdot 800 = 99,2 \quad \text{El punto de ebullición será de } 99,2^\circ\text{C.}$$

- e. ¿En qué dominio se debe definir esta función para que sea biyectiva? ¿Cuál sería la función inversa de  $t(h)$  en dicho dominio?

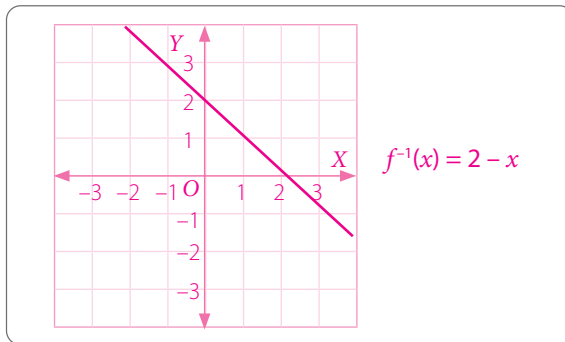
$$\text{Dom}(t) : \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad t^{-1}(h) = -1\,000h + 100\,000$$

- f. Si Josué desconoce la altura de su ubicación, pero al poner a hervir agua determina con un termómetro que su ebullición ocurrió a los  $96,5^\circ\text{C}$ , ¿cuál será la altura a la que se encuentra respecto del nivel del mar?

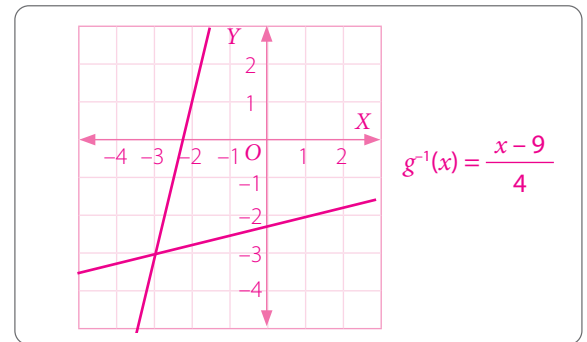
$$t^{-1}(h) = -1\,000 \cdot 96,5 + 100\,000 = 3\,500 \quad \text{Se encuentra a 3 500 m sobre el nivel del mar.}$$

7. Grafica cada función y su función inversa. Luego, escribela.

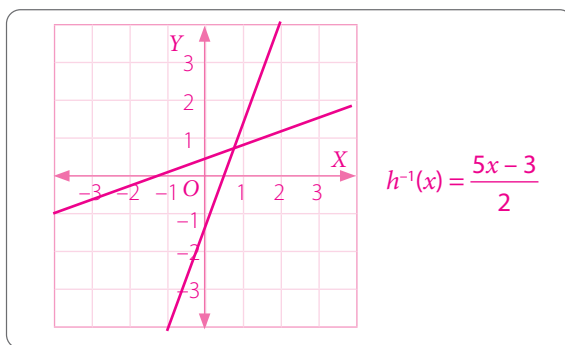
a.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 2 - x$ .



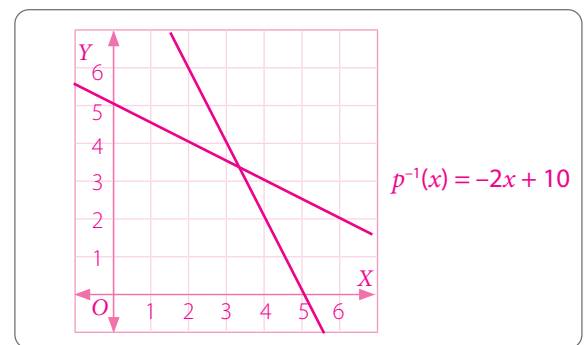
c.  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(x) = 4x + 9$ .



b.  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $h(x) = 0,6 + 0,4x$ .



d.  $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $p(x) = 5 - 0,5x$ .



8. Identifica los gráficos que representen una función con su función inversa. Para ello, marca con un ✓ según corresponda, marca con una ✗ en caso contrario.

