

Ficha 6

Evaluación formativa

Nombre: _____ Curso: _____

1. Resuelve el problema.

Una industria dedicada a la fabricación de productos de vidrio decidió utilizar materias primas recicladas para elaborar una línea de vasos cilíndricos cuyo diseño se muestra en la imagen. En ella, x representa la longitud del radio expresada en centímetros.



- a. Construye una función que modele la capacidad de un vaso usando como variable la longitud de su radio basal. Llámala $V(x)$.

$$V(x) = 2 \cdot \pi \cdot x^3$$

- b. De acuerdo con el contexto de la situación planteada, ¿cuál es el dominio de $V(x)$?

El dominio es \mathbb{R}^+ .

- c. Elabora una tabla de valores con algunos puntos de la gráfica de la función $V(x)$.

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------------------------|---|------|-------|--------|--------|
| $V(x) \text{ (cm}^3\text{)}$ | 0 | 6,28 | 50,24 | 169,56 | 401,92 |

- d. ¿Es la función $V(x)$ creciente o decreciente en su dominio?

Es una función creciente.

- e. Si la altura del vaso que se puede llenar fuera 10 cm, ¿cuánto mediría su radio basal?, ¿cuál sería su capacidad?

$$\begin{aligned} \text{Altura: } 2 \cdot x &= 10 \text{ cm} \\ x &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Capacidad:} \\ V(5) &= 2 \cdot \pi \cdot (5 \text{ cm})^3 = 250 \cdot \pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

El radio basal mediría 5 cm y su capacidad sería $250 \cdot \pi \text{ cm}^3$.

- f. Si el radio del vaso se duplicara, ¿cómo cambiaría su altura?, ¿y su capacidad?

$$\begin{aligned} \text{Radio: } 2 \cdot x \\ \text{Altura: } 2 \cdot (2 \cdot x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Capacidad:} \\ V(2 \cdot x) &= 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot x)^3 = 8 \cdot (2 \cdot \pi \cdot x^3) = 8 \cdot V(2 \cdot x) \end{aligned}$$

Su altura se duplicaría y su volumen aumentaría 8 veces.

2. Lee la siguiente situación.

Al aumentar el radio de una esfera, tanto su área (A) como su volumen (V) aumentan. Sin embargo, no lo hacen en la misma proporción.



Archivo editorial.

- a. Busca en internet o en libros técnicos las fórmulas del área y del volumen de una esfera.

$$\text{Área: } 4 \cdot \pi \cdot r^2; \text{ Volumen: } \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \pi \cdot r^3.$$

- b. Considera el área y el volumen de una esfera como funciones de su radio r . Llámalas $V(r)$ y $A(r)$ e identifica su dominio y su recorrido.

Para ambas el dominio y recorrido es \mathbb{R}^+ .

- c. ¿Qué forma tendrán las gráficas de las funciones $A(r)$ y $V(r)$? Constrúyelas usando un *software* geométrico y verifica tus predicciones.

Son ramas positivas de funciones potencias de exponentes 2 y 3.

- d. De acuerdo con estas gráficas, ¿cuál de las funciones crece más rápido al aumentar el valor de r , $A(r)$ o $V(r)$?

Crece más rápido el área.

- e. ¿Cuál es la razón $V:A$ del planeta Tierra si se le considera una esfera perfecta y se toma 6371 km como una medida promedio de su radio?

$$V:A = \left(\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \right) = \left(\frac{\frac{4}{3} r}{4} \right) = \frac{r}{3} \quad \triangleright \quad V:A = 6371:3$$

La razón es $V:A = 6371:3$.

3. Analiza la siguiente situación y responde.

Una entidad bancaria permite a sus clientes ahorrar dinero a través de su servicio de cuentas personales. El tipo de interés que ofrece es compuesto, por lo tanto, al finalizar cada año la cantidad de dinero existente corresponde al monto que había al inicio del año más el interés que se generó respecto de este. Así, por ejemplo, si al inicio del año tienes un capital C y la tasa de interés compuesto es x , entonces el capital C_1 que tendrás al finalizar el año será:

$$C_1 = C + C \cdot x$$



Archivo editorial.

- a. Deduce la expresión que te permite determinar el monto de dinero C_2 que habrá en tu cuenta al finalizar el año 2.

$$\begin{aligned} C_2 &= C_1 + C_1 \cdot x \\ C_2 &= C_1 \cdot (1 + x) \\ C_2 &= (C \cdot (1 + x)) \cdot (1 + x) \\ C_2 &= C \cdot (1 + x)^2 \end{aligned}$$

La expresión es $C_2 = C \cdot (1 + x)^2$.

- b. Construye un modelo que puedas usar para saber cuánto dinero tendrá tu cuenta al finalizar el año 4. Considera como variable la tasa de interés ofrecida. ¿Qué tipo de función es?

Para calcular C_3 : $C_3 = C_2 + C_2 \cdot x$
 $C_3 = C_2 \cdot (1 + x)$
 $C_3 = (C \cdot (1 + x)^2) \cdot (1 + x)$
 $C_3 = C \cdot (1 + x)^3$

Para calcular C_4 : $C_4 = C_3 + C_3 \cdot x$
 $C_4 = C_3 \cdot (1 + x)$
 $C_4 = (C \cdot (1 + x)^3) \cdot (1 + x)$
 $C_4 = C \cdot (1 + x)^4$

Corresponde a una función potencia par y es $C_4 = C \cdot (1 + x)^4$.

- c. Grafica tu modelo usando un *software* geométrico, por ejemplo, accediendo a <https://bit.ly/2N8oBRy>. ¿Qué forma tiene la gráfica?, ¿es creciente o decreciente en su dominio? Explica.

Tiene la forma de una rama ascendente, ya que es una función potencia y es creciente en su dominio.

- d. Si depositas \$400 000 el primer día del año 1 a una tasa de interés de 1 %, ¿cuánto dinero tendrás el año 4, aproximadamente?

Reemplazando los valores en la fórmula:
 $C_4 = \$400\,000 \cdot (1 + 0,01)^4 = \$416\,241,604$

Al año 4 habrá aproximadamente \$416 242.

Mis logros

Marca con un ☒ las actividades que desarrollaste correctamente.

| Indicador | Actividad |
|---|-------------------|
| 1. Modelamiento con la función potencia | 1a 1b 1c 1d 2a 2b |
| | 2c 2d 3a 3b 3c |
| 2. Uso de la función potencia para resolver problemas | 1e 1f 2e 3d |

Criterios de evaluación

- » 0 a 7 actividades correctas
Parcialmente logrado
Vuelvo a estudiar los contenidos.
- » 8 a 13 actividades correctas
Medianamente logrado
Repaso donde fallé.
- » 14 o 15 actividades correctas
Logrado
Muy bien, lo logré.

Reflexiona y responde

- ¿Estuvo el resultado de esta evaluación acorde con lo que esperabas?, ¿por qué?
- ¿Cómo describirías con tus propias palabras la forma de las gráficas de la función estudiada?