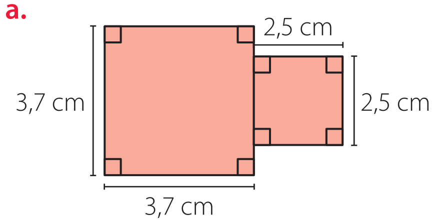
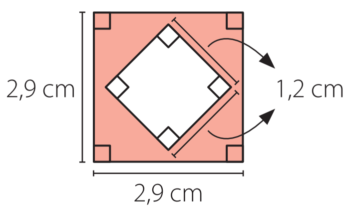
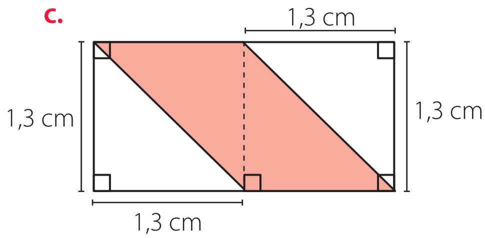
Potencias de base racional y exponente entero

1. Las potencias son una herramienta matemática que permite representar la multiplicación repetida de un número por sí mismo. Al calcular áreas, las potencias facilitan el trabajo, especialmente cuando se trata de figuras planas como cuadrados. Escribe la expresión que permite calcular cada una de las áreas coloreadas usando potencias y luego calcúlalas.

Figura	Expresión	Área total
a. 	$3{,}7^2 + 2{,}5^2$	$3{,}7^2 + 2{,}5^2 = 19{,}94 \text{ cm}^2$
b. 	$2{,}9^2 - 1{,}2^2$	$2{,}9^2 - 1{,}2^2 = 6{,}97 \text{ cm}^2$
c. 	$2 \cdot 1{,}3^2 - 2 \cdot \frac{1{,}3^2}{2}$	$2 \cdot 1{,}3^2 - 2 \cdot \frac{1{,}3^2}{2} = 1{,}69 \text{ cm}^2$

2. Escribe el número que falta en cada una de las igualdades.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\boxed{3}}$

b. $\left(\frac{7}{17}\right)^{\boxed{0}} = 1$

c. $\frac{1}{\boxed{-9}} = -3^{-2}$

d. $\frac{(-12)^4}{(-13)^4} = \left(\frac{12}{13}\right)^{\boxed{4}}$

e. $\left(\frac{6}{7}\right)^{\boxed{-4}} = \frac{7^4}{6^4}$

f. $\left(\frac{9}{5}\right)^{\boxed{-2}} = \frac{25}{\boxed{81}}$

g. $1{,}2^2 = \left(\frac{25}{36}\right)^{\boxed{-1}}$

h. $0{,}\overline{5}^3 = \left(\frac{\boxed{9}}{\boxed{5}}\right)^{-3}$

i. $\left(\frac{11}{15}\right)^8 = \frac{11^{\boxed{8}}}{15^8}$

j. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \frac{8}{\boxed{27}}$

k. $\left(\frac{5}{7}\right)^{\boxed{3}} = \frac{\boxed{125}}{343}$

l. $0{,}49^{-4} = (-0{,}7)^{\boxed{-8}}$

3. Lee atentamente la siguiente información:

El fractal de Vicsek es un fractal que por sus propiedades, al igual que el triángulo de Sierpinski, tiene aplicaciones en el diseño de antenas compactas. La construcción del fractal de Vicsek se da de la siguiente manera:

- El procedimiento se inicia con un cuadrado.
- El cuadrado se corta en 9 sectores congruentes, formándose una cuadrícula de 3 x 3.
- Se conservan los cuatro sectores de las esquinas y el sector central, mientras que los otros se eliminan. Esto resulta en una figura con forma de «X».
- El paso anterior vuelve a aplicarse a cada uno de los cuadrados no eliminados mediante recursividad.

A partir de este proceso, se forman las siguientes tres primeras figuras:

Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura 4**

Observa la construcción del fractal de Vicsek en el siguiente applet: *http://www.enlacesantillana.cl/#/L25_MAT1MBDAU1_96*.

a. Considera que los lados del cuadrado de la figura inicial miden 10 cm. Escribe una expresión para calcular la medida del lado de uno de los cuadrados más pequeños formados en cada figura usando potencias y la medida del lado de la primera figura. Luego, calcúlalo.

Figura	Potencia	Medida
Ejemplo: Figura 1	$10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 10 \cdot 3^0$	$10 \cdot 3^0 = 10 \cdot 1 = 10$ cm
Figura 2	$10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 10 \cdot 3^{-1}$	$10 \cdot 3^{-1} = 10 \cdot \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ cm
Figura 3	$10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 10 \cdot 3^{-2}$	$10 \cdot 3^{-2} = 10 \cdot \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$ cm
Figura 4	$10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 10 \cdot 3^{-3}$	$10 \cdot 3^{-3} = 10 \cdot \frac{1}{27} = \frac{10}{27}$ cm

b. Escribe la expresión general para calcular la medida del lado de uno de los cuadrados de la figura enésima considerando que los lados del cuadrado inicial miden x cm.

La medida del lado del uno de los cuadrados de la figura enésima es $x \cdot 3^{-(n-1)}$ cm.

c. Escribe la expresión general para calcular el área coloreada, en centímetros cuadrados, de la figura enésima considerando que el cuadrado inicial tiene área de x cm^2.

El área coloreada de la figura enésima es $x \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^{n-1}$ cm^2.