Ficha 8

Evaluación formativa

Nombre: ______________________________ **Curso** ________

1. Lee y resuelve.

Se considera el experimento lanzar una moneda cargada al aire y se observa si sale cara o no. Se define como éxito que salga cara y fracaso que salga sello. La probabilidad de que salga cara es 0,6.

Archivo editorial.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que salga sello?

La probabilidad es 0,4.

b. ¿El experimento aleatorio descrito permite definir una variable aleatoria con una distribución de Bernoulli?

Sí, porque hay dos posibles resultados: cara o sello.

c. Define la variable aleatoria y determina su función de probabilidad.

X: cantidad de caras en el lanzamiento de una moneda cargada al aire.
La probabilidad de que salga sello o fracaso es $(1 - p) = 0{,}4$, y la probabilidad de que salga cara o éxito es $q = 0{,}6$, luego utilizando la función de probabilidad del modelo de Bernoulli se tiene: $f(x) = P(X = x) = 0{,}6^x \cdot 0{,}4^{1-x}$

2. Resuelve.

La probabilidad de que un paciente se recupere de una enfermedad hepática es 0,4. Se sabe que 15 personas han contraído dicha enfermedad.

a. Determina la función de probabilidad binomial asociada a la situación.

$$f(x) = P(X = x) = \binom{15}{x} \cdot 0{,}4^x \cdot 0{,}6^{15-x}$$

La función de probabilidad es $\binom{15}{x} \cdot 0{,}4^x \cdot 0{,}6^{15-x}$.

b. Determina la probabilidad de que se recuperen exactamente 6 personas.

$$P(X = 6) = \binom{15}{6} \cdot 0{,}4^6 \cdot 0{,}6^9$$
$$= \frac{15!}{(15-6)! \cdot 6!} \cdot 0{,}4^6 \cdot 0{,}6^9 \approx 0{,}2066$$

La probabilidad es 0,21, aproximadamente.

c. Determina la probabilidad de que al menos 10 personas se recuperen.

$$P(X \geqslant 10) = P(X = 10) + P(X = 11) + P(X = 12) + P(X = 13) + P(X = 14) + P(X = 15) \approx 0{,}0338$$

La probabilidad es 0,034, aproximadamente.

d. Determina la probabilidad de que se recuperen entre 2 y 7 personas (inclusives).

$$P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) \approx 0{,}7817$$

La probabilidad es 0,7817.

3. Lee la situación.

Un alumno en un examen debe contestar verdadero o falso a cada una de siete preguntas y decidió responderlas al azar.

a. Encuentra la función de distribución de la variable aleatoria X: cantidad de respuestas correctas.

$$f(x) = P(X = x) = \binom{7}{x} \cdot (0{,}5)^x \cdot (0{,}5)^{7-x}$$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos 3 preguntas?

$$P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) = \binom{7}{3} \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^{7-3} + \binom{7}{4} \cdot 0{,}5^4 \cdot 0{,}5^{7-4} + \binom{7}{5} \cdot 0{,}5^5 \cdot 0{,}5^{7-5}$$
$$+ \binom{7}{6} \cdot 0{,}5^6 \cdot 0{,}5^{7-6} + \binom{7}{7} \cdot 0{,}5^7 \cdot 0{,}5^{7-7} = 0{,}7734375$$

La probabilidad es 0,77, aproximadamente.

c. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte como máximo 2 preguntas?

$$P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \binom{7}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^{7-0} + \binom{7}{1} \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^{7-1} + \binom{7}{2} \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^{7-2} = 0{,}2265625$$

La probabilidad es 0,23, aproximadamente.

d. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte entre 3 y 5 preguntas (inclusives)?

$$P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = \binom{7}{3} \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^{7-3} + \binom{7}{4} \cdot 0{,}5^4 \cdot 0{,}5^{7-4} + \binom{7}{5} \cdot 0{,}5^5 \cdot 0{,}5^{7-5} = 0{,}7109375$$

La probabilidad es 0,71, aproximadamente.

e. ¿Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente las cinco últimas preguntas, si acertó en las dos primeras?

$$P(X=5)=\binom{5}{5}\cdot 0{,}5^5\cdot 0{,}5^0=0{,}03125$$

La probabilidad es 0,03, aproximadamente.

4. Resuelve el problema.

En un aeropuerto de una determinada región, la probabilidad de que un avión se retrase es igual a 0,1. Se seleccionaran 5 vuelos al azar.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que se retrase solo un vuelo?

$$P(X=1)=\binom{5}{1}\cdot 0{,}1^1\cdot 0{,}9^4=0{,}32805$$

La probabilidad es 0,33, aproximadamente.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los vuelos lleguen a la hora?

$$P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^5=0{,}590495$$

La probabilidad es 0,59, aproximadamente.

c. Considera la variable aleatoria X como la cantidad de vuelos que llegan a la hora. Determina e interpreta su esperanza y su desviación estándar.

$\mu=5\cdot 0{,}9=4{,}5$ y $\sigma=\sqrt{5\cdot 0{,}9\cdot 0{,}1}=0{,}67$. Se espera que 4,5 vuelos lleguen a la hora y que la desviación respecto a su esperanza sea $+\,0{,}67$ y $-\,0{,}67$, es decir, que entre 3,8 y 5,2 vuelos lleguen a la hora.

La esperanza es 4,5 y la desviación estándar, 0,67, aproximadamente.

d. El encargado del aeropuerto decide implementar un plan para reducir el porcentaje de atrasos. El primer día de implementación se tiene que 1 de cada 5 vuelos presenta un retraso en su llegada. Con esto el encargado concluye que la decisión fue la correcta. ¿Por qué crees que llega a esa conclusión?

Porque calculó la esperanza, la cual es menor que la esperanza anterior; pero el problema es que está comparando esperanzas no comparables, ya que en la esperanza anterior su éxito es que un vuelo llegue a la hora, mientras que en su esperanza calculada el éxito es que un vuelo se retrase.

5. Analiza la siguiente situación, y luego resuelve.

Miguel ha importado un artículo electrónico exclusivo y muy cotizado, por lo que decide que sus posibles compradores reserven con anticipación la adquisición de estos. Por experiencias anteriores, Miguel sabe que hay una probabilidad de 0,2 de que una persona que realice una reserva desista de ella y no compre el artículo. Para la primera importación Miguel cuenta con 20 reservas de artículos.

a. Considerando a cada una de las personas que reservó, ¿cuál es el experimento de Bernoulli involucrado en la decisión? ¿Cuál es la probabilidad de éxito?

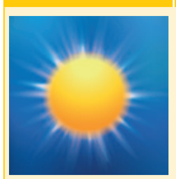
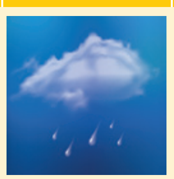
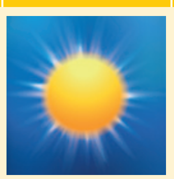
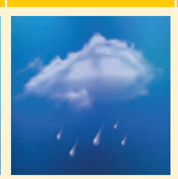
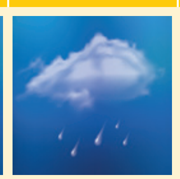
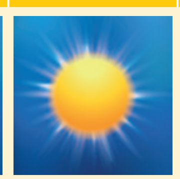
Corresponde a que la persona reserve y compre el artículo, su probabilidad de éxito es 0,8.

b. Suponiendo que las reservas realizadas son independientes entre sí, ¿cuál es la función de probabilidad que permite modelar la cantidad de personas que comprará un artículo previa reserva?

$$f(x) = P(X = x) = \binom{20}{x} \cdot (0,8)^{x} \cdot (0,2)^{20-x}$$

6. Lee la siguiente situación y resuelve.

Un grupo de amigos quiere asistir a un camping en Puerto Montt durante sus vacaciones. Para tomar una mejor decisión, revisan el pronóstico de una semana al azar. Los días en que llueve son independientes entre sí.

Pronóstico del tiempo (probabilidad porcentual de precipitaciones: 40 %)						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
						
Máx: 20 °C Mín: 17 °C	Máx: 14 °C Mín: 10 °C	Máx: 18 °C Mín: 17 °C	Máx: 13 °C Mín: 9 °C	Máx: 14 °C Mín: 9 °C	Máx: 20 °C Mín: 17 °C	Máx: 20 °C Mín: 17 °C

a. ¿Cuál es la variable aleatoria que representa esta situación?, ¿cuál es su función de probabilidad?

Corresponde a la cantidad de días con lluvia y su función de probabilidad es

$$f(x) = P(X = x) = \binom{7}{x} \cdot (0,4)^{x} \cdot (0,6)^{7-x}$$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1 día de sus vacaciones de verano llueva?

$P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7)$

$= \binom{7}{1} \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^6 + \binom{7}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^5 + \binom{7}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^4 + \binom{7}{4} \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^3 + \binom{7}{5} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^2$

$+ \binom{7}{6} \cdot 0{,}4^6 \cdot 0{,}6^1 + \binom{7}{7} \cdot 0{,}4^7 \cdot 0{,}6^0 = 0{,}9720$

La probabilidad es 0,97, aproximadamente.

c. ¿Cuál es la cantidad esperada de días de lluvia durante las vacaciones de verano?

$\mu = 7 \cdot 0{,}4 = 2{,}8$

Se esperan 2,8 días de lluvia, aproximadamente.

d. ¿Crees que sería una buena decisión asistir al camping en sus vacaciones? , ¿por qué? Fundamenta tu respuesta.

No sería una buena idea, ya que se espera que llueva por casi 3 días y la probabilidad de que llueva al menos 1 día es muy alta, por lo tanto, no sería recomendable que fueran en esa semana.

Mis logros

Marca con un ✔ las actividades que desarrollaste correctamente.

Indicador	Actividad				
1. Distribución de Bernoulli	1a	1b	1c	5a	5b
2. Distribución binomial	2a	2b	2c	2d	3a
	3b	3c	3d	3e	4a
	4b	4c	4d	6a	6b
	6c	6d			

Criterios de evaluación

- 0 a 10 actividades correctas
  Parcialmente logrado
  Vuelvo a estudiar los contenidos.
- 11 a 20 actividades correctas
  Medianamente logrado
  Repaso donde fallé.
- 21 o 22 actividades correctas
  Logrado
  Muy bien, lo logré.

Reflexiona y responde

- ¿Obtuviste el resultado que esperabas en esta evaluación?, ¿por qué?
- ¿Qué contenido te gustaría profundizar?, ¿por qué?