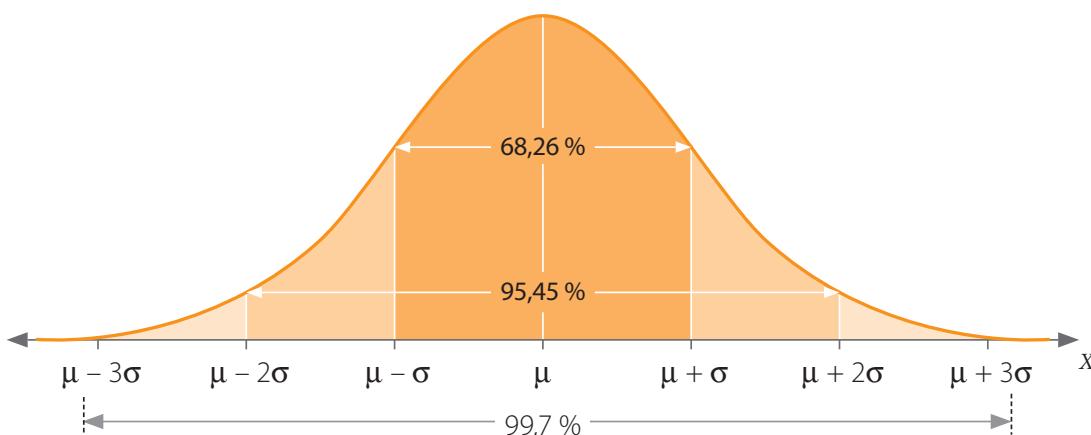


## Evaluación formativa

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_

Cuando sea necesario, puedes consultar la tabla de distribución normal estándar que está en la última página de esta ficha.

1. Observa el gráfico y explica si cada afirmación es verdadera o falsa



- a. Entre  $\mu - \sigma$  y  $\mu$  se concentra un 34,13 % de la distribución.

*Verdadero, porque  $\mu$  es el eje de simetría de la curva, por lo tanto, este intervalo corresponde a la mitad*

*del valor 68,26 %,  $68,26 \% : 2 = 34,13 \%$ .*

- b. Entre  $\mu - 2\sigma$  y  $\mu - \sigma$  se concentra más de un 15 % de la distribución.

*Falso, porque entre  $\mu - 2\sigma$  y  $\mu - \sigma$  se concentra el 47,725 % ( $95,45 \% : 2 = 47,725 \%$ ) y entre  $\mu - \sigma$  y  $\mu$  el 34,13*

*%, por lo tanto, el valor entre  $\mu - 2\sigma$  y  $\mu - \sigma$  es  $47,725 \% - 34,13 \% = 13,595 \%$ .*

- c. Entre  $\mu$  y  $\mu + \sigma$  se concentra el mismo porcentaje de datos que entre  $\mu + \sigma$  y  $\mu + 2\sigma$ .

*Falso, porque entre  $\mu$  y  $\mu + \sigma$  se concentra el  $68,26 \% : 2 = 34,13 \%$  y entre  $\mu + \sigma$  y  $\mu + 2\sigma$  se concentra*

*el 47,725 \% - 34,13 \% = 13,595 %.*

**2. Resuelve el problema.**

En una fábrica de baterías se sabe que el tiempo de duración (en años) de estas se relaciona con una distribución normal. En el último estudio realizado por el departamento de calidad se determinó que el 18 % de las baterías tiene una vida útil menor de 8,2 años y que el 7 % duran al menos 13 años.

- a. Determina la media y la desviación estándar del tiempo de duración de las baterías. Aproxima tus resultados a la unidad.

$$P(Z < 8,2) = 0,18 \quad Z = -0,92$$

$$\frac{8,2 - \mu}{\sigma} = -0,92$$

$$0,92\sigma - \mu = -8,2$$

$$P(Z < 13) = 0,93 \quad Z = 1,48$$

$$\frac{13 - \mu}{\sigma} = 1,48$$

$$-1,48\sigma - \mu = -13$$

Restando las ecuaciones:  $2,4\sigma = 4,8$   
 $\sigma = 2$

Reemplazando  $\sigma = 2$  en una de las ecuaciones se obtiene:  $\mu = 10$ .

Aproximadamente, la media es 10 años y la desviación estándar, 2 años.

- b. ¿Cuáles son los límites de tiempo de duración que concentran el 95,45 % de las baterías estudiadas alrededor de la media?

Los límites de tiempo son  $\mu - 2\sigma = 10 - 2 \cdot 2 = 6$  y  $\mu + 2\sigma = 10 + 2 \cdot 2 = 14$  años.

- c. Los clientes pueden solicitar la garantía de sus productos si es que estos duraron menos de 6 años y la empresa deberá indemnizarlos. ¿Cuál es el porcentaje de baterías en estudio que tendrán una indemnización?

El porcentaje de baterías que tendrán indemnización es

$$(99,73 \% : 2) - (95,45 \% : 2) = 49,865 \% - 47,725 \% = 2,14 \% \text{ aproximadamente.}$$

- d. El departamento de calidad quiere reducir la cantidad de artículos que deberán ser indemnizados a partir de la garantía. Mediante un nuevo proceso, los técnicos desarrollaron otra versión de la batería cuyos tiempos de duración tienen una distribución normal con media de 14 años y desviación estándar de 5 años. ¿Crees que fue una buena decisión realizar este nuevo proceso? Fundamenta tu respuesta.

$$Z = \frac{6 - 14}{5} = -1,6$$

$$\begin{aligned} P(Z < -1,6) &= 1 - P(Z < 1,6) \\ &= 1 - 0,9452 \\ &= 0,0548 \end{aligned}$$

No fue una buena decisión, porque el porcentaje de baterías que tendrán indemnización aumentó a

5,48 %, más del doble de lo que había.

### 3. Resuelve.

En una determinada comuna se realiza una prueba de conocimiento que deben rendir los estudiantes de todos los colegios dependientes del municipio. Al analizar los resultados, se determina el puntaje promedio de cada establecimiento, obteniéndose que este se comporta como variable aleatoria normal con media 250 puntos y desviación estándar 50.

- a. Los colegios municipales cuyo puntaje esté dentro del 10 % superior de la comuna recibirán un bono especial como gratificación para los funcionarios. ¿Cuál es el puntaje mínimo que debe obtener un colegio para recibir este bono?

$$P(Z < z) = 0,9 \quad z = 1,28$$

$$\frac{x - 250}{50} = 1,28$$

$$x = 250 + 50 \cdot 1,28 = 314$$

El puntaje mínimo es 314 puntos.

- b. En aquellos colegios en que el puntaje obtenido esté entre el 5 % más bajo de la comuna recibirán asesoramiento por parte de los encargados de educación. ¿Cuál es el puntaje máximo permitido que debe conseguir un colegio para recibir este asesoramiento?

$$P(Z < z) = 0,05 \quad z = -1,645$$

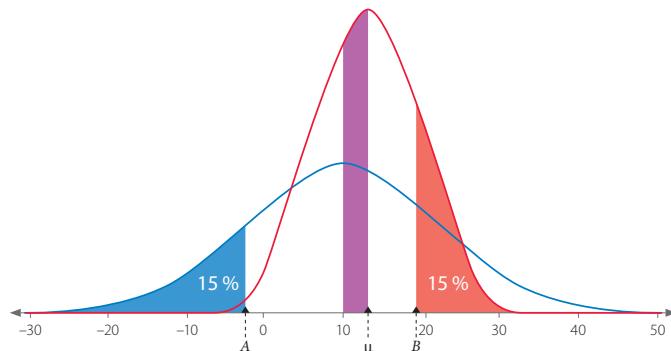
$$\frac{x - 250}{50} = -1,645$$

$$x = 250 + 50 \cdot -1,645 = 167,75$$

El puntaje máximo es 167 puntos.

### 4. Analiza la información y resuelve.

La gráfica muestra las funciones de densidad de dos variables aleatorias continuas;  $X$  en azul e  $Y$  en rojo. Se sabe que  $X$  e  $Y$  tienen distribuciones normales, donde  $X$  tiene media igual a 10 y desviación estándar igual a 12 e  $Y$  tiene media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ .



- a. Comparando ambas distribuciones, ¿cómo deben ser los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  de la distribución de la variable aleatoria  $Y$ ? Explica.

$\mu$  entre 10 y 20;  $\sigma$  tiene un valor menor que 12.

- b. ¿Cuál es el valor de  $\mu$  para que se cumpla que  $P(x \leq \mu) = 0,6032$ ? Aproxima tu respuesta a la centésima.

$$P(Z < z) = 0,6032$$

$$z = 0,26$$

$$\frac{\mu - 10}{12} = 0,26$$

$$\mu = 10 + 12 \cdot 0,26 = 13,12$$

El valor de  $\mu$  para que se cumpla que  $P(x \leq \mu) = 0,6032$  es 13,12.

- c. ¿Cuál es el valor de  $\sigma$  para que se cumpla que  $P(10 \leq y \leq \mu) = 0,2$ ? Aproxima tu respuesta a la unidad.

El valor de  $\sigma$  para que se cumpla que  $P(10 \leq y \leq \mu) = 0,2$  es 6.

- d. ¿Es correcto afirmar que  $A$  y  $B$  son puntos simétricos? Fundamenta tu respuesta.

No es correcto, porque los valores de  $A$  y  $B$  son -2,48 y 19,43 respectivamente. Como la distribución  $X$  es simétrica en torno al valor 10, el porcentaje acumulado entre 10 y  $A$  debiese ser 35 % para que sumado con el 15 % de su cola izquierda dé el 50 %.

## Mis logros

Marca con un ✓ las actividades que desarrollaste correctamente.

Indicador	Actividad
1. Distribución normal	1a    1b    1c
	2a    2b    2c    2d
2. Distribución normal estándar	3a    3b
	4a    4b    4c    4d

### Criterios de evaluación

» 0 a 6 actividades correctas

#### Parcialmente logrado

Vuelvo a estudiar los contenidos.

» 7 a 11 actividades correctas

#### Medianamente logrado

Repaso donde fallé.

» 12 o 13 actividades correctas

#### Logrado

Muy bien, lo logré.

## Reflexiona y responde

- ¿Piensas que tu resultado en esta evaluación refleja tus conocimientos?, ¿por qué?
- ¿Qué contenidos tendrás que repasar?, ¿por qué?

**Tabla de distribución normal estándar**

<b><i>z</i></b>	<b>0</b>	<b>0,01</b>	<b>0,02</b>	<b>0,03</b>	<b>0,04</b>	<b>0,05</b>	<b>0,06</b>	<b>0,07</b>	<b>0,08</b>	<b>0,09</b>
<b>0</b>	0,5	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,5279	0,53188	0,53586
<b>0,1</b>	0,53983	0,5438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
<b>0,2</b>	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
<b>0,3</b>	0,61791	0,62172	0,62552	0,6293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
<b>0,4</b>	0,65542	0,6591	0,66276	0,6664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
<b>0,5</b>	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,7054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,7224
<b>0,6</b>	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,7549
<b>0,7</b>	0,75804	0,76115	0,76424	0,7673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,7823	0,78524
<b>0,8</b>	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
<b>0,9</b>	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
<b>1</b>	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
<b>1,1</b>	0,86433	0,8665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,879	0,881	0,88298
<b>1,2</b>	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
<b>1,4</b>	0,91924	0,92073	0,9222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
<b>1,5</b>	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,94738	0,94845	0,9495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
<b>1,7</b>	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,9608	0,96164	0,96246	0,96327
<b>1,8</b>	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
<b>1,9</b>	0,97128	0,97193	0,97257	0,9732	0,97381	0,97441	0,975	0,97558	0,97615	0,9767
<b>2</b>	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,9803	0,98077	0,98124	0,98169
<b>2,1</b>	0,98214	0,98257	0,983	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,985	0,98537	0,98574
<b>2,2</b>	0,9861	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,9884	0,9887	0,98899
<b>2,3</b>	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
<b>2,4</b>	0,9918	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
<b>2,5</b>	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,9952
<b>2,6</b>	0,99534	0,99547	0,9956	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
<b>2,7</b>	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,9972	0,99728	0,99736
<b>2,8</b>	0,99744	0,99752	0,9976	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
<b>2,9</b>	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
<b>3</b>	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,999
<b>3,1</b>	0,99903	0,99906	0,9991	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
<b>3,2</b>	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,9994	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,9995
<b>3,3</b>	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,9996	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
<b>3,4</b>	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
<b>3,5</b>	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,9998	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
<b>3,6</b>	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
<b>3,7</b>	0,99989	0,9999	0,9999	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
<b>3,8</b>	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
<b>3,9</b>	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
<b>4</b>	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998