Raíces: racionalización

1. Juan necesita cercar un terreno cuadrado de 6 metros de diagonal. Sin embargo, desea ahorrar en el material de la cerca. Decide usar un solo alambre, colocándolo diagonalmente a través del terreno.

 a. ¿Cuál es el procedimiento para encontrar la longitud del lado de un cuadrado?

 Se debe utilizar teorema de Pitágoras: Sea a lado del cuadrado, quedando

 $a^2 + a^2 = 6^2$, finalmente $a = \frac{6}{\sqrt{2}}$ m.

 b. ¿Por qué es necesario racionalizar el denominador al simplificar la longitud de la diagonal?

 Respuesta variada. Se muestra un ejemplo. Porque racionalizando permite encontrar el valor aproximado de manera simplificada.

 c. Determina la longitud del lado del cuadrado racionalizado en este caso.

 $$a = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \text{ m}$$

2. En una granja, hay un estanque cuadrado con un área de $\frac{100}{3}$ m². El granjero necesita construir una cerca alrededor del estanque para mantener a los animales alejados. Responde:

 a. ¿Cuál debería ser la longitud de cada lado de la cerca?

 La longitud de cada lado del cuadrado de área $\frac{100}{3}$ m² es:

 $$\sqrt{\frac{100}{3}} = \sqrt{\frac{100}{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

 b. Racionaliza la longitud de los lados de la cerca en este caso.

 $$\frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

 c. ¿Cuál crees que es la ventaja de usar una forma racionalizada en este contexto?

 Ejemplo de respuesta. Porque al racionalizar se puede encontrar el valor aproximado de manera más simple.

3. Simplifica la expresión $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$. Utiliza las estrategias señaladas en cada caso para determinar el resultado.

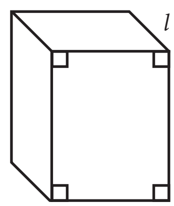
a. Estrategia 1: Propiedades de las raíces.

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

b. Estrategia 2: Racionalización.

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{9}} = \frac{15}{3} = 5$$

4. Se tiene un prisma de base cuadrada con la altura y lados basales que se muestra en la imagen.



$l = \frac{3}{\sqrt{2}}$ m

$h = \frac{10}{\sqrt{5}}$ m

a. ¿Cuál es su volumen? Expresa el resultado de manera racionalizada.

$$V = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = 9\sqrt{5}$$

Entonces, el volumen del prisma es $9\sqrt{5}$ m^3.

b. Si el prisma se utiliza para almacenar cajas de dimensiones de $\frac{1}{\sqrt{5}}$ m de alto y base cuadrada cuyos lados miden $\frac{3}{\sqrt{2}}$ m. ¿Cuántas cajas caben en el prisma?

Volumen de una caja:

$$V = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$$

$$9\sqrt{5} : \frac{9\sqrt{5}}{10} = 10$$

Entonces, caben 10 cajas en el prisma.

c. ¿Cuál es el área del prisma? Expresa el resultado de manera racionalizada.

$$A = 2 \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}\right) + 4 \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 9 + \frac{12}{\sqrt{10}} = \left(9 + \frac{6\sqrt{10}}{5}\right)$$

Entonces, el área del prisma es $\left(9 + \frac{6\sqrt{10}}{5}\right)$ m^2.