

Optimización de Sistemas Dinamicos

Sergio Acosta
Universidad Nacional Bogotá, Colombia
Email:sfacostale@unal.edu.co

Resumen—Un sistema dinámico es un sistema cuyo estado evoluciona con el tiempo. Una vez se cuenta con un modelo matemático que describe un sistema dinámico en particular, este modelo puede ser usado para diseñar estrategias de control que modifican el comportamiento del sistema en cuestión. Una de estas estrategias es la retroalimentación en lazo cerrado, en la cual la salida del sistema es medida y comparada permanentemente con el valor deseado. Se denomina error a el resultado de esta comparación. Este valor es procesado y así se genera un nuevo valor de entrada al sistema. En la teoría de control clásica se usan tres bloques funcionales que procesan la señal de error para generar un estímulo que conduzca al sistema a un valor deseado y con un comportamiento particular.

I. INTRODUCCIÓN

Un sistema dinámico es un sistema cuyo estado evoluciona con el tiempo. Esta dinámica puede ser modelada matemáticamente mediante ecuaciones diferenciales, funciones de transferencias en el dominio de la frecuencia o con ecuaciones de diferencia en el dominio discreto, entre otras alternativas. El estudio de los sistemas dinámicos busca comprender la evolución en el tiempo de los mismos, con el ánimo de modificarla y así poder ejercer un control sobre las variables involucradas. Una vez se cuenta con un modelo matemático que describe un sistema dinámico en particular, este modelo se puede usar para diseñar estrategias de control que modifican el comportamiento del sistema en cuestión. Una de estas estrategias es la retroalimentación en lazo cerrado, en la cual la salida del sistema es medida y comparada permanentemente con el valor deseado. Se denomina error al resultado de esta comparación. Este valor es procesado y así se genera un nuevo valor de entrada al sistema. En la teoría de control clásica se usan tres bloques funcionales que procesan la señal de error para generar un estímulo que conduzca al sistema a un valor deseado y con un comportamiento predefinido. Estos tres bloques se denominan componente proporcional, integral y derivativa respectivamente. Cada bloque es parametrizado con una variable. El trabajo propuesto busca evaluar la efectividad de los diferentes métodos de optimización vistos en clase, en la sintonización de losas de control retroalimentados. En la sección II se describe la función de transferencia objetivo. En la sección III se relacionan los resultados obtenidos mediante los diferentes métodos de optimización, en la sección IV se relacionan algunas conclusiones. El código asociado a este documento así como a diferentes temas de computación evolutiva se encuentra disponible en el repositorio relacionado en la sección ANEXO.

II. FUNCION OBJETIVO

$$\frac{0,9 \exp^{-0,1s}}{s^2 + 0,8s + 20} \quad (1)$$

$$\frac{z^{-1} * (0,00431z + 0,004196)}{z^2 - 1,734z + 0,9231} \quad (2)$$

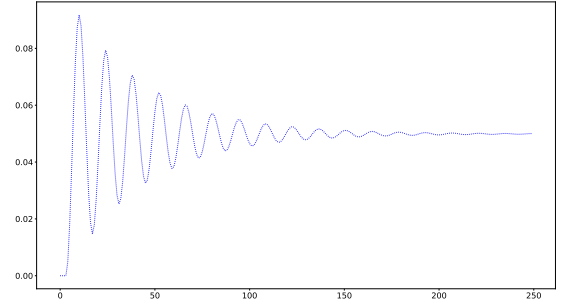


Figura 1: Respuesta del sistema en lazo abierto al escalón unitario

La figura 1 muestra la respuesta del sistema dinámico representado por la ecuación 1 ante una señal de entrada tipo escalón unitario. Este es un sistema de segundo orden subamortiguado y con un error permanente de un 95 %. La ecuación 2 muestra la ecuación de diferencias, versión discreta del mismo sistema que es usada para evaluar el *fitness*.

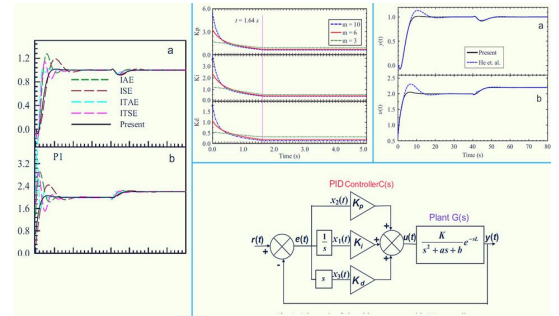


Figura 2: Esquema de un lazo de control cerrado

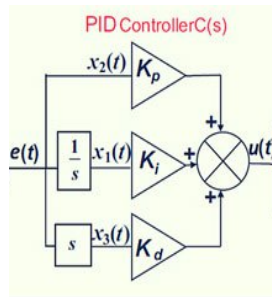


Figura 3: Bloque compensador

La figura 2 muestra el esquema general de un lazo de control, y la figura 3 muestra el bloque compensador. Los diferentes métodos de optimización serán usados para estimar las constantes K_p , K_i , y K_d que minimizan el error durante el tiempo que la señal de prueba es aplicada, en este caso la señal de prueba es un escalón unitario.

III. OPTIMIZACION

III-A. Hill Climbing

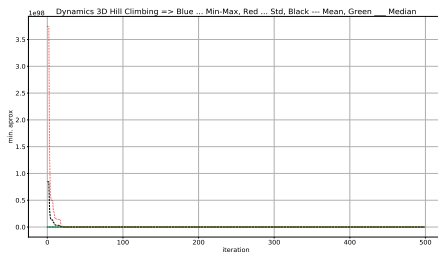


Figura 4: Hill Climbing

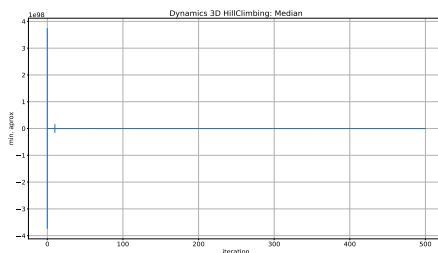


Figura 5: Hill Climbing: Desviación estándar de la mediana

Después de 30 repeticiones, cada una de 500 iteraciones, este algoritmo no detecto un solución.

Cuadro I Estadísticas Hill Climbing

mean	801,382,599.12
std	693,186,686.88
median	338,766,041.12
min	248,736,626.69
max	2,080,039,731.54

El cuadro I presenta la estadística de los mejores valores obtenidos en cada repetición.

III-B. Hill Climbing + Power Law

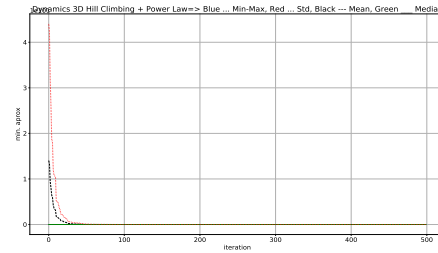


Figura 6: Hill Climbing + Power Law

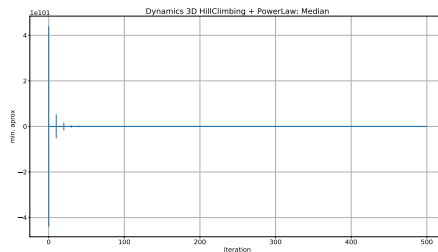


Figura 7: Hill Climbing + Power Law: Desviación estándar de la mediana

Después de 30 repeticiones, cada una de 500 iteraciones, este algoritmo detecto una solución con un error de 125.5. $K_p = 0$, $K_i = 0$, $K_d = 238$

Cuadro II Estadísticas Hill Climbing + Power Law

mean	3.632e+66
std	1.955e+67
median	1,109,998,090.84
min	125.5
max	1.089e+68

El cuadro II presenta la estadística de los mejores valores obtenidos en cada repetición. La figura 8 muestra la respuesta resultante del sistema, la cual no es optima.

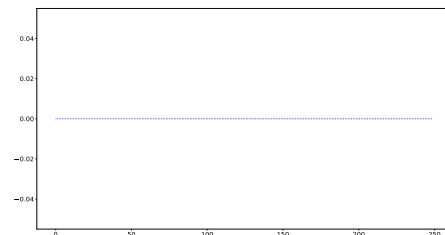


Figura 8: Respuesta del sistema con optimización Hill Climbing + Power Law

III-C. Simulated annealing + Normal Distribution

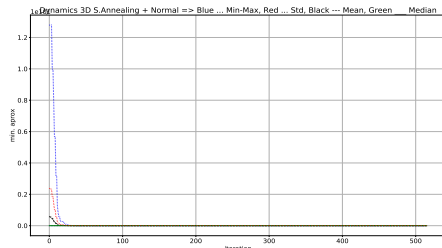


Figura 9: Simulated annealing + Normal Distribution

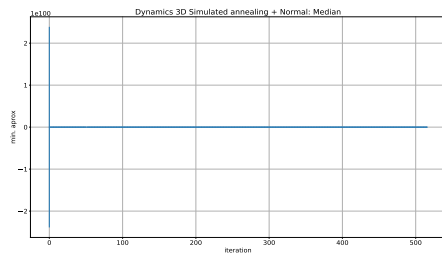


Figura 10: Simulated annealing + Normal Distribution: Desviación estándar de la mediana

Después de 30 repeticiones, cada una de 500 itereaciones, este algoritmo no detecto un solución.

Cuadro III Estadísticas Simulated annealing + Normal Distribution

mean	4.160e+62
std	2.233e+63
median	1,718,490,344.56
min	240,585,227.91
max	1.244e+64

El cuadro III presenta la estadística de los mejores valores obtenidos en cada repetición.

III-D. Simulated annealing + Power Law

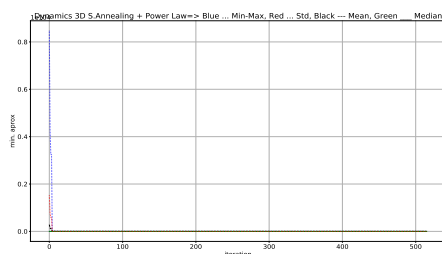


Figura 11: Simulated annealing + Power Law

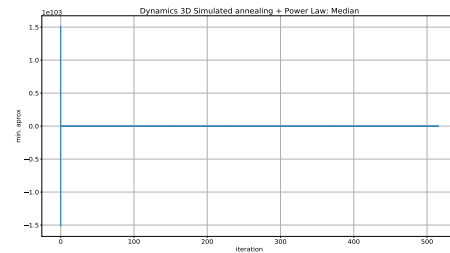


Figura 12: Simulated annealing + Power Law: Desviación estándar de la mediana

Después de 30 repeticiones, cada una de 500 itereaciones, este algoritmo no detecto un solución.

Cuadro IV Estadísticas Simulated annealing + Power Law

mean	4.272e+68
std	2.300e+69
median	1,889,923,334.44
min	244,159,167.31
max	1.281e+70

El cuadro IV presenta la estadística de los mejores valores obtenidos en cada repetición.

III-E. Algoritmo genético canónico con selección por torneo



Figura 13: Algoritmo genético canónico con seleccion por torneo

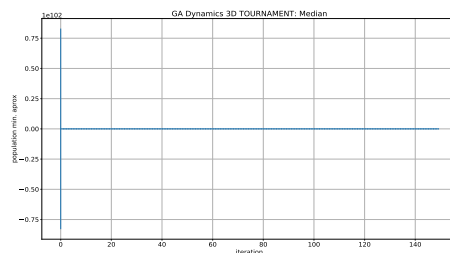


Figura 14: Algoritmo genético canónico con selección por torneo: Desviación estándar de la mediana

Después 150 itereaciones y con una población de 30 individuos, este algoritmo detecto una solución con un error de 5.14. $K_p = 6,936e-05$, $K_i = 1,875e+01$, $K_d = 2,639e-01$

Cuadro V Estadísticas algoritmo genético canónico con selección por torneo

mean	1.0651e+46
std	5.736e+46
median	5.16
min	5.14
max	3.195e+47

El cuadro V presenta la estadística del *fitness* de la última población de individuos. La figura 15 muestra la respuesta resultante del sistema.

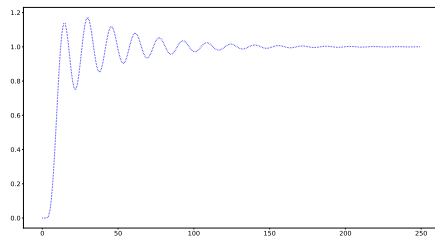


Figura 15: Respuesta del sistema con optimización CGA y selección por torneo

III-F. Algoritmo genético canónico con selección por ponderación de *ranking*

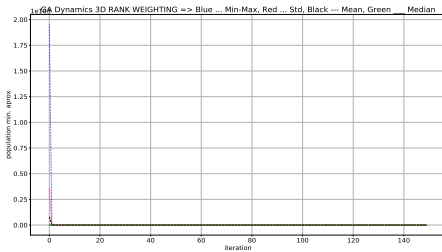


Figura 16: Algoritmo genético canónico con selección por ponderación de *ranking*

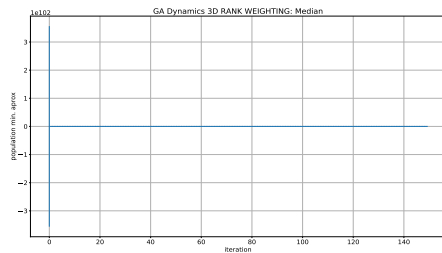


Figura 17: Algoritmo genético canónico con selección por ponderación de *ranking*: Desviación estándar de la mediana

Después 150 iteraciones y con una población de 30 individuos, este algoritmo detectó una solución con un error de 5.07. $K_p = 0,135$, $K_i = 16,033$, $K_d = 0,158$

Cuadro VI Estadísticas algoritmo genético canónico con selección por ponderación de *ranking*

mean	2.76e+88
std	1.48e+89
median	22034386,74
min	5.07
max	8.28e+89

El cuadro VI presenta la estadística del *fitness* de la última población de individuos. La figura 18 muestra la respuesta resultante del sistema.

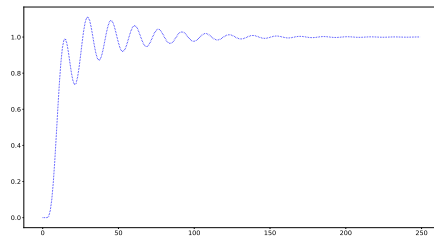


Figura 18: Respuesta del sistema con optimización CGA y selección por ponderación de *ranking*

III-G. Algoritmo genético HAEA

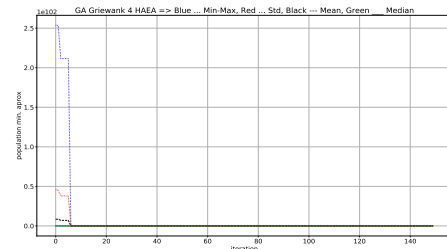


Figura 19: Algoritmo genético HAEA

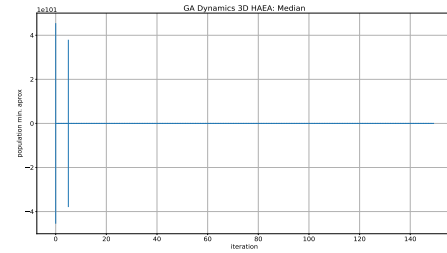


Figura 20: Algoritmo genético HAEA: Desviación estándar de la mediana

Después 150 iteraciones y con una población de 30 individuos, este algoritmo detectó una solución con un error de 5.14. $K_p = 6,98e - 08$, $K_i = 1,87e + 01$, $K_d = 3,11e - 01$

Cuadro VII Estadísticas algoritmo HAEA

mean	5.137
std	1.09e-06
median	5.14
min	5.14
max	5.14

El cuadro VII presenta la estadística del *fitness* de la ultima población de individuos. La figura 21 muestra la respuesta resultante del sistema.

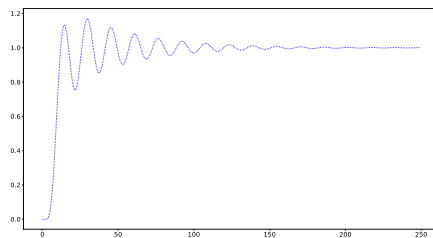


Figura 21: Respuesta del sistema con optimizacion con el algoritmo HAEA

III-H. Estrategias evolutivas

En lo que respecta a los métodos descritos en [3], denominados estrategias evolutivas, ni la implementación, ni la implementación que incluye la matriz de rotación convergieron a soluciones que generen respuestas aceptables del sistema.

IV. CONCLUSIONES

De los nueve métodos implementados, solo 3 lograron detectar una o más soluciones que generan una respuesta compensada del sistema. Dos de estos algoritmos están basados en el algoritmo genético canónica, y el tercero basado en el algoritmo HAEA [2]. El cuadro VIII resume las Estadísticas de los *fitness* finales en cada caso. Se puede apreciar como la población resultante en el algoritmo HAEA converge a la misma solución. Caso contrario para los otros dos algoritmos, en los cuales la desviación estándar del *fitness* en la población final es significativa. Sin embargo para el Algoritmo genético canónico con selección por torneo la cantidad de individuos con un *fitness* cercano al mejor es representativa, caso contrario al algoritmo genético canónico con selección por ponderación de *ranking* en el cual esta misma cifra resulta insignificante.

En todos los casos los diferentes algoritmos alcanzan un estado estacionario mucho antes del total de iteraciones presupuestadas.

Cuadro VIII Estadísticas algoritmo CGA + Torneo, CGA + Rank y HAEA

Estadísticas	CGA + Torneo	CGA + Rank	HAEA
mean	1.06e+46	2.76e+88	5.137
std	5.73e+46	1.48e+89	1.09e-06
median	5.16	22,034,386.74	5.14
min	5.14	5.07	5.14
max	3.19e+47	8.28e+89	5.14

La tabla IX relaciona las diferentes soluciones encontradas, y las figura 22 muestra las respuestas del sistema a cada una de estas soluciones.

Cuadro IX Soluciones algoritmo CGA + Torneo, CGA + Rank y HAEA

parametros	CGA + Torneo	CGA + Rank	HAEA
K_p	6.94e-05	0.135	6.98e-08
K_i	1.87e+01	16.033	1.87e+01
K_d	2.64e-01	0.158	3.11e-01
<i>error</i>	5.14	5.07	5.14

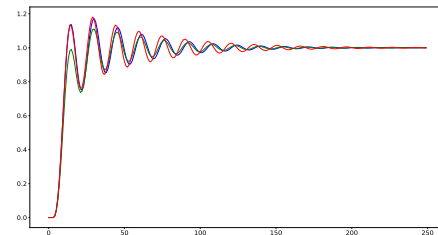


Figura 22: Respuestas del sistema para las soluciones encontradas: azul:CGA + Torneo, verde: CGA + Rank y rojo: HAEA

V. ANEXO

<https://github.com/sergiojx/minmethods>

REFERENCIAS

- [1] Haupt, Randy L. and Haupt, Sue Ellen. *Practical Genetic Algorithms Chapter 2 The Binary Genetic Algorithm*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 1998.
- [2] Gomez J. (2004) *Self Adaptation of Operator Rates in Evolutionary Algorithms*. In: Deb K. (eds) Genetic and Evolutionary Computation – GECCO 2004. GECCO 2004. Lecture Notes in Computer Science, vol 3102. Springer, Berlin, Heidelberg
- [3] Beyer, HG. & Schwefel, HP. *Evolution strategies – A comprehensive introduction*. Natural Computing (2002) 1: 3. <https://doi.org/10.1023/A:1015059928466>
- [4] Gomez J. (2004) *Self adaptation of operator rates for multimodal optimization*. In: Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.04TH8753)

- [5] Eckart Zitzler and Marco Laumanns and Lothar Thiele, SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, 2001
- [6] Kalyanmoy Deb and Samir Agrawal and Amrit Pratap and T. Meyarivan, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, 2002