

Явище електромагнітної індукції

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

1. Явище електромагнітної індукції

Вихрове електричне поле

2. Явище самоіндукції

Явище електромагнітної індукції

Явище електромагнітної індукції (Фарадей)

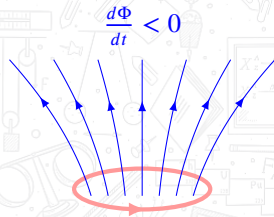
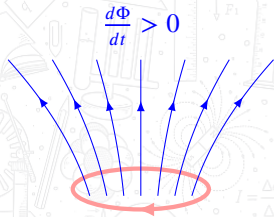
У 1831 р. Фарадеєм було зроблено одне з найбільш фундаментальних відкриттів в електродинаміці — **явище електромагнітної індукції**. Воно полягає в тому, що в замкнутому провідному контурі при зміні магнітного потоку, охопленого цим контуром, виникає електричний струм — його назвали індукційним.

Досліди Фарадея

Закон електромагнітної індукції

Електрорішійна сила (ЕРС), що виникає в контурі пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує площу, охоплену даним контуром:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \iint_S.$$

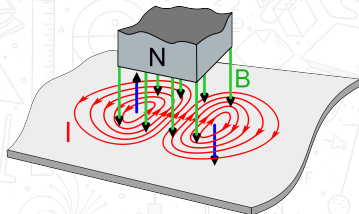


Правило Ленца

Індукований струм має такий напрямок, щоб за допомогою створюваного ним магнітного поля перешкоджати зміні магнітного потоку, тобто щоб послабити дію причини, яка збуджує цей струм.

Струми Фуко

Струми Фуко — вихрові індукційні струми, які виникають у провіднику під час зміни магнітного потоку через поверхню провідника.



Струми Фуко, як і індукційні струми в лінійних провідниках, підпорядковані правилу Ленца: їх магнітне поле направлене так, щоб протидіяти змінам магнітного потоку, що індукували ці струми.

Вихрове електричне поле

Оскільки магнітний потік дорівнює $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$, а ЕРС індукції $\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$, то із закону індукції випливає:

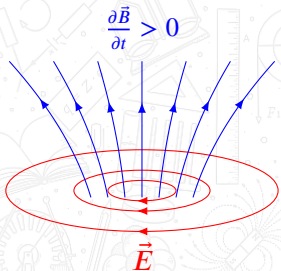
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Скориставшись теоремою Стокса, останнє інтегральне рівняння можна переписати у диференціальній формі:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Вихрове електричне поле

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$



Згідно Максвеллу **явище електромагнітної індукції** полягає в тому, що будь-яке змінне магнітне поле збуджує в просторі електричне поле; провідники для цього не потрібні. Індукційні ж струми збуджуються в провідниках індукованим електричним полем.

На відміну від електростатики, де $\text{rot } \vec{E} = 0$, у випадку змінного в часі магнітного поля $\text{rot } \vec{E} \neq 0$. Це означає, що індуковане електричне поле, індується (виникає) за рахунок зміни магнітного поля і не є потенційним, а вихровим.

Вираз електричного поля через потенціали

Скористаємося законом електромагнітної індукції. Підставимо сюди вираз для магнітного поля через векторний потенціал $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$:

$$\text{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

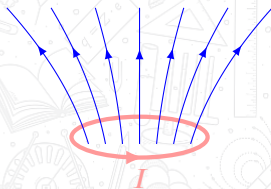
Рівність нулю ротора деякого векторного поля означає, що це поле потенційне і може бути представлене як градієнт скалярної функції. Таким чином, отримуємо

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

У окремому випадку постійних у часі полів приходимо до відомої рівності: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$, звідки видно, що введена тут функція φ збігається зі скалярним потенціалом.

Явище самоіндукції

Зміна струму в контурі викликає зміну магнітного поля, що створює змінний магнітний потік через цей же контур і, як наслідок, ЕРС індукції. Це явище називають **самоіндукцією**.



Якщо в просторі, де розташований контур зі струмом I , немає феромагнетиків, поле \vec{B} , а отже, і повний магнітний потік Φ через контур будуть пропорційні силі струму I :

$$\Phi = \frac{1}{c} L I$$

Коефіцієнт L називається **індуктивністю контуру**.

Явище самоіндукції

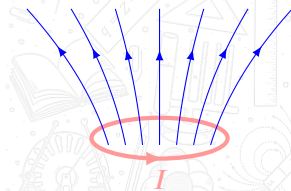
Зміна струму в контурі викликає зміну магнітного поля, що створює змінний магнітний потік через цей же контур і, як наслідок, ЕРС індукції. Це явище називають **самоіндукцією**.

При зміні сили струму в контурі згідно закону Фарадея виникає ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}$$

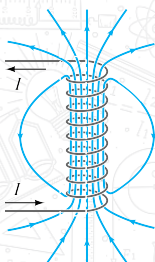
Тут знак мінус показує, що \mathcal{E} завжди спрямована так, щоб перешкоджати зміні сили струму відповідно до правила Ленца. Ця ЕРС прагне зберегти струм незмінним: вона протидіє струму, коли він збільшується, і підтримує струм, коли він зменшується.

Коефіцієнт L називається **індуктивністю контуру**.



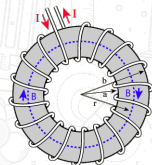
Приклади розрахунку індуктивності

Соленоїд



Магнітне поле в середині соленоїда $B = \frac{2I}{cr}$. Магнітний потік через всі витки $\Phi = NBS = N \frac{4\pi}{c} \frac{N}{l} IS$. Порівнюючи з формулою $\Phi = \frac{1}{c} LI$, індуктивність соленоїда дорівнює: $L = \frac{4\pi N^2 S}{l}$

Тороїд



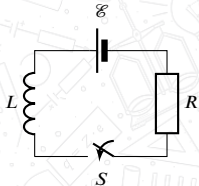
Нехай тороїд має прямокутний переріз шириною $b - a$ і висоту d .

$$L = 2N^2 d \ln \left(\frac{b}{a} \right).$$

Одиницею індуктивності в системі СГС є сантиметр: $[L] = \text{см}$. Це означає, що індуктивність є **геометричною** характеристикою.

Перехідні процеси в колі з індуктивністю

Встановлення струму в LR -контурі

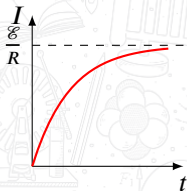


Закон Ома для кола $\mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{si}} = IR$. Враховуючи що $\mathcal{E}_{\text{si}} = -L dI/dt$, закон набуде вигляду

$$L \frac{dI}{dt} + IR = \mathcal{E}.$$

Після інтегрування ми отримаємо:

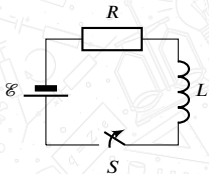
$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right),$$



де q_0 — початковий заряд конденсатора, а $\tau = \frac{L}{R}$ — називають **часом релаксації**.

Перехідні процеси в колі з індуктивністю

Екстраструми при розмиканні



Закон Ома для кола $RI + U = \mathcal{E}$. Оскільки $I = dq/dt$ і $U = q/C$, закон набуде вигляду

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \mathcal{E}.$$

Після інтегрування ми отримаємо:

$$q = q_{\max}(1 - e^{-t/\tau}),$$

де $q_{\max} = \mathcal{E}C$ — граничне значення заряду на конденсаторі ($t \rightarrow \infty$).

