Магнітне поле у вакуумі

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

Зміст лекції

Означення

Магнітним полем називається силове поле, що діє на рухомі заряди і як наслідок — на електричні струми і на тіла, які мають магнітний момент.

Магнітне поле створюється рухомими зарядами (електричним струмом). Незмінні в часі струми створюють постійні магнітні поля.

Характеристика магнітного поля

Магнітних зарядів (магнітних монополів) у в природі немає (експериментальний факт). Характеристику магнітного поля, аналогічно до $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ ввести не можна. Однак в природі є магнітні диполі (магнітна стрілка, коловий виток зі струмом тощо), тому використовуючи аналогію з моментом сил, що діє на електричний диполь в електричному полі $\vec{M} = \left[\vec{p}_e \times \vec{E}\right]$, можна ввести характеристику магнітного поля:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right], \quad M_{\max} = p_m B$$

Характеристику магнітного поля, вектор $\vec{B}$, по історичним причинам називають не напруженістю, а індукцією магнітного поля.

Величина вектора індукції чисельно дорівнює максимальному обертальному моменту, що діє на одиничний магнітний момент вміщений у магнітне поле:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}.$$

Характеристика магнітного поля

Магнітних зарядів (магнітних монополів) у в природі немає (експериментальний факт). Характеристику магнітного поля, аналогічно до $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ ввести не можна. Однак в природі є магнітні диполі (магнітна стрілка, коловий виток зі струмом тощо), тому використовуючи аналогію з моментом сил, що діє на електричний диполь в електричному полі $\vec{M} = \left[\vec{p}_e \times \vec{E}\right]$, можна ввести характеристику магнітного поля:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right], \quad M_{\max} = p_m B$$

Характеристику магнітного поля, вектор $\vec{B}$, по історичним причинам називають не напруженістю, а індукцією магнітного поля.

В гауссовій системі одиниць величину магнітного поля називають Гаусом (Гс). С системі СІ Теслою (Тл):

$$1\ \text{Тл} = 10^4\ \text{Гс}.$$

Сила Лоренца та сила Ампера

Магнітною складовою сили Лоренца називається сила, що діє на рухомий заряд q з боку магнітного поля:

$$\vec{F} = q\left[\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right].$$

Повна сила (власне і є сила Лоренца), що діє на заряд, включає також силу з боку електричного поля:

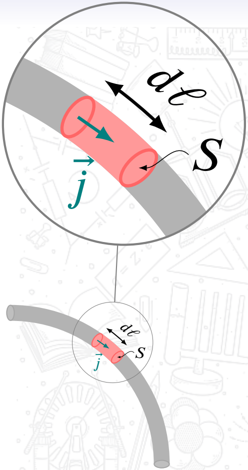
$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right]\right).$$

Силою Ампера називають силу, що діє на струми з боку магнітного поля:

$$d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\vec{j}dV \times \vec{B}\right],$$

де $\vec{j}dV$ — називається об'ємним елементом струму.

Елемент струму



Якщо в задачі не цікавляться внутрішньою будовою провідника, та розподілом струму в його товщі, то можна ввести лінійний елемент струму.

Нехай струм тече провідником із площею поперечного перерізу S. Уведемо вектор ділянки провідника завдовжки $d\vec{\ell}$ за формулою $d\vec{\ell} = \vec{n}\ell$, де $\vec{n}$ — одиничний вектор уздовж осі провідника. Тоді $\vec{j} = j\vec{n}$, а $I = jS$ і вираз для об'ємного елемента струму можна переписати у вигляді:

$$\vec{j}dV = j\vec{n}Sd\ell = Id\vec{\ell}.$$

Для лінійного елемента струму сила Ампера:

$$d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[Id\vec{\ell} \times \vec{B}\right].$$

Зв'язок сили Лоренца та сили Ампера

Сила Лоренца, що діє на заряд dq, дорівнює

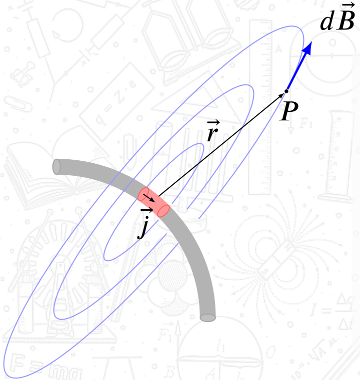
$$\vec{F} = \left[\frac{dq\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right].$$

Оскільки $dq\vec{v} = \rho\vec{v}dV = \vec{j}dV$, то одразу отримуємо силу Ампера, що діє на об'ємний елемент струму:

$$d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\vec{j}dV \times \vec{B}\right].$$

Закон Біо-Савара-Лапласа

Закон Біо-Савара встановлено експериментально (1820 р.) шляхом аналізу експериментальних даних і визначає магнітне поле, що створюється елементом струму.

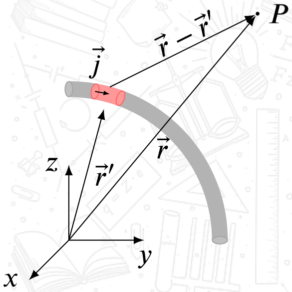


Якщо радіус-вектор точки спостереження відносно розглянутого елемента струму є $\vec{r}$, то поле, створюване елементом струму $\vec{j}dV$, дорівнює

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{1}{c}\frac{[\vec{j}dV \times \vec{r}]}{r^3}.}$$

Магнітне поле підкоряється принципу суперпозиції: $\vec{B} = \int d\vec{B}$.

Вектор-потенціал магнітного поля



$$\boxed{d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\frac{\vec{j}(\vec{r}')dV' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

Використаємо тотожність:

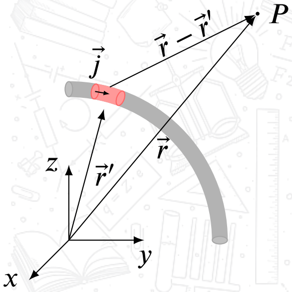
$$\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = -\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|},$$

у якому операція $\vec{\nabla}$ діє на координати $\vec{r}$.

Використаємо рівність $\vec{a}\times\nabla\varphi = -\operatorname{rot}(\vec{a}\varphi)$:

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\int\limits_{V'}\frac{1}{c}\vec{j}(\vec{r}')dV'\times\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \operatorname{rot}\frac{1}{c}\int\limits_{V'}\frac{\vec{j}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV' = \operatorname{rot}\vec{A}(\vec{r}),$$

Вектор-потенціал магнітного поля



$$\boxed{\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A},}$$

Введений тут вектор $\vec{A}$ називається вектор-потенціалом:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\int\limits_{V'} \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV'$$