Енергія електромагнітного поля

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

14 грудня 2022 р.

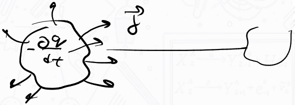
$$w_e = \frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{8\pi} = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$$

$$w_m = \frac{\vec{B}\cdot\vec{H}}{8\pi} = \frac{\mu H^2}{8\pi}$$

Локальні закони збереження

Локальний закон збереження заряду стверджує, що заряд може перейти з одного місця в інше тільки за умови, що щось відбувається у просторі між ними. Щоб описати такий закон, нам потрібна не лише густина заряду ρ, а й величина іншого сорту, саме вектор $\mathbf{j}$, що задає швидкість потоку заряду через поверхню. При цьому потік пов'язаний з швидкістю зміни заряду рівнянням:

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathbf{j}} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}}.$$



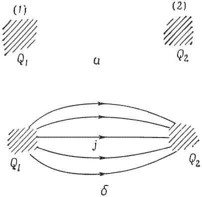
Це сильніше формулювання закону збереження. Воно каже, що заряд зберігається особливим чином, зберігається *локально*.

Збереження енергії, виявляється, також локальний процес. У світі існує не тільки густина енергії в даної області, а й вектор, що є швидкістю потоку енергії через поверхню.

Локальні закони збереження

«Локальные» же законы сохранения основаны на другой идее. Они утверждают, что заряд может перейти из одного места в другое только при том условии, что нечто такое происходит в пространстве между ними. Чтобы описать такой закон, нам нужна не только плотность заряда ρ, но и величина другого сорта, именно вектор $\mathbf{j}$, задающий скорость потока заряда через поверхность. При этом поток связан со скоростью изменения заряда уравнением (27.1). Это более сильная формулировка закона сохранения. Она говорит, что заряд сохраняется особым образом, сохраняется «локально».

Сохранение энергии, оказывается, тоже *локальный* процесс. В мире существует не только плотность энергии в данной области, но и вектор, представляющий скорость потока энергии через поверхность. Например, когда источник излучает свет, мы можем найти энергию света, излучаемого им. Если мы вообразим некую математическую поверхность, окружающую источник света, то потеря энергии этого источника равна потоку энергии через окружающую его поверхность.



Фиг. 27.1. Два способа описания сохранения заряда.

а: Q_1+Q_2 *постоянно.*

б: $\dfrac{dQ_1}{dt}=\displaystyle\int \mathbf{j}\cdot\mathbf{n}\,da=-\dfrac{dQ_2}{dt}.$

Закон збереження енергії

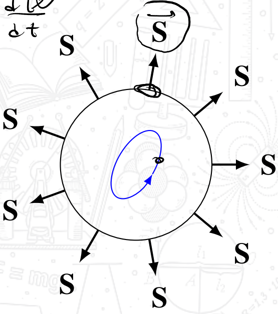
$$-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V w\cdot dV = \iiint_V \vec{j}\cdot\vec{E}\,dV + \iiint_V \operatorname{div}\vec{S}\,d\vec{\sigma}$$

(Зменшення енергії в об'ємі) = (виконання роботи) + (потік на зовні)

$j = \frac{dq}{dt}$

$\frac{d(x)}{dt}$

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = Q + \oint\!\!\oint_S \mathbf{S}d\mathbf{S}$$



$W = \iiint_V w dV$ — енергія поля,

$Q = \iiint_V \mathbf{j}\cdot\mathbf{E} dV$ — робота, що витрачається полем на «штовхання» зарядів (роботу виконує лише електричне поле),

$\mathbf{S}$ — вектор густини потоку енергії.

В диференціальній формі

$$\boxed{-\frac{\partial w}{\partial t} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{E} + \nabla\cdot\mathbf{S}} \quad (2)$$

$\nabla \cdot \vec{D} = 0$

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

(3) $\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\nabla \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\partial$

Виведення

$$\mathbf{j}\cdot\mathbf{E} = -\frac{\partial w}{\partial t} - \nabla\cdot\mathbf{S}$$

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi}\nabla\times\mathbf{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$$

$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$

$\vec{B} = \mu\vec{H}$

$$\mathbf{j}\cdot\mathbf{E} = \frac{c}{4\pi}\mathbf{E}\cdot\nabla\times\mathbf{H} - \frac{1}{4\pi}\mathbf{E}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\vec{E}\frac{\partial\varepsilon\vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot[\mathbf{E}\times\mathbf{H}] = \mathbf{H}\cdot\nabla\times\mathbf{E} - \mathbf{E}\cdot\nabla\times\mathbf{H}$$

$$\mathbf{j}\cdot\mathbf{E} = -\nabla\cdot\left(\frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}]\right) + \frac{c}{4\pi}\mathbf{H}\cdot(\nabla\times\mathbf{E}) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{8\pi}\varepsilon\mathbf{E}^2\right)$$

$$\mathbf{j}\cdot\mathbf{E} = -\nabla\cdot\left(\frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}]\right) - \frac{1}{4\pi}\mathbf{H}\cdot\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{8\pi}\varepsilon\mathbf{E}^2\right)$$

$$\mathbf{j}\cdot\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{8\pi}\varepsilon\mathbf{E}^2 + \frac{1}{8\pi}\mu\mathbf{H}^2\right) - \nabla\cdot\underbrace{\left(\frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}]\right)}_{\vec{S}}$$

Вектор Пойнтінга

Вектор густини потоку енергії (вектор Пойнтінга)

$$\boxed{\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}],} \quad [S] = \frac{\text{ерг}}{\text{см}^2\cdot\text{с}}\,(\text{СГС}),\, [S] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\,(\text{SI}) \qquad \frac{P\,x}{r^2\,c}$$

Густина енергії

$$w = \frac{\mathbf{E}\cdot\mathbf{D}}{8\pi} + \frac{\mathbf{B}\cdot\mathbf{H}}{8\pi}, \quad [w] = \frac{\text{ерг}}{\text{см}^2}\,(\text{СГС}),\, [w] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}\,(\text{SI})$$

$$w_e + w_m$$

З виразу для густини енергії ми бачимо, що вона є сумою «електричної» та «магнітної» густин енергій, які у точності дорівнюють виразам, отриманим нами у статиці. Крім того, ми отримали вираз для вектора потоку енергії електромагнітного поля. Цей новий вектор $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}]$ по імені свого першовідкривача називається «вектором Пойнтинга». Він каже нам про напрямок і швидкість, з якою енергія рухається у просторі.

Невизначеність енергії поля

$$-\frac{\partial w}{\partial t} = \vec{j}\vec{E} + \vec{\nabla}\cdot\vec{S} \qquad \vec{S} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}\times\vec{H}] +$$

Якщо покласти потік енергії рівним $\mathbf{S}' = \mathbf{S} + \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{a}$, де $\mathbf{a}$ є довільний вектор, то $\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{S}' = \boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{S}$, так що загальний потік енергії через цю поверхню залишиться таким же.

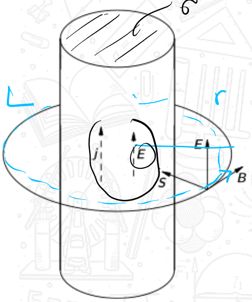
Також, до виразу густини енергії можна додати довільну константу $w' = w + c$ і $\frac{\partial w'}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t}$.

Таким чином, для w та $\mathbf{S}$ можна фактично написати нескінченну кількість різних виразів, і досі ніхто не думав над експериментальною перевіркою того, яке з них істинне. Вважають, що найпростіший вираз, мабуть, і має бути істинним, але треба зізнатися, що ми так і не знаємо, як на насправді розподілена енергія в електромагнітному полі. Тому йдуть найлегшим шляхом і постулюють, що енергія поля визначається отриманими виразами.

Приклади потоків енергії

По прямому провіднику круглого перерізу тече постійний струм I. Знайти потік вектора Пойнтінга через бічну поверхню даного провідника, що має опір R.

$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$



Магнітне поле можна знайти з теореми про циркуляцію:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B \cdot 2\pi r = \frac{4\pi}{c} I$

$$\boxed{B = \frac{2I}{cr},}$$

$R = \rho \frac{\ell}{\sigma}$

де r — радіус циліндра. Електричне поле знайдемо із закону Ома

$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$

$j = \frac{E}{\rho} \Rightarrow E = j\rho \quad ; \; I = j\sigma$

$$E = \frac{I\rho}{S} = \frac{IR}{\ell},$$

$E = \frac{I\rho}{\sigma} = \frac{I}{\ell} \frac{\sigma R}{\sigma}$

де ℓ — довжина частини провідника.
Вектор Пойнтінга (енергія яка втікає в провідник за секунду в одиничну площу):

$$S = \frac{c}{4\pi} E B = \frac{I^2 R}{2\pi r \ell},$$

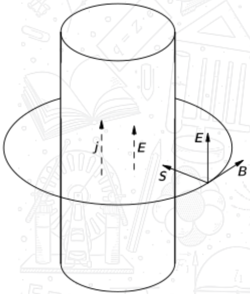
$2\pi rl$ — площа бічної поверхні провідника на довжині ℓ.
Повна потужність, яка втікає в провідник $S \cdot 2\pi r \ell$, і дорівнює

$$P = S \cdot 2\pi r \ell = I^2 R.$$

$S \cdot \sigma = P$

Приклади потоків енергії

По прямому провіднику круглого перерізу тече постійний струм I. Знайти потік вектора Пойнтінга через бічну поверхню даного провідника, що має опір R.



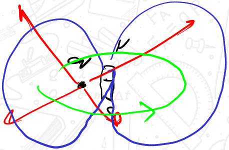
Таким чином, електрони отримують свою енергію, ззовні, від потоку енергії зовнішнього поля всередину дроту і витрачають її на створення теплоти.

Енергія віддалених зарядів якимось чином розтікається по великій області простору і потім втікає всередину дроту.

Файнман про енергію та імпульс поля

https://www.feynmanlectures.caltech.edu/II_27.html

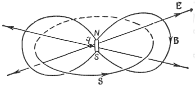
$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}\times\vec{H}]$$



Таким образом, наша «сумасшедшая» теория говорит, что электроны получают свою энергию, растрачиваемую ими на создание теплоты извне, от потока энергии внешнего поля внутрь провода. Интуиция нам подсказывает, что электрон пополняет свою энергию за счет «давления», которое толкает его вдоль провода, так что энергия как будто должна течь вниз (или вверх) по проводу. А вот теория утверждает, что на самом деле на электрон действует электрическое поле, создаваемое очень далекими зарядами, и электроны теряют свою энергию, расходуемую на тепло именно из этих полей. Энергия отдаленных зарядов каким-то образом растекается по большой области пространства и затем втекает внутрь провода.

Наконец, чтобы окончательно убедить вас в том, что это явно ненормальная теория, возьмем еще один пример, когда электрический заряд и магнит *покоятся* — сидят себе рядышком и не шевелятся. Представьте, что мы взяли точечный заряд, покоящийся вблизи центра магнитного бруска (фиг. 27.6). Все находится в покое, так что энергия тоже не изменяется со временем; **E** и **B** постоянны. Но вектор Пойнтинга утверждает, что здесь есть поток энергии, так как $\mathbf{E}\times\mathbf{B}$ не равно нулю. Если вы понаблюдаете за потоком энергии, то убедитесь, что он циркулирует вокруг этой системы. Но никакого изменения энергии не происходит; все, что втекает в любой объем, снова вытекает из него. Это напоминает круговой поток несжимаемой воды. Итак, в такой, казалось бы, статической ситуации есть поток энергии. Выглядит, прямо скажем, абсурдно!

А, может быть, это все-таки не так уж удивительно, если вспомнить, что так называемый «статический» магнит представляет на самом деле непрерывно циркулирующий ток. Внутри постоянного магнита электроны все время крутятся. Так что, может быть, циркуляция энергии не так уж удивительна.



Фиг. 27.6. Заряд и магнит дают вектор Пойнтинга, циркулирующий по замкнутой петле.

https://youtu.be/6Hv2GLtnf2c
https://youtu.be/D0TFS2Rb-vc

Плоскі електромагнітні хвилі

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{\mu\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{\mu\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

$$\hat{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{E}}_m e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} \qquad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}_m e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} \qquad (2)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \vec{\nabla}\cdot\left(\vec{E}_m e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}\right)$$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

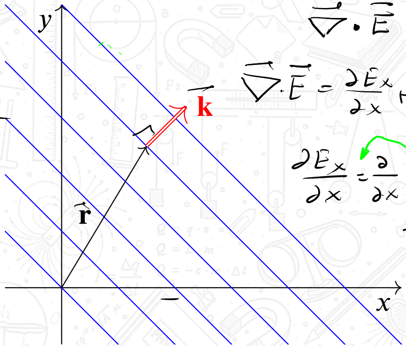
$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} E_{m_x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} = E_{m_x} e^{i()} (-k_x)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -\vec{k}\cdot\vec{E}$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \omega \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \to -\vec{k}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \to \omega$$



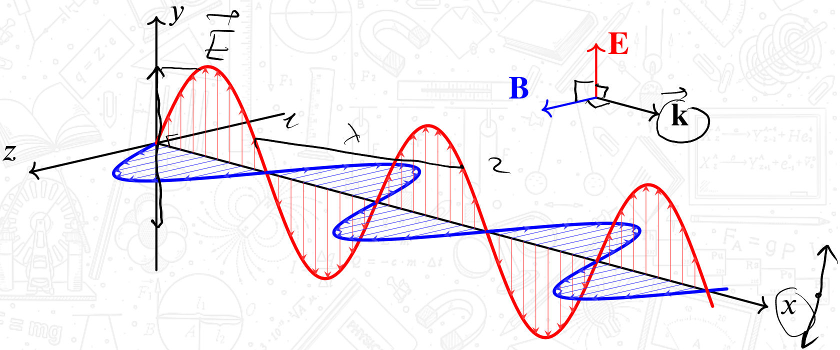
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -k_x E_x - k_y E_y - k_z E_z = -\vec{k}\cdot\vec{E}$$

Плоскі електромагнітні хвилі

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} \quad (2)$$



Плоскі електромагнітні хвилі

$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 4\pi\rho \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{D} = 4\pi\rho \quad \vec{k}\cdot\varepsilon\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{E} = 0 \quad \vec{k}\perp\vec{E}$

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \quad \vec{k}\cdot\vec{B} = 0 \quad \vec{k}\cdot\vec{B} = 0 \quad \vec{k}\perp\vec{B}$

$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{k}\times\vec{E} = -\frac{\omega}{c}\vec{B}$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} \tag{1}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} \tag{2}$$

Підставимо (1) та (2) в рівняння Максвелла. Диференціальні операції заміняються на:

$\vec{\nabla}^2\vec{E} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t} \quad \frac{1}{v^2}$

$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$

$$\nabla \to -i\mathbf{k}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \to i\omega$$

$k^2\vec{E} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\omega^2\vec{E}$

$k^2 = \frac{\varepsilon\mu\,\omega^2}{c^2}$

$k = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\omega$

$kE = \frac{\omega}{c}B$

$\cancel{\frac{n}{c}}\omega E = \cancel{\frac{\omega}{c}}B$

$$\mathbf{k}\times\mathbf{E} = \frac{\omega}{c}\mathbf{B}, \quad -\mathbf{k}\times\mathbf{H} = \frac{\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E}$$

$$k = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\omega = \frac{n}{c}\omega = \frac{\omega}{v}, \quad \boxed{nE_m = B_m,} \quad \sqrt{\varepsilon}E_m = \sqrt{\mu}H_m$$

$\sqrt{\varepsilon\mu}E = \mu H$

$\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

$\vec{j} = \rho\cdot\vec{v}$

$\vec{S} = w\cdot\vec{v}$

Плоскі електромагнітні хвилі

Енергія хвилі та вектор Пойнтінга

$$\mathbf{k}\times\mathbf{E} = \frac{\omega}{c}\mathbf{B}, \quad -\mathbf{k}\times\mathbf{H} = \frac{\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E}$$

$\frac{\omega\varepsilon}{c}\vec{E} = \vec{H}\times\vec{k}$

$$k = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\omega = \frac{n}{c}\omega = \frac{\omega}{v}, \quad nE_m = B_m, \quad \sqrt{\varepsilon}E_m = \sqrt{\mu}H_m$$

Густина енергії (амплітуда)

$$w_m = \boxed{\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} + \frac{\mu H_m^2}{8\pi}}, \quad \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m = H_m, \quad w_m = \frac{\varepsilon E_m^2}{4\pi} = \frac{\mu H_m^2}{4\pi}.$$

бац - цаб

Вектор вектор Пойнтінга $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}]$:

$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$

$kH^2 - \vec{H}(\vec{k}\cdot\vec{H})$

$$\mathbf{S} = \frac{c^2}{4\pi\varepsilon\omega}\overset{\vec{a}}{\mathbf{H}}\times\overset{\vec{b}}{\mathbf{k}}\times\overset{\vec{c}}{\mathbf{H}} = \frac{c^2}{4\pi\varepsilon\omega}H^2\mathbf{k} = \frac{c}{\omega}\frac{1}{\varepsilon\mu}\left(\frac{\mu H^2}{4\pi}\right)c\mathbf{k} = w\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\frac{\mathbf{k}}{k} = w\vec{v}.$$

Тиск світла

$d\vec{F} = \frac{1}{c}[d\vec{l} \times \vec{B}]$ IB

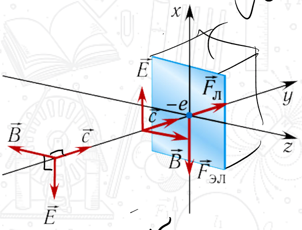
$I d\vec{l} = \vec{j}\, dV$

Максвел теоретично показав, що електромагнітні хвилі, відбиваючись чи поглинаючись тілами, на які вони падають, чинять на них тиск. Цей тиск виникає внаслідок впливу магнітного поля хвилі на електричні струми, що збуджуються електричним полем тієї самої хвилі.

$dF = \frac{1}{c}[\vec{j} \times \vec{B}]\, dV$

$\frac{c}{v} E = B$

$dF = \frac{1}{c} j \frac{c}{v} E\, dV = \frac{jE}{v} dV$



Електричне поле хвилі збуджує електричний струм густиною $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ ($\mathbf{F} = e\mathbf{E}$). Внаслідок цього на об'єму середовища діє сила Ампера $d\mathbf{F} = \frac{1}{c}[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]dV$, спрямована убік поширення хвилі. Ця сила та викликає тиск електромагнітної хвилі.

У випадку поглинання вся енергія, яка падає за секунду на поверхню $wvdS$ тіла, перетворюється на теплову $jEdV$:

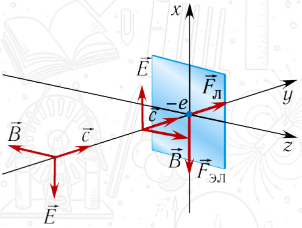
$$dF = \frac{1}{c} j \frac{c}{v} E = \frac{1}{v} jE = \frac{1}{v} wvdS = wdS,$$

$S\, d\sigma = w \cdot v\, d\sigma$

звідки тиск $p = \frac{dF}{dS} = w = \frac{S}{v} \overset{\text{вакуум}}{=} \frac{S}{c}$

Тиск світла

Максвел теоретично показав, що електромагнітні хвилі, відбиваючись чи поглинаючись тілами, на які вони падають, чинять на них тиск. Цей тиск виникає внаслідок впливу магнітного поля хвилі на електричні струми, що збуджуються електричним полем тієї самої хвилі.

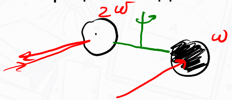


Електричне поле хвилі збуджує електричний струм густиною $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ $(\mathbf{F} = e\mathbf{E})$. Внаслідок цього на об'єму середовища діє сила Ампера $d\mathbf{F} = \frac{1}{c}[\mathbf{j}\times\mathbf{B}]dV$, спрямована убік поширення хвилі. Ця сила та викликає тиск електромагнітної хвилі.

У випадку часткового відбивання, тиск дорівнює

$$p = w(1+\rho),$$ $\rho = 1$

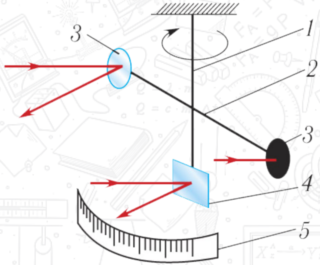
де $\rho = 0\ldots 1$ — коефіцієнт відбивання.



Тиск світла

Дослід Лебедєва

Петро Миколайович Лебедєв в 1899 р. вперше виміряв світловий тиск. Він підвісив на тонкій нитці коромисло з парою крилець на кінцях: поверхня в одного з них була зачорненою, забезпечуючи майже повне поглинання, а в іншого — дзеркальною, забезпечуючи повне відбивання. Підвіс з крильцями утворив чутливі крутильні терези, що поміщаються в посудину, повітря в якому було відкачано.



Світло практично повністю відбивалося від дзеркальної поверхні та його тиск на дзеркальне крильце було вдвічі більше, ніж на зачорнене. Внаслідок цього створювався момент сил, що повертає коромисло. Вимірюючи кут повороту коромисла, можна було виміряти силу, що діяла на крильця, а отже, визначити світловий тиск.

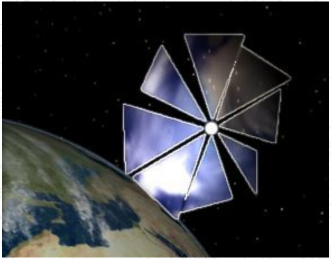
https://youtu.be/Dr07pTIoue8

Тиск світла

Сонячні вітрила

Сонячне вітрило — пристрій, що використовує тиск сонячного світла чи лазера на дзеркальну поверхню для приведення в рух космічного апарату.

Тиск сонячного світла надзвичайно малий (на Земній орбіті — близько $5 \cdot 10^{-6}$ Па) і зменшується пропорційно квадрату відстані від Сонця. В ролі вітрила використовувались сонячні батареї або радіатори системи терморегуляції.

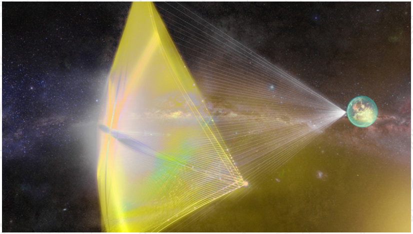


https://youtu.be/U0_wjnmlmRg

Тиск світла

Сонячні вітрила

Вчені з Австралійського національного університету запропонували спосіб запуску для космічного вітрильника до найближчої зірки Альфи Центавра в рамках проекту Breakthrough Starshot. За їх задумом, надати необхідну швидкість апарату допоможе фотонний двигун — система, що сумарно включає до 100 мільйонів лазерів.



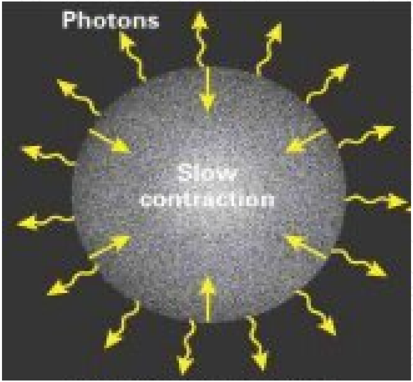
Подорож до Альфи Центавра за допомогою звичайних способів переміщення триватиме близько 100 років. Дістатись до Альфи Центавра за допомогою космічного вітрильника на фотонному двигуні передбачається за 20 років зі швидкістю в $0.2c$.

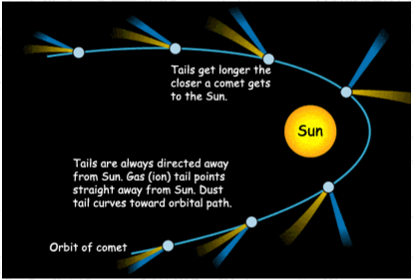
Journal of the Optical Society of America B.

Тиск світла

Сонячні вітрила

Тиск світла відіграє велику роль в астрономічних та атомних явищах. В астрофізиці тиск світла поряд із тиском газу забезпечує стабільність зірок, протидіючи силам гравітації. Дія тиску світла пояснюються деякі форми кометних хвостів. До атомних ефектів відноситься так звана світлова віддача, яку відчуває збуджений атом під час випромінювання фотона.





Товстий білий хвіст комети Гейла-Боппа складається з частинок пилу, і утворюється завдяки тиску світла. Другий, тонкий і блакитний складається з іонів і створюється сонячним вітром.

Імпульс електромагнітного поля

Поле має енергію; так само в одиниці об'єму воно має якийсь імпульс. Оскільки електромагнітна хвиля чинить тиск на речовину, остання набуває певного імпульсу. Але в замкнутій системі, що складається з речовини та електромагнітної хвилі, виникло б порушення закону збереження імпульсу, якби імпульс мала лише речовина.

Для електромагнітної хвилі у вакуумі вектор Пойнтінга.

$$S = wc \Rightarrow \frac{S}{c^2} = \frac{w}{c}.$$

$p = \frac{E}{c}$

З релятивістської механіки $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$. Для частинки з нульовою масою (наприклад, фотона) $m = 0$, зв'язок енергії та імпульсу:

$$E = pc \Rightarrow p = \frac{E}{c}.$$

Порівнюючи дві останні формули, отримаємо вираз для густини імпульсу:

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{S}}{c^2}, \quad [g] = \frac{\text{дин} \cdot \text{с}}{\text{см}^3} \text{(СГС)}$$

$\vec L = \vec r \times \vec p$

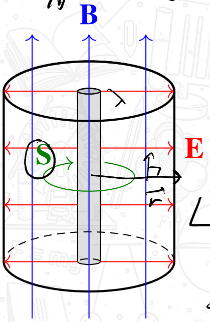
Момент імпульсу поля

Заряджений циліндричний конденсатор вміщений в зовнішнє однорідне магнітне поле з індукцією $\mathbf{B}$, яке напрямлене вздовж його осі. Конденсатор має змогу вільно обертатись навколо своєї осі. Заряд конденсатора q, радіус зовнішньої обкладки R, радіусом внутрішньої можна знехтувати. Маса конденсатора m. Знайдіть вектор моменту імпульсу електромагнітного поля конденсатора. Знайдіть кутову швидкість, з якою буде обертатись конденсатор, при вимикання магнітного поля.

$\vec{\mathscr{L}} = \vec r \times \vec g = \vec r \times \frac{\vec S}{c^2}$

$\vec g = \frac{\vec S}{c^2}$

$\vec S = \frac{c}{4\pi}[\vec E \times \vec B]$



Густина моменту імпульсу поля:

$$\vec{\mathscr{L}} = \mathbf{r} \times \frac{\mathbf{S}}{c^2} = \frac{1}{4\pi c}\mathbf{r} \times \mathbf{E} \times \mathbf{B} = -\frac{1}{4\pi c}\mathbf{B}(\mathbf{r}\cdot\mathbf{E})$$

a b c

$\frac{1}{4\pi c} B r \frac{2q}{rh} = \frac{Bq}{2\pi c h}$

Електричне поле можна визначити за формулою:

$$E = \frac{2\lambda}{r} = \frac{2q}{rh}, \quad h - \text{висота циліндра}$$

$\downarrow \mathscr{L}$

Модуль вектора імпульсу $\mathbf{L}$: $= \mathscr{L} V = \mathscr{L} \cdot \pi R^2 h$

$$L = \iiint\limits_V \mathscr{L} dV = \frac{1}{4\pi c} B \frac{2q}{h} \pi R^2 h = \frac{qBR^2}{2c}, \quad \mathbf{L} = -\frac{qR^2}{2c}\mathbf{B}$$

$L_{поля} = L_{обкладинки}$

При вимиканні магнітного поля момент імпульсу має зберегтися, тому він перейде в обертання самого циліндра $\mathbf{L} = mR^2\vec\omega$, а тому кутова швидкість:

$I\omega$

$= mR^2\omega$

$$\vec\omega = -\frac{q}{2mc}\mathbf{B}$$