

# Магнітне поле у речовині

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

# Зміст лекції

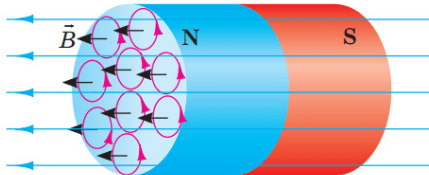
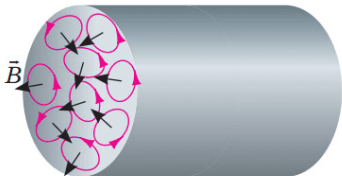
1. Основні поняття
2. Намагнічування
3. Теорема про циркуляцію в речовині
4. Магнетики
5. Граничні умови
6. Феромагнетики

# Гіпотеза Ампера

## Молекулярні струми

Якщо магнітне поле діє на рухомі заряджені частинки та рамки зі струмом, то **чому воно також діє і на будь-який інший шматок магніту?** Ампер припустив, що **всередині магніту теж течуть струми**.

Але якщо взяти стрілку або магніт у руки, то ніяких струмів ми не відчуваємо. Отже, ці струми циркулюють усередині речовини і ніколи не виходять назовні. Що це за струми такі всередині речовини, Ампер звісно ж не знав. Сучасній науці вже відомо, що звичайна речовина складається з атомів. Своєю чергою, всередині атомів є позитивно заряджені ядра з негативно зарядженими електронами, що обертаються навколо них. Також самі електрони є маленькими магнітними стрілочками. Так ось, рух електронів усередині атомів є не що інше, як електричні струми, про існування яких припустив Ампер. Магнітне поле діє на ці струми, а значить і на речовину в цілому.



# Означення

## Мікрополе та середнє поле

У речовині магнітне поле формується як зовнішнім полем, так і струмами, що циркулюють у цій речовині.

На мікрорівні (тобто на відстанях порядку розміру атомів і менше) поле різко змінюється в часі та просторі. Це поле називається **мікрополем**  $\vec{B}_{\text{micro}}$ . Однак якщо провести усереднення за малим об'ємом, у якому є багато частинок (тобто за фізично нескінченно малим об'ємом), то отримаємо середнє поле:

$$\langle \vec{B} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \vec{B}_{\text{micro}} dV.$$

**Середнє поле** змінюється істотно повільніше внаслідок статистичного усереднення при випадковому русі частинок.

# Означення

## Струми провідності та молекулярні струми

Створювані рухомими зарядами, можна розділити на дві групи:  
**струми провідності** та **молекулярні струми**.

1. **Струми провідності** пов'язані з переміщенням вільних зарядів і є сторонніми щодо речовини.
2. **Молекулярні струми** зумовлені орбітальним рухом і спіном (власним моментом імпульсу) електронів в атомах (молекулах) і ядер речовини.

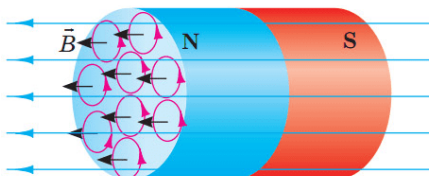
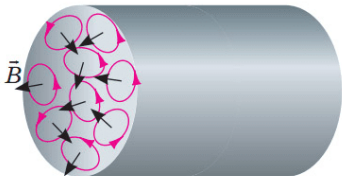
# Вектор намагнічування

**Вектор намагнічування** (або **намагніченість**) — це величина, що характеризує магнітний момент одиниці об'єму речовини. Визначається вона як:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i,$$

де  $\vec{p}_i$  — магнітні моменти окремих частинок.

Намагніченість називається **однорідною**, якщо вектор  $\vec{J}$  не залежить від вибору точки в речовині. Якщо ж  $\vec{J} \neq \text{const}$ , то намагніченість називається **неоднорідною**.



# Вимірювані величини і вилучення струмів намагнічення

## Основна задача теорії магнітостатики в речовині

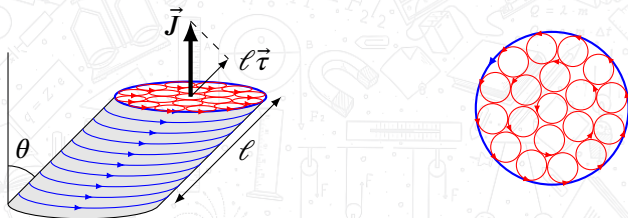
У магнітостатиці стоїть завдання знайти спосіб опису полів, які виникають через молекулярні струми, без їх безпосереднього обчислення. Основна ідея полягає у тому, щоб **вилучити** струми намагнічення з рівнянь і замінити їх іншими величинами, які можливо вимірювати безпосередньо, наприклад, вектором намагнічення  $\vec{J}$ .

## Чому це важливо?

Виключення струмів намагнічення з розрахунків дозволяє зосередитись на вимірюваних параметрах, що спрощує математичні моделі. В результаті, обчислення магнітних полів у магнетиках стає доступнішим і більш наочним.

# Зв'язок намагніченості з молекулярними струмами

Виділимо в речовині досить малий циліндр, так що поле в ньому можна вважати практично однорідним. У його об'ємі молекулярні струми компенсують один одного. Циліндр (ліворуч) і вигляд його торця (праворуч). Кільцеві струми, що циркулюють в об'ємі, компенсують один одного всюди, окрім точок бічної поверхні. У результаті залишається тільки поверхневий струм, що тече бічною поверхнею циліндра.



Знайдемо магнітний момент такого циліндрика:

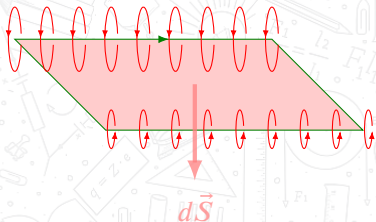
$$\vec{p}_m = \vec{J}V = \frac{1}{c} I_m S \vec{n} \Rightarrow \vec{J} S \ell \cos \theta = \frac{1}{c} I_m S \vec{n} \Rightarrow \vec{J} \cdot \vec{\tau} \ell \cos \theta = \frac{1}{c} I_m \vec{n} \cdot \vec{\tau}$$

$$I_m / \ell = i_m = c \vec{J} \cdot \vec{\tau}, \quad \vec{n} \cdot \vec{\tau} = \cos \theta.$$

Молекулярні струми перпендикулярні намагніченості:  $\vec{i}_m \perp \vec{J}$ .



# Циркуляція вектора намагнічення



Виберемо тепер у речовині довільний замкнутий контур  $L$ . На одиницю довжини контуру припадає струм намагнічування:

$$i_m = c \vec{J} \cdot d\vec{\ell},$$

таким чином, контур перетинає повний струм:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell}.$$

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \text{rot } \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де  $S$  — поверхня, що спирається на контур  $L$ .

# Циркуляція вектора намагнічення

## Молекулярні об'ємні струми намагнічення

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \text{rot } \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де  $S$  — поверхня, що спирається на контур  $L$ .

Струм, що протікає через поверхню  $S$ , виражається через густину струму формулою  $I_m = \iint_S \vec{j}_m \cdot d\vec{S}$ . отже, що густина молекулярних струмів пов'язана з вектором намагнічування формулою:

$$\vec{j}_m = c \text{rot } \vec{J}.$$

Це співвідношення дає зв'язок молекулярного струму з вектором намагнічування в диференціальній формі.

# Теорема про циркуляцію в речовині

Циркуляцію магнітного поля породжують всі струми, як струми провідності так і струми намагнічування:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}(I + I_m).$$

Тепер у нас є інструмент для вилучення  $I_m$  з рівняння.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} \left( I + c \iint_S \text{rot } \vec{J} \cdot d\vec{S} \right).$$

Введемо величину, що — **напруженість магнітного поля**:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

# Теорема про циркуляцію в речовині

Введемо величину, що — **напруженість магнітного поля**:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

Теорема про циркуляцію в речовині прийме вигляд:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I.$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}.$$

Вектор  $\vec{H}$  є допоміжним і слугує для спрощення вигляду рівнянь. Суттєво, що **його циркуляція визначається тільки струмами провідності**, що дає змогу в низці задач спростити розрахунок магнітного поля в середовищі.

# Лінійні ізотропні магнітні середовища

Якщо магнітне поле слабке і в середовищі немає початкової намагніченості, то можна покласти:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}.$$

Коефіцієнт  $\chi_m$  називається **магнітною сприйнятливістю**.

Підставимо це співвідношення у формулу  $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J}$ . Це дає

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}.$$

Величина  $\mu = 1 + 4\pi\chi_m$  називається **магнітною проникністю середовища**.

# Магнетики

Залежно від значення магнітної проникності виділяють такі основні класи середовищ:

1. Якщо  $\chi_m > 0$ ,  $\mu > 1$ , то речовина називається **парамагнетиком**. Парамагнітні властивості мають, наприклад,  $\text{Al}$ ,  $\text{Pt}$ ,  $\text{FeCl}_2$ ,  $\text{O}_2$ , лужні та лужноземельні метали.
2. Якщо  $\chi_m < 0$ ,  $\mu < 1$ , то речовина називається **діамагнетиком**. Діамагнетиками є  $\text{Bi}$ ,  $\text{Sb}$ ,  $\text{Si}$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$  тощо.

Класифікація речовин на парамагнетики та діамагнетики запропонував М. Фарадей у 1845 р. Типові значення магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків становлять  $|\mu| = 10^{-5} \div 10^{-5}$ .

Деякі речовини можуть зберігати намагніченість  $\vec{J}$  за відсутності зовнішнього магнітного поля. Для них не виконується просте співвідношення  $\vec{J} = \chi_m \vec{H}$  при всіх значеннях  $\vec{H}$ . Такі речовини називаються **феромагнетиками**. До їх числа належать, наприклад,  $\text{Fe}$ ,  $\text{Co}$ ,  $\text{Ni}$ . В діапазоні, де таке співвідношення формально виконується, магнітна проникність феромагнетиків сягає значень порядку  $\mu \gg 1$ .

# Задачі

## Задача 1

Постійний струм  $I$  тече вздовж довгого циліндричного дроту круглого перерізу. Дріт виготовлений з парамагнетика сприйнятливостю  $\chi$ . Знайти:

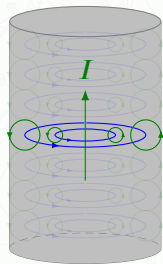
1. поверхневий молекулярний струм;
2. об'ємний молекулярний струм.

Як ці струми напрямлені один відносно одного?

*Відповіді:*

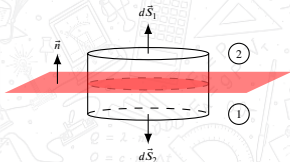
1.  $I'_{\text{пов}} = 4\pi\chi I$ ;
2.  $I'_{\text{об}} = 4\pi\chi I$ .

Струми напрямлені протилежно один відносно одного.



# Граничні умови для $\vec{B}$ та $\vec{H}$

Застосуємо теорему Гауса до нескінченно малого циліндра, що охоплює частину межі розділу двох середовищ. Вважаючи  $d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2$ ,  $q = \sigma dS$ ,  $d\vec{S}_1 = \vec{n} dS$ , маємо



$$\oiint_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_1 + \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 = 0$$

Звідси випливає перша гранична умова:

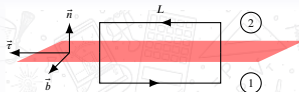
$$B_{1n} = B_{2n}.$$

Нормальна складова вектора  $\vec{B}$  не зазнає стрибка при переході через границю розділу середовищ.



# Граничні умови для $\vec{B}$ та $\vec{H}$

Застосуємо теорему про циркуляцію до нескінченно малого прямокутного контуру  $L$ , що проходить на нескінченно малій відстані над і під поверхнею розділу середовищ. Вважаючи, що  $d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2$ , маємо



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow \vec{H}_1 d\vec{r}_1 + \vec{H}_2 d\vec{r}_2 = \frac{4\pi}{c} i_b d\ell$$

Звідси випливає друга гранична умова:

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b.$$

Останню умову можна можна записати у векторному вигляді: Оскільки  $\vec{\tau} = \vec{b} \times \vec{n}$ . То  $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)\vec{\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b$ , або  $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)[\vec{b} \times \vec{n}] = \frac{4\pi}{c} i_b$ . Зробивши циклічний зсув співмножників

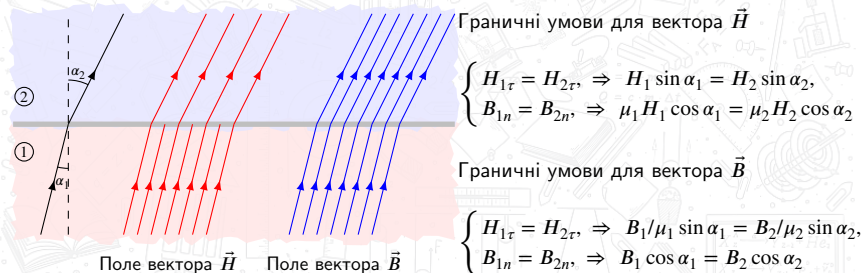
у змішаному добутку векторів, отримаємо:

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \frac{4\pi}{c} \vec{i}_b.$$

Тангенціальна складова  $\vec{H}$  зазнає розриву, якщо по поверхні розділу середовищ течуть струми провідності.

# Заломлення силових ліній на границі магнетиків

Лінії векторів  $\vec{B}$  і  $\vec{H}$  на границі розділу двох магнетиків заломлюються.



Закон заломлення ліній  $\vec{B}$  та  $\vec{H}$  однаковий:

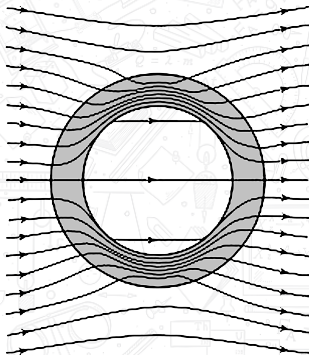
$$\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 = \mu_2 / \mu_1.$$

В діелектрику з більшим значенням  $\mu$  лінії  $\vec{H}$  і  $\vec{B}$  становитимуть більший кут із нормаллю до границі розділу.

# Магнітне екранування

На заломленні магнітних ліній заснований **магнітний захист**.

При внесенні, наприклад, замкненої залізної оболонки (шару) в зовнішнє магнітне поле лінії цього поля будуть концентруватися (згущуватися) переважно в самій оболонці. Усередині ж цієї оболонки — в порожнині — магнітне поле виявляється сильно ослабленим порівняно із зовнішнім полем. Іншими словами, **залізна оболонка має екрануючу дію**.

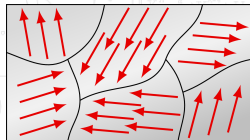


Це використовують для оберігання чутливих приладів від зовнішніх магнітних полів.

# Ферромагнетики

**Ферромагнетиками** називають речовини (тверді), які можуть мати **спонтанну намагніченість в середині окремих доменів**, тобто намагнічені вже за відсутності зовнішнього магнітного поля. Типові представники ферромагнетиків — це залізо, кобальт і багато їхніх сплавів.

**Домен** — це локальна область усередині ферромагнетика, де дипольні моменти орієнтовані в одному й тому самому напрямку. У кожному домені намагніченість постійна і спрямована в один бік.



# Гістерезис в феромагнетиках

**Гістерезис** — неоднозначна петлеподібна залежність поляризації сегнетоелектриків від зовнішнього магнітного поля  $\vec{H}$  за його циклічної зміни.

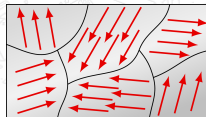
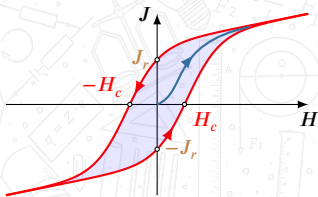
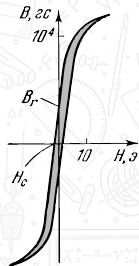


Рис.: Доменна структура феромагнетика

1. За високого поля  $H$ , намагніченість досягає насичення і поводить себе як парамагнетик у якого  $J \propto H$ .
2. Поле зменшується до нуля  $H = 0$ , але намагніченість  $J_r$  залишається.
3. Для того щоб звести намагніченість до нуля, потрібно прикласти негативне поле  $-H_c$ , яке називається **коерцитивною силою**.
4. При подальшому збільшенні негативного поля намагніченість  $J \propto H$ .
5. При зменшенні негативного поля до нуля намагніченість залишається на рівні  $-J_r$ .

# Магнітно-м'які та магнітно-жорсткі феромагнетики

**Магнітом'який** матеріал, який застосовують як осердя в трансформаторах, електромагнітах та інших приладах і машинах, характерний дуже вузькою петлею гістерезису. Вузькість петлі (мала коерцитивна сила) означає малі втрати на перемагнічування. У ділянці до насичення петля близька до прямої лінії, рівняння якої можна записати, як для неферомагнітних речовин, у вигляді  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ .



Постійні магніти слід виготовляти з **магнітно-жорстких** матеріалів, наприклад із загартованої сталі. Гістерезисна петля її широка,  $H_c$  велика, що забезпечує стійкість намагнічування.

