

# Провідники в електричному полі

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

# Зміст лекції

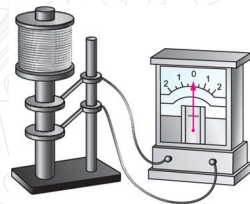
1. Структура провідників
2. Провідник в полі
3. Поле в порожнині провідника  
Електростатичний захист  
Електростатичний генератор Ван-де-Граафа
4. Електричне поле біля вістря
5. Єдиність розв'язку електростатичної задачі
6. Метод електричних зображень
7. Металева куля в однорідному полі
8. Сили, що діють на поверхню провідника в полі

# Природа носіїв струму в металах

## Досліди Толмена та Стюарта

У 1916 р. американський фізик Р. Толмен (1881-1948) і шотландський фізик Т. Стюарт виконали кількісні виміри, які неспростовно довели, що струм у металевих провідниках зумовлений рухом вільних електронів.

У цих дослідах котушку з великим числом витків тонкого дроту підключали до гальванометра і приводили в швидке обертання навколо своєї осі. Під час різкого гальмування котушки в колі виникав короточасний струм, зумовлений інерцією носіїв заряду. За напрямком відхилення стрілки гальванометра було встановлено, що **електричний струм створюють негативно заряджені частинки**. При цьому експериментально був отриманий питомий заряд носіїв  $q/m$  близький до питомого заряду електрона, отриманого з інших дослідів. Так було експериментально доведено, що носіями вільних зарядів у металах є електрони.

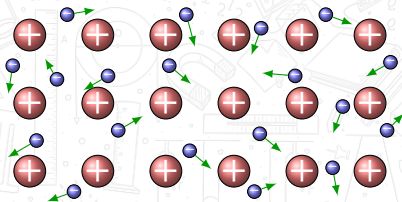


Установка Толмена і Стюарта

Відеодемонстрація дослідів

# Структура провідників

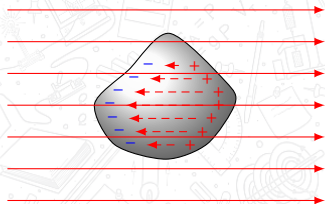
Провідниками називають речовини в структурі яких є вільні заряди (електрони в металах, наприклад), які можуть переміщуватися під дією як завгодно слабких полів.



Електронні оболонки атомів, що складають кристалічну решітку металів, сильно перекриваються, внаслідок чого не можна вказати, біля якого іона локалізовано той чи інший **електрон валентної оболонки**, — вони легко перетікають від одного іона до іншого, і, в цьому разі, кажуть, що **електрони колективізовані**. Іони являють собою ядра і електрони внутрішніх оболонок, які сильно локалізовані. Електрони, які делокалізовані вільно переміщуються по кристалу. Саме вільні електрони відповідають за багато фізичних і, особливо, транспортних властивостей металів.

## Провідник в полі

Якщо провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися проти поля. На одній частині поверхні провідника виступає негативний заряд, ця поверхня стає збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо менше, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні виявляється зарядженою позитивно. Позитивна і негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямком протилежне зовнішньому. Обидва поля — зовнішнє  $\vec{E}_{\text{ex}}$  і поле власних поверхневих зарядів провідника ( $\vec{E}_{\text{in}}$ ) точно компенсують одне одне в усіх точках усередині і на поверхні.



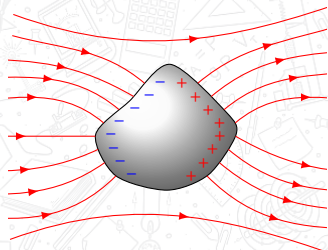
**В стаціонарному стані, коли немає струмів, в об'ємі провідника результуюче електричне поле:**

$$\vec{E} = 0$$

Струм буде текти доти, доки заряди не розташуються так, щоб поле було відсутнє усюди в об'ємі провідника.

## Провідник в полі

Якщо провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися проти поля. На одній частині поверхні провідника виступає негативний заряд, ця поверхня стає збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо менше, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні виявляється зарядженою позитивно. Позитивна і негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямком протилежне зовнішньому. Обидва поля — зовнішнє  $\vec{E}_{\text{ex}}$  і поле власних поверхневих зарядів провідника ( $\vec{E}_{\text{in}}$ ) точно компенсують одне одне в усіх точках усередині і на поверхні.



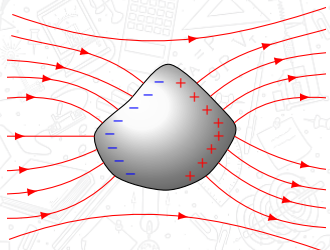
**В стаціонарному стані, коли немає струмів, в об'ємі провідника результуюче електричне поле:**

$$\vec{E} = 0$$

Струм буде текти доти, доки заряди не розташуються так, щоб поле було відсутнє усюди в об'ємі провідника.

# Провідник в полі

Якщо провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися проти поля. На одній частині поверхні провідника виступає негативний заряд, ця поверхня стає збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо менше, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні виявляється зарядженою позитивно. Позитивна і негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямком протилежне зовнішньому. Обидва поля — зовнішнє  $\vec{E}_{\text{ex}}$  і поле власних поверхневих зарядів провідника ( $\vec{E}_{\text{in}}$ ) точно компенсують одне одне в усіх точках усередині і на поверхні.



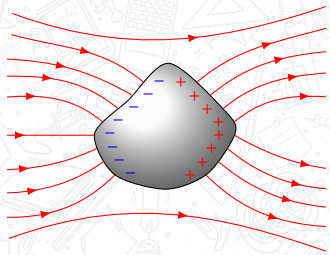
## З теореми Гаусса

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow \rho = \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \vec{E} \Rightarrow \rho = 0,$$

об'ємна густина зарядів у провіднику дорівнює нулю, **вільні заряди можуть розташовуватися тільки на поверхні.**

# Провідник в полі

Якщо провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися проти поля. На одній частині поверхні провідника виступає негативний заряд, ця поверхня стає збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо менше, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні виявляється зарядженою позитивно. Позитивна і негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямком протилежне зовнішньому. Обидва поля — зовнішнє  $\vec{E}_{\text{ex}}$  і поле власних поверхневих зарядів провідника ( $\vec{E}_{\text{in}}$ ) точно компенсують одне одне в усіх точках усередині і на поверхні.



## Граничні умови

$$E_n = 4\pi\sigma,$$

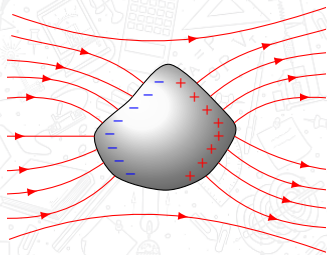
$$E_\tau = 0$$

показують, що **силові лінії входять перпендикулярно в провідник.**



# Провідник в полі

Якщо провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися проти поля. На одній частині поверхні провідника виступає негативний заряд, ця поверхня стає збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо менше, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні виявляється зарядженою позитивно. Позитивна і негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямком протилежне зовнішньому. Обидва поля — зовнішнє  $\vec{E}_{\text{ex}}$  і поле власних поверхневих зарядів провідника ( $\vec{E}_{\text{in}}$ ) точно компенсують одне одне в усіх точках усередині і на поверхні.



**Поверхня провідника є екіпотенціальною поверхнею!**

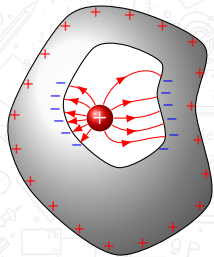
**Потенціал в об'ємі провідника постійний і дорівнює потенціалу на його поверхні:**

$$\varphi_S = \varphi_V = \text{const}.$$

## Поле в порожнині провідника

Зовнішні заряди, зокрема заряди на зовнішній поверхні провідника, не створюють у товщі провідника жодного електричного поля. Чи будуть з'являтися заряди на внутрішній поверхні провідника, в якому є порожнина?

Якщо в порожнині незарядженого провідника є заряд, то на внутрішній поверхні оболонки будуть створюватись індуковані заряди протилежного знаку. На зовнішній оболонці заряд розподілиться по поверхні. На основі теореми Гаусса заряд на зовнішній поверхні буде дорівнювати заряду в порожнині.

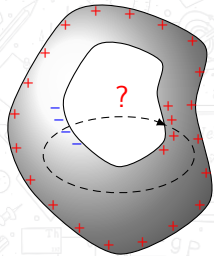


Замкнута провідна оболонка розділяє весь простір на внутрішню і зовнішню частини, які в електричному відношенні абсолютно не залежать одна від одної.

## Поле в порожнині провідника

Зовнішні заряди, зокрема заряди на зовнішній поверхні провідника, не створюють у товщі провідника жодного електричного поля. Чи будуть з'являтися заряди на внутрішній поверхні провідника, в якому є порожнина?

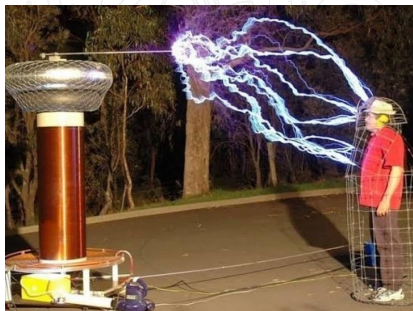
Якщо в порожнині провідника немає зарядів, то на внутрішній поверхні оболонки зарядженого провідника індукованих зарядів не буде, а поле в порожнині дорівнює нулю. Провідна оболонка повністю екранує поле всіх зарядів, що знаходяться поза оболонкою.



Замкнута провідна оболонка розділяє весь простір на внутрішню і зовнішню частини, які в електричному відношенні абсолютно не залежать одна від одної.

# Електростатичний захист

Електростатичний захист — явище, згідно з яким, можна екранувати електричне поле, «сховавшись» від нього всередині замкненої металевої оболонки. На практиці використовують сітку.



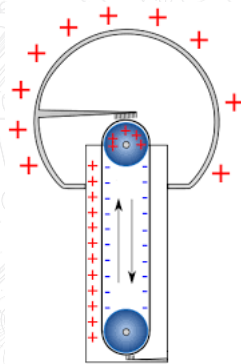
Явище було відкрито Майклом Фарадеєм 1836 року. Він звернув увагу, що зовнішнє електричне поле не може потрапити всередину металевої клітки. Електростатичний захист потрібен там, де необхідно екранувати електроприлади від зовнішніх електричних полів (наприклад, в блоках живлення, материнській платі комп'ютера, лабораторному обладнанні). Ці прилади поміщаються в металевий корпус, який захищає їх від зовнішніх електричних перешкод.

Відео: клітка Фарадея

# Електростатичний генератор Ван-де-Граафа

Генератор Ван де Граафа — електростатичний генератор в якому використовуються властивості циліндра Фарадея для створення високої напруги. Таким методом можна досягнути напруги до кількох мегавольт.

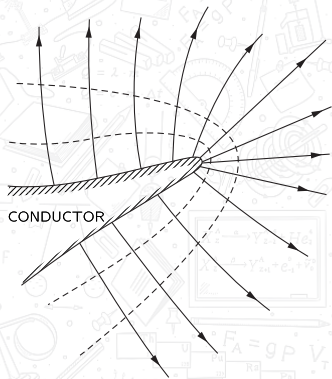
Діелектрична стрічка обертається між двох роликів. Знизу стрічка електризується щітками, а зверху заряд з неї знімають у металеву сферу. Заряд накопичується на зовнішній поверхні сфери, що дозволяє продовжувати знімати заряд зі стрічки зсередини кулі.



Відео: Принцип дії генератора Ван де Граафа

# Електричне поле біля вістря

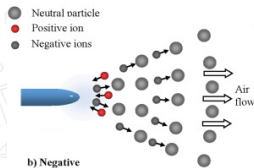
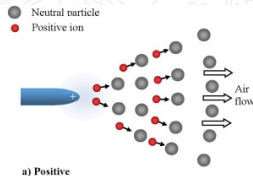
Електричні заряди завжди розподіляються тільки на поверхні провідника. Однак цей розподіл різний залежно від форми провідника. **Напруженість електричного поля і поверхнева густина заряду мають найбільші значення біля загострення провідника.**



# Електричне поле біля вістря

«Іонний вітер» — явище, за якого рух повітря створюється за допомогою електричного поля.

Наявні в повітрі в невеликій кількості вільні заряди (іони обох знаків і електрони) поблизу вістря розганяються сильним полем і, вдаряючись об атоми газу, іонізують їх. Створюється область просторового заряду, звідки іони того ж знака, що й вістря, виштовхуються полем, захоплюючи за собою атоми газу. Потік атомів та іонів, спрямований від вістря, створює враження «стікання зарядів».



Відео: Демонстрація іонного вітру

# Рівняння Пуассона та Лапласа

Єдиність розв'язку електростатичної задачі

Задача електростатики зводиться до **знаходження розв'язку** рівняння

Пуассона

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi\rho$$

(або Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = 0$$

).

Розв'язок задачі можна **вгадати**! Якщо **вгаданий розв'язок** задачі в деякій **області** задовольняє рівнянню Лапласа (або Пуассона) і задовольняє **умовам на границі області**, то він буде правильним і **єдиним**, незважаючи на те, що ми його вгадали. Це твердження ґрунтується на **теоремі єдиності**.

Дійсно, якщо при заданій конфігурації зарядів і потенціалів на границях розв'язок не один, то буде різний електричний «ландшафт», отже, у кожній точці поле  $\vec{E}$ , узагалі кажучи, буде неоднозначним — що є фізичного абсурдним.

Використання теореми єдиності дуже **спрощує** розв'язання деяких електростатичних задач.

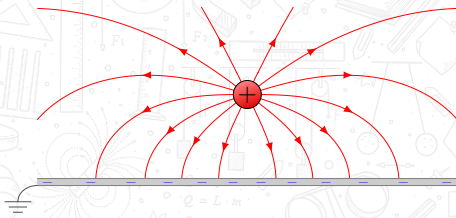


# Метод електричних зображень

Ідея методу на прикладі заземленої площини

Метод ґрунтується на теоремі єдиності і полягає у вгадуванні конфігурації зарядів, у якій поле в цікавій для нас частині простору було б тим же самим, які і у розглядуваної задачі.

Розглянемо ідею цього методу на прикладі, коли точковий заряд  $q$  знаходиться біля нескінченної заземленої провідної площини.

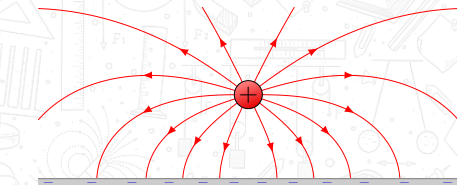


Як знайти поле у верхній частині простору? Як знайти розподіл заряду на площині?

# Метод електричних зображень

Ідея методу на прикладі заземленої площини

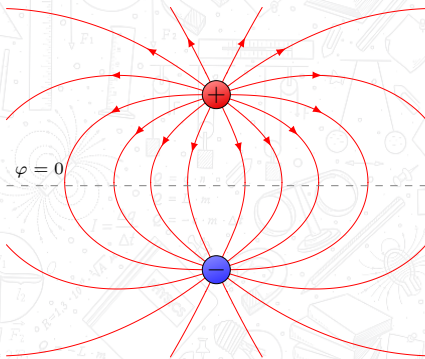
Як знайти поле у верхній частині простору? Як знайти розподіл заряду на площині?



# Метод електричних зображень

Ідея методу на прикладі заземленої площини

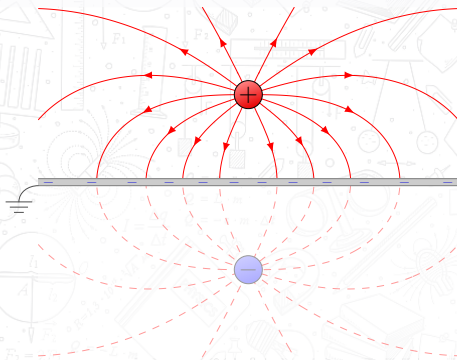
Можна вгадати таку конфігурацію зарядів, у якій буде еквіпотенціальна поверхня, на якій  $\varphi = 0$ !



# Метод електричних зображень

Ідея методу на прикладі заземленої площини

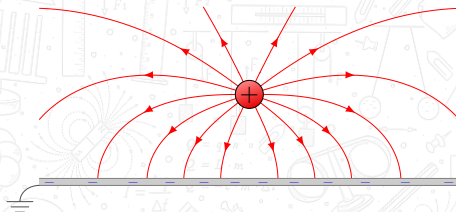
Для обчислення поля достатньо ввести **фіктивний заряд-зображення**  $q' = -q$ , помістивши його по іншій бік площини на такий самий відстані від неї, що й заряд  $q$ . Фіктивний заряд  $q'$  створює у верхньому півпросторі точно таке саме поле, як і індуковані заряди на площині.



# Задача

## Задача

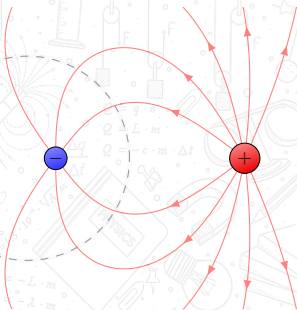
Знайдіть з якою густиною заряд розподіляється по поверхні металевої пластини  $\sigma(x)$ , де  $x$  — координата вздовж пластини, за  $x = 0$  покладіть положення навпроти заряду.



# Метод електричних зображень

## Заряд поблизу сферичної поверхні

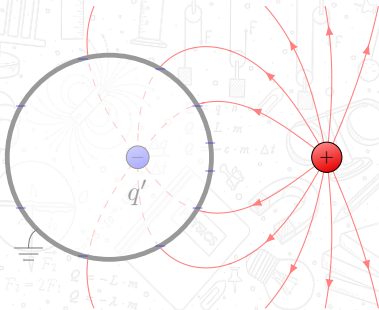
В системі двох різнойменних зарядів знайдуться сферичні екіпотенціальні поверхні. На одній з таких поверхонь потенціал дорівнює  $\varphi = 0$ .



## Метод електричних зображень

## Заряд поблизу сферичної поверхні

Якщо заряд  $q$  опиниться поблизу незарядженої і заземленої провідної сфери і треба знайти поле поза сферою, то треба підібрати положення і величину заряду зображення  $q'$ , щоб задовольнити теоремі єдиності.

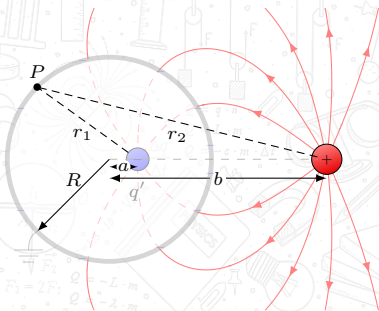


# Метод електричних зображень

## Заряд поблизу сферичної поверхні

Величина заряду  $q'$  і його положення  $a$  по відношенню до центра сфери дається формулами:

$$a = \frac{R^2}{b}, \quad q' = -\frac{a}{b}q.$$



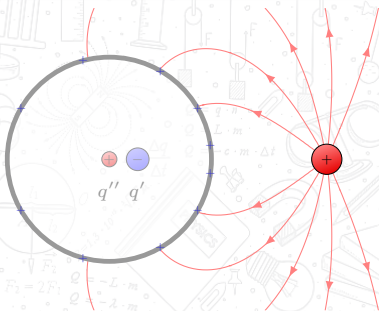


# Метод електричних зображень

## Заряд поблизу сферичної поверхні

Якщо сфера **ізолювана** і **несе заряд  $q_0$** , то зображення утворюється двома зарядами: перший  $q'$  перебуває на відстані  $a$  від центру сфери і додається другий заряд-зображення  $q''$ , який знаходиться в центрі сфери і має величину таку, що:

$$q' + q'' = q_0.$$

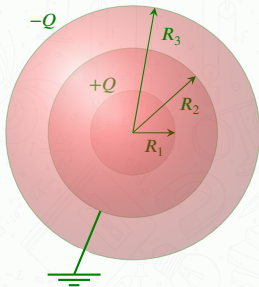


# Задачі

## Задача 1

Три концентричні сфери мають радіуси  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$  ( $R_1 < R_2 < R_3$ ). Сфери 1 та 3 несуть заряди відповідно  $+Q$  і  $-Q$ . Середня сфера 2 заземлена провідником (рис.). Знайти заряд  $q$  заземленої сфери 2 та залежності  $E(r)$  та  $\varphi(r)$  і побудувати їх графіки.

Відповідь:  $q = Q \left( \frac{R_2}{R_3} - 1 \right)$

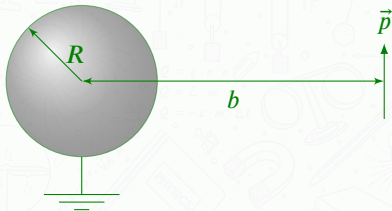


# Задачі

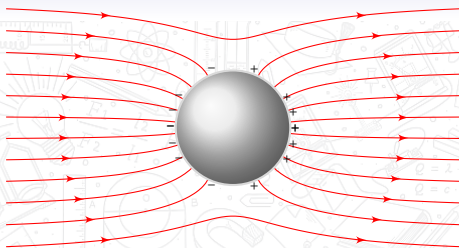
## Задача 2

На відстані  $b = 10R$  від заземленої незарядженої металевої сфери радіусом  $R$  розташований точковий електричний диполь з моментом  $p$ , причому вісь диполя перпендикулярна прямій, що сполучає центр сфери з серединою осі диполя (рис). Знайти силу взаємодії між диполем і сферою.

Відповідь:  $F = \frac{3p^2 R^3}{b^7}$ , взаємодія — притягування.



# Металева куля в однорідному полі $\vec{E}_0$



Металева куля набуває дипольного моменту внаслідок перерозподілу зарядів по її поверхні:

$$\vec{p} = R^3 \vec{E}_0$$

Поле зовні та всередині кулі:

$$\vec{E} = \begin{cases} 0, & r \leq R \\ \vec{E}_0 - \frac{\vec{p}}{r^3} + \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r}}{r^5}, & r > R, \end{cases}$$

Заряди на поверхні:

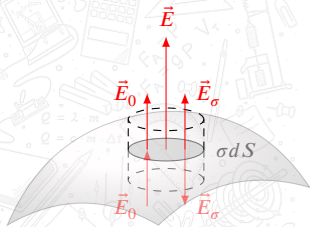
$$\sigma = \frac{3}{4\pi} \frac{\vec{E}_0 \vec{r}}{R}.$$

# Сили, що діють на поверхню провідника в полі

На малий елемент  $dS$  поверхні провідника діє сила:

$$dF = dqE_0 = \sigma dS \cdot E_0,$$

з боку **поля  $E_0$  інших зарядів** в місці знаходження заряду  $dq = \sigma dS$ . Але прилад може виміряти **сумарне поле  $E$** , тобто поле **інших зарядів  $E_0$**  плюс **власне поле  $E_\sigma$** , і розрізнити їх не може!



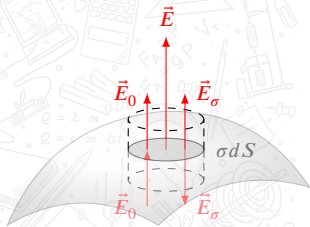
Задача полягає в тому, щоб виразити силу саме через сумарне поле.

# Сили, що діють на поверхню провідника в полі

На малий елемент  $dS$  поверхні провідника діє сила:

$$dF = dqE_0 = \sigma dS \cdot E_0,$$

з боку **поля  $E_0$  інших зарядів** в місці знаходження заряду  $dq = \sigma dS$ . Але прилад може виміряти **сумарне поле  $E$** , тобто поле **інших зарядів  $E_0$**  плюс **власне поле  $E_\sigma$** , і розрізнити їх не може!



Оскільки поле в середині провідника  $E = 0$ , то власне поле за модулем має дорівнювати полю «чужих» зарядів:

$$E_0 = E_\sigma,$$

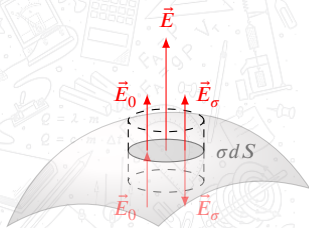
це означає, що **густина заряду підлаштовується під зовнішнє поле!**

# Сили, що діють на поверхню провідника в полі

На малий елемент  $dS$  поверхні провідника діє сила:

$$dF = dqE_0 = \sigma dS \cdot E_0,$$

з боку **поля  $E_0$  інших зарядів** в місці знаходження заряду  $dq = \sigma dS$ . Але прилад може виміряти **сумарне поле  $E$** , тобто поле **інших зарядів  $E_0$**  плюс **власне поле  $E_\sigma$** , і розрізнити їх не може!



Гранична умова дає поле у вакуумі:

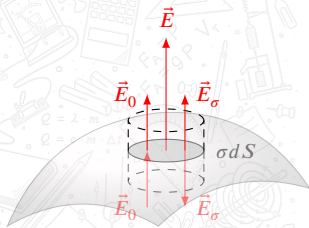
$$E = E_0 + E_\sigma = 2E_0 = 4\pi\sigma.$$

# Сили, що діють на поверхню провідника в полі

На малий елемент  $dS$  поверхні провідника діє сила:

$$dF = dqE_0 = \sigma dS \cdot E_0,$$

з боку **поля  $E_0$  інших зарядів** в місці знаходження заряду  $dq = \sigma dS$ . Але прилад може виміряти **сумарне поле  $E$** , тобто поле **інших зарядів  $E_0$**  плюс **власне поле  $E_\sigma$** , і розрізнити їх не може!



Сила, що діє на одиницю поверхні провідника

$$\frac{dF}{dS} = f = \frac{1}{2} \sigma E = \frac{E^2}{8\pi}.$$



# Задачі

## Задача 1

Знайдіть силу взаємодії двох заряджених металевих пластин, що знаходяться на малій відстані одна від одної. Густина заряду кожної з пластин  $\sigma$ . Площа пластин  $S$ .

Якщо пластини мають форму дисків радіуса  $R$ . Чому буде дорівнювати сила взаємодії між ними на відстані  $\ell \gg R$ ?

## Задача 2

Металева сфера радіуса  $R$  складена з двох півсфер. Визначити силу  $F$ , з якою відштовхуються ці півсфери, якщо повний заряд сфери дорівнює  $Q$ .

Відповідь:  $F = \frac{Q^2}{8R^2}$ .

## Підсумки

1. В стаціонарному стані в об'ємі провідника результуюче електричне поле  $\vec{E} = 0$ .
2. В об'ємі провідника зарядів нема  $\rho = 0$  (заряди розташовуються на поверхні провідника).
3. Поле біля поверхні провідника  $E_n = 4\pi\sigma$ ,  $E_\tau = 0$ .
4. Поверхня провідника є екіпотенціальною поверхнею! Потенціал в об'ємі провідника постійний і дорівнює потенціалу на його поверхні.
5. Сила, що діє на поверхню провідника в електричному полі

$$f = \frac{E^2}{8\pi}.$$