

# Явище електромагнітної індукції

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

# Зміст

## 1. Явище електромагнітної індукції

Вихрове електричне поле

## 2. Явище самоіндукції

Перехідні процеси в колі з індуктивністю

## 3. Взаємна індукція

## 4. Енергія магнітного поля

# Явище електромагнітної індукції

## Явище електромагнітної індукції (Фарадей)

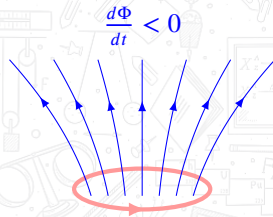
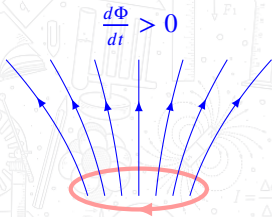
У 1831 р. Фарадеєм було зроблено одне з найбільш фундаментальних відкриттів в електродинаміці — **явище електромагнітної індукції**. Воно полягає в тому, що в замкнутому провідному контурі при зміні магнітного потоку, охопленого цим контуром, виникає електричний струм — його назвали індукційним.

Досліди Фарадея

# Закон електромагнітної індукції

Електрорішійна сила (ЕРС), що виникає в контурі пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує площу, охоплену даним контуром:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \iint_S.$$

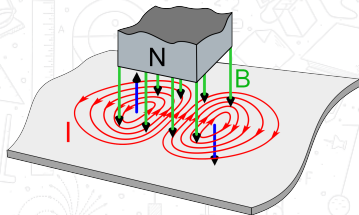


## Правило Ленца

Індукований струм має такий напрямок, щоб за допомогою створюваного ним магнітного поля перешкоджати зміні магнітного потоку, тобто щоб послабити дію причини, яка збуджує цей струм.

# Струми Фуко

Струми Фуко — вихрові індукційні струми, які виникають у провіднику під час зміни магнітного потоку через поверхню провідника.



Струми Фуко, як і індукційні струми в лінійних провідниках, підпорядковані правилу Ленца: їх магнітне поле направлене так, щоб протидіяти змінам магнітного потоку, що індукували ці струми.

# Вихрове електричне поле

Оскільки магнітний потік дорівнює  $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ , а ЕРС індукції  $\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ , то із закону індукції випливає:

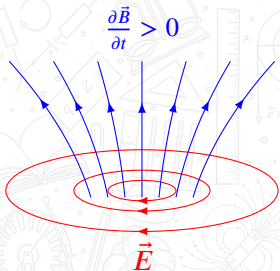
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Скориставшись теоремою Стокса, останнє інтегральне рівняння можна переписати у диференціальній формі:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

# Вихрове електричне поле

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$



Згідно Максвеллу **явище електромагнітної індукції** полягає в тому, що будь-яке змінне магнітне поле збуджує в просторі електричне поле; провідники для цього не потрібні. Індукційні ж струми збуджуються в провідниках індукованим електричним полем.

На відміну від електростатики, де  $\text{rot } \vec{E} = 0$ , у випадку змінного в часі магнітного поля  $\text{rot } \vec{E} \neq 0$ . Це означає, що індуковане електричне поле, індується (виникає) за рахунок зміни магнітного поля і не є потенційним, а вихровим.

# Вираз електричного поля через потенціали

Скористаємося законом електромагнітної індукції. Підставимо сюди вираз для магнітного поля через векторний потенціал  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ :

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

Рівність нулю ротора деякого векторного поля означає, що це поле потенційне і може бути представлене як градієнт скалярної функції. Таким чином, отримуємо

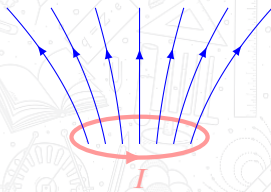
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

У окремому випадку постійних у часі полів приходимо до відомої рівності:  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ , звідки видно, що введена тут функція  $\varphi$  збігається зі скалярним потенціалом.



## Явище самоіндукції

Зміна струму в контурі викликає зміну магнітного поля, що створює змінний магнітний потік через цей же контур і, як наслідок, ЕРС індукції. Це явище називають **самоіндукцією**.



Якщо в просторі, де розташований контур зі струмом  $I$ , немає феромагнетиків, поле  $\vec{B}$ , а отже, і повний магнітний потік  $\Phi$  через контур будуть пропорційні силі струму  $I$ :

$$\Phi = \frac{1}{c} L I$$

Коефіцієнт  $L$  називається **індуктивністю контуру**.

## Явище самоіндукції

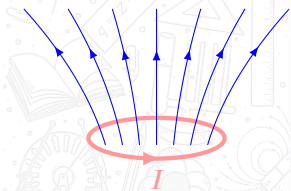
Зміна струму в контурі викликає зміну магнітного поля, що створює змінний магнітний потік через цей же контур і, як наслідок, ЕРС індукції. Це явище називають **самоіндукцією**.

При зміні сили струму в контурі згідно закону Фарадея виникає ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}$$

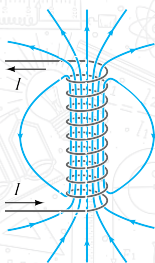
Тут знак мінус показує, що  $\mathcal{E}$  завжди спрямована так, щоб перешкоджати зміні сили струму відповідно до правила Ленца. Ця ЕРС прагне зберегти струм незмінним: вона протидіє струму, коли він збільшується, і підтримує струм, коли він зменшується.

Коефіцієнт  $L$  називається **індуктивністю контуру**.



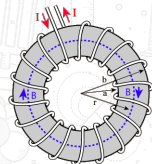
# Приклади розрахунку індуктивності

Соленоїд



Магнітне поле в середині соленоїда  $B = \frac{2I}{cr}$ . Магнітний потік через всі витки  $\Phi = NBS = N \frac{4\pi}{c} \frac{N}{l} IS$ . Порівнюючи з формулою  $\Phi = \frac{1}{c} LI$ , індуктивність соленоїда дорівнює:  $L = \frac{4\pi N^2 S}{l}$

Тороїд



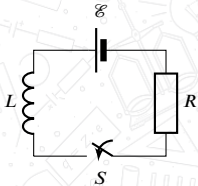
Нехай тороїд має прямокутний переріз шириною  $b - a$  і висоту  $d$ .

$$L = 2N^2 d \ln \left( \frac{b}{a} \right).$$

Одиницею індуктивності в системі СГС є сантиметр:  $[L] = \text{см}$ . Це означає, що індуктивність є **геометричною** характеристикою.

# Перехідні процеси в колі з індуктивністю

## Встановлення струму в $LR$ -контурі



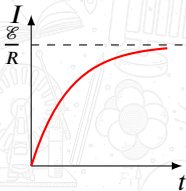
Закон Ома для кола  $\mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{si}} = IR$ . Враховуючи що  $\mathcal{E}_{\text{si}} = -L dI/dt$ , закон набуде вигляду

$$L \frac{dI}{dt} + IR = \mathcal{E}.$$

Після інтегрування ми отримаємо:

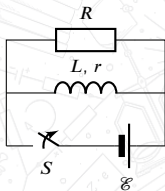
$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right),$$

де  $\tau = \frac{L}{R}$  — називають **часом релаксації**.



# Перехідні процеси в колі з індуктивністю

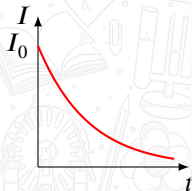
## Екстраструми при розмиканні



Спочатку ключ  $S$  замкнутий. Тоді через опір  $R$  і через котушку індуктивності  $L$  тече струм:

$$I_0 = \mathcal{E}/r.$$

Після розмикання ключа (відключення ЕРС) магнітне поле почне убувати. Це збудить електрорушійну  $\mathcal{E}_{si}$  силу та індукційний струм  $I$  у контурі. Такий струм називається **екстраструмом розмикання**. По закону Ома:

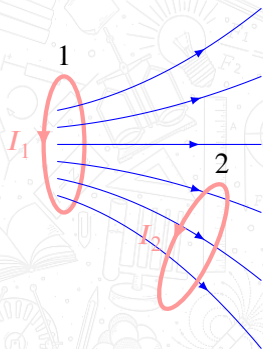


$$I(R + r) = -L \frac{dI}{dt}.$$

Після інтегрування ми отримаємо:  $I(t) = I_0 e^{-\frac{R+r}{L}t}$ .

Якщо  $R \gg r$ , то  $\mathcal{E}_{si} = \frac{R}{r} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}$ . При розмиканні ця величина може значно перевершити ЕРС батареї, тобто може статись пробій, що спостерігається під час вимкнення струму в колах з великими індуктивностями.

## Взаємна індукція



Нехай два нерухомих контури 1 і 2 розташовані близько один до одного. Якщо в контурі 1 тече струм  $I_1$ , він створює через контур 2 магнітний потік  $\Phi_2$ , пропорційний струму  $I_1$ :

$$\Phi_2 = \frac{1}{c} L_{21} I_1$$

Аналогічно, якщо в контурі 2 тече струм  $I_2$ , то він створює через контур 1 магнітний потік:

$$\Phi_1 = \frac{1}{c} L_{12} I_2.$$

Коефіцієнти пропорційності  $L_{12}$  і  $L_{21}$  називають **коефіцієнтами взаємної індуктивності** контурів.

# Теорема взаємності

Теоремою взаємності стверджує, що коефіцієнтами взаємної індуктивності контурів однаков:

$$L_{12} = L_{21}.$$

Завдяки цій теоремі можна не робити різниці між  $L_{12}$  і  $L_{21}$  і просто говорити про взаємну індуктивність двох контурів.

## Практичне застосування

Практичне застосування теореми взаємності полягає у тому, що якщо по контурам течуть однакові струми  $I$ , то

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

Ця обставина нерідко дає змогу сильно спростувати вирішення питання про знаходження, наприклад, магнітних потоків.

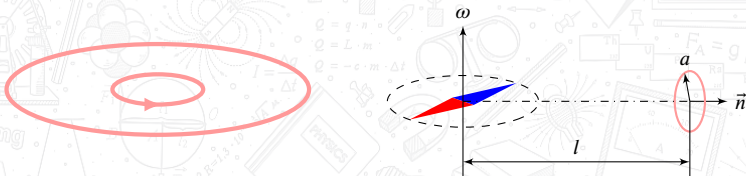
# Задачі на застосування теореми взаємності

## Задача 1

Два тонкі колові провідники, осі яких співпадають, лежать в одній площині. Радіус зовнішнього провідника  $R_1$  внутрішнього  $R_2$  ( $R_2 \ll R_1$ ). Знайдіть магнітний потік, що пронизує площу зовнішнього провідника, якщо по внутрішньому провіднику тече струм  $I$ .

## Задача 2

Магнітний диполь з моментом  $p_m$  обертається з частотою  $\omega$  навколо осі, яка проходить через його центр і перпендикулярна магнітному моменту (див. рис.). Знайти струм в плоскому нерухомому кільці радіусом  $a$  з опором  $R$ , яке знаходиться на відстані  $l \gg a$  від диполя. Нормаль  $\vec{n}$  до площини кільця перпендикулярна осі обертання диполя. Самоіндукцією рамки знехтувати.





## Енергія магнітного поля