

Діелектрики в електричному полі

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

Зміст лекції

1. Основні поняття
2. Структура діелектриків
3. Теорія поля в діелектриках
4. Теорія діелектричної проникності
5. Типи діелектриків

Основні поняття

Вільні заряди — це заряди, які можуть переміщатися на великі відстані в речовині (набагато більші за міжатомні відстані). У діелектриках вільних зарядів, як правило, мало.

Зв'язані (поляризаційні) заряди — це заряди, які під дією зовнішніх полів або сил мало зміщуються відносно свого положення рівноваги і повертаються назад, у положення рівноваги, після зняття зовнішнього впливу.

Діелектриками називають речовини, в структурі яких є зв'язані заряди, вільних зарядів дуже мало, або зовсім нема.

Мікрополе \vec{E}_{micro} — це результат додавання полів багатьох зарядів. Це поле швидко змінюється від точки до точки і в часі.

Середнє поле $\langle \vec{E} \rangle$ — це результат усереднення мікрополя по фізично нескінченно малому об'єму ΔV . Це поле змінюється істотно повільніше, ніж мікрополе:

$$\langle \vec{E} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \vec{E}_{\text{micro}} dV.$$

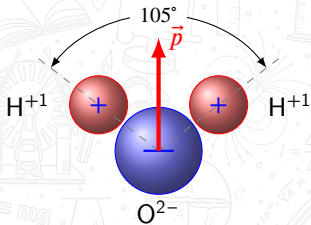
Дипольні моменти деяких полярних молекул

Дипольний момент виникає внаслідок різної електронегативності атомів, що складають молекулу, та розташуванню їх в просторі.

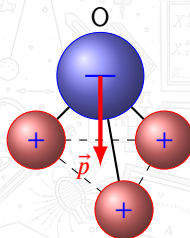
Дебай (позначається як D або D) — позасистемна одиниця вимірювання електричного дипольного моменту молекул. Одиниця виміру названа на честь фізика П. Дебая.

$$1 \text{ Дебай} = 10^{-18} \text{ Фр} \cdot \text{см.}$$

Більшість полярних молекул має дипольний момент порядку 1 Д. Одиниця застосовується у фізичній хімії, атомній і молекулярній фізиці.



Дипольний момент молекули H_2O
 $p = 1.84 \text{ D}$



Дипольний момент молекули NH_3
 $p = 1.46 \text{ D}$

Дипольні моменти деяких полярних молекул

Дипольний момент виникає внаслідок різної електронегативності атомів, що складають молекулу, та розташуванню їх в просторі.

Дебай (позначається як D або D) — позасистемна одиниця вимірювання електричного дипольного моменту молекул. Одиниця виміру названа на честь фізика П. Дебая.

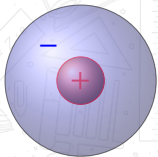
$$1 \text{ Дебай} = 10^{-18} \text{ Фр} \cdot \text{см}.$$

Більшість полярних молекул має дипольний момент порядку 1 Д. Одиниця застосовується у фізичній хімії, атомній і молекулярній фізиці.

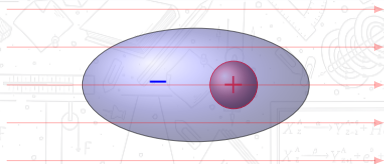
Молекула	Дипольний момент (Дебай)
Вода (H_2O)	1.84
Аміак (NH_3)	1.46
Вуглекислий газ (CO_2)	0.00
Хлороводень (HCl)	1.08
Метанол (CH_3OH)	1.70

Виникнення дипольного моменту неполярних молекул

Неполярні молекули — це молекули, в яких електричні заряди розподілені рівномірно, і відсутній постійний дипольний момент. У таких молекулах атоми зазвичай мають однакову або близьку електронегативність, тому електрони діляться рівномірно між атомами.



Дипольний момент без зовнішнього поля
 $p = 0$.



Дипольний момент виник під дією
зовнішнього поля $p \neq 0$.

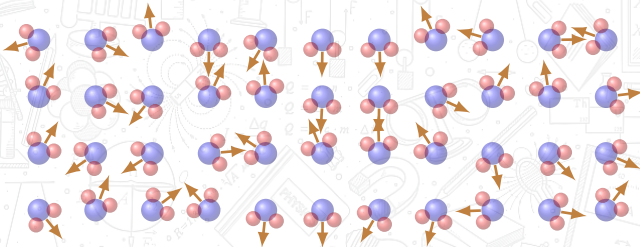
Прикладом неполярних молекул є кисень (O_2), азот (N_2), метан (CH_4) атоми інертних газів.

Поляризація діелектриків

Полярні діелектрики

Поляризація — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

Полярні діелектрики — складаються з полярних молекул, що мають дипольний момент.

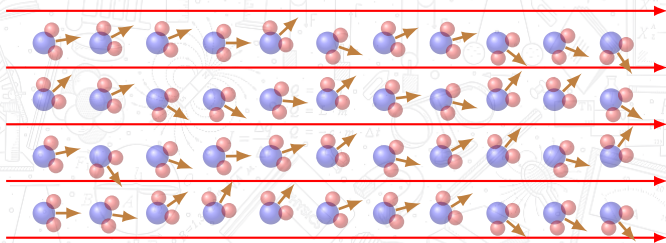


Поляризація діелектриків

Полярні діелектрики

Поляризація — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

Полярні діелектрики — складаються з полярних молекул, що мають дипольний момент.

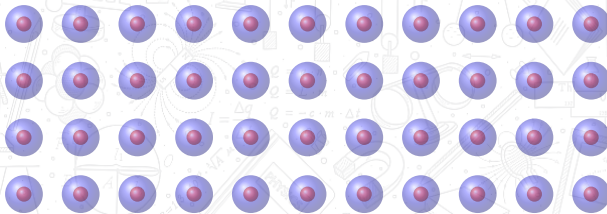


Поляризація діелектриків

Неполярні діелектрики

Поляризація — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

Неполярні діелектрики — складаються з неполярних молекул, у яких центри позитивного і негативного зарядів збігаються.

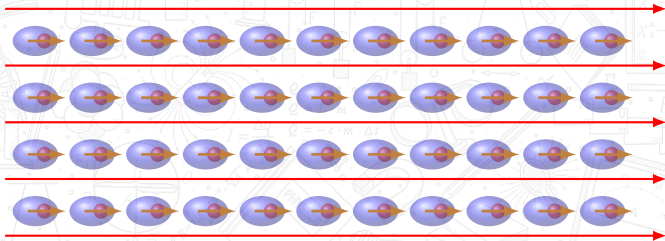


Поляризація діелектриків

Неполярні діелектрики

Поляризація — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

Неполярні діелектрики — складаються з неполярних молекул, у яких центри позитивного і негативного зарядів збігаються.

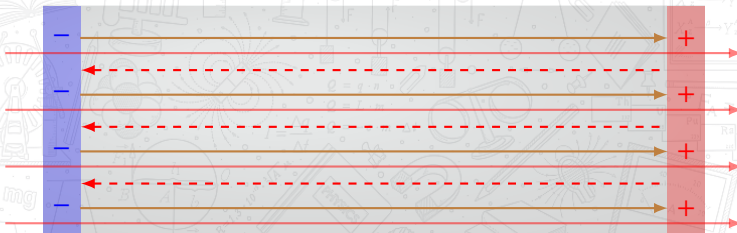


Поляризація діелектриків

Вектор поляризації

Поляризація — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

Вектор поляризації (поляризованість) — це дипольний момент одиниці об'єму речовини (густина дипольного моменту): $\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i$

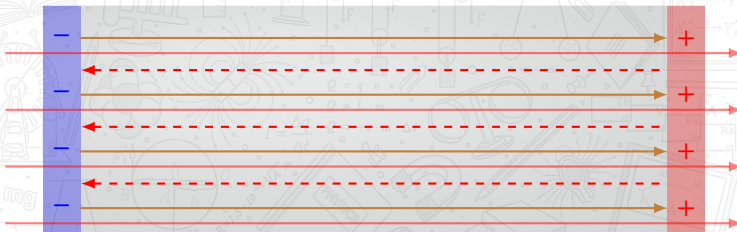


Поляризація діелектриків

Вектор поляризації

Поляризація — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

В діелектрику сумарне поле, яке є суперпозицією зовнішнього поля \vec{E}_{ex} і поля \vec{E}' зв'язаних зарядів $\vec{E} = \vec{E}_{\text{ex}} + \vec{E}'$, ослаблюється.



Електрострикція

Вміщення діелектрика в електричне поле також призводить до **зміни розмірів тіл**. Цей ефект називається **електрострикцією**. У всіх діелектриках спостерігається електрострикція.

Особливості електрострикції:

1. Електрострикція не розрізняє напрямку поля — якщо змінити напрям електричного поля, деформація залишиться в тому самому напрямку. Це пов'язано з тим, що ефект залежить від квадрата поля E^2 ;
2. деформація пропорційна квадрату напруженості поля $\Delta \ell \sim E^2$. Це призводить до того, що при збільшенні напруженості поля деформація зростатиме швидше;
3. У більшості матеріалів електрострикційний ефект виражений слабо порівняно з п'єзоефектом. Для створення помітних деформацій потрібне високе електричне поле.

Таким чином, деформація під час електрострикції — це нелінійна, квадратична і малопомітна деформація, яка не залежить від напрямку електричного поля.

Вектор поляризації (поляризованість)

Вектор поляризації (поляризованість) — це дипольний момент одиниці об'єму речовини (густина дипольного моменту):

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i.$$

Для великого класу діелектриків **поляризованість залежить лінійно від напруженості поля** в діелектрику:

$$\vec{P} = \chi \vec{E},$$

де $\chi > 0$ — безрозмірна величина називається **діелектричною сприйнятливістю речовини** і не залежить від \vec{E} , характеризує властивості самого діелектрика.

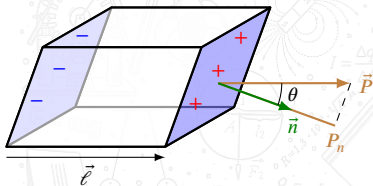
Є діелектрики, для яких $\vec{P} \neq \chi \vec{E}$. Це деякі іонні кристали й електрети, а також сегнетоелектрики.

Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації \vec{P} є постійним за об'ємом речовини: $\vec{P} = \text{const}$, і **неоднорідною**, якщо \vec{P} змінюється від точки до точки.

Нехай поляризація **однорідна**. Розглянемо косокутний паралелепіпед, вирізаний із поляризованої речовини. Якщо S — площа бічної грані, а ℓ — довжина паралелепіпед, то його об'єм V : $V = S\ell \cos \theta$.

На гранях паралелепіпед розташовані поверхневі заряди з густиною σ , його дипольний момент $\vec{p} = \sigma S \vec{\ell}$.



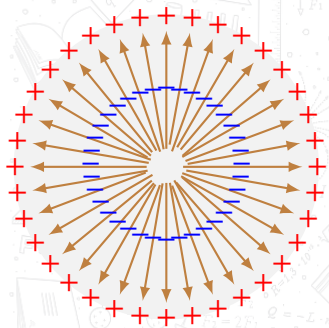
Вектор поляризації дорівнює:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{V} = \frac{\sigma S \vec{\ell}}{S \ell \cos \theta}, \quad \vec{P} \cdot \vec{n} = \boxed{P_n = \sigma'}.$$

Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації \vec{P} є постійним за об'ємом речовини: $\vec{P} = \text{const}$, і **неоднорідною**, якщо \vec{P} змінюється від точки до точки.

Нехай тепер поляризація **неоднорідна**. Розглянемо в речовині деякий об'єм довільної форми.



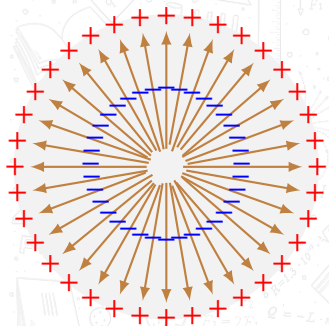
Якщо в результаті поляризації на зовнішню поверхню виходить заряд $q = \oint \sigma' dS$, то в об'ємі речовини залишається заряд протилежного знаку. Оскільки речовина не заряджена, то

$$\oint_S \sigma' dS = - \iiint_V \rho' dV.$$

Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації \vec{P} є постійним за об'ємом речовини: $\vec{P} = \text{const}$, і **неоднорідною**, якщо \vec{P} змінюється від точки до точки.

Нехай тепер поляризація **неоднорідна**. Розглянемо в речовині деякий об'єм довільної форми.



Оскільки $\oint_S \sigma' dS = \oint_S P_n dS$, то

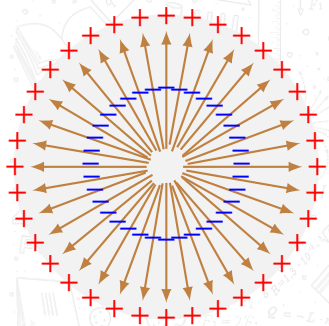
$$\oint_S P_n dS = - \iiint_V \rho' dV.$$

Цей вираз складає **теорему Гаусса** для вектора поляризації.

Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації \vec{P} є постійним за об'ємом речовини: $\vec{P} = \text{const}$, і **неоднорідною**, якщо \vec{P} змінюється від точки до точки.

Нехай тепер поляризація **неоднорідна**. Розглянемо в речовині деякий об'єм довільної форми.



Теорема Гауса в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$$

У окремому випадку однорідної поляризації, коли $\vec{P} = \text{const}$, маємо $\rho' = 0$.

Вектор електричної індукції \vec{D}

Електричне поле в створюють не лише вільні, а і поляризаційні заряди. У загальному випадку в теоремі Гауса для вектора \vec{E} слід врахувати наявність не тільки вільних, а й зв'язаних (поляризаційних) зарядів:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi(\rho + \rho').$$

Оскільки $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$, отримуємо $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi(\rho - \vec{\nabla} \cdot \vec{P})$:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}.$$

Теорема Гауса для електричного поля в речовині набуде вигляду:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho.$$

Введений у вектор \vec{D} називається **вектором електричної індукції**.

Вектор електричної індукції \vec{D}

Введений у вектор \vec{D} називається **вектором електричної індукції**.

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}.$$

Теорема Гауса для електричного поля в речовині:

в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho.$$

в інтегральній формі

$$\oint_S \vec{D} = 4\pi \iiint_V \rho dV.$$

У формулювання теорема Гауса для поля в речовині **входять тільки вільні заряди**. Поляризаційні ж заряди враховані у визначенні вектора індукції \vec{D} .

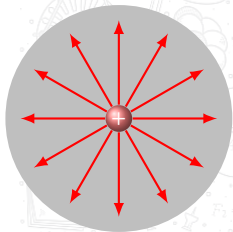
Діелектрична проникність

Для діелектриків для яких справедливо співвідношення $\vec{P} = \chi \vec{E}$:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = (1 + 4\pi\chi)\vec{E} = \epsilon\vec{E},$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E}.$$

де $\epsilon = 1 + 4\pi\chi$ називається **діелектричною проникністю середовища**. Для випадку постійних електричних полів виявляється $\chi > 0$, а тому і $\epsilon > 0$.



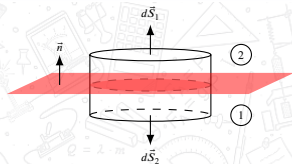
Розглянемо точковий заряд Q вміщений в нескінченний діелектрик з проникністю ϵ . Скориставшись теоремою Гаусса для вектора \vec{D} знайдемо поле в діелектрику:

$$\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon r^3} \vec{r}.$$

Оскільки $\epsilon > 1$, то поле слабкіше ніж у вакуумі. Тобто, **поляризаційні заряди призводять до ослаблення поля**.

Граничні умови в присутності діелектриків

Застосуємо теорему Гауса до нескінченно малого циліндра, що охоплює частину межі розділу двох середовищ. Вважаючи $d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2$, $q = \sigma dS$, $d\vec{S}_1 = \vec{n} dS$, маємо



$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 4\pi\sigma \Rightarrow \vec{D} \cdot d\vec{S}_1 + \vec{D} \cdot d\vec{S}_2 = 4\pi\sigma dS$$

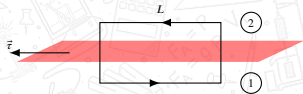
Звідси випливає перша гранична умова:

$$D_{1n} - D_{2n} = 4\pi\sigma.$$

Нормальна складова вектора \vec{D} зазнає стрибка при переході через границю розділу діелектриків, якщо на ній є вільні заряди. Якщо вільних зарядів на границі розділу нема, то $D_{1n} = D_{2n}$ і стрибка не буде.

Граничні умови в присутності діелектриків

Застосуємо теорему про циркуляцію до нескінченно малого прямокутного контуру L , що проходить на нескінченно малій відстані над і під поверхнею розділу середовищ. Вважаючи, що $d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2$, маємо



$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 d\vec{r}_1 + \vec{E}_2 d\vec{r}_2 = 0$$

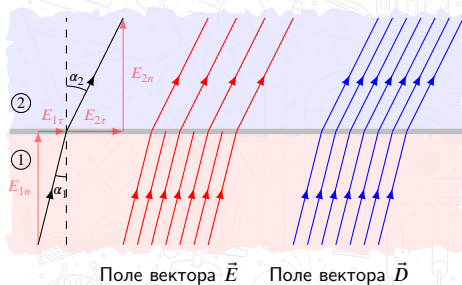
Звідси випливає друга гранична умова:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}.$$

Тангенціальна складова \vec{E} виявляється однаковою по обидва боки границі розділу (не зазнає стрибка).

Заломлення силових ліній на границі діелектрика

Лінії векторів \vec{E} і \vec{D} на границі розділу двох діелектриків заломлюються.



Граничні умови для вектора \vec{E}

$$\begin{cases} E_{1\tau} = E_{2\tau}, \Rightarrow E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2, \\ D_{1\tau} = D_{2\tau}, \Rightarrow \epsilon_1 E_1 \cos \alpha_1 = \epsilon_2 E_2 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Граничні умови для вектора \vec{D}

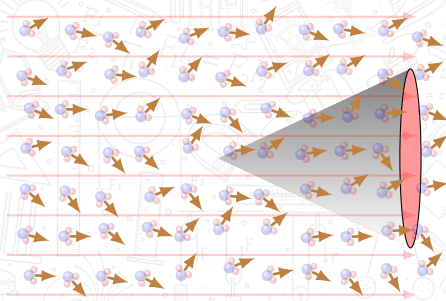
$$\begin{cases} E_{1\tau} = E_{2\tau}, \Rightarrow D_1/\epsilon_1 \sin \alpha_1 = D_2/\epsilon_2 \sin \alpha_2, \\ D_{1\tau} = D_{2\tau}, \Rightarrow D_1 \cos \alpha_1 = D_2 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Закон заломлення ліній \vec{E} та \vec{D} однаковий:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 = \epsilon_2 / \epsilon_1.$$

В діелектрику з більшим значенням ϵ лінії \vec{E} і \vec{D} становитимуть більший кут із нормаллю до границі розділу.

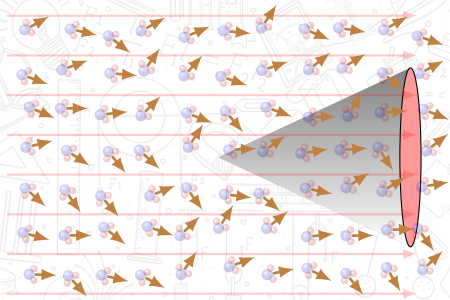
Теорія діелектричної проникності полярних діелектриків



За розподілом Больцмана, число молекул в одиничному тілесному куті, які напрямлені під кутом θ до поля \vec{E} :

$$\frac{dN}{d\Omega} = n(\theta) = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} = n_0 e^{+\frac{p_0 E \cos \theta}{kT}} \approx n_0 \left(1 + \frac{p_0 E \cos \theta}{kT} \right).$$

Теорія діелектричної проникності полярних діелектриків



Поляризація (напрявлена вздовж поля):

$$P = np_0 \overline{\cos \theta} = np_0 \left(\frac{1}{N} \int \cos \theta dN \right) = \frac{np_0^2}{3kT} E$$

Теорія діелектричної проникності полярних діелектриків

Поляризація (напрямлена вздовж поля):

$$P = np_0 \overline{\cos \theta} = np_0 \left(\frac{1}{N} \int \cos \theta dN \right) = \frac{np_0^2}{3kT} E$$

Оскільки поляризація $P = \chi E$ пропорційна полю E , тому поляризованість:

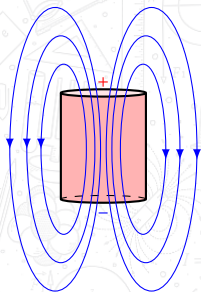
$$\chi = \frac{np_0^2}{3kT}. \quad \epsilon = 1 + \frac{4\pi np_0^2}{3kT}.$$

обернено пропорційна температурі $\chi \sim \frac{1}{T}$. Ця залежність виду називається **законом Кюрі**. Якщо діелектрична проникність діелектрика залежить від температури, це означає, що діелектрик складається із полярних молекул.

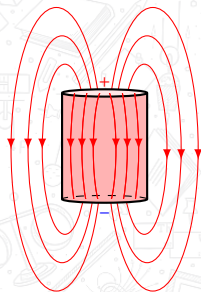
Типи діелектриків

Електрети

Електрети — це діелектрики, які тривалий час зберігають поляризацію після зняття зовнішнього поля. Електрет є «**електричним аналогом постійного магніту**».



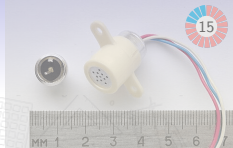
(а) Поле вектора електричної індукції \vec{D}



(б) Поле вектора напруженості електричного поля \vec{E}

Типи діелектриків

Електрети



Електрети можна виготовити, нагріваючи діелектрик і піддаючи його впливу сильного поля \vec{E} , так що полярні молекули вистояються за полем.

Якщо потім діелектрик охолодити, то поляризація речовини тривалий час зберігається, оскільки поворот молекул у затверділій речовині ускладнений. У результаті отримують **«заморожену» поляризацію**.

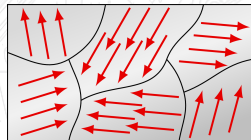
Кварц та інші форми діоксиду кремнію є природними електретами. Сьогодні більшість електретів виготовляють із синтетичних полімерів, наприклад, фторопластів, поліпропілену, поліетилентерефталату (ПЕТ) тощо.

Типи діелектриків

Сегнетоелектрики

Сегнетоелектрик — це кристалічний діелектрик, який має **спонтанну поляризацію всередині окремих доменів**, яка виникає без зовнішнього електричного поля. Під впливом поля домени переорієнтуються, змінюючи загальну поляризацію матеріалу.

Домен — це локальна область усередині сегнетоелектрика, де дипольні моменти орієнтовані в одному й тому самому напрямку. У кожному домені поляризація постійна і спрямована в один бік. Розміри від кількох до сотень мікрометрів.



Відомі сегнетоелектрики.

- Титанат барію (BaTiO_3).
- Сегнетова сіль ($\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$)

Застосування сегнетоелектриків пов'язані з аномально великими значеннями ϵ (конденсатори, вариконди). Використовуються у створенні електромеханічних і механоелектричних перетворювачів у широкому діапазоні частот, датчики мікропереміщень, гідрофони, акселерометри, стабілізатори частоти тощо.

Гістерезис в сегнетоелектриках

Гістерезис — неоднозначна петлеподібна залежність поляризації сегнетоелектриків від зовнішнього електричного поля E за його циклічної зміни.

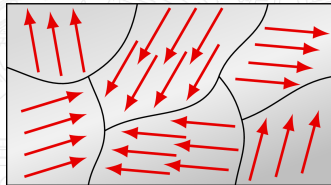
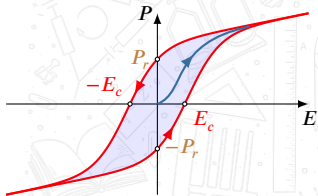


Рис.: Доменна структура сегнетоелектрика

1. За високого електричного поля E , поляризація досягає насичення і поводить себе як діелектрик у якого $P \propto E$.
2. Поле зменшується до нуля $E = 0$, але поляризація P_r залишається.
3. Для того щоб звести поляризацію до нуля, потрібно прикласти негативне поле $-E_c$, яке називається **коерцитивною силою**.
4. При подальшому збільшенні негативного поля поляризація $P \propto E$.
5. При зменшенні негативного поля до нуля поляризація залишається на рівні $-P_r$.

Типи діелектриків

П'єзоелектрики та піроелектрики

П'єзоелектрики — діелектрики, що можуть або під дією деформації індукувати електричний заряд на своїй поверхні (прямий п'єзоефект), або під впливом зовнішнього електричного поля деформуватися (зворотний п'єзоефект).

Піроелектрики — кристалічні діелектрики, що мають спонтанну поляризацію, тобто поляризацією за відсутності зовнішніх впливів. міна спонтанної поляризації та поява електричного поля в піроелектриках відбувається при зміні температури, а також при деформуванні. Таким чином, усі піроелектрики є п'єзоелектриками, але не всі п'єзоелектрики мають піроелектричний ефект.

Підсумки

Вектор поляризації

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i$$

Для лінійних діелектриків

$$\vec{P} = \chi \vec{E}$$

Теорема Гаусса для вектора \vec{P}

$$\oiint_S \vec{P} d\vec{S} = - \iiint_V \rho' dV$$

в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$$

Вектор електричної індукції

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$$

Для лінійних діелектриків

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Зв'язок проникності і поляризованості
(для лінійних діелектриків)

$$\epsilon = 1 + 4\pi \chi$$

Поляризованість полярних діелектриків
(закон Кюрі)

$$\chi \propto T^{-1}$$

Теорема Гаусса в діелектриках

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = 4\pi \iiint_V \rho dV$$

в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho$$