Магнітне поле у речовині

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

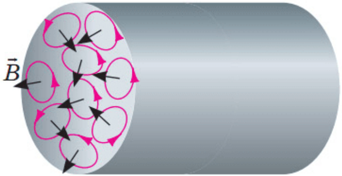
Зміст лекції

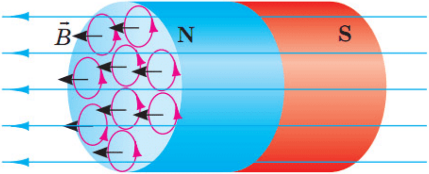
Гіпотеза Ампера

Молекулярні струми

Якщо магнітне поле діє на рухомі заряджені частинки та рамки зі струмом, то чому воно також діє і на будь-який інший шматок магніту? Ампер припустив, що всередині магніту теж течуть струми.

Але якщо взяти стрілку або магніт у руки, то ніяких струмів ми не відчуваємо. Отже, ці струми циркулюють усередині речовини і ніколи не виходять назовні. Що це за струми такі всередині речовини, Ампер звісно ж не знав. Сучасній науці вже відомо, що звичайна речовина складається з атомів. Своєю чергою, всередині атомів є позитивно заряджені ядра з негативно зарядженими електронами, що обертаються навколо них. Також самі електрони є маленькими магнітними стрілочками. Так ось, рух електронів усередині атомів є не що інше, як електричні струми, про існування яких припустив Ампер. Магнітне поле діє на ці струми, а значить і на речовину в цілому.





Означення

Мікрополе та середнє поле

У речовині магнітне поле формується як зовнішнім полем, так і струмами, що циркулюють у цій речовині.

На мікрорівні (тобто на відстанях порядку розміру атомів і менше) поле різко змінюється в часі та просторі. Це поле називається мікрополем $\vec{B}_{\text{micro}}$. Однак якщо провести усереднення за малим об'ємом, у якому є багато частинок (тобто за фізично нескінченно малим об'ємом), то отримаємо середнє поле:

$$\left\langle \vec{B} \right\rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint\limits_{\Delta V} \vec{B}_{\text{micro}} dV .$$

Середнє поле змінюється істотно повільніше внаслідок статистичного усереднення при випадковому русі частинок.

Означення

Струми провідності та молекулярні струми

Створювані рухомими зарядами, можна розділити на дві групи: струми провідності та молекулярні струми.

1. Струми провідності пов'язані з переміщенням вільних зарядів і є сторонніми щодо речовини.
2. Молекулярні струми зумовлені орбітальним рухом і спіном (власним моментом імпульсу) електронів в атомах (молекулах) і ядер речовини.

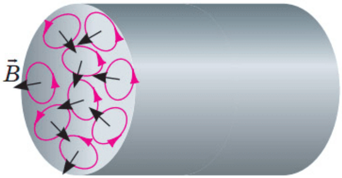
Вектор намагнічування

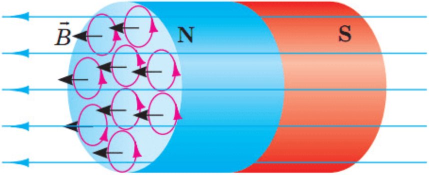
Вектор намагнічування (або намагніченість) — це величина, що характеризує магнітний момент одиниці об'єму речовини. Визначається вона як:

$$\vec{J} = \frac{1}{V}\sum_i \vec{p}_i,$$

де $\vec{p}_i$ — магнітні моменти окремих частинок.

Намагніченість називається однорідною, якщо вектор I не залежить від вибору точки в речовин. Якщо ж $\vec{I} \neq \text{const}$, то намагніченість називається неоднорідною.





Вимірювані величини і вилучення струмів намагнічення

Основна задача теорії магнітостатики в речовині

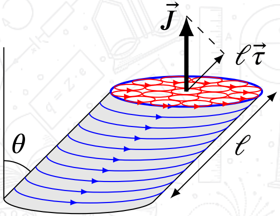
У магнітостатиці стоїть завдання знайти спосіб опису полів, які виникають через молекулярні струми, без їх безпосереднього обчислення. Основна ідея полягає у тому, щоб **вилучити** струми намагнічення з рівнянь і замінити їх іншими величинами, які можливо вимірювати безпосередньо, наприклад, вектором намагнічення $\vec{J}$.

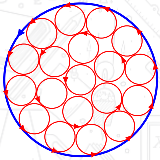
Чому це важливо?

Виключення струмів намагнічення з розрахунків дозволяє зосередитись на вимірюваних параметрах, що спрощує математичні моделі. В результаті, обчислення магнітних полів у магнетиках стає доступнішим і більш наочним.

Зв'язок намагніченості з молекулярними струмами

Виділимо в речовині досить малий циліндр, так що поле в ньому можна вважати практично однорідним. У його об'ємі молекулярні струми компенсують один одного. Циліндр (ліворуч) і вигляд його торця (праворуч). Кільцеві струми, що циркулюють в об'ємі, компенсують один одного всюди, окрім точок бічної поверхні. У результаті залишається тільки поверхневий струм, що тече бічною поверхнею циліндра.



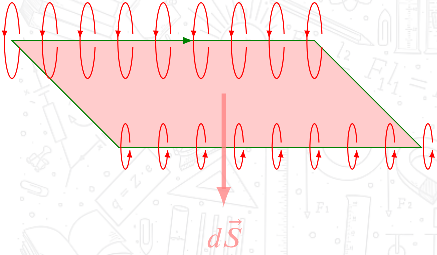


Знайдемо магнітний момент такого циліндрика:

$$\vec{p}_m = \vec{J}V = \frac{1}{c}I_m S\,\vec{n} \Rightarrow \vec{J}S\ell\cos\theta = \frac{1}{c}I_m S\,\vec{n} \Rightarrow \vec{J}\cdot\vec{\ell}\ell\cos\theta = \frac{1}{c}I_m\,\vec{n}\cdot\vec{\ell}$$

$$\frac{I_m}{\ell} = i_m = c\vec{J}\cdot\vec{\ell}.$$

Циркуляція вектора намагнічення



Виберемо тепер у речовині довільний замкнутий контур L. На одиницю довжини контуру припадає струм намагнічування:

$$i_m = c\vec{J} \cdot d\vec{\ell},$$

таким чином, контур перетинає повний струм:

$$I_m = c \oint\limits_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell}.$$

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint\limits_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L.

Циркуляція вектора намагнічення

Молекулярні об'ємні струми намагнічення

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint\limits_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L.

Струм, що протікає через поверхню S, виражається через густину струму формулою $I_m = \iint\limits_S \vec{j}_m \cdot d\vec{S}$. отже, що густина молекулярних струмів пов'язана з вектором намагнічування формулою:

$$\boxed{\vec{j}_m = c \operatorname{rot} \vec{J}.}$$

Це співвідношення дає зв'язок молекулярного струму з вектором намагнічування в диференціальній формі.

Теорема про циркуляцію в речовині

Циркуляцію магнітного поля породжують всі струми, як струми провідності так і струми намагнічування:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}(I + I_m).$$

Тепер у нас є інструмент для вилучення I_m з рівняння.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}\left(I + c\iint_S \operatorname{rot}\vec{J} \cdot d\vec{S}\right).$$

Введемо величину, що — напруженість магнітного поля:

$$\boxed{\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.}$$

Теорема про циркуляцію в речовині

Введемо величину, що — напруженість магнітного поля:

$$\boxed{\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.}$$

Теорема про циркуляцію в речовині прийме вигляд:

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I.} \qquad \boxed{\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}.}$$

Вектор $\vec{H}$ є допоміжним і слугує для спрощення вигляду рівнянь. Суттєво, що його циркуляція визначається тільки струмами провідності, що дає змогу в низці задач спростити розрахунок магнітного поля в середовищі.

Лінійні ізотропні магнітні середовища

Якщо магнітне поле слабке і в середовищі немає початкової намагніченості, то можна покласти:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}.$$

Коефіцієнт χ_m називається магнітною сприйнятливістю. Підставимо це співвідношення у формулу $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J}$. Це дає

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}.$$

Величина $\boxed{\mu = 1 + 4\pi\chi_m}$ називається магнітною проникністю середовища.

Магнетики

Залежно від значення магнітної проникності виділяють такі основні класи середовищ:

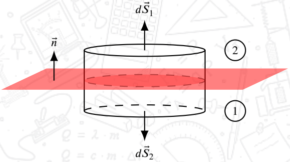
1. Якщо $\chi_m > 0$, $\mu > 1$, то речовина називається парамагнетиком. Парамагнітні властивості мають, наприклад, Al, Pt, $FeCl_2$, O_2, лужні та лужноземельні метали.
2. Якщо $\chi_m < 0$, $\mu < 1$, то речовина називається діамагнетиком. Діамагнетиками є Bi, Sb, Si, H_2O, H_2, N_2 тощо.

Класифікація речовин на парамагнетики та діамагнетики запропонував М. Фарадей у 1845 р. Типові значення магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків становлять $|\mu| = 10^{-5} \div 10^{-5}$.

Деякі речовини можуть зберігати намагніченість $\vec{J}$ за відсутності зовнішнього магнітного поля. Для них не виконується просте співвідношення $\vec{J} = \chi_m \vec{H}$ при всіх значеннях $\vec{H}$. Такі речовини називаються феромагнетиками. До їх числа належать, наприклад, Fe, Co, Ni. В діапазоні, де таке співвідношення формально виконується, магнітна проникність феромагнетиків сягає значень порядку $\mu \gg 1$.

Граничні умови для $\vec{B}$ та $\vec{H}$

Застосуємо теорему Гауса до нескінченно малого циліндра, що охоплює частину межі розділу двох середовищ. Вважаючи $d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2$, $q = \sigma dS$, $d\vec{S}_1 = \vec{n}\, dS$, маємо



$$\oiint_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = 0 \;\Rightarrow \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_1 + \vec{B} \cdot d\vec{S}_2 = 0$$

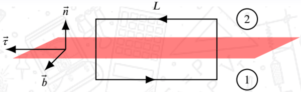
Звідси випливає перша гранична умова:

$$\boxed{B_{1n} = B_{2n}.}$$

Нормальна складова вектора $\vec{B}$ не зазнає стрибка при переході через границю розділу середовищ.

Граничні умови для $\vec{B}$ та $\vec{H}$

Застосуємо теорему про циркуляцію до нескінченно малого прямокутного контуру L, що проходить на нескінченно малій відстані над і під поверхнею розділу середовищ. Вважаючи, що $d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2$, маємо



$$\oint\limits_L \vec{H}\cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow \vec{H}_1 d\vec{r}_1 + \vec{H}_2 d\vec{r}_2 = \frac{4\pi}{c} i_b d\ell$$

Звідси випливає друга гранична умова: $\boxed{H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b.}$

Останню умову можна можна записати у векторному вигляді: Оскільки $\vec{\tau} = \vec{b}\times\vec{n}$. То $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)\vec{\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b$, або $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)[\vec{b}\times\vec{n}] = \frac{4\pi}{c} i_b$. Зробивши циклічний зсув співмножників у змішаному добутку векторів, отримаємо: $\boxed{\vec{n}\times(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \frac{4\pi}{c}\vec{i}.}$

Тангенціальна складова $\vec{H}$ зазнає розриву, якщо по поверхні розділу середовищ течуть струми провідності.