

# Діелектрики в електричному полі

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

# Зміст лекції

1. Основні поняття
2. Структура діелектриків
3. Теорія поля в діелектриках
4. Теорія діелектричної проникності
5. Типи діелектриків

# Основні поняття

**Вільні заряди** — це заряди, які можуть переміщатися на великі відстані в речовині (набагато більші за міжатомні відстані). У діелектриках вільних зарядів, як правило, мало.

**Зв'язані (поляризаційні) заряди** — це заряди, які під дією зовнішніх полів або сил мало зміщуються відносно свого положення рівноваги і повертаються назад, у положення рівноваги, після зняття зовнішнього впливу.

**Діелектриками** називають речовини, в структурі яких є зв'язані заряди, вільних зарядів дуже мало, або зовсім нема.

**Мікрополе**  $\vec{E}_{\text{micro}}$  — це результат додавання полів багатьох зарядів. Це поле швидко змінюється від точки до точки і в часі.

**Середнє поле**  $\langle \vec{E} \rangle$  — це результат усереднення мікрополя по фізично нескінченно малому об'єму  $\Delta V$ . Це поле змінюється істотно повільніше, ніж мікрополе:

$$\langle \vec{E} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \vec{E}_{\text{micro}} dV.$$

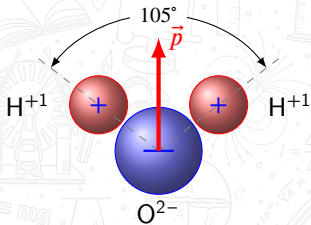
# Дипольні моменти деяких полярних молекул

Дипольний момент виникає внаслідок різної електронегативності атомів, що складають молекулу, та розташуванню їх в просторі.

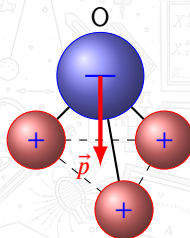
Дебай (позначається як  $D$  або  $D$ ) — позасистемна одиниця вимірювання електричного дипольного моменту молекул. Одиниця виміру названа на честь фізика П. Дебая.

$$1 \text{ Дебай} = 10^{-18} \text{ Фр} \cdot \text{см.}$$

Більшість полярних молекул має дипольний момент порядку 1 Д. Одиниця застосовується у фізичній хімії, атомній і молекулярній фізиці.



Дипольний момент молекули  $\text{H}_2\text{O}$   
 $p = 1.84 \text{ D}$



Дипольний момент молекули  $\text{NH}_3$   
 $p = 1.46 \text{ D}$

# Дипольні моменти деяких полярних молекул

Дипольний момент виникає внаслідок різної електронегативності атомів, що складають молекулу, та розташуванню їх в просторі.

Дебай (позначається як  $D$  або  $D$ ) — позасистемна одиниця вимірювання електричного дипольного моменту молекул. Одиниця виміру названа на честь фізика П. Дебая.

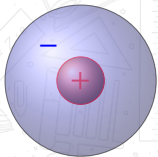
$$1 \text{ Дебай} = 10^{-18} \text{ Фр} \cdot \text{см}.$$

Більшість полярних молекул має дипольний момент порядку 1 Д. Одиниця застосовується у фізичній хімії, атомній і молекулярній фізиці.

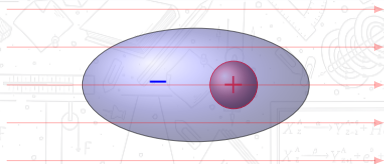
Молекула	Дипольний момент (Дебай)
Вода ( $\text{H}_2\text{O}$ )	1.84
Аміак ( $\text{NH}_3$ )	1.46
Вуглекислий газ ( $\text{CO}_2$ )	0.00
Хлороводень ( $\text{HCl}$ )	1.08
Метанол ( $\text{CH}_3\text{OH}$ )	1.70

# Виникнення дипольного моменту неполярних молекул

**Неполярні молекули** — це молекули, в яких електричні заряди розподілені рівномірно, і відсутній постійний дипольний момент. У таких молекулах атоми зазвичай мають однакову або близьку електронегативність, тому електрони діляться рівномірно між атомами.



Дипольний момент без зовнішнього поля  
 $p = 0$ .



Дипольний момент виник під дією  
зовнішнього поля  $p \neq 0$ .

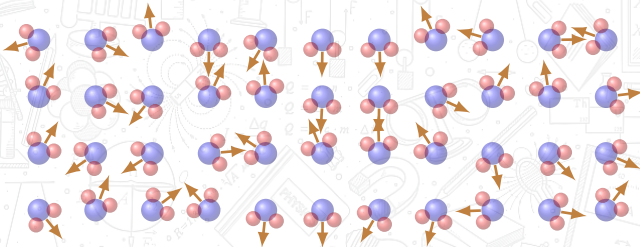
Прикладом неполярних молекул є кисень ( $O_2$ ), азот ( $N_2$ ), метан ( $CH_4$ ) атоми інертних газів.

# Поляризація діелектриків

## Полярні діелектрики

**Поляризація** — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

**Полярні діелектрики** — складаються з полярних молекул, що мають дипольний момент.

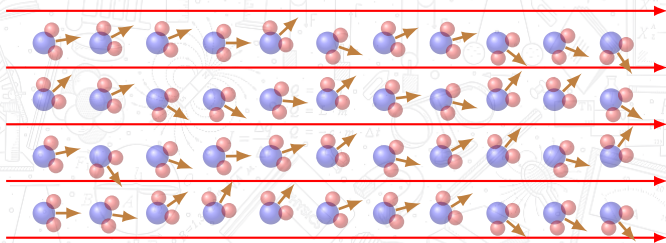


# Поляризація діелектриків

## Полярні діелектрики

**Поляризація** — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

**Полярні діелектрики** — складаються з полярних молекул, що мають дипольний момент.



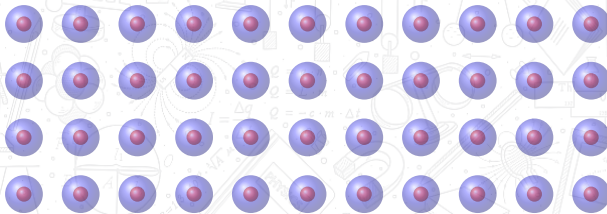


# Поляризація діелектриків

## Неполярні діелектрики

**Поляризація** — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

**Неполярні діелектрики** — складаються з неполярних молекул, у яких центри позитивного і негативного зарядів збігаються.

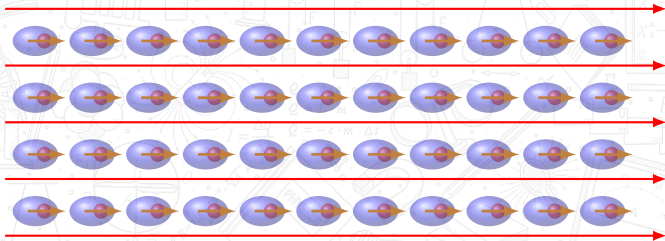


# Поляризація діелектриків

## Неполярні діелектрики

**Поляризація** — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

**Неполярні діелектрики** — складаються з неполярних молекул, у яких центри позитивного і негативного зарядів збігаються.

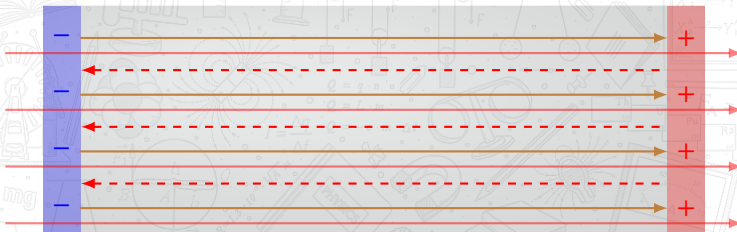


# Поляризація діелектриків

## Вектор поляризації

**Поляризація** — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

**Вектор поляризації (поляризованість)** — це дипольний момент одиниці об'єму речовини (густина дипольного моменту):  $\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i$

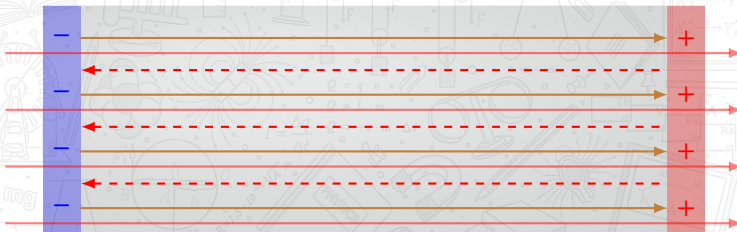


# Поляризація діелектриків

## Вектор поляризації

**Поляризація** — це просторовий **перерозподіл зв'язаних зарядів**, що призводить до виникнення об'ємного дипольного моменту середовища. Поляризація може виникати як під дією електричних полів, так і під впливом інших зовнішніх чинників.

В діелектрику сумарне поле, яке є суперпозицією зовнішнього поля  $\vec{E}_{\text{ex}}$  і поля  $\vec{E}'$  зв'язаних зарядів  $\vec{E} = \vec{E}_{\text{ex}} + \vec{E}'$ , ослаблюється.



# Електрострикція

Вміщення діелектрика в електричне поле також призводить до **зміни розмірів тіл**. Цей ефект називається **електрострикцією**. У всіх діелектриках спостерігається електрострикція.

Особливості електрострикції:

1. Електрострикція не розрізняє напрямку поля — якщо змінити напрям електричного поля, деформація залишиться в тому самому напрямку. Це пов'язано з тим, що ефект залежить від квадрата поля  $E^2$ ;
2. деформація пропорційна квадрату напруженості поля  $\Delta \ell \sim E^2$ . Це призводить до того, що при збільшенні напруженості поля деформація зростатиме швидше;
3. У більшості матеріалів електрострикційний ефект виражений слабо порівняно з п'єзоефектом. Для створення помітних деформацій потрібне високе електричне поле.

Таким чином, деформація під час електрострикції — це нелінійна, квадратична і малопомітна деформація, яка не залежить від напрямку електричного поля.

# Вектор поляризації (поляризованість)

Вектор поляризації (поляризованість) — це дипольний момент одиниці об'єму речовини (густина дипольного моменту):

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i.$$

Для великого класу діелектриків **поляризованість залежить лінійно від напруженості поля** в діелектрику:

$$\vec{P} = \chi \vec{E},$$

де  $\chi > 0$  — безрозмірна величина називається **діелектричною сприйнятливістю речовини** і не залежить від  $\vec{E}$ , характеризує властивості самого діелектрика.

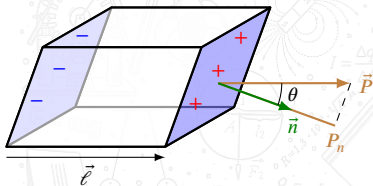
Є діелектрики, для яких  $\vec{P} \neq \chi \vec{E}$ . Це деякі іонні кристали й електрети, а також сегнетоелектрики.

# Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації  $\vec{P}$  є постійним за об'ємом речовини:  $\vec{P} = \text{const}$ , і **неоднорідною**, якщо  $\vec{P}$  змінюється від точки до точки.

Нехай поляризація **однорідна**. Розглянемо косокутний паралелепіпед, вирізаний із поляризованої речовини. Якщо  $S$  — площа бічної грані, а  $\ell$  — довжина паралелепіпед, то його об'єм  $V$ :  $V = S\ell \cos \theta$ .

На гранях паралелепіпед розташовані поверхневі заряди з густиною  $\sigma$ , його дипольний момент  $\vec{p} = \sigma S \vec{\ell}$ .



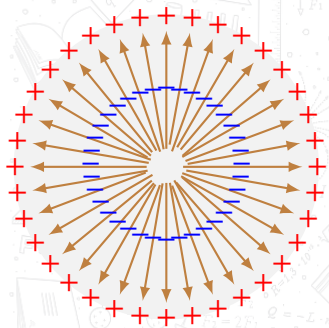
Вектор поляризації дорівнює:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{V} = \frac{\sigma S \vec{\ell}}{S \ell \cos \theta}, \quad \vec{P} \cdot \vec{n} = \boxed{P_n = \sigma'}.$$

# Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації  $\vec{P}$  є постійним за об'ємом речовини:  $\vec{P} = \text{const}$ , і **неоднорідною**, якщо  $\vec{P}$  змінюється від точки до точки.

Нехай тепер поляризація **неоднорідна**. Розглянемо в речовині деякий об'єм довільної форми.



Якщо в результаті поляризації на зовнішню поверхню виходить заряд  $q = \oint \sigma' dS$ , то в об'ємі речовини залишається заряд протилежного знаку. Оскільки речовина не заряджена, то

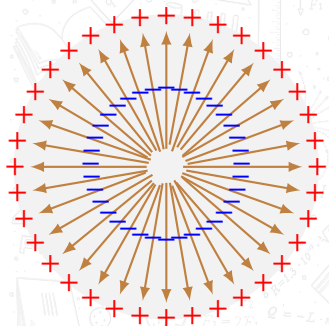
$$\oint_S \sigma' dS = - \iiint_V \rho' dV.$$



# Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації  $\vec{P}$  є постійним за об'ємом речовини:  $\vec{P} = \text{const}$ , і **неоднорідною**, якщо  $\vec{P}$  змінюється від точки до точки.

Нехай тепер поляризація **неоднорідна**. Розглянемо в речовині деякий об'єм довільної форми.



Оскільки  $\oint_S \sigma' dS = \oint_S P_n dS$ , то

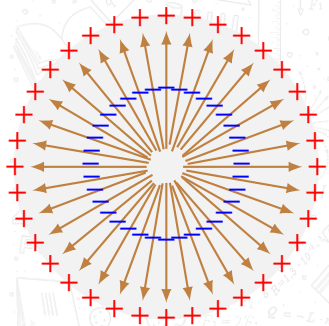
$$\oint_S P_n dS = - \iiint_V \rho' dV.$$

Цей вираз складає **теорему Гаусса** для вектора поляризації.

# Властивості вектора поляризації

Поляризація називається **однорідною**, якщо вектор поляризації  $\vec{P}$  є постійним за об'ємом речовини:  $\vec{P} = \text{const}$ , і **неоднорідною**, якщо  $\vec{P}$  змінюється від точки до точки.

Нехай тепер поляризація **неоднорідна**. Розглянемо в речовині деякий об'єм довільної форми.



Теорема Гаусса в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$$

У окремому випадку однорідної поляризації, коли  $\vec{P} = \text{const}$ , маємо  $\rho' = 0$ .

# Вектор електричної індукції $\vec{D}$

Електричне поле в створюють не лише вільні, а і поляризаційні заряди. У загальному випадку в теоремі Гауса для вектора  $\vec{E}$  слід врахувати наявність не тільки вільних, а й зв'язаних (поляризаційних) зарядів:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi(\rho + \rho').$$

Оскільки  $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$ , отримуємо  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi(\rho - \vec{\nabla} \cdot \vec{P})$ :

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}.$$

Теорема Гауса для електричного поля в речовині набуде вигляду:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho.$$

Введений у вектор  $\vec{D}$  називається **вектором електричної індукції**.

# Вектор електричної індукції $\vec{D}$

Введений у вектор  $\vec{D}$  називається **вектором електричної індукції**.

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}.$$

Теорема Гауса для електричного поля в речовині:

в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho.$$

в інтегральній формі

$$\oint_S \vec{D} = 4\pi \iiint_V \rho dV.$$

У формулювання теорема Гауса для поля в речовині **входять тільки вільні заряди**. Поляризаційні ж заряди враховані у визначенні вектора індукції  $\vec{D}$ .

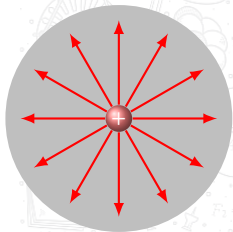
# Діелектрична проникність

Для діелектриків для яких справедливо співвідношення  $\vec{P} = \chi \vec{E}$ :

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = (1 + 4\pi\chi)\vec{E} = \epsilon\vec{E},$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E}.$$

де  $\epsilon = 1 + 4\pi\chi$  називається **діелектричною проникністю середовища**. Для випадку постійних електричних полів виявляється  $\chi > 0$ , а тому і  $\epsilon > 0$ .



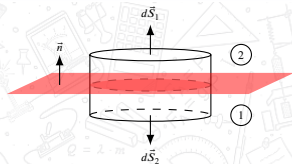
Розглянемо точковий заряд  $Q$  вміщений в нескінченний діелектрик з проникністю  $\epsilon$ . Скориставшись теоремою Гаусса для вектора  $\vec{D}$  знайдемо поле в діелектрику:

$$\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon r^3} \vec{r}.$$

Оскільки  $\epsilon > 1$ , то поле слабкіше ніж у вакуумі. Тобто, **поляризаційні заряди призводять до ослаблення поля**.

# Граничні умови в присутності діелектриків

Застосуємо теорему Гауса до нескінченно малого циліндра, що охоплює частину межі розділу двох середовищ. Вважаючи  $d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2$ ,  $q = \sigma dS$ ,  $d\vec{S}_1 = \vec{n} dS$ , маємо



$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 4\pi\sigma \Rightarrow \vec{D} \cdot d\vec{S}_1 + \vec{D} \cdot d\vec{S}_2 = 4\pi\sigma dS$$

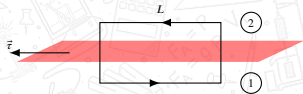
Звідси випливає перша гранична умова:

$$D_{1n} - D_{2n} = 4\pi\sigma.$$

Нормальна складова вектора  $\vec{D}$  зазнає стрибка при переході через границю розділу діелектриків, якщо на ній є вільні заряди. Якщо вільних зарядів на границі розділу нема, то  $D_{1n} = D_{2n}$  і стрибка не буде.

# Граничні умови в присутності діелектриків

Застосуємо теорему про циркуляцію до нескінченно малого прямокутного контуру  $L$ , що проходить на нескінченно малій відстані над і під поверхнею розділу середовищ. Вважаючи, що  $d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2$ , маємо



$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 d\vec{r}_1 + \vec{E}_2 d\vec{r}_2 = 0$$

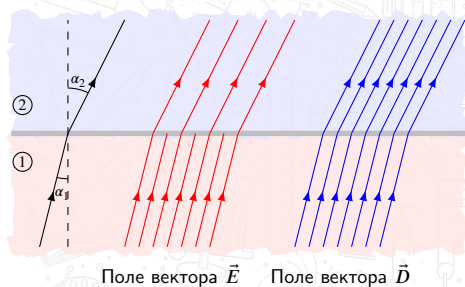
Звідси випливає друга гранична умова:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}.$$

Тангенціальна складова  $\vec{E}$  виявляється однаковою по обидва боки границі розділу (не зазнає стрибка).

# Заломлення силових ліній на границі діелектрика

Лінії векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{D}$  на границі розділу двох діелектриків заломлюються.



Граничні умови для вектора  $\vec{E}$

$$\begin{cases} E_{1\tau} = E_{2\tau}, \Rightarrow E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2, \\ D_{1n} = D_{2n}, \Rightarrow \epsilon_1 E_1 \cos \alpha_1 = \epsilon_2 E_2 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Граничні умови для вектора  $\vec{D}$

$$\begin{cases} E_{1\tau} = E_{2\tau}, \Rightarrow D_1/\epsilon_1 \sin \alpha_1 = D_2/\epsilon_2 \sin \alpha_2, \\ D_{1n} = D_{2n}, \Rightarrow D_1 \cos \alpha_1 = D_2 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

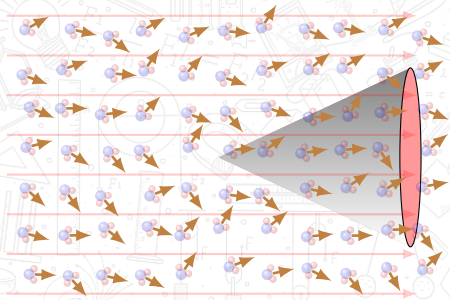
Закон заломлення ліній  $\vec{E}$  та  $\vec{D}$  однаковий:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 = \epsilon_2 / \epsilon_1.$$

В діелектрику з більшим значенням  $\epsilon$  лінії  $\vec{E}$  і  $\vec{D}$  становитимуть більший кут із нормаллю до границі розділу.



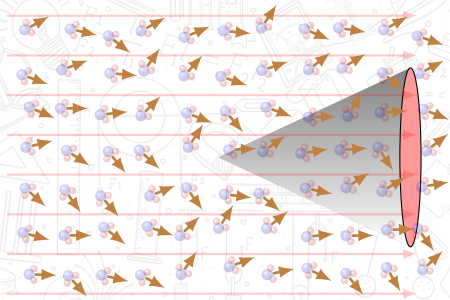
# Теорія діелектричної проникності полярних діелектриків



За розподілом Больцмана, число молекул в одиничному тілесному куті, які напрямлені під кутом  $\theta$  до поля  $\vec{E}$ :

$$\frac{dN}{d\Omega} = n(\theta) = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} = n_0 e^{+\frac{p_0 E \cos \theta}{kT}} \approx n_0 \left( 1 + \frac{p_0 E \cos \theta}{kT} \right).$$

# Теорія діелектричної проникності полярних діелектриків



Поляризація (напрямлена вздовж поля):

$$P = np_0 \overline{\cos \theta} = np_0 \left( \frac{1}{N} \int \cos \theta dN \right) = \frac{np_0^2}{3kT} E$$

# Теорія діелектричної проникності полярних діелектриків

Поляризація (напрямлена вздовж поля):

$$P = np_0 \overline{\cos \theta} = np_0 \left( \frac{1}{N} \int \cos \theta dN \right) = \frac{np_0^2}{3kT} E$$

Оскільки поляризація  $P = \chi E$  пропорційна полю  $E$ , тому поляризованість:

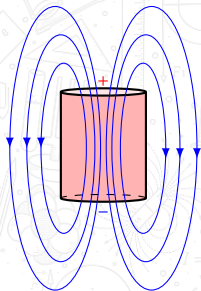
$$\chi = \frac{np_0^2}{3kT}. \quad \epsilon = 1 + \frac{4\pi np_0^2}{3kT}.$$

обернено пропорційна температурі  $\chi \sim \frac{1}{T}$ . Ця залежність виду називається **законом Кюрі**. Якщо діелектрична проникність діелектрика залежить від температури, це означає, що діелектрик складається із полярних молекул.

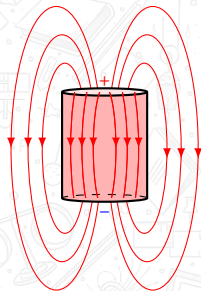
# Типи діелектриків

## Електрети

Електрети — це діелектрики, які тривалий час зберігають поляризацію після зняття зовнішнього поля. Електрет є «**електричним аналогом постійного магніту**».



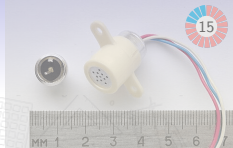
(а) Поле вектора електричної індукції  $\vec{D}$



(б) Поле вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}$

# Типи діелектриків

## Електрети



Електрети можна виготовити, нагріваючи діелектрик і піддаючи його впливу сильного поля  $\vec{E}$ , так що полярні молекули вистояються за полем.

Якщо потім діелектрик охолодити, то поляризація речовини тривалий час зберігається, оскільки поворот молекул у затверділій речовині ускладнений. У результаті отримують «заморожену» поляризацію.

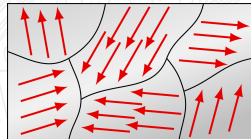
Кварц та інші форми діоксиду кремнію є природними електретами. Сьогодні більшість електретів виготовляють із синтетичних полімерів, наприклад, фторопластів, поліпропілену, поліетилентерефталату (ПЕТ) тощо.

# Типи діелектриків

## Сегнетоелектрики

**Сегнетоелектрик** — це кристалічний діелектрик, який має **спонтанну поляризацію всередині окремих доменів**, яка виникає без зовнішнього електричного поля. Під впливом поля домени переорієнтуються, змінюючи загальну поляризацію матеріалу.

**Домен** — це локальна область усередині сегнетоелектрика, де дипольні моменти орієнтовані в одному й тому самому напрямку. У кожному домені поляризація постійна і спрямована в один бік. Розміри від кількох до сотень мікрометрів.



Відомі сегнетоелектрики.

- Титанат барію ( $\text{BaTiO}_3$ ).
- Сегнетова сіль ( $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ )

Застосування сегнетоелектриків пов'язані з аномально великими значеннями  $\epsilon$  (конденсатори, вариконди). Використовуються у створенні електромеханічних і механоелектричних перетворювачів у широкому діапазоні частот, датчики мікропереміщень, гідрофони, акселерометри, стабілізатори частоти тощо.

# Гістерезис в сегнетоелектриках

**Гістерезис** — неоднозначна петлеподібна залежність поляризації сегнетоелектриків від зовнішнього електричного поля  $E$  за його циклічної зміни.

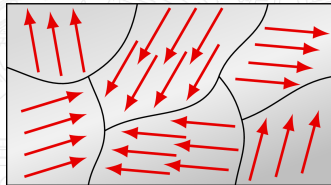
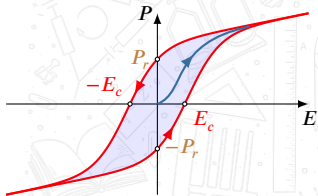


Рис.: Доменна структура сегнетоелектрика

1. За високого електричного поля  $E$ , поляризація досягає насичення і поводить себе як діелектрик у якого  $P \propto E$ .
2. Поле зменшується до нуля  $E = 0$ , але поляризація  $P_r$  залишається.
3. Для того щоб звести поляризацію до нуля, потрібно прикласти негативне поле  $-E_c$ , яке називається **коерцитивною силою**.
4. При подальшому збільшенні негативного поля поляризація  $P \propto E$ .
5. При зменшенні негативного поля до нуля поляризація залишається на рівні  $-P_r$ .

# Типи діелектриків

## П'єзоелектрики та піроелектрики

**П'єзоелектрики** — діелектрики, що можуть або під дією деформації індукувати електричний заряд на своїй поверхні (прямий п'єзоефект), або під впливом зовнішнього електричного поля деформуватися (зворотний п'єзоефект).

**Піроелектрики** — кристалічні діелектрики, що мають спонтанну поляризацію, тобто поляризацією за відсутності зовнішніх впливів. міна спонтанної поляризації та поява електричного поля в піроелектриках відбувається при зміні температури, а також при деформуванні. Таким чином, усі піроелектрики є п'єзоелектриками, але не всі п'єзоелектрики мають піроелектричний ефект.



# Підсумки

Вектор поляризації

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i$$

Для лінійних діелектриків

$$\vec{P} = \chi \vec{E}$$

Теорема Гаусса для вектора  $\vec{P}$

$$\oiint_S \vec{P} d\vec{S} = - \iiint_V \rho' dV$$

в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$$

Вектор електричної індукції

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$$

Для лінійних діелектриків

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Зв'язок проникності і поляризованості  
(для лінійних діелектриків)

$$\epsilon = 1 + 4\pi \chi$$

Поляризованість полярних діелектриків  
(закон Кюрі)

$$\chi \propto T^{-1}$$

Теорема Гаусса в діелектриках

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = 4\pi \iiint_V \rho dV$$

в диференціальній формі

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho$$