

Магнітне поле у речовині

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

Зміст лекції

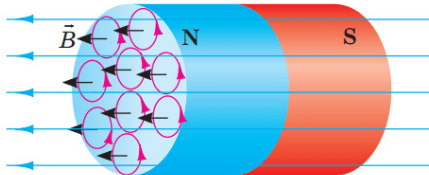
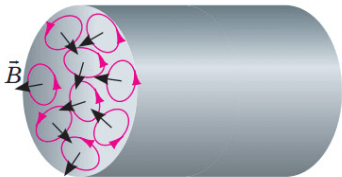
1. Основні поняття
2. Намагнічування
3. Теорема про циркуляцію в речовині
4. Магнетики
5. Граничні умови
6. Ферромагнетики

Гіпотеза Ампера

Молекулярні струми

Якщо магнітне поле діє на рухомі заряджені частинки та рамки зі струмом, то **чому воно також діє і на будь-який інший шматок магніту?** Ампер припустив, що **всередині магніту теж течуть струми**.

Але якщо взяти стрілку або магніт у руки, то ніяких струмів ми не відчуваємо. Отже, ці струми циркулюють усередині речовини і ніколи не виходять назовні. Що це за струми такі всередині речовини, Ампер звісно ж не знав. Сучасній науці вже відомо, що звичайна речовина складається з атомів. Своєю чергою, всередині атомів є позитивно заряджені ядра з негативно зарядженими електронами, що обертаються навколо них. Також самі електрони є маленькими магнітними стрілочками. Так ось, рух електронів усередині атомів є не що інше, як електричні струми, про існування яких припустив Ампер. Магнітне поле діє на ці струми, а значить і на речовину в цілому.



Означення

Мікрополе та середнє поле

У речовині магнітне поле формується як зовнішнім полем, так і струмами, що циркулюють у цій речовині.

На мікрорівні (тобто на відстанях порядку розміру атомів і менше) поле різко змінюється в часі та просторі. Це поле називається **мікрополем** \vec{B}_{micro} . Однак якщо провести усереднення за малим об'ємом, у якому є багато частинок (тобто за фізично нескінченно малим об'ємом), то отримаємо середнє поле:

$$\langle \vec{B} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \vec{B}_{\text{micro}} dV.$$

Середнє поле змінюється істотно повільніше внаслідок статистичного усереднення при випадковому русі частинок.

Означення

Струми провідності та молекулярні струми

Створювані рухомими зарядами, можна розділити на дві групи:
струми провідності та **молекулярні струми**.

1. **Струми провідності** пов'язані з переміщенням вільних зарядів і є сторонніми щодо речовини.
2. **Молекулярні струми** зумовлені орбітальним рухом і спіном (власним моментом імпульсу) електронів в атомах (молекулах) і ядер речовини.

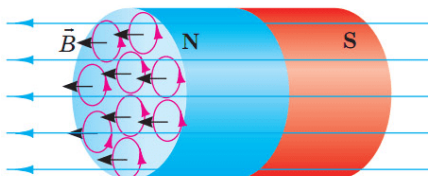
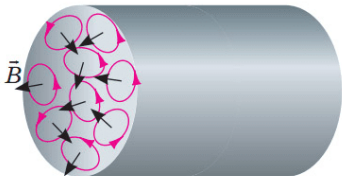
Вектор намагнічування

Вектор намагнічування (або **намагніченість**) — це величина, що характеризує магнітний момент одиниці об'єму речовини. Визначається вона як:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i,$$

де \vec{p}_i — магнітні моменти окремих частинок.

Намагніченість називається **однорідною**, якщо вектор \vec{J} не залежить від вибору точки в речовині. Якщо ж $\vec{J} \neq \text{const}$, то намагніченість називається **неоднорідною**.



Вимірювані величини і вилучення струмів намагнічення

Основна задача теорії магнітостатики в речовині

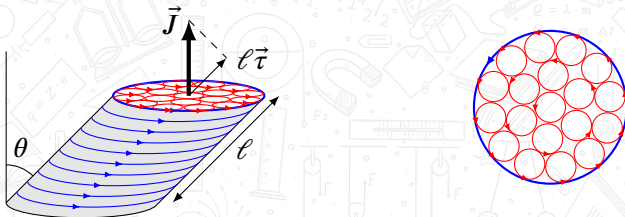
У магнітостатиці стоїть завдання знайти спосіб опису полів, які виникають через молекулярні струми, без їх безпосереднього обчислення. Основна ідея полягає у тому, щоб **вилучити** струми намагнічення з рівнянь і замінити їх іншими величинами, які можливо вимірювати безпосередньо, наприклад, вектором намагнічення \vec{J} .

Чому це важливо?

Виключення струмів намагнічення з розрахунків дозволяє зосередитись на вимірюваних параметрах, що спрощує математичні моделі. В результаті, обчислення магнітних полів у магнетиках стає доступнішим і більш наочним.

Зв'язок намагніченості з молекулярними струмами

Виділимо в речовині досить малий циліндр, так що поле в ньому можна вважати практично однорідним. У його об'ємі молекулярні струми компенсують один одного. Циліндр (ліворуч) і вигляд його торця (праворуч). Кільцеві струми, що циркулюють в об'ємі, компенсують один одного всюди, окрім точок бічної поверхні. У результаті залишається тільки поверхневий струм, що тече бічною поверхнею циліндра.



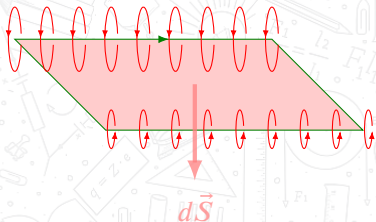
Знайдемо магнітний момент такого циліндрика:

$$\vec{p}_m = \vec{J}V = \frac{1}{c}I_m S \vec{n} \Rightarrow \vec{J} S \ell \cos \theta = \frac{1}{c}I_m S \vec{n} \Rightarrow \vec{J} \cdot \vec{\tau} \ell \cos \theta = \frac{1}{c}I_m \vec{n} \cdot \vec{\tau}$$

$$I_m / \ell = i_m = c \vec{J} \cdot \vec{\tau}, \quad \vec{n} \cdot \vec{\tau} = \cos \theta.$$

Молекулярні струми перпендикулярні намагніченості: $\vec{i}_m \perp \vec{J}$.

Циркуляція вектора намагнічення



Виберемо тепер у речовині довільний замкнутий контур L . На одиницю довжини контуру припадає струм намагнічування:

$$i_m = c \vec{J} \cdot d\vec{\ell},$$

таким чином, контур перетинає повний струм:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell}.$$

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \text{rot } \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L .

Циркуляція вектора намагнічення

Молекулярні об'ємні струми намагнічення

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \text{rot } \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L .

Струм, що протікає через поверхню S , виражається через густину струму формулою $I_m = \iint_S \vec{j}_m \cdot d\vec{S}$. отже, що густина молекулярних струмів пов'язана з вектором намагнічування формулою:

$$\vec{j}_m = c \text{rot } \vec{J}.$$

Це співвідношення дає зв'язок молекулярного струму з вектором намагнічування в диференціальній формі.

Теорема про циркуляцію в речовині

Циркуляцію магнітного поля породжують всі струми, як струми провідності так і струми намагнічування:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}(I + I_m).$$

Тепер у нас є інструмент для вилучення I_m з рівняння.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} \left(I + c \iint_S \text{rot } \vec{J} \cdot d\vec{S} \right).$$

Введемо величину, що — **напруженість магнітного поля**:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

Теорема про циркуляцію в речовині

Введемо величину, що — **напруженість магнітного поля**:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

Теорема про циркуляцію в речовині прийме вигляд:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I.$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}.$$

Вектор \vec{H} є допоміжним і слугує для спрощення вигляду рівнянь. Суттєво, що **його циркуляція визначається тільки струмами провідності**, що дає змогу в низці задач спростити розрахунок магнітного поля в середовищі.

Лінійні ізотропні магнітні середовища

Якщо магнітне поле слабке і в середовищі немає початкової намагніченості, то можна покласти:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}.$$

Коефіцієнт χ_m називається **магнітною сприйнятливістю**.

Підставимо це співвідношення у формулу $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J}$. Це дає

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}.$$

Величина $\mu = 1 + 4\pi\chi_m$ називається **магнітною проникністю середовища**.

Магнетики

Залежно від значення магнітної проникності виділяють такі основні класи середовищ:

1. Якщо $\chi_m > 0$, $\mu > 1$, то речовина називається **парамагнетиком**. Парамагнітні властивості мають, наприклад, Al , Pt , FeCl_2 , O_2 , лужні та лужноземельні метали.
2. Якщо $\chi_m < 0$, $\mu < 1$, то речовина називається **діамагнетиком**. Діамагнетиками є Bi , Sb , Si , H_2O , H_2 , N_2 тощо.

Класифікація речовин на парамагнетики та діамагнетики запропонував М. Фарадей у 1845 р. Типові значення магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків становлять $|\mu| = 10^{-5} \div 10^{-5}$.

Деякі речовини можуть зберігати намагніченість \vec{J} за відсутності зовнішнього магнітного поля. Для них не виконується просте співвідношення $\vec{J} = \chi_m \vec{H}$ при всіх значеннях \vec{H} . Такі речовини називаються **феромагнетиками**. До їх числа належать, наприклад, Fe , Co , Ni . В діапазоні, де таке співвідношення формально виконується, магнітна проникність феромагнетиків сягає значень порядку $\mu \gg 1$.

Задачі

Задача 1

Постійний струм I тече вздовж довгого циліндричного дроту круглого перерізу. Дріт виготовлений з парамагнетика сприйнятливостю χ . Знайти:

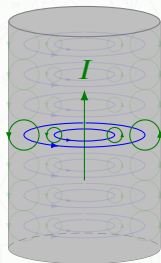
1. поверхневий молекулярний струм;
2. об'ємний молекулярний струм.

Як ці струми напрямлені один відносно одного?

Відповіді:

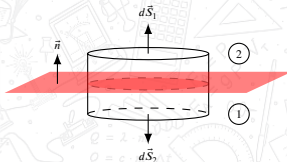
1. $I'_{\text{пов}} = 4\pi\chi I$;
2. $I'_{\text{об}} = 4\pi\chi I$.

Струми напрямлені протилежно один відносно одного.



Граничні умови для \vec{B} та \vec{H}

Застосуємо теорему Гауса до нескінченно малого циліндра, що охоплює частину межі розділу двох середовищ. Вважаючи $d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2$, $q = \sigma dS$, $d\vec{S}_1 = \vec{n} dS$, маємо



$$\oiint_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_1 + \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 = 0$$

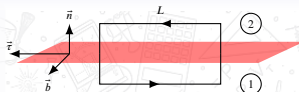
Звідси випливає перша гранична умова:

$$B_{1n} = B_{2n}.$$

Нормальна складова вектора \vec{B} не зазнає стрибка при переході через границю розділу середовищ.

Граничні умови для \vec{B} та \vec{H}

Застосуємо теорему про циркуляцію до нескінченно малого прямокутного контуру L , що проходить на нескінченно малій відстані над і під поверхнею розділу середовищ. Вважаючи, що $d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2$, маємо



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow \vec{H}_1 d\vec{r}_1 + \vec{H}_2 d\vec{r}_2 = \frac{4\pi}{c} i_b d\ell$$

Звідси випливає друга гранична умова:

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b.$$

Останню умову можна можна записати у векторному вигляді: Оскільки $\vec{\tau} = \vec{b} \times \vec{n}$. То $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)\vec{\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b$, або $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)[\vec{b} \times \vec{n}] = \frac{4\pi}{c} i_b$. Зробивши циклічний зсув співмножників

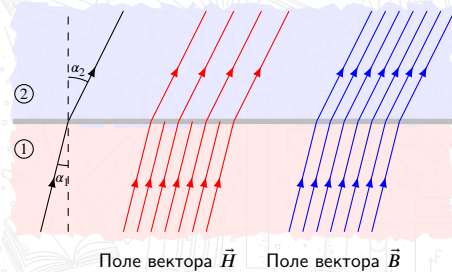
у змішаному добутку векторів, отримаємо:

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \frac{4\pi}{c} \vec{i}_b.$$

Тангенціальна складова \vec{H} зазнає розриву, якщо по поверхні розділу середовищ течуть струми провідності.

Заломлення силових ліній на границі магнетиків

Лінії векторів \vec{B} і \vec{H} на границі розділу двох магнетиків заломлюються.



Граничні умови для вектора \vec{H}

$$\begin{cases} H_{1\tau} = H_{2\tau}, \Rightarrow H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2, \\ B_{1n} = B_{2n}, \Rightarrow \mu_1 H_1 \cos \alpha_1 = \mu_2 H_2 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Граничні умови для вектора \vec{B}

$$\begin{cases} H_{1\tau} = H_{2\tau}, \Rightarrow B_1/\mu_1 \sin \alpha_1 = B_2/\mu_2 \sin \alpha_2, \\ B_{1n} = B_{2n}, \Rightarrow B_1 \cos \alpha_1 = B_2 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Закон заломлення ліній \vec{B} та \vec{H} однаковий:

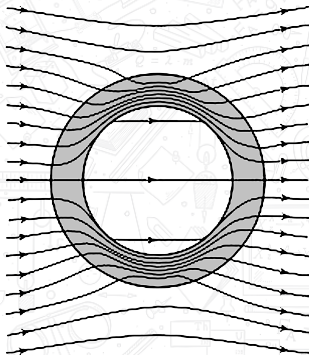
$$\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 = \mu_2 / \mu_1.$$

В діелектрику з більшим значенням μ лінії \vec{H} і \vec{B} становитимуть більший кут із нормаллю до границі розділу.

Магнітне екранування

На заломленні магнітних ліній заснований **магнітний захист**.

При внесенні, наприклад, замкненої залізної оболонки (шару) в зовнішнє магнітне поле лінії цього поля будуть концентруватися (згущуватися) переважно в самій оболонці. Усередині ж цієї оболонки — в порожнині — магнітне поле виявляється сильно ослабленим порівняно із зовнішнім полем. Іншими словами, **залізна оболонка має екрануючу дію**.

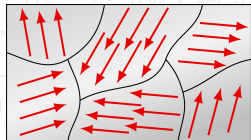


Це використовують для оберігання чутливих приладів від зовнішніх магнітних полів.

Ферромагнетики

Ферромагнетиками називають речовини (тверді), які можуть мати **спонтанну намагніченість в середині окремих доменів**, тобто намагнічені вже за відсутності зовнішнього магнітного поля. Типові представники ферромагнетиків — це залізо, кобальт і багато їхніх сплавів.

Домен — це локальна область усередині ферромагнетика, де дипольні моменти орієнтовані в одному й тому самому напрямку. У кожному домені намагніченість постійна і спрямована в один бік.



Гістерезис в феромагнетиках

Гістерезис — неоднозначна петлеподібна залежність поляризації сегнетоелектриків від зовнішнього магнітного поля \vec{H} за його циклічної зміни.

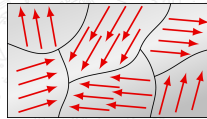
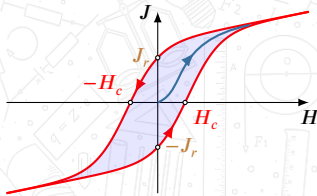
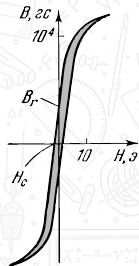


Рис.: Доменна структура феромагнетика

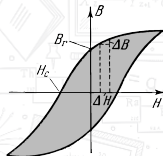
1. За високого поля H , намагніченість досягає насичення і поводить себе як парамагнетик у якого $J \propto H$.
2. Поле зменшується до нуля $H = 0$, але намагніченість J_r залишається.
3. Для того щоб звести намагніченість до нуля, потрібно прикласти негативне поле $-H_c$, яке називається **коерцитивною силою**.
4. При подальшому збільшенні негативного поля намагніченість $J \propto H$.
5. При зменшенні негативного поля до нуля намагніченість залишається на рівні $-J_r$.

Магнітно-м'які та магнітно-жорсткі феромагнетики

Магнітом'який матеріал, який застосовують як осердя в трансформаторах, електромагнітах та інших приладах і машинах, характерний дуже вузькою петлею гістерезису. Вузькість петлі (мала коерцитивна сила) означає малі втрати на перемагнічування. У ділянці до насичення петля близька до прямої лінії, рівняння якої можна записати, як для неферомагнітних речовин, у вигляді $\vec{B} = \mu \vec{H}$.



Постійні магніти слід виготовляти з **магнітно-жорстких** матеріалів, наприклад із загартованої сталі. Гістерезисна петля її широка, H_c велика, що забезпечує стійкість намагнічування.



Підсумки

Вектор намагнічення

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i$$

Теорема про циркуляцію для вектора \vec{J}

$$\oint_L \vec{P} d\vec{\ell} = I_m$$

в диференціальній формі

$$c \operatorname{rot} \vec{J} = \vec{j}_m$$

Вектор напруженості

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{J}$$

Для лінійних магнетиків

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}$$

Зв'язок проникності і сприйнятливості
(для лінійних магнетиків)

$$\mu = 1 + 4\pi \chi_m$$

Для лінійних магнетиків

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Теорема про циркуляцію в магнетиках

$$\oint_L \vec{H} d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} \iint_S \vec{j} dS$$

в диференціальній формі

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$