

Магнітне поле у речовині

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

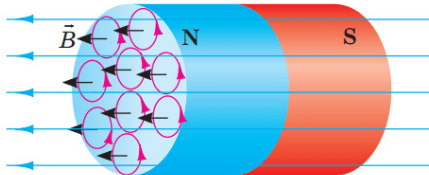
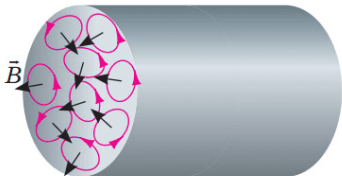
Зміст лекції

Гіпотеза Ампера

Молекулярні струми

Якщо магнітне поле діє на рухомі заряджені частинки та рамки зі струмом, то **чому воно також діє і на будь-який інший шматок магніту?** Ампер припустив, що **всередині магніту теж течуть струми**.

Але якщо взяти стрілку або магніт у руки, то ніяких струмів ми не відчуваємо. Отже, ці струми циркулюють усередині речовини і ніколи не виходять назовні. Що це за струми такі всередині речовини, Ампер звісно ж не знав. Сучасній науці вже відомо, що звичайна речовина складається з атомів. Своєю чергою, всередині атомів є позитивно заряджені ядра з негативно зарядженими електронами, що обертаються навколо них. Також самі електрони є маленькими магнітними стрілочками. Так ось, рух електронів усередині атомів є не що інше, як електричні струми, про існування яких припустив Ампер. Магнітне поле діє на ці струми, а значить і на речовину в цілому.



Означення

Мікрополе та середнє поле

У речовині магнітне поле формується як зовнішнім полем, так і струмами, що циркулюють у цій речовині.

На мікрорівні (тобто на відстанях порядку розміру атомів і менше) поле різко змінюється в часі та просторі. Це поле називається **мікрополем** \vec{B}_{micro} . Однак якщо провести усереднення за малим об'ємом, у якому є багато частинок (тобто за фізично нескінченно малим об'ємом), то отримаємо середнє поле:

$$\langle \vec{B} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \vec{B}_{\text{micro}} dV.$$

Середнє поле змінюється істотно повільніше внаслідок статистичного усереднення при випадковому русі частинок.

Означення

Струми провідності та молекулярні струми

Створювані рухомими зарядами, можна розділити на дві групи:
струми провідності та **молекулярні струми**.

1. **Струми провідності** пов'язані з переміщенням вільних зарядів і є сторонніми щодо речовини.
2. **Молекулярні струми** зумовлені орбітальним рухом і спіном (власним моментом імпульсу) електронів в атомах (молекулах) і ядер речовини.

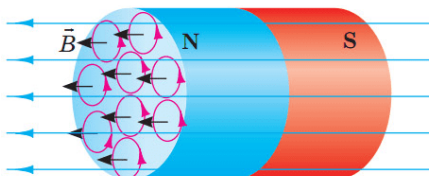
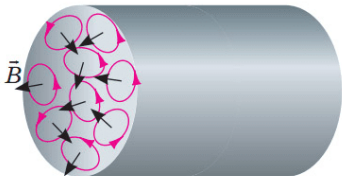
Вектор намагнічування

Вектор намагнічування (або **намагніченість**) — це величина, що характеризує магнітний момент одиниці об'єму речовини. Визначається вона як:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i,$$

де \vec{p}_i — магнітні моменти окремих частинок.

Намагніченість називається **однорідною**, якщо вектор \vec{J} не залежить від вибору точки в речовині. Якщо ж $\vec{J} \neq \text{const}$, то намагніченість називається **неоднорідною**.



Вимірювані величини і вилучення струмів намагнічення

Основна задача теорії магнітостатики в речовині

У магнітостатиці стоїть завдання знайти спосіб опису полів, які виникають через молекулярні струми, без їх безпосереднього обчислення. Основна ідея полягає у тому, щоб **вилучити** струми намагнічення з рівнянь і замінити їх іншими величинами, які можливо вимірювати безпосередньо, наприклад, вектором намагнічення \vec{J} .

Чому це важливо?

Виключення струмів намагнічення з розрахунків дозволяє зосередитись на вимірюваних параметрах, що спрощує математичні моделі. В результаті, обчислення магнітних полів у магнетиках стає доступнішим і більш наочним.

Зв'язок намагніченості з молекулярними струмами

Виділимо в речовині досить малий циліндр, так що поле в ньому можна вважати практично однорідним. У його об'ємі молекулярні струми компенсують один одного. Циліндр (ліворуч) і вигляд його торця (праворуч). Кільцеві струми, що циркулюють в об'ємі, компенсують один одного всюди, окрім точок бічної поверхні. У результаті залишається тільки поверхневий струм, що тече бічною поверхнею циліндра.

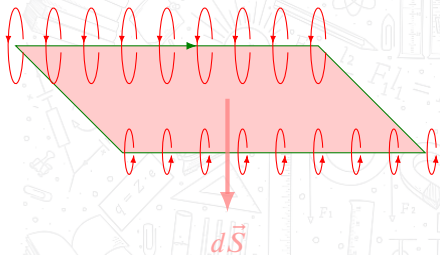


Знайдемо магнітний момент такого циліндрика:

$$\vec{p}_m = \vec{J}V = \frac{1}{c}I_m S \vec{n} \Rightarrow \vec{J} S \ell \cos \theta = \frac{1}{c}I_m S \vec{n} \Rightarrow \vec{J} \cdot \vec{\ell} \ell \cos \theta = \frac{1}{c}I_m \vec{n} \cdot \vec{\ell}$$

$$\frac{I_m}{\ell} = i_m = c \vec{J} \cdot \vec{\ell}.$$

Циркуляція вектора намагнічення



Виберемо тепер у речовині довільний замкнутий контур L . На одиницю довжини контуру припадає струм намагнічування:

$$i_m = c \vec{J} \cdot d\vec{\ell},$$

таким чином, контур перетинає повний струм:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell}.$$

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \text{rot } \vec{I} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L .

Циркуляція вектора намагнічення

Молекулярні об'ємні струми намагнічення

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \text{rot } \vec{I} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L .

Струм, що протікає через поверхню S , виражається через густину струму формулою $I_m = \iint_S \vec{j}_m \cdot d\vec{S}$. отже, що густина молекулярних струмів пов'язана з вектором намагнічування формулою:

$$\vec{j}_m = c \text{rot } \vec{J}.$$

Це співвідношення дає зв'язок молекулярного струму з вектором намагнічування в диференціальній формі.

Теорема про циркуляцію в речовині

Циркуляцію магнітного поля породжують всі струми, як струми провідності так і струми намагнічування:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}(I + I_m).$$

Тепер у нас є інструмент для вилучення I_m з рівняння.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} \left(I + c \iint_S \text{rot } \vec{I} \cdot d\vec{S} \right).$$

Введемо величину, що — **напруженість магнітного поля**:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

Теорема про циркуляцію в речовині

Введемо величину, що — **напруженість магнітного поля**:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

Теорема про циркуляцію в речовині прийме вигляд:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I.$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}.$$

Вектор \vec{H} є допоміжним і слугує для спрощення вигляду рівнянь. Суттєво, що **його циркуляція визначається тільки струмами провідності**, що дає змогу в низці задач спростити розрахунок магнітного поля в середовищі.

Лінійні ізотропні магнітні середовища

Якщо магнітне поле слабке і в середовищі немає початкової намагніченості, то можна покласти:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}.$$

Коефіцієнт χ_m називається **магнітною сприйнятливістю**.

Підставимо це співвідношення у формулу $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J}$. Це дає

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}.$$

Величина $\mu = 1 + 4\pi\chi_m$ називається **магнітною проникністю середовища**.

Магнетики

Залежно від значення магнітної проникності виділяють такі два основні класи середовищ.

1. Якщо $\chi_m > 0$, $\mu > 1$, то речовина називається **парамагнетиком**. Парамагнітні властивості мають, наприклад, Al, Pt, FeCl₂, O₂, лужні та лужноземельні метали.
2. Якщо $\chi_m < 0$, $\mu < 1$, то речовина називається **діамагнетиком**. Діамагнетиком є Bi, Sb, Si, H₂O, H₂, N₂ тощо.

Класифікація речовин на парамагнетики та діамагнетики запропонував М. Фарадей у 1845 р. Типові значення магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків становлять $|\mu| = 10^{-5} \div 10^{-5}$.

Деякі речовини можуть зберігати намагніченість \vec{J} за відсутності зовнішнього магнітного поля. Для них не виконується просте співвідношення $\vec{J} = \chi_m \vec{H}$ при всіх значеннях \vec{H} . Такі речовини називаються **феромагнетиками**. До їх числа належать, наприклад, Fe, Co, Ni. В діапазоні, де таке співвідношення формально виконується, магнітна проникність феромагнетиків сягає значень порядку $\mu \gg 1$.

Граничні умови для \vec{B} та \vec{H}