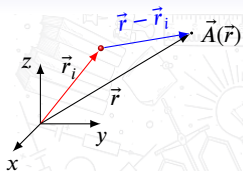


Вектор-потенціал на далеких відстанях



Магнітний момент системи тіл:

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \sum_i \frac{q_i \vec{v}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

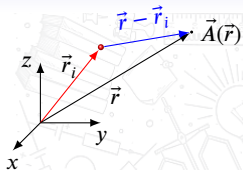
На далеких відстанях $r_i \ll r$ наближено $\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_i}{r^2} \right)$.

Для стаціонарних рухів, які відбуваються в малих областях, можна зробити усереднення вектор-потенціалу, при цьому $\frac{d}{dt} \dots = 0$.

$$\vec{A} = \frac{1}{cr^3} \sum_i q_i v_i (\vec{r} \cdot \vec{r}_i)$$

$$v_i (\vec{r} \cdot \vec{r}_i) = \frac{1}{2} [v_i (\vec{r} \cdot \vec{r}_i) - \vec{r}_i (\vec{r} \cdot \vec{v}_i)] + \frac{1}{2} [v_i (\vec{r} \cdot \vec{r}_i) + \vec{r}_i (\vec{r} \cdot \vec{v}_i)] = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{v}_i \times \vec{r}_i + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\vec{r}_i (\vec{r} \cdot \vec{r}_i)) .$$

Вектор-потенціал на далеких відстанях



Магнітний момент системи тіл:

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \sum_i \frac{q_i \vec{v}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

$$\vec{A} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{1}{2c} \sum_i \vec{r}_i \times (q_i \vec{v}_i) \right) \times \vec{r} = \frac{\vec{p}_m \times \vec{r}}{r^3}.$$

Магнітне поле знаходиться за формулою $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$:

$$\text{rot} [\vec{A} \times \vec{B}] = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \vec{A} \text{div } \vec{B} - \vec{B} \text{div } \vec{A}$$

$$\vec{B} = \text{rot} \left(\vec{p}_m \times \frac{\vec{r}}{r^3} \right) = -(\vec{p}_m \cdot \vec{\nabla}) \frac{\vec{r}}{r^3} = \frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}_m}{r^3}.$$

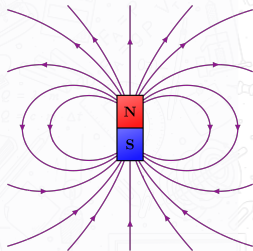
$$\vec{B} = \frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}_m}{r^3}.$$

Магнітний диполь

$$\vec{B} = \frac{3 (\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}_m}{r^3}.$$

Отримана формула збігається за виглядом із формулою для електричного поля точкового диполя. Це означає, що точковий магнітний момент можна розглядати формально як точковий диполь, складений з ефективних магнітних зарядів

N (північного) та S (південного).



	Електричний диполь	Магнітний диполь
Потенціал	$\varphi = \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{r^3}$	$\vec{A} = \frac{\vec{p}_m \times \vec{r}}{r^3}$
Поле	$\vec{E} = \frac{3 (\vec{p}_e \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}_e}{r^3}$	$\vec{B} = \frac{3 (\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}_m}{r^3}$