Нехай задана нескінченна область простору Ω_{out}, яка не містить зарядів і оточує внутрішню область Ω_{in}, яка містить розподіл заряду $\rho(\mathbf{r})$. Поверхня розділу між областями $\partial\Omega$ є гладкою . Заряди створюють електричне поле, яке характеризується потенціалом $\phi(\mathbf{r})$. Металеві провідники відсутні.

У випадку, якщо заряди зосереджені у скінченній області, на потенціал накладаються умови скінченності:

$$\lim_{r\to\infty}\left(|\nabla\phi(\mathbf{r})|\, r^2\right) = 0, \quad r = |\mathbf{r}|\,. \tag{1}$$

Оскільки потенціал є неперервною функцією, а за відсутності поверхневих зарядів неперервним є також і градієнт потенціалу, то на поверхні $\partial\Omega$, мають виконуватись умови

$$\begin{gathered}\phi_1(\mathbf{r}) = \phi_2(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r}\in\partial\Omega, \\ \left.\frac{\partial\phi_1(\mathbf{r})}{\partial n_1}\right|_{\mathbf{r}\in\partial\Omega} = \left.\frac{\partial\phi_2(\mathbf{r})}{\partial n_2}\right|_{\mathbf{r}\in\partial\Omega}.\end{gathered} \tag{2}$$

Зв'язок між потенціалом і густиною заряду в даній точці $\mathbf{r}$ простору дається рівнянням Пуассона:

$$\boldsymbol{\nabla}^2\phi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}). \tag{3}$$

Зв'язок між потенціалом в точці $\mathbf{r}$ і зарядами, розташованими в точці $\mathbf{r}'$ ($\mathbf{r}\neq\mathbf{r}'$) дається рівнянням Лапласа:

$$\boldsymbol{\nabla}^2\phi(\mathbf{r}) = 0. \tag{4}$$

У випадку, якщо заряди зосереджені в скінченній області простору Ω, то розв'язком рівняння (3) (або ж Лапласа) буде вираз:

$$\phi(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}')dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \tag{5}$$

Дійсно, не важко переконатись прямим обчисленням (враховуючи співвідношення $\boldsymbol{\nabla}^2\left(\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right) = -4\pi\delta(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$):

$$\boldsymbol{\nabla}^2\phi = \int \rho(\mathbf{r}')\boldsymbol{\nabla}^2\left(\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right)dV' = -4\pi\int \rho(\mathbf{r}')\delta(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)dV' = -4\pi\rho(\mathbf{r}).$$

При обчислені потенціалу на практиці рідко доводиться користуватись виразом (5), бо безпосереднє застосування цієї формули є громіздким. Натомість, краще безпосередньо розв'язувати рівняння Пуассона (3) та Лапласа (4) відповідно, у областях де є заряд, і де його немає. На границі цих областей для забезпечення неперервності потенціалу, треба скористатись умовами (2).

На відміну від виразу (5), рівняння Пуассона та Лапласа є більш універсальними, оскільки не передбачають наявності нормування потенціалу на нуль на нескінченності та умову відсутності заряду на нескінченності. Наприклад, якщо потрібно знайти потенціал однорідно зарядженого плоского шару товщиною d, то формула (5) вже не застосовна, оскільки тепер заряди вже присутні і на нескінченності, однак безпосередній розв'язок рівняння Пуассона та Лапласа з використанням (2) не викликає труднощів.

Ба, навіть у випадку якщо заряд зосереджений в скінченній області простору, застосування формули (5) також складне і тут теж набагато простіше скористатись розв'язуючи рівняння Пуассона (та Лапласа). Для прикладу, спробуйте знайти потенціал однорідно зарядженої кулі у довільній точці простору обома способами.

До методів безпосереднього розв'язку задачі електростатики за допомогою рівнянь Пуассона (та Лапласа) можна віднести методи представлення розв'язку у вигляді розкладання в ряд по системі ортогональних функцій з невідомими коефіцієнтами (базисні ортогональні функції вибираються в залежності від симетрії задачі). Вже далі невідомі коефіцієнти знаходяться з використанням умов на границях розділу (2).

Однак, все ж таки формула (5) має застосування. Наприклад, якщо ми хочемо знайти знайти потенціал скінченого зарядженого тіла, то формулу можна представити у вигляді ряду, який називається розкладанням за мультиполями:

$$\phi(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}')dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \frac{q}{r} + \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{r^3} + \frac{1}{6}\sum_{i,j} Q_{ij}\frac{3x_ix_j - r^2\delta_{ij}}{r^5} + \dots, \tag{6}$$

де мультипольні моменти

$$\begin{aligned} q &= \int \rho(\mathbf{r}')dV', && \text{повний заряд тіла ,} \\ \mathbf{p} &= \int \rho(\mathbf{r}')\mathbf{r}'dV', && \text{дипольний момент тіла,} \\ Q_{ij} &= \int \rho(\mathbf{r}')(3x_i'x_j' - r'^2\delta_{ij})dV', && \text{квадрупольний момент тіла.} \end{aligned}$$

Якщо в нас є тепер такий ряд, то обчисливши для даного тіла відповідні моменти, ми знатимемо потенціал. Крім того, якщо нам буде потрібно обчислити потенціал з певною точністю , то ми без докорів сумління можемо відкинуті доданки, які містять вищі 2^l-польні моменти, навіть, якщо вони відмінні від нуля.

Однак на практиці в електростатиці постають задачі, в яких зазвичай цікаво не розташування об'ємних зарядів (припустимо що вони відсутні), а задано розташування та форма провідників в просторі і відомі а) потенціали всіх провідників, б) або їх повні заряди і необхідно визначити напруженість електричного поля у всіх точках простору і розподіл зарядів по поверхнях провідників. В такому випадку розв'язується рівняння Лапласа з відповідними граничними умовами, причому використовуючи теорему єдиності, показується, що розв'язок цього рівняння буде єдиним. Тобто, тепер задача вже не зводиться до взяття інтегралу (5).