



# Informe Tarea 9

Sergio Leiva M.

## 1 Introducción

Se pidió estudiar el movimiento de planetas cercanos al sol, los cuales están afectados por un potencial del tipo (1), que es una corrección a la ley de Newton. Además se debe ocupar la técnica de *Programación orientada a objetos* (OOP, por sus siglas en inglés).

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} + \alpha \frac{GMm}{r^2} \quad (1)$$

Para integrar este problema, se pidió que se implementaran los métodos: *Runge Kutta* de orden 4 y *Verlet*. Con cada uno se analizó el tipo de órbita con y sin la corrección, y además la energía en función del tiempo.

## 2 Procedimiento

Para el caso de *RK4* se usó la implementación de la tarea anterior, con los ajustes necesarios para que trabajara con objetos, y para *verlet*, se siguió la metodología de *verlet* con velocidad, y al igual que el caso anterior se implementó usando la técnica *OOP*.

Para encontrar el perihelio se buscó el punto donde la distancia al centro y la distancia de partida, fuera la máxima, lo que caracteriza al afelio, y como ambos deben precesar de igual manera y por temas de cálculo, resultó más simple, y dado que el primer afelio debe estar en el punto inicial tiene sentido buscar que las distancias al centro no difieran más allá de una tolerancia. Dado que existe una precesión, existen varios puntos de perihelio, uno por cada órbita, por lo que se tomó un promedio y una desviación estándar para ello, además para acotar los valores, mediante el método de inspección se encontró una tolerancia a las diferencias antes dicha, para obtener 30 valores.

### 3 Resultados

Para las constante físicas del problema y condiciones iniciales se usaron los valores de la Tabla 1. Las constantes se normalizaron para simplificar tanto algebra como manejo de unidades. En el caso de las condiciones iniciales se verificaron que generaran una elipse, es decir, que la energia fuera siempre negativa.

Constantes	Valor	Cond. Inicial	Valor
G	1	x	10
m	1	y	0
M	1	vx	0
$\alpha$	$10^{-2.937}$	vy	0.01

Table 1: Cuadro de constantes, con  $\alpha = 10^{-2.XXX}$  con XXX los 3 ultimos digitos del rut 18.856.937-4. Las demas constantes fueron normalizadas para simplificar la relacion entre las masas y el algebra. Las condiciones iniciales son tales que permiten orbitas "cerradas".

Podemos ver que los graficos de la figura 1 muestran la evolución de la energia en función del tiempo, donde se encuentra que ambos casos mantienen la energia a grnades rasgos. Si vemos la figura 2 podemos ver que las orbitas descritas por ambos metodos, difieren un poco visulamente, pero es por un tema de las dimensiones de los ejes, pues son bastante similares. Para el caso de la figura 3 vemos como se mantiene constante la energia aun pasando varias ciclos, y la manera en que precesa.

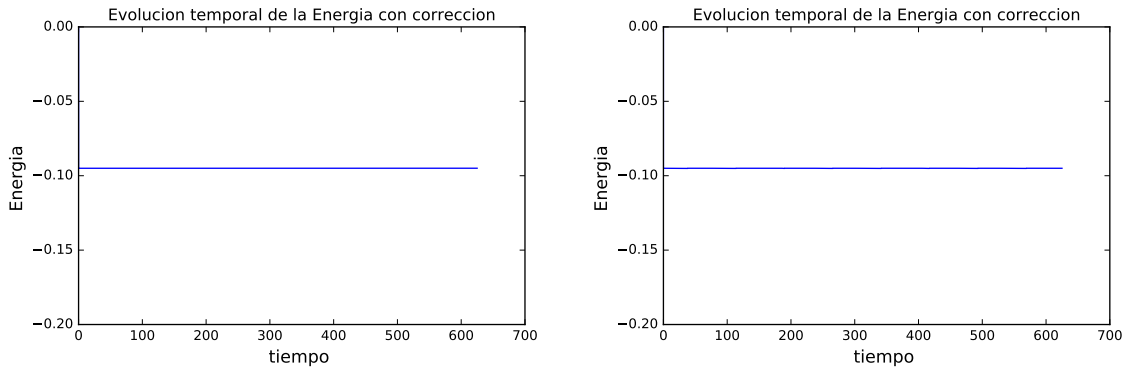


Figure 1: Se muestra como en el caso de RK4 (imagen lado izq) y de Verlet (imagen lado der), no se presenta mayor diferencia en la energia. Algo que muestra una buena representación del sistema físico. Ambas imagenes son considerando solo 5 ciclos.

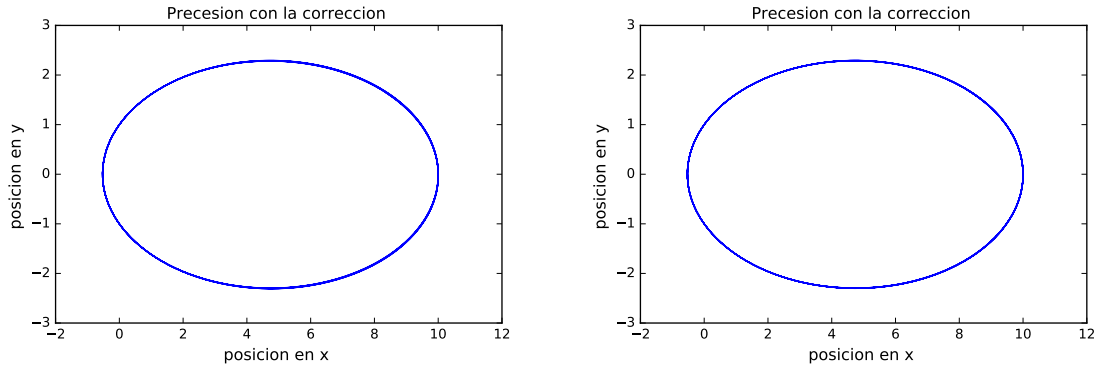


Figure 2: Se muestra como en ambos casos (RK4 y Verlet) la precesión es nula, y se puede ver dado que la linea toma un color mas marcado. Ambos graficos son considerando solo 5 ciclos.

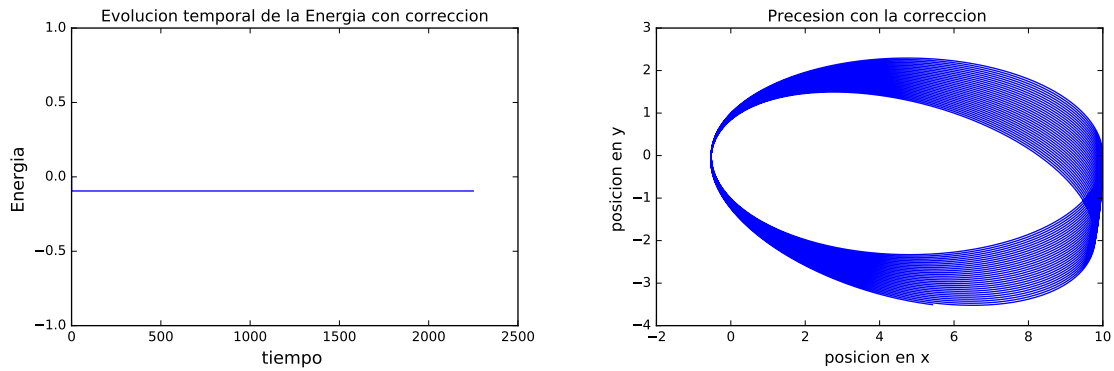


Figure 3: Se muestra la precesión del planeta orbitando, se sigue con la energia constante en el tiempo pero ahora podemos ver como el perihelio comienza a variar y moverse, pero su distancia al centro no debe cambiar mucho. Ambas imagenes se graficaron con 30 ciclos.

Velocidad Angular	Valor	Error
$\omega$	$2.410^{-3}$	$\pm 7.310^{-4}$

Table 2

Para el caso de la Tabla 2 podemos ver como la velocidad angular de la precesion se ve horario, pero en el grafico es antihorario, lo que viene dado que de en el cálculo, se tomo como valor antihorario positivo.

## 4 Conclusiones

Si bien ambos algoritmos presentan buenos resultados, vemos que uno mantiene la condición de energía constante, por lo que podríamos decir que es un resultado mas real del problema. Pero no hay que dejar de lado el tema del precio que se paga por una mayor precisión, como el tiempo de programación o calculo, al igual que la memoria y cantidad de datos.