



Evolución Diferencial

UDG - CUCEI

1 Introducción

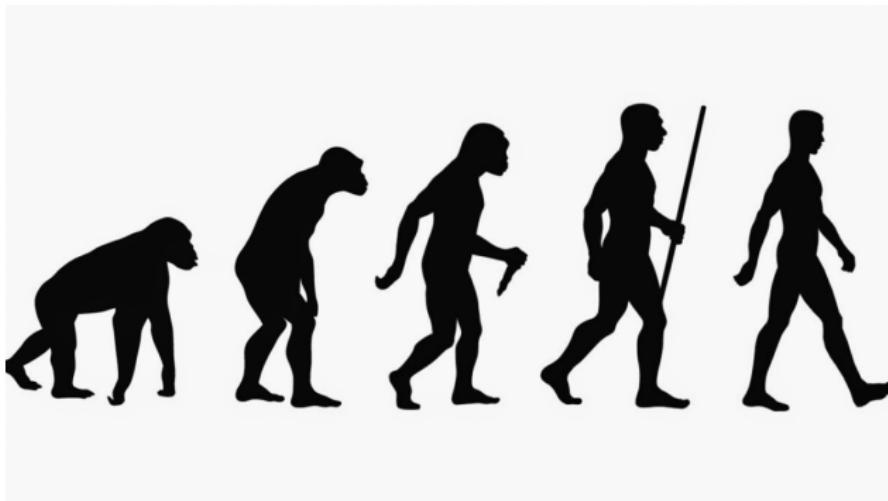
2 Evolución Diferencial

3 Algoritmo DE

4 Variantes DE

Introducción

El algoritmo de Evolución Diferencial (DE) es un algoritmo evolutivo de optimización, inspirado en la inteligencia colectiva en el proceso de evolución.



DE se caracteriza por tener una población de individuos y utilizar las operaciones de mutación, recombinación y selección como mecanismo para mejorar sus individuos en cada generación.

Evolución Diferencial

El algoritmo comienza con la inicialización aleatoria de la posición \mathbf{x}_i del los individuos $i = 1, 2, 3, \dots, N$ donde N es el total de individuos en la población. Cada individuo \mathbf{x}_i representa una solución potencial.

Por cada individuo se crea un vector mutado utilizando:

$$\mathbf{v}_i := \mathbf{x}_{r_1} + F (\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3})$$

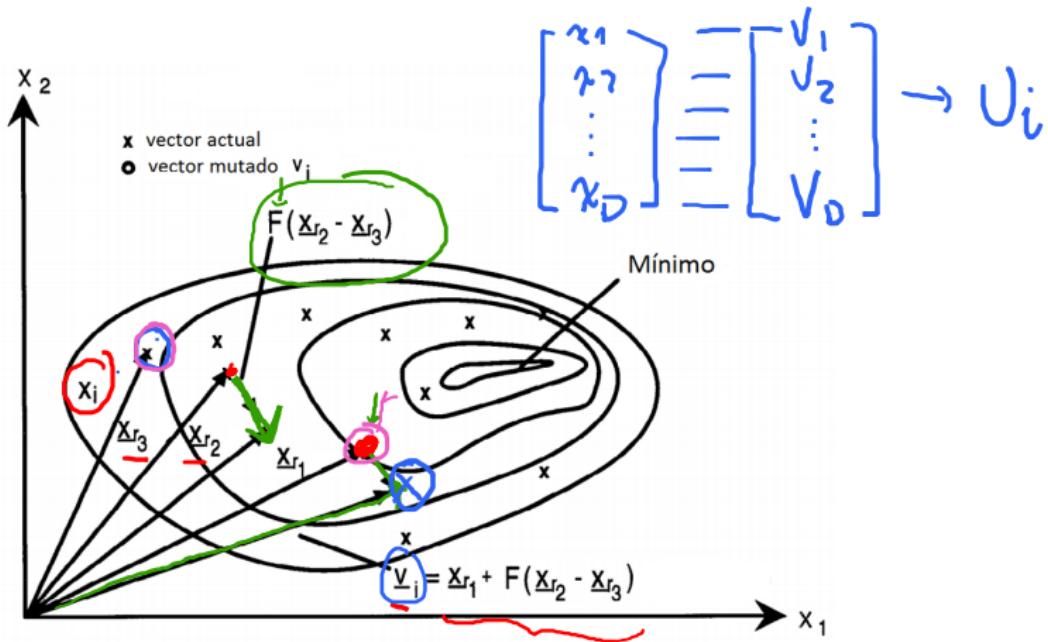
donde:

- $r_1, r_2, r_3 \in \{1, N\}$, son números aleatorios tal que $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$
- \mathbf{v}_i es el vector mutado
- $F \in [0, 2]$ es un factor de amplificación

[]

Evolución Diferencial (continuación)

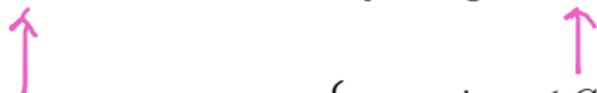
La siguiente imagen muestra el proceso de mutación del algoritmo DE.



Evolución Diferencial (continuación)

$$\rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_D \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_D \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_D \end{bmatrix} \leftarrow j$$

Después, x_i es mezclado con v_i bajo el siguiente esquema de recombinación:



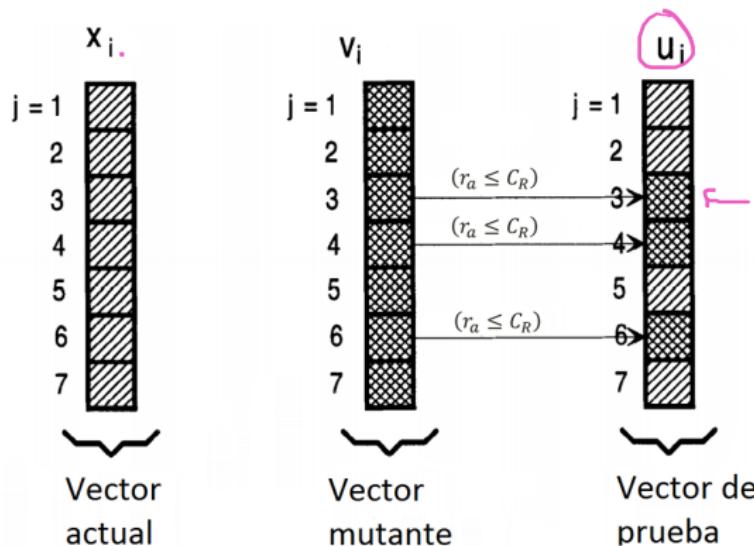
$$u_{ij} = \begin{cases} v_{ij} & \text{si } r_a \leq C_R \\ x_{ij} & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde:

- $j = 1, 2, 3, \dots, D$ donde D es la dimension del problema
- $r_a \in [0, 1]$ es un numero aleatorio
- \mathbf{u}_i es el vector de prueba ↗
- $C_R \in [0, 1]$ es una constante de recombinación

Evolución Diferencial (continuación)

La siguiente imagen muestra el proceso de recombinación del algoritmo DE para un problema de dimension $D = 7$.



Evolución Diferencial (continuación)

Finalmente, se realiza la operación de selección como sigue

$$\underline{\mathbf{x}_i} := \begin{cases} \textcircled{\textbf{u}_i} & \text{si } f(\textbf{u}_i) < f(\mathbf{x}_i) \\ \mathbf{x}_i & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

Notas:

- El factor de aplicación F , establece el rango de diferenciación entre $(\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3})$ con el objetivo de evitar estancamiento en el proceso de búsqueda.
- La constante de recombinación C_R modifica la relación entre exploración y explotación.

Algoritmo DE

Algorithm 1 Algoritmo DE para resolver problemas de minimización donde f es la Función Objetivo y r_1, r_2, r_3, r_a son números aleatorios.

```

1:  $F, C_R \leftarrow$  definir parámetros
2:  $\mathbf{x}_i \leftarrow$  inicializar  $i \in \{1, N\}$  individuos aleatoriamente tal que  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D$ 
3: Hacer
4:   Desde  $i = 1$  Hasta  $N$ 
5:      $\mathbf{v}_i \leftarrow \mathbf{x}_{r_1} + F(\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3})$  tal que  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ 
6:     Desde  $j = 1$  Hasta  $D$ 
7:       Si  $r_a \leq C_R$ .
8:          $u_{ij} \leftarrow v_{ij}$ 
9:       Si No
10:         $u_{ij} \leftarrow x_{ij}$ 
11:      Fin Si
12:    Fin Desde
13:    Si  $f(\mathbf{u}_i) < f(\mathbf{x}_i)$ 
14:       $\mathbf{x}_i \leftarrow \mathbf{u}_i$ 
15:    Fin Si
16:  Fin Desde
17: Mientras que se cumpla el total de generaciones  $G$ 

```

Variantes DE

Las variantes de DE se describen de la siguiente manera

$$\overbrace{DE/x/y/z}^f$$

donde

- x especifica el vector que se va a mutar, puede ser "rand", "best".
- y es el número de vectores de diferencia utilizados.
- z denota el esquema de recombinación, puede ser binomial "bin", exponencial "exp".

Variantes DE (continuación)

Ejemplo de variantes, con respecto al vector de mutación:

- DE/rand/1/bin

$$\mathbf{v}_i = \underline{\mathbf{x}_{r_1}} + F (\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3})$$

- DE/best/1/exp

$$\mathbf{v}_i = \underline{\mathbf{x}_{best}} + F (\overbrace{\mathbf{x}_{r_1} - \mathbf{x}_{r_2}}^{\text{exp}})$$

- DE/rand/2/exp

$$\mathbf{v}_i = \underline{\mathbf{x}_{r_1}} + F (\overbrace{\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3}}^{\text{exp}}) + F (\overbrace{\mathbf{x}_{r_4} - \mathbf{x}_{r_5}}^{\text{exp}})$$

Variantes DE (continuación)

También existe la variante "current to", con respecto al vector de mutación:

- DE/current to rand/1/bin

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_i + F (\mathbf{x}_{r_1} - \mathbf{x}_i) + F (\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3})$$

- DE/current to best/2/exp

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_i + F (\mathbf{x}_{best} - \mathbf{x}_i) + F (\mathbf{x}_{r_1} - \mathbf{x}_{r_2}) + F (\mathbf{x}_{r_3} - \mathbf{x}_{r_4})$$

Variantes DE (continuación)

El esquema de recombinación mencionado anteriormente es considerado "bin"

$$\underline{u}_{ij} = \begin{cases} \underline{v}_{ij} & \text{si } r_a \leq C_R \\ \underline{x}_{ij} & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

aunque tiene un inconveniente cuando $C_R = 0$, ya que da como resultado que $\mathbf{u}_i = \mathbf{x}_i$.



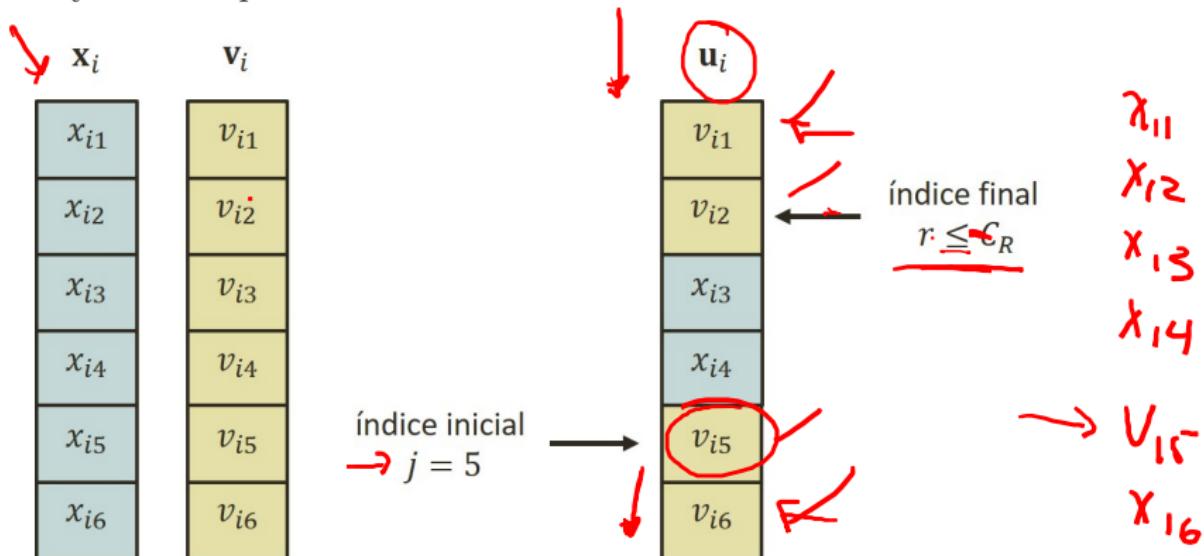
Un esquema de recombinación mas adecuado es el siguiente

$$\underline{u}_{ij} = \begin{cases} \underline{v}_{ij} & \text{si } r_a \leq C_R \text{ o si } j = k \\ \underline{x}_{ij} & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde k es un índice escogido aleatoriamente entre $1, 2, 3, \dots, D$ el cual asegura que \mathbf{u}_i tiene al menos un elemento de \mathbf{v}_i .

Variantes DE (continuación)

Respecto al esquema de recombinación "exp", se selecciona una secuencia de puntos de cruce adyacentes a partir de un índice seleccionado aleatoriamente.



Nota: El ejemplo considera un problema de dimensión $D = 6$.

Variantes DE (continuación)

A continuación se muestra el algoritmo de recombinación "exp".

Algorithm 2 Algoritmo de recombinación "exp".

- 1: $\mathbf{u}_i \leftarrow \mathbf{x}_i$
- 2: calcular $j \in \{1, D\}$ aleatoriamente
- 3: $L \leftarrow 1$
- 4: **Hacer**
- 5: $u_{ij} = v_{ij}$
- 6: $j = 1 + \text{mod}(j, D)$
- 7: $L = L + 1$
- 8: **Mientras** $r_a \leq C_R$ y $L \leq D$

$$5 \% 6$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 6 \overline{) 5} \\ -5 \\ \hline \end{array}$$

$$5 + 1 = 6$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \overline{) 6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

Nota: mod indica la operación módulo.

Gracias por tu atención!

Información de contacto:

Dr. Javier Enrique Gómez Avila
E-mail: jenrique.gomez@academicos.udg.mx.