Estrategias Evolutivas

UDG - CUCEI

Contenido

Padres

1. Introducción

hijos

2. $(1 + 1)$-ES
3. $(\mu + 1)$-ES
4. Recombinación
   - Recombinación sexual discreta
   - Recombinación sexual intermedia
   - Recombinación global discreta
5. $(\mu + \lambda)$-ES

Introducción

Las Estrategias Evolutivas (ES) están basadas en el principio de evolución de las teorías de Darwin. Las principales operaciones de las ES son las siguientes:

- Mutación
- Recombinación
- Selección

La Mutación y la Selección se implementan diferente a los Algoritmos Genéticos. Además, en algunos casos la selección de individuos es elitista.

Generalmente, las ES están conformados de una población de padres e hijos donde las mejores soluciones se consideran para la siguiente generación.

Introducción (continuación)

Existen diferentes versiones de los ES, como por ejemplo:

- $(1+1)$-ES: Un padre genera un hijo, solo uno es elegido para la siguiente generación
- $(\mu+1)$-ES: Una población de μ individuos genera un hijo, las mejores soluciones pasan a la siguiente generación
- $(\mu+\lambda)$-ES: μ individuos generan λ hijos, las mejores soluciones pasan a la siguiente generación
- (μ,λ)-ES: μ individuos generan λ hijos, los padres no sobreviven para la siguiente generación

$(1+1)$-ES

Es la ES mas simple de todas. Consiste en una población de un padre $\mathbf{x}$ y un hijo $\mathbf{y}$, donde solo el mejor entre estos es seleccionado para la siguiente generación. El algoritmo $(1+1)$-ES es el siguiente:

Algorithm 1 $(1+1)$-ES para resolver problemas de minimización.

```
σ² ∈ ℝ⁺ ← inicializar varianza positiva
x ← inicializar padre aleatoriamente
Hacer
    r ← generar vector aleatorio con r_j ∼ N(0, σ²) para j ∈ {1, D}
    y ← x + r (Mutación)
    Si f(y) < f(x) Entonces
        x ← y
    Fin Si
Mientras que se cumpla el total de generaciones
```

El valor D indica el tamaño de la dimensión, f es la Función Objetivo y $N\left(0,\sigma^2\right)$ es una distribución normal. Además $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^D$.

(1 + 1)-ES (continuación)

En esta ES, el padre genera al hijo mediante una mutación aleatoria que depende de la desviación estándar σ.

La varianza σ^2 es un parámetro de ajuste, donde:

- σ debería ser grande para generar mutaciones que exploren el espacio de búsqueda.
- σ debería ser pequeña para para explotar la solución del problema.

$(\mu + 1)$-ES

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1\mu} \\ x_{21} & \cdots & x_{2\mu} \end{bmatrix} \qquad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots \\ \sigma_{21} & \cdots \end{bmatrix}$$

En la estrategia $(\mu + 1)$-ES, μ indica los padres utilizados para cada generación. Algunas características de esta estrategia se muestran a continuación:

- Cada padre es asociado con un vector σ que controla la magnitud de las mutaciones.
- Los padres se recombinan con otros padres para crear un hijo, el cual es mutado.
- Las mejores soluciones son seleccionadas entre los padres y el hijo, de tal forma que solo μ individuos permanecen para las siguientes generaciones.

$(\mu+1)$-ES (continuación)

A continuación se muestra el algoritmo $(\mu+1)$-ES:

Algorithm 2 $(\mu+1)$-ES.

1: $\{(\mathbf{x}_i, \sigma_i^{\mathbf{x}})\} \leftarrow$ generar aleatoriamente $i \in \{1, \mu\}$ individuos tal que $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D$ y $\sigma_i^{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^D$ con elementos positivos
2: **Hacer**
3: Seleccionar aleatoriamente dos padres $\{(\mathbf{x}_{r_1}, \sigma_{r_1}^{\mathbf{x}})\}$ y $\{(\mathbf{x}_{r_2}, \sigma_{r_2}^{\mathbf{x}})\}$
4: Recombinar los padres para crear un hijo $\{(\mathbf{y}, \sigma^{\mathbf{y}})\}$
5: $\mathbf{r} \leftarrow$ generar vector aleatorio con $r_j \sim N\left(0, \left(\sigma_j^{\mathbf{y}}\right)^2\right)$ para $j \in \{1, D\}$
6: $\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{y} + \mathbf{r}$
7: Eliminar al peor individuo de $\left\{(\mathbf{x}_1, \sigma_1^{\mathbf{x}}), \cdots, \left(\mathbf{x}_\mu, \sigma_\mu^{\mathbf{x}}\right), (\mathbf{y}, \sigma^{\mathbf{y}})\right\}$
8: **Mientras** que se cumpla el total de generaciones G

los padres r_1 y r_2 no necesariamente tienen que ser diferentes, aunque lo mejor es seleccionarlos tal que $r_1 \neq r_2$. El valor D indica la dimensión del problema. Además $\mathbf{y}, \sigma^{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^D$.

Recombinación (continuación)

Existen diversión métodos de recombinación, como por ejemplo:

- Recombinación sexual discreta
- Recombinación sexual intermedia
- Recombinación global discreta

Es necesario notar que la recombinación se aplica a las soluciones de los padres, tanto como a la solución $\mathbf{x}_i$ como a la desviación estándar $\sigma_i^{\mathbf{x}}$.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_\mu \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_\mu \end{bmatrix} \qquad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{1x} & \sigma_{2x} & \cdots & \sigma_{\mu x} \\ \sigma_{1y} & \sigma_{2y} & \cdots & \sigma_{\mu y} \end{bmatrix}$$

Recombinación sexual discreta

Esta recombinación consiste en generar un hijo a partir de dos padres. Ejemplo:

Padre 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$	$x_{1,5}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{1,5}$
Padre 2	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$	$x_{8,3}$	$x_{8,4}$	$x_{8,5}$	$\sigma_{8,1}$	$\sigma_{8,2}$	$\sigma_{8,3}$	$\sigma_{8,4}$	$\sigma_{8,5}$
Hijo	$x_{1,1}$	$x_{8,2}$	$x_{8,3}$	$x_{1,4}$	$x_{8,5}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{8,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{1,5}$

Se muestra un problema de dimensión $D = 5$, donde cada solución y desviación estándar del hijo es seleccionada aleatoriamente de los padres.

Recombinación sexual intermedia

Esta recombinación consiste en generar un hijo a partir de dos padres. Ejemplo:

Padre 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$
Padre 2	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$	$x_{8,3}$	$\sigma_{8,1}$	$\sigma_{8,2}$	$\sigma_{8,3}$
Hijo	$\frac{x_{1,1}+x_{8,1}}{2}$	$\frac{x_{1,2}+x_{8,2}}{2}$	$\frac{x_{1,3}+x_{8,3}}{2}$	$\frac{\sigma_{1,1}+\sigma_{8,1}}{2}$	$\frac{\sigma_{1,2}+\sigma_{8,2}}{2}$	$\frac{\sigma_{1,3}+\sigma_{8,3}}{2}$

Se muestra un problema de dimensión $D = 3$, donde cada solución y desviación estándar del hijo es promediada respecto a los padres.

Recombinación global discreta

Esta recombinación consiste en generar un hijo a partir de todos los padres. Ejemplo:

Padre 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$	$x_{1,5}$	$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{1,5}$
Padre 2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{2,4}$	$x_{2,5}$	$\sigma_{2,1}$	$\sigma_{2,2}$	$\sigma_{2,3}$	$\sigma_{2,4}$	$\sigma_{2,5}$
Padre 3	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{3,4}$	$x_{3,5}$	$\sigma_{3,1}$	$\sigma_{3,2}$	$\sigma_{3,3}$	$\sigma_{3,4}$	$\sigma_{3,5}$
Padre 4	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$	$x_{4,4}$	$x_{4,5}$	$\sigma_{4,1}$	$\sigma_{4,2}$	$\sigma_{4,3}$	$\sigma_{4,4}$	$\sigma_{4,5}$
Padre 5	$x_{5,1}$	$x_{5,2}$	$x_{5,3}$	$x_{5,4}$	$x_{5,5}$	$\sigma_{5,1}$	$\sigma_{5,2}$	$\sigma_{5,3}$	$\sigma_{5,4}$	$\sigma_{5,5}$
Hijo	$x_{1,1}$	$x_{3,2}$	$x_{4,3}$	$x_{1,4}$	$x_{2,5}$	$\sigma_{4,1}$	$\sigma_{2,2}$	$\sigma_{3,3}$	$\sigma_{1,4}$	$\sigma_{5,5}$

Se muestra un problema de dimensión $D = 5$ y población $\mu = 5$, donde cada solución y desviación estándar del hijo es seleccionada aleatoriamente entre la población.

$(\mu + \lambda)$-ES

En la estrategia $(\mu + \lambda)$-ES, de una población de μ padres, se generan $\cancel{\mu}$ λ hijos. Se tiene en total de $\mu + \lambda$ individuos de los cuales solo los mejores μ individuos pasan a la siguiente generación.

En la estrategia (μ, λ)-ES, los padres μ para la siguiente generación son seleccionados entre los hijos λ actuales, es decir, ningún padre sobrevive. Por lo tanto, es necesario asegurarse que $\lambda \geq \mu$.

En ambas estrategias, se seleccionan los individuos con los mejores atributos, mientras que los demás mueren. Por esta razón, la selección de individuos es elitista.

$(\mu + \lambda)$-ES (continuación)

Algorithm 3 $(\mu + \lambda)$-ES.

$\{(\mathbf{x}_i, \sigma_i^{\mathbf{x}})\} \leftarrow$ generar aleatoriamente $i \in \{1, \mu\}$ tal que $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D$ y $\sigma_i^{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^D$ con elementos positivos

Hacer

    Desde $i = 1$ **Hasta** λ

        Seleccionar aleatoriamente dos padres $\{(\mathbf{x}_{r_1}, \sigma_{r_1}^{\mathbf{x}})\}$ y $\{(\mathbf{x}_{r_2}, \sigma_{r_2}^{\mathbf{x}})\}$

        Recombinar los padres para crear un hijo $\{(\mathbf{y}_i, \sigma_i^{\mathbf{y}})\}$

        $\mathbf{r}_i \leftarrow$ generar vector aleatorio con $r_{ij} \sim N\left(0, \left(\sigma_{ij}^{\mathbf{y}}\right)^2\right)$ para $j \in \{1, D\}$

        $\mathbf{y}_i \leftarrow \mathbf{y}_i + \mathbf{r}_i$

    Fin Desde

    Seleccionar los mejores μ individuos de:

        $\left\{(\mathbf{x}_1, \sigma_1^{\mathbf{x}}), \cdots, \left(\mathbf{x}_\mu, \sigma_\mu^{\mathbf{x}}\right), (\mathbf{y}_1, \sigma_1^{\mathbf{y}}), \cdots, (\mathbf{y}_\lambda, \sigma_\lambda^{\mathbf{y}})\right\}$

Mientras que se cumpla el total de generaciones G

Gracias por tu atención!

Información de contacto:

Dr. Javier Enrique Gómez Avila

E-mail: jenrique.gomez@academicos.udg.mx.