Metaheurísticas con base en una solución

UDG - CUCEI

Contenido

1. Búsqueda Aleatoria
2. Hill Climbing
   - Hill Climbing con Mutación Aleatoria
3. Estrategias Evolutivas
   - $(1+1)$-ES
4. Gráficas de convergencia

Búsqueda Aleatoria

Este método de Búsqueda Aleatoria (RS) evalúa repetidamente la función $f(\mathbf{x})$ con los valores de $\mathbf{x}$ seleccionados aleatoriamente. Si un número suficiente de iteraciones es seleccionado, el óptimo es encontrado eventualmente.

Los números aleatorios normalmente son generados en el rango $r \in [0, 1]$. Se pueden generar números aleatorios dentro del intervalo $\mathbf{x}_l$ y $\mathbf{x}_u$ mediante la siguiente ecuación

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_l + (\mathbf{x}_u - \mathbf{x}_l) \odot \mathbf{r}$$

donde $\mathbf{x}_l$ y $\mathbf{x}_u$ son el limite inferior y superior del intervalo seleccionado. El vector $\mathbf{r}$ contiene números aleatorios. Además, $\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_u, \mathbf{r} \in \mathbb{R}^D$ donde D define la dimensión del problema. Finalmente, $\odot$ indica una operación elemento a elemento.

Búsqueda Aleatoria (continuación)

El algoritmo del método de RS se muestra a continuación

Algorithm 1 Método de Búsqueda Aleatoria para minimizar una función

$f(\mathbf{x}) \leftarrow$ definir función
$\mathbf{x} \leftarrow$ definir posición inicial
Hacer
    $\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{x}_l + (\mathbf{x}_u - \mathbf{x}_l) \odot \mathbf{r}$
    Si $f(\mathbf{y}) < f(\mathbf{x})$ **entonces**
        $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{y}$
    Fin
Mientras que se cumpla el total de iteraciones G
Reportar mínimo en la posición $\mathbf{x}$ con costo $f(\mathbf{x})$

Hill Climbing

Hill Climbing (HC) es una familia de algoritmos con muchas variaciones. Algunos investigadores consideran a HC un algoritmo evolutivo simple y muy efectivo.

El algoritmo HC se inspira en lo siguiente: *Si desea llegar al punto más alto de una colina, una estrategia razonable es simplemente dar un paso en la dirección del ascenso más empinado. Después de ese paso, reevalúa la pendiente de la colina y vuelve a dar un paso en la dirección del ascenso más empinado. Este proceso continúa hasta que no hay direcciones que lo lleven más alto, momento en el que ha llegado a la cima. Esta es una estrategia de búsqueda local, y se llama Hill Climbing.*

Hill Climbing con Mutación Aleatoria

El algoritmo del método de Hill Climbing con Mutación Aleatoria (HCRM) se muestra a continuación

Algorithm 2 Método de Hill Climbing con Mutación Aleatoria para minimizar una función

$f(\mathbf{x}) \leftarrow$ definir función
$\mathbf{x} \leftarrow$ generar aleatoriamente
Hacer
    $\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{x}$
    $j \leftarrow$ calcular aleatoriamente tal que $j \in \{1, D\}$
    $r \leftarrow$ generar número aleatorio $r \in [0, 1]$
    $y_j \leftarrow x_{lj} + (x_{uj} - x_{lj})\, r$
    Si $f(\mathbf{y}) < f(\mathbf{x})$ **entonces**
        $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{y}$
    Fin
Mientras que se cumpla el total de iteraciones G
Reportar mínimo en la posición $\mathbf{x}$ con costo $f(\mathbf{x})$

Estrategias Evolutivas

Las Estrategias Evolutivas (ES) se basan en el principio de evolución de las teorías de Darwin. Estas estrategias imitan los principios de evolución natural, asociando el concepto de individuo a una solución candidata. La capacidad de supervivencia de un individuo se define por la calidad de la evaluación de una función objetivo.

Generalmente, las ES son metaheurísticas con base en población de soluciones. Sin embargo, existe una estrategia metaheurísticas con base en una solución llamada $(1+1)$-ES.

La estrategia $(1+1)$-ES es la más simple de todas y consiste de un padre que genera un hijo, donde solo el individuo más apto pasa a la siguiente generación.

$(1+1)$-ES

El algoritmo $(1+1)$-ES es el siguiente:

Algorithm 3 $(1+1)$-ES para resolver problemas de minimización.

1: $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+ \leftarrow$ inicializar varianza positiva
2: $\mathbf{x} \leftarrow$ inicializar padre aleatoriamente
3: **Hacer**
4: $\quad \mathbf{r} \leftarrow$ generar vector aleatorio con $r_j \sim N\left(0, \sigma^2\right)$ para $j \in \{1, D\}$
5: $\quad \mathbf{y} \leftarrow \mathbf{x} + \mathbf{r}$
6: $\quad$ **Si** $f(\mathbf{y}) < f(\mathbf{x})$ **Entonces**
7: $\quad\quad \mathbf{x} \leftarrow \mathbf{y}$
8: $\quad$ **Fin Si**
9: **Mientras** que se cumpla el total de generaciones

El valor D indica el tamaño de la dimensión, f es la Función Objetivo y $N\left(0, \sigma^2\right)$ es una distribución normal. Además $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^D$.

(1 + 1)-ES (continuación)

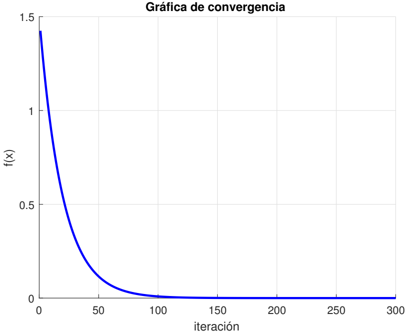
El padre genera al hijo mediante una mutación aleatoria que depende de la desviación estándar σ.

La varianza σ^2 es un parámetro de ajuste donde:

- σ debería ser grande para generar mutaciones que exploren el espacio de búsqueda.
- σ debería ser pequeña para para explotar la solución del problema.

Gráficas de convergencia

Las gráficas de convergencia son una herramienta útil para visualizar la convergencia de los algoritmo de optimización durante el proceso iterativo.



La gráfica muestra el mejor valor obtenido $f(\mathbf{x})$ (ya sea para minimización o maximización) por cada una de las iteraciones del algoritmo.

Gracias por tu atención!

Información de contacto:

Dr. Javier Enrique Gómez Avila

E-mail: jenrique.gomez@academicos.udg.mx.