

## MÉTODOS OPERATIVOS Y ESTADÍSTICOS DE GESTIÓN

### Ejemplos Resueltos del Laboratorio 1

Los ejemplos resueltos que se presentan en este documento servirán de ayuda para el Laboratorio 1 de MOEG.

#### Ejemplo resuelto 01

Encontrar el óptimo del siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{lllll} \text{mín} & 3x_1 & - & 5x_2 & + & x_3 \\ \text{s.a.} & x_1 & & & - & x_3 = 1 \\ & 3x_1 & + & 2x_2 & - & 7x_3 = 5 \\ & x_1, & x_2, & x_3 & \geq 0 & \end{array}$$

Solución:

No acotado

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto01.gms

#### Ejemplo resuelto 02

Encontrar el óptimo del siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{llll} \text{máx} & 24x_1 & + & 18x_2 \\ \text{s.a.} & 3x_1 & + & 4x_2 \leq 12 \\ & 3x_1 & + & 3x_2 \leq 10 \\ & 4x_1 & + & 2x_2 \leq 8, \\ & & & \mathbf{x \geq 0}, \end{array}$$

Solución:

$$x_1 = 0.8$$

$$x_2 = 2.4$$

$$Z_{\text{MAX}} = 62.4$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto02.gms

#### Ejemplo resuelto 03

Resolver el ejercicio anterior, pero en esta ocasión con variables enteras.

$$\begin{array}{llll} \text{máx} & 24x_1 & + & 18x_2 \\ \text{s.a.} & 3x_1 & + & 4x_2 \leq 12 \\ & 3x_1 & + & 3x_2 \leq 10 \\ & 4x_1 & + & 2x_2 \leq 8, \\ & & & \text{Variables enteras} \end{array}$$

Solución:

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2$$

$$Z_{\text{MAX}} = 60$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto03.gms

#### Ejemplo resuelto 04

Resolver el ejercicio anterior, pero en esta ocasión con variables binarias.

$$\begin{aligned}
 & \max \quad 24x_1 + 18x_2 \\
 \text{s.a.} \quad & 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\
 & 3x_1 + 3x_2 \leq 10 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 8, \\
 & \text{Variables binarias}
 \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 1 \\
 x_2 &= 1 \quad Z_{\text{MAX}} = 42
 \end{aligned}$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto04.gms

#### Ejemplo resuelto 05

Encontrar el óptimo del siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
 & \min \quad 2x_1 - x_2, \\
 \text{s.a.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 2, \\
 & x_1 + x_2 \leq 4, \\
 & 5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\
 & x_1, \quad x_2 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 \\
 x_2 &= 2 \quad Z_{\text{MIN}} = -2
 \end{aligned}$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto05.gms

#### Ejemplo resuelto 06

Encontrar el óptimo del siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
 & \max \quad 8x_1 + 3x_2 - 2x_3 \\
 \text{s.a.} \quad & x_1 - 6x_2 + x_3 \geq 2 \\
 & 5x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -4 \\
 & x_1 \leq 0 \\
 & x_2 \geq 0 \\
 & x_3 \quad \text{no restringido}
 \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 \\
 x_2 &= 0 \\
 x_3 &= 2 \quad Z_{\text{MAX}} = -4
 \end{aligned}$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto06.gms

### Ejemplo resuelto 07

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \quad & 6x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 40x_4 \\
 \text{s.a.} \quad & x_1 + x_3 + 4x_4 \leq 3 \\
 & x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 4 \\
 & x_1 \leq 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0, x_4 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 \\
 x_2 &= 0 \\
 x_3 &= -1 \\
 x_4 &= 2 \quad Z_{\text{MAX}} = 31
 \end{aligned}$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto07.gms

### Ejemplo resuelto 08

Encontrar el óptimo del siguiente problema de programación lineal en notación matricial:

Solución:

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \quad & 4x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 \\
 & 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 7x_5 \leq 112 \\
 & 1x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 \leq 109 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{Z} \\
 x_1 &= 15 \\
 x_2 &= 0 \\
 x_3 &= 1 \\
 x_4 &= 17 \\
 x_5 &= 0 \quad Z_{\text{MAX}} = 151
 \end{aligned}$$

**Nota:** Ver archivo LAB1\_EjemploResuelto08.gms

### Ejercicios para resolver

A continuación, encontrarán ejercicios de interés para entrenar de cara a la realización del Laboratorio 1 de MOEG.

#### Ejercicio 1

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = 30x_1 + 120x_2 - 4x_3 \\
 \text{s. a.} \quad & -2x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 = -55 \\
 & x_1 + x_3 + x_5 = 0 \\
 & 2x_2 + 18x_3 = 50 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
 \end{aligned}$$

#### Ejercicio 2

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 6x_{11} + 2x_{12} + 8x_{13} + 5x_{14} + 9x_{21} + 3x_{22} + 5x_{33} + 8x_{44} + \\
 & 4x_{31} + 8x_{32} + 3x_{33} + 4x_{34} + 6x_{41} + 7x_{42} + 6x_{43} + 4x_{44} \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^4 x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, 4, \\
 & \sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, 4, \\
 & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, \dots, 4, \quad \forall j = 1, \dots, 4.
 \end{aligned}$$

**Fe de Errata:** en la función objetivo donde dice  $5x_{33} + 8x_{44}$ , debe decir  $5x_{23} + 8x_{24}$

#### Ejercicio 3

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 9x_{11} + 16x_{12} + 28x_{13} + 14x_{21} + 29x_{22} + 19x_{23} \\
 \text{s.a.} \quad & x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 103, \\
 & x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 197, \\
 & x_{11} + x_{21} \geq 71, \\
 & x_{12} + x_{22} \geq 133, \\
 & x_{13} + x_{23} \geq 96, \\
 & x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j.
 \end{aligned}$$

#### Ejercicio 4

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & 50x_C + 16(x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13}) \\ \text{s.a.:} \quad & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_C + x_9 &\geq 10 \\ x_C + x_9 + x_{10} &\geq 12 \\ \frac{1}{2}x_C + x_9 + x_{10} + x_{11} &\geq 14 \\ \frac{1}{2}x_C + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} &\geq 16 \\ x_C + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} &\geq 18 \\ x_C + x_{11} + x_{12} + x_{13} &\geq 17 \\ x_C + x_{12} + x_{13} &\geq 15 \\ x_C + x_{13} &\geq 10 \\ x_C &\leq 12 \\ 4(x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13}) &\leq 56 \\ x_C, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13} &\in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

#### Ejercicio 5

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 0,15 x_1 + 0,12 x_2 + 0,20 x_3 \\ \text{s. a.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & 10x_1 + 15x_2 + 5x_3 \leq 10 \\ & 40x_1 + 90x_2 + 30x_3 \geq 50 \\ & x_1 \geq 0,4 \\ & x_i \geq 0 \quad i \in \{1, 2, 3\} \end{aligned}$$

#### Ejercicio 6

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 13 x_1 + 12 x_2 + 11 x_3 + 10 x_4 \\ \text{s. a.} \quad & s_0 = 0 \\ & s_0 + x_1 = 11 + s_1 \\ & s_1 + x_2 = 48 + s_2 \\ & s_2 + x_3 = 64 + s_3 \\ & s_3 + x_4 = 15 + s_4 \\ & s_t \geq 0 \quad t \in T \\ & x_t \geq 0 \quad t \in T \end{aligned}$$

**Ejercicio 7**

Encontrar el óptimo del siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 + 14x_2 + 3x_3 \\ \text{s.a.} \quad & -x_1 - 7x_2 + x_3 = -2 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$