Proyección de poblaciones carcelarias en Colombia

SERGIO DAVID SOLANO BEJARANO
INGENIERO INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
BOGOTÁ, D.C.
ABRIL DE 2017

Proyección de poblaciones carcelarias en Colombia

Sergio David Solano Bejarano
Ingeniero Industrial

Disertación presentada para optar al título de
Master en Ciencias - Estadística

Director
B. Piedad Urdinola Contreras, Ph.D.
Doctor en Demografía

Línea de investigación
Demografía

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Departamento de Estadística
Bogotá, D.C.
Abril de 2017

Título en español

Proyección de poblaciones carcelarias en Colombia

Title in English

Prison populations projections for Colombia

Resumen: Se realizan proyecciones de la población carcelaria en Colombia, usando la información disponible para los años 1991-2017. La información publicada periodicamente no incluye las tasas de transición (ingreso y salida) del sistema, por esta razón se eligen trés métodos que permiten realizar la proyección a partir de la población observada. Los métodos utilizados son: modelos demográficos para poblaciones pequeñas, modelos ARIMA, y modelos Estado-Espacio. Se comprara el ajusted de cada modelo, sus ventajas y desventajas.

Abstract: Projections of the prison population in Colombia are made, considering available data from 1991-2017. Monthly released data does not include admission or release rates, so we use three methodos that work over the total population. The considered methods are: Demographical methods for subnational populations, ARIMA Models, and State-Space Models. We compare the fit of the three models, their advantages and disadvantages.

Palabras clave: Poblaciones carcelarias, series de tiempo, procesos SARIMA, Modelos Estado Espacio, Poblaciones pequeñas

Keywords: Prison populations, time series, SARIMA processes, State Space Models, Subnational Populations

Nota de aceptación

Trabajo de tesis
Aprobado

“Mención Meritoria o Laureada”

Jurado
Jurado uno

Jurado
Jurado dos

Director
B. Piedad Urdinola

Bogotá, D.C., Abril 19 de 2017

Dedicado a

Este documento está dedicado a Hercilia Bejarano, mi madre.

Agradecimientos

Agradezco a Piedad, paciente directora de tesis, por su colaboración; a mis compañeros de estudio: Julian, Jennifer y Ángela; y a Alanis, por supuesto.

Índice general

Índice de tablas

Índice de figuras

CAPÍTULO 1

Antecedentes teóricos

En 2016 Colombia ocupó el puesto catorce entre doscientos cincuenta y un paises por el tamaño de su población carcelaria (120 914 hbts.) y el cincuenta y uno según la tasa de encarcelamiento (240 por cada 100.000 hbts). Tasa que pasó de 51,5 en el año 2000 a 240 por cada 100.000 hbts en 2016. Con una ocpación del 154 % de las plazas disponibles, resulta relevante contar con proyecciones de la población carcelaria en el corto, mediano y largo plazo.[11]

1.0.1. Proyecciones de población

"Una estimación poblacional consiste en determinar el tamaño o las características de una población, para el momento actual o para uno anterior, en ausencia de información. Cuando se realizan un conjunto de supuestos sobre el comportamiento de los vitales hacia el futuro, hablamos de proyección, y cuando se escoge un escenario como el más probable, hablamos de pronóstico" [21].

Para incluir la incertidumbre en las proyecciones de población Lee enumera los siguientes métodos [14]:

- El enfoque de escenarios alto, medio y bajo: Asume comportamientos fijos para la fertilidad, la mortalidad y las migraciones durante el período de proyección, basado en algunos supuestos [14].
- Análisis estocásticos
  - Análisis ex-post: consiste en evaluar el error de pronóstico en proyecciones anteriores y aplicarlo a las nuevas proyecciones [14].
  - Simulación estocástica: Permite hacer proyecciones de población, al asignar una distribución de probabilidad a las tasas vitales (mortalidad, natalidad, migraciones) [14].
  - Modelos estocásticos de la tasa de crecimiento: Consiste en estimar la tasa de crecimiento del total de la población; aunque permite estimar intervalos de confianza, no permite separar la proyección de las tasas vitales, ni de las franjas etarias [14].

– Matrices de Leslie con modelos estimados para las tasas vitales: Al usar matrices de Leslie se estima la población por rangos etarios para un instante i, y se calcula la población en el instante i + 1 aplicando la natalidad y la mortalidad proyectadas para el período i. Puesto que las series de población carcelaria no se publican separadas por edad, no se abordará esta técnica.

1.0.2. Proyección de poblaciones pequeñas

La proyección de áreas pequeñas es entendida como la proyección a un nivel geográfico menor al nacional. Estas proyecciones pueden incluir, departamentos, ciudades o poblaciones especiales [21]. “Una población especial es un grupo poblacional que se encuentra restringido a un área por una medida administrativa o legislativa. Dentro de los grupos usualmente considerados se encuentran las prisiones, universidades, hospitales e instituciones militares”. Este tipo de población puede tener una estructura etaria y de sexo, y unos vitales diferentes al resto de la población; además no suelen envejecer en el mismo lugar, lo que permite mantener una estructura etaria que no varía a través del tiempo. [21].

1.0.3. Aplicaciones nacionales e internacionales

Las proyecciones de poblaciones carcelarias oficiales analizadas corresponden, en buena parte, a los métodos expuestos en los capítulos anteriores: Proyecciones por escenarios, proyección de la tasa de crecimiento, modelos ARIMA para las tasas de ingreso y salida.

En Colombia (CONPES 3828) se proyectó la población carcelaria usando la tasa media de crecimiento anual (1993-2014) [8]. Esta proyección no tiene en cuenta la incertidumbre asociada con las variaciones aleatorias en las tasas, ni las asociadas a cambios estructurales, ni que son una población especial, con patrones muy distintos a los del resto de la población [21] .

El Reino Unido hasta 2015 realizaba una proyección por escenarios (alto, medio y bajo), año en el cual cambió a un modelo de proyección de la media y su incertidumbre. La incertidumbre se incluyó a través de un análisis ex-post, de la desviación de la proyección en años anteriores [13].

El departamento de Justicia de los Estados Unidos realizó estimaciones de la población carcelaria por estado para el período 2013-2014. Las estimaciones parten del censo de prisiones 1993-2014. Estas proyecciones se puede enmarcar dentro de las proyecciones de áreas pequeñas [16].

El bureau de estadísticas e investigación del crimen en Australia proyecta las tasas de arresto y sentencia usando modelos ARIMA; a partir de estas tasas proyecta la población carcelaria. Estas proyecciones incluyen un período de validación de tres años. Los resultados mostraban que la serie real se encuentra dentro de los intervalos de confianza de la proyección, cercano a la proyección de la media [23].

Blummstein desarrolla un método de proyección basado en los componentes demográficos, tasas específicas de arresto por delito y reincidencias, a partir de estos datos proyecta el tamaño y la composición de las poblaciones [1].

Con los datos libres disponibles en Colombia no se podría utilizar el enfoque ARIMA ni el método de Blummstein, pues las tasas de encarcelamiento y sentencia no se publican. La tesis busca proponer un método de proyección, para situaciones donde no se cuenta con el registro de los vitales o su equivalente en la población analizada, en este escenario resulta conveniente usar las series ARIMA sobre la series de población sindicada y población sindicada, y los modelos estado-espacio para la serie bivariada. Se proponen los métodos demográficos de estimación para áreas pequeñas Censal-ratio y Ratio-Correlation, y su contraste con las metodologías ARIMA y Estado-Espacio que a diferencia de los métodos demográficos mencionados incorporan una medida de incertidumbre.

1.0.4. Series de tiempo

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones x_t asociadas a un instante de tiempo t. Es usual referirse como series de tiempo, tanto a las realizaciones x_t como a las variables aleatorias X_t que las generan.[4]

En una regresión lineal clásica, una variable Y es explicada o predicha en función de una variable X. La diferencia entre el valor observado y_i y el valor predicho se suponen provenientes de un proceso aleatorio con media cero. [5]

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i \tag{1.1}$$

Donde $\{\epsilon_1, \epsilon_2, ...\}$ son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.). Es posible representar una serie de tiempo en esta forma, tomando como variable explicativa el tiempo. Sin embargo, el análisis de series de tiempo se ha desarrollado como un área particular de la estadística, pues es este supuesto no suele cumplirse, enfocándose particularmente en variables aleatorias dependientes, que pueden ser representadas en la forma [4]:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Y_1 + \beta_2 Y_2 + ... + \beta_{i-1} Y_{i-1} + \ \epsilon_i \tag{1.2}$$

Para medir la dependencia entre las observaciones recurrimos a la función de autocovarianca y a la función de autocorrelación. La función de autocovarianza se define como:

$$\gamma(h, h+k) = cov(x_h, x_{h+k}) = E[(x_h - \mu_h)(x_{h+k} - \mu h + k)] \tag{1.3}$$

para todo h y k mayor a cero. La autocovarianza mide la dependencia lineal entre dos puntos en la misma serie en diferentes instantes. [19].

La función de autocorrelación se define como [19]:

$$\rho(h, h+k) = \frac{\gamma(h, h+k)}{\sqrt{\gamma(h, h)\gamma(h+k, h+k)}} \tag{1.4}$$

Para poder realizar predicciones sobre el estado futuro de una serie de tiempo, es necesario suponer que el comportamiento de la serie es estable a través del tiempo, incluso con un componente aleatorio. La estacionaridad es el concepto que permite articular esta necesidad. Estamos ante un **proceso estacionario** cuando las variables $\{X_1, ..., X_k\}$ tienen la misma distribución conjunta que $\{X_{h+1}, ..., X_{h+k}\}$, para todos los enteros h y k [4].

La estacionaridad débil se presenta cuando $E[X_j]$ y $E[X_j X_{j+h}]$ son independientes de j, es decir: i) Presenta media μ constante e independiente de t ii) La función de autocovarianza

$\gamma(h, h+k)$ depende solamente de la cantidad de pasos que separa las observaciones (k). [19]

1.0.5. Modelos ARIMA

Box & Jenkins proponen una aproximación iterativa de cuatro etapas para la selección de un modelo [2]:

1. Selección de una clase de modelos, con base en la teoría y la práctica.
2. Identificación del modelo, donde se seleccionan un conjunto de parámetros que permitan explicar el sistema con parsimonia.
3. Estimación de parámetros.
4. Chequeo diagnóstico, para detectar fallas en el ajuste. Si se detectan fallas en el ajuste, se regresa al segundo paso.

Los procesos ARMA son procesos aleatorios de la forma [19] :

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} ... + + \gamma_i Y_{t-i} + \epsilon + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} ... \theta_j \epsilon_{t-j} \tag{1.5}$$

A este modelo se le conoce como ARMA(i,0,j).

Los procesos ARIMA resultan al considerar una serie de la forma [19]:

$$Y_t = \alpha + Y_{t-1} \tag{1.6}$$

Tal que el proceso $Y_t - Y_{t-1}$ es un proceso ARMA.

Los criterios para identificar el orden de un ARMA son [3]:

- Cuando la función de autocorrelación (ACF) se reduce progresivamente, y la función de autocorrelación parcial (PACF) no tiene picos en lags luego de p, es un proceso autoregresivo de orden p AR(p)
- Cuando la función de autocorrelación tiene un pico en el lag q, y la función de autocorrelación parcial se reduce progresivamente, es un proceso de media mmovil de orden q MA(q)
- Si ambas funciones se reducen gradualmente, se trata de un ARMA (p,q)

1.0.6. Modelos Estado-Espacio

Tomado de [15] En un modelo estado espacio una serie de tiempo (multiple) observada $y_1, ..., y_t$ depende de un estado z_t , posiblemente no observado, que se comporta siguiendo un proceso estocástico. La relación entre y_t y z_t está dada por la *ecuación de medida*: [15]

$$y_t = H_t z_t + v_t \tag{1.7}$$

donde H_t es una matriz que puede o no depender del tiempo t y v_t es el error de observación, que se asume usualmente como un proceso de ruido. El vector de estado es generado como:

$$z_t = B_{t-1} z_{t-1} + w_{t-1} \tag{1.8}$$

La matriz B_t es una matriz de coeficientes que puede depender de t y w_t es un proceso de ruido. [15]

Es posible considerar los modelos estado-espacio una generalización de los modelos ARIMA y VARMA

CAPÍTULO 2

La población carcelaria en Colombia 1991 - 2017

2.1. Análisis exploratorio

El INPEC publica mensualemente la serie población carcelaria. Esta serie contiene la población carcelaria desde 1991, separada por situación jurídica (condenados, sindicados) y genero.

La población carcelaria total entre 1991 y 2017 se ha cuadruplicado, al pasar de 32.036 a 128.125 internos. Ver figura 2.1. Aunque la mayoría de los internos son hombres, la población carcelaria femenina ha crecido a un ritmo aún más acelerado, al quintuplicar su población entre 1991 y 2017 (pasa de 1633 personas a 7800).

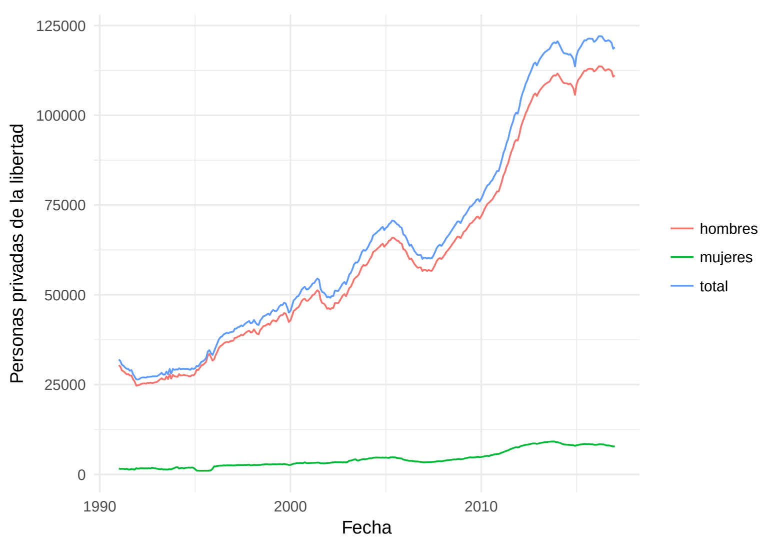


Figura 2.1. Población privada de la libertad 1991 - 2017

Fuente: INPEC Elaboración propia

El incremento en la población carcelaria podría tomarse como un efecto del crecimiento de la población colombiana. Para validar este supuesto calculamos la tasa de encarcelamiento, que mide la cantidad de personas encarceladas por cada cien mil habitantes. Este indicador pasó de 92 personas por cada cien mil habitantes en enero de 1991 a 242 en enero de 2016. Tal incremento se puede ver tanto en hombres como en mujeres. Ver figura 2.2.

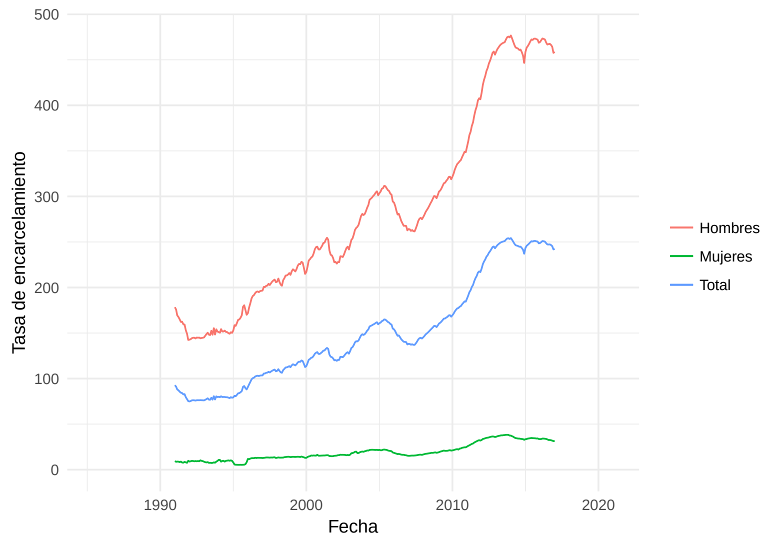


FIGURA 2.2. Tasa de encarcelamiento según genero 1991 - 2017

Fuente: INPEC Elaboración propia

La tasa de encarcelamiento es un indicador que varía según la edad y genero, siendo más elevado en los hombres que en las mujeres y más algo en los hombres jóvenes, que en los hombres mayores [1]. Otra posible explicación al cambio en la tasa de encarcelamiento es un cambio en la pirámide poblacional en el periodo analizado. No obstante, no podemos confirmar o refutar esta hipótesis pues la serie de tiempo, contenida en los datos de libre acceso no se encuentra desagregada por edad.

2.2. El sistema penitenciario en Colombia

La población carcelaria se ve afectada por dos políticas, la política penitenciaria, que determina las condiciones de privación de la libertad y la política criminal que determina las causas de encarcelamiento y la duración de las penas. [8]

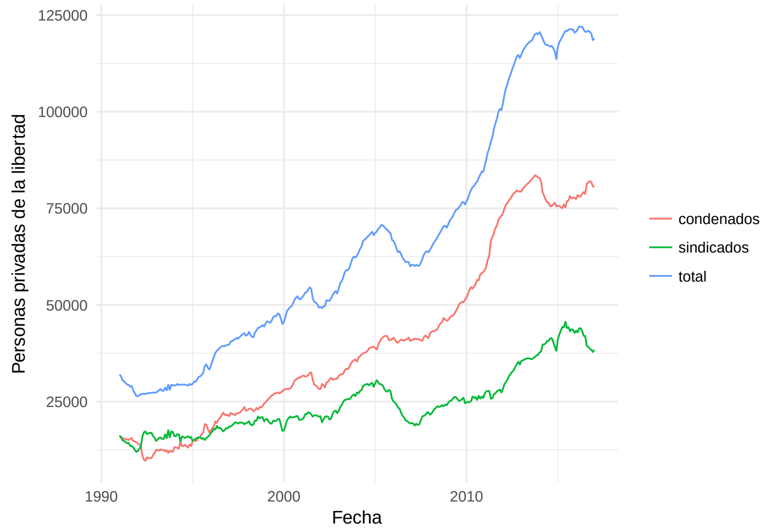
A la población privada de la libertad antes del juicio se le denomina pobación sindicada, y a aquellos que han sido juzgados y se encuentran cumpliendo la sentencia se les denomina población condenada. La evolución de la población según situación jurídica se puede observar en la figura 2.3

2.2.1. Identificación del modelo

Podemos modelar el sistema penitenciario de la siguiente manera:

$$P_t = S_{t-1} + \alpha N_t - \gamma S_{t-1} \tag{2.1}$$

$$C_t = C_{t-1} - \omega C_{t-1} + \beta\gamma S_{t-1} \tag{2.2}$$



or

Figura 2.3. Población carcelaria por situación jurídica

Fuente: INPEC Elaboración propia

N_t = población nacional en el periodo t
S_t = población de sindicados en el periodo t
C_t = población de condenados en el periodo t
α = proporción de la población libre que ingresa al sistema carcelario
γ = proporción de sindicados que es juzgada cada periodo
β = proporción de sindicados que han sido encontrados culpables durante el juicio
ω = proporción de condenados que cumplen su pena cada
periodo.

CAPÍTULO 3

Modelos SARIMA

La estimación de los modelos se realiza usando el paquete base del software R [18], y el paquete astsa [20], cuyo uso es discutido en detalle por Shumway [19].

En adelante nos referiremos a la función de auctocorrelación como ACF y a la función de autocorrelación parcial como PACF.

3.1. Identificación del modelo

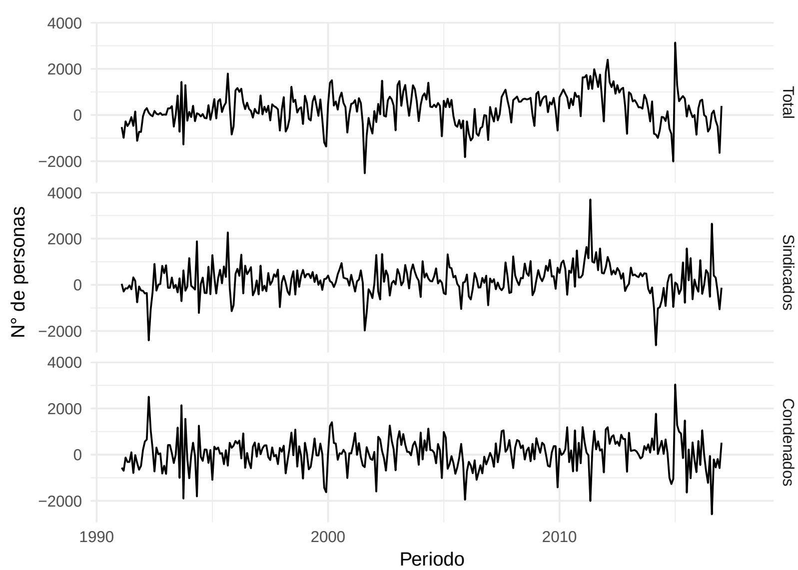


FIGURA 3.1. Variación inter-mensual de población carcelaria, sindicados y condenados

Fuente: INPEC Elaboración propia

Antes de realizar la proyección de una serie de tiempo, es necesario identificar el modelo que explique adecuadamente su comportamiento.

Aunque se conoce, por la estructura del proceso que genera los datos, que las series de población sindicada y condenada no son independientes, podemos simplificar la proyección, tratándolas como independientes. En este caso, los modelos ARIMA y SARIMA resultan apropiados, pues permiten explicar separadamente cada observación en función del comportamiento histórico de la serie.

El capítulo anterior sugería que la población carcelaria, tanto sindicada como condenada, tiene una marcada tendencia al alza. En este caso una herramienta útil es mostrar gráficamente la variación mes a mes de la población. 3.1. Para tener una mejor estructura de análisis usamos la función "decompose"de R base.

La serie tiene un componente estacional marcado, con una reducción de la población carcelaria en diciembre. La variabilidad del componente aleatorio es elevada. La tendencia parece tener cambios estructurales en algunos periodos, por ejemplo reducción de la población carcelaria entre 2005-2007, y 2012 - 2015, e incrementos de la población de magnitud mayor al promedio entre 2008 y 2012.

La mayor parte de la variación de la población total se puede asociar con variaciones en a población sindicada 3.3. La población condenada tiene una tendencia con una tendencia más estable. 3.4

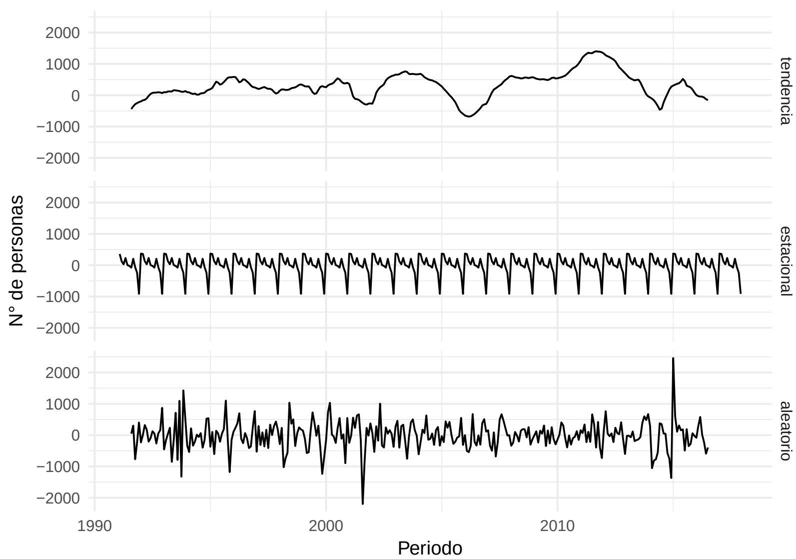


FIGURA 3.2. Variación mensual de población carcelaria descompuesta por tendencia, estacionalidad y componente aleatorio.

Fuente: INPEC Elaboración propia

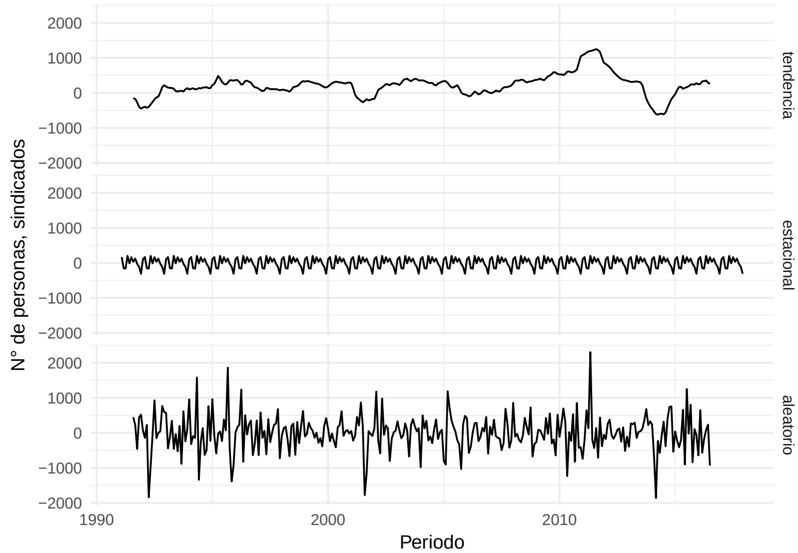


FIGURA 3.3. Variación mensual de población carcelaria sindicada, descompuesta por tendencia, estacionalidad y componente aleatorio.

Fuente: INPEC Elaboración propia

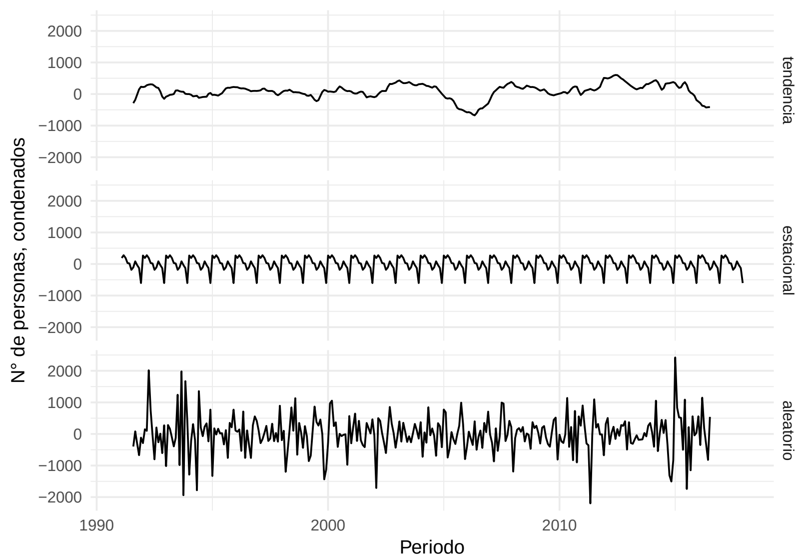


FIGURA 3.4. Variación mensual de población carcelaria condenada, descompuesta por tendencia, estacionalidad y componente aleatorio.

Fuente: INPEC Elaboración propia

Se trabaja sobre la diferencia de cada serie de tiempo con lag 1 y lag 12, al observar que la serie tiene un crecimiento sostenido entre 1991 y 2017, sugiriendo un proceso estocastico integrado. Sobre cada serie (población total, población sindicadda y población condenada) se realiza la función de autocorrelación y autocorrelación parcial y se presenta en la figura 3.5. Estas funciones son usadas como herramienta de diagnóstico, para identificar modelos adecuados en cada serie.

Con base en la tabla 3.1 se realiza una revisión del comportamiento de las series de población carcelaria, población sindicada y población condenada.

TABLA 3.1. Comportamiento de la ACF y PACF en modelos ARMA(p,q) [19]

	AR(p)	**MA(q)**	**ARMA(p,q)**
ACF	Tails off	Cuts off after lag q	Tails off
PACF	Cuts off after lag p	Tails off	Tails off

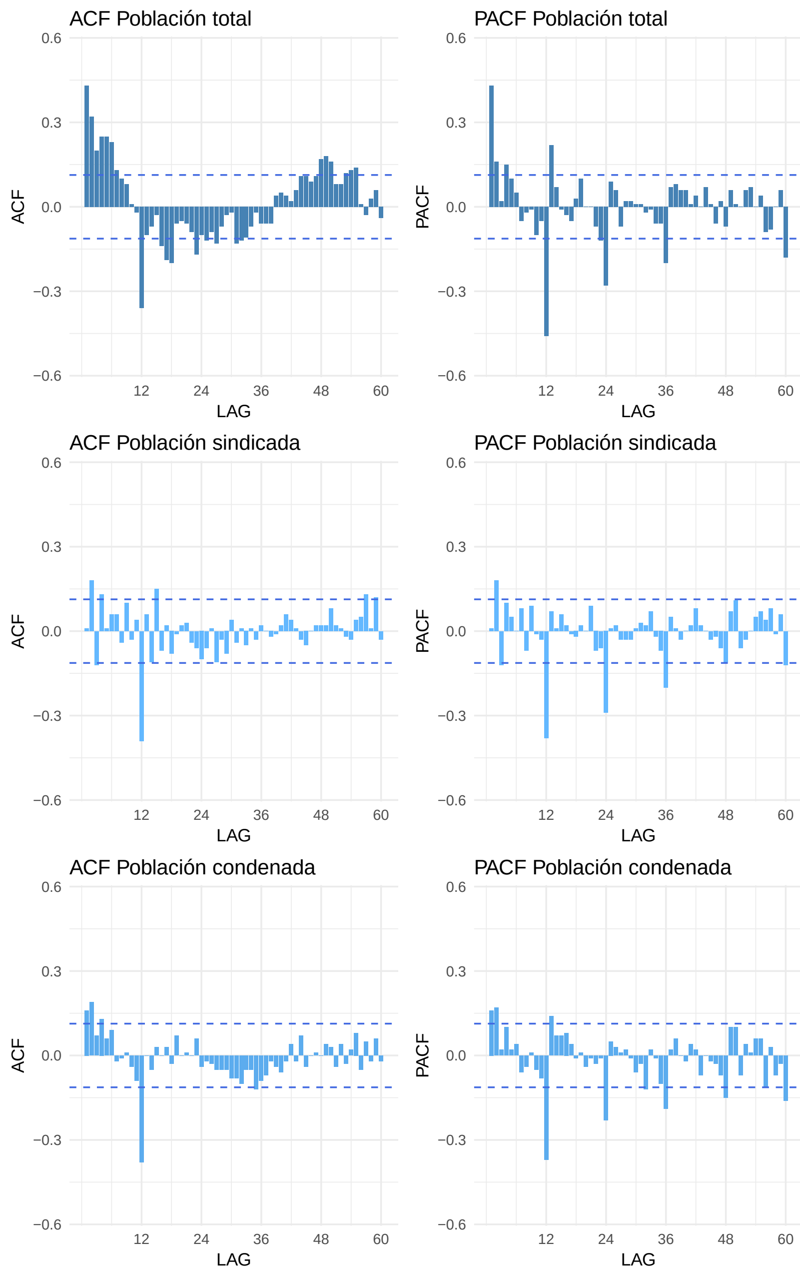


FIGURA 3.5. Autocorrelación parcial de la variación inter-mensual de la población

Fuente: INPEC Elaboración propia

La tabla 3.1 presenta una guía para la interpretación de la ACF y la PACF.

Si se analiza el total de la población carcelaria como una sola serie, es posible realizar una proyección separada, contra la cual contrastar las proyecciones de la población sindicada y de la condenada. En la figura 3.5 podemos observar que tanto la ACF como la PACF decaen lentamente en la población total. La APCF decae progresivamente en los meses 12, 24, 36, mientra que la ACF se corta en el 24, lo que sugiere que el proceso es un promedio móvil de orden 1 en el componente estacional.

En este caso una primera estimación se realiza para la proyección de la población total como SARIMA(1,1,1,0,0,1).

En la figura 3.5 podemos observar que en la población sindicada la ACF decae lentamente, mientras la PACF cae por debajo del error luego del lag 1. La APCF decae progresivamente en los meses 12, 24, 36, mientra que la ACF se corta en el lag 12, lo que sugiere que el proceso es un promedio móvil de orden 1 en el componente estacional.

En este caso un primer acercamiento a la proyección de la población sindicada se presenta como SARIMA(1,1,1,0,0,1).

El comportamiento de la ACF y la PACF de la población condenada es similar al de la población sindicada, sugiriendo el mismo modelo: SARIMA(1,1,1,0,0,1).

3.2. Estimación de parámtetros

Para cada serie (población total, población sindicada, población condenada) se evalúa el modelo sugerido por el análisis de la ACF y de la PACF; a partir de este modelo se propone un segundo modelo con un parámetro AR adicional, para identificar si se logra un ajuste mejor (medido con el AIC y el BIC); como tercer paso se utiliza la funcion *auto.arima* para identificar el modelo con menor AIC [10]; a partir del paso anterior se propone un modelo con menos parámetros, para buscar una solución más parsimoniosa.

De acuerdo con el diagnóstico se evaluaron los siguientes modelos para proyectar la población total:

1. Sarima de orden (1,1,1) y estacionalidad (0,0,2)
2. Sarima de orden (1,1,1) y estacionalidad (0,0,1). Se valida que el BIC y el AIC son menores en el modelo 1, como se esperaría de acuerdo con nuestro diagnóstico y se presenta en la tabla 3.2
3. Sarima de orden (3,2,1) y estacionalidad (0,0,2). Es el modelo sugerido por la función auto.arima, sin embargo incluye parámetros autoregresivos no significativos (pvalue $>$0.05). El detalle de los resultados se presenta en la tabla tabla 3.3
4. Sarima de orden (1,2,1) y estacionalidad (0,0,2). Este modelo tiene un BIC menor al modelo 3, y eliminando dos parámetros no significativos conserva un AIC cercano.

Para el modelo 1 y el modelo 2, Ljung-box sugiere que aún hay correlación significativa en los residuos, el modelo 3 y el modelo 4 no tienen correlación significativa en los residuos.

En las proyecciones siguientes para la población total se usará el modelo 4.

TABLA 3.2. Comparación de criterios de información

	Orden	AIC	BIC
1	(1,1,1)(0,0,2)	4885.2	4907.66
2	(1,1,1)(0,0,1)	4897.79	4916.51
3	(3,2,1)(0,0,2)	4874.46	4900.64
4	(1,2,1((0,0,2)	4874.86	4893.56

TABLA 3.3. Parámetros del modelo (3,2,1,0,0,2)

	Estimate	SE	t.value	p.value
ar1	0.05	0.10	0.50	0.62
ar2	-0.09	0.07	-1.16	0.25
ar3	-0.16	0.07	-2.18	0.03
ma1	-0.68	0.09	-7.25	0.00
sma1	0.24	0.06	4.10	0.00
sma2	0.19	0.05	3.88	0.00

TABLA 3.4. Parámetros del modelo (1,2,1,0,0,2)

	Estimate	SE	t.value	p.value
ar1	0.19	0.08	2.39	0.02
ma1	-0.82	0.05	-16.48	0.00
sma1	0.24	0.06	4.10	0.00
sma2	0.19	0.05	3.89	0.00

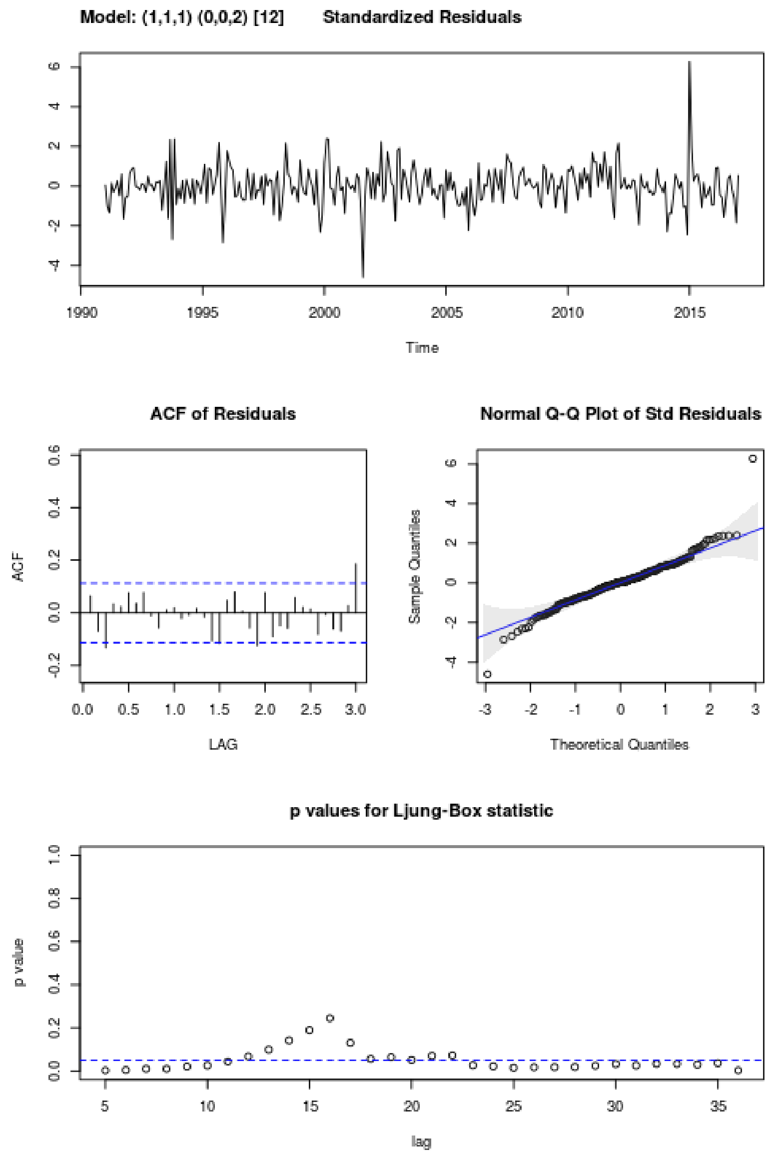


FIGURA 3.6. Diagnóstico del Modelo 1. sarima (1,1,1)(0,0,2), para la población carcelaria total.

Fuente: INPEC Elaboración propia

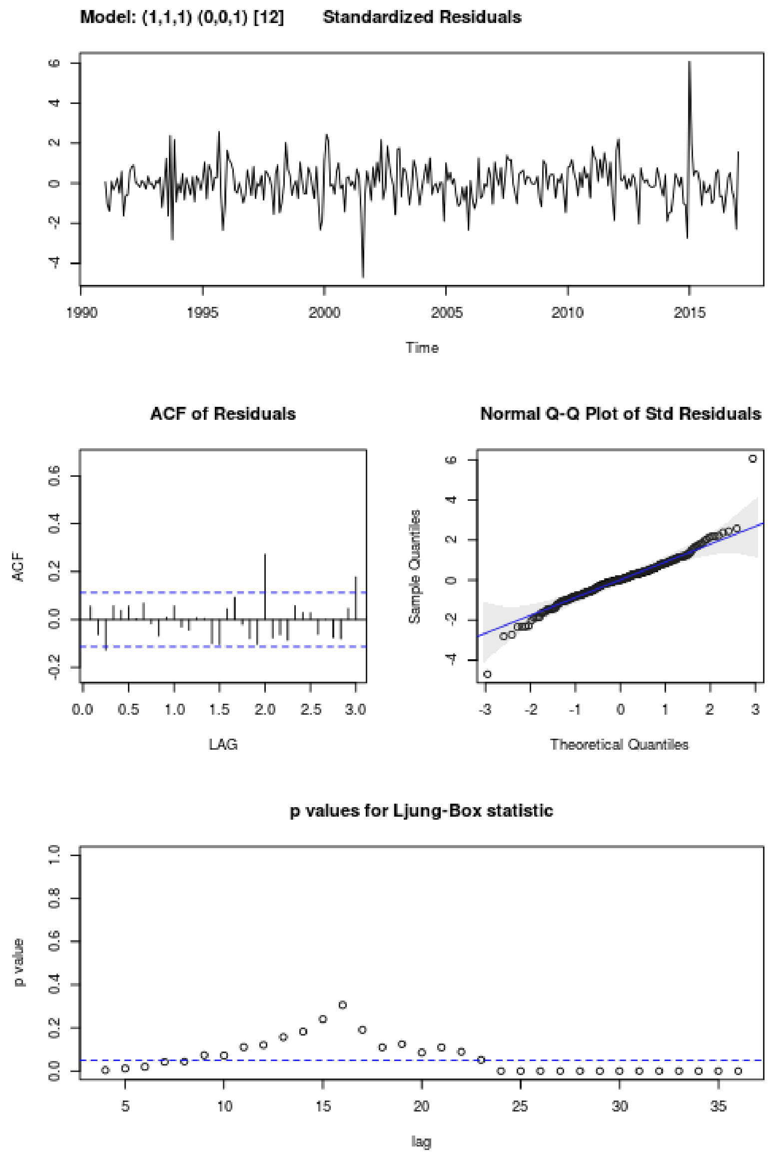


FIGURA 3.7. Diagnóstico del Modelo 2. sarima (1,1,1)(0,0,1), para la población carcelaria total.

Fuente: INPEC Elaboración propia

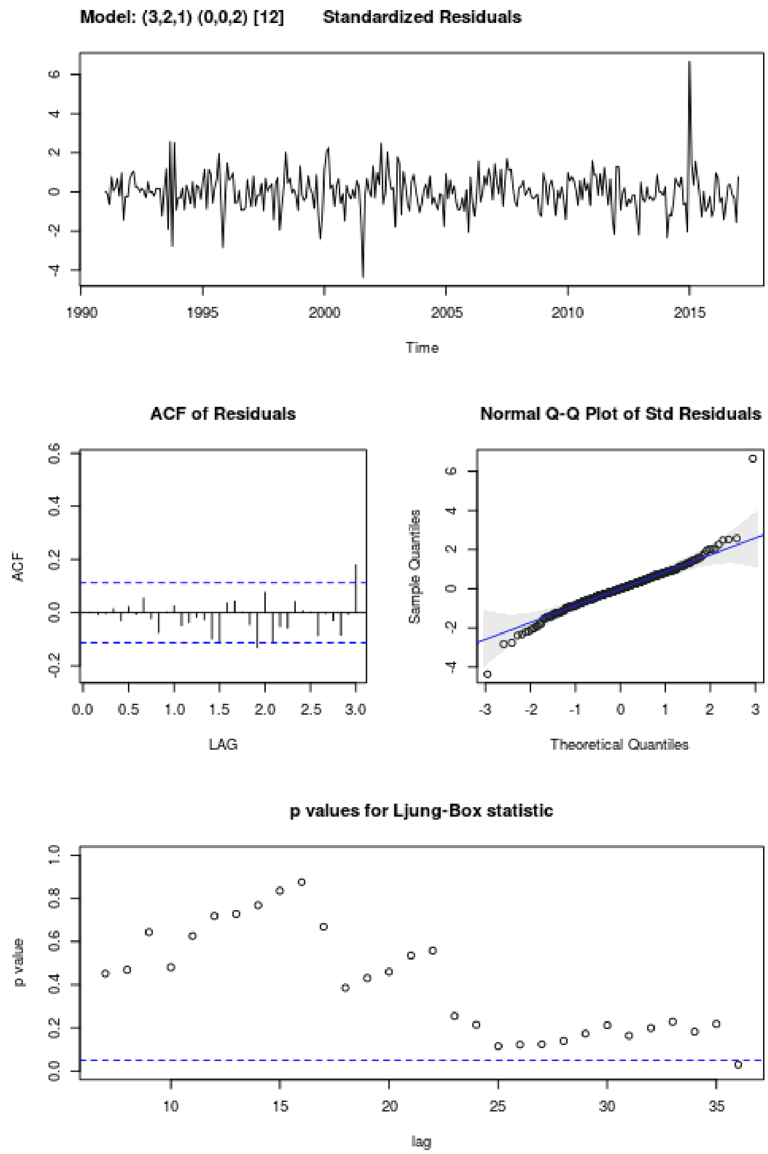


FIGURA 3.8. Diagnóstico del Modelo 3. sarima (3,2,1)(0,0,2), para la población carcelaria total.

Fuente: INPEC Elaboración propia

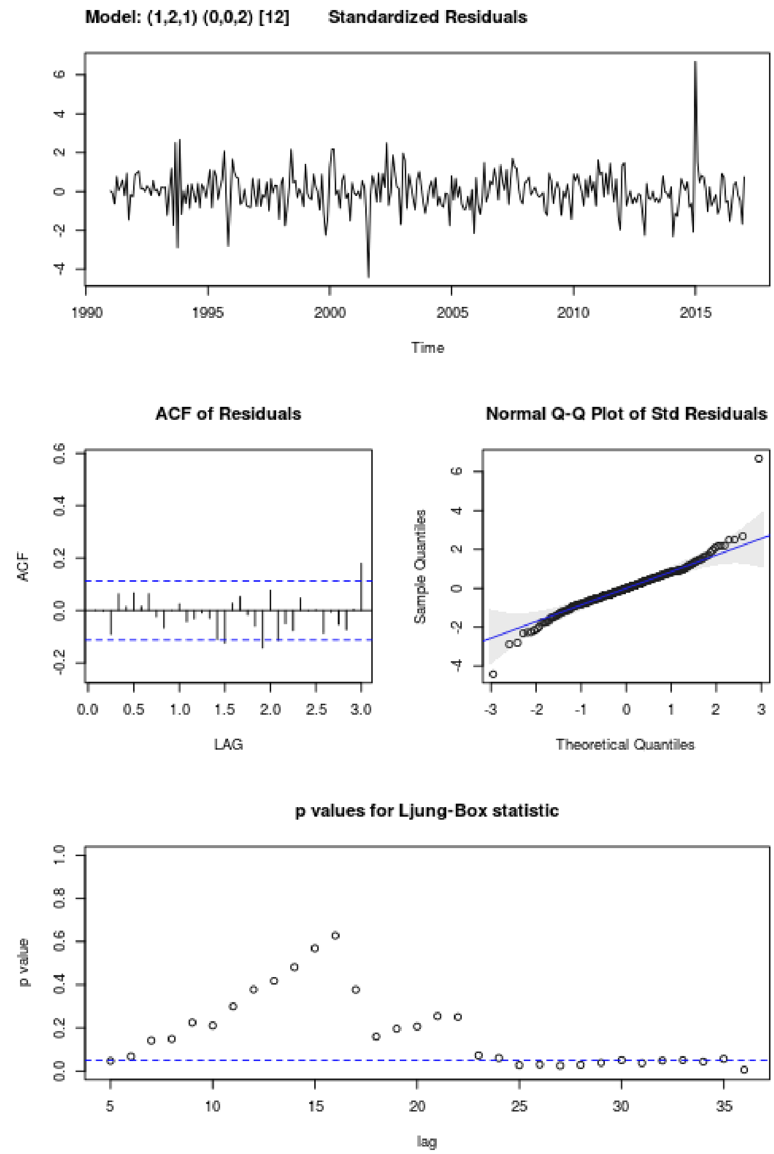


FIGURA 3.9. Diagnóstico del Modelo 4. sarima (1,2,1)(0,0,2), para la población carcelaria total.

Fuente: INPEC Elaboración propia

Para la población sindicada se usaron los siguiente modelos, de acuerdo con el diagnóstico realizado de la ACF y la ACPF.

1. Sarima de orden (1,1,1) y estacionalidad (0,0,1)
2. Sarima de orden (2,1,1) y estacionalidad (0,0,1). Se valida que el BIC y el AIC son menores que en el modelo 1, tiene el menor AIC de los modelos probados. 3.2
3. Sarima de orden (0,1,2) y estacionalidad (0,0,1). Es el modelo sugerido por la función auto.arima, tiene el menor BIC y un AIC cercano al modelo 2.
4. Sarima de orden (0,1,1) y estacionalidad (0,0,0). Este modelo tiene un BIC mayor al modelo 3, y a los dos modelos iniciales.

Tabla 3.5. Comparación de criterios de información

	ORDEN	AIC	BIC
1	(1,1,1,0,0,1)	4968.8	4987.52
2	(2,1,1,0,0,1)	4964.1	4986.56
3	(0,1,2,0,0,1)	4964.26	4982.98
4	(0,1,1,0,0,0)	4974.16	4985.39

Modelo 3 tiene el menor BIC y tiene pvalues for Ljung-Box que permiten descartar correlación. Los parámetros del modelo se presentan en la tabla 3.6 . El detalle del diganóstico de cada modelo se encuentra en las figuras 3.10 a 3.13

Tabla 3.6. Parámetros del modelo (0,1,1,0,0,1)

	Estimate	SE	t.value	p.value
ma1	0.06	0.06	0.99	0.32
ma2	0.16	0.05	2.91	0.00
sma1	0.15	0.06	2.57	0.01
constant	64.94	53.21	1.22	0.22

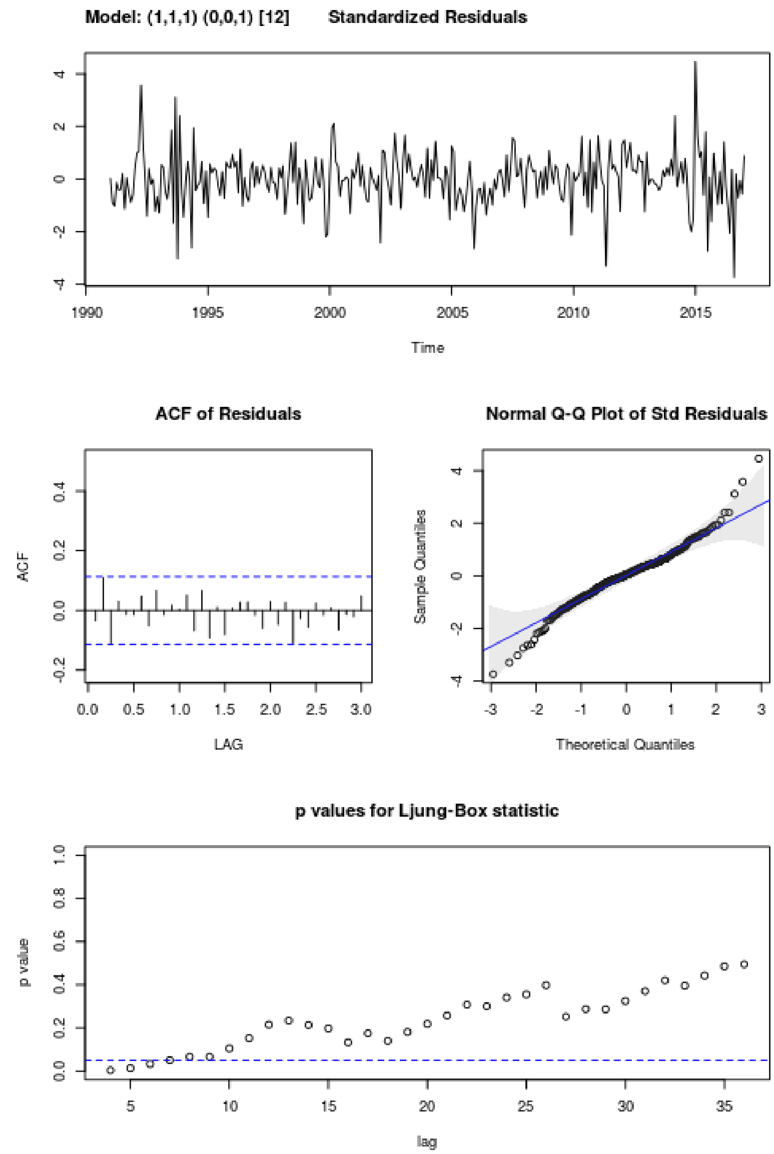


FIGURA 3.10. Diagnóstico del Modelo 1. sarima (1,1,1)(0,0,1), población carcelaria sindicada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

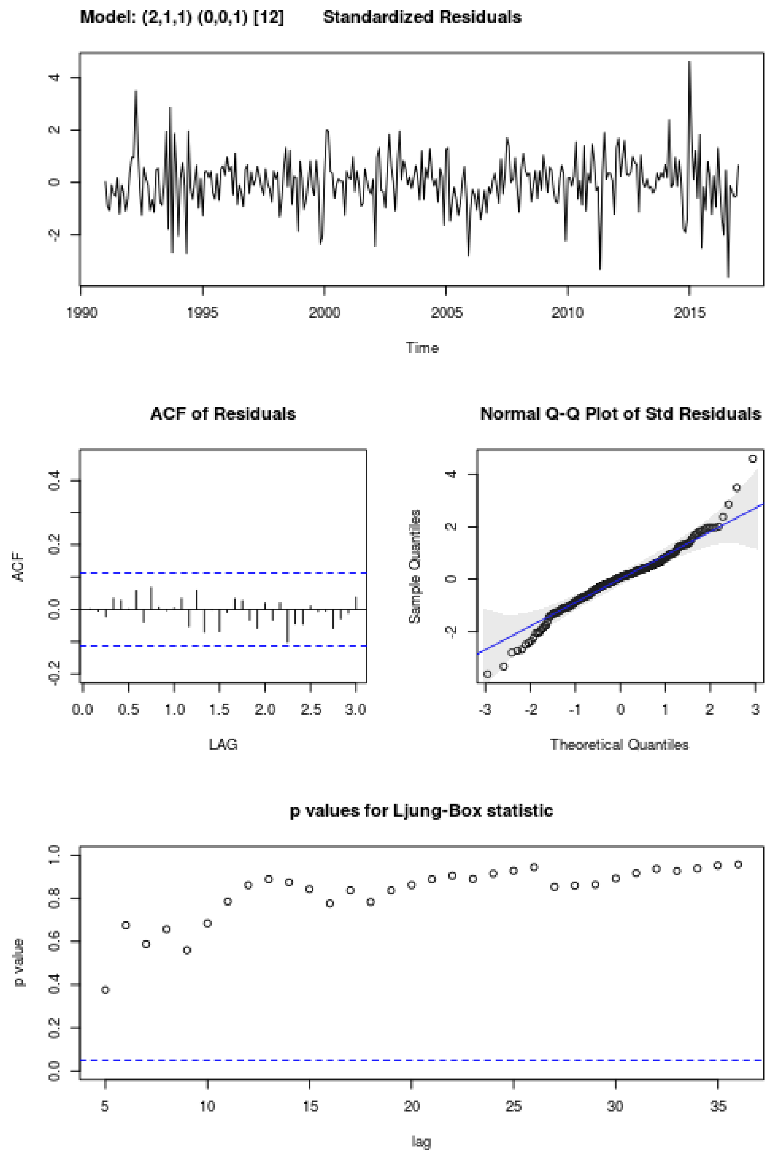


Figura 3.11. Diagnóstico del Modelo 2. sarima (2,1,1)(0,0,1), población carcelaria sindicada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

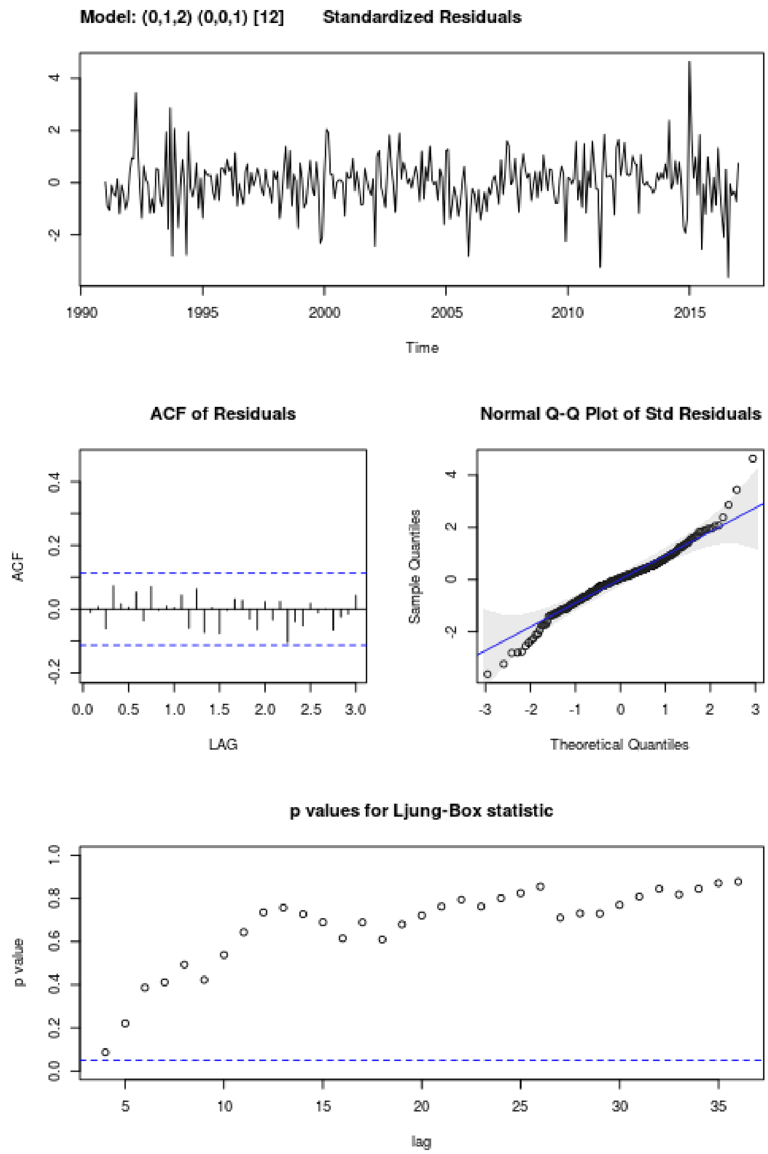


FIGURA 3.12. Diagnóstico del Modelo 3. sarima (0,1,2)(0,0,1), población carcelaria sindicada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

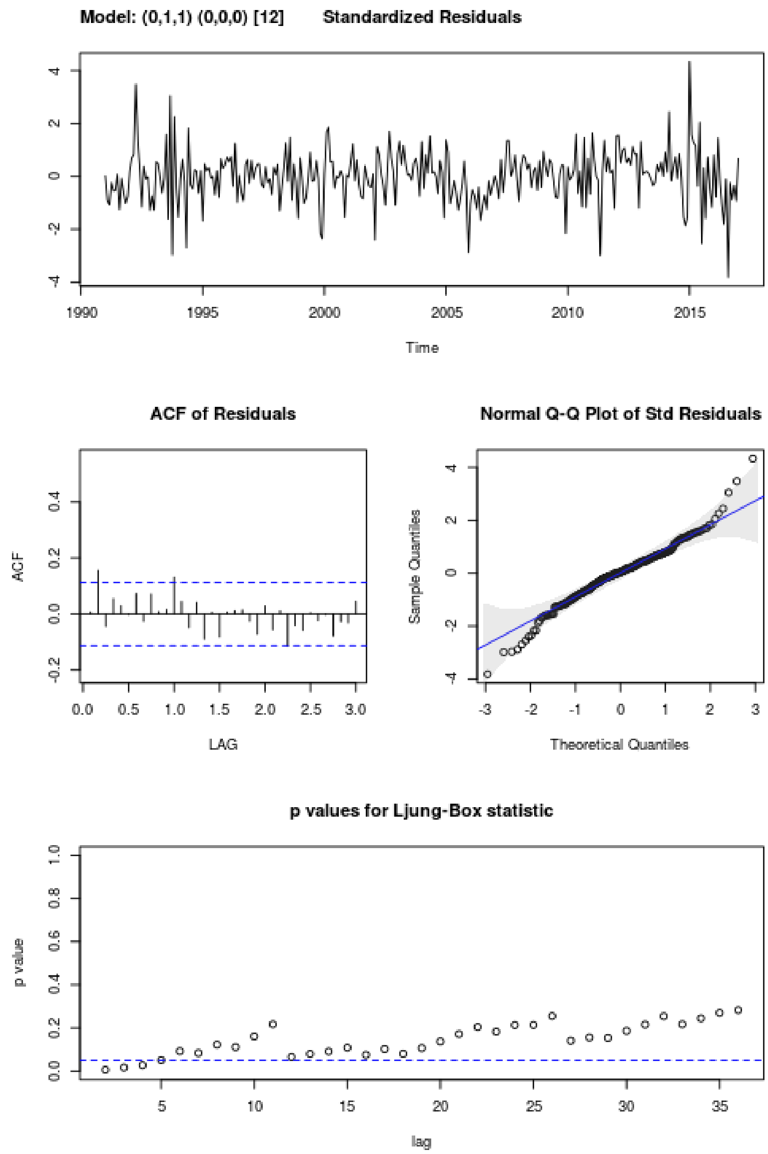


FIGURA 3.13. Diagnóstico del Modelo 4. sarima (0,1,1)(0,0,0), población carcelaria sindicada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

Para la población condenada se utilizaron los siguientes modelos:

1. Sarima de orden (1,1,1) y estacionalidad (0,0,1).
2. Sarima de orden (2,1,1) y estacionalidad (0,0,1).
3. Sarima de orden (0,1,2) y estacionalidad (0,0,1).
4. Sarima de orden (0,1,1) y estacionalidad (0,0,0).

Tabla 3.7. Comparación de criterios de información

	ORDEN	AIC	BIC
1	(1,1,1,0,0,1)	4904.08	4922.79
2	(2,1,1,0,0,1)	4906	4928.46
3	(0,1,2,0,0,1)	4914.84	4933.55
4	(0,1,1,0,0,0)	4925.62	4936.85

Se escoge el modelo 1, pues aunque tiene menos parsimonia, además los pvalue de la estadística de Ljung-Box soportan rechazar la hipótesis de dependencia.

Los modelos 3 y 4 se utilizan para comparar con el comportamiento de la población sindicada. En este caso, el comportamiento de la población condenada es diferente y es bien definido por el modelo 1 con los parámetros presentados en la tabla 3.8.

Tabla 3.8. Parámetros del modelo (1,1,1,0,0,1)

	Estimate	SE	t.value	p.value
ar1	0.88	0.06	13.75	0.00
ma1	-0.73	0.09	-7.80	0.00
sma1	0.09	0.06	1.55	0.12
constant	198.62	86.28	2.30	0.02

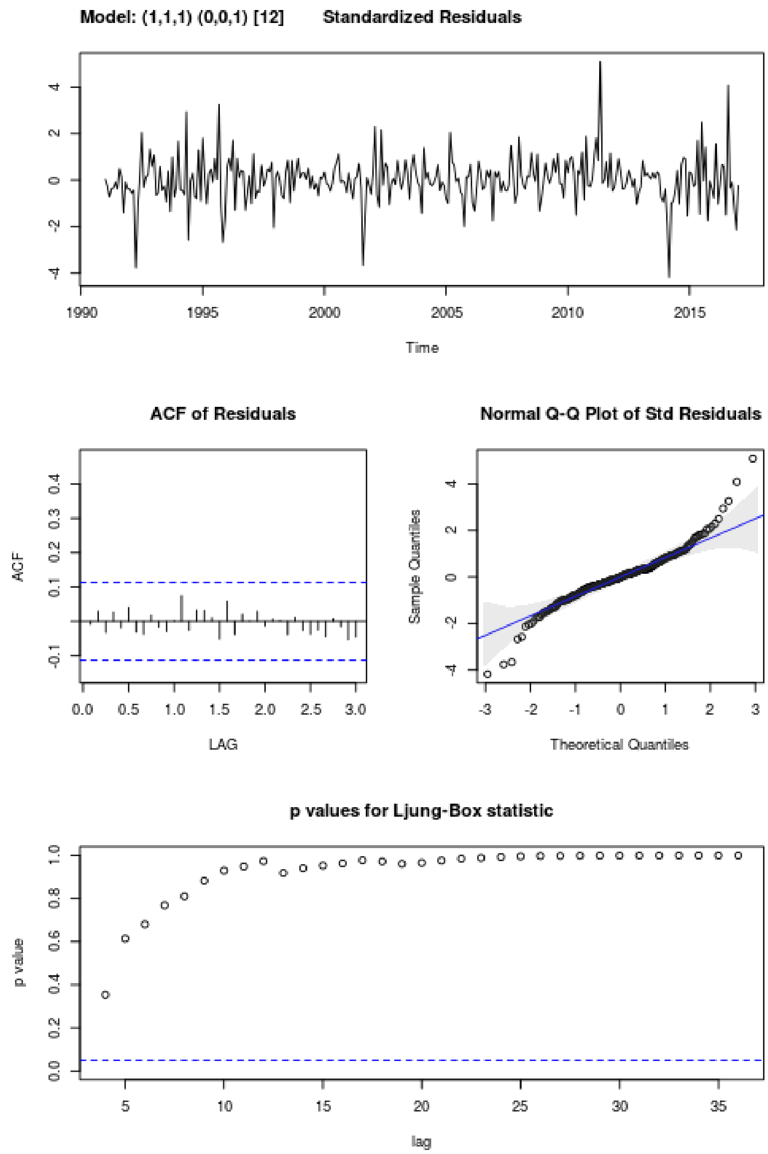


FIGURA 3.14. Diagnóstico del Modelo 1. sarima (1,1,1)(0,0,1), población carcelaria condenada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

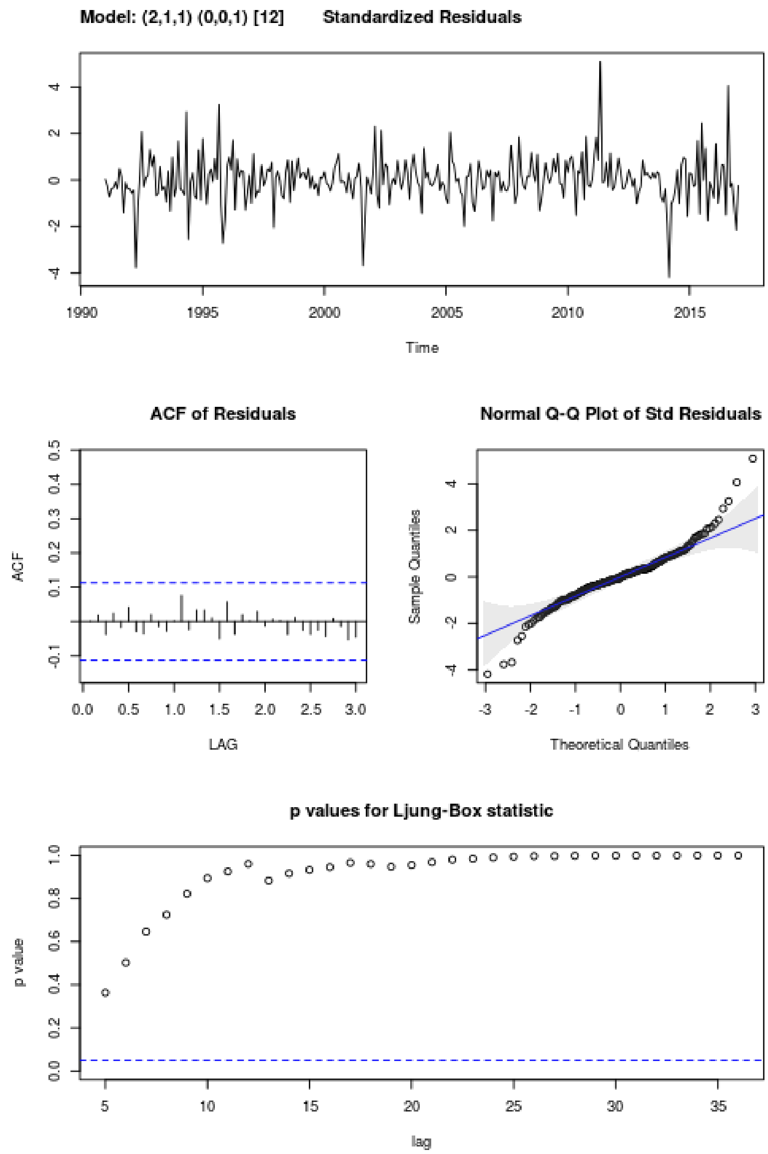


FIGURA 3.15. Diagnóstico del Modelo 2. sarima (1,1,1)(0,0,1), población carcelaria condenada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

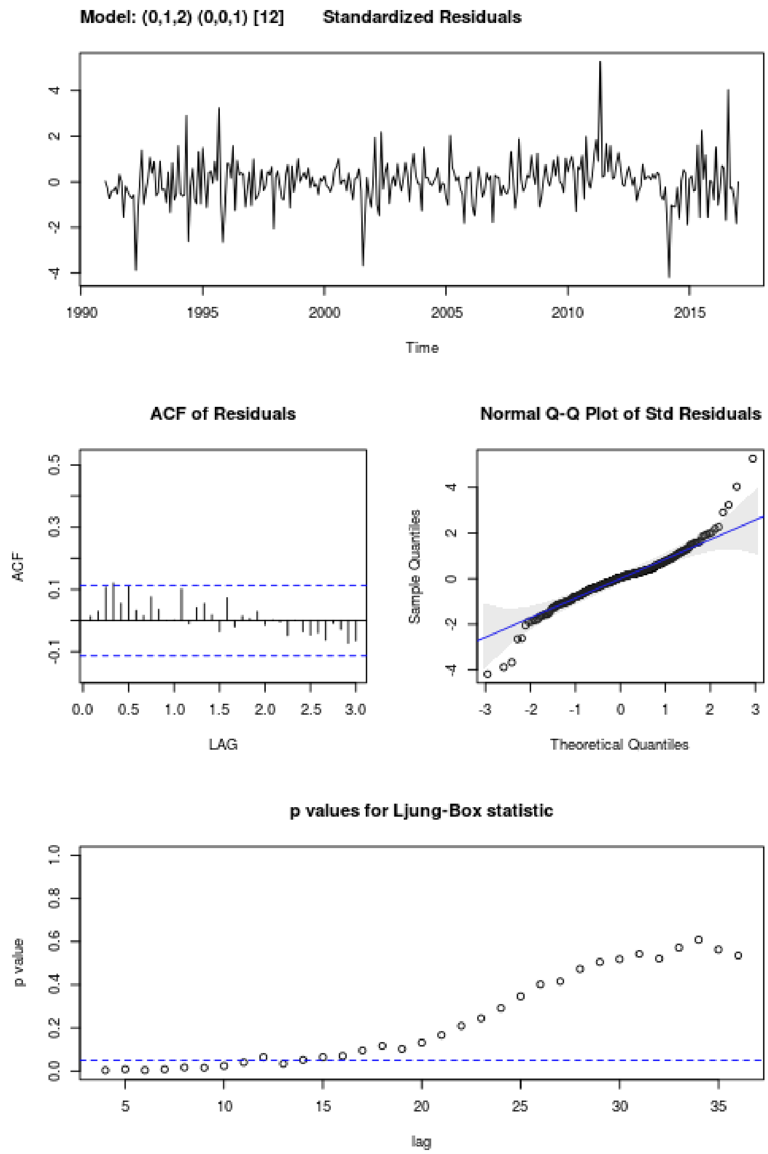


FIGURA 3.16. Diagnóstico del Modelo 3. sarima (0,1,2)(0,0,1), población carcelaria condenada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

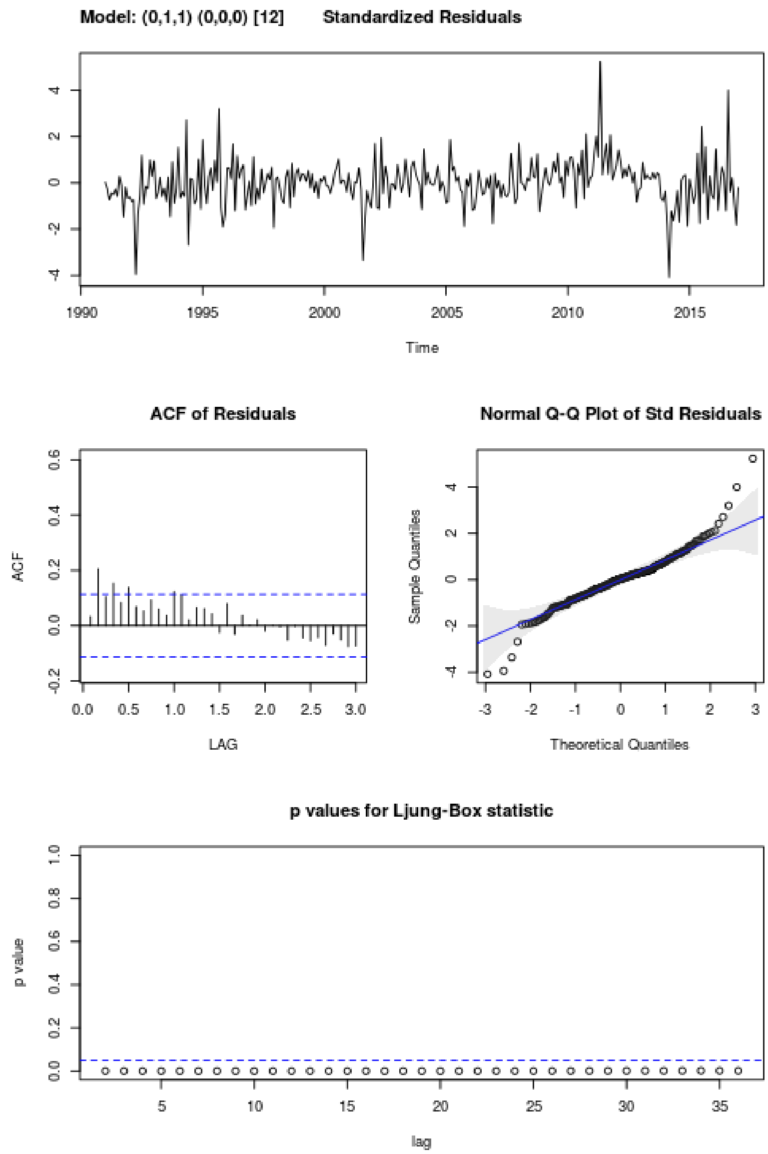


FIGURA 3.17. Diagnóstico del Modelo 4. sarima (0,1,1)(0,0,0), la población carcelaria condenada.

Fuente: INPEC Elaboración propia

3.3. Proyección

Proyección de la población total se presenta en la gráfica 3.18

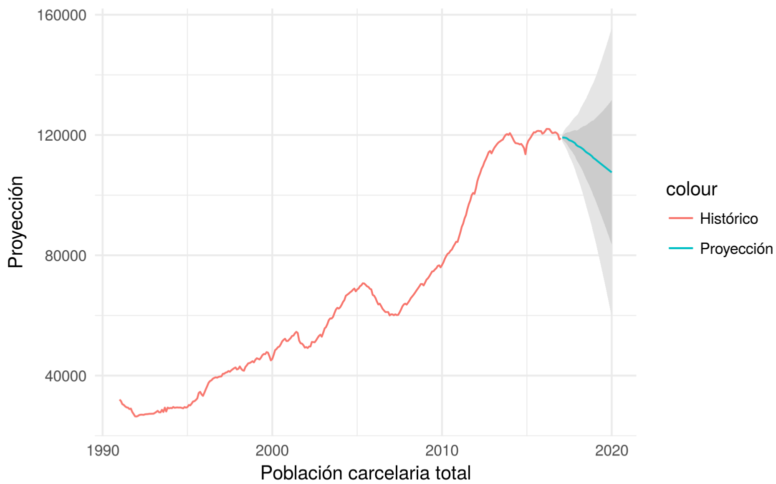


FIGURA 3.18. Proyección de la población carcelaria total, sarima (1,2,1,0,0,2)

Fuente: INPEC Elaboración propia

Proyección de la población sindicada se presenta en la gráfica 3.19

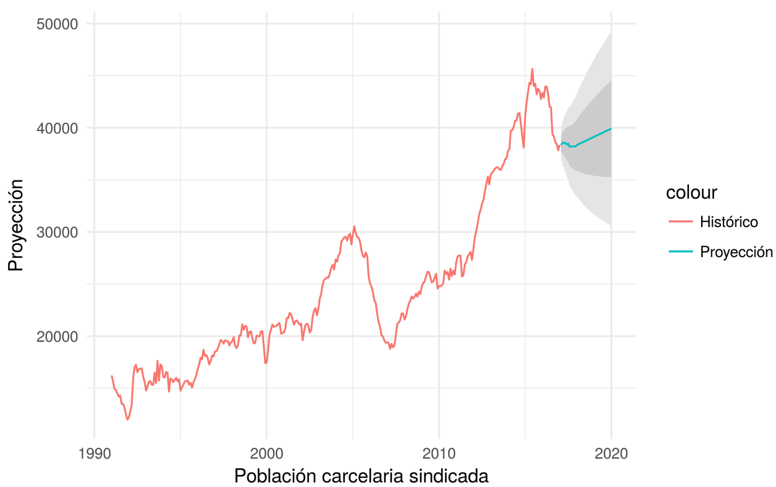


FIGURA 3.19. Proyección de la población carcelaria sindicada, sarima (0,1,1,0,0,1)

Fuente: INPEC Elaboración propia

Proyección de la población condenada se presenta en la gráfica 3.20

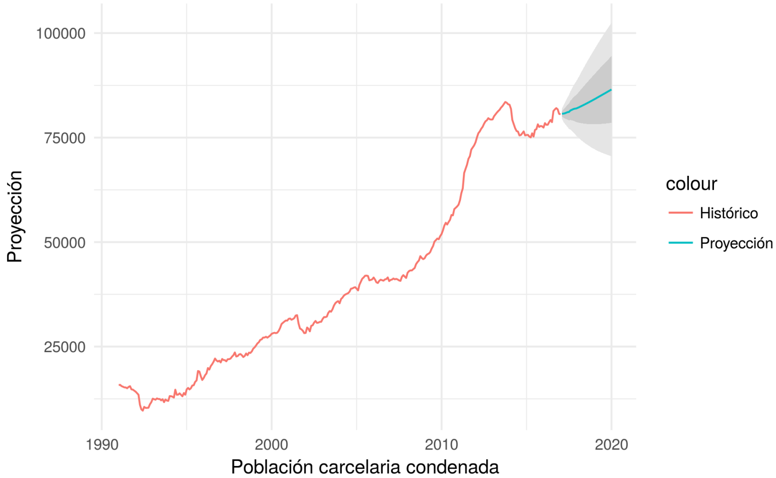


Figura 3.20. Proyección de la población carcelaria condenada, sarima (1,1,1,0,0,1)

Fuente: INPEC Elaboración propia

3.4. Conclusiones

Se seleccionó un modelo SARIMA para cada una de las series propuestas: población carcelaria total, población sindicada y población condenada. El residual en cada modelo seleccionado, ya no muestra correlación, y los estimadores de los parámetros son significativos. Con base en el modelo seleccionado para cada serie se realizaron proyecciones de población para 36 meses, la media de la proyección de la población total muestra una tendencia a la baja, mientras las proyecciones de la población sindicada y condenada tienen tendencia al alza.

Puesto que la población carcelaria total esta compuesta en su totalidad por la población sindicada y la población condenada, es de esperar que la proyección de la población total coincida en sentido y magnitud con la suma de las proyecciones de menor escala; sin embargo, la proyección de la población total difiere en sentido de la suma de las proyecciones.

Usar modelos ARIMA permite tener en cuenta la correlación del error y el comportamiento de las últimas observaciones, generando proyecciones precisas de corto plazo; sin embargo, dado que los modelos propuestos tienen un componente integrado, los intervalos de confianza se hacen significativamente más amplios, a medida que se alejan del inicio de la proyección, haciendolos poco prácticos para proyecciones de largo plazo.

La elaboración de los intervalos de confianza descansa en el supuesto de normalidad del error, sin embargo, los Q-Q plot residuales muestran varias observaciones fuera de los intervalos de confianza para población sindicada y condenada, sugiriendo varios cambios de nivel o una distribución no normal del error. Contrastar los periodos donde el error está fuera de los intervalos de confianza contra los cambios en el sistema penitenciario, permitiría identificar cambios de nivel y controlarlos a través de variables dummy.

Situaciones como las encontradas en esta serie de tiempo (alta variabilidad, poblaciones compuestas por series de menor escala, procesos de migración inter-grupos, cambios de nivel asociados a cambios de régimen) pueden ser comunes en la proyección de poblaciones pequeñas. Estas situaciones, si se desean abordar usando las herramientas del análisis de series de tiempo pueden incluir: Modelos ARMAX, para los modelos cuya varianza no es estable a través del tiempo, modelos autoregresivos de umbral (TAR) cuando se presenten cambios de régimen y vectores autoregresivos(VAR), para aquellas poblaciones cuyo comportamiento se relaciona con poblaciones pequeñas cercanas o con otros grupos de poblaciones especiales.

CAPÍTULO 4

Métodos demográficos para poblaciones pequeñas

Los métodos demográficos para poblaciones pequeñas usuales son ratio-correlation y censal-ratio. Estos métodos requieren contar con indicadores sintomáticos para la población total y la población pequeña, por ejemplo número de muertes o nacimientos, licencias de conducir o inscripciones escolares, para poder estimar la proporción de la población total, ubicada en la población pequeña.

En el caso de la población privada de la libertad en Colombia, el INPEC no publica otras series de indicadores históricas además de los conteos de población sindicada y condenada, y separada por género.

Un uso frecuente de los métodos de proyección para poblaciones pequeñas es realizar interpolación en periodos no censales. Uno de los inconvenientes mencionados es la dificultad de realizar extrapolación, puesto que para los periodos post-censales, los indicadores no están necesariamente disponibles. Una posible solución es realizar la estimación usando periodos rezagados. [21].

Para realizar la proyección a tres años, como en el capítulo anterior, se utilizan variables que tengan una proyección oficial, por lo menos anual para los siguientes tres años. La metodología de proyección de Blumstein sugiere que bajo un sistema normativo estable, la proporción de la población carcelaria por rango etario resulta fundamental en la proyección de poblaciones carcelarias [1]. Dado que el DANE genera poblaciones de población desagregadas por rango etario, usaremos estas en el método de ratio-correlación.

4.1. Población colombiana 1991-2020

Las proyecciones de población carcelaria en Colombia del DANE dan cuenta de un proceso de cambio en la estructura de población en Colombia, entre 1985 y 2020. En la figura 4.1 se puede observar la proyección de población nacional del DANE, entre 1991 y 2020, a nivel anual, por grupo de edad. [7]

La población total pasa de 35 millones en 1991, a 51 millones en 2020. No todos los rangos etarios crecen al mismo ritmo, la población de cero a cuatro años tiene un decrecimiento en la población total. Los siguientes grupos etarios reducen su proporción frente a la población total en el periodo analizado: cero a cuatro, de cinco a nueve, de diez a catorce, de quince a diecinueve, de veinte a veinticuatro y veinticinco a veintinueve años. Esto representa un proceso de envejecimiento de la población, sin embargo el perfil de cambio en cada perfil es diferente según el grupo etario; por ejemplo, la población total de cero a cuatro años, tiene un pico entre 1990 y 2000, luego de lo cual decrece su participación en la población total. Este pico en la población de cinco a nueve, se presenta entre el 2000 y el 2005.

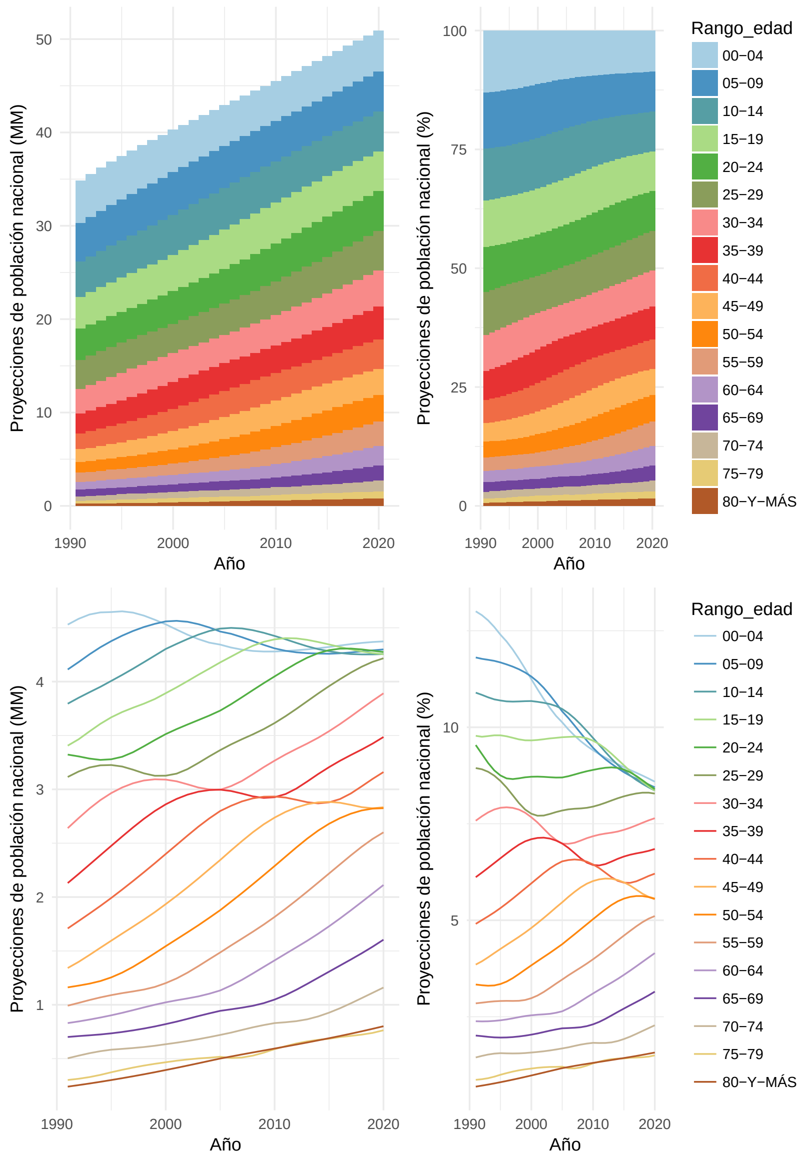


FIGURA 4.1. Proyección de la población nacional por rango de edad

Fuente: DANE Elaboración propia

Los grupos etarios usualmente asociados con altas tasas de criminalidad están entre quince y veinticuatro años [1]. La población total en ambos grupos crece sostenidamente en el periodo 1991-2020. Como porcentaje de la población total, decrecen en dos puntos porcentuales en el mismo periodo. El crecimiento de este grupo etario, particularmente en hombres podría ser un buen predictor de la población carcelaria.

4.2. Población privada de la libertad por rango de edad 2016-2017

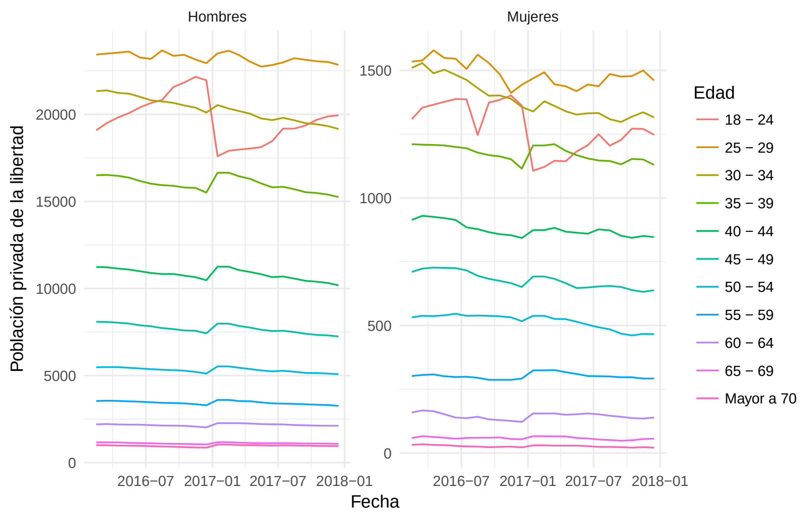


FIGURA 4.2. Población privada de la libertad por rango etario. Febrero-2016 a Diciembre-2017

Fuente: INPEC Elaboración propia

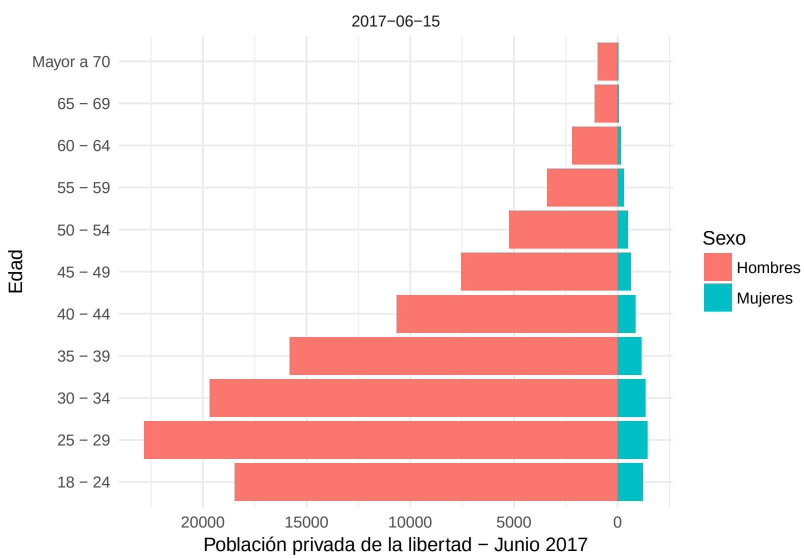


FIGURA 4.3. Piramide poblacional, población privada de la libertad, Junio - 2017

Fuente: INPEC Elaboración propia

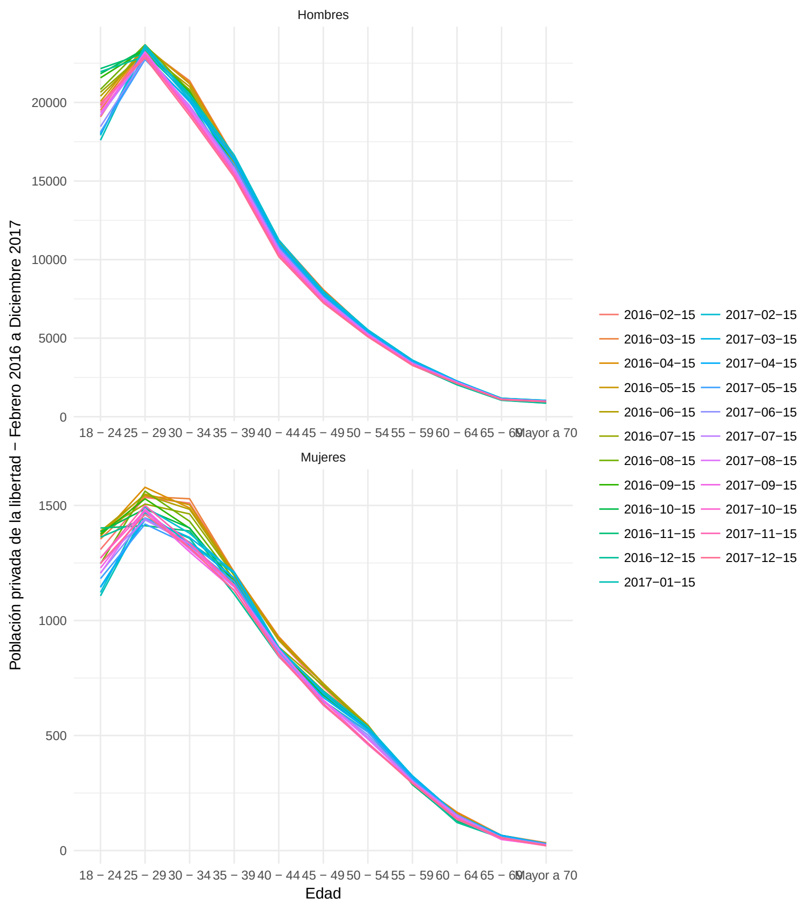


FIGURA 4.4. Población privada de la libertad. Febrero-2016 a Diciembre-2017

Fuente: INPEC Elaboración propia

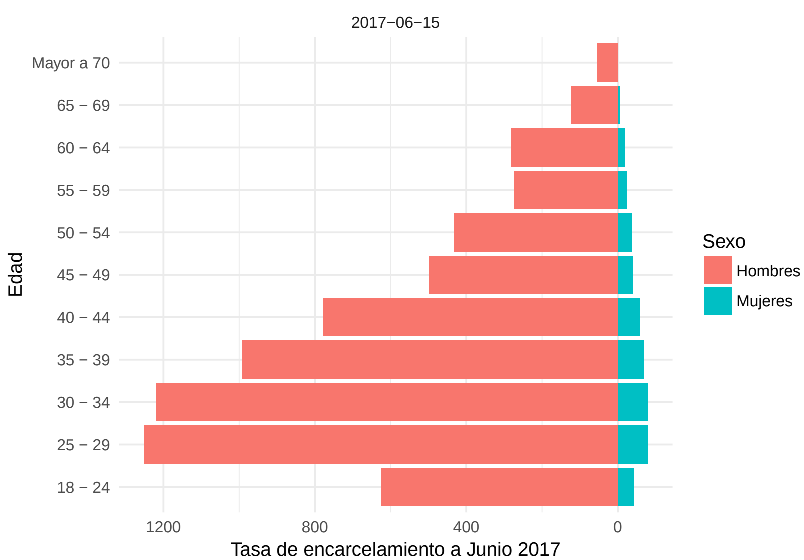


FIGURA 4.5. Tasa de específica de encarcelamiento. Junio-2017

Fuente: INPEC, DANE Elaboración propia

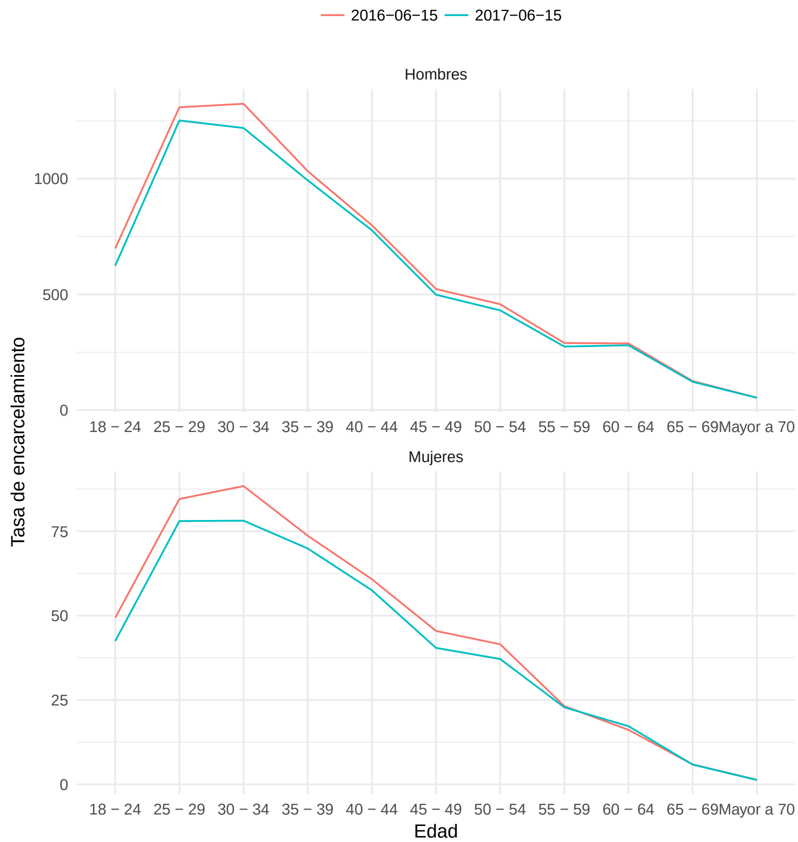
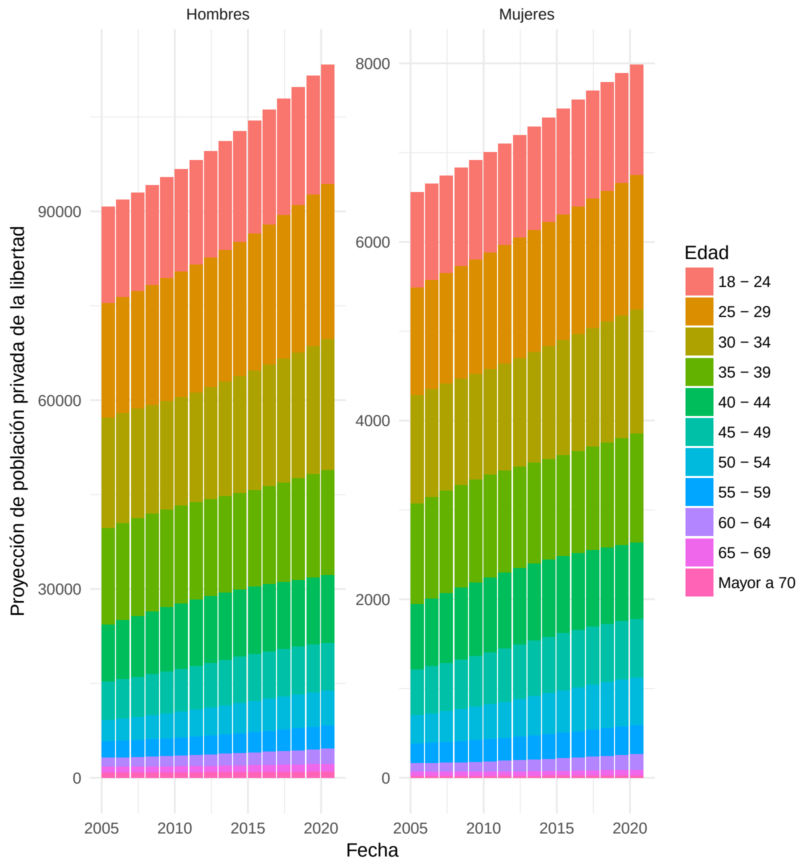


FIGURA 4.6. Tasa específica de encarcelamiento. Junio-2016, Junio -2017

Fuente: INPEC, DANE Elaboración propia



DANE-1.pdf

Figura 4.7. Proyección de la población privada de la libertad. 2005 - 2020

Fuente: INPEC, DANE Elaboración propia

CAPÍTULO 5

Modelos estado-espacio

5.1. Selección de Software

Para mantener un único ambiente de desarrollo, nos enfocamos en los paquetes desarrollados en R, como los mencionados por Petris [17], Helske [9] y Tusell [22]. Particularmente usaremos el paquete *Kfas* por Helske(2017) [9]

5.2. Identificación del modelo

5.3. Simulación Monte-Carlo

5.4. Estimación de parámetros

5.5. Proyecciones 2017 - 2020

5.6. Conclusiones

Conclusiones

- La escritura de tesis utilizando LaTeX permite que se obtengan documentos de una presentación elegante, agradable, de una impresión incomparable, de escritura bastante simple en cuanto al texto técnico y de formulas matemáticas, junto con un manejo automático del formato de las partes de un documento y las referencias bibliográficas, desprendiéndose así de los detalles de edición que en otras herramientas, producen tantas frustraciones y dolores de cabeza.

Trabajo futuro

- Implementar y corregir todos aquellos errores que los usuarios de esta plantilla puedan encontrar, así como las sugerencias para la modificación de la plantilla que sean pertinentes.

Bibliografía

[1] Alfred Blumstein, Jacqueline Cohen, and Harold D. Miller, *Demographically disaggregated projections of prison populations*, Journal of Criminal Justice **8** (1980), no. 1, 1–26.

[2] George E P Box, Gm Jenkins, and Gc Reinsel, *Time series analysis: forecasting and control*, 2013.

[3] Paolo Brandimarte, *Time Series Models*, Quantitative Methods: An Introduction for Business Management, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2011, pp. 527–579.

[4] Peter J. Brockwell, *Time Series*, International Encyclopedia of Statistical Science, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2011, pp. 1601–1605.

[5] Jacques J.F Commandeur and Siem Jan Koopman, *An Introduction to State Space Time Series Analysis*, (2007), 189.

[6] DANE, *Estimaciones población DANE*, 2009.

[7] ———, *Estimación y proyección de población nacional, departamental y municipal por sexo, grupos quinquenales de edad y edades simples de 0 a 26 años 1985-2020*, Tech. report, 2013.

[8] Departamento Nacional de Planeación, *Conpes 3828 POLÍTICA PENITENCIARIA Y CARCELARIA EN COLOMBIA*, (2015).

[9] Jouni Helske, *Exponential Family State Space Models in R*, Journal of Statistical Software **78** (2017), no. 10, 1–39.

[10] Rob J Hyndman, *{forecast}: Forecasting functions for time series and linear models*, 2017.

[11] Institute for Criminal Policy Research, *Colombia | World Prison Brief*, 2016.

[12] Instituto Nacional Penitenciario y Carcelario, *Plan de direccionamiento estrat{é}gico 2015-108, Misi{ó}n y Visi{ó}n*, 2016.

[13] Ministry Justice, *Prison Population Projections 2014 - 2020, England and Wales*, Home Office Statistical Bulletin (2014), no. November, 31.

[14] Ronald Demos Lee and Shripad Tuljapurkar, *Stochastic Population Forecasts for the United States: Beyond High, Medium, and Low*, Journal of the American Statistical Association **89** (1994), no. 428, 1175.

[15] Helmut Lütkepohl, *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2005.

[16] Todd D Minton, Bjs Statistician, Scott Ginder, Susan M Brumbaugh, Hope Smiley-Mcdonald, and Harley Rohloff, *Census of Jails: Population Changes, 1999 - 2013*, (2015).

[17] Giovanni Petris and Sonia Petrone, *State Space Models in R*, Journal of Statistical Software **41** (2011), no. 4, 128–129.

[18] R Core Team, *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2017.

[19] Robert H Shumway and David S Stoffer, *Time Series Analysis and Its Applications*, Springer Texts in Statistics, vol. 45, Springer New York, New York, NY, 2011.

[20] David Stoffer, *astsa: Applied Statistical Time Series Analysis. R package version 1.3*, 2014.

[21] David A Swanson and Jeff Tayman, *Subnational Population Estimates*, The Springer Series on Demographic Methods and Population Analysis, vol. 31, Springer Netherlands, Dordrecht, 2012.

[22] Fernando Tusell, *Kalman Filtering in R*, Journal of Statistical Software **39** (2011), no. 2, 1–27.

[23] Wai-Yin Wan1, Steve Moffatt2, Zachary Xie3, Simon Corben, and Don Weatherburn, *Forecastin prison populations using sentencing and arrest data*, Tech. report.