

La población carcelaria en Colombia 1991-2017

Sergio Solano

Febrero de 2016

Data

El INPEC publica mensualmente la serie población carcelaria, desde 1991 hasta el mese anterior a la publicación. Esta serie se encuentra separada por situación jurídica (condenados, sindicados) y por genero.

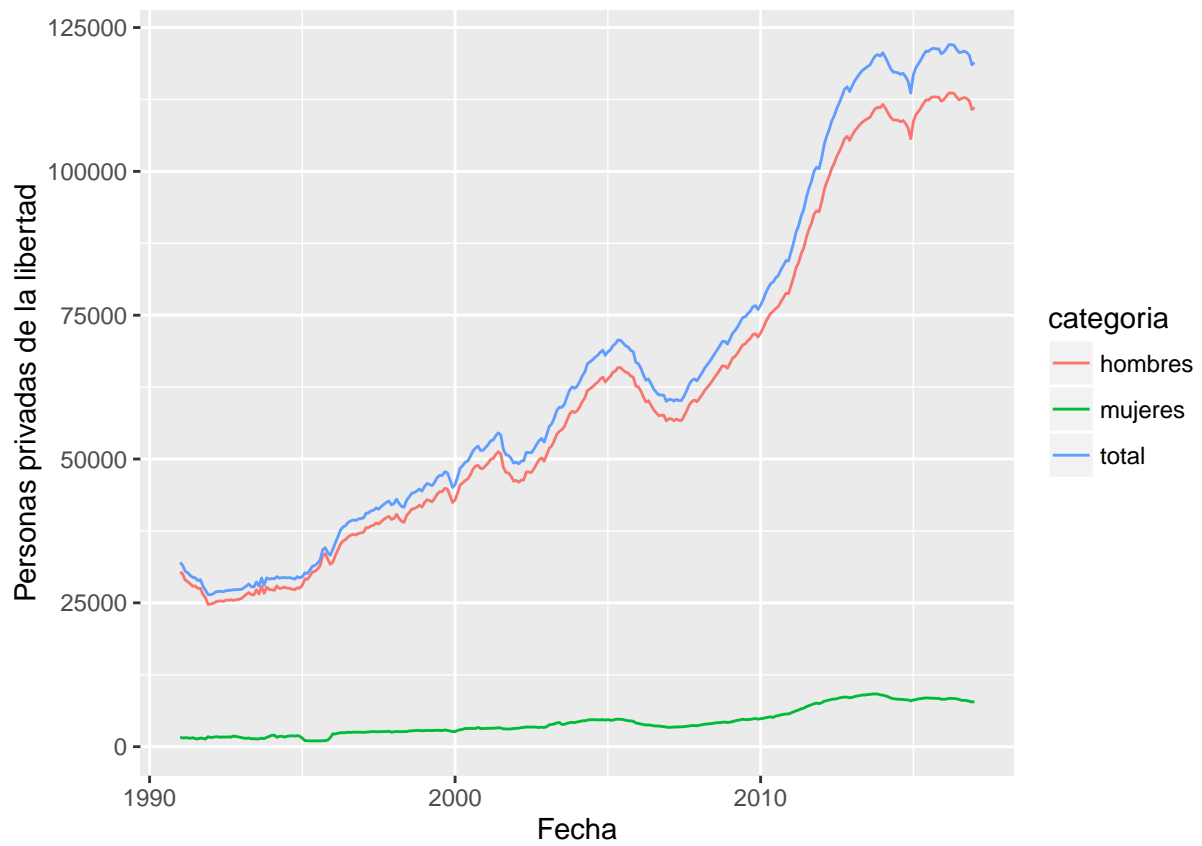
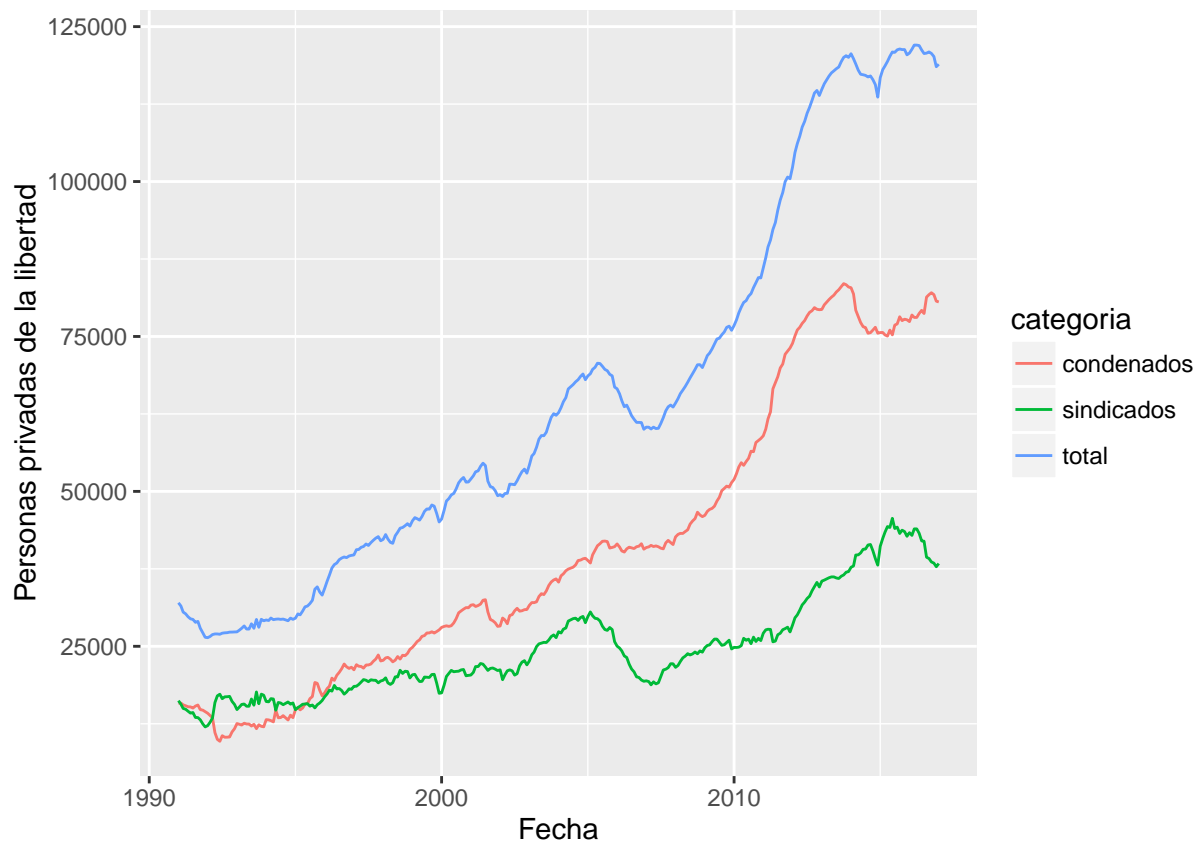
Objetivo

El proceso a través del cual las personas pasan de una situación jurídica a otra es conocido, y sin embargo no observado, pues no se publican las series de tiempo que reflejan esta transición (cantidad de personas sentenciadas por mes, cantidad de personas liberadas mes, duración de la condena).

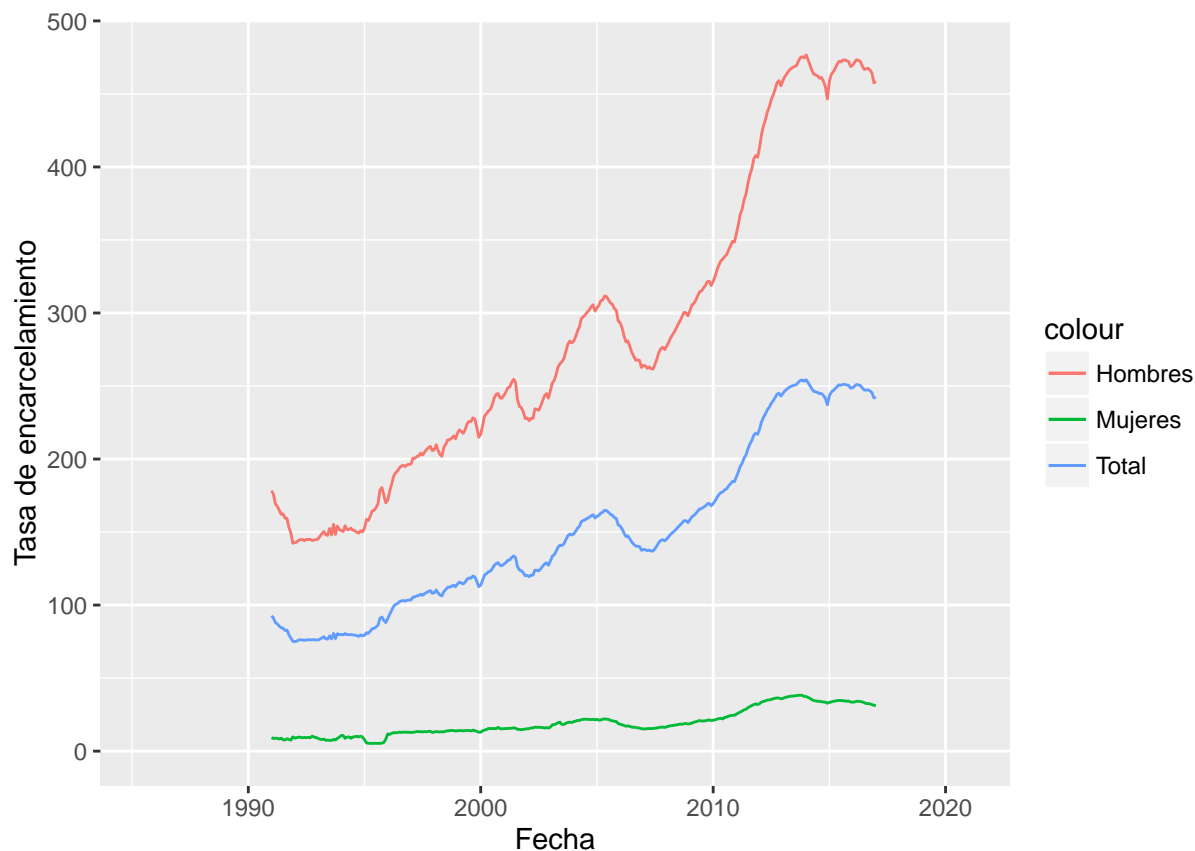
Este ejercicio de demografía, enmarcado en el estudio de poblaciones pequeñas, presenta la oportunidad de comparar la efectividad de diferentes métodos de proyección.

Análisis exploratorio

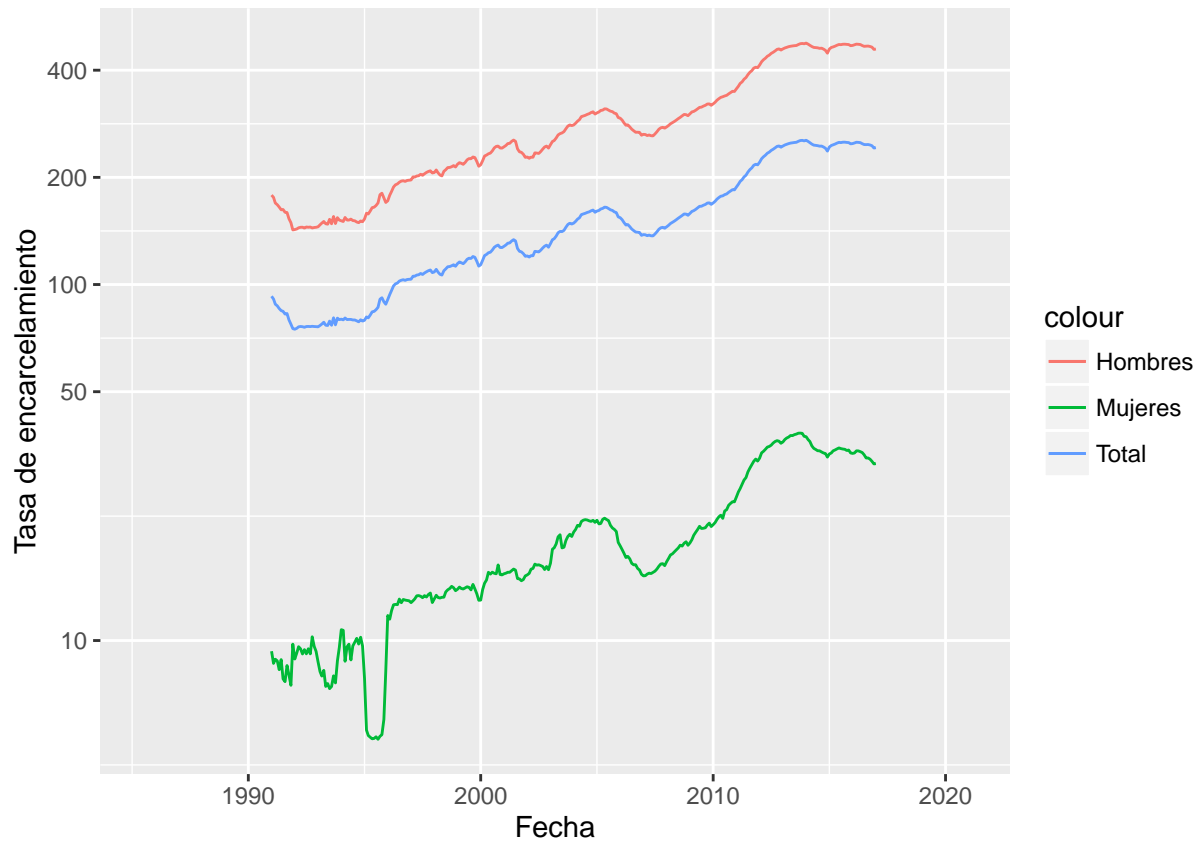
La población carcelaria total entre 1991 y 2017 se ha cuadruplicado, al pasar de 32.036 a 128.125 internos. Aunque la mayoría son hombres la población carcelaria femenina en el mismo periodo ha crecido a una tasa mayor, pues se ha multiplicado por cinco, de 1633 en 1991 a 7800 en 2017.



El incremento en la población carcelaria podría tomarse como un efecto del crecimiento de la población colombiana. Para validar este supuesto calculamos la tasa de encarcelamiento, que mide la cantidad de personas encarceladas por cada cien mil habitantes. Este indicador pasó de 92 personas por cada cien mil habitantes en enero de 1991 a 242 en enero de 2016. Tal incremento se puede ver tanto en hombres como en mujeres.

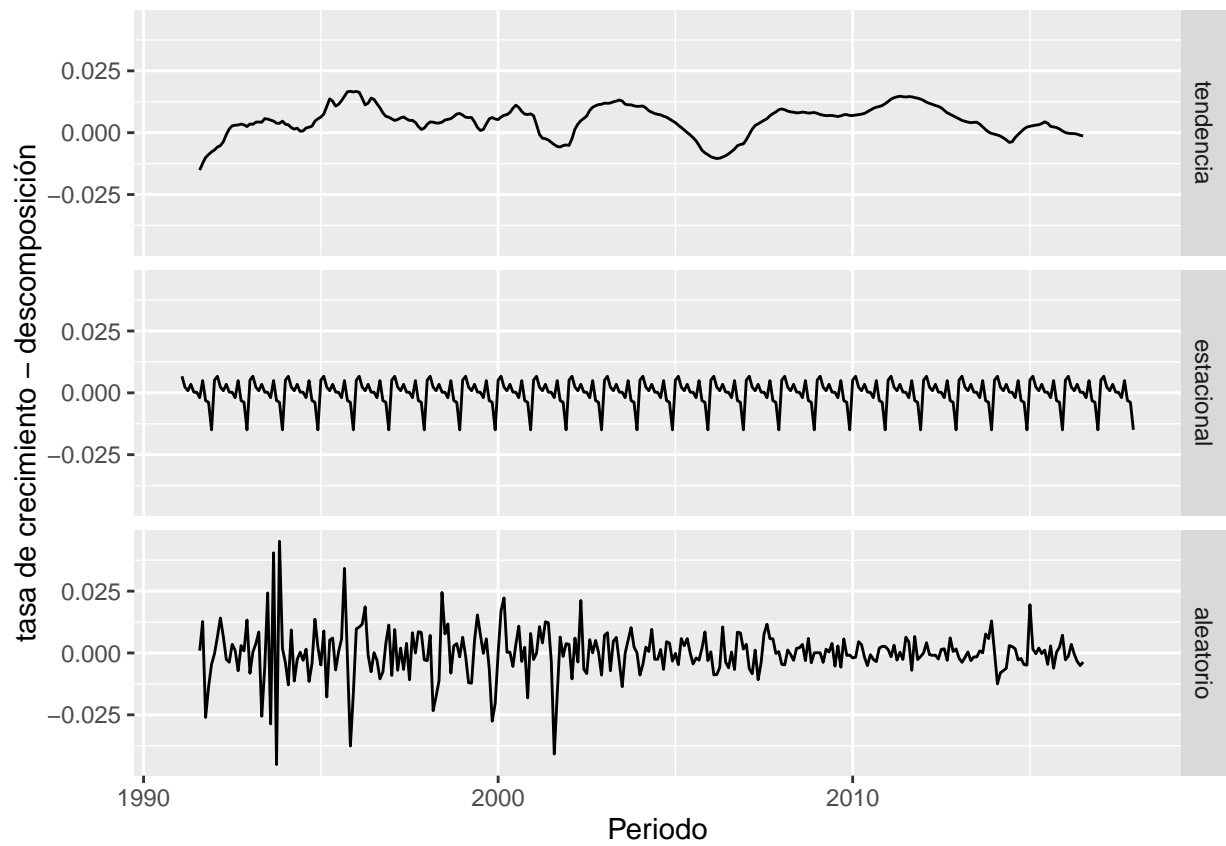
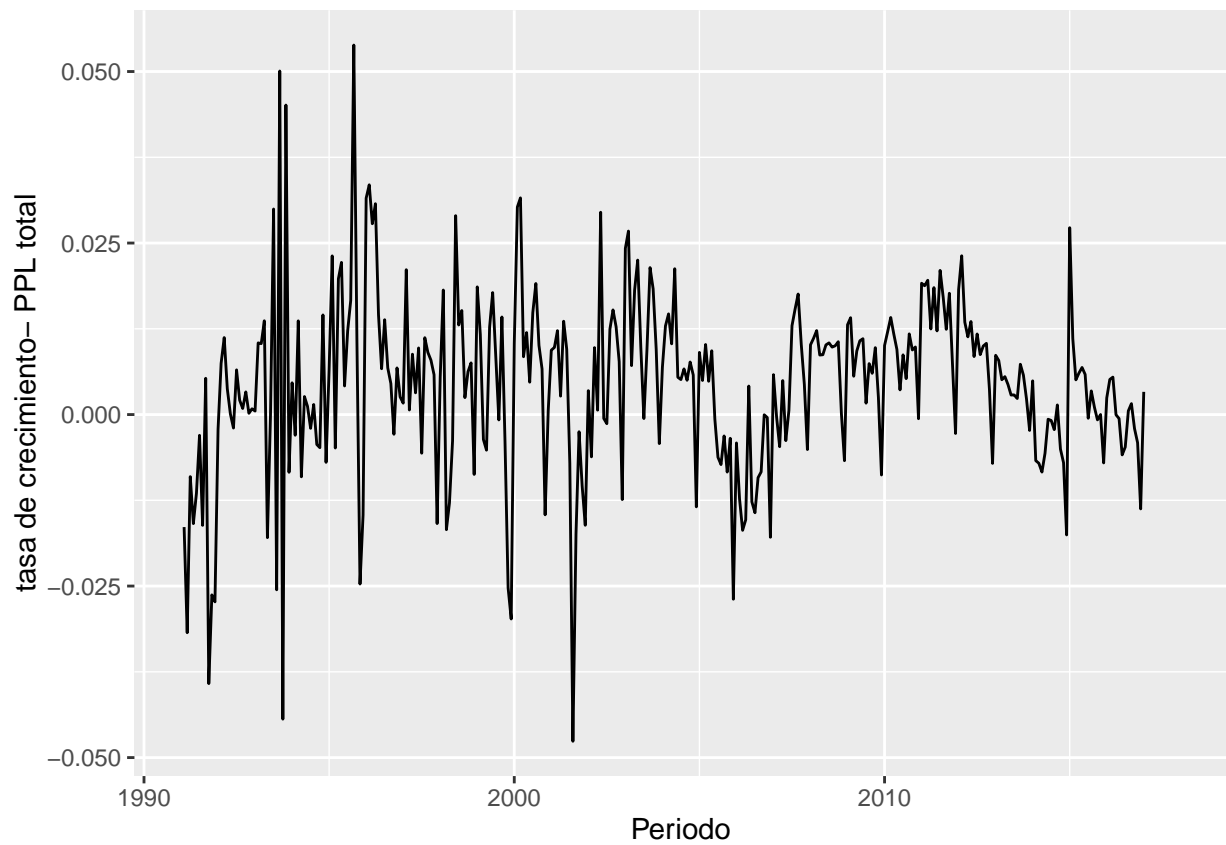


La tasa de encarcelamiento ha crecido de forma exponencial, tanto en hombres como en mujeres, y se puede ver en la gráfica siguiente.

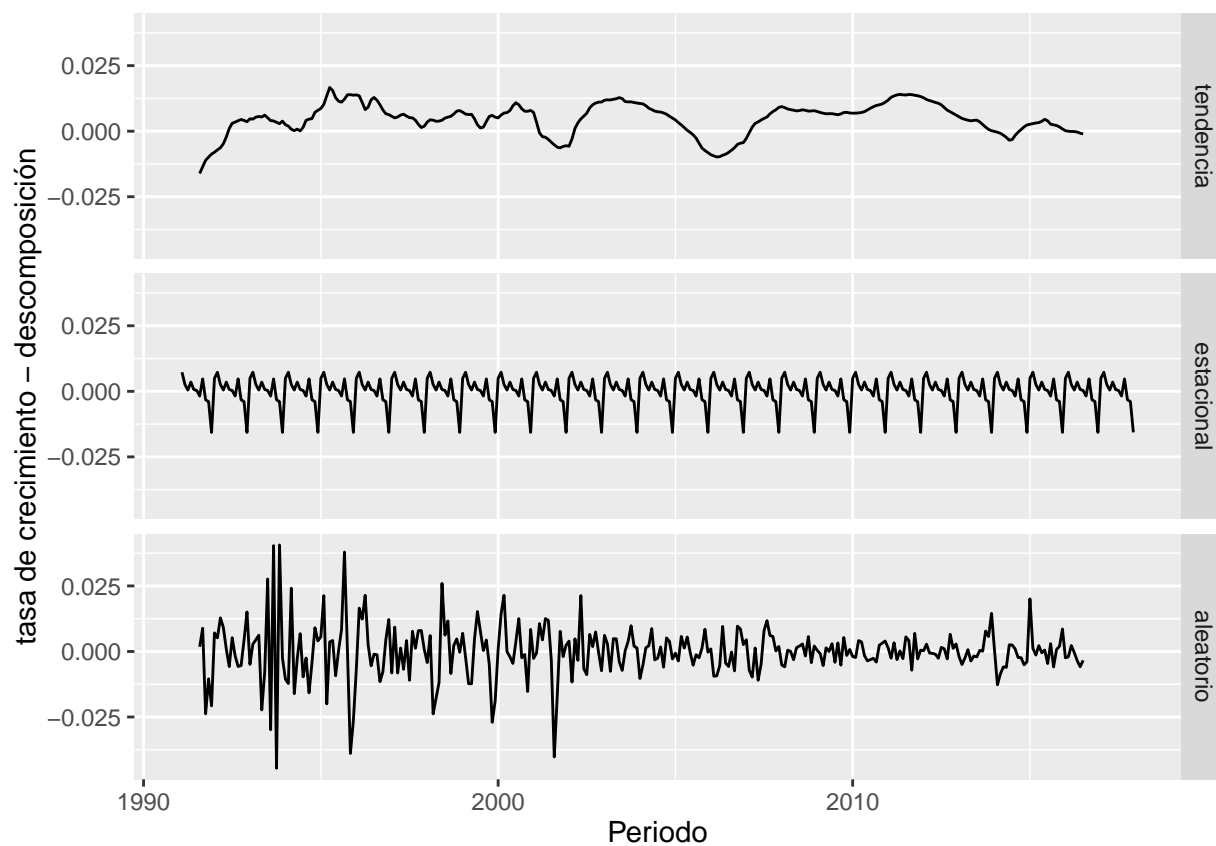
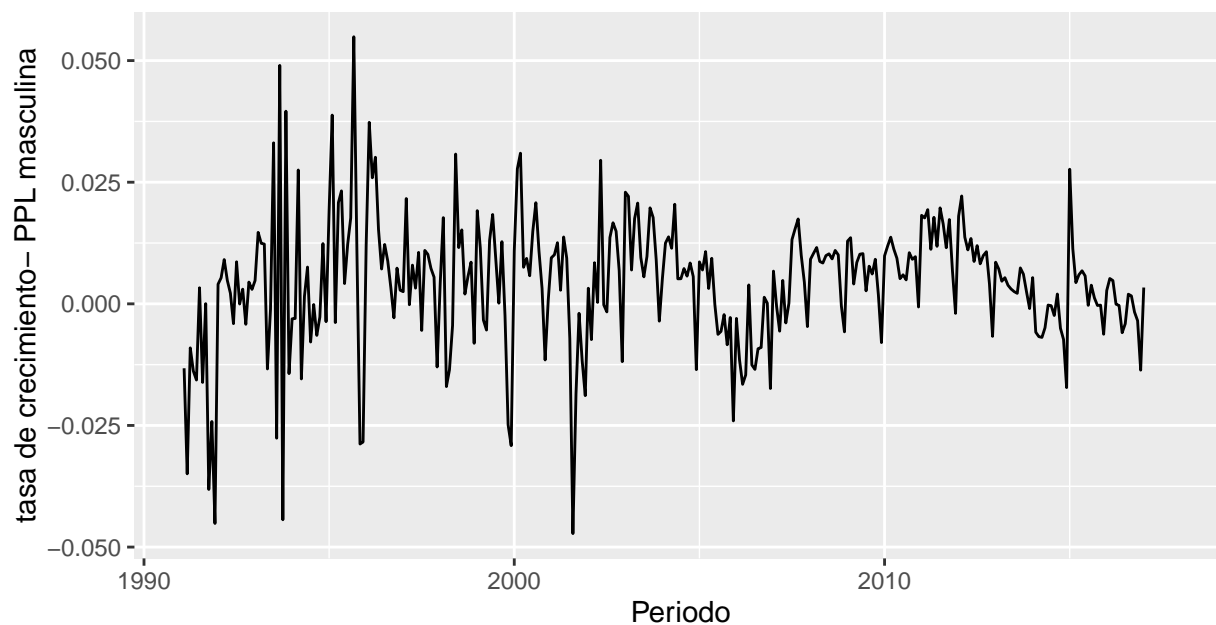


Crecimiento de la Población Privada de la Libertad (PPL)

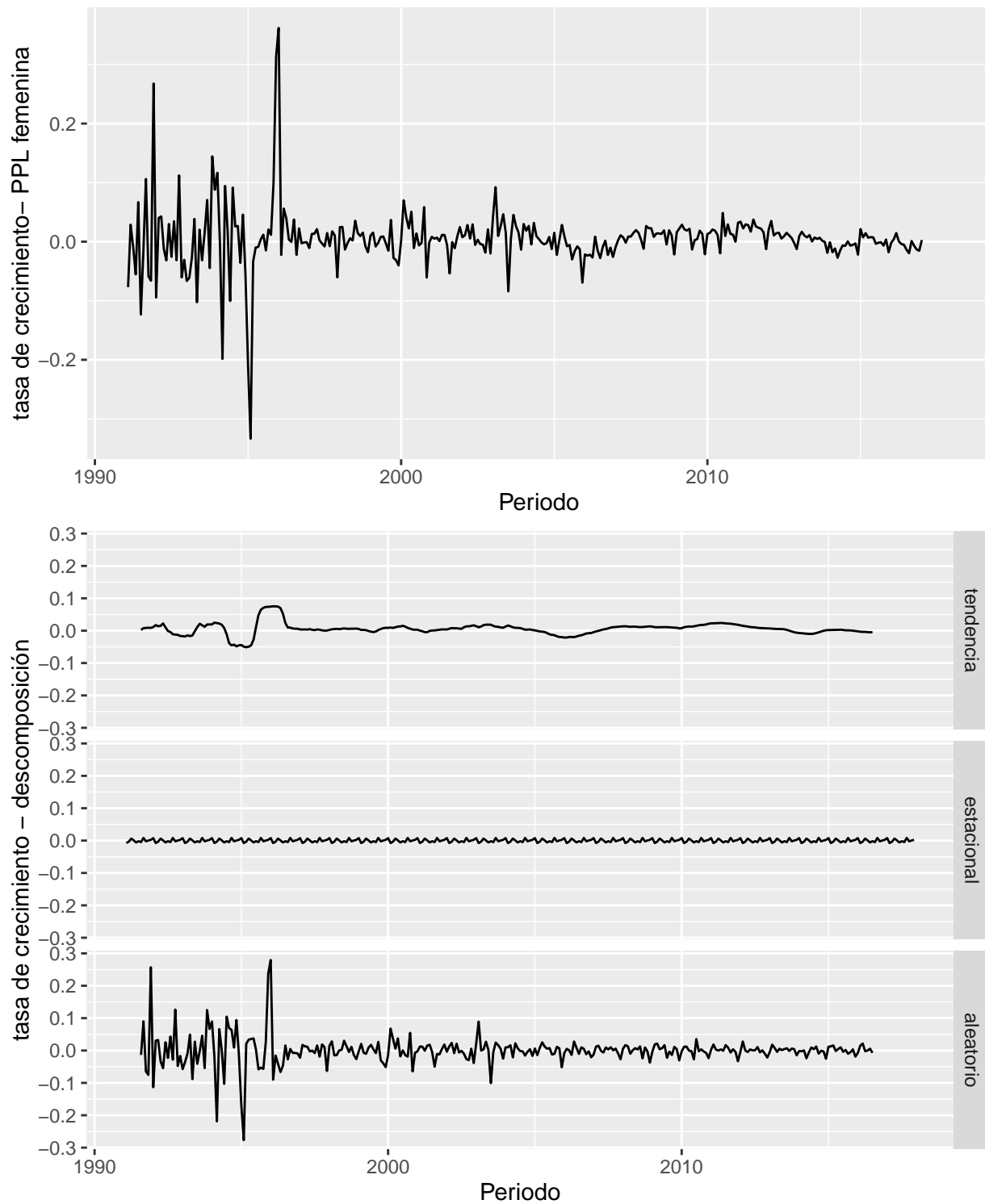
Una primera aproximación al análisis de la población carcelaria, se podría realizar al separar los componentes estacionales, de tendencia y aleatorios de la serie de tiempo. No obstante, es posible inferir que la variabilidad de la serie no es constante. Por esta razón resultaría pertinente analizar la tasa de crecimiento de la población de mes a mes. Una técnica comunmente usada es trabajar con la difencia de los logaritmos de la población, que para variaciones cercanas a cero, se aproxima a la tasa de crecimiento.



Crecimiento de la población privada de la libertad masculina



Crecimiento de la población privada de la libertad femenina



Procesos ARIMA

Los procesos ARMA son procesos aleatorios de la forma

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} \dots + \epsilon + \theta_1 \epsilon_{t-1}$$

Aunque el termino ϵ no tiene necesariamente una distribución normal, por el resto de documento se asumirá una distribución normal con media μ y varianza σ^2 , a menos que se especifique lo contrario.

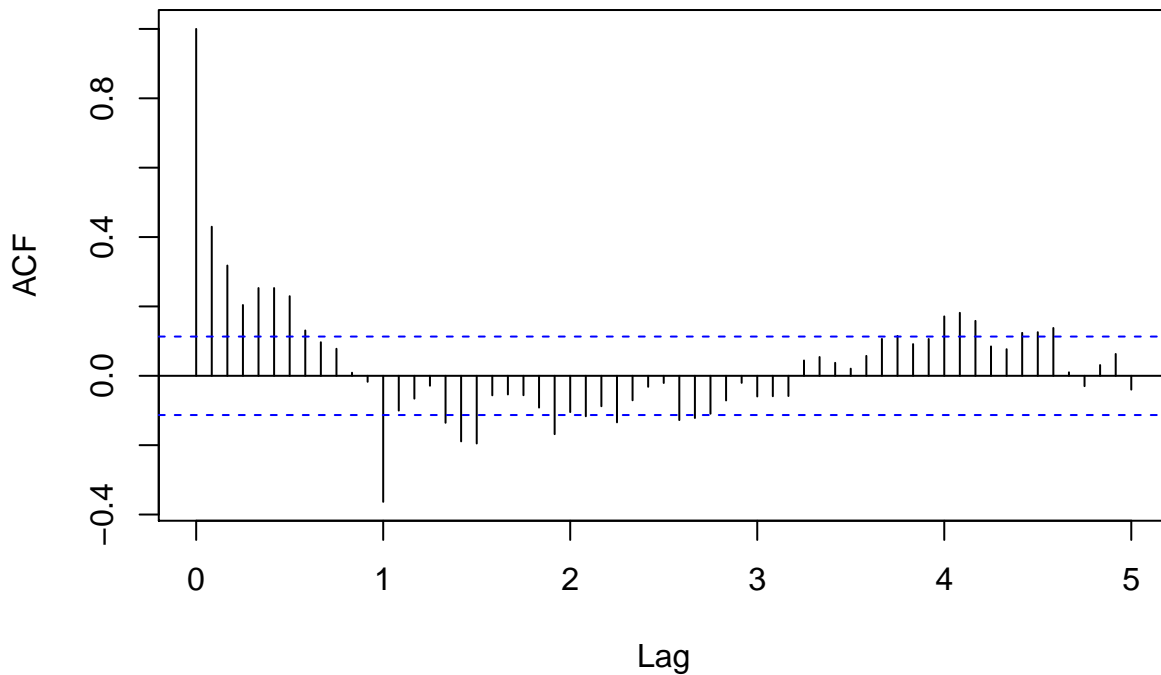
Los procesos ARIMA resultan al considerar una serie de la forma:

$$Y_t = \alpha + Y_{t-1}$$

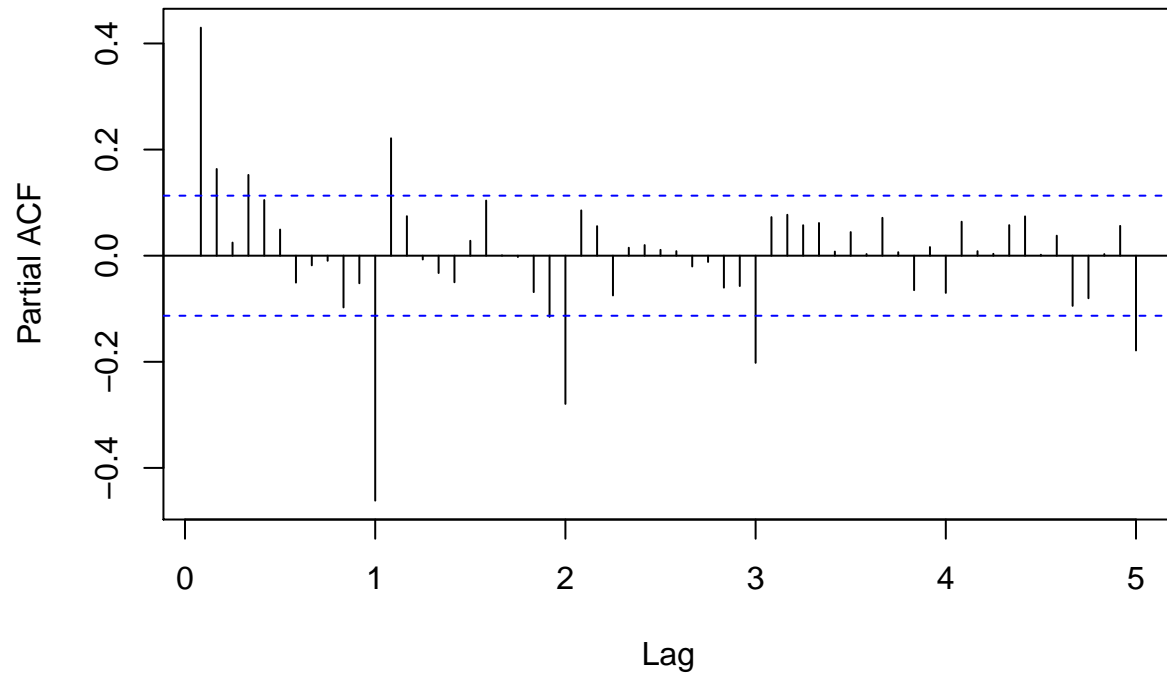
Tal que el proceso $Y_t - Y_{t-1}$ es un proceso ARMA.

Una primera aproximación a la proyección de poblaciones carcelarias será validar si es posible modelar el proceso como un proceso ARIMA. Con este propósito presentamos las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la población total.

AFC Variación de la población total desestacionalizado



PAFC Variación de la población total desestacionalizado



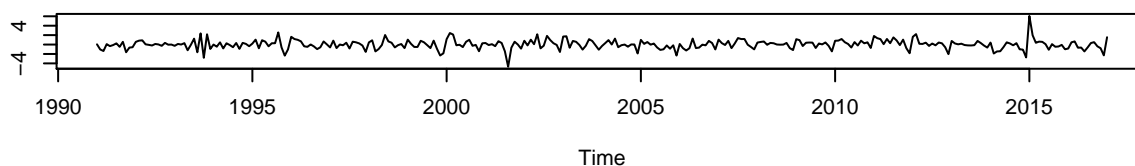
Las funciones de autocorrelación y correlación cruzada, de $Y_t - Y_{t-1}$ muestran:

- La función de autocorrelación decae, y la función de autocorrelación parcial también decae, sugiriendo un ARMA.
- La función de autocorrelación se encuentra sobre las dos desviaciones estándar, sugiriendo que son significativas.
- La función de autocorrelación tiene un único pico en el periodo doce, la función de autocorrelación parcial decae lentamente, sugiriendo un MA(1)

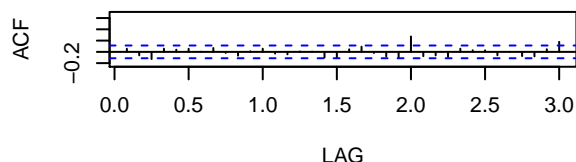
En estas condiciones podemos ajustar un ARIMA (1,1,1,0,0,1)

Model: (1,1,1) (0,0,1) [12]

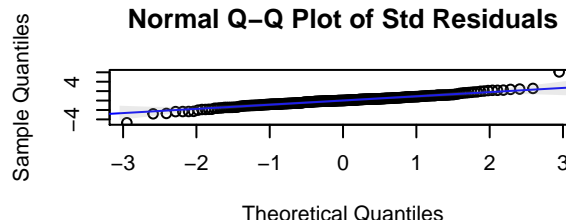
Standardized Residuals



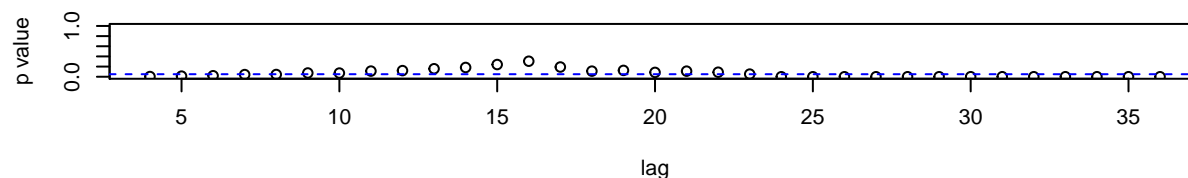
ACF of Residuals



Normal Q-Q Plot of Std Residuals



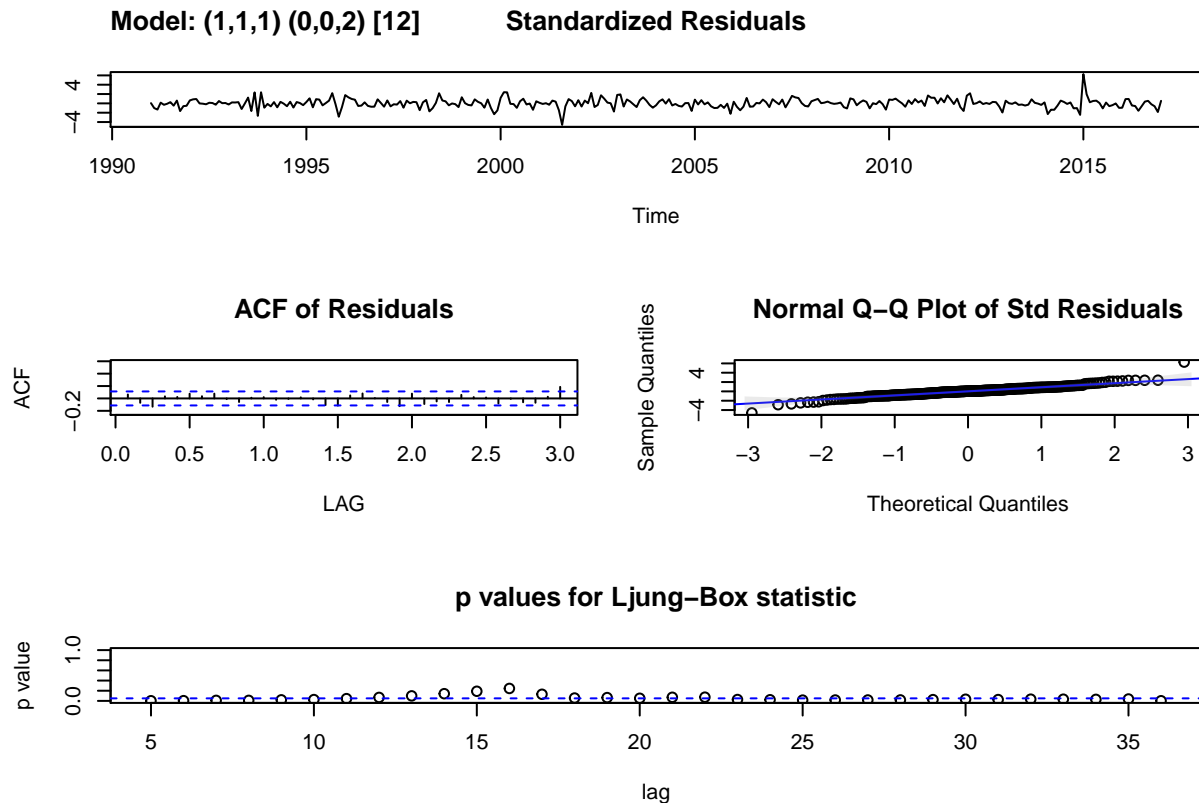
p values for Ljung-Box statistic



```
## $fit
##
## Call:
## stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D,
##     Q), period = S), xreg = constant, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1,
##     reltol = tol))
##
## Coefficients:
##          ar1          ma1          sma1  constant
##          0.8927    -0.6526    0.2385   236.1726
## s.e.    0.0478     0.0805    0.0475   135.5423
##
## sigma^2 estimated as 371096:  log likelihood = -2443.9,  aic = 4897.79
##
## $degrees_of_freedom
## [1] 309
##
## $ttable
##          Estimate          SE t.value p.value
## ar1          0.8927    0.0478  18.6648  0.0000
## ma1         -0.6526    0.0805  -8.1080  0.0000
## sma1          0.2385    0.0475   5.0238  0.0000
## constant  236.1726  135.5423   1.7424  0.0824
##
## $AIC
## [1] 13.84978
##
## $AICc
```

```
## [1] 13.85679
##
## $BIC
## [1] 12.89765
```

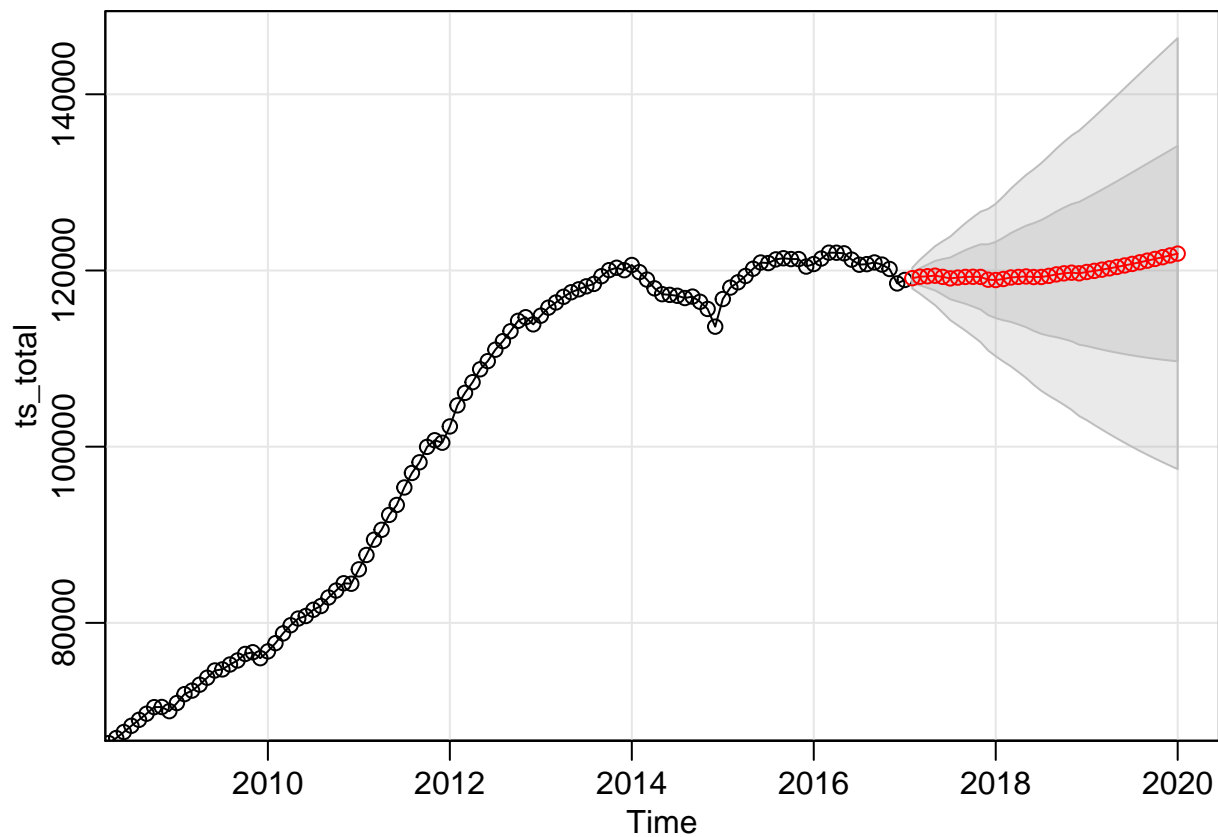
Todos los parámetros del modelo tienen un `p_value` que sugiere que son significativos, excepto por la constante. Sin embargo, la autocorrelación del periodo dos sugiere que podemos estimar un ARIMA (1,1,1,0,0,2)



```
## $fit
##
## Call:
## stats::arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D,
##     Q), period = S), xreg = constant, optim.control = list(trace = trc, REPORT = 1,
##     reltol = tol))
##
## Coefficients:
##          ar1          ma1          sma1          sma2  constant
##          0.8751    -0.5990    0.2566    0.1899    229.2067
## s.e.    0.0546    0.0948    0.0581    0.0489    151.9205
##
## sigma^2 estimated as 353278:  log likelihood = -2436.6,  aic = 4885.2
##
## $degrees_of_freedom
## [1] 308
##
## $ttable
##           Estimate          SE t.value p.value
## ar1          0.8751    0.0546 16.0378  0.0000
## ma1         -0.5990    0.0948 -6.3181  0.0000
```

```
## sma1      0.2566  0.0581  4.4165  0.0000
## sma2      0.1899  0.0489  3.8858  0.0001
## constant 229.2067 151.9205  1.5087  0.1324
##
## $AIC
## [1] 13.80696
##
## $AICc
## [1] 13.81423
##
## $BIC
## [1] 12.8668
```

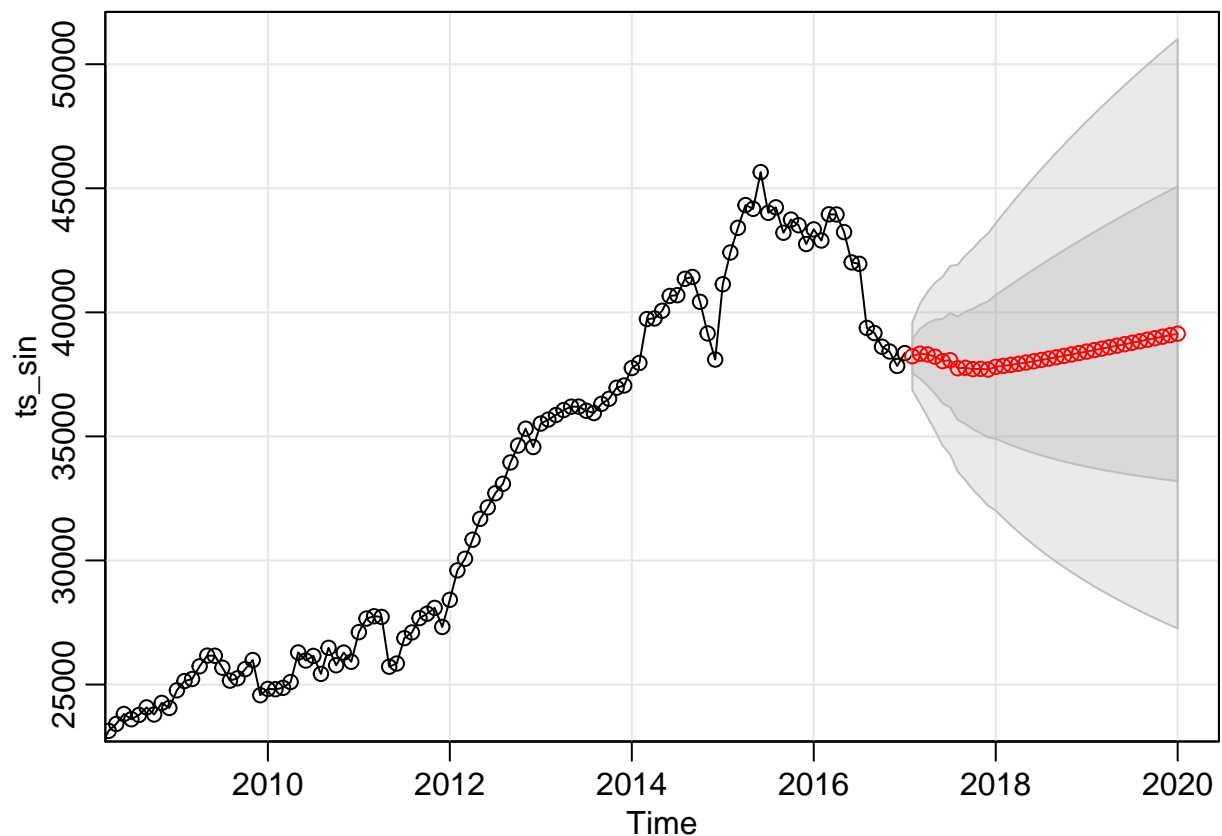
El nuevo término SA2 resulta significativo y presenta criterios de información de valor más pequeño, lo que implica que el modelo ARIMA (1,1,1,0,0,2) resulta más apropiado que el modelo ARIMA (1,1,1,0,0,1). Proyecciones de la población carcelaria del modelo ARIMA (1,1,1,0,0,2) se presentan a continuación:



```
## $pred
##      Jan      Feb      Mar      Apr      May      Jun      Jul
## 2017    119128.4 119289.4 119345.4 119408.9 119271.3 119104.3
## 2018 118917.9 119032.2 119205.2 119270.0 119322.0 119256.1 119265.2
## 2019 119830.8 119955.6 120093.5 120242.9 120402.2 120570.2 120745.9
## 2020 121914.5
##      Aug      Sep      Oct      Nov      Dec
## 2017 119194.2 119269.6 119283.3 119270.9 118955.3
## 2018 119386.3 119556.1 119675.2 119751.3 119679.0
## 2019 120928.2 121116.5 121309.8 121507.6 121709.4
## 2020
```

```
##
## $se
##           Jan           Feb           Mar           Apr           May           Jun
## 2017           594.3721      963.5887      1319.8891      1672.7588      2022.9071
## 2018  4325.5386      4683.2934      5042.9862      5401.9020      5758.0863      6110.1492
## 2019  8408.4189      8741.0575      9073.8086      9405.3639      9734.7072     10061.0604
## 2020 12228.7643
##           Jul           Aug           Sep           Oct           Nov           Dec
## 2017  2369.4489      2711.3110      3047.5728      3377.5331      3700.7000      4016.7589
## 2018  6457.1194      6798.3378      7133.3772      7461.9839      7784.0334      8099.4975
## 2019 10383.8385     10702.6114     11017.0735     11327.0182     11632.3174     11932.9053
## 2020
```

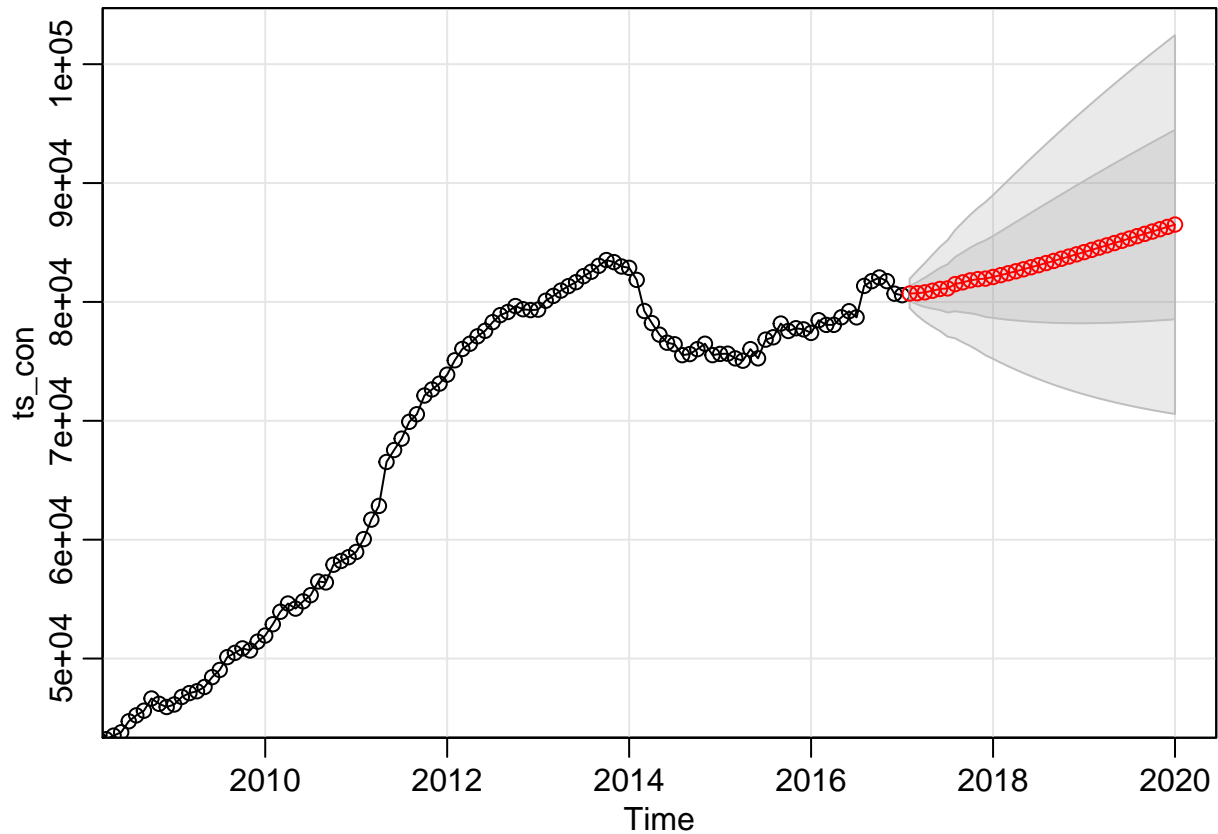
Se presenta proyección de la población sindicada:



```
## $pred
##           Jan           Feb           Mar           Apr           May           Jun           Jul
## 2017      38231.75      38334.08      38305.07      38212.98      38032.97      38071.43
## 2018  37802.97      37841.27      37883.48      37928.94      37977.09      38027.47      38079.69
## 2019  38417.45      38476.22      38535.40      38594.92      38654.73      38714.76      38775.00
## 2020  39138.95
##           Aug           Sep           Oct           Nov           Dec
## 2017  37745.98      37764.94      37711.54      37723.17      37695.37
## 2018  38133.45      38188.48      38244.56      38301.51      38359.18
## 2019  38835.39      38895.91      38956.55      39017.28      39078.08
## 2020
##
## $se
```

```
##           Jan           Feb           Mar           Apr           May           Jun           Jul
## 2017           683.6399    999.2151    1259.1182    1490.2204    1702.2714    1900.0449
## 2018 2893.8366    3065.3536    3231.1619    3391.5716    3546.8898    3697.4146    3843.4321
## 2019 4639.0035    4760.2060    4878.6461    4994.4790    5107.8485    5218.8880    5327.7211
## 2020 5940.2573
##           Aug           Sep           Oct           Nov           Dec
## 2017 2086.3118    2262.8805    2431.0365    2591.7542    2745.8082
## 2018 3985.2138    4123.0160    4257.0791    4387.6276    4514.8709
## 2019 5434.4624    5539.2181    5642.0869    5743.1605    5842.5242
## 2020
```

Se presenta proyección de la población condenada:



```
## $pred
##           Jan           Feb           Mar           Apr           May           Jun           Jul
## 2017           80709.31    80732.09    80805.70    80941.42    81091.73    81136.32
## 2018 82098.43    82252.76    82412.31    82576.45    82744.65    82916.43    83091.37
## 2019 84189.29    84378.05    84567.97    84758.91    84950.75    85143.39    85336.74
## 2020 86507.56
##           Aug           Sep           Oct           Nov           Dec
## 2017 81496.79    81647.44    81812.07    81918.26    81961.03
## 2018 83269.09    83449.27    83631.62    83815.89    84001.84
## 2019 85530.70    85725.22    85920.21    86115.63    86311.43
## 2020
##
## $se
##           Jan           Feb           Mar           Apr           May           Jun           Jul
## 2017           616.2048    940.4968    1230.6605    1505.4739    1770.5695    2028.0965
```

```
## 2018 3443.9610 3680.0250 3911.8409 4139.1892 4361.9495 4580.0754 4793.5753
## 2019 5981.8547 6165.5341 6345.4632 6521.7788 6694.6160 6864.1070 7030.3809
## 2020 7967.1639
##           Aug           Sep           Oct           Nov           Dec
## 2017 2278.9764 2523.6436 2762.3314 2995.1944 3222.3619
## 2018 5002.4983 5206.9235 5406.9513 5602.6974 5794.2877
## 2019 7193.5627 7353.7734 7511.1294 7665.7424 7817.7197
## 2020
```

Limitaciones de los modelos ARIMA en proyección de poblaciones carcelarias

Aunque es posible seguir analizando modelos ARIMA hasta encontrar el que presente mejores criterios de información, detendremos el análisis en este punto, para centrarnos en las limitaciones del enfoque.

1. La serie de población carcelarias incluye, por lo menos, dos series de tiempo con un comportamiento diferente: La población condenada y la población sindicada. Estos procesos, son en principio procesos autoregresivos, donde además se podría intuir el error no es independiente (como en la población total).
2. Los shocks en el sistema no son necesariamente estables en el tiempo. Las variaciones en los parámetros del modelo dependen de variables exógenas, como la cantidad de personas que ingresan al sistema y la dureza de las penas.
3. Los intervalos de confianza crecen rápidamente pues el modelo se ve afectado fuertemente por cambios en el nivel.
4. Puesto que el modelo supone unos parámetros fijos no da cuenta de la influencia de variables exógenas en el crecimiento de la población carcelaria.