



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# Práctica 1

2do cuatrimestre 2021

Álgebra I

Integrante	LU	Correo electrónico
Yago Pajariño	546/21	ypajarino@dc.uba.ar



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

# Índice

<b>1. Práctica 1</b>	<b>2</b>
1.1. Ejercicio 1 . . . . .	2
1.2. Ejercicio 2 . . . . .	2
1.3. Ejercicio 3 . . . . .	2
1.4. Ejercicio 4 . . . . .	2
1.5. Ejercicio 5 . . . . .	3
1.6. Ejercicio 6 . . . . .	3
1.7. Ejercicio 7 . . . . .	3
1.8. Ejercicio 8 . . . . .	4
1.9. Ejercicio 9 . . . . .	4
1.10. Ejercicio 10 . . . . .	4
1.11. Ejercicio 11 . . . . .	4
1.12. Ejercicio 12 . . . . .	5
1.13. Ejercicio 13 . . . . .	5
1.14. Ejercicio 14 . . . . .	6
1.15. Ejercicio 15 . . . . .	7
1.16. Ejercicio 16 . . . . .	7
1.17. Ejercicio 17 . . . . .	8
1.18. Ejercicio 18 . . . . .	8
1.19. Ejercicio 19 . . . . .	8
1.20. Ejercicio 20 . . . . .	9
1.21. Ejercicio 21 . . . . .	9
1.22. Ejercicio 22 . . . . .	9
1.23. Ejercicio 23 . . . . .	9
1.24. Ejercicio 24 . . . . .	10
1.25. Ejercicio 25 . . . . .	10
1.26. Ejercicio 26 . . . . .	10
1.27. Ejercicio 27 . . . . .	11
1.28. Ejercicio 28 . . . . .	12
1.29. Ejercicio 29 . . . . .	12
1.30. Ejercicio 30 . . . . .	12
1.31. Ejercicio 31 . . . . .	14
1.32. Ejercicio 32 . . . . .	14
1.33. Ejercicio 33 . . . . .	14
1.34. Ejercicio 34 . . . . .	14
1.35. Ejercicio 35 . . . . .	14

## 1. Práctica 1

### 1.1. Ejercicio 1

- (a) Verdadero
- (b) Falso
- (c) Verdadero
- (d) Falso
- (e) Falso

### 1.2. Ejercicio 2

- (a) Falso
- (b) Falso
- (c) Verdadero
- (d) Verdadero
- (e) Verdadero
- (f) Verdadero
- (g) Verdadero
- (h) Falso
- (i) Falso
- (j) Verdadero
- (k) Falso
- (l) Verdadero

### 1.3. Ejercicio 3

Rdo.: Sean A y B conjuntos.  $A \subseteq B \iff \forall x \in A \implies x \in B$

- (a)  $A \subseteq B$
- (b)  $A \not\subseteq B$  pues  $3 \notin B$
- (c)  $A \not\subseteq B$  pues  $2.25 \notin B$
- (d)  $A \subseteq B$

### 1.4. Ejercicio 4

- (a)  $A \cap (B \triangle C) = \{1, -2, 3\}$
- (b)  $(A \cap B) \triangle (A \cap C) = \{1, -2, 3\}$
- (c)  $A^c \cap B^c \cap C^c = \emptyset$

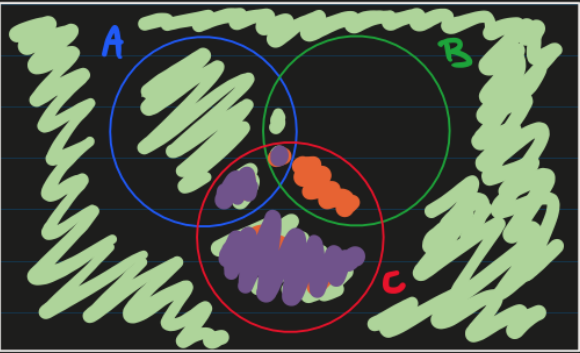
### 1.5. Ejercicio 5

Rdo. DeMorgan: Sean A y B conjuntos,  $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$  y  $(A \cup B)^c = (A^c \cap B^c)$

1.  $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$
2.  $(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$

### 1.6. Ejercicio 6

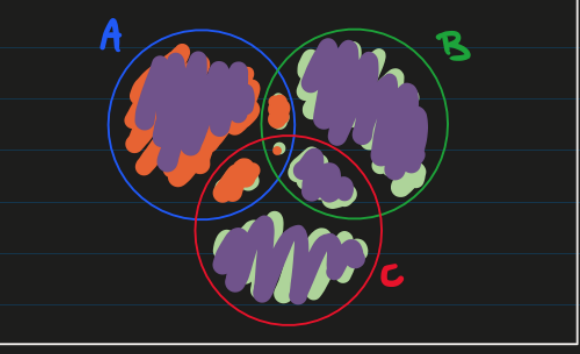
(a)



$A \cup B \cup C$

$(A \cup B \cup C)^c$

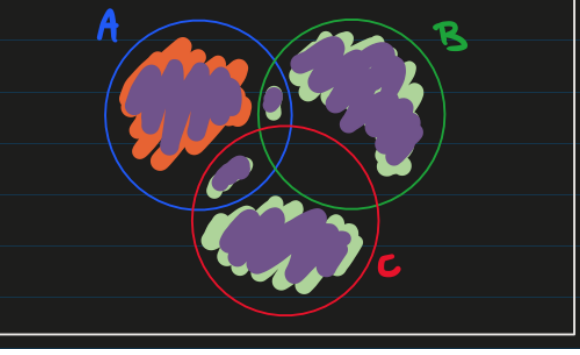
(b)



$B \cup C$

$A \Delta (B \cup C)$

(c)



$B \Delta C$

$A \cup (B \Delta C)$

### 1.7. Ejercicio 7

- (a)  $(A \cap B^c) \cup (B \cap C \cap A^c)$
- (b)  $((A \cap C^c) \cup (C \cap A^c)) \cap B^c$
- (c)  $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cap (A \cap B \cap C)^c$

## 1.8. Ejercicio 8

Rdo. conjunto de partes: Sea  $A$  un conjunto, el conjunto de partes de  $A$ ,  $P(A)$  es aquel formado por todos los subconjuntos de  $A$ .

- (a)  $P(A) = \{\emptyset, \{1\}\}$
- (b)  $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
- (c)  $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{\{1, 2\}\}, \{3\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{1, 3\}, \{\{1, 2\}, 3\}, \{1, \{1, 2\}, 3\}\}$

## 1.9. Ejercicio 9

Quiero probar un  $(\iff)$  por lo que debo verificar la doble inclusión.

- (a)  $A \subseteq B \implies P(A) \subseteq P(B)$  Sea  $x$  tal que  $x \in P(A) \implies (\forall y \in x) : y \in A$ .  
Pero  $A \subseteq B \implies y \in B$ . Por lo tanto  $(\forall x \in P(A)) : x \in P(B) \implies P(A) \subseteq P(B)$
- (b)  $P(A) \subseteq P(B) \implies A \subseteq B$  Por definición del conjunto de partes,  $A \in P(A)$  por lo tanto se que  $A \in P(B)$   
Además  $B \in P(B)$  y es el elemento con más elementos de  $P(B)$ , así  $A \subseteq B$  como se quería probar.

## 1.10. Ejercicio 10

### 1.10.A. Inciso a

Calculadora de tablas de verdad. [Link](#)

$P$	$q$	$P \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim P$	$\sim q \Rightarrow \sim P$	$\sim P \vee q$	$P \wedge \sim q$	$\sim(P \wedge \sim q)$
V	V	V	F	F	V	V	F	V
V	F	F	V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	F	V

Los 4 tienen los mismos valores de verdad, son equivalentes

### 1.10.B. Inciso b

$P$	$q$	$P \Rightarrow q$	$\sim(P \Rightarrow q)$	$\sim q$	$P \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

Inversas

## 1.11. Ejercicio 11

- (a)  $a = 1$  pues  $1 \in \mathbb{N}$  pero  $\frac{1-1}{1} = 0 \notin \mathbb{N}$ .

- (b)  $x = y = 4$  pues  $\sqrt{4+4} = \sqrt{8} \neq 4 = \sqrt{4} + \sqrt{4}$
- (c)  $x = -3$  pues  $(-3)^2 = 9 > 4$  sin embargo  $(-3) \not> 2$

### 1.12. Ejercicio 12

- (a) El  $\vee$  lógico es falso unicamente cuando ambas proposiciones son falsas. Así, la proposición será falsa sii  $(x < 5) \wedge (x > 8)$   
Pero es fácil ver que no existe ningún  $x \in \mathbb{N}$  que lo cumpla.
- (b) Es verdadera pues  $n = 6$  hace verdadera la proposición  $(n \geq 5) \wedge (n \leq 8)$
- (c) Es verdadera pues el conjunto de los  $\mathbb{N}$  es infinito y por lo tanto existe  $m = n + 1$  que hace verdadera la proposición.
- (d) Es falsa pues no existe un natural  $n$  tal que  $1 > n$ .
- (e) Es verdadera pues  $f(x) = x^2$  es una función estrictamente creciente en el intervalo  $[0, \infty]$  y dado que  $f(3) = 9 > 4$  podemos afirmar que la proposición es verdadera.
- (f) Es verdadera pues sea  $c \in \mathbb{C} \implies c = a + b.i$  con  $a, b \in \mathbb{R}$  y por lo tanto  $(\forall r \in \mathbb{R}) : (r + 0.i) \in \mathbb{C}$

### 1.13. Ejercicio 13

A	B	C	$A \Delta B$	$(A \Delta B) - C$	$A - C$	$B - C$	$(A - C) \Delta (B - C)$
V	V	V	F	F	F	F	F
V	V	F	F	F	V	V	F
V	F	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

For iguales, la premissa es Verdadera

- (a)
- (b) Falsa. Contraejemplo.  $A = \{1\}$   $B = \{2\}$   $C = \{1\}$

A	B	C	$C \subseteq A$	$B \cap C$	$A \Delta B$	$(A \Delta B)^c$	$(B \cap C) \subseteq (A \Delta B)^c$	$C \subseteq A \implies B \cap C \subseteq (A \Delta B)^c$
V	V	V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V	V

Es Verdadera en todos los A, B, C posibles

(c)

A	B	$A \Delta B$	$A = B$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Es Verdadera

(d)

#### 1.14. Ejercicio 14

Se prueban con tablas de verdad. Van los primeros cuatro.

A	B	C	$B \Delta C$	$A \cap (B \Delta C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \Delta (A \cap C)$
V	V	V	F	F	V	V	F
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

son iguales, la afirmación es Verdadera

(a)

A	B	C	$B - C$	$A - (B - C)$	$A - B$	$A \cap C$	$(A - B) \cup (A \cap C)$
V	V	V	F	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

son iguales, la afirmación es verdadera

(b)

A	B	C	$A \Delta B$	$A \Delta C$	$B \Delta C$	$(A \Delta C) \cup (B \Delta C)$	$A \Delta B \subseteq (A \Delta C) \cup (B \Delta C)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	V

Es V en todos los casos  
demostrado

(c)

A	B	C	$A \cap C$	$(A \cap C) - B$	$A - B$	$(A - B) \cap C$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

(d)

(e) TODO

(f) TODO

(g) TODO

### 1.15. Ejercicio 15

- $A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
- $A \times B = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$
- $(A \cap B) \times (A \cup B) = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$

### 1.16. Ejercicio 16

Pruebo la doble implicación.

(a) TODO

(b) TODO

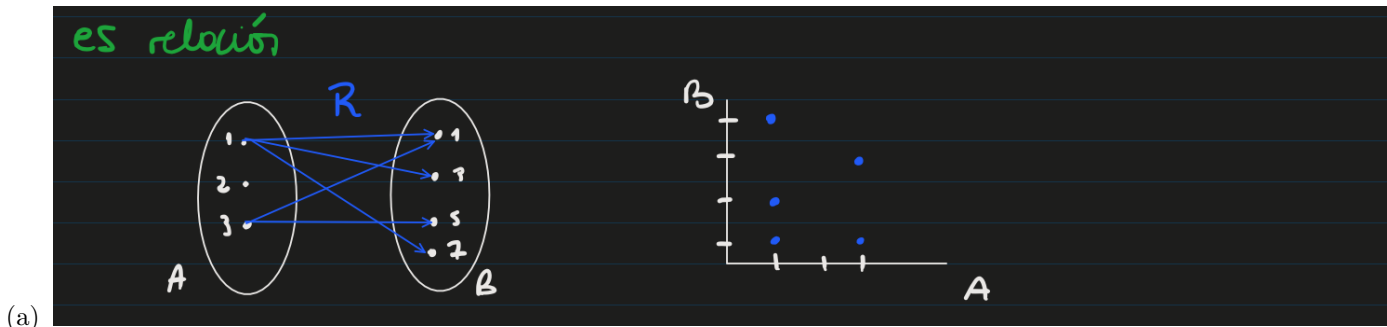
- (c) a)  $(A \cup B) \times C \implies (A \times C) \cup (B \times C)$   
 $(x, y) \in (A \cup B) \times C \iff (x \in (A \cup B) \wedge y \in C) \iff ((x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C)$   
 $\iff (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$
- b)  $(A \times C) \cup (B \times C) \implies (A \cup B) \times C$   
 $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C) \iff ((x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C) \implies (x \in (A \cup B) \wedge y \in C)$   
 $\implies (x, y) \in (A \cup B) \times C$
- c) TODO



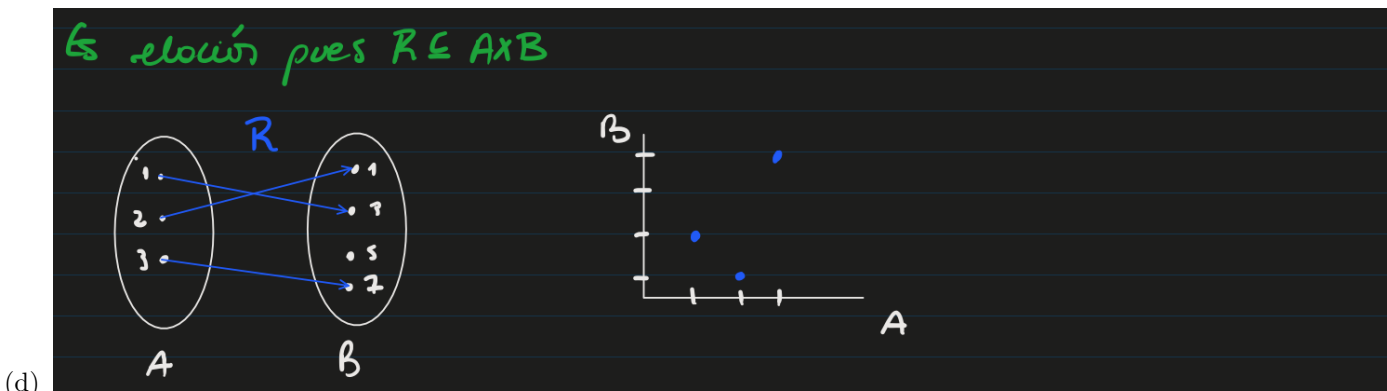
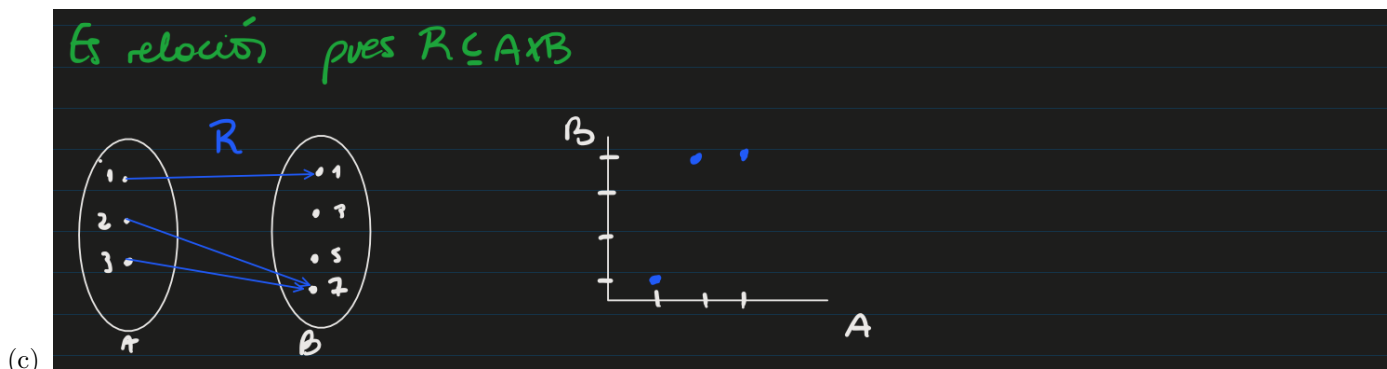
### 1.17. Ejercicio 17

Rdo. relación: Sean  $A$  y  $B$  conjuntos,  $R$  es relación de  $A$  en  $B$  si  $R \subseteq A \times B$  es decir, si  $R$  es un subconjunto del producto cartesiano  $A \times B$

$$R \subseteq A \times B \iff \forall (x, y) \in R : (x \in A \wedge y \in B)$$



(b) No es relación  $(3, 2) \notin A \times B$  pues  $2 \notin B$



### 1.18. Ejercicio 18

(a)  $R = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$

(b)  $R = \{(2, 1), (3, 1)\}$

(c)  $R = \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$

(d)  $R = \{(1, 7), (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7)\}$

### 1.19. Ejercicio 19

(a) NO es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva.

$$R = \{(a, b), (b, a), (c, c), (c, d), (c, h), (e, c), (f, f), (h, g)\}$$

(b) ES transitiva. NO es reflexiva, simétrica, antisimétrica.

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, a), (c, c), (c, e), (c, h), (c, g), (f, f), (h, g)\}$$

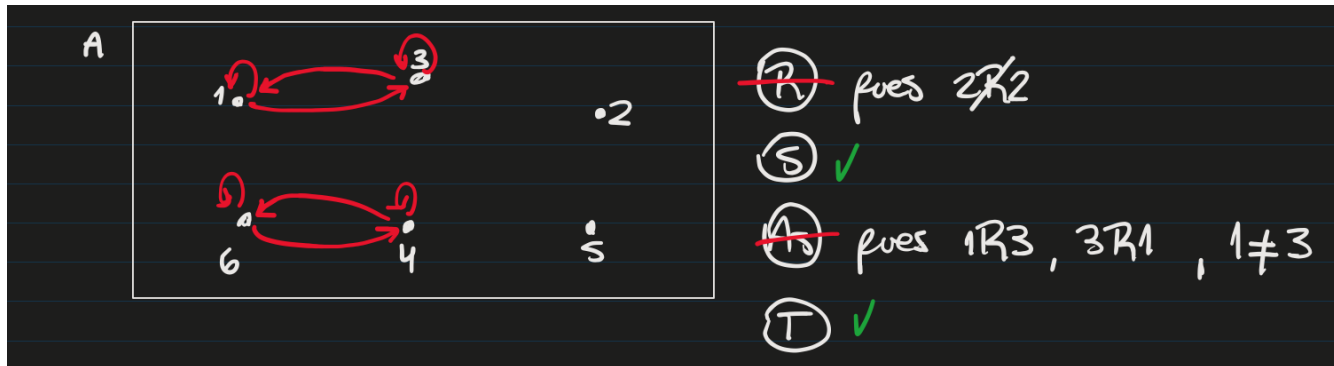
(c) ES reflexiva. NO es simétrica, antisimétrica, transitiva.

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (c, c), (c, d), (c, e), (c, h), (d, c), (d, d), (e, e), (f, f), (g, g), (h, h), (h, g)\}$$

(d) Es reflexiva, simétrica y transitiva. NO es antisimétrica.

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (e, h), (e, g), (f, f), (g, e), (g, g), (g, h), (h, h), (h, e), (h, g)\}$$

### 1.20. Ejercicio 20



### 1.21. Ejercicio 21

- (a) 4 pares.
- (b) 1 pares.
- (c) 1 pares.
- (d) 5 pares.
- (e) 4 pares.
- (f) 5 pares.

### 1.22. Ejercicio 22

- (a) Es relación de orden.
- (b) Es relación de equivalencia.
- (c) Es relación de orden.
- (d) Es reflexiva y transitiva.

### 1.23. Ejercicio 23

(a) Una relación es simétrica sii  $(a, b) \implies (b, a) \in R$

Una relación es antisimétrica sii  $((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R) \implies a = b$

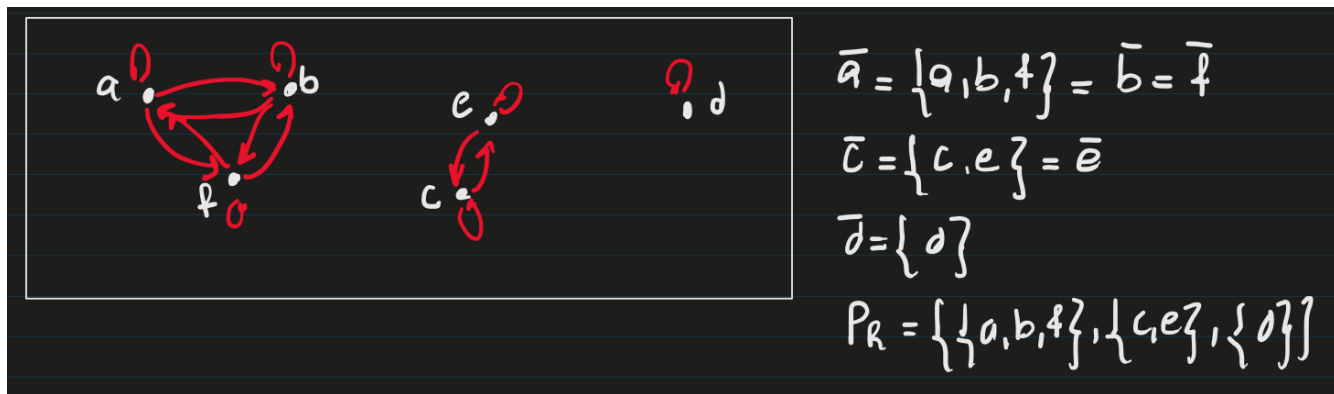
Luego, las relaciones en  $A$  simétricas y antisimétricas son de la forma:

$$R = \{(a, b) \in A^2 / a = b\}$$

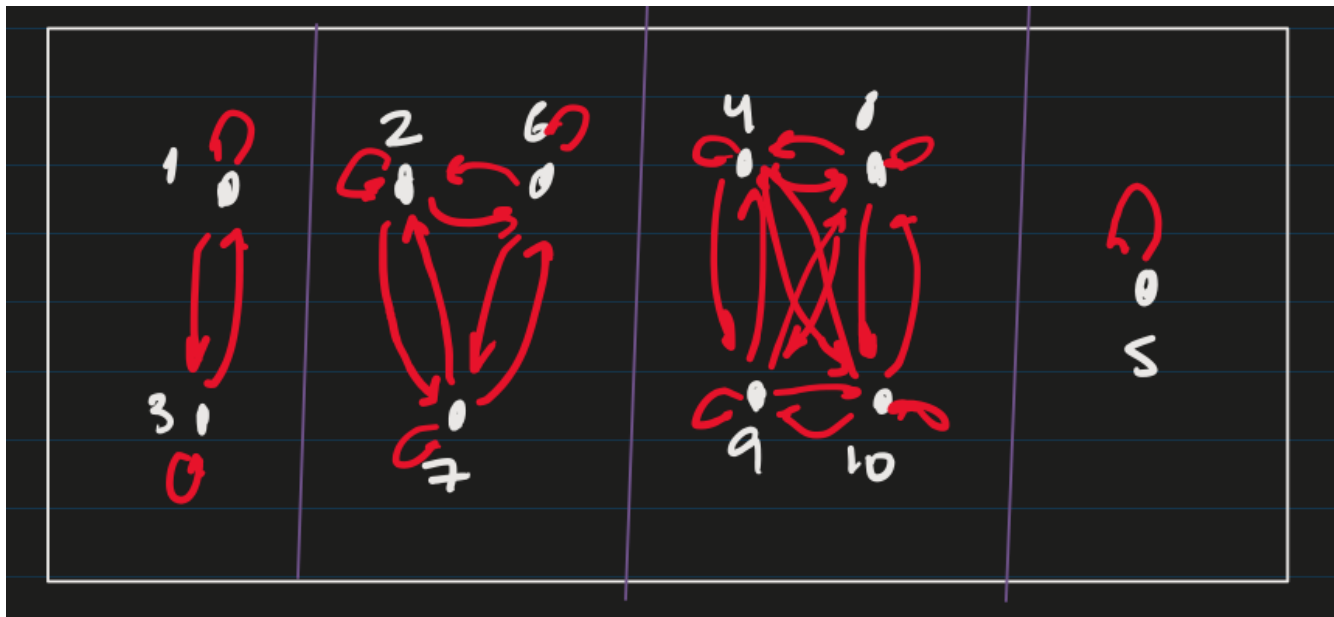
(b)  $R$  también es de orden y equivalencia, pues es reflexiva y transitiva.

La relación  $R = \emptyset$  no es simétrica ni antisimétrica.

### 1.24. Ejercicio 24



### 1.25. Ejercicio 25



Tiene cuatro clases de equivalencia. Representantes:  $\tilde{1} = 1; \tilde{2} = 2; \tilde{4} = 4; \tilde{5} = 5$

### 1.26. Ejercicio 26

Demostración de relación de equivalencia. Vamos a probar que es reflexiva y simétrica y transitiva, cada uno por separado.

#### Reflexividad

$R$  es reflexiva sii  $ARA$

Por definición,  $ARA \iff ((A \Delta A) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset)$

Por definición de la diferencia simétrica,  $(A \Delta A) = \emptyset$

Por lo tanto,  $\emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$  como se quería probar.

Así,  $R$  es **reflexiva**.

#### Simetría

$R$  es simétrica  $\iff ARA \implies BRA$ .

Por definición,  $ARB \iff (A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

Por definición de la diferencia simétrica,  $(A \Delta B) = (B \Delta A)$

Por lo tanto,  $(A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = (B \Delta A) \cap \{1, 2, 3\}$  Y por definición se que  $(B \Delta A) \cap \{1, 2, 3\} \iff BRA$  como se quería probar.

Así,  $R$  es **simétrica**.

### Transitividad

$R$  es transitiva  $\iff (ARB \wedge BRC \implies ARC)$ .

Por definición,

$$ARB \iff (A \triangle B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$BRC \iff (B \triangle C) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$ARC \iff (A \triangle C) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

Por ejercicio 14.3,  $(A \triangle B) \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

Por lo tanto,  $ARC \iff ((A \triangle B) \cup (B \triangle C)) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

Haciendo distributiva,  $ARC \iff ((A \triangle B) \cap \{1, 2, 3\}) \cup ((B \triangle C) \cap \{1, 2, 3\}) = \emptyset$

Pero se que,

$$(A \triangle B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset \text{ y}$$

$$(B \triangle C) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

Entonces,  $ARC \iff (\emptyset \cup \emptyset = \emptyset)$  que es verdadero.

Así,  $R$  es **transitiva**.

Dado que  $R$  es reflexiva, simétrica y transitiva, queda demostrado que  $R$  es una **relación de equivalencia**.

### Antisimetría

$R$  es antisimétrica  $\iff (ARB \wedge BRA \implies B = A)$ .

Contraejemplo:  $A = \{4\}$ ;  $B = \emptyset$

$$ARB \iff (A \triangle B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$ARB \iff \{4\} \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset \text{ es verdadero.}$$

$$BRA \iff (B \triangle A) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$BRA \iff \{4\} \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset \text{ es verdadero.}$$

Por lo tanto  $ARB$  y  $BRA$  pero  $A \neq B$

Así,  $R$  NO es **antisimétrica**.

(2) Busco la clase de equivalencia del  $\{1, 2, 3\}$

Se que la clase de equivalencia está formada por todos los  $B \in P$  tales que:

$$\{1, 2, 3\}RB \iff (\{1, 2, 3\} \triangle B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

Por definición de la diferencia simétrica, los  $B$  que cumple esto son:

$$\overline{\{1, 2, 3\}} = \{B \in P / \{1, 2, 3\} \subset B\}$$

## 1.27. Ejercicio 27

(1) De nuevo vamos a probar por separado la reflexividad, simetría y transitividad.

### Reflexividad

$R$  es reflexiva  $\iff (\forall x \in A) : xRx$

Por definición,  $xRx \iff x^2 - x^2 = 93x - 93y \iff 0 = 0$

Así,  $R$  es **reflexiva**.

### Simetría

$R$  es simétrica  $\iff (\forall x, y \in A) : xRy \implies yRx$

Por definición,

$$\begin{aligned} xRy &\iff x^2 - y^2 = 93x - 93y \\ &\iff -x^2 + y^2 = -93x + 93y \\ &\iff y^2 - x^2 = 93y - 93x \\ &\iff yRx \end{aligned}$$

Así,  $R$  es **simétrica**.

### Transitividad

$R$  es transitiva  $\iff (\forall x, y, z \in A) : (xRy \wedge yRz) \implies xRz$

Por definición,

$$\begin{aligned}xRy &\iff x^2 - y^2 = 93x - 93y \\yRz &\iff y^2 - z^2 = 93y - 93z\end{aligned}$$

Sumando ambas,

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + y^2 - z^2 &= 93x - 93y + 93y - 93z \\ \iff x^2 - z^2 &= 93x - 93z \iff xRz\end{aligned}$$

Así,  $R$  es **transitiva**.

Por lo tanto,  $R$  es reflexiva, simétrica y transitiva; luego  $R$  es una **relación de equivalencia**.

(2)  $\bar{x} = \{x, 93 - x\}$

## 1.28. Ejercicio 28

Habría una clase de equivalencia para cada cardinal posible en los subconjuntos de  $P(A)$  es decir,

- (a)  $\tilde{1} = \{\text{subconjuntos con } \# = 1\}$
- (b)  $\tilde{2} = \{\text{subconjuntos con } \# = 2\}$
- (c)  $\tilde{3} = \{\text{subconjuntos con } \# = 3\}$
- (d) etc

Lo que define 10 clases de equivalencia, más la clase  $\tilde{0} = \emptyset$  determinan 11 clases de equivalencia.

## 1.29. Ejercicio 29

Rdo. función: Una relación  $R \subseteq A \times B$  es una función de A en B si:  $\forall x \in A, \exists! y \in B / xRy$

- (a) No. El 3 tiene dos asignaciones en R:  $(3, a)y(3, d)$
- (b) No. El 5 no tiene asignación en R.
- (c) Sí
- (d) Sí
- (e) No.  $\nexists b \in \mathbb{N} : 2b - 3 = \pi$
- (f) No. Tomando  $a = 1$  se obtiene más de un valor en  $R : (1, 4), (1, 9)$

## 1.30. Ejercicio 30

### 1.30.A. Inciso 1

### Inyectiva

Por definición,  $f$  es inyectiva  $\iff \forall x, y \in \mathbb{R} : f(x) = f(y) \implies x = y$

Contraejemplo:  $x = 1; y = -1$

$$f(x) = 12 - 5 = 7$$

$$f(y) = 12 - 5 = 7$$

Luego  $f(x) = f(y)$  pero  $x \neq y$

Así,  $f$  NO es **inyectiva**.

Sobreyectiva

Por definición,  $f$  es sobreyectiva  $\iff Im(f) = \mathbb{R}$

Pero por ej.  $\nexists x \in \mathbb{R} : f(x) = -6$  pues  $f(x) = 12x^2 - 5 \geq -5, \forall x \in \mathbb{R}$

Así,  $f$  NO es **sobreyectiva**.

$$Im(f) = \mathbb{R}_{\geq -5}$$

### 1.30.B. Inciso 2

Inyectiva

Por definición,  $f$  es inyectiva  $\iff \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} : f(a, b) = f(c, d) \implies (a, b) = (c, d)$

Contraejemplo:  $(1, 3), (2, 2)$

$$f(1, 3) = 1 + 3 = 4$$

$$f(2, 2) = 2 + 2 = 4$$

Luego  $f(a, b) = f(c, d)$  pero  $(a, b) \neq (c, d)$

Así,  $f$  NO es **inyectiva**.

Sobreyectiva

Por definición,  $f$  es sobreyectiva  $\iff Im(f) = \mathbb{R}$

Sea  $n \in \mathbb{R}$  quiero ver que  $\exists (x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = n$

Luego  $n = x + y \iff y = n - x \implies y \in \mathbb{R}$

Así,  $f$  es **sobreyectiva**.

### 1.30.C. Inciso 3

Inyectiva

Por definición,  $f$  es inyectiva  $\iff \forall a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R} : f(a, b, c) = f(d, e, f) \implies (a, b, c) = (d, e, f)$

Por definición de  $f$ ,

$$\begin{aligned} f(a, b, c) = f(d, e, f) &\iff (a + b, 2.c) = (d + e, 2.f) \\ &\iff (a + b = d + e) \wedge (2.c = 2.f) \end{aligned}$$

Contraejemplo:  $(a, b) = (1, 3); (d, e) = (2, 2)$

$$(a + b = d + e) \implies (4 = 4) \text{ pero } (1, 3) \neq (2, 2)$$

Así,  $f$  NO es **inyectiva**.

Sobreyectiva

Por definición,  $f$  es sobreyectiva  $\iff Im(f) = \mathbb{R}^2 \iff (\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) : \exists (a, b, c) \in \mathbb{R}^3 / f(a, b, c) = (x, y)$

$$f(a, b, c) = (a + b, 2.c) = (x, y) \iff (x = a + b \wedge y = 2.c)$$

Así,  $f$  es **sobreyectiva**.

### 1.30.D. Inciso 4

TODO

### 1.30.E. Inciso 5

TODO

### 1.30.F. Inciso 6

TODO

## 1.31. Ejercicio 31

### 1.31.A. Inciso 1

(a)  $(f \circ g)(3, 4) = f(g(3, 4)) = f(15) = 46$

(b)  $(f \circ g)(2, 5) = f(g(2, 5)) = f(12) = 72$

(c)  $(f \circ g)(3, 2) = f(g(3, 2)) = f(9) = 28$

### 1.31.B. Inciso 2

Busco  $f(g(n)) = 13 \implies f(\sqrt{n}) = 13$ . Hay dos casos

1.  $\sqrt{n} \leq 7 \implies f(\sqrt{n}) = n = 13 \iff n = 13$

2.  $\sqrt{n} > 7 \implies f(\sqrt{n}) = 2\sqrt{n} - 1 = 13 \iff \sqrt{n} = 7$ . Abs pues  $\sqrt{n} > 7$

Luego  $f(g(n)) = 13 \iff n = 13$

Busco  $f(g(m)) = 15 \implies f(\sqrt{m}) = 15$ . Hay dos casos

1.  $\sqrt{m} \leq 7 \implies f(\sqrt{m}) = m = 15 \iff m = 15$

2.  $\sqrt{m} > 7 \implies f(\sqrt{m}) = 2\sqrt{m} - 1 = 15 \iff \sqrt{m} = 8$

Luego  $f(g(m)) = 15 \iff m \in \{-64, 15, 64\}$

## 1.32. Ejercicio 32

1. a)  $(f \circ g) = f(g(x)) = f(x + 3) = 2(x + 3)^2 - 18 = 2(x^2 + 6x + 9) - 18 = 2x^2 + 12x = 2x(x + 6)$

b)  $(g \circ f) = g(f(x)) = g(2x^2 - 18) = (2x^2 - 18) + 3 = 2x^2 - 15$

2. a)  $(f \circ g) = f(g(x)) = f(4x) = 4x - 2$

b)  $(g \circ f) = g(f(x)) = \begin{cases} 4(n - 2) & n \bmod 4 = 4 \\ 4(n + 1) & \text{en otro caso} \end{cases}$

c)  $(f \circ g) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x} + 5, 3x)$

d)  $(g \circ f)$  no se puede calcular pues  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

## 1.33. Ejercicio 33

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & x \bmod 3 = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$g(x) = 3x$$

## 1.34. Ejercicio 34

TODO

## 1.35. Ejercicio 35

TODO