

Atividade ASB - Estudo de comportamentos viscoelásticos de uma borracha vulcanizada

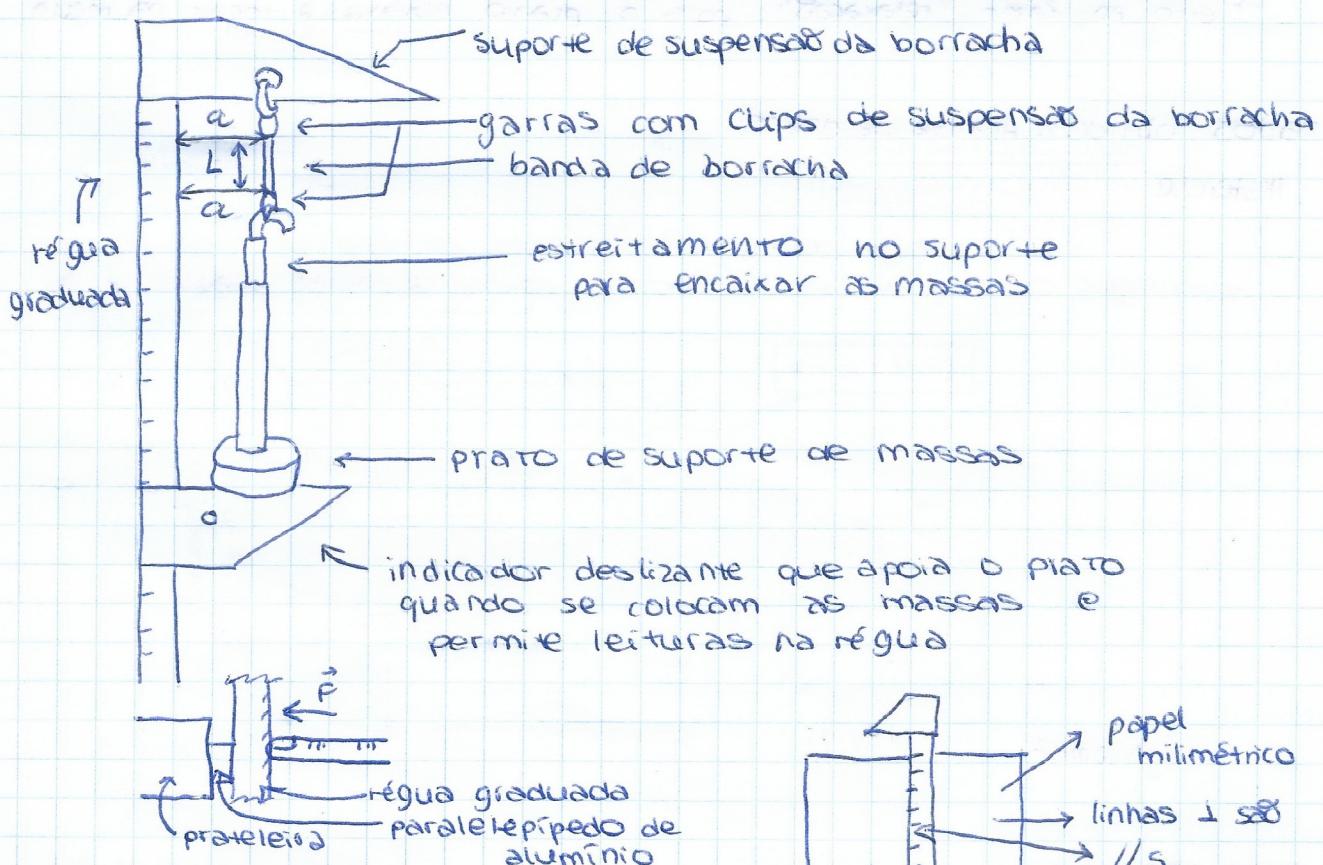
1g

Objetivos:

- 1) Verificar a ocorrência de "histerese elástica", "creep" e "relaxação temporal" numa barra de borracha vulcanizada sujeita a tensões de tração.
- 2) Calcular a energia de deformação elástica dissipada no processo carga-descarga.
- 3) Identificar o tipo de perfil:
 - i) Tensão / deformação relativa, $\tau(\lambda)$, em carga e descarga para o estudo da histerese, assim como de $F(\Delta L)$.
 - ii) Evolução temporal da elongação, $\Delta L(t)$, nos casos de ocorrência de "creep" e de relaxação temporal.
- 4) Determinar os valores representativos do módulo de Young, apenas no caso da carga: gama de valores para E .

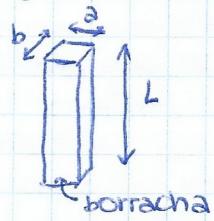
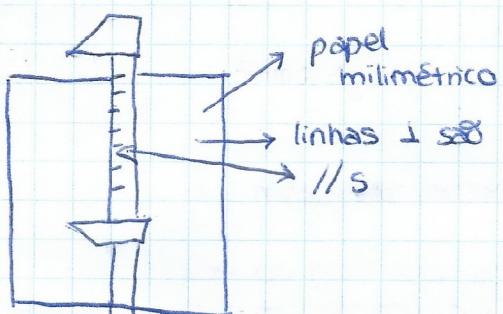
Plano da experiência:

- Esquemas:



- Mesurandas/parâmetros:

- m : massa
- l_0 : comprimento inicial.
- l_i : l_0 (comprimento inicial), l_d (leitura na descarga) e l_c (leitura na carga).
- a : aresta
- b : aresta
- S : área de secção reta da banda de borracha.
- L : comprimento da banda de borracha.
- T : tensão
- λ : deformação relativa



- Procedimento:

- Medir L_0 .
- Suspender prato como indicado no esquema.
- Colocar massas ($\sim 10\text{g}$) e retirá-las, uma a uma (carga e descarga).
- Estudar ocorrência de "creep" ($80 - 100\text{g}$), esperando $\sim 15-20\text{min}$.
- Estudar ocorrência de "relaxação" (remoção de todas menos uma massa), Esperando $\sim 15-20\text{min}$.
- Registrar todos os valores da régua graduada/outros dados.
- Analisar graficamente os dados obtidos para a histerese, "creep" e relaxação temporal.

Implementação e execução:

$$m_{\text{total}} \pm 0,01 (\text{g}) \rightarrow 171,44 \text{ g}$$

$$\text{incerteza régua} \rightarrow 0,05 \text{ mm}$$



O prato e a borracha devem estar paralelos à régua graduada (ou seja, não podem tocar na mesma).

ILST
verifica
MB

→ Erro ao fazer "relaxação", pois o prato estava a tocar na régua.

Dados obtidos/ Análise de dados:

Histerese	DADOS EXPERIMENTAIS										
	m (g)	F (N)	τ (Pa)	L_c (mm)	L_d (mm)	ΔL_c (m)	ΔL_d (m)	a (m)	b (m)	$S = ab$ (m^2)	L (m)
prato (p)	10	0,10	3,88E+04	397,5		0		0,001573	0,001640	2,580E-06	0,3975
p + m1	20	0,20	7,75E+04	403,5	411,5	0,006	0,014				
p + m1+ m2	30	0,30	1,16E+05	410,0	422,0	0,0125	0,0245				
p + m1 + ... + m3	40	0,40	1,55E+05	418,5	431,0	0,021	0,0335				
p + m1 + ... + m4	50	0,50	1,94E+05	428,0	443,5	0,0305	0,046				
p + m1 + ... + m5	60	0,60	2,33E+05	437,0	456,0	0,0395	0,0585				
p + m1 + ... + m6	70	0,70	2,71E+05	450,0	472,0	0,0525	0,0745				
p + m1 + ... + m7	80	0,80	3,10E+05	464,0	486,5	0,0665	0,089				
p + m1 + ... + m8	90	0,90	3,49E+05	481,0	502,5	0,0835	0,105				
p + m1 + ... + m9	100	1,00	3,88E+05	500,0	519,5	0,1025	0,122				
p + m1 + ... + m10	110	1,10	4,26E+05	517,0	536,0	0,1195	0,1385				
p + m1 + ... + m11	120	1,20	4,65E+05	533,0	552,0	0,1355	0,1545				
p + m1 + ... + m12	130	1,30	5,04E+05	554,0	568,5	0,1565	0,171				
p + m1 + ... + m13	140	1,40	5,43E+05	571,0	582,0	0,1735	0,1845				
p + m1 + ... + m14	150	1,50	5,81E+05	590,5	596,0	0,193	0,1985				
p + m1 + ... + m15	160	1,60	6,20E+05	605,0	605,0	0,2075	0,2075	0,000870	0,000837	7,26E-07	0,6050

m (g)	τ (MPa)	E_c (MPa)	E_d (MPa)	λ_c	λ_d
20	0,077528	5,213744	2,234462	0,01	0,03
30	0,116292	3,753896	1,276235	0,03	0,06
40	0,155056	2,979282	0,933805	0,05	0,08
50	0,193819	2,564136	0,680054	0,08	0,11
60	0,232583	2,375883	0,534743	0,10	0,14
70	0,271347	2,085498	0,419899	0,13	0,18
80	0,310111	1,881652	0,351488	0,16	0,22
90	0,348875	1,685881	0,297928	0,21	0,26
100	0,387639	1,525974	0,256414	0,25	0,30
110	0,426403	1,439779	0,225866	0,30	0,34
120	0,465167	1,385701	0,202476	0,34	0,38
130	0,503931	1,299272	0,182938	0,39	0,42
140	0,542695	1,262117	0,169553	0,43	0,46
150	0,581458	1,1564	0,157594	0,48	0,49
160	0,620222	1,206071	0,150759	0,51	0,51

(E) obtido do gráf.
partir de λ_c
F (λ_d)
com as medidas
de a, b, L obtidas
de a, b, L obtidas
 \rightarrow c/ o max.
das massas

$\mu(m)$
 $\mu(F)$

$$g \approx 10 \text{ m/s}^2$$

Para a histerese, foram colocadas 15 massas (total máximo de 160g, considerando já o prato), no entanto, estas não foram medidas, pelo que os valores na tabela (de massas e forças) não são os reais, mas sim representativos (10g para cada massa). Foram medidas 17 e 15 massas, tendo sido obtido o valor médio de 10,08g. Assim, a incerteza é a da balança (0,01g), mas não é possível obter os valores exatos que deveriam ser colocados na tabela.

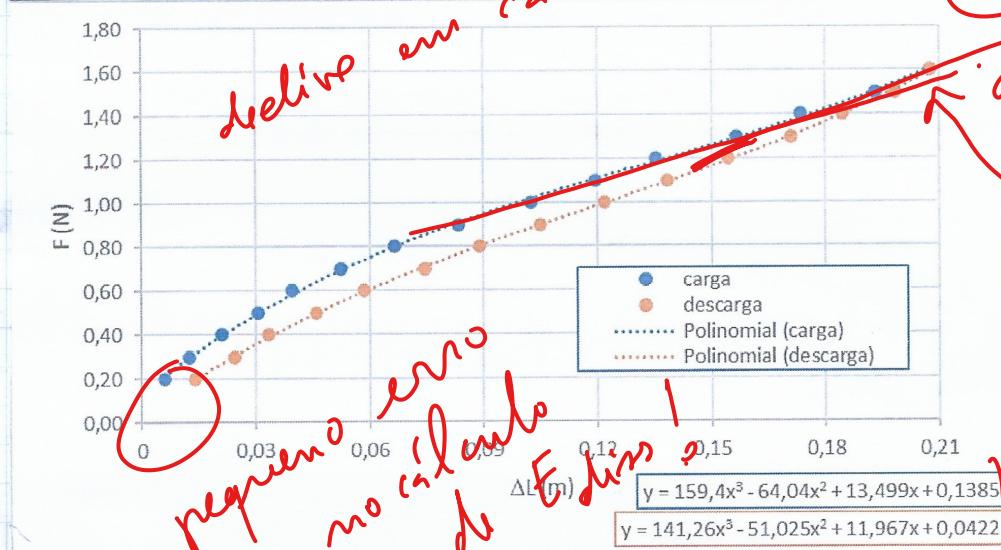
$$L_0 = (0,3975 \pm 0,0005) \text{ m}$$

A gama experimental estudada foi:

$$(0,078 \leq t \leq 0,620) \text{ Hpa}$$

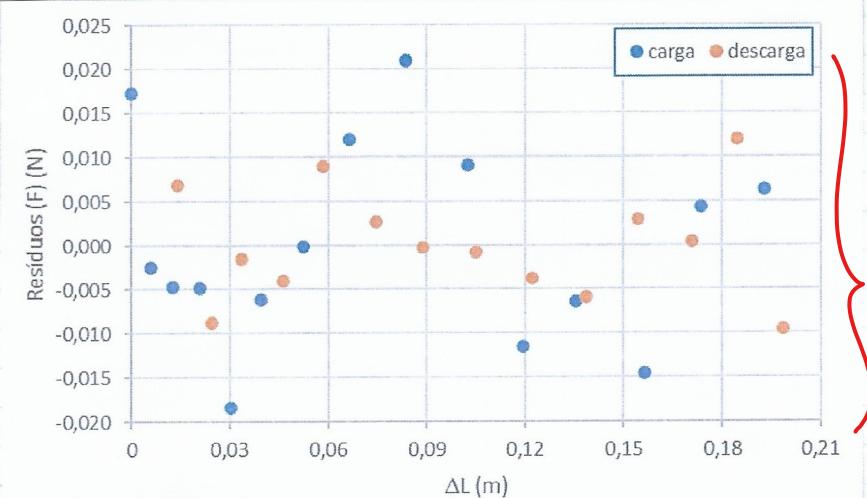
$$(0,01 \leq \lambda \leq 0,51)$$

Com os dados da tabela, foi possível representar graficamente $F(\Delta L)$, como se encontra abaixo:



Tendo sido obtidas as equações acima (na legenda).

Os resíduos correspondentes encontram-se no gráfico seguinte:



Os resíduos apresentam alguma ~~tendência sinusoidal~~, mas são valores baixos e próximos de zero.

Os gráficos obtidos parecem estar de acordo com os gráficos apresentados no protocolo (introdução teórica), mostrando o comportamento de deformação da borracha e tentativa de volta ao estado inicial (sem força aplicada). Os pontos de maior força coincidem, apresentando aí a maior elongação. No entanto, os pontos de menor força não apresentam essa característica, ou seja, correspondem a elongações diferentes, o que poderá ter resultado da ocorrência de "creep", pelo intervalo de tempo demorado durante a remoção das massas, ou algumas oscilações do prato. O comprimento inicial não foi alcançado novamente.

As expressões obtidas foram:

$$\text{• Carga: } y = 159,4x^3 - 64,04x^2 + 13,499x + 0,1385$$

$$\text{• Descarga: } y = 141,26x^3 - 51,025x^2 + 11,967x + 0,0422$$

Considerando os valores de integração os valores da variável independente, ΔL , 0 m e 0,2075m (maior elongação), obtém-se os valores da energia.

$$E_C = \int_0^{0,2075} 159,4x^3 - 64,04x^2 + 13,499x + 0,1385 dx' =$$

$$= \left[\frac{159,4}{4} x^4 - \frac{64,04}{3} x^3 + \frac{13,499}{2} x^2 + 0,1385x \right]_0^{0,2075} \approx$$

$$\approx 0,2025 \text{ J}$$

$$E_D = \int_0^{0,2075} 141,26x^3 - 51,025x^2 + 11,967x + 0,0422 dx' =$$

$$= \left[\frac{141,26}{4} x^4 - \frac{51,025}{3} x^3 + \frac{11,967}{2} x^2 + 0,0422x \right]_0^{0,2075} \approx$$

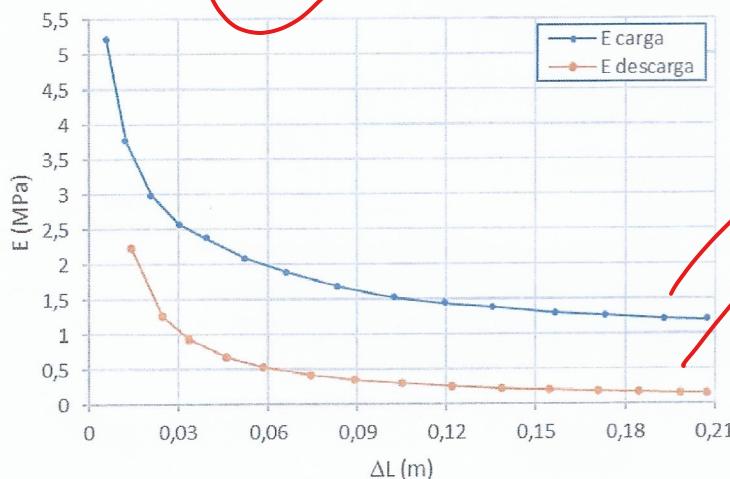
$$\approx 0,1799 \text{ J}$$

Logo:

$$E_{dissipada} \approx 0,2025 - 0,1799 \approx 0,0226 \text{ J}$$

de que forma?

O módulo de Young foi obtido e representado graficamente:



mal calculado

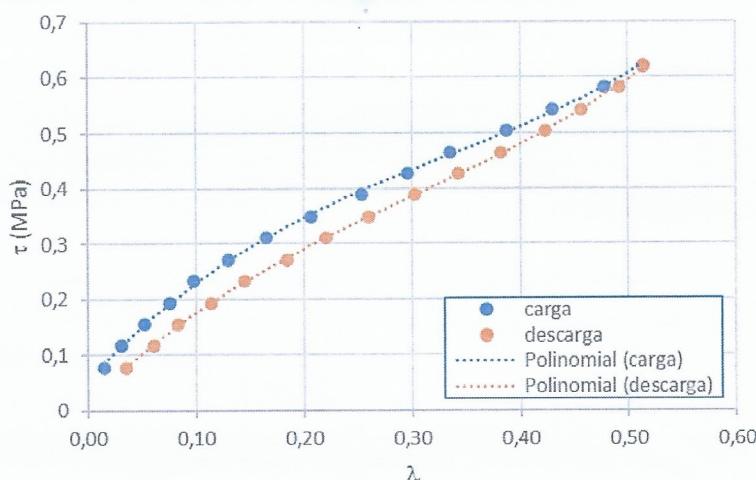
utilizando a expressão fornecida:

$$E = \frac{F}{\lambda} \quad \text{ou} \quad E = \frac{F}{S} \cdot \frac{\Delta L}{\Delta L}$$

Sendo os valores: (0,15 ≤ E ≤ 5,21) MPa

O que corresponde aos valores de referência para o módulo de Young para uma borracha. É de notar que, à medida que a elongação diminui, o módulo de Young aumenta, mas para valores maiores, é quase constante.

Foi ainda obtido o gráfico da tensão τ em função da deformação relativa $\lambda \rightarrow \tau(\lambda)$:



Onde foi possível detectar uma tendência polinomial (de grau 3), como no gráfico de $F(\Delta L)$. Na verdade, como $\tau = \frac{F}{S}$, obtém-se gráficos com a mesma tendência. Estes gráficos parecem ir de acordo, novamente, com os gráficos característicos para um elastómero.

As expressões obtidas foram:

- Carga: $y = 4,0593\lambda^3 - 4,0417\lambda^2 + 2,1114\lambda + 0,0537$
- Descarga: $y = 3,5974\lambda^3 - 3,2203\lambda^2 + 1,8719\lambda + 0,0164$

Considerando os valores de integração os valores da variável independente, λ , 0,01 e 0,51, obtém-se os valores da densidade de energia elástica.

$$\delta E_{ec} = \int_{0,01}^{0,51} 4,0593\lambda^3 - 4,0417\lambda^2 + 2,1114\lambda + 0,0537 d\lambda =$$

$$= \left[\frac{4,0593}{4} \lambda^4 - \frac{4,0417}{3} \lambda^3 + \frac{2,1114}{2} \lambda^2 + 0,0537\lambda \right]_{0,01}^{0,51} \approx$$

$$\approx 0,19 \times 10^6 \text{ J/m}^3$$

$$\delta E_{ed} = \int_{0,01}^{0,51} 3,5974\lambda^3 - 3,2203\lambda^2 + 1,8719\lambda + 0,0164 d\lambda =$$

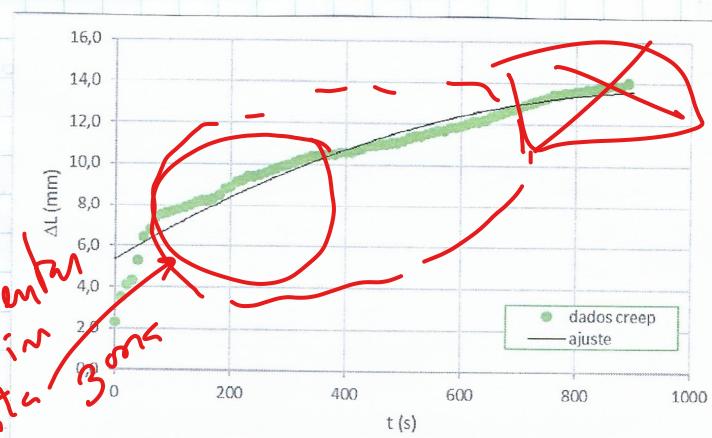
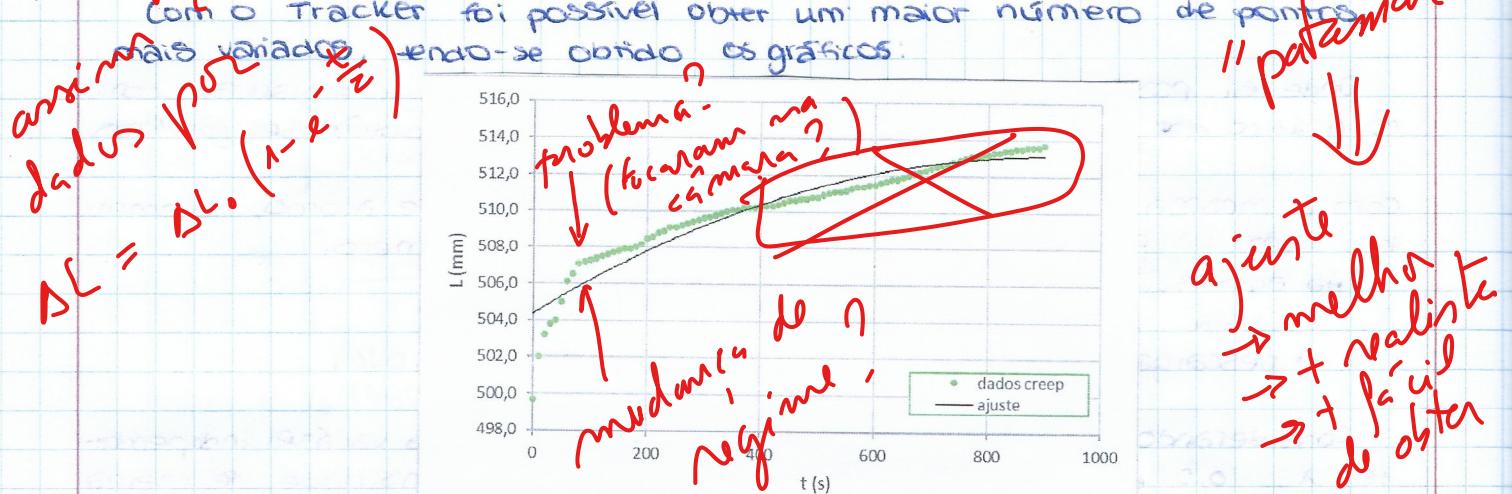
$$= \left[\frac{3,5974}{4} \lambda^4 - \frac{3,2203}{3} \lambda^3 + \frac{1,8719}{2} \lambda^2 + 0,0164\lambda \right]_{0,01}^{0,51} \approx$$

$$\approx 0,17 \times 10^6 \text{ J/m}^3$$

$$\delta E_{dissipada} = (0,19 - 0,17) \times 10^6 \approx 2 \times 10^4 \text{ J/m}^3$$

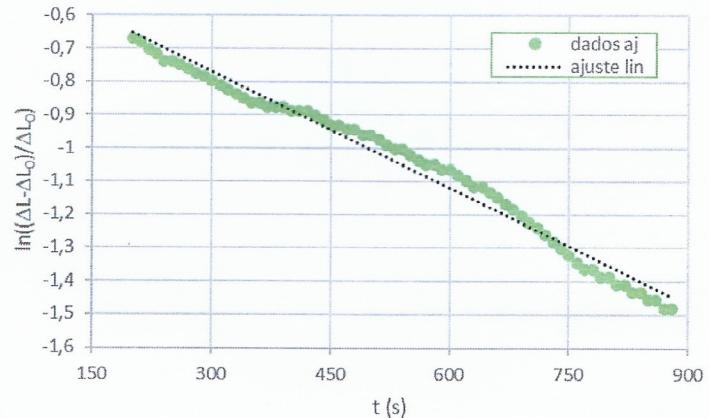
"Creep":

foram obtidos dados a partir de leituras diretas e através do Tracker. Leituras diretas durante a descida do prato resultaram em valores idênticos ao longo do tempo, tendo sido obtido o gráfico:



Há um aspecto importante a apontar nestes gráficos: a linha polinomial de tendência não começa em $y=0$. Tal deve ter ocorrido pelo comportamento inicial da borracha - uma elongação rápida, que, posteriormente, se vai estabilizando.

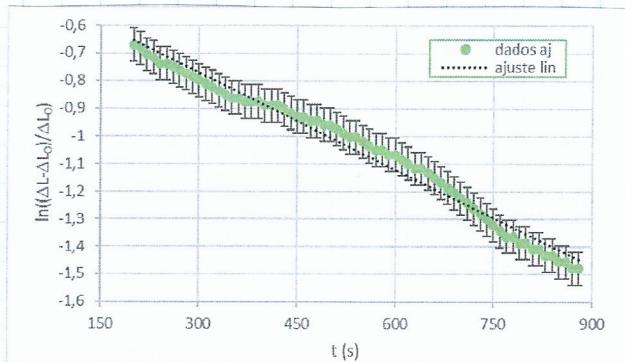
Foi possível realizar linearizações, tendo sido obtidos vários gráficos como:



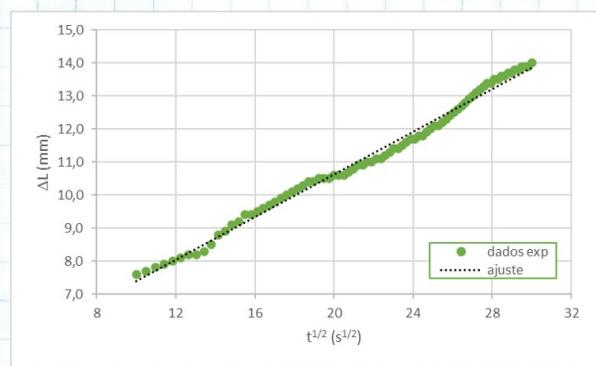
Neste caso, foi necessário reduzir a gama de valores, pois os primeiros e alguns dos últimos não apresentavam tendência linear. Para este gráfico, foi obtida a matriz:

m	-0,00116	-0,42	b
σ_m	0,00002	0,01	σ_b
r^2	0,98	0,03	σ_{aj}

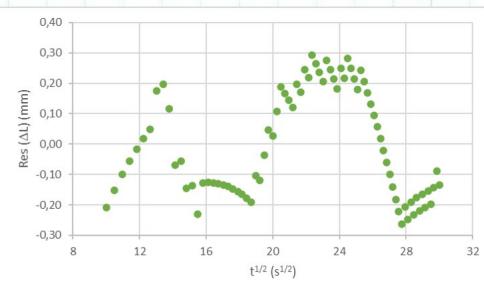
Com barras de erro:



Outra tentativa de linearização consistiu em tomar \sqrt{t} ao invés de t :



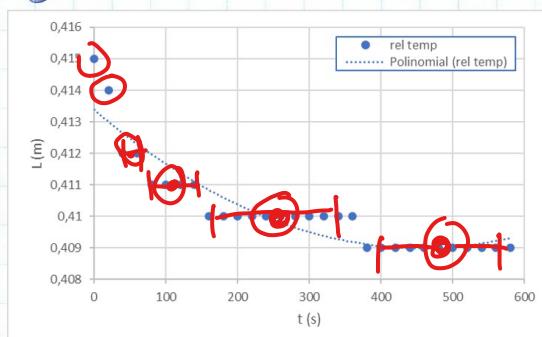
m	0,324	4,15	b
σ_m	0,003	0,08	σ_b
r^2	0,991	0,2	σ_{aj}



Assim, no "creep" foi observado o comportamento esperado, isto é, uma deformação rápida inicial da borracha, seguida por uma elongação mais lenta da mesma. A borracha elongou rapidamente, reagindo inicialmente à carga colocada no prato, e acabou por estabilizar na descida, aumentando o seu comprimento mais lentamente.

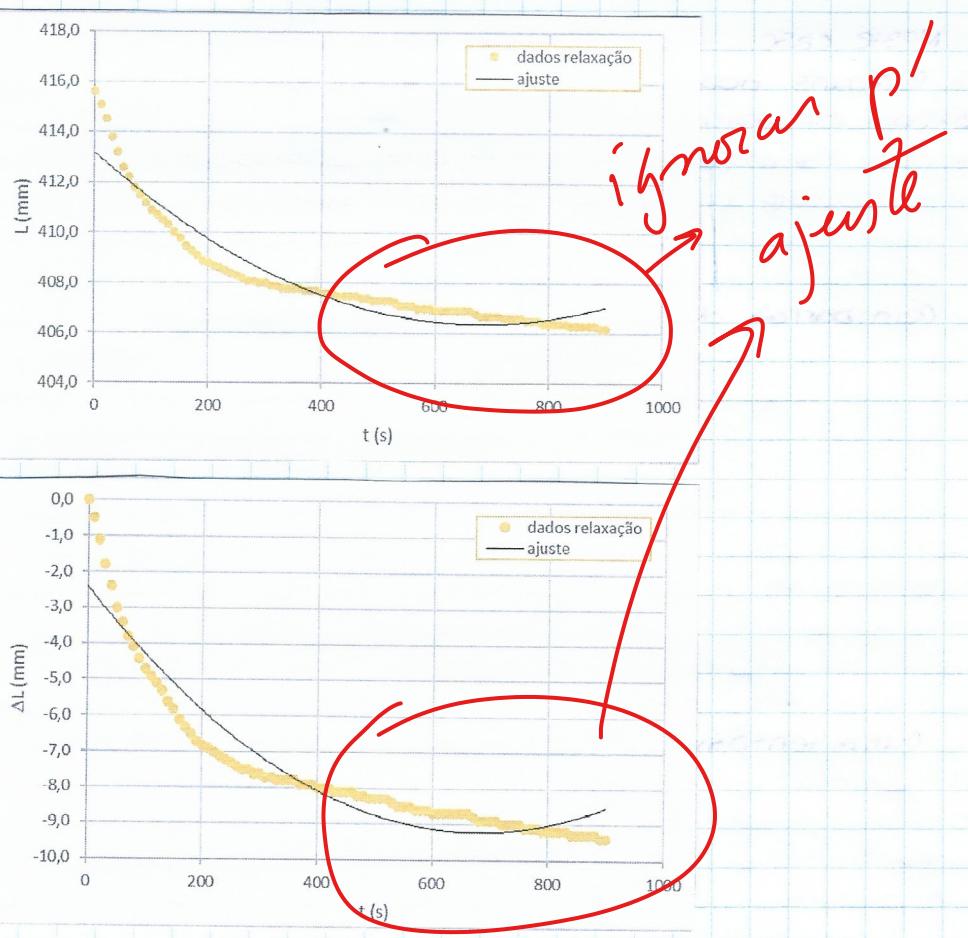
Relaxação temporal:

Novamente, foram obtidos dados a partir de leituras diretas e através do Tracker. O gráfico de leituras diretas é:

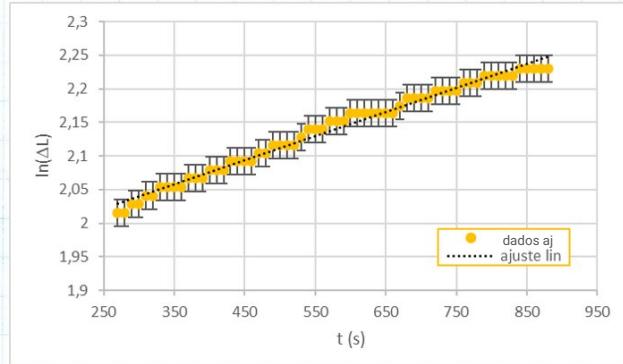
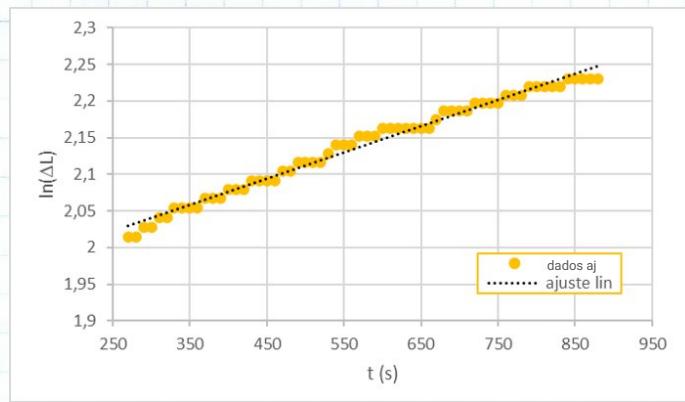


556 pontos para ajuste!

Os gráficos obtidos através do Tracker permitiram obter mais pontos. Ainda assim, observa-se o aspecto anteriormente indicado: a linha polinomial de tendência não começa em $y=0$. Esta ocorrência poderá ser explicada pelo comportamento inicial da borracha - uma subida rápida do prato, que, depois, vai diminuindo.

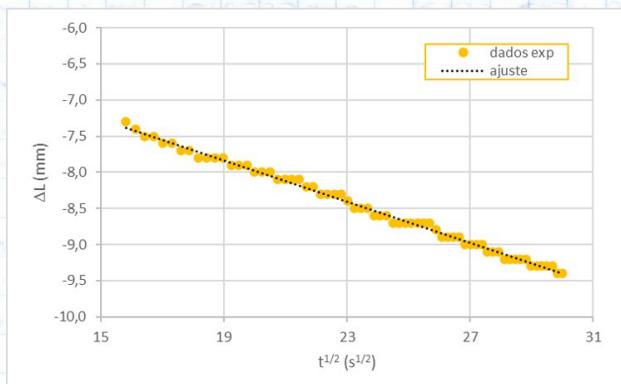


Realizando novamente linearização, obtém-se:

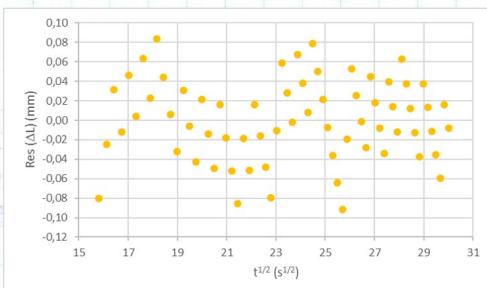


m	0,000362	1,930	b
σ_m	0,000006	0,003	σ_b
r^2	0,99	0,008	σ_{aj}

Outra tentativa de linearização (\sqrt{t}):



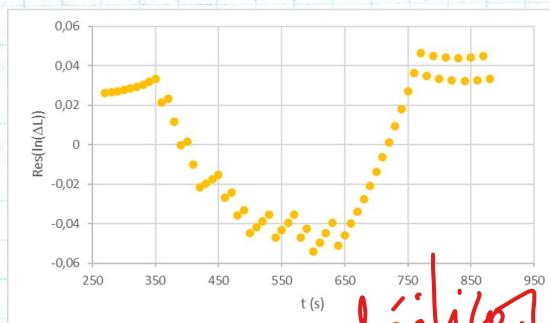
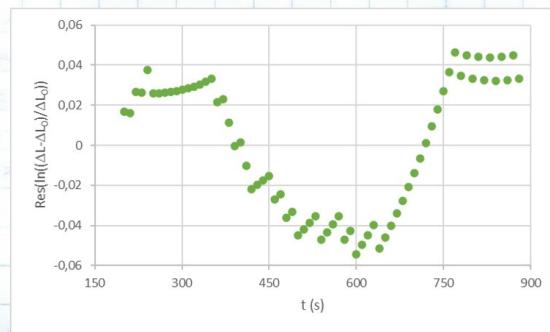
m	0,324	4,15	b
σ_m	0,003	0,08	σ_b
r^2	0,991	0,2	σ_{aj}



Foi também necessário reduzir a gama de valores.

Desta forma, na relaxação temporal foi também observado o comprimento esperado, ou seja, uma subida rápida inicial do suporte, seguida por uma subida mais lenta. Neste caso, a borracha reduziu o seu comprimento rapidamente, resultando esse fenômeno da reação inicial da remoção da carga colocada no prato, e acabou por estabilizar na subida, diminuindo o seu comprimento mais lentamente.

Os gráficos de resíduos são:



Residuals finais?

*no processo
carga/des-*

conclusão:

Os objetivos da experiência foram cumpridos. Foi possível observar comportamentos de uma borracha: histerese, "creep" e relaxação temporal. Na histerese, foi feita a carga e a descarga do suporte de massa. Tendo sido obtidos gráficos semelhantes aos mostrados na introdução teórica, foi possível obter ~~argam de~~ ^{os} valores ~~de~~ ^{do} módulo de Young ($0,15 \leq E \leq 5,21$) MPa, assim como da energia dissipada ($0,0226 \text{ J}$). No "creep", ocorreu uma elongação da borracha com carga elevada, que foi possível representar graficamente. Na relaxação temporal, ocorreu uma diminuição de comprimento da borracha, removendo carga.

Os gráficos mostram que a borracha tem perfil de elastomero (carga) e elastomero pré-tensionado (des-carga). Além disso, segundo os mesmos, verifica-se que a borracha apresenta um comportamento elástico para pequenas deformações.

Não foi possível obter gráficos corretos para os fenômenos de "creep" e relaxação temporal. Inicialmente, na histerese, a borracha mostrou-se mais resistente, como no fim, pelo que entre esses valores, é mais deformável. Dados obtidos pelo grupo 4 da turma PL2

X $R(\Delta L)$

X $R(\Delta L)$

X $R(\Delta L)$

Questionário:

~~visco~~

i) A borracha, de um ponto de vista geral, apresenta um comportamento elástico, mas ~~parece~~ prolongar-se entre os limites de elasticidade e de ruptura. Verifica-se que os valores do comprimento da borracha antes e depois do estudo da histerese não foram os mesmos, o que significa que a borracha não voltou ao seu estado inicial. Todavia, talvez, se esperássemos mais tempo, conseguirmos ver que, sem qualquer massa, os dois comprimentos poderiam ser muito próximos ou coincidir. Se a borracha ultrapassasse o limite de elasticidade, teria sido verificada a ocorrência de alterações irreversíveis.

*Porque
Devido a
existir
de "ocep"
não podem
que tempos
ter tempos
cercados, tis
FDS*

ii) Verifica-se que o perfil da carga é elastómero e o da descarga é elastómero pré-tensionado, o que está de acordo com os fundamentos técnicos. $F(\Delta L)$ apresenta comportamentos diferentes na carga e na descarga, porque, na carga, é aplicada uma força que antes não existia, fazendo a borracha esticar (o seu comprimento aumenta e a área diminui), enquanto que, na descarga, a força e tensão aplicadas diminuem, fazendo a borracha reduzir de tamanho (o seu comprimento diminui e a sua área aumenta, regressando a um comprimento próximo do inicial). No entanto, neste caso, já foi aplicada uma tensão na mesma, o que implica a deformação do seu estado normal, demorando mais tempo a estabilizar. Além disso, ocorreu dissipação de energia elástica em energia térmica, o que fez com que os resultados experimentais se desviasssem de uma linha reta técnica, ou seja, a linha é curvada.

Má e Pior (M)

iii) As grandezas extensivas F e ΔL derivam diretamente de dados experimentais (massas e comprimentos), enquanto as grandezas intensivas T e λ utilizam dados considerados constantes ao longo da experiência (S - área da seção reta da banda), o que não acontece. Além disso, estas grandezas intensivas estão em função das grandezas extensivas referidas.

$$T = \frac{F}{S} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{\Delta L}{L_0}$$

*e a, b, L São
estimados, não
medidos / precisam*

iv) A borracha segue a lei de Hooke até um determinado ponto, onde a concavidade da curva do gráfico $F(\Delta L)$ muda e já não se assemelha ao gráfico do regime da lei de Hooke. Assim, a Lei de Hooke é válida para pequenos ΔL (deformações). O perfil $T(\lambda)$ para a carga é elastómero e para a descarga é elastómero pré-tensionado.

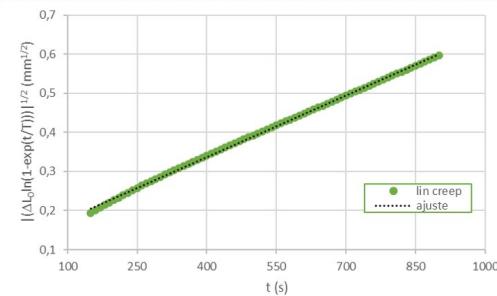
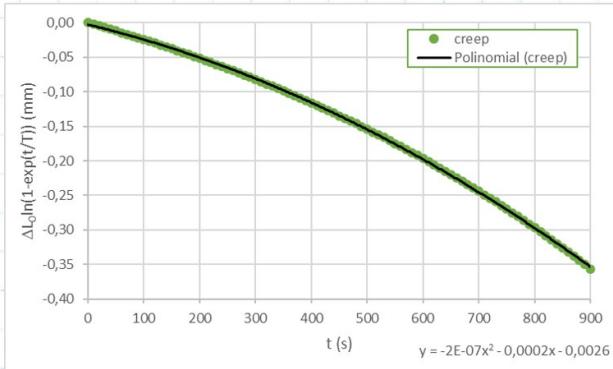
*Há sempre
curvatura
em F(DL)*

v) A gama experimental situa-se muito abaixo do ponto de cedência (5 MPa).

* Estes resíduos correspondem às primeiras linearizações. como os gráficos de resíduos apresentam claramente uma tendência, ou seja, o ajuste está errado, apesar de os valores serem próximos de 0, foi novamente tentada outra forma de linearização dos dados.

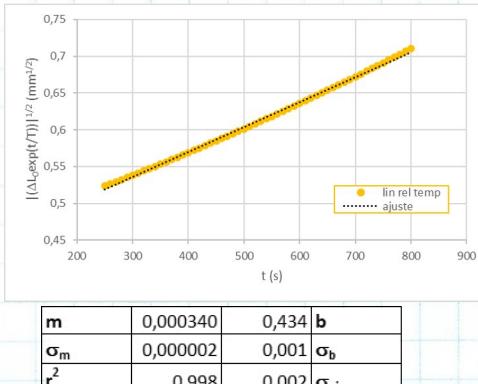
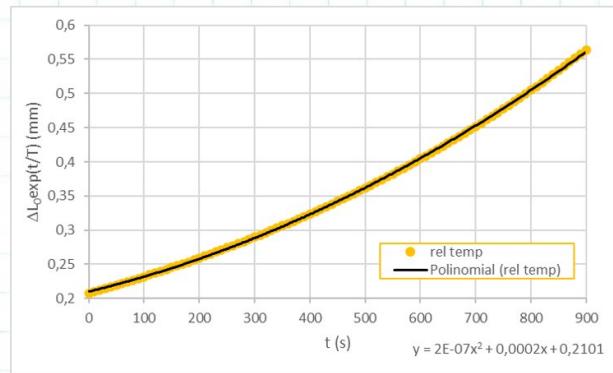
Inicialmente, aplicaram-se as fórmulas do protocolo para descrever corretamente o comportamento experimental observado. Essas expressões permitiram obter um gráfico fiel aos dados obtidos, mas os pontos mais próximos e uma linha contínua dos mesmos. De seguida, verificada uma tendência polinomial nos gráficos, colocaram-se os dados obtidos elevados a $1/2$, ou seja, com raiz quadrada.

"Creep": $\Delta L = \Delta L_0 (1 - e^{-kt})$, onde $k = \frac{t}{T}$, $T = \text{maior tempo contado}$



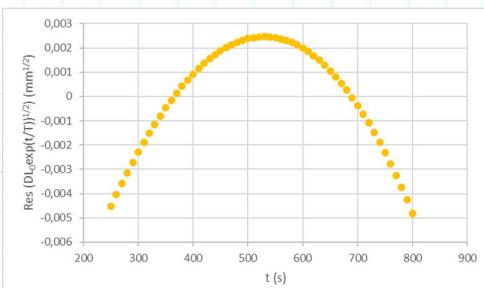
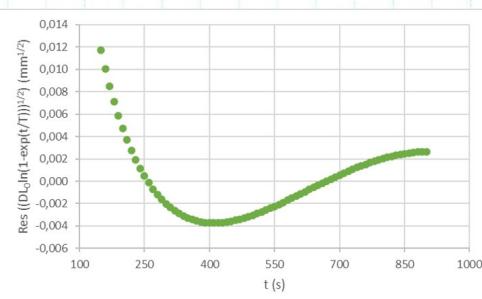
m	0,000525	0,127	b
σ_m	0,000002	0,001	σ_b
r^2	0,9992	0,003	σ_{aj}

Relaxação temporal: $\Delta L = \Delta L_0 e^{-kt}$



m	0,000340	0,434	b
σ_m	0,000002	0,001	σ_b
r^2	0,998	0,002	σ_{aj}

No entanto, ainda que fossem obtidas linhas, reduzindo a gama de valores, especialmente no gráfico da relaxação temporal, os resíduos mostram nitidamente uma tendência polinomial (parábolas), o que mostra, novamente, que o ajuste não é o adequado.



Assim sendo, não foi possível obter uma linearização correta para os dados obtidos para o "creep" e a relaxação temporal.

→ bom esforço mas a análise está errada!