

T6A - Estudo de um Moinho Harmônico Simples - Determinação da Constante Elástica de uma Mola

OBJETIVOS

- Determinar o valor da constante elástica de uma mola pelo método estático e pelo método dinâmico
- Estudo das condições de validade da lei de Hooke para o sistema mola-massa
- Estudo da dinâmica de um sistema massa-mola nas condições em que o movimento é harmônico simples redondo a mola homogênea

MATERIAL

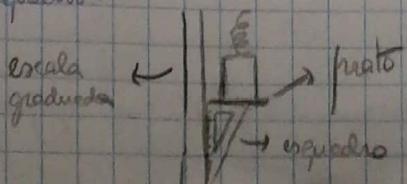
- Mola
- Escorredor
- Suporte com escala graduada
- 10 massas
- Balança
- Ponto de suporte

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Medir massa da mola (m_{mola}) (Cuidado a ter: molar a mola e esperar que este fone de se mexer para registrar o valor)
2. Medir massa do pato, m_{pato}
3. Medir cada uma das massas m_i e ordená-las por ordem crescente ($m_{i+1} > m_i$)

① Método estático

4. Colocar cuidadosamente a mola no suporte e colocar pato na sua extremidade
5. ler posição extrema do pato L_0 (sem coloca massa m_i no pato) usando o escorredor



6. Iniciar processo de carga: colocar massa menor (m_i) e ler a posição L_i relativa à posição extrema do protetor ~~horizontal~~

~~Colocar~~ Colocar massa m_i e ler posição L_{i+1} (Cuidado a ter: distribuir o mais uniformemente as massas m_i, pelo longo do protetor e garantir que o protetor é estático para cada medida de L_i). Registrar dados.

7. Iniciar processo de descarga: retirar cuidadosamente as massas m_i por ordem inversa da colocada no processo de carga e ler L_i respectivo. Registrar dados (mostrando decrescimento das massas m_i; ~~ma~~ na tabela).

Análise de dados:

- Traçar gráfico m_i em função de L_i
- Determinar K, constante da mola, e resíduo linear
- Determinar ordemada no origem no ajuste linear realizada e seu significado físico
- Concluir m F, força restauradora, (do tipo elástico), justificando.

② Método dinâmico

8. Colocar a menor massa menor (m_i) no protetor e ler posição L_i relativa à posição extrema

9. Deixar cuidadosamente o protetor de área de 2 cm² e largura constante num oscilador inicial (Cuidado a ter: garantir que a oscilação come ao longo do eixo da mola e evitar movimentos de topo)

10. Medir o tempo de 20 oscilações completas, isto é, 20T(m_i) (oscilação completa → modo ~~modo~~ "pole" e "dancer"). Colocar também m_{i+1} e medir 20T(m_{i+1}) como referido). Registrar dados

Análise de dados:

- Traçar gráfico T²(m_i)
- Determinar K e resíduo linear
- Determinar ordemada no origem no ajuste linear realizada e seu significado físico

- Concluir se a equação

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} M$$

é válida, justificando

- Comparar os valores de K determinados pelo método e discutir os resultados
(atmos: não existe valor de referência para K)

Observações quanto a rotina dinâmica:

- Em vez de dividir, combinou-se o mola entre os gatos
- Obteve-se dados para a densidade das massas, além da carga
- Ponto de comum entre as massas no ponto entre os pinheiros. S mediu-se d.
20T para a carga

[REDAÇÃO]

DADOS

$$m_{\text{barra}} = 0,018$$

1	48,02
2	48,32
3	48,87
4	49,58
5	50,07
6	50,30
7	50,48
8	50,51
9	51,47
10	53,24

$$m_{\text{mola}} = (111,37 \pm 0,01) \text{ g}$$

$$m_{\text{pato}} = (93,28 \pm 0,01) \text{ g}$$

mm

$$L_{\text{carga}} = 0,05 \text{ cm}$$

$$L_{\text{descarga}} = 0,05 \text{ cm}$$

0	57,00	57,00
1	58,50	58,50
1+2	60,00	60,10
1+2+3	61,60	61,70
1+2+3+4	63,30	63,25
1+2+3+4+5	64,90	64,95
1+2+3+4+5+6	66,55	66,60
1+2+3+4+5+6+7	68,20	68,20
1+2+3+4+5+6+7+8	69,80	69,85
1+2+3+4+5+6+7+8+9	71,50	71,40
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	73,20	73,20

m	$20T \pm 0,01 \rightarrow$ carga	$20T \pm 0,01 \rightarrow$ descarga
1	10,06	9,93
1+2	11,22	11,34
1+2+3	12,38	12,38
1+2+3+4	13,22	13,23
1+2+3+4+5	14,18	14,27
1+2+3+4+5+6	15,01	15,20
1+2+3+4+5+6+7	15,91	15,94
1+2+3+4+5+6+7+8	16,76	16,85
1+2+3+4+5+6+7+8+9	17,67	17,55
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	18,54	18,17

ANÁLISE DE DADOS

Massas (kg) $\pm E-05$	
1	0.04802
2	0.04832
3	0.04881
4	0.04958
5	0.05007
6	0.05030
7	0.05048
8	0.05051
9	0.05147
10	0.05329

m	(kg) $\pm E-05$
mola	0.14137
prato	0.9328

① Método ~~esta~~ Picos

Massas	m	L_carga	x_carga	L_descarga	x_descarga
	(kg) ± E-05	(m) ± 5E-04			
0	0.00000	0.5700	0.0000	0.5700	0.0000
1	0.04802	0.5850	0.0150	0.5850	0.0150
1+2	0.09634	0.6000	0.0300	0.6010	0.0310
1+2+3	0.14515	0.6160	0.0460	0.6170	0.0470
1+2+3+4	0.19473	0.6330	0.0630	0.6325	0.0625
1+2+3+4+5	0.24480	0.6490	0.0790	0.6495	0.0795
1+2+3+4+5+6	0.29510	0.6655	0.0955	0.6660	0.0960
1+2+3+4+5+6+7	0.34558	0.6820	0.1120	0.6820	0.1120
1+2+3+4+5+6+7+8	0.39609	0.6980	0.1280	0.6985	0.1285
1+2+3+4+5+6+7+8+9	0.44756	0.7150	0.1450	0.7140	0.1440
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	0.50085	0.7320	0.1620	0.7320	0.1620

Tabela 1.1.: Medidas da faixa L_i no ~~esta~~ eixo para carga e descarga e determinação dos respetivos deslocamentos n_i , que correspondem à diferença entre a faixa medida e a faixa inicial sem carga, $L_0 = (0,5700 \pm 5 \times 10^{-4})\text{m}$, tal que $n_i = L_i - L_0$. O deslocamento n_i fornece imprecisão da medida de L_i .

Massas	m	Carga		Descarga	
		Ajuste 1	Resíduos 1	Ajuste 2	Resíduos 2
	(kg) ± E-05			(kg)	
0	0.00000	0.00188	-0.00188	0.00041	-0.00041
1	0.04802	0.04803	-0.00001	0.04673	0.00129
1+2	0.09634	0.09417	0.00217	0.09614	0.00020
1+2+3	0.14515	0.14340	0.00175	0.14555	-0.00040
1+2+3+4	0.19473	0.19570	-0.00097	0.19341	0.00132
1+2+3+4+5	0.24480	0.24493	-0.00013	0.24591	-0.00111
1+2+3+4+5+6	0.29510	0.29569	-0.00059	0.29686	-0.00176
1+2+3+4+5+6+7	0.34558	0.34646	-0.00088	0.34626	-0.00068
1+2+3+4+5+6+7+8	0.39609	0.39568	0.00041	0.39721	-0.00112
1+2+3+4+5+6+7+8+9	0.44756	0.44799	-0.00043	0.44508	0.00248
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	0.50085	0.50029	0.00056	0.50066	0.00019

Massas	m	x		Média	
		Ajuste 3	Resíduos 3	(kg)	(m) ± 5E-04
0	0.00000	carga	0.0000	0.00115	-0.00115
	0.00000	descarga	0.0000	0.00115	-0.00115
1	0.04802	carga	0.0150	0.04738	0.00064
	0.04802	descarga	0.0150	0.04738	0.00064
1+2	0.09634	carga	0.0300	0.09362	0.00272
	0.09634	descarga	0.0310	0.09670	-0.00036
1+2+3	0.14515	carga	0.0460	0.14293	0.00222
	0.14515	descarga	0.0470	0.14601	-0.00086
1+2+3+4	0.19473	descarga	0.0625	0.19379	0.00094
	0.19473	carga	0.0630	0.19533	-0.00060
1+2+3+4+5	0.24480	carga	0.0790	0.24465	0.00015
	0.24480	descarga	0.0795	0.24619	-0.00139
1+2+3+4+5+6	0.29510	carga	0.0955	0.29550	-0.00040
	0.29510	descarga	0.0960	0.29704	-0.00194
1+2+3+4+5+6+7	0.34558	carga	0.1120	0.34636	-0.00078
	0.34558	descarga	0.1120	0.34636	-0.00078
1+2+3+4+5+6+7+8	0.39609	carga	0.1280	0.39568	0.00041
	0.39609	descarga	0.1285	0.39722	-0.00113
1+2+3+4+5+6+7+8+9	0.44756	descarga	0.1440	0.44499	0.00257
	0.44756	carga	0.1450	0.44807	-0.00051
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	0.50085	carga	0.1620	0.50047	0.00038
	0.50085	descarga	0.1620	0.50047	0.00038

Fábricas 1.2 e 1.3.: Ajuste linear da massa m no ponto para a carga e descarga (e resíduos residuos). Para ajuste 3 e resíduos 3, ajustam - todos os valores medidas na carga e descarga.

em conjuntos, tal que a cada massa em no peso correspondem dois desempenhos diferentes, em carga e em descarga. Como tal, este desvio dos valores confunde a "média" das massas medidas tanto em carga como em descarga, dando ~~o~~ entre o ajuste linear 3 o ~~ajuste~~ mais adequado para a determinação da constante de mola K .

Ajuste linear 1

m_1	3.07662	0.00188	b_1
$s(m_1)$	0.00732	0.00069	$s(b_1)$
r^2	0.99995	0.00125	$s(y_1)$

Ajuste linear 2

m_2	3.08795	0.00041	b_2
$s(m_2)$	0.00785	0.00074	$s(b_2)$
r^2	0.99994	0.00133	$s(y_2)$

Ajuste linear 3

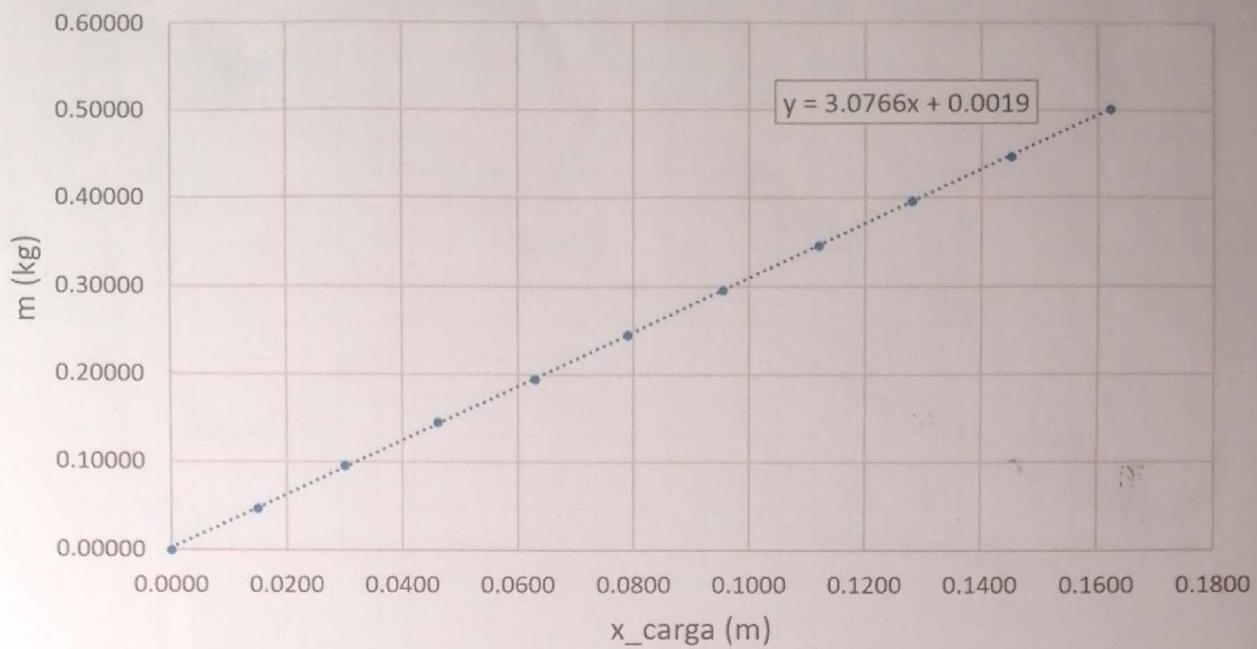
m_3	3.08225	0.00115	b_3
$s(m_3)$	0.00538	0.00051	$s(b_3)$
r^2	0.99994	0.00130	$s(y_3)$

$$g \text{ (m/s}^2\text{)} \quad 9.80665$$

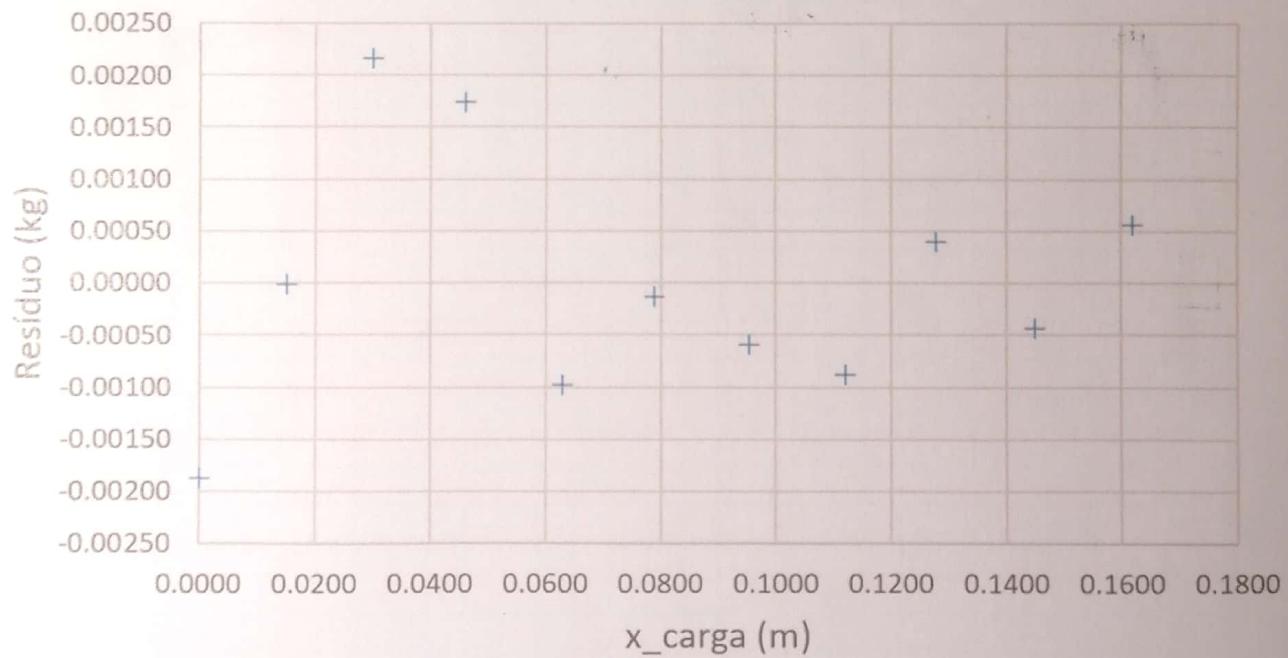
	Valor	Incerteza
$K \text{ (N/m)}$	30.2266	0.0528

Tabela 14. Constante ~~gravitacional~~ g utilizada e determinações de K e sua incerteza

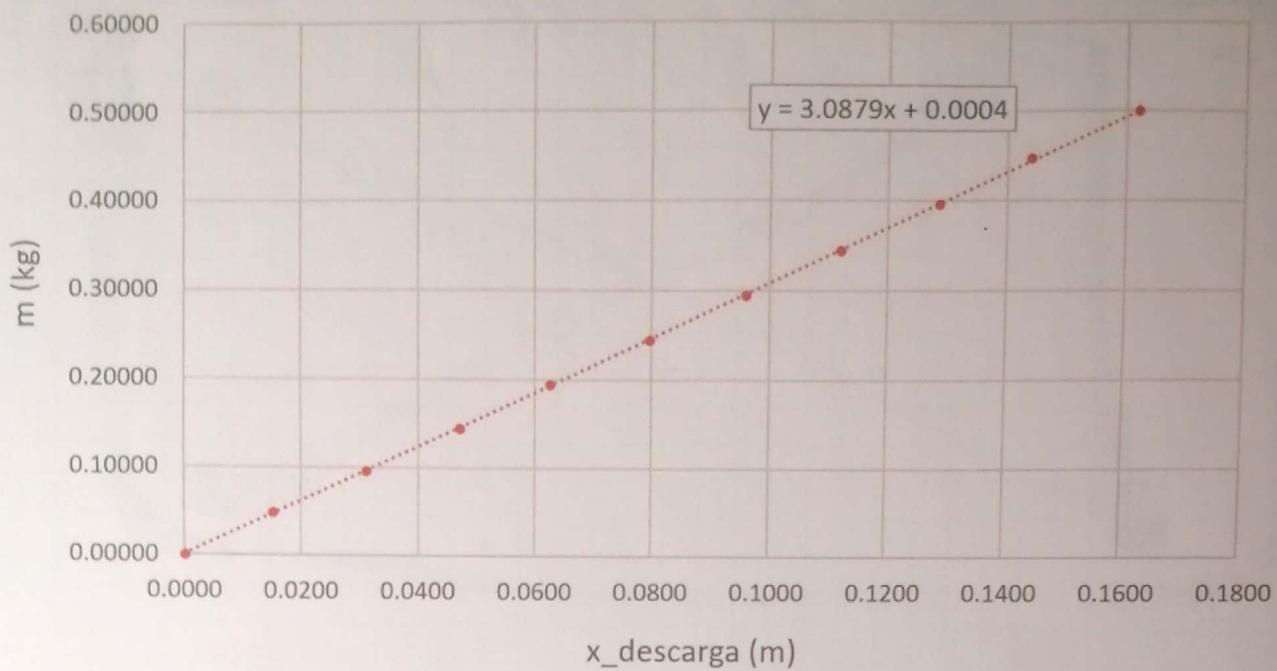
Ajuste linear 1



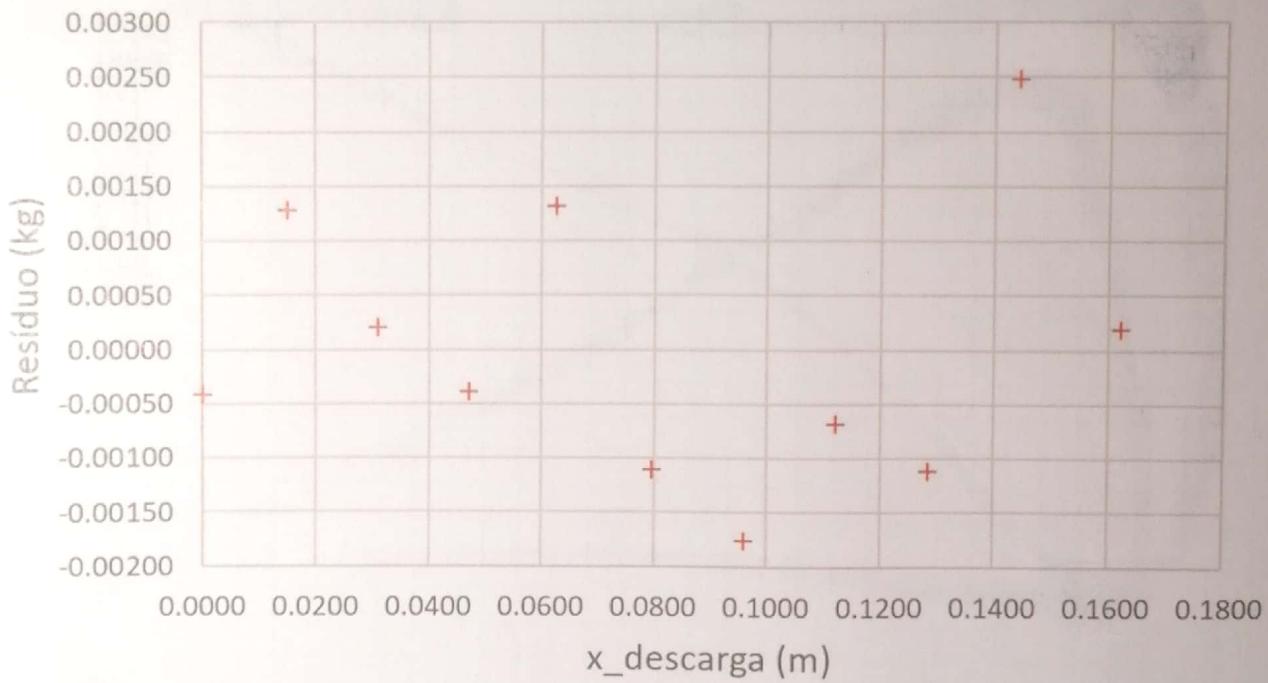
Resíduos 1



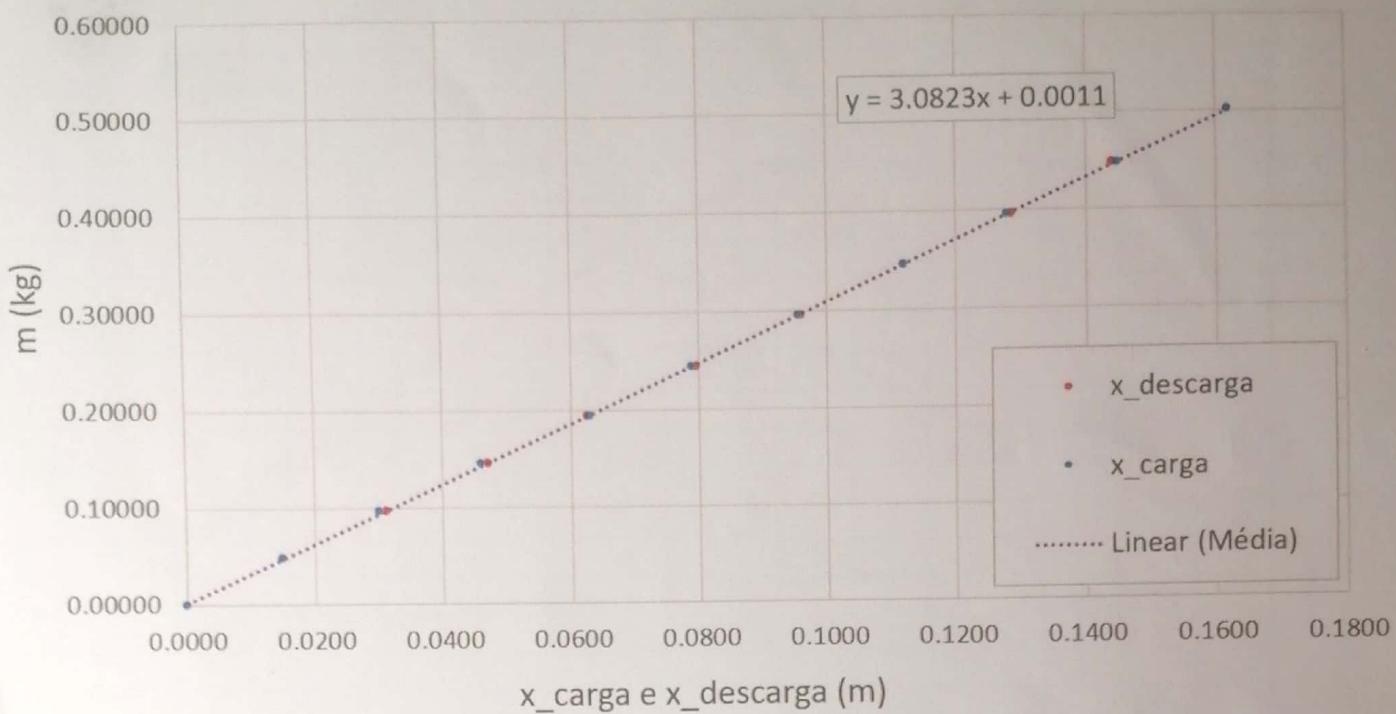
Ajuste linear 2



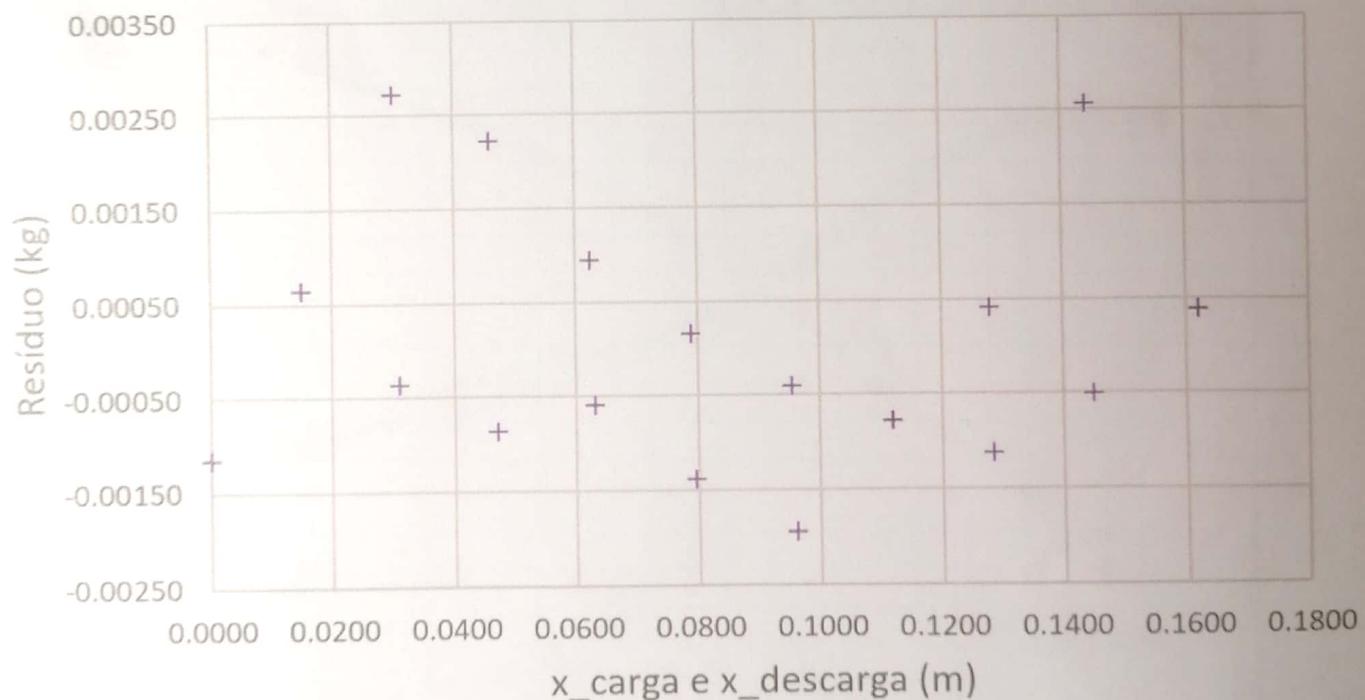
Resíduos 2



Ajuste linear 3



Resíduos 3



② Método dimensional

Massas	m	M	20T_carga	T ² _carga	u(T ² _carga)	20T_descarga	T ² _descarga	u(T ² _descarga)
	(kg) ± E-05	(kg) ± E-05	(s) ± 0.01	(s ²)	(s) ± 0.01	(s ²)		
1	0.04802	1.02794	10.06	0.2530	5.030E-04	9.93	0.2465	4.965E-04
1+2	0.09634	1.07626	11.22	0.3147	5.610E-04	11.34	0.3215	5.670E-04
1+2+3	0.14515	1.12507	12.38	0.3832	6.190E-04	12.38	0.3832	6.190E-04
1+2+3+4	0.19473	1.17465	13.22	0.4369	6.610E-04	13.29	0.4416	6.645E-04
1+2+3+4+5	0.24480	1.22472	14.18	0.5027	7.090E-04	14.27	0.5091	7.135E-04
1+2+3+4+5+6	0.29510	1.27502	15.01	0.5633	7.505E-04	15.20	0.5776	7.600E-04
1+2+3+4+5+6+7	0.34558	1.32550	15.91	0.6328	7.955E-04	15.94	0.6352	7.970E-04
1+2+3+4+5+6+7+8	0.39609	1.37601	16.76	0.7022	8.380E-04	16.85	0.7098	8.425E-04
1+2+3+4+5+6+7+8+9	0.44756	1.42748	17.67	0.7806	8.835E-04	17.55	0.7700	8.775E-04
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	0.50085	1.48077	18.34	0.8409	9.170E-04	18.17	0.8254	9.085E-04

Table 2.1.: ~~Cálculo de~~ Cálculo de $M = m + m_{mato} + \frac{m_{mato}}{3}$ e medição de massa sobreposta ao mato

20T_pure carga e descarga, com determinação de T² e resolução propagação de incerteza, tal que

$$u(T^2) = \sqrt{\left(\frac{dT^2}{d(20T)} u(20T)\right)^2} = \sqrt{\frac{20T \cdot u(T)}{200}}$$

Massas	M	Carga		Descarga	
		Ajuste 4	Resíduos 4	Ajuste 5	Resíduos 5
		(kg) ± E-05	(s ²)		
1	1.02794	0.2501	0.0029	0.2556	-0.0091
1+2	1.07626	0.3130	0.0017	0.3175	0.0040
1+2+3	1.12507	0.3766	0.0066	0.3801	0.0031
1+2+3+4	1.17465	0.4412	-0.0042	0.4437	-0.0021
1+2+3+4+5	1.22472	0.5064	-0.0037	0.5079	0.0012
1+2+3+4+5+6	1.27502	0.5719	-0.0086	0.5723	0.0053
1+2+3+4+5+6+7	1.32550	0.6376	-0.0048	0.6370	-0.0018
1+2+3+4+5+6+7+8	1.37601	0.7034	-0.0011	0.7018	0.0080
1+2+3+4+5+6+7+8+9	1.42748	0.7704	0.0102	0.7678	0.0022
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	1.48077	0.8398	0.0011	0.8361	-0.0107

⊗ M forma igual à incerteza é incerteza da medida de m

Massas	M (kg) ± E-05	T ²		Média	
		Ajuste 6	Resíduos 6	(s ²)	(s ²)
1	1.02794	descarga	0.2465	0.2529	-0.0063
	1.02794	carga	0.2530	0.2529	0.0002
1+2	1.07626	carga	0.3147	0.3153	-0.0006
	1.07626	descarga	0.3215	0.3153	0.0062
1+2+3	1.12507	carga	0.3832	0.3784	0.0048
	1.12507	descarga	0.3832	0.3784	0.0048
1+2+3+4	1.17465	carga	0.4369	0.4424	-0.0055
	1.17465	descarga	0.4416	0.4424	-0.0009
1+2+3+4+5	1.22472	carga	0.5027	0.5071	-0.0044
	1.22472	descarga	0.5091	0.5071	0.0020
1+2+3+4+5+6	1.27502	carga	0.5633	0.5721	-0.0088
	1.27502	descarga	0.5776	0.5721	0.0055
1+2+3+4+5+6+7	1.32550	carga	0.6328	0.6373	-0.0045
	1.32550	descarga	0.6352	0.6373	-0.0021
1+2+3+4+5+6+7+8	1.37601	carga	0.7022	0.7026	-0.0003
	1.37601	descarga	0.7098	0.7026	0.0072
1+2+3+4+5+6+7+8+9	1.42748	descarga	0.7700	0.7691	0.0009
	1.42748	carga	0.7806	0.7691	0.0115
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	1.48077	descarga	0.8254	0.8379	-0.0126
	1.48077	carga	0.8409	0.8379	0.0029

Tabelas 2.2 e 2.3: Ajuste linear da T² para c carga e descarga

(e resíduos). Pode ajustar 6 e resíduos 6, ajustando - r todos os valores medidas na carga e descarga em conjunto, tal que a cada valor de M correspondam dois períodos as quedadas distintas, T² carga e T² descarga. Como tal, esta disposição dos valores conjuga-se à "média" dos valores medidas tanto em carga como em descarga, sendo então o ajuste linear 6 o mais adequado para a determinação da constante de mola K.

Ajuste linear 4			
m_4	1.3022	-1.0885	b_4
$s(m_4)$	0.0132	0.0166	$s(b_4)$
r^2	0.9992	0.0060	$s(y_4)$

Ajuste linear 5			
m_5	1.2819	-1.0622	b_5
$s(m_5)$	0.0140	0.0177	$s(b_5)$
r^2	0.9990	0.0064	$s(y_5)$

Ajuste linear 6			
m_6	1.2921	-1.0753	b_6
$s(m_6)$	0.0094	0.0119	$s(b_6)$
r^2	0.9990	0.0061	$s(y_6)$

	Valor	Incerteza
$K \text{ (N/m)}$	30.5545	0.2226

Diferença relativa	1%
--------------------	----

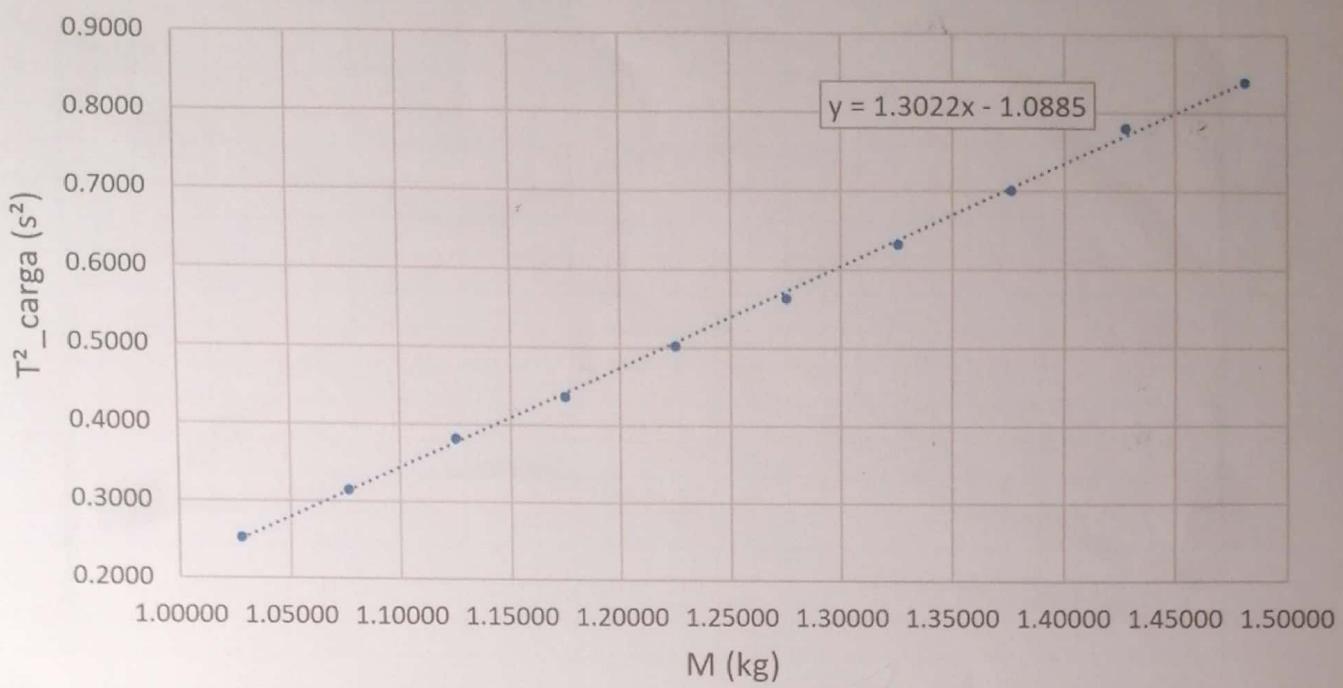
Tabela 24 : Determinar de K e sua incerteza

Determinar da ~~diferença~~ diferença relativa entre K medido

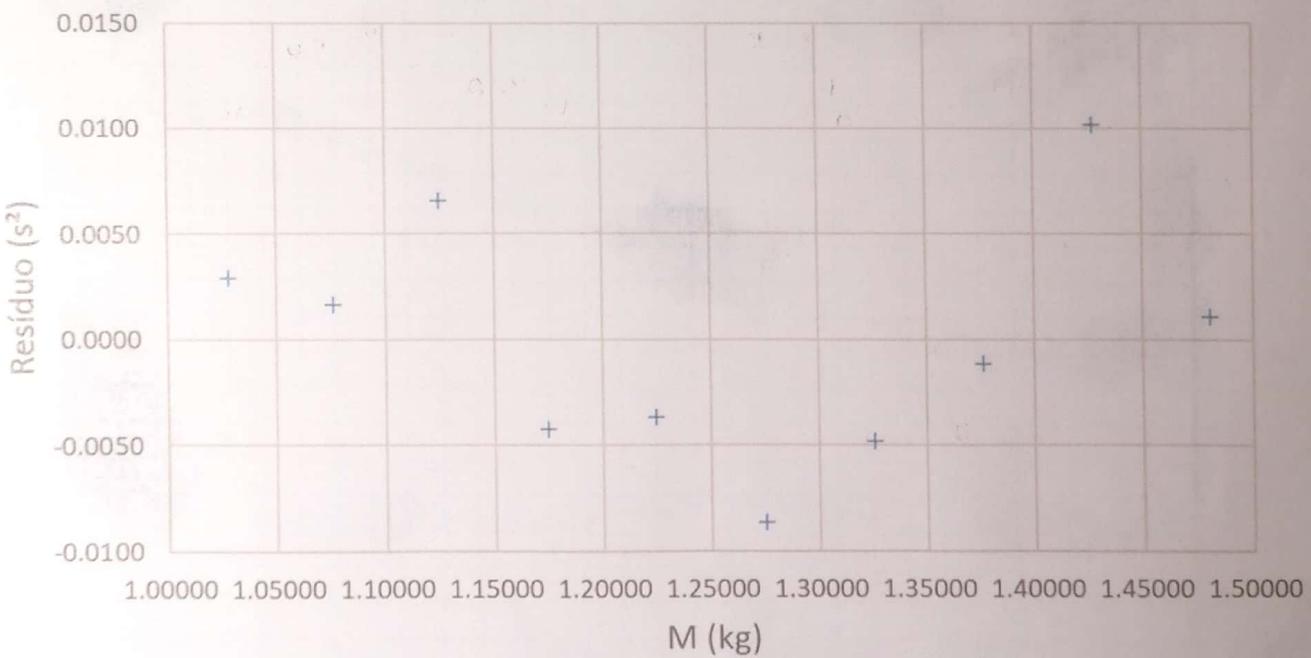
pelo método estatico e K medido pelo método dinâmico :

$$\text{Diferença relativa} = \frac{K_{\text{dinâmico}} - K_{\text{estático}}}{K_{\text{estático}}} \times 100$$

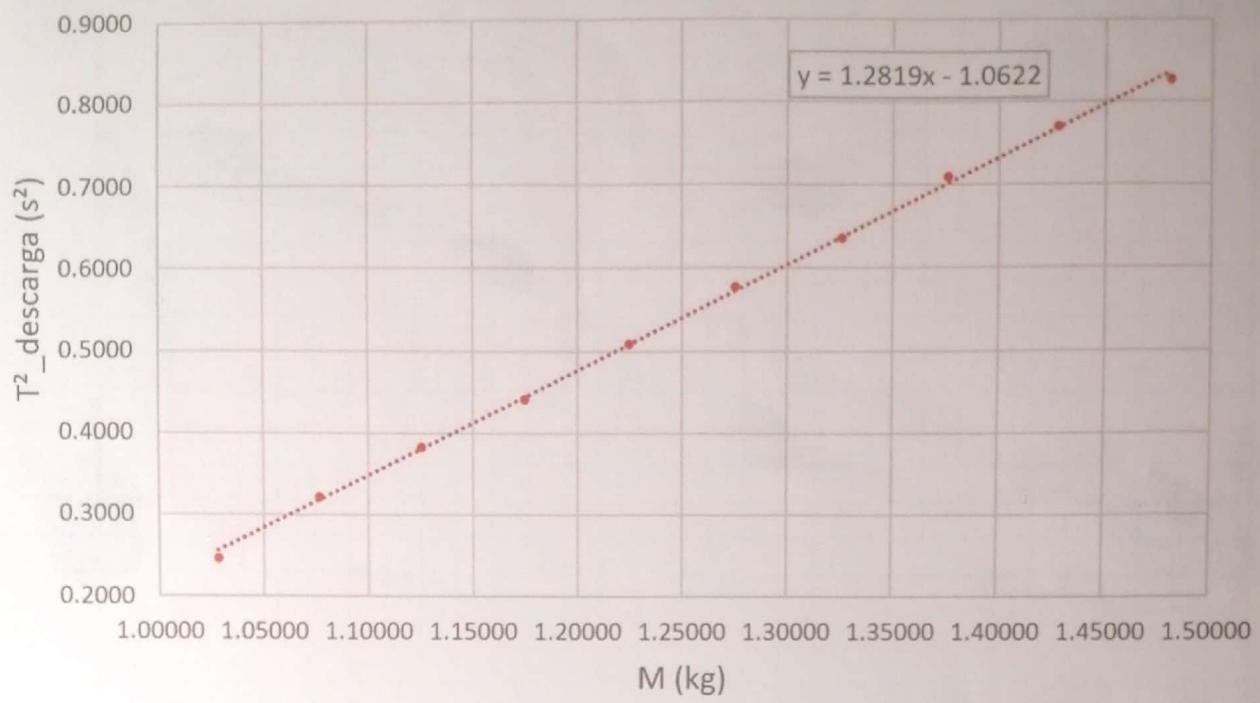
Ajuste linear 4



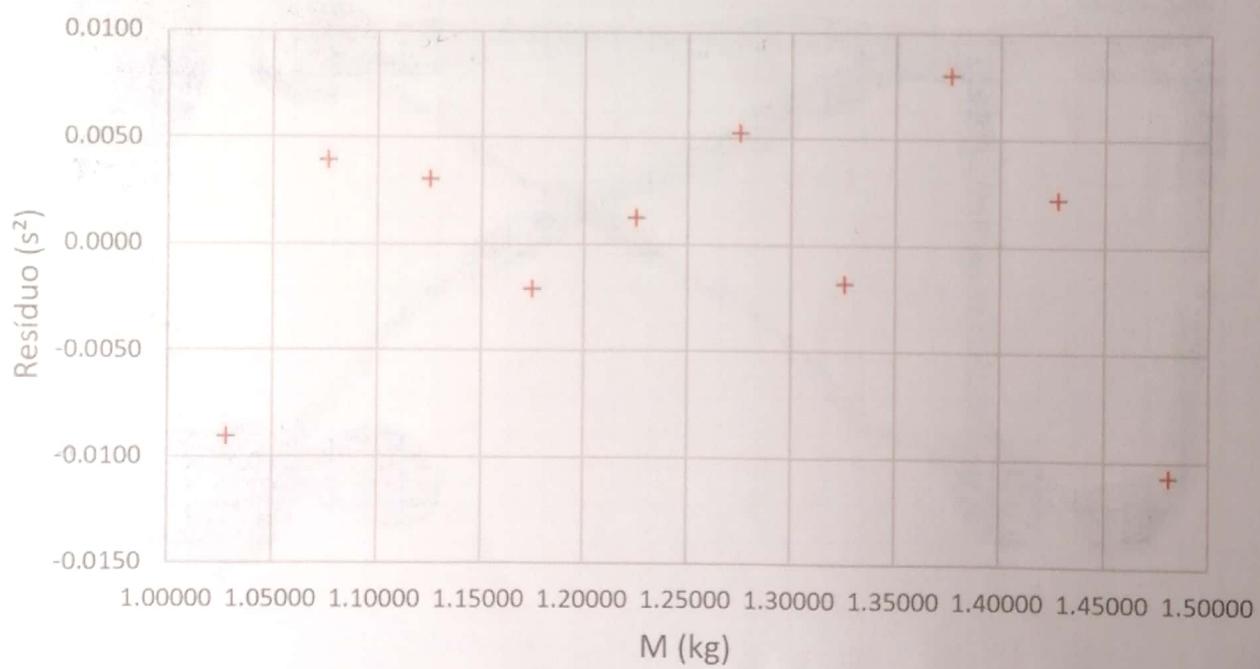
Resíduos 4



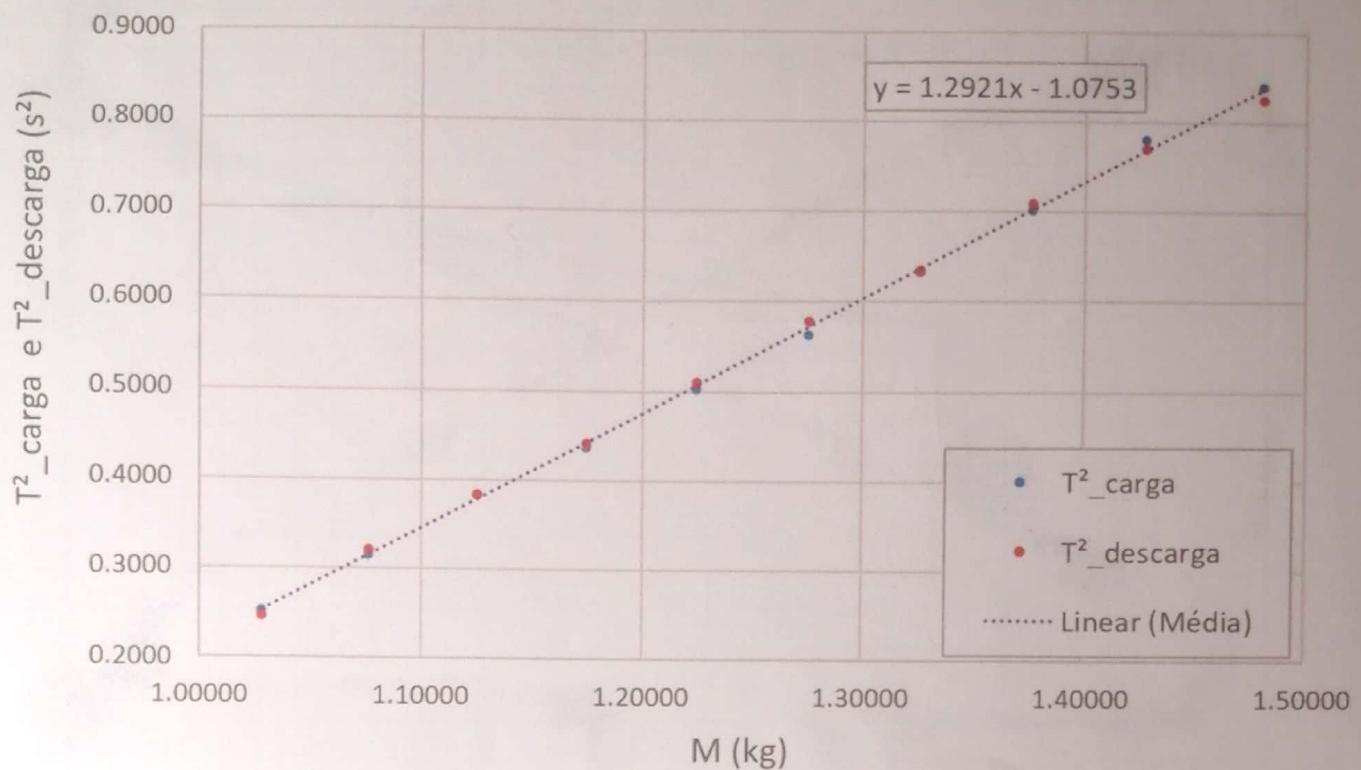
Ajuste linear 5



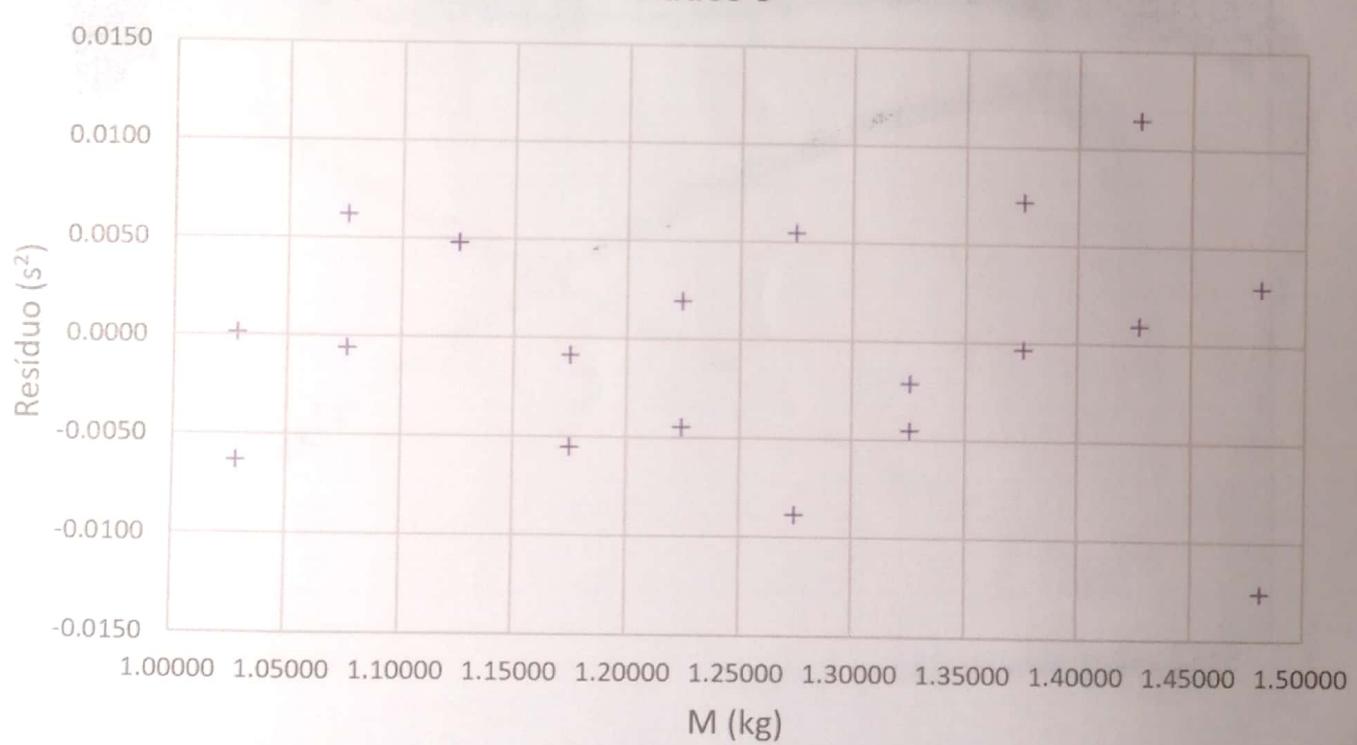
Resíduos 5



Ajuste linear 6



Resíduos 6



DISCUSSÃO

① Método estatístico

→ Pelo Lei de Hooke,

$$mg = Km \Rightarrow \frac{m}{g} = \frac{K}{2} \Leftrightarrow m_3 = \frac{K}{g} \Leftrightarrow K = m_3 g \quad (1)$$

→ Interpretação de K :

$$m(K) = \sqrt{\left(\frac{0,00538}{0,0528}\right)^2} = g \cdot \frac{m}{g} = 9,80665 \cdot 0,00538 \\ \approx 0,0528 \text{ N/m}$$

→ No gráficos apresentados, os pontos colidem bem com a reta de menor quadrado desenhada.

→ Os ajustes lineares 1 e 2 ~~foram~~ formam pontos divididos, nome que todos os pontos determinados se encontraram no intervalo formado pelas retas de deslocar $m + s(y) < m - n(y)$. Com tal, todos os pontos foram utilizados ~~para~~ para o ajuste linear 3.

→ Os gráficos de nódulos 1, 2 e 3 formam dispersões aleatórias, mas havendo qualquer tendência ~~de~~ observável

→ De acordo com a Tabela 1.4, a constante da mola K determinada aparentemente uma interpretação relativamente muito pequena

→ Observando os ajustes 1, 2 e 3, ~~foram~~ observa-se que a ordenada na origem, b_1 , b_2 e b_3 , respectivamente, obtida é praticamente nula. ~~foram~~

~~A existência da ordemada na origem não me explica de que lei de Hooke: segundo esta lei, a força restauradora, F , é diretamente proporcional ao deslocamento, x , pela constante de mola, K , tal que $F = -Kx$.~~

Assim, teoricamente, a mola atinge a força de equilíbrio no zero zero, $\vec{F} = mg$, forçante a força restauradora \vec{F} , tal como a equação (1) descreve. No entanto, experimentalmente, apesar das tentativas de estabilizar a mola massinhas, é imensurável que se verifique a oscilação de muito pequena amplitude de mola, tal que a mola não se chegue nunca ao ponto de equilíbrio. Assim,

b_1, b_2, b_3 hidrônios a óxido de manganês

→ Comparamos os ajustes lineares de carga e descarga (ajustes 1 e 2), verificando que os declives obtidos se diferem minimamente, ou seja, houve cedência plástica no ponto, mas não igual ou praticamente igual a $m_{descarga}$. Desta maneira, de acordo com a lei de Hooke, F não só é uma força restauradora como também é uma força elástica.

② Método dinâmico

→ Usando mais a lei de Hooke como termo final a 2^a Lei de Newton ($F = ma$):

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} M \Rightarrow \frac{I^2}{M} = \frac{4\pi^2}{K} \approx m_6 \cdot \frac{4\pi^2}{K} \text{ ou } K = \frac{4\pi^2}{m_6} \quad (2)$$

→ Inverso de K :

$$n(K) = \sqrt{\left(\frac{J_K \cdot n(m_6)}{J_m m_6}\right)^2} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{(m_6)^2} \cdot n(m_6)} = \frac{4\pi^2}{1,2921} \cdot (-1,0753) \\ = 0,2226 \text{ N/m}$$

→ Nos gráficos apresentados, mas foram feitas bases de um pôlo rígido anteriormente.

→ Os ajustes lineares 4 e 5 não fornecem bons resultados pela razão anteriormente.

→ Os gráficos de vívidos 4, 5 e 6 possuem diferentes elastinias, mas havendo qualquer tendência observável

→ De acordo com os gráficos "Ajuste Linear 5". "Resíduos 5°", a possível amplitudine de cedência das mãos ~~seja~~ se não houver durante a carga não ocorre significativamente o ajuste ~~deslocamento~~

→ De acordo com a Tabela 2.4, a diferença relativa entre $K_{dinâmico}$ e $K_{estático}$ é extremamente reduzida (1%). Considerando, todos os ajustes lineares realizados foram bem mediados, comprimindo-se que o movimento de mola pode ser estudado tanto pela lei de Hooke como pela 2^a Lei de Newton. Ainda assim, devolvendo a mesma Tabela, $K_{dinâmico}$ fornece uma maior inversão do que $K_{estático}$. Talvez den ~~explicar~~ os factos de, no processo dinâmico, a contagem de 20 vívidos tanto no processo de carga como no processo de descarga estaria sujeita a erro ~~humano~~ humano.

→ De acordo com os ajustes 4, 5, 6, as rupturas ordenadas são origem
 b_4, b_5, b_6 e b_7 mas na enunciado ~~próximas~~ próximas da O. Tal o explica por a
frequência angular do molo não é constante, ou seja, a mola não realiza
exatamente um movimento harmônico simples. Vi - m nisto que experimentalmente
não difere do que é apresentado no enunciado (2), ainda que o ajuste linear
seja válido.

CONCLUSÃO

- Verificou - m que a lei de Hooke é válida para
determinar a constante de mola pelo método estático, ~~que é o que~~
nisto que o ajuste linear faz bem - procedido e ~~obtendo~~ o valor obtido.
Também reduzindo imprecisões.
- Comprovou - m que tanto o método estático como o método dinâmico resultaram
em valores de K semelhantes, pelo que ambos se adequados para o estudo do
movimento de mola.
- Verificou - m pelo método dinâmico que a mola realize um movimento
praticamente harmônico simples, desde a qualidade do ajuste linear obtido.