

29/10/2022 Estudo do movimento de um pêndulo

Tiago Cetamina, Grupo 8, PL7, 202106809

### Objetivos:

- Verificar se existe dependência ~~exposta~~ entre o período de oscilação do um pêndulo e a sua massa.
- Determinar a aceleração da gravidade experimentalmente.
- Estudar o comportamento oscilante de um pêndulo.

### MATERIAL:

- Painel ~~vertical~~ plano vertical com transformadores e sistema de fixação do pêndulo;
- Várias esferas de diferentes massas;
- Fio de nylon;
- Cronômetro;
- Balança digital para medição das massas.

### Procedimento Experimental

Esta experiência está dividida em 3 procedimentos:

#### 1) Estudo do efeito da massa no período do pêndulo:

- Selecionar 3 esferas de massas diferentes e registrar os seus pesos;

Para cada esfera:

- Prender a esfera na extremidade do fio  
Nota! O comprimento da ~~fio~~ suspensão do fio ao centro das esferas tem de ser o mesmo para as 3 esferas;

- Afastar a esfera um ângulo  $\theta_0$  com a posição de equilíbrio, e largar a esfera iniciando imediatamente o cronômetro.

Nota! O ângulo  $\theta_0$  tem de ser igual para as 3 esferas;

- Medir o tempo de 10 oscilações ( $t_i$ );
- Determinar o tempo de oscilação;
- Repetir mais duas vezes.

2) Estudo da variação do período com a amplitude de oscilação:

- Selecionar uma esfera e prender na extremidade do fio, medindo a distância do ponto de suspensão ao centro de massa da esfera ( $L$ );
- Medir o período de oscilação ( $T$ ) para vários ângulos iniciais ( $\theta_0$ ) espaçados por  $5^\circ$ ;
- \* Para cada  $\theta_0$ :
  - Afastar a esfera um ângulo  $\theta_0$  e garantir que o fio está esticado e paralelo ao painel;
  - Largar a esfera e medir o tempo de 10 oscilações ( $t_i$ );
  - Repetir mais duas vezes.

3) Estudo da variação do período com o comprimento do pêndulo:

- Selecionar uma esfera e prender na extremidade do fio, medindo a distância do ponto de suspensão ao centro de massa da esfera ( $L$ );

- Medir o período de oscilação ( $T$ ) para vários comprimentos  $L$ , espaçados por 5 cm;

Para cada  $L$ :

- Afastar a esfera de um ângulo  $\theta_0 \leq 5^\circ$  igual em todos os ensaios e garantir que o fio está esticado e paralelo ao plano;
- Largar a esfera e medir o tempo de 10 oscilações ( $t_i$ );
- Repetir mais duas vezes.

### Análise de dados - Efeito da massa no período de oscilação

Após a realização da experiência ~~organizamos~~ a seguinte tabela:

	$m$ (kg)	Ensaio	$t_i$ (s)	$T_i$ (s)	$\bar{T}_i$ (s)	$u(\bar{T}_i)$	$u(t)$
Esfera 1	0.04305	1	16.38	1.638	1.629667	0.006888	0.01
		2	16.16	1.616			$u(m)$
		3	16.35	1.635			0.00001
Esfera 2	0.0679	1	16.44	1.644	1.649333	0.010729	
		2	16.7	1.67			
		3	16.34	1.634			
Esfera 3	0.02961	1	16.33	1.633	1.617333	0.008253	
		2	16.05	1.605			
		3	16.14	1.614			

Tabela 1 - Dados da experiência 1

E observando os dados verificamos que realmente existe uma influência entre a massa e o período de oscilação, embora seja pequena.

Nota! Todas as incertezas <sup>de  $\bar{T}_i$</sup>  foram calculadas usando a fórmula:  $u(\bar{T}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (T_i - \bar{T})^2}{m(m-1)}}$ ,  $m \rightarrow m^o$  de medidas feitas

Para melhor visualizar esta influência podemos representar graficamente  $\bar{T}_i$  (m) :

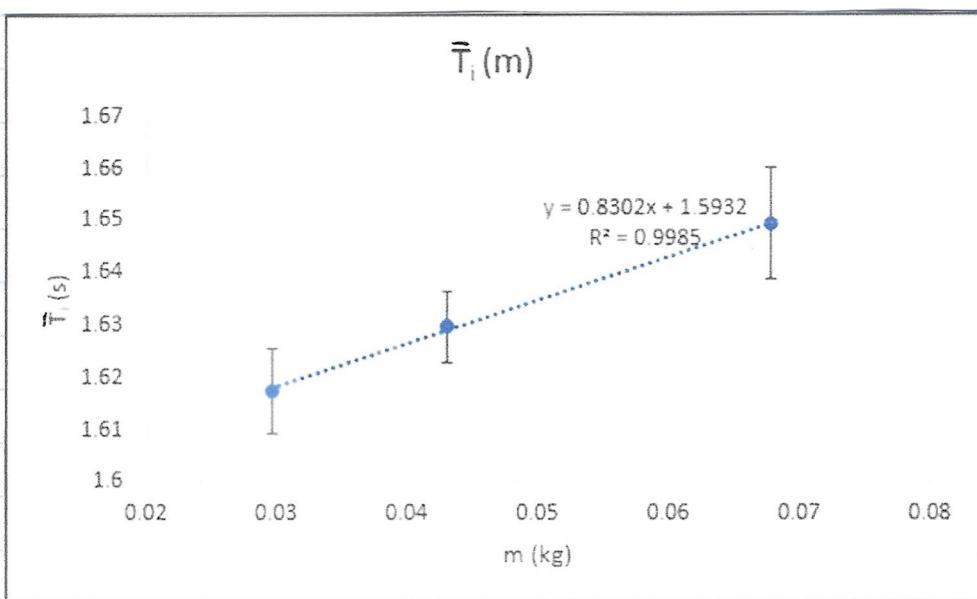


Gráfico 1 - Representação gráfica de  $\bar{T}_i$  (m)

É evidente que existe um tipo de tendência entre  $\bar{T}_i$  e  $m$ , e com os pontos que temos, a mais provável é uma tendência linear, mas precisaríamos de mais pontos para tirar alguma conclusão sobre o modelo matemático que define  $\bar{T}_i$  (m). Fiz então um ajuste linear para verificar o grau de variação de  $\bar{T}_i$  (m) (declive).

Ajuste Linear			
$m$	0.830178	1.593214	$b$
$u(m)$	0.032253	0.001595	$u(b)$
$R^2$	0.998493	0.000886	$u(y)$

Tabela 2 - Ajuste Linear de  $\bar{T}_i$  (m)

É obtendo um declive de 0,83, não podemos dizer que a influência que a massa tem no período de oscilação é desprezível, e a razão porque esta influência existe é, pois quando uma massa maior vai embaixo maior tensão no fio que segura a esfera, e maior tensão

vai causar um deformação no comprimento do fio, por outras palavras, o fio vai se esticar. Quando a relação  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{L}$  podemos estimar quanto variou o comprimento do fio:

pata m = 0,02961 Kg ;  $\bar{T}_i = 1,67333$  s

$$L = g \left( \frac{\pi \bar{T}_i}{2} \right)^2 \Leftrightarrow L \approx 0,650 \text{ m}$$

pata m = 0,06790 Kg ;  $\bar{T}_i = 1,64933$  s

$$L = g \left( \frac{\pi \bar{T}_i}{2} \right)^2 \Leftrightarrow L \approx 0,676 \text{ m}$$

~~$$\text{Variação} (\%) = \frac{|0,676 - 0,650|}{0,650} \times 100 \approx 4\%$$~~

Concluímos então que da massa menor para a maior, houve um variação no comprimento do fio de  $\approx 4\%$ .

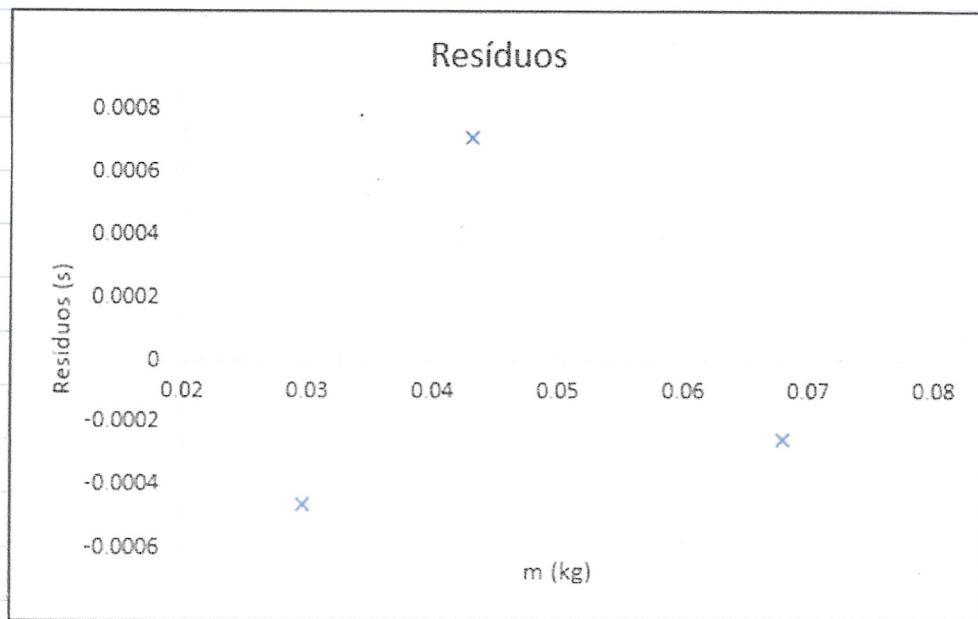


Gráfico 2 - Resíduos de Ajuste Linear de  $\bar{T}_i$  (m)

## Análise de dados - Efeito da amplitude de oscilação no período

Após realizarem ~~a~~ a experiência, usando a cifra 1, organizamos a seguinte tabela:

$\theta_0$ (°)	Ensaio	$t_i$ (s)	$T_i$ (s)	$\bar{T}_i$ (s)	$u(\bar{T}_i)$	L (cm)
35	1	15.74	1.574	1.582	0.004359	59.8
	2	15.83	1.583			
	3	15.89	1.589			
30	1	15.75	1.575	1.574667	0.002028	
	2	15.78	1.578			
	3	15.71	1.571			
25	1	15.74	1.574	1.572333	0.001667	
	2	15.74	1.574			
	3	15.69	1.569			

Tabela 3 - Dados da experiência 2

E, observando os dados, percebemos que existe uma incógnita pequena variação no período em relação ao ângulo inicial (amplitude de oscilação), e de forma a visualizar melhor esta variação representamos graficamente  $\bar{T}_i(\theta_0)$ :

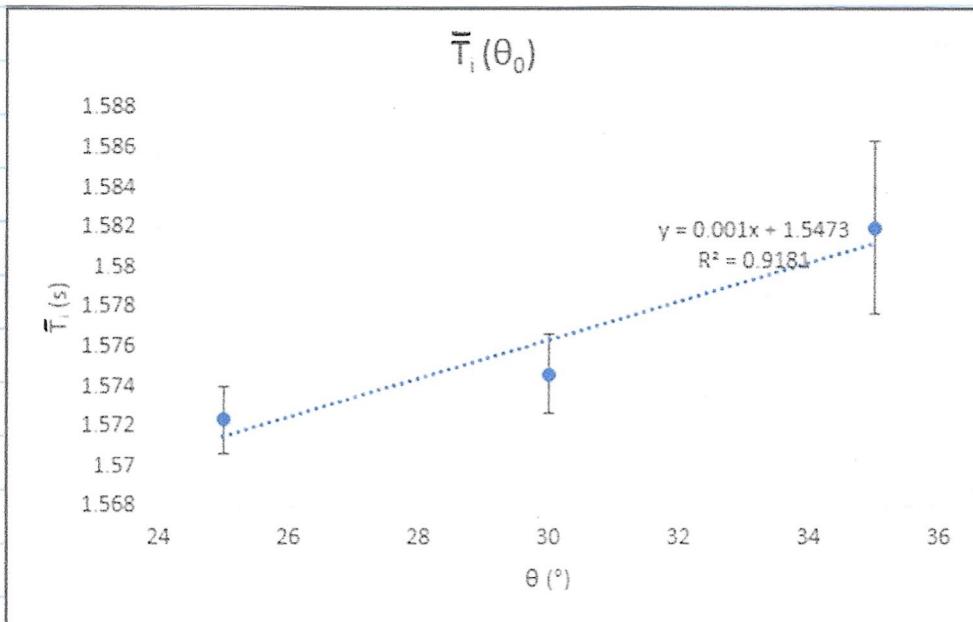


Gráfico 3 - Representação gráfica de  $\bar{T}_i(\theta_0)$

Tal como no estudo do efeito da massa, não temos pontos suficientes para tirar alguma conclusão sobre a tendência de  $\bar{T}_i(\theta_0)$ , então fizemos

um ajuste linear para ter noção de quanto varia o período de oscilação:

Ajuste Linear		
m	0.000967	1.547333 b
u(m)	0.000289	0.00874 u(b)
R <sup>2</sup>	0.918122	0.002041 u(y)

Tabela 4 - Ajuste Linear de  $\bar{T}_i(\theta_0)$

Obtendo um declive de  $-0.001$  podemos considerar a influência da amplitude de oscilação no período desprezível, mas é importante notar que ao longo que o ângulo inicial aumenta, o período de oscilação também aumenta. Isto pode ser explicado pela influência da resistência do ar, isto por tendo uma amplitude de oscilação maior significa que o pêndulo atravessará uma distância maior e atingirá velocidades maiores, o que ~~faz~~ causará que haja uma maior dissipação de energia mecânica do pêndulo por consequência da resistência do ar.

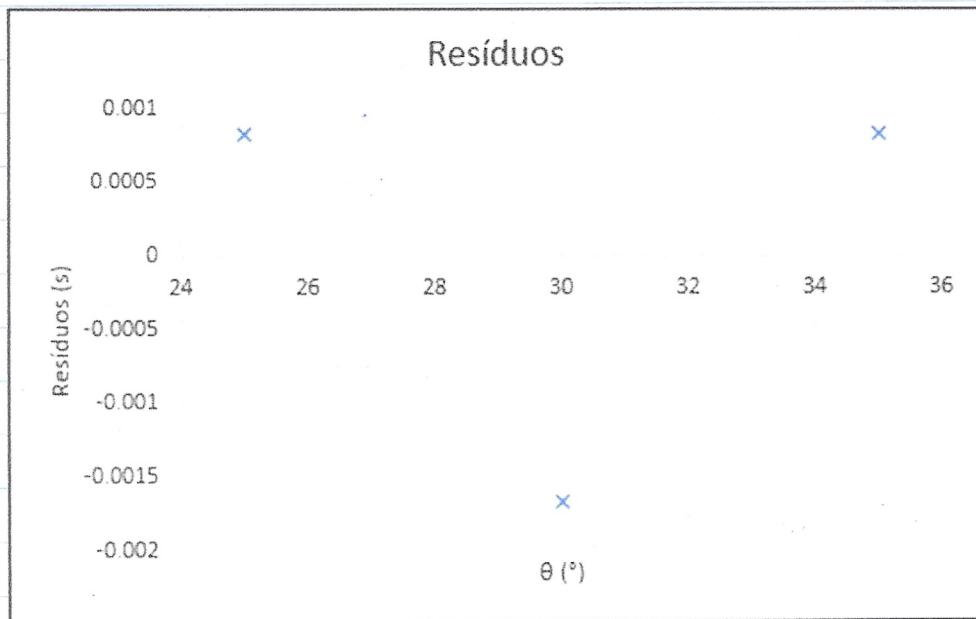


Gráfico 4 - Resíduos do Ajuste Linear de  $\bar{T}_i(\theta_0)$

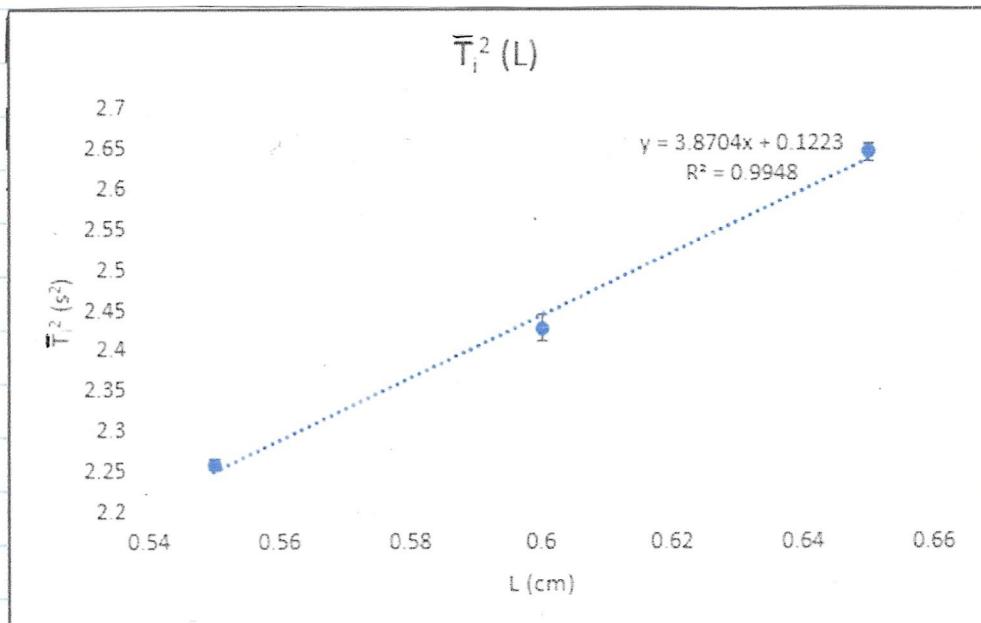
Análise de dados - Relação entre o comprimento do fio e o período de oscilação

Após realizar a experiência, usando a esfera 1, organizamos a seguinte tabela:

L (cm)	Ensaio	t <sub>i</sub> (s)	T <sub>i</sub> (s)	$\bar{T}_i$ (s)	u( $\bar{T}_i$ )	$\bar{T}_i^2$ (s <sup>2</sup> )	u( $\bar{T}_i^2$ )	$\theta$ (°)
0.65	1	16.22	1.622	1.626667	0.003712	2.646044	0.012076	5
	2	16.34	1.634					$u(L)$
	3	16.24	1.624					0.0005
0.6	1	15.51	1.551	1.558333	0.005044	2.428403	0.015721	
	2	15.68	1.568					
	3	15.56	1.556					
0.55	1	15.07	1.507	1.503	0.002082	2.259009	0.006257	
	2	15	1.5					
	3	15.02	1.502					

Tabela 5 - Dados da experiência 3

De acordo com a relação  $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L$ , ao representar gráficamente  $\bar{T}_i^2(L)$  devemos obter uma relação linear, se assim for e os fizerem um ajuste linear devemos obter declive =  $\frac{4\pi^2}{g}$  e  $b = 0$ :



Ajuste Linear		
m	3.870354	0.122273 b
u(m)	0.278559	0.167522 u(b)
R <sup>2</sup>	0.994847	0.019697 u(y)

Gráfico 5 - Representação gráfica de  $\bar{T}_i^2(L)$

Tabela 6 - Ajuste Linear de  $\bar{T}_i^2(L)$

Nota! A incerteza de  $\bar{T}_i^2$  foi calculada usando a fórmula:

$$u^2(\bar{T}_i^2) = \left( \frac{\partial \bar{T}_i^2}{\partial T_i} \right)^2 u^2(T_i) \Leftrightarrow u(\bar{T}_i^2) = 2u(T_i)\bar{T}_i$$

Observando o gráfico de  $\bar{T}_i^2(L)$  vemos que o ajuste linear encontra-se confortavelmente dentro das barraas de erro dos pontos, e usando o valor de  $m$  obtido podemos obter a seguinte aproximação ao valor da aceleração gravitacional:

$$m = \frac{4\pi^2}{g} \Leftrightarrow g = \frac{4\pi^2}{m} \Leftrightarrow g = 10,1996 \text{ m/s}^2$$

$$m = \frac{2}{3,87}$$

$$u^2(g) = \left( \frac{\partial g}{\partial m} \right)^2 u^2(m) \Leftrightarrow u(g) = \frac{4\pi^2}{m^2} u(m)$$

$$u(m) = 0,28 \quad \Leftrightarrow u(g) = 0,1057 \text{ m/s}^2$$

e então obtemos  $\underline{g = (10,1996 \pm 0,1057) \text{ m/s}^2}$ ,

o que, comparando com  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , obtemos um erro percentual de 3,97%.

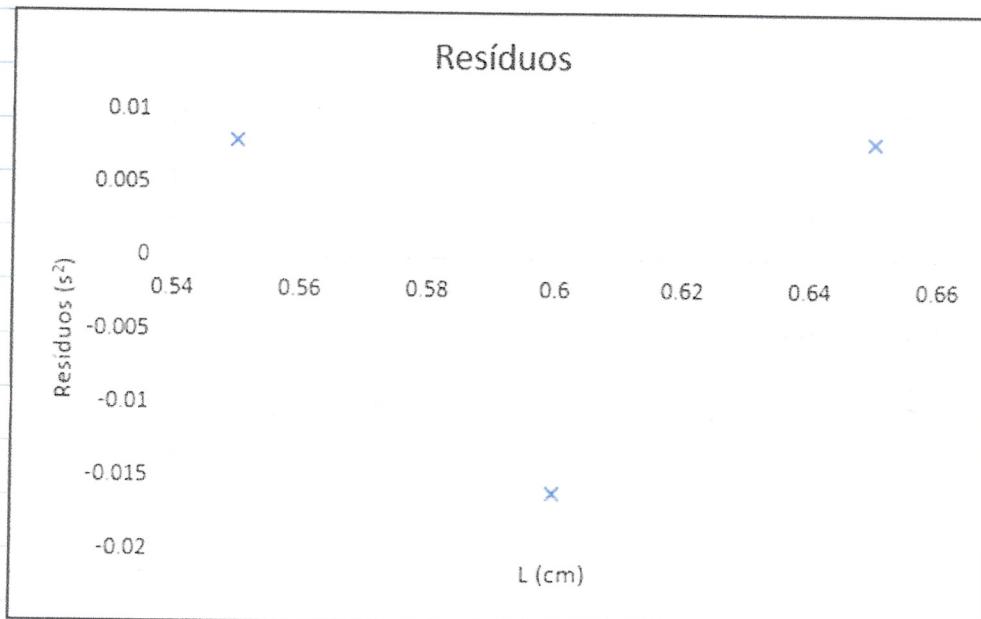


Grafico 6 - Resíduos do Ajuste Linear de  $\bar{T}_i^2(L)$

## Conclusão

- Com os dados retinados na experiência 1 chegamos à conclusão que a massa da esfera tem influência no período de ~~oscilação~~, e este foi sem dúvida o resultado mais chocante de todos pois vai contra os resultados obtidos teoricamente, mas que faz todo o sentido tendo que os cálculos teóricos não consideram o efeito que a tensão colocada no ~~no~~ fio tem no seu comprimento. Uma solução para obter resultados mais próximos aos teóricos seria usar um fio com a menor elasticidade possível.
- A relação entre ~~entre~~ a amplitude de oscilação e o período também foi uma surpresa, mas uma que é facilmente explicada adicionando a resistência do ar ao sistema. Embora não tenha sido possível o fazer ~~com~~ com os novos dados, seria ~~interessante~~ interessante realizar uma experiência com o propósito de encontrar uma equação matemática que descreva esta relação.
- O gráfico obtido na experiência 3 (Gráfico 3) apresentou o comportamento que era esperado pelas equações teóricas, e obtemos então um valor para a aceleração gravitacional com um erro percentual de  $\approx 4\%$ , o que é satisfatório mas não é um valor ~~um~~ fiável para uso em cálculos precisos. Este erro poderá ser explicado pela elasticidade do fio, pois como vimos na experiência 1, existe uma grande variação de período em relação à massa da esfera, com o fio usado.