18,5

[redacted]

8/04/2020

T 6B – Estudo do movimento de Projéteis

Objetivos:

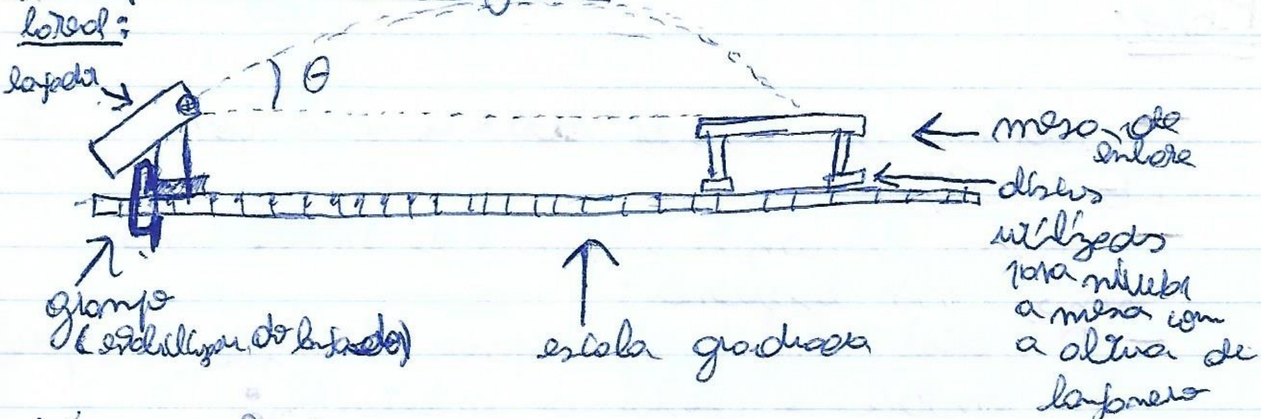
- Estudar experimentalmente o movimento de projéteis através da análise da dependência do ~~[illegible]~~ alcance com o ângulo do ~~[illegible]~~ lançamento de um projétil quando os níveis de impacto e lançamento são iguais
- Determinar ~~(velocidade de lançamento)~~ do alcance máximo e verificar que alc. máx ocorre em $\theta = 45^\circ$
- Determinar a velocidade de lançamento do lançador a utilizar (verificar se esta pode ser considerada constante para diferentes ângulos)

Utilizar a expressão:

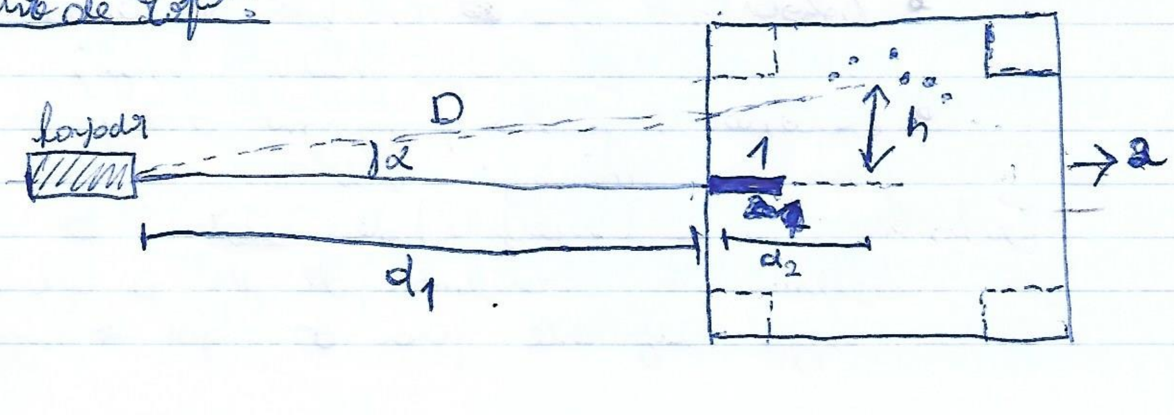
$$\boxed{x = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}}$$

Esquema de montagem:

Lateral:



Vista de topo:



Legenda:

1 → plano inicial na folha de papel milimétrico (marcação)

2 → Mesa de embate coberta com uma folha de papel milimétrico e papel químico.

Materiais:

- Papel milimétrico e químico
- Esfera de teste
- Óculos de proteção
- Lançador e grampo
- Mesa de impacte
- esquadro
- fita métrica colocada à bancada.

Cuidados:

- ~~[illegible]~~
- Óculos de proteção tem de estar colocados!
- ~~[illegible]~~ Assegurar o lançador a estar à mesma distância da mesa de ~~[illegible]~~ embate.
- Assegurar a existência de "paredes" ou fundos para os choques das esferas (placa de poliestireno)
- Tem em consideração os desníveis h, assinalados no esquema de montagem.

Plano:

→ Montar o lançador sobre a mesa com $\theta = 10^\circ$;
- Alinhar o lançador e a mesa de embate como vemos no esquema;
- Disparar uma esfera para localizar o ponto de embate e ajustar a montagem:
  - Colocar a esfera na boca do lançador; empurrar até à posição medium range;
  - Acionar o gatilho, segurando o disparador de forma a minimizar vibrações
- Colocar a mesa (superfície) de embate nas posições determinadas anteriormente, de forma a que ela esteja espaço suficiente para as variações do ângulo.

— Fixar papel milimétrico e químico na área de embate;

— Marcar pontos de referência de forma a medir a posição (h) ⊥ ao lançamento;

— Para cada ângulo, registar 5 ensaios (45°, 40°, 50°, 35°, 55°, 30°, 60°, ..., 10°, 80°) numerando os registos sequencialmente

→ confirmar se no início ou no fim de cada lançamento, o ângulo de disparo não alterou
→ medir a distância $d_1 + d_2$
→ ter cuidado com o desvio de forma a que seja necessário ter em consideração ou não esse erro no cálculo

— Regista os ajustes de lançamento;

Análise dos dados:

Nota: x(médio) = $\bar{x}$

	Ensaio	θ(º) 10	20	30	35	40	45	50	55	60	70	80
x (m)	1	0,7150	1,4570	1,9950	2,135	2,231	2,271	2,263	2,135	1,973	1,45	0,771
	2	0,7340	1,4620	1,9950	2,145	2,235	2,276	2,288	2,14	1,976	1,455	0,797
	3	0,7750	1,4680	2,0100	2,146	2,247	2,29	2,326	2,153	1,977	1,47	0,799
	4	0,7760	1,4790	2,0115	2,155	2,25	2,291	2,337	2,189	1,991	1,48	0,834
	5	0,7950	1,4860	2,0230	2,168	2,276	2,314	2,334	2,177	1,998	1,488	0,846
x médio (m)		0,7590	1,4704	2,0069	2,1498	2,2478	2,2884	2,3096	2,1588	1,9830	1,4686	0,8094
s(x médio) (m)		0,0332	0,0120	0,0120	0,0124	0,0177	0,0167	0,0326	0,0234	0,0109	0,0161	0,0303
u (x médio) (m)		0,0148	0,0054	0,0054	0,0055	0,0079	0,0075	0,0146	0,0105	0,0049	0,0072	0,0136
v(média) (m/s)		4,6635	4,7347	4,7655	4,7350	4,7295	4,7356	4,7941	4,7449	4,7371	4,7319	4,8158
u(v) (m/s)		0,0523	0,0071	0,0045	0,0042	0,0055	0,0051	0,0100	0,0078	0,0041	0,0096	0,0449
Sen(2θ)		0,3420	0,6428	0,8660	0,9397	0,9848	1,0000	0,9848	0,9397	0,8660	0,6428	0,3420

$u(x) = 1{,}5\,mm$

→ Para cada grupo de valores de x correspondentes a um certo θ, calcula-se o x médio, o desvio padrão (s(x médio)) e a incerteza de x médio (u(x médio)) para calcular o V(média) que corresponde ao V_0, isto é, velocidade inicial do lançamento, utilizou-se:

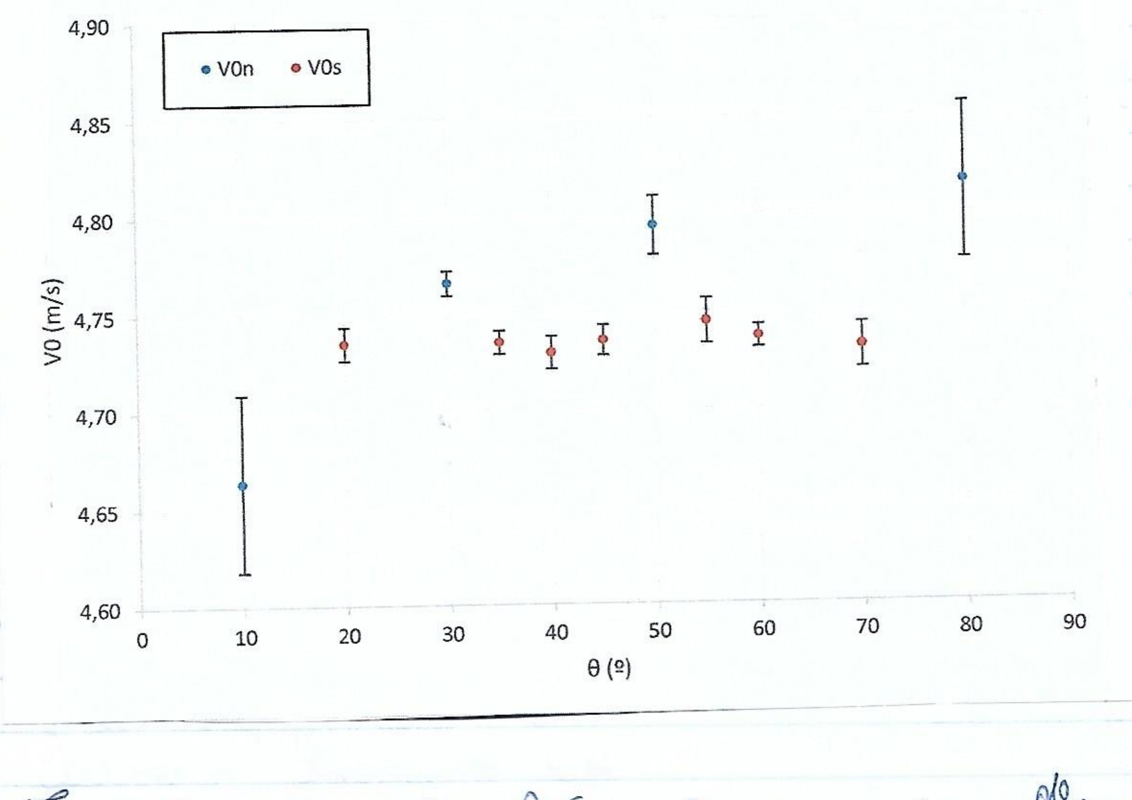
$$\rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{g \, x(\text{média})}{2\sin\theta\cos\theta}} \Leftrightarrow V_0 = \sqrt{\frac{g \, x(\text{média})}{\sin(2\theta)}}$$

Desta forma, considerando $g = 9{,}8 \, m\,s^{-2}$ e calculando o $\sin(2\theta)$ para cada ponto, obteve-se o $V_0 = V(\text{médio})$.

Para o cálculo de $u(V_0)$, utilizou-se a expressão

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V_0}{\partial x(\text{média})}\right)^2 u(x)^2} .$$

Desta forma, traçou-se o gráfico de $V_0(\theta)$:



Como podemos ver, há pontos com barras de erro um bocado maiores que outros e com valores mais afastados. O ideal seria todos terem apresentado o mesmo V_0. Desta forma procedeu-se ao retiro de alguns pontos

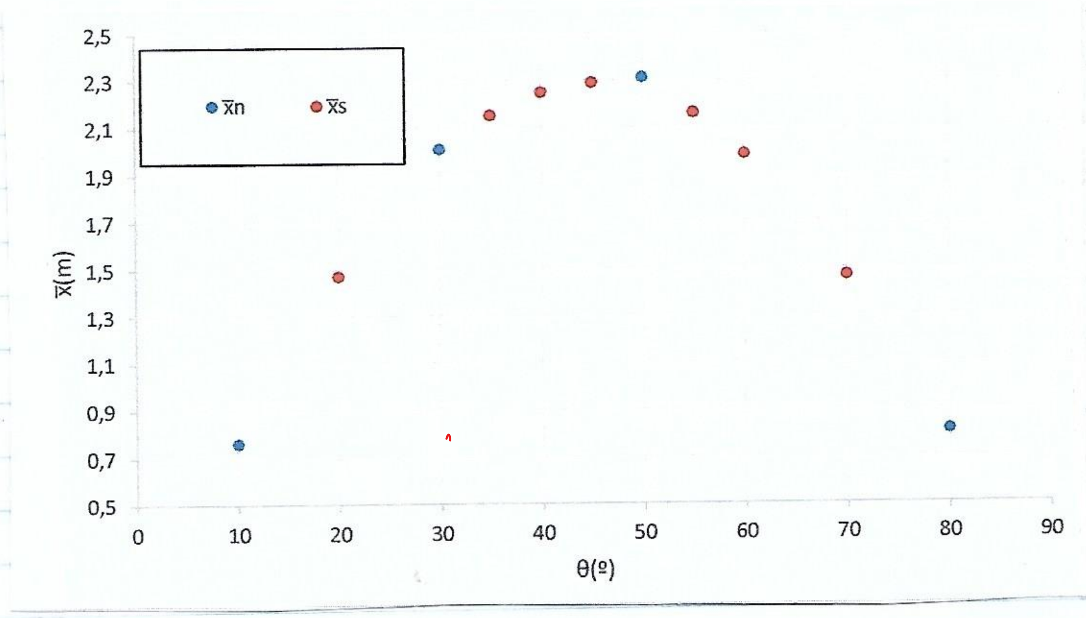
→ Desta forma, V_{0n} corresponde aos pontos que não serão considerados no ajuste
→ V_{0s} corresponde aos pontos que serão considerados

Desta forma, podemos calcular $\overline{V_0}$ que corresponde à média destes valores de V_{0s} e também os seus correspondentes estatísticos:

$\overline{V_0} = 4,736\cancel{8}\ ms^{-1}$ $\quad$ $u(\overline{V_0}) = 0,0018\ ms^{-1}$

$s(\overline{V_0}) = 0,005\cancel{8}\ ms^{-1}$ $\quad$ Incerteza = 0,03 %

Procedemos também à construção de um gráfico $\overline{x}(\theta)$:



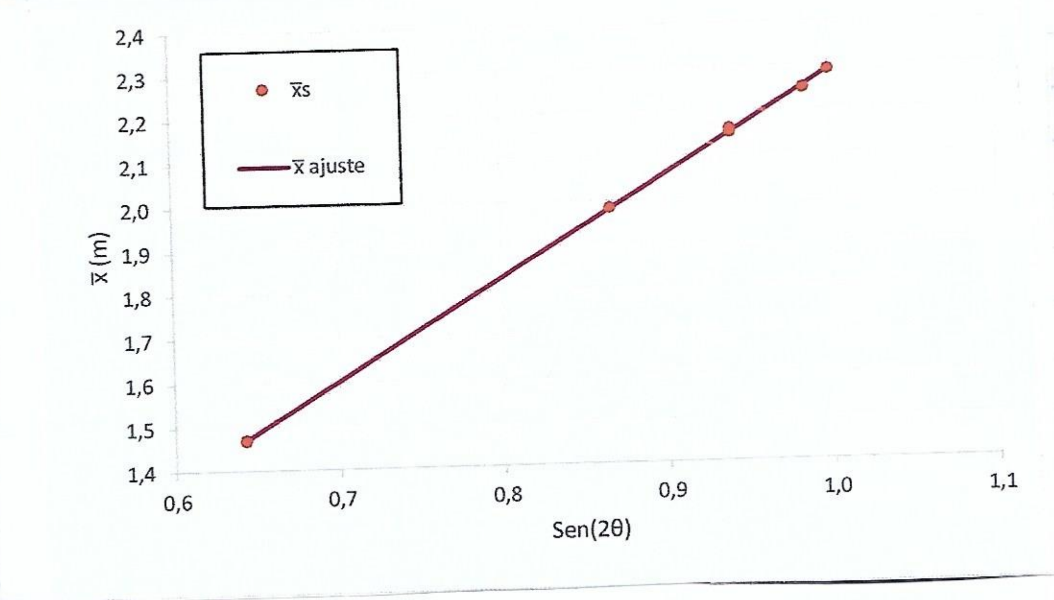
Tal como se procedeu para $V_0(\theta)$, também escolhemos certos pontos para serem considerados ou não no ajuste, desta forma:

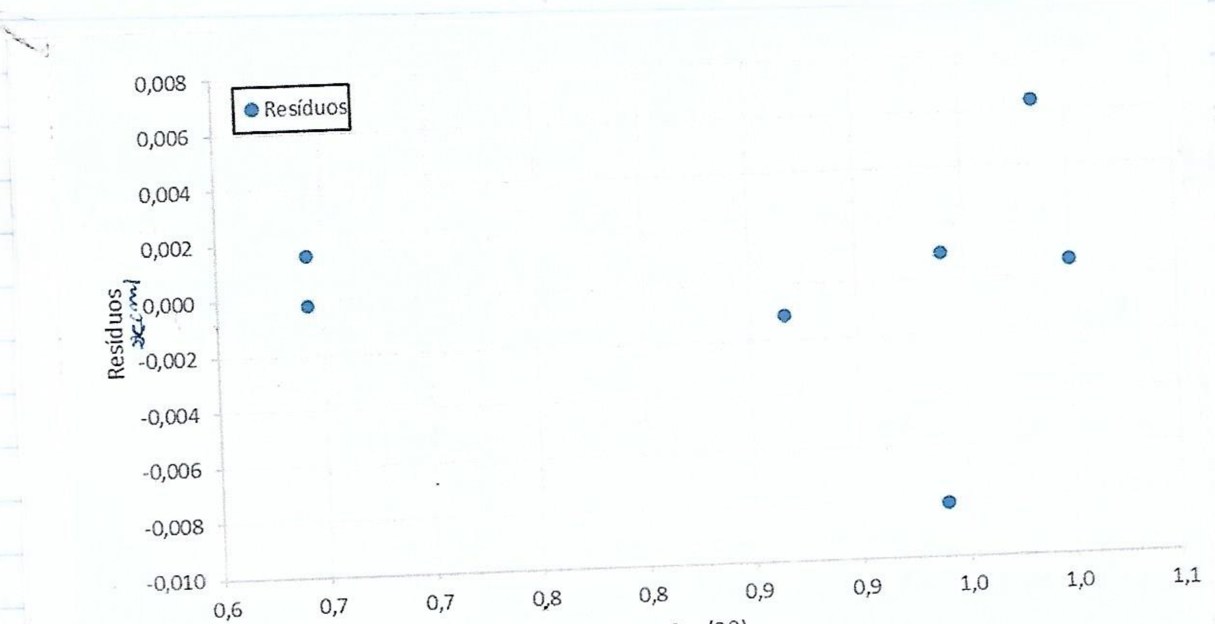
→ $\overline{x}_n$ ⇒ pontos não considerados no ajuste

→ $\overline{x}_s$ ⇒ pontos considerados no ajuste

Seria de esperar em $\bar{x}(\theta)$ uma dispersão de pontos que assemelhar-se-ia a uma parábola com concavidade virada para baixo, sendo o seu máximo em $\theta = 45°$. Como podemos ver, o $x(45) < x(50)$, logo tomou-se a liberdade de remover este ponto entre mais alguns que aparentam uma natureza duvidosa.

Desta forma, com os pontos considerados em $x(\theta)$, foram utilizados para $x(\sin 2\theta)$, onde foi facilmente concluído uma relação linear.



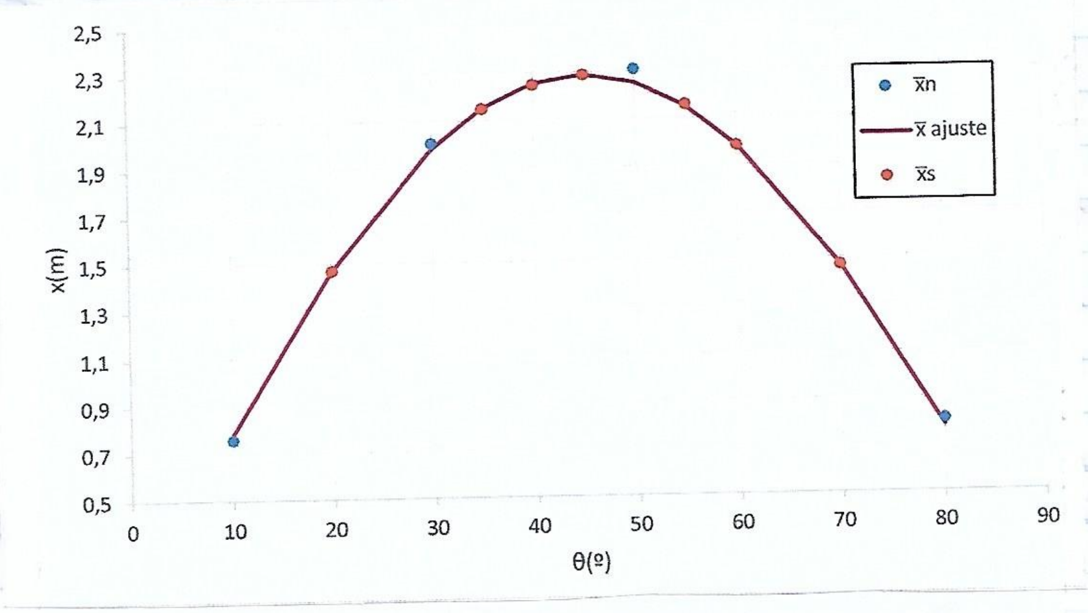


Desta forma, para o ajuste obtido, obtém-se as seguintes características ~~para o ajuste~~ lineares:

m	2,2922	b	-0,0032
u(m)	0,0125	u(b)	0,0108
r^2	0,99985	sy	0,004697

Alg.? signif. errados

Como podemos ver através da aleatoriedade do gráfico de resíduos, o ajuste foi bem feito e desta forma, podemos desfazer esta linearização e obter um ajuste para $x(\theta)$:



Como podemos ver em que $\bar{x} = \frac{V_0^2}{g}\sin(2\theta)$, logo no ajuste temos que:

$$m = \frac{V_0^2}{g} \Leftrightarrow \sqrt{m \times g} = V_0$$

velocidade tomada como referência

$$V_{0R} = 4,7396\ m\,s^{-1}$$

$$u(V_{0R}) = \sqrt{\left(\frac{\partial V_{0R}}{\partial m}\right)^2 \times u^2(m)} \simeq 0,0129\ m\,s^{-1}$$

Incerteza (%) = 0,27%

Desta forma, procedemos ao cálculo do erro de v_0:

$$\boxed{100 \times \frac{|\bar{V}_0 - V_{0R}|}{V_{0R}} \simeq 0{,}09\%}$$

Cálculo de $x_{máx}$:

Podemos obter o $x_{máx}$ através da expressão obtida para o ajuste do tipo $x = m(\sin(2\theta)) + b$, visto que, teoricamente, teríamos que ter $b=0$, podemos ignorar este valor e também devido a que $b \ll 1$. Desta forma, como podemos ver $x_{máx}$ acontece quando $\sin(2\theta)_{máx}$ que é igual a 1, logo temos: $x_{máx} = m$

$x_{máx} \simeq 2{,}2922$ m. Desta forma, ~~podemos concluir que~~ devido à remoção do ponto onde $\theta = 50°$ o alcance máximo experimental ($x_{máx}$) é de $\underbrace{2{,}288\cancel{4} \pm 0{,}007\cancel{5}}_{\theta = 45°}$

Obtemos desta forma uma incerteza (%) de 0,33% e um Erro (%) de 0,17%

$v_0 = (4{,}735\cancel{5} \pm 0{,}001\cancel{8})\ m\,s^{-1}$

$x_{máx} = (2{,}288\cancel{4} \pm 0{,}00\cancel{75})$ m

Se a eq. $x(\theta)$ é verificada c/ um bom ajuste $\Rightarrow$ $x_{máx}$ ocorre p/ $\theta = 45°$

Conclusão:

Como podemos ver, os resultados foram obtidos com baixa incerteza e erro para os valores de $v_0 = (4{,}7355 \pm 0{,}0018)\ m\,s^{-1}$ (Erro = 0,09%) e $x_{máx} = (2{,}2884 \pm 0{,}0075)$ m (Erro = 0,17%).

Como vimos também através dos resultados obtidos, obteve-se um valor maior para x para $\theta = 50°$, porém este ponto foi removido devido à sua natureza duvidosa. Desta forma, foi obtido um alcance máximo para $\theta = 45°$, como seria esperado.