

2^a Série
Trabalho 2A

grupo 2 → up 202107755 - PL6
data → 18/03/23

Filtros Resistência-Condensador (RC)

Objetivos

- Montar um circuito elétrico usando um filtro passa-baixo e outro usando um filtro passa-alto;
- Analisar as diferenças destes circuitos, tendo sido fornecido um sinal sinusoidal por um gerador de funções e verificar as respostas destes circuitos em função de sinais com as frequências diferentes;
- Identificar as características dos filtros utilizados;

Montagem Experimental

Os circuitos passa-baixo e passa-alto deverão ser montados segundo os seguintes esquemas:

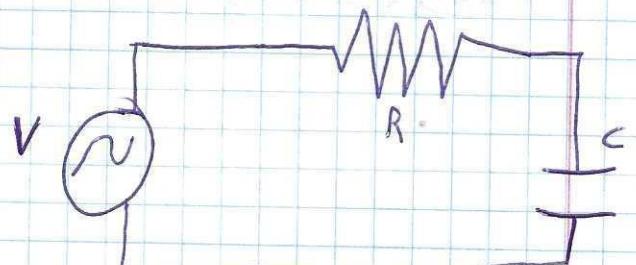


Fig. 1 - Esquema representativo de um circuito RC passa-baixo



Fig. 2 - Esquema representativo de um circuito R

Método Experimental

- Montou-se o primeiro circuito (passa-baixo) utilizando cabos com entrada e saída BNC;
- Após ligar os dispositivos, colocou-se o sinal proveniente do gerador com aproximadamente 5V de amplitude;
- Variou-se a frequência (do gerador) da onda proveniente do gerador e, utilizando sempre a melhor escala possível, mediu-se com as funcionalidades do osciloscópio a tensão (amplitude) pico-a-pico de ambos os sinais e o desfasamento de fase entre eles;
- Repetiu-se o procedimento para o segundo circuito (passa-alto);

Expressions importantes

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\omega R C}$$

$$I_0 = \frac{V_{go}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$V_{co} = \frac{1}{\omega C} \frac{V_{go}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$A_c = \frac{V_{co}}{V_{go}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R C)^2}}$$

$$\alpha_c = -\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\omega R C} \right) - \frac{\pi}{2}$$

$$A_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

$$\left(\frac{1}{A_c}\right)^2 = 1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{A_c}\right)^2 = \left(\frac{1}{f_c}\right)^2 f^2 + 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ y \quad m_0 \quad \pi$$

$$f_c = \frac{1}{\sqrt{m_0}}$$

$$A_R = \frac{V_{ro}}{V_{go}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega R C}\right)^2}}$$

$$\alpha_R = -\operatorname{arctg} (\omega R C) + \frac{\pi}{2}$$

85,6 mF \rightarrow passa-alto $\pm 0,1 \text{ mF}$

89,1 mF \rightarrow passa-baixo $\pm 0,1 \text{ mF}$

$$A_R = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad \left(\frac{1}{A_R}\right)^2 = 1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{A_R}\right)^2 = f_R^2 \left(\frac{1}{f}\right)^2 + 1 \rightarrow b$$

$$\downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow n \\ y \quad m_0$$

$$f_R = \sqrt{m_0}$$

Análise dos resultados

Círcuito

1 → ~~passa-alta / passa-baixo~~

f (Hz)	u(f)/Hz	2V _{dc} (V)	u(V _{dc})	2V _{dc} (V)	u(V _{dc})	α (graus)	u(α(graus))	círculo 1 passa baixo														
								ln(f)	u(ln)	A _c	u(A _c)	A _c (teórico)	u(A _c (teórico))	u(A _c)	u(α(rad))	u(α(rad))	α(rad)	u(α(rad))(teórico)	1/(A _c)^2	F^2	fit	Resíduos
27	1	5,04	0,01	4,96	0,01	0,0	0,0	0,1	3,30	0,04	0,984	0,003	0,9989	0,0001	0,000	0,002	-0,047	0,003	1,03251821	729	0,236822	0,795696
56	1	5,04	0,01	4,96	0,01	4,4	4,4	0,4	4,03	0,02	0,984	0,003	0,9953	0,0005	0,077	0,007	-0,097	0,005	1,03251821	3136	0,244696	0,787822
96	1	5,04	0,01	4,98	0,01	9,0	9,0	0,7	4,56	0,01	0,968	0,003	0,986	0,001	0,157	0,012	-0,166	0,008	1,06664875	9216	0,264587	0,802062
145	1	4,96	0,01	4,80	0,01	15,1	15,1	0,5	4,977	0,007	0,968	0,003	0,969	0,003	0,264	0,009	-0,25	0,01	1,067777778	21025	0,30322	0,764558
161	1	4,96	0,01	4,80	0,01	18,5	18,5	0,1	5,081	0,006	0,968	0,003	0,963	0,004	0,323	0,002	-0,27	0,01	1,067777778	25921	0,319238	0,74854
199	1	4,96	0,01	4,64	0,01	19,9	19,9	1,4	5,293	0,005	0,935	0,003	0,945	0,005	0,347	0,024	-0,33	0,02	1,142667277	39601	0,363992	0,778696
254	1	4,96	0,01	4,40	0,01	25,1	25,1	0,5	5,537	0,004	0,867	0,003	0,914	0,008	0,438	0,009	-0,42	0,02	1,270743802	64516	0,445501	0,825242
299	1	4,96	0,01	4,32	0,01	28,9	28,9	1,0	5,700	0,003	0,871	0,003	0,887	0,009	0,504	0,017	-0,48	0,02	1,31824417	89401	0,526913	0,791331
402	1	4,96	0,01	3,96	0,01	35,9	35,9	0,1	5,996	0,002	0,798	0,003	0,82	0,01	0,627	0,002	-0,61	0,02	1,568819508	161604	0,763125	0,805694
496	1	4,92	0,01	3,60	0,01	42,9	42,9	0,5	6,207	0,002	0,732	0,003	0,76	0,02	0,749	0,009	-0,71	0,02	1,867777778	246016	1,03928	0,828498
750	1	4,92	0,01	2,88	0,01	53,1	53,1	0,3	6,620	0,001	0,5854	0,002	0,61	0,02	0,927	0,005	-0,92	0,02	2,918402778	562500	2,07466	0,843743
997	1	4,92	0,01	2,36	0,01	60,7	60,7	1,0	6,905	0,001	0,480	0,002	0,50	0,02	1,059	0,017	-1,05	0,02	4,346164895	99409	3,485345	0,85895
2030	10	4,88	0,01	1,30	0,01	75,1	75,1	0,7	7,616	0,005	0,266	0,002	0,27	0,01	1,311	0,012	-1,30	0,01	14,09136095	4120900	13,71599	0,375369
4980	10	4,88	0,01	0,544	0,001	84,2	84,2	0,1	8,513	0,002	0,1115	0,003	0,114	0,006	1,470	0,002	-1,456	0,006	80,47145329	24800400	81,36913	-0,89767
7480	10	4,88	0,01	0,360	0,001	86,5	86,5	0,5	8,920	0,001	0,0738	0,003	0,076	0,004	1,510	0,009	-1,494	0,004	183,7530864	55950400	183,2766	0,476505
10010	10	4,88	0,01	0,272	0,001	86,4	86,4	0,1	9,211	0,001	0,0557	0,002	0,057	0,003	1,508	0,002	-1,514	0,003	521,8858131	100200100	328,0398	-6,15399
12400	100	4,88	0,01	0,220	0,001	87,6	87,6	0,6	9,425	0,008	0,0451	0,002	0,046	0,002	1,529	0,010	-1,525	0,002	492,0330579	153760000	503,2614	-11,2283
14700	100	4,88	0,01	0,182	0,001	88,6	88,6	0,4	9,596	0,007	0,037295	0,002	0,039	0,002	1,546	0,007	-1,532	0,002	718,9469871	216090000	707,1745	11,77253
16800	100	4,88	0,01	0,162	0,001	88,5	88,5	0,1	9,729	0,006	0,033197	0,002	0,034	0,002	1,510	0,002	-1,537	0,002	907,422649	282240000	923,5847	-16,162
18900	100	4,88	0,01	0,142	0,001	87,6	87,6	0,4	9,847	0,005	0,029098	0,002	0,030	0,002	1,529	0,007	-1,540	0,002	1181,035509	357210000	1168,85	12,1893

Fig. 3 - Dados elaborados numa página Excel, de acordo com os valores obtidos experimentalmente

* - os valores das integrais foram calculados usando a semidiferença entre os valores da fase em que o voltmetro mostrava, oscilando.

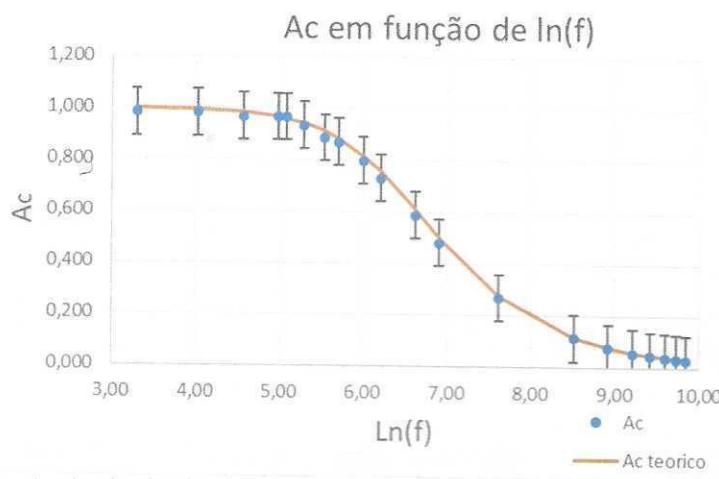


Fig. 4 - gráfico da amplitude A_c medida experimentalmente e teória em função de ln(f)

Fig. 5 - Tabela com os valores de R e C e os seus erros

passa-baixo			
R(teórico)/Ω	u(R)/Ω	C(teórico)/nF	u(C)/nF
3300	165	84,1	0,1



Fig. 6 - gráfico da fase experimental e teórica em função da frequência

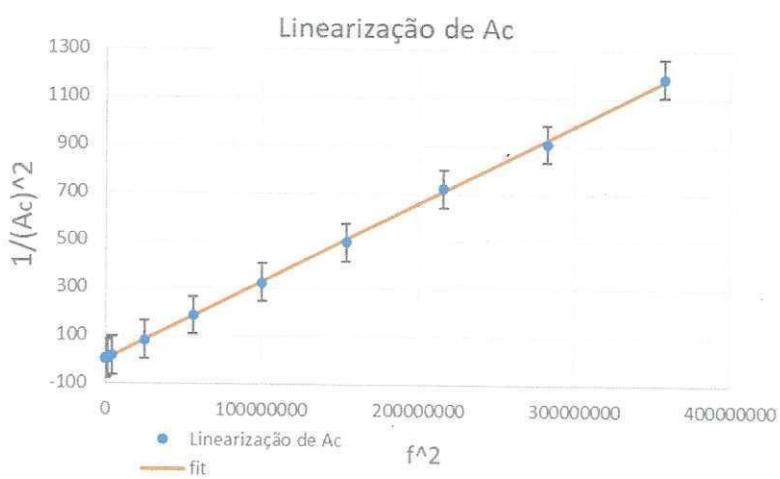


Fig. 7 - gráfico da linearização de A_c em função de f^2 com o ajuste linear

m_0	3,27151E-06	0,2344368
$u(m_0)$	1,35008E-08	1,6296269
	0,999693549	6,3296645
	58718,91753	18
	2352553,032	721,16375

b)
 $u(b)$

fc	u(fc)	b	u(b)
558	1	0,2	1,6

b)

Fig. 8 - a) Ajuste da linearização de A_c em funções de f , usando a função "Linest" do Excel
b) cálculo do g_c experimental

e b através dos dados de a)

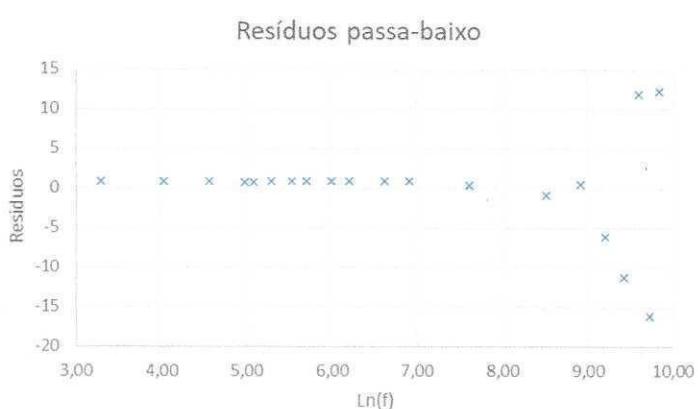


Fig. 9 - gráfico dos resíduos em função de $\ln(f)$

resíduos $\equiv \frac{1}{(A_c)^2} - \text{fit}$

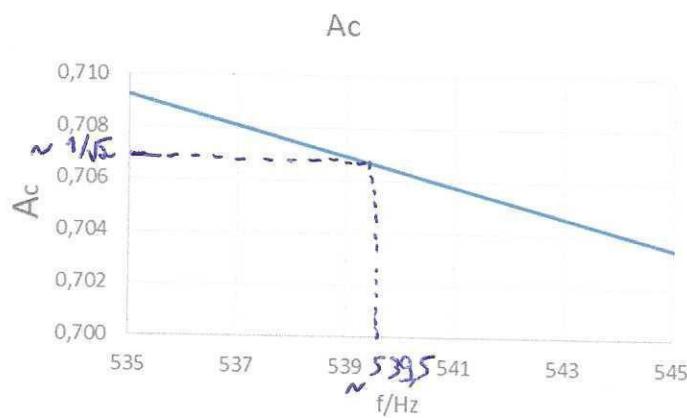


Fig.10 - Estimativa do valor da frequência de corte analisando o gráfico de A_c em função de f .

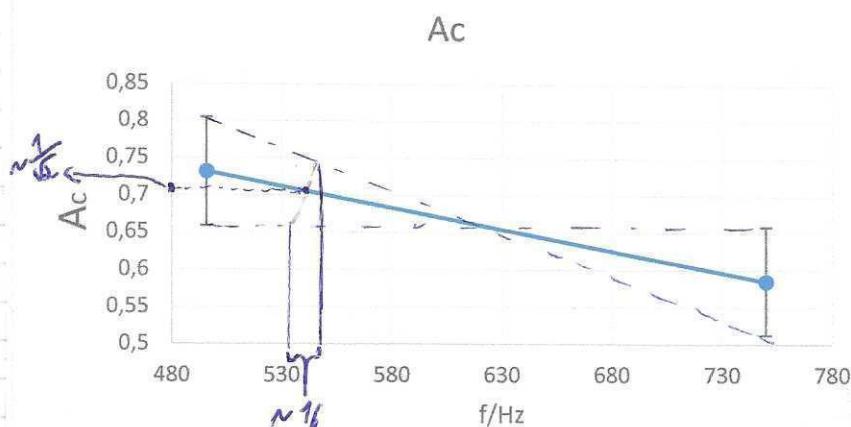
$$f_c \approx 539,5 \text{ Hz}$$


Fig.11 - Estimativa da incerteza de f_c , analisando o gráfico de A_c em função de f , de acordo com as barras de erro.

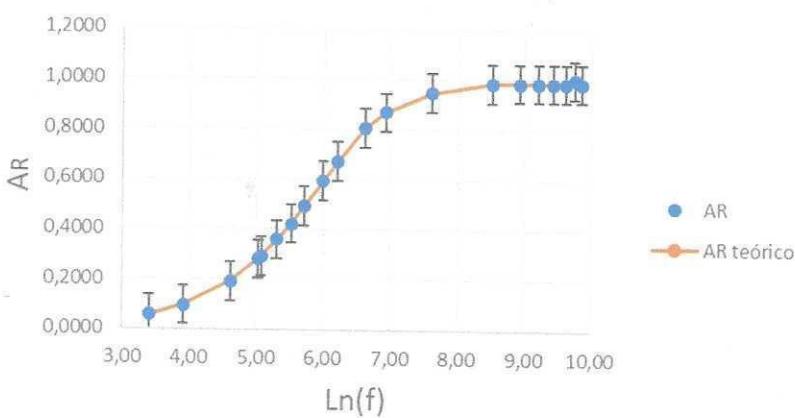
$$f_c \approx (609,52 \pm 7,47 \text{ Hz}) \quad 540 \pm 8 \text{ Hz}$$

Círculo 2 → passa-alto

f[Hz]	u(f)/Hz	círculo 2 passa alto																			
		2V _{R0} [V]	u(V _{R0})	2V _{C0} [V]	u(V _{C0})	α(graus)	u(α)	Ln(f)	u(Ln)	A _R	u(A _R)	A _R (teórico)	u(A _R)(teó)	α(rad)	u(α(rad))	α(rad)(teórico)	u(α(rad))(teórico)	1/(A _R)^2	1/f^2	fit	Resíduos
30	1	4,88	0,01	0,284	0,0001	-86,7	0,1	3,40	0,003	0,0582	0,0002	0,053	0,003	-1,513	0,002	1,518	0,003	295,259	0,0011111	295,1709	0,088
50	1	5,04	0,01	0,488	0,0001	-86,9	1,4	3,91	0,002	0,0968	0,0003	0,088	0,005	-1,517	0,024	1,482	0,005	106,665	0,0004	106,9776	-0,313
101	1	5,12	0,01	0,984	0,0001	-80,2	0,7	4,62	0,01	0,1922	0,0004	0,176	0,009	-1,400	0,012	1,393	0,009	27,074	9,803E-05	27,06208	0,012
153	1	5,12	0,01	1,44	0,001	-74,6	0,3	5,030	0,007	0,281	0,002	0,26	0,01	-1,302	0,005	1,31	0,01	12,642	4,272E-05	12,4242	0,218
160	1	5,12	0,01	1,50	0,001	-74,5	0,1	5,075	0,006	0,293	0,002	0,27	0,01	-1,300	0,002	1,29	0,01	11,651	3,906E-05	11,45662	0,194
202	1	5,12	0,01	1,84	0,001	-68,1	0,3	5,308	0,005	0,359	0,002	0,34	0,02	-1,189	0,005	1,23	0,02	7,743	2,451E-05	7,604664	0,138
250	1	5,12	0,01	2,16	0,001	-62,8	0,2	5,521	0,004	0,422	0,002	0,41	0,02	-1,096	0,003	1,15	0,02	5,619	0,000016	5,353207	0,265
302	1	5,12	0,01	2,52	0,001	-58,6	0,4	5,710	0,003	0,492	0,002	0,47	0,02	-1,023	0,007	1,08	0,02	4,128	1,096E-05	4,02056	0,107
401	1	5,12	0,01	3,04	0,001	-50,9	0,1	5,994	0,002	0,594	0,002	0,58	0,02	-0,888	0,002	0,95	0,02	2,837	6,219E-06	2,764661	0,072
500	1	5,12	0,01	3,44	0,001	-48,1	0,1	6,215	0,002	0,672	0,002	0,66	0,02	-0,840	0,002	0,84	0,02	2,215	0,000004	2,177445	0,038
751	1	5,12	0,01	4,12	0,001	-36,2	0,2	6,621	0,001	0,805	0,003	0,80	0,01	-0,632	0,003	0,64	0,02	1,544	1,773E-06	1,588089	-0,044
1020	10	5,12	0,01	4,44	0,001	-27,1	0,6	6,93	0,01	0,867	0,003	0,88	0,01	-0,473	0,010	0,50	0,02	1,330	9,612E-07	1,373228	-0,043
2020	10	5,12	0,01	4,84	0,001	-12,9	0,5	7,611	0,005	0,945	0,003	0,963	0,003	-0,225	0,009	0,27	0,01	1,119	2,451E-07	1,183716	-0,065
4980	10	5,20	0,01	5,12	0,001	-6,2	1,1	8,513	0,002	0,985	0,003	0,9937	0,006	-0,108	0,019	0,113	0,006	1,031	4,032E-08	1,129529	-0,098
7500	10	5,28	0,01	5,20	0,001	-3,1	2,0	8,923	0,001	0,985	0,003	0,9972	0,003	-0,054	0,035	0,075	0,004	1,031	1,778E-08	1,123563	-0,093
10000	10	5,28	0,01	5,20	0,001	-1,4	0,2	9,210	0,001	0,985	0,003	0,9984	0,002	-0,025	0,003	0,056	0,003	1,031	1E-08	1,121504	-0,090
12500	100	5,28	0,01	5,20	0,001	-1,2	1,0	9,433	0,008	0,985	0,003	0,9990	0,0001	-0,021	0,017	0,045	0,002	1,031	6,4E-09	1,120552	-0,090
15100	100	5,28	0,01	5,20	0,001	-2,2	0,6	9,622	0,007	0,985	0,003	0,99930	0,0007	-0,038	0,010	0,037	0,002	1,031	4,386E-09	1,120019	-0,089
17100	100	5,28	0,01	5,20	0,001	-0,4	1,1	9,747	0,006	1,000	0,003	0,99946	0,0005	-0,007	0,019	0,033	0,002	1,000	3,42E-09	1,119763	-0,120
19000	100	5,28	0,01	5,20	0,001	-1,4	0,5	9,852	0,005	0,985	0,003	0,99956	0,0004	-0,024	0,009	0,030	0,001	1,031	2,77E-09	1,119591	-0,089

Eig. 12 - Dados elaborados numa página Excel, de acordo com os valores obtidos experimentalmente
 * - os valores das incertezas foram calculados usando a (semidiferença) semidiferença entre os valores da fase em que o osciloscópio mostrava, dividindo.

AR em função de $\ln(f)$



Eig. 13 - gráfico da amplitude A_R (Amplitude) experimental e Teórica em função de $\ln(f)$

passa-alto

R(teórico)/Ω	u(R)/Ω	C(teórico)/nF	u(C)/nF
3300	165	85,6	0,1

Eig. 14 - Tabela com os valores de R e C e as suas incertezas



Eig. 15 - gráfico da fase experimental e Teórica em função da frequência

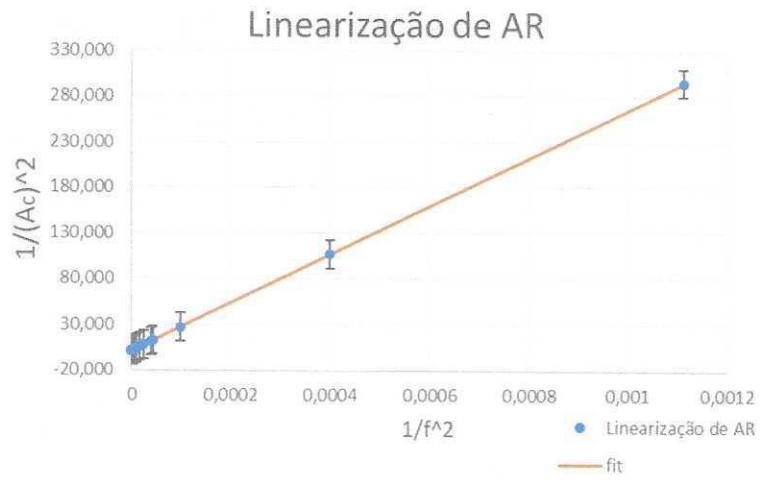


Fig. 16 - gráfico da linearização de A_R em função de f com o ajuste linear

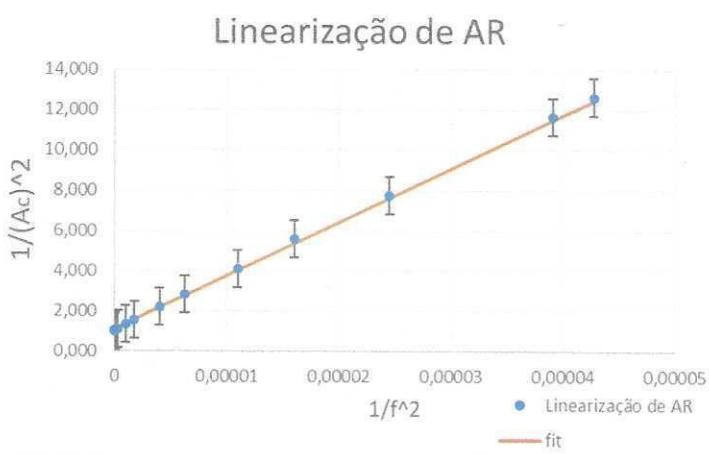


Fig. 17 - gráfico da linearização de A_R , sem os últimos três valores, para facilitar a visualização

A_R	$u(A_R)$
264646,8201	1,1188578
128,1842542	0,0340179
0,999995777	0,1435689
4262496,135	18
87858,67505	0,3710164

b)
u(b)

f_R	$u(f_R)$	b	$u(b)$
514,4	0,1	1,12	0,03

b)

Fig. 18 - a) Ajuste da linearização de A_R em função de f , usando a função "Linest" do Excel
b) cálculo de f_R e b experimentais através dos dados de a)

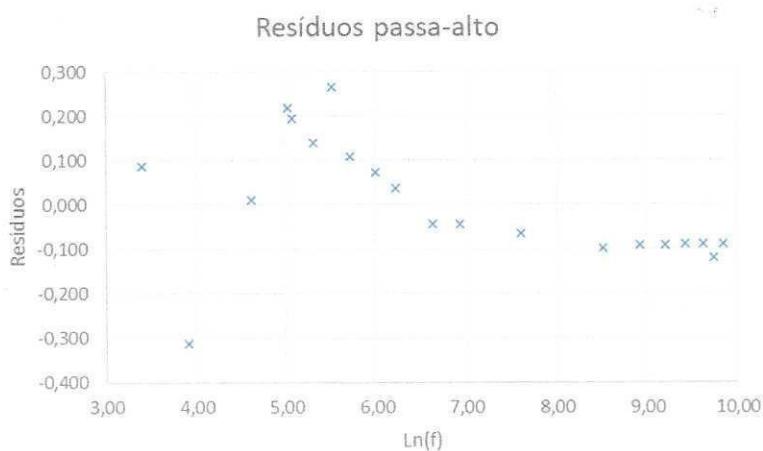


Fig. 19 - (resíduos) gráfico dos resíduos em função de $\ln(f)$
resíduos = $\frac{1}{(A_R)^2} - \text{fit}$

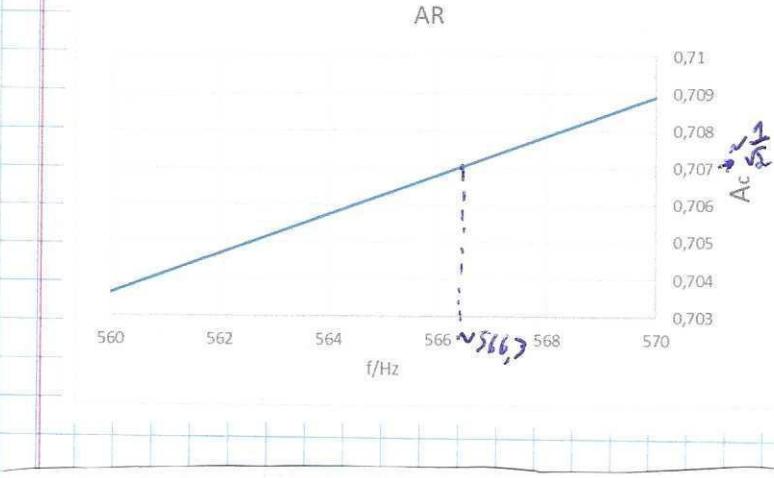


Fig.20 - Estimativa do valor da frequência de corte f_R , analisando o gráfico de A_R em função de f
 $f_R \approx 566,3 \text{ Hz}$

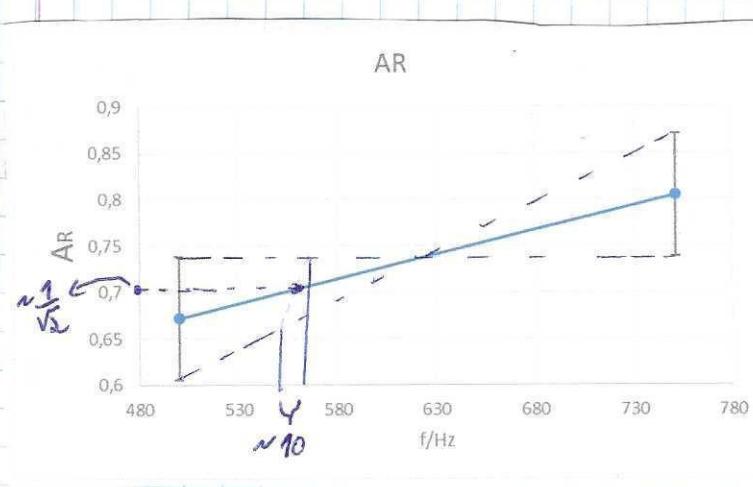


Fig.21 - Estimativa da incerteza de f_R , analisando o gráfico de A_R em função de f , de acordo com as barra de erro
 $f_R \approx 566 \pm 5 \text{ Hz}$

Cálculo das incertezas

As incertezas, não calculadas (corridas) na aquisição das medidas experimentais, foram todas calculadas usando o método de propagação de incertezas inserindo a expressão no Excel

$$u(\ln(f)) = \frac{f}{u(f)}$$

$$u(A_C) = \sqrt{A_C^2 \times \left(\left(\frac{u(V_{g0})}{2V_{g0}} \right)^2 + \left(\frac{u(V_{R0})}{2V_{R0}} \right)^2 \right)}$$

$$u(\alpha(\text{rad})) = \sqrt{\left(\frac{\pi}{180} \right)^2 \times u(\alpha(\text{graus}))^2}$$

$$u(A_R) = \sqrt{A_R^2 \times \left(\left(\frac{u(V_{R0})}{2V_{R0}} \right)^2 + \left(\frac{u(V_{g0})}{2V_{g0}} \right)^2 \right)}$$

Cálculo do erro

Passa-baixo:

$$f_c \text{ Teórico} = \frac{1}{2\pi RC} = 573,4 \text{ Hz}$$

$$u(f_c \text{ Teórico}) = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi R^2 C}\right)^2 \cdot u^2(R) + \left(\frac{1}{2\pi R C^2}\right)^2 \cdot u^2(C)} = 30 \text{ Hz}$$

$$f_c \text{ Teórico} = 573 \pm 30 \text{ Hz}$$

$$E \% = \frac{|573 - 558|}{573} \times 100 \% \approx 2,6 \%$$

Passa-alto:

$$f_R \text{ Teórico} = \frac{1}{2\pi RC} = 563,4 \text{ Hz}$$

$$u(f_R \text{ Teórico}) = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi R^2 C}\right)^2 \cdot u^2(R) + \left(\frac{1}{2\pi R C^2}\right)^2 \cdot u^2(C)} = 30 \text{ Hz}$$

$$f_R \text{ Teórico} = 563 \pm 30 \text{ Hz}$$

$$E \% = \frac{|563 - 514|}{563} \times 100 \% = 8,7 \%$$

Conclusão

No circuito passa-baixo, analisando o gráfico da Fig. 14 observamos que o circuito filtra frequências mais elevadas, (passa) uma vez (~~que~~) que quando (~~que~~) $f \rightarrow +\infty$, $A_c \rightarrow 0$ e quando $f \rightarrow 0^+$, $A_c \rightarrow 1$, deixar passar todas as sinal.

O inverso se mostra no circuito passa-alto, sendo evidente que pelos dados dos gráficos, o circuito deixa passar frequências altas e filtra as baixas.

Em ambos os circuitos, no gráfico de fase em função de f (Fig. 6 / Fig. 15), o sinal da diferença de fase é (~~é~~) oposto ao valor teórico. Isto poderá ser devido à (~~à~~) posição dos cabos montados no osciloscópio.