Eduardo Silva 28/3/2022

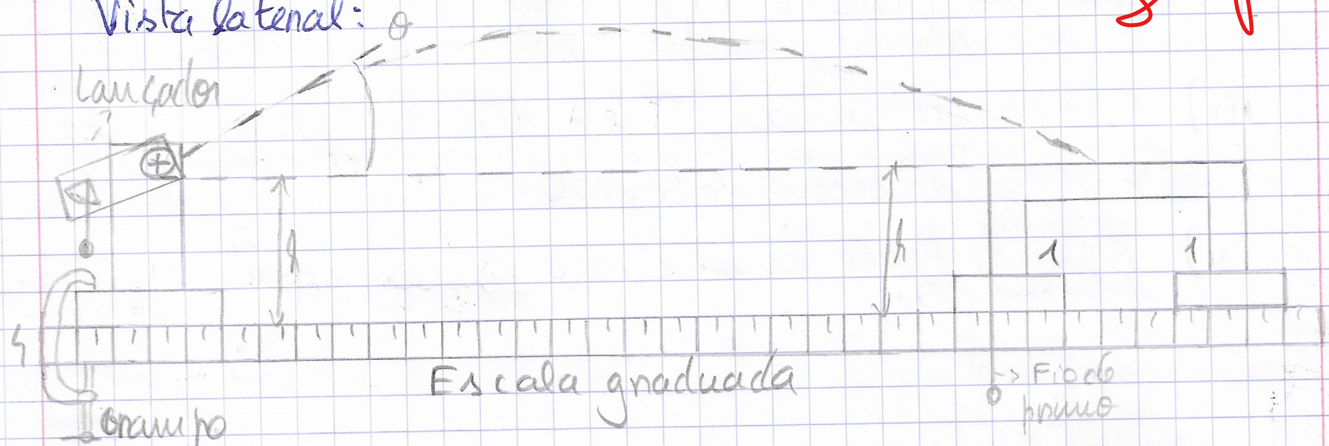
Estudo do movimento dos projéteis - 6 B PL 3

Objetivos: Análise da dependência do alcance do projetil com o ângulo de lançamento quando os níveis de lançamento e de impacto são iguais. Determinação do alcance máximo. Determinação da velocidade de lançamento.

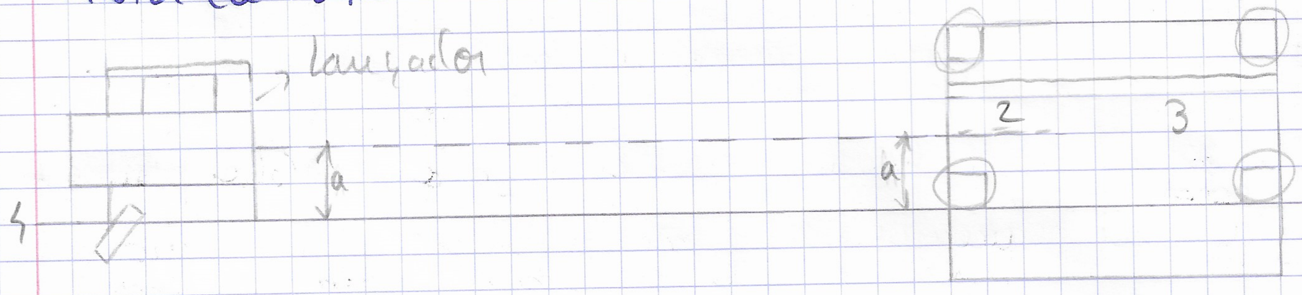
Suf

Esquema de montagem:

Vista lateral:



Vista de topo

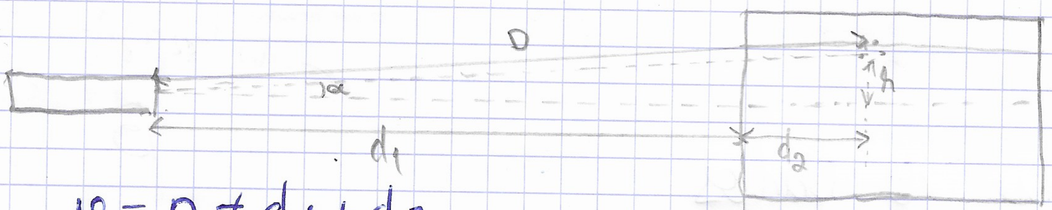


1 - Discos para elevarem o nível da mesa
2 - marcação do plano ideal na folha de papel milimétrico 3
4 - Régua da lançadeira com régua colada
5 - mesa de embate

Modo de execução:

- Montar o lançador sobre a mesa e ajustar o ângulo de lançamento para $\theta = 10^\circ$
- Alinhar o lançador e o alvo de embate, tal como indicado nos esquemas acima
- Disparar uma vez as esferas para localizar o ponto de embate. Para tal:
  - Colocar uma esfera na boca do lançador; empurrá-la até à posição medium range, utilizando o tubo de animação e a visualização através de ranhuras laterais.
  - Acionar o gatilho, puxando o cordel, mas segurando no disparador com a mão para minimizar deslocamentos destes

- Colocar a superfície de embate na posição determinada, mantendo-a segura
- Nessa posição, fixar com a mola disponível, uma folha de papel milimétrico (com o bordo branco cortado) e alinhe-a com os bordos da mesa de embate. Sobre ela ~~coloque uma~~ colocar uma folha de papel químico, com a face impressora virada para baixo.
- Registar a posição. Fazer 5 ensaios.
- Ter cuidado com os desvios do plano da trajetória, resultantes de deslizamento em rotação do lançador



$$x = D \neq d_1 + d_2$$

$$D = (d_1 + d_2)^2 + h^2$$

Introdução teórica

Temos as seguintes equações do movimento:

- $x(t) = x_0 + v_0 \cos\theta \, t$
- $y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta \, t - \frac{gt^2}{2}$

Considerando o ponto de partida coincidente com a origem do sistema de eixos, temos:

- $x(t) = v_0 \cos\theta \, t$
- $y(t) = v_0 \sin\theta \, t - \frac{gt^2}{2}$

~~Eliminando t das equações temos:~~

Equações:

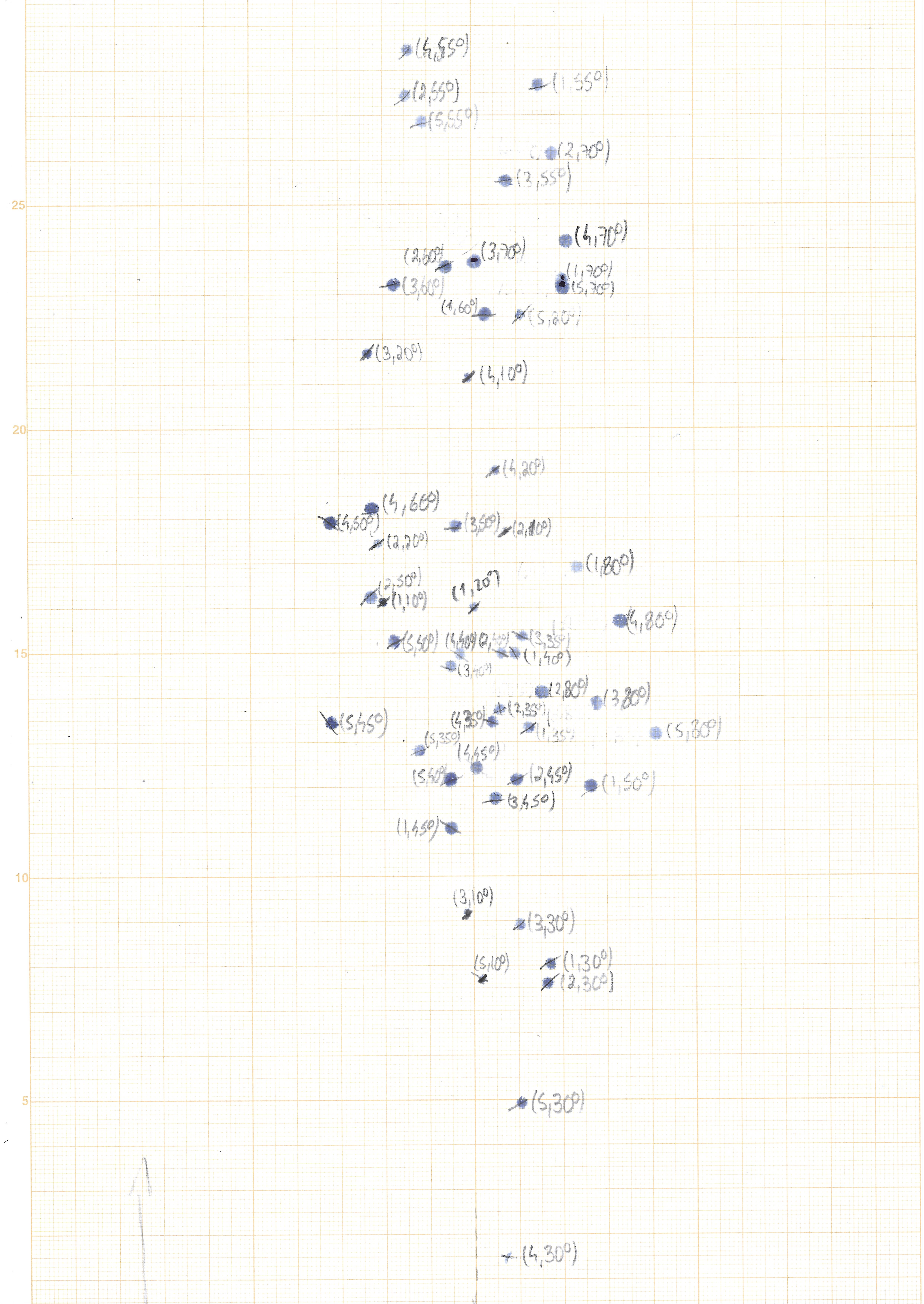
$$v_0 = \sqrt{\frac{gx}{2\sin\theta\cos\theta}} \quad (1)$$

~~Das mesmas equações chegamos a:~~

$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (2)$$

~~de onde vem que o alcance máximo acontece quando θ = 45°~~

MLS


25
20
15
10
5
(4,55°)
(2,55°)
(1,55°)
(5,55°)
(2,70°)
(3,55°)
(4,70°)
(2,60°)
(3,70°)
(1,70°)
(3,60°)
(5,70°)
(1,60°)
(5,80°)
(3,20°)
(4,10°)
(4,20°)
(4,60°)
(4,50°)
(3,50°)
(2,10°)
(2,20°)
(1,80°)
(2,50°)
(1,20°)
(1,10°)
(4,80°)
(5,50°)
(4,40°)
(2,40°)
(3,35°)
(1,40°)
(3,40°)
(2,80°)
(3,80°)
(5,45°)
(4,35°)
(2,35°)
(1,35°)
(5,30°)
(5,35°)
(4,45°)
(5,60°)
(2,45°)
(1,50°)
(3,45°)
(1,45°)
(3,10°)
(3,30°)
(5,10°)
(1,30°)
(2,30°)
(5,30°)
(4,30°)

Incerteza régua: (0,005)cm

Incerteza folha milimétrica: (0,05)cm

Incerteza do Lançador: 0,5°

A

MLS

– corrigir/completar eq. exp

– gráficos ok

B

Análise de Dados

		ângulo										
	Ensaio	10(70,25)	20(127)	30(188,2)	35(202,2)	40(212,3)	45(220,7)	50(215,3)	55(194,7)	60(186,5)	70(130,4)	80(84,3)
	1	86,35(2)	143(0)	196,2(1,7)	215,5(1,25	227,3(0,9)	231,8(0,5)	227,3(2,6)	222,35(1,5	209(0,3)	153,7(2)	101,2(2,3)
	2	87,95(0,7)	144,45(2,1	195,8(1,7)	215,9(0,6)	227,3(0,6)	232,85(0,9	231,55(2,2	222,1(1,5)	210,1(0,6)	156,5(1,8)	98,4(1,55)
x_i(cm)	3	79,45(0,1)	148,7(2,3)	197,1(1)	217,55(0,6	227(0,5)	232,25(0,5	233(0,4)	220,2(0,65	209,7(1,8)	154,1(0,05	98,1(2,8)
	4	91,35(0,1)	146,05(0,5	189,7(0,7)	215,6(0,4)	227,3(0,3)	233,1(0,05	233,2(3,2)	223,1(1,45	204,7(2,3)	154,6(2,1)	100(3,3)
	5	77,95(0,2)	149,5(1,1)	193,15(1,1	215(1,2)	224,5(0,5)	234,1(3,35	230,55(1,8	221,55(1,1	203,7(2,3)	153,5(2)	97,5(4,1)
	1	0,8637	1,43	1,9621	2,155	2,273	2,318	2,2731	2,2236	2,09	1,5371	1,0123
	2	0,8795	1,4447	1,9581	2,159	2,273	2,3285	2,3156	2,2211	2,101	1,5651	0,9841
x(m)	3	0,7945	1,4872	1,971	2,1755	2,27	2,325	2,33	2,202	2,0971	1,541	0,9814
	4	0,9135	1,4605	1,897	2,156	2,27	2,331	2,3322	2,231	2,0471	1,5461	1,0005
	5	0,7795	1,495	1,9315	2,15	2,245	2,341	2,3056	2,2155	2,0371	1,5351	0,9759
media(x)		0,84614	1,46348	1,94394	2,1591	2,2662	2,3287	2,3113	2,21864	2,07446	1,54488	0,99084
u(media(x))		0,02556	0,012326	0,013455	0,004349	0,005342	0,003774	0,010716	0,004849	0,013422	0,005392	0,006751
media(v0)		4,926401	4,726005	4,692568	4,747642	4,75125	4,779597	4,798295	4,812658	4,847544	4,855658	5,331021
u(media(v0))		0,074408	0,019902	0,01624	0,004781	0,0056	0,003873	0,011123	0,005259	0,015682	0,008474	0,018162
x aj		0,757934	1,46339	1,986998	2,159786	2,265604	2,301238	2,265604	2,159786	1,986998	1,46339	0,757934
residuos x		0,088206	9,05E-05	-0,04306	-0,00069	0,000596	0,027462	0,045696	0,058854	0,087462	0,08149	0,232906

Ao lado de cada um dos ângulos está indicada a distância do lançador ao fio de prumo (em cm).

x_i representa ~~[illegible]~~ a distância do ~~comprimento~~ lançador à marca no papel milimétrico. Entre parênteses está o desvio em relação ao plano ideal na folha do papel milimétrico (em cm).

Utilizando o teorema de Pitágoras, chegamos aos valores reais da distância percorrida pela esfera desde o lançador até à marca no papel milimétrico.

~~[illegible]~~ A incerteza ~~da média~~ de $\bar{x}$ foi calculada por $\frac{s}{\sqrt{5}}$.

~~A incerteza de v_0~~

Pela equação (1) temos $v_0 = \sqrt{\frac{g\bar{x}}{2\sin\theta\cos\theta}}$, de onde vem a $\bar{v_0}$.

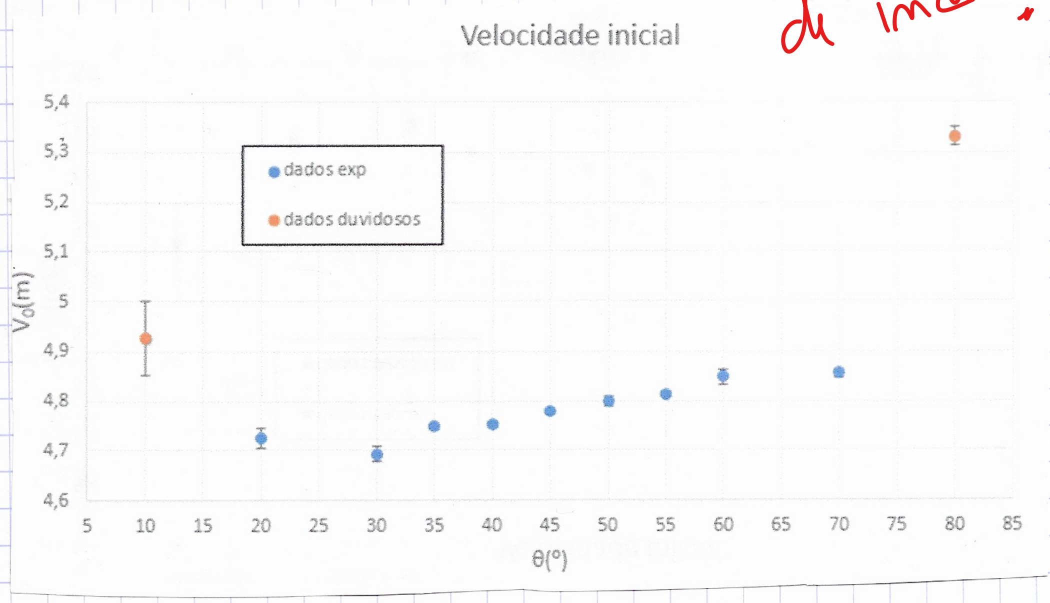
* ← $\%\, u(v_0) = \frac{1}{2} \%\, u(\bar{x})$

A incerteza de $\bar{v}_0$ foi calculada através da propagação de incertezas

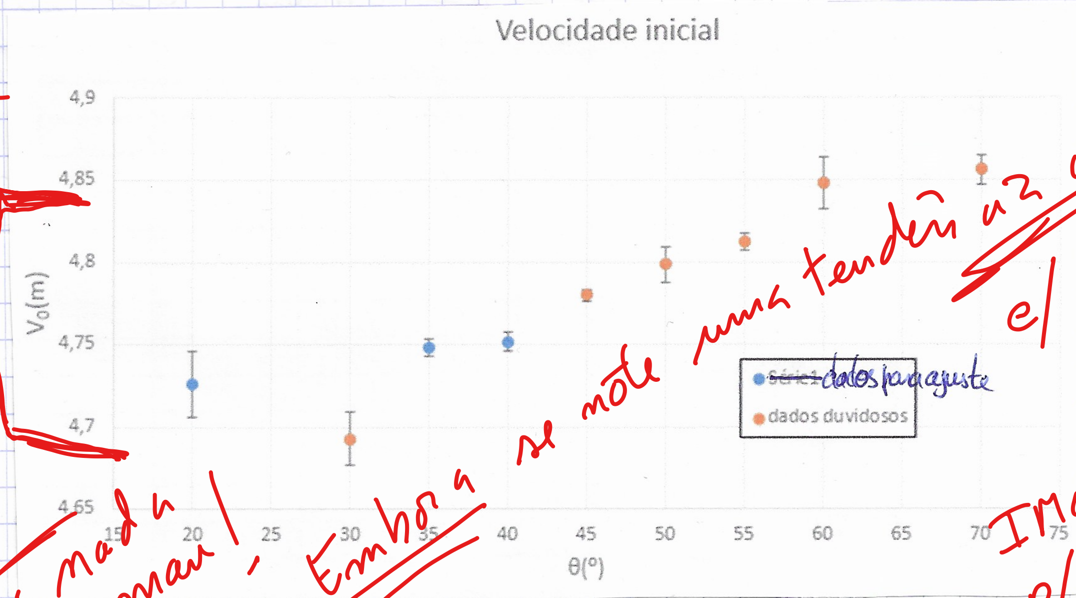
$$u(\bar{v}_0) = \sqrt{\left(\frac{\partial v_0}{\partial \bar{u}}\right)^2 u^2(\bar{u})} \quad = \; ? \;\; \text{explicite!}$$

Gráfico $V_0(\theta)$

Não acredito nestas barras de inc! (*) NOTE que



Idealmente todos os pontos teriam o mesmo v_0.
Podemos ~~ideal~~ imediatamente excluir os pontos para $\theta = 10°$ e $\theta = 80°$.
Ampliando o gráfico para os restantes pontos, obtemos o seguinte gráfico.



Se considerar todos têm v_0 ~ %erro em v_0 ~ 4%, o que não é nada mau!, Embora se note uma tendência crescente c/ θ p!

IMPORTANTE p/ explicar + coisas (**)

Vemos que não existem muitos pontos que possam ser considerados para a análise. As barras de erro são bastante pequenas e os pontos algo dispersos. Podemos dizer que existe alguma tendência linear de $\theta \in [30°, 60°]$.
Contudo penso que podemos considerar os pontos em $\theta = 20°$, $\theta = 35°$, $\theta = 40°$ para ajuste.

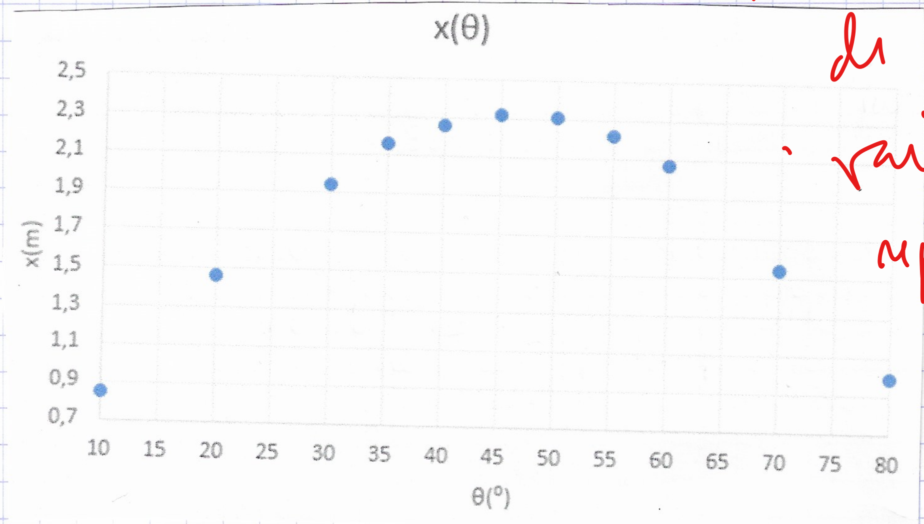
A média desses 3 valores dará uma boa aproximação da velocidade inicial.

$\bar{v}_0 = 4,742 \ ms^{-1}$

$u(\bar{v}_0) = 0,008 \ ms^{-1}$

Incerteza relativa (%) = 0,17%

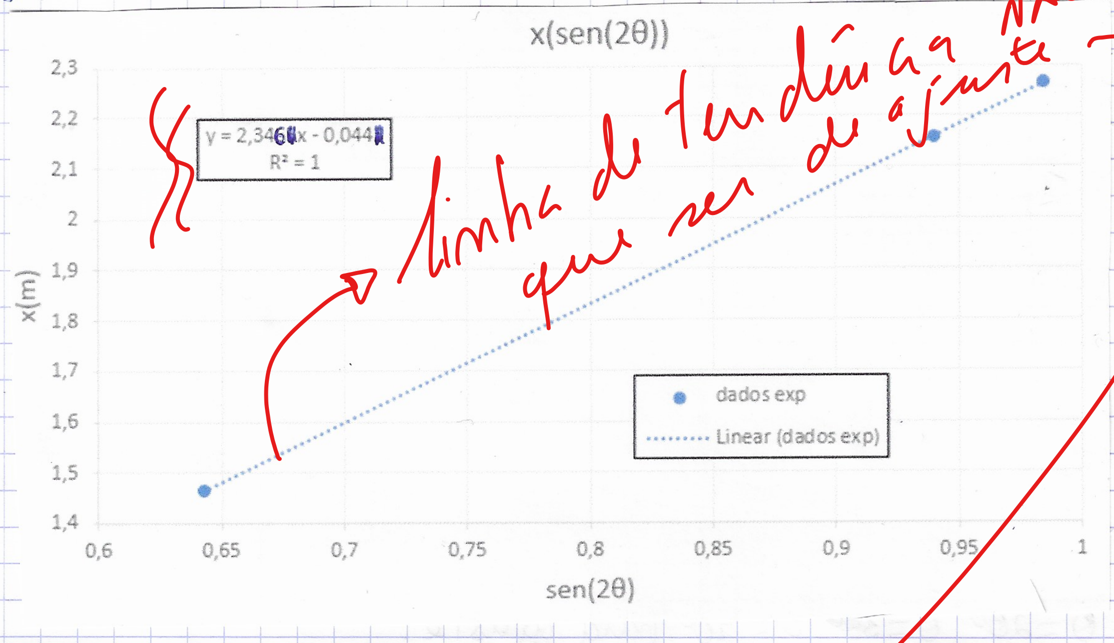
Gráfico $x(\theta)$ → inútil, sem a linha de ajuste que vai calcular na representação $x(\text{sen } 2\theta)$



. Seria de esperar que a dispersão de valores assemelhasse-se a uma parábola o que é o caso. Podemos também ver que, como esperado da equação (2), o x_{max} acontece para $\theta = 45°$.

. Algo que também podemos ver deste gráfico é a discrepância entre os valores de x para ângulos complementares. Todos os ângulos maiores do que 45° têm x maior do que os seus complementares, sendo que $\text{sen}(2\theta)$ é igual para dois ângulos complementares. Tal pode sugerir uma deslocação no lançador a partir de $\theta = 50°$

Gráfico $x(\text{sen}(2\theta))$



linha de tendência NÃO! Tem que ser de ajuste

• Utilizando os pontos ~~de~~ para ajuste determinados anteriormente obtivemos o gráfico ~~x~~ x(sen(2θ))

m	2,346	-0,044	b
Δm	0,003	0,003	Δb
r^2	1,000	0,001	sy

errado

Pela equação (2), o declive do gráfico x(m) é igual a $\frac{v_0^2}{g}$

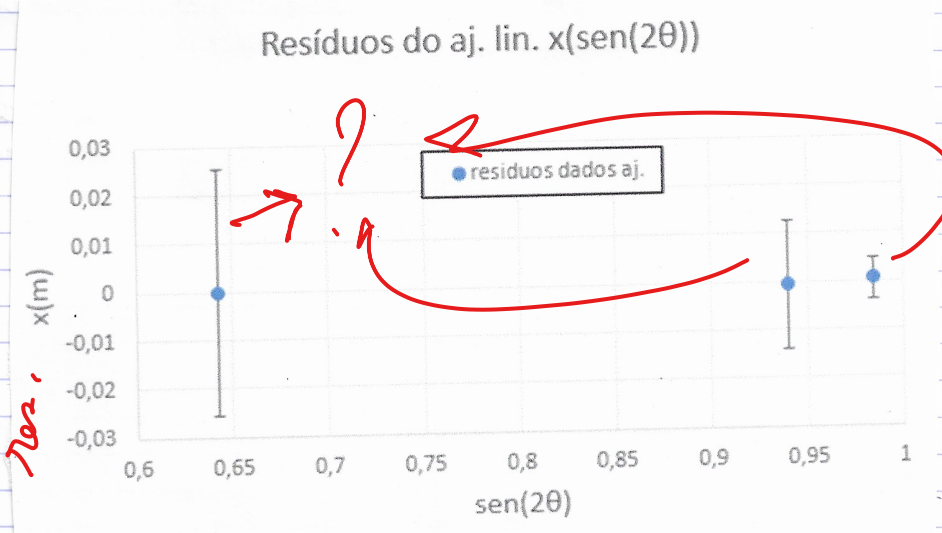
$$m = \frac{v_0^2}{g} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{mg} \Leftrightarrow v_{0aj} = 4,797 \text{ ms}^{-1}$$

$$u(v_{0aj}) = \sqrt{\left(\frac{\partial v_0}{\partial m}\right)^2 u^2(m)} = 0,003$$

Incerteza relativa (%) = 0,06%

Desta forma podemos proceder ao cálculo do erro de v_0:

$$\frac{|4,742 - 4,797|}{4,797} \times 100 = 1,15\%$$



O comportamento dos resíduos indica que a gama escolhida é boa.

Podemos obter o $x_{máx}$ através da equação ajuste do gráfico x(sen(2θ)), que acontece para θ = 45° como previsto.

$x_{máx}$ = 2,301 m

$u(x_{máx})$ = 0,001 m

Incerteza relativa (%) = 0,04%

Comparando ~~este~~ este valor com o obtido experimentalmente para θ = 45°, obtemos um erro relativo: ~~de~~

$$\frac{|2,329 - 2,301|}{2,301} \times 100 = 1,2\%$$

Falta linha de ajuste em x(θ)! (++)

• Resultados finais:

$v_0 = (4{,}742 \pm 0{,}008)\ ms^{-1}$ com incerteza relativa 0,17% (gama $\theta \in \{20, 35, 40\}$)

$x_{máx} = (2{,}329 \pm 0{,}004)$ m com incerteza relativa 0,04%

Conclusão:

. Através desta experiência ~~conseguiu-se provar~~ verificou-se a proximidade entre os alcances dos projeteis para ângulos complementares. quantifique!

. Verificou-se que o alcance máximo ocorre para $\theta = 45°$ com um valor de (2,329 ± 0,004) m com um erro pequeno de 1,2%. ?

. Constata-se que a v_0 é similar para todos os ângulos, tendo-se obtido um valor de (4,742 ± 0,008) ms⁻¹ com um pequeno erro de 1,15%. Contudo nesta analise foram apenas considerados 3 pontos para ajuste. Apesar de o gráfico de resíduos mostrar que os pontos foram bem escolhidos, a análise peca pela pouca quantidade de pontos utilizados no ajuste.

. Os erros existentes podem dever-se, entre outros, à desconsideração da resistência do ar, assim como a movimentos não desejados no lançador. errado

de facto

a %, erro na gama é bem maior!

mas há diferenças importantes devido ao funcionamento do canhão!

Pois, e mais grave é ser pouco correta!