x3 vezes

29/04/2022

# Trabalho 6A

## Estudo de um Movimento Harmónico Simples - Determinação da Constante Elástica de uma Mola

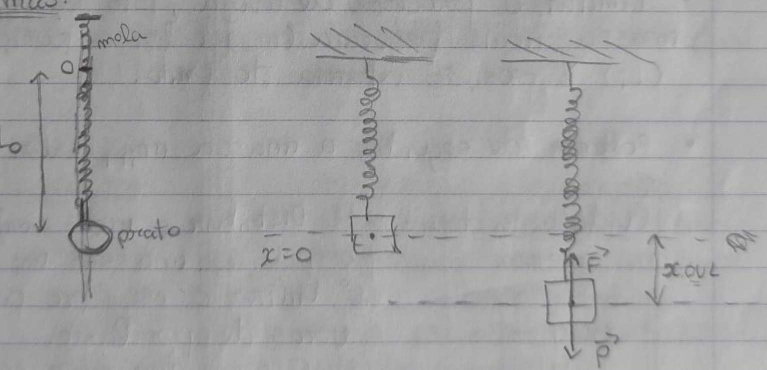
### Objetivos:

• Determinação do valor da constante elástica de uma mola através do método estático e método dinâmico.

• Estudo da validade da lei de Hooke.

• Estudo da dinâmica do movimento harmónico simples (MHS).

### Esquemas:




### Material:

• Mola • Suporte • balança • massas ($m_i$)

• prato • esquadro

## Procedimento:

### Método Estático

- Retirar, com cuidado, a mola do suporte e medir a sua massa com a balança.

- Medir cada uma das massas $m_i$ e ordená-las por ordem crescente da grandeza.

- Medir a massa do prato ($m_{prato}$)

- Colocar novamente a mola no suporte com o prato na sua extremidade.

- Ler a posição extrema do prato ($L_0$) sem massas por cima dele.

- Iniciar o processo de carga, isto é, colocar a massa mais pequena ($m_i$) e ler a posição relativa ($L_i$) à posição extrema do prato.

- Colocar de seguida a massa $m_{i+1}$ e ler a posição $L_{i+1}$

Cuidados a ter:
1º Distribuir o mais uniformemente possível as massas $m_i$ pela base do prato.
2º Utilizar o esquadro para reduzir erros de paralaxe.
3º O prato deve estar estático a cada medição
4º Não retirar a massa anterior antes de colocar a nova

- Iniciar o processo de descarga, isto é, retirar as massas $m_i$ pela ordem inversa da que foram colocadas e ler o $L_i$ respetivo.

($L = x$)

- Traçar o gráfico $M(L)$ e determinar $k$ e respetiva incerteza
- Determinar ordenada na origem e explicitar o seu significado
- Concluir se F é do tipo elástico, justificando.

## Método dinâmico

- Colocar a massa mais pequena ($m_i$) no prato e ler a posição $L_i$ respetiva, distendendo-a cerca de 2cm e largar o sistema sem Vinicial.

- Medir o tempo de 20 oscilações completas (20T)

- Colocar massa $m_{i+1}$ e proceder como no 1º ponto, medindo de seguida 20T.

- Traçar gráfico $T^2(M)$ e determinar $k$ e respetiva incerteza

- Determinar ordenada na origem e explicitar o seu significado.

- Concluir se a eq. $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} M$ é válida

- Comparar os valores de $k$ obtidos pelos 2 métodos. (e discutir resultados)

Cuidados a ter:
1º Garantir que a oscilação ocorre ao longo do eixo da mola.
2º Não retirar massa anterior antes de colocar a nova.
3º Utilizar esquadro para reduzir erros de paralaxe.
4º Efetuar, no mínimo, 3 medições para cada oscilação.

Nota: $\boxed{M = m_i + m_{prato} + \frac{m_{mola}}{3}}$

## Massas:

$m_{prato} = (93,28 \pm 0,01)\,g$ $m_{mola} = (141,36 \pm 0,01)\,g$

$m_1 = (48,06 \pm 0,01)\,g$ $m_2 = (48,32 \pm 0,01)\,g$

$m_3 = (53,27 \pm 0,01)\,g$ $m_4 = (49,62 \pm 0,01)\,g$

$m_5 = (50,07 \pm 0,01)\,g$ $m_6 = (50,30 \pm 0,01)\,g$

$m_7 = (48,83 \pm 0,01)\,g$ $m_8 = (50,51 \pm 0,01\,g)$

$m_9 = (51,47 \pm 0,01)\,g$ $m_{10} = (50,49 \pm 0,01)\,g$

$L_0 = (57,00 \pm 0,05)\,cm$

| $m_i$ | $L_i$ carga | $L_i$ descarga |
|---|---|---|
| 0 | 57,00 | 71,40 |
| ($m_1$) 48,06 | 58,50 | 69,90 |
| $m_1 + m_2$ | 60,30 | 68,00 |
| $m_1 + m_2 + m_7$ | 61,80 | 66,50 |
| $m_1 + m_2 + m_7 + m_4$ | 63,40 | 65,00 |
| $m_1 + m_2 + m_7 + m_4 + m_5$ | 65,00 | 63,20 |
| $(...) + m_6$ | 66,50 | 61,80 |
| $(...) + m_{10}$ | 67,90 | 60,20 |
| $(...) + m_8$ | 69,90 | 58,50 |
| $(...) + m_9$ | 71,50 | 57,00 |
| $(...) + m_3$ | 73,20 | |

Método estático

$\pm 0{,}01\,s$

| | $m_i$ | $20T$ |
|---|---|---|
| ($m_1$) | 48,06 | 10,11/9,99/10,11 |
| | $m_1+m_2$ | 11,28/11,31/11,32 |
| | $m_1+m_2+m_7$ | 12,29/12,30/12,23 |
| | $m_1+m_2+m_7+m_4$ | 13,36/13,35/13,38 |
| | $(\dots)+m_5$ | 14,23/14,34/14,07 |
| | $(\dots)+m_6$ | 15,29/15,07/15,20 |
| | $(\dots)+m_{10}$ | 15,95/15,92/15,93 |
| | $(\dots)+m_8$ | 16,93/16,78/16,79 |
| | $(\dots)+m_9$ | 17,50/17,77/17,34 |
| | $(\dots)+m_3$ | 18,34/18,33/18,55 |

Método Dinâmico

---

Da introdução teórica retira-se: $\qquad k=?$

$$Mg = K\Delta L \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = \underbrace{\frac{M}{\Delta L}}_{\text{declive}}\, g \qquad g = 9{,}80665\ m/s^2$$

<u>Carga:</u>

$$k_{carga} = 3{,}11 \times 9{,}80665 = 30{,}4986815$$

<u>Descarga:</u>

$$k_{descarga} = 3{,}10 \times 9{,}80665 = 30{,}400615$$

declive $\Rightarrow m$

$u(m_{carga}) = u(m_{descarga}) = 0{,}02$

$u(K_{carga}) = 0{,}2 \qquad u(k_{descarga}) = 0{,}2$

$\boxed{K_{carga} = (30{,}5 \pm 0{,}2)\ N/m}$ $\boxed{K_{descarga} = (30{,}4 \pm 0{,}2)\ N/m}$

Fazendo a média das duas constantes elásticas:

$$K' = \frac{K_{carga} + K_{descarga}}{2} = \frac{30,5 + 30,4}{2} = 30,45$$

$u(K') = 0,1$

Então, $\boxed{K' = (30,5 \pm 0,1)\ N/m}$

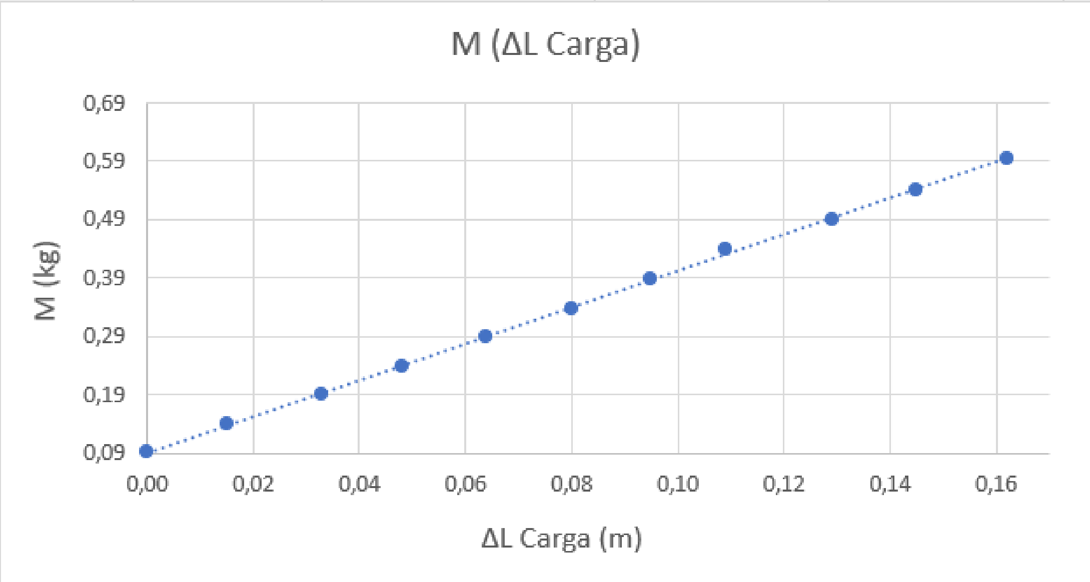
Os gráficos M(L) e de resíduos para carga e descarga são os seguintes:

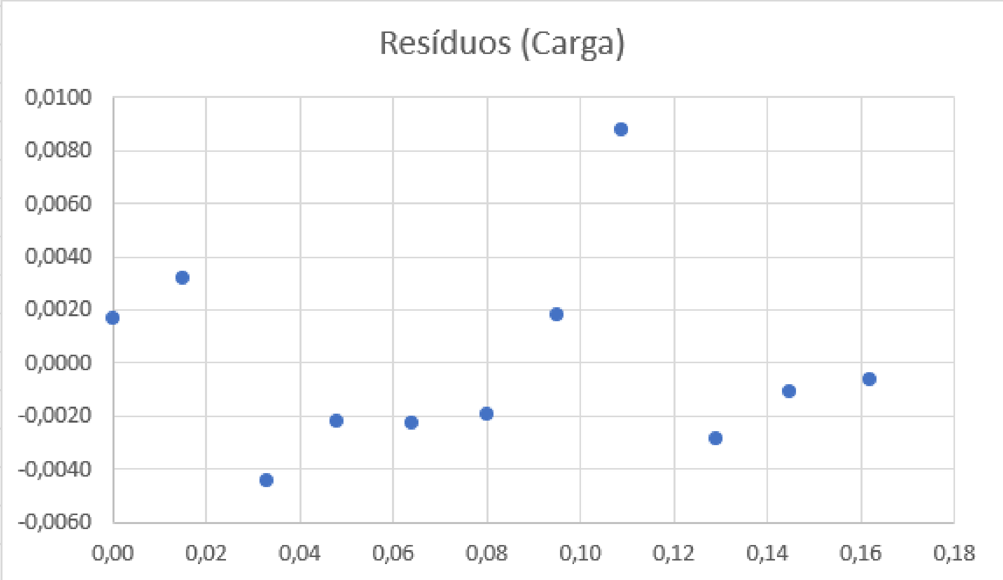
| mi (g) | u (mi) (g) | mi (kg) | u (mi) (kg) | M (kg) | u (M) (kg) | Li carga (±0,05) cm | Li carga (±0,0005) m |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | - | 0 | - | 0,09328 | 0,00001 | 57,00 | 0,5700 |
| 48,06 | 0,01 | 0,04806 | 0,00001 | 0,14134 | 0,00001 | 58,50 | 0,5850 |
| 96,38 | 0,01 | 0,09638 | 0,00001 | 0,18966 | 0,00001 | 60,30 | 0,6030 |
| 145,21 | 0,02 | 0,14521 | 0,00002 | 0,23849 | 0,00002 | 61,80 | 0,6180 |
| 194,83 | 0,02 | 0,19483 | 0,00002 | 0,28811 | 0,00002 | 63,40 | 0,6340 |
| 244,9 | 0,02 | 0,2449 | 0,00002 | 0,33818 | 0,00002 | 65,00 | 0,6500 |
| 295,2 | 0,02 | 0,2952 | 0,00002 | 0,38848 | 0,00002 | 66,50 | 0,6650 |
| 345,69 | 0,03 | 0,34569 | 0,00003 | 0,43897 | 0,00003 | 67,90 | 0,6790 |
| 396,2 | 0,03 | 0,3962 | 0,00003 | 0,48948 | 0,00003 | 69,90 | 0,6990 |
| 447,67 | 0,03 | 0,44767 | 0,00003 | 0,54095 | 0,00003 | 71,50 | 0,7150 |
| 500,94 | 0,03 | 0,50094 | 0,00003 | 0,59422 | 0,00003 | 73,20 | 0,7320 |

| Li descarga (±0,05) cm | Li descarga (±0,0005) m | ΔL Carga (±0,0005) m | ΔL Descarga (±0,0005) m |
|---|---|---|---|
| 57,00 | 0,5700 | 0 | 0 |
| 58,50 | 0,5850 | 0,0150 | 0,0150 |
| 60,20 | 0,6020 | 0,0330 | 0,0320 |
| 61,80 | 0,6180 | 0,0480 | 0,0480 |
| 63,20 | 0,6320 | 0,0640 | 0,0620 |
| 65,00 | 0,6500 | 0,0800 | 0,0800 |
| 66,50 | 0,6650 | 0,0950 | 0,0950 |
| 68,00 | 0,6800 | 0,1090 | 0,1100 |
| 69,90 | 0,6990 | 0,1290 | 0,1290 |
| 71,40 | 0,7140 | 0,1450 | 0,1440 |
| 73,20 | 0,7320 | 0,1620 | 0,1620 |

| | mi (±0,01) (g) |
|---|---|
| i = 1 | 48,06 |
| i = 2 | 48,32 |
| i = 3 | 53,27 |
| i = 4 | 49,62 |
| i = 5 | 50,07 |
| i = 6 | 50,3 |
| i = 7 | 48,83 |
| i = 8 | 50,51 |
| i = 9 | 51,47 |
| i = 10 | 50,49 |

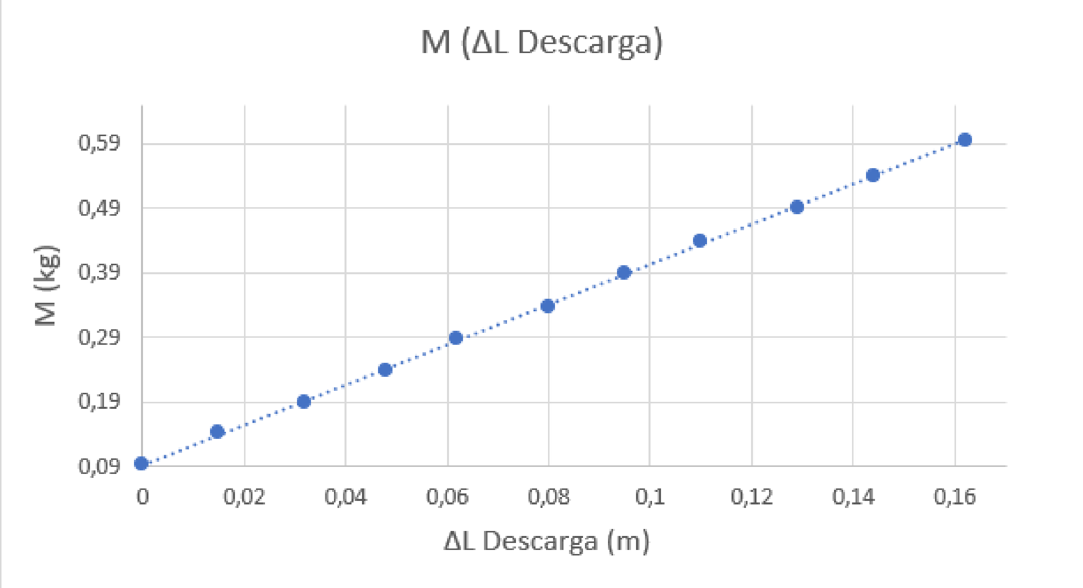
| | |
|---|---|
| m prato (±0,00001) kg | 0,09328 |
| m mola (±0,00001) kg | 0,14136 |

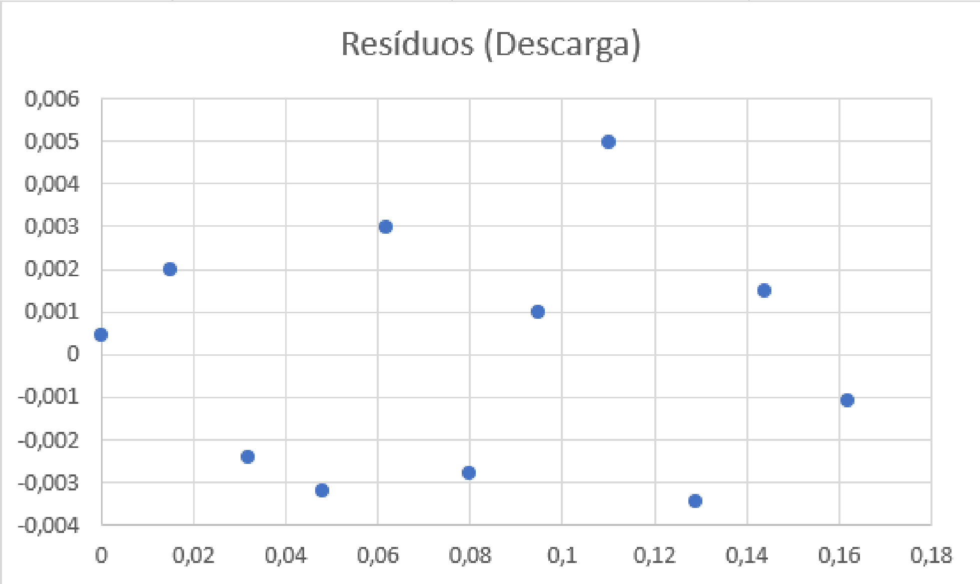



| fit (carga) | Resíduos (carga) |
|---|---|
| 0,091596012 | 0,0017 |
| 0,138191532 | 0,0031 |
| 0,194106157 | -0,0044 |
| 0,240701677 | -0,0022 |
| 0,290403566 | -0,0023 |
| 0,340105455 | -0,0019 |
| 0,386700975 | 0,0018 |
| 0,430190128 | 0,0088 |
| 0,492317488 | -0,0028 |
| 0,542019377 | -0,0011 |
| 0,594827633 | -0,0006 |

| Carga | | | |
|---|---|---|---|
| m | 3,11 | 0,092 | b |
| u(m) | 0,02 | 0,002 | u(b) |
| r^2 | 0,9995 | 0,004 | u(y) |




| fit (descarga) | Resíduos (descarga) |
|---|---|
| 0,092816167 | 0,000463833 |
| 0,139341517 | 0,001998483 |
| 0,192070248 | -0,002410248 |
| 0,241697289 | -0,003207289 |
| 0,285120949 | 0,002989051 |
| 0,34095137 | -0,00277137 |
| 0,387476721 | 0,001003279 |
| 0,434002071 | 0,004967929 |
| 0,492934182 | -0,003454182 |
| 0,539459533 | 0,001490467 |
| 0,595289954 | -0,001069954 |

| Descarga | | | |
|---|---|---|---|
| m | 3,10 | 0,093 | b |
| u(m) | 0,02 | 0,002 | u(b) |
| r^2 | 0,9997 | 0,003 | u(y) |

| | |
|---|---|
| K carga | 30,5 |
| u (K carga) | 0,2 |
| K descarga | 30,4 |
| u (k descarga) | 0,2 |
| K' | 30,5 |
| u (K') | 0,1 |
| Unidades | N/m |

Atenção: M corresponde, neste caso, à soma de mi com a massa do prato!

$$M = m_i + m_{prato}$$

A massa da mola não é relevante, neste caso, visto a mola estar estática!

Método Dinâmico

Da introdução teórica retira-se:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} M \Leftrightarrow \frac{T^2}{M} = \frac{4\pi^2}{K} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{K} = \frac{T^2}{M} \frac{1}{4\pi^2} \Leftrightarrow K = \frac{1}{\frac{T^2}{M} \frac{1}{4\pi^2}}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{4\pi^2}{\underbrace{\frac{T^2}{M}}_{\text{declive}(m)}}$$

$m = 1{,}307 \pm 0{,}007$

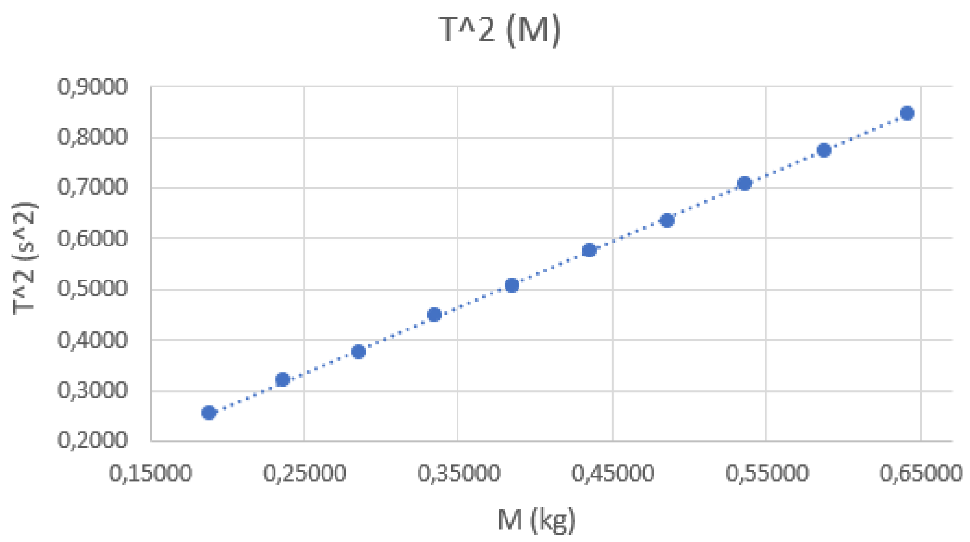
$$\boxed{k = (30{,}2 \pm 0{,}2)\ N/m}$$

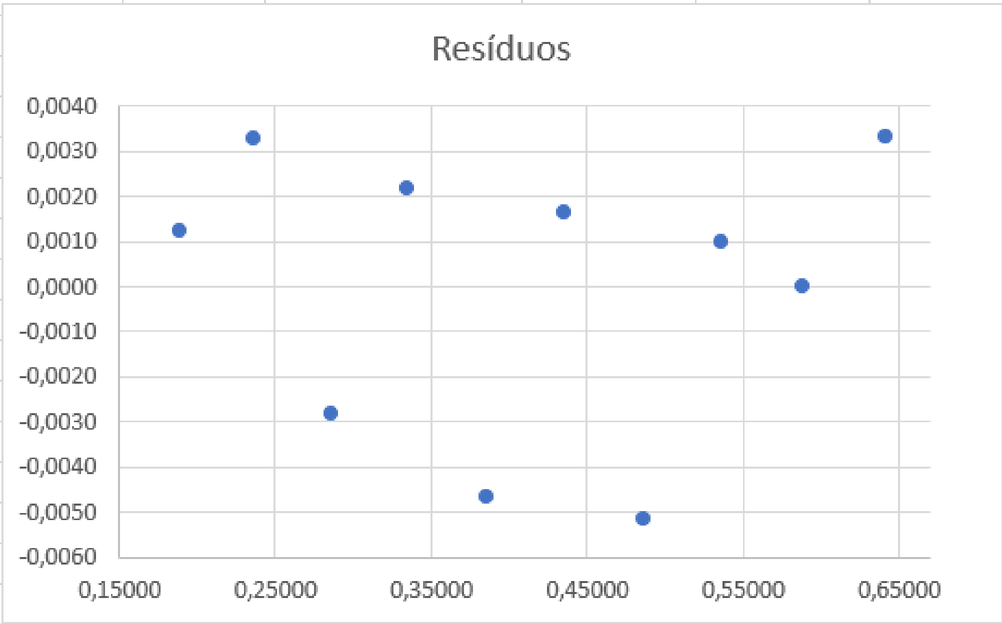
O gráfico $T^2(M)$ e de resíduos são os seguintes:

| mi (g) | u (mi) (g) | mi (kg) | u (mi) (kg) | M (±0,00001) (kg) | 20T (±0,01) |
|---|---|---|---|---|---|
| 48,06 | 0,01 | 0,04806 | 0,00001 | 0,18846 | 10,07 |
| 96,38 | 0,01 | 0,09638 | 0,00001 | 0,23678 | 11,29 |
| 145,21 | 0,02 | 0,14521 | 0,00002 | 0,28561 | 12,27 |
| 194,83 | 0,02 | 0,19483 | 0,00002 | 0,33523 | 13,36 |
| 244,90 | 0,02 | 0,24490 | 0,00002 | 0,38530 | 14,21 |
| 295,20 | 0,02 | 0,29520 | 0,00002 | 0,43560 | 15,19 |
| 345,69 | 0,03 | 0,34569 | 0,00003 | 0,48609 | 15,95 |
| 396,20 | 0,03 | 0,39620 | 0,00003 | 0,53660 | 16,83 |
| 447,67 | 0,03 | 0,44767 | 0,00003 | 0,58807 | 17,60 |
| 500,94 | 0,03 | 0,50094 | 0,00003 | 0,64134 | 18,41 |

| T (±0,0005) s | T^2 (s^2) | u (T^2) (s^2) | fit | Resíduos |
|---|---|---|---|---|
| 0,5035 | 0,2535 | 0,0005 | 0,25227 | 0,0012 |
| 0,5645 | 0,3187 | 0,0006 | 0,3154 | 0,0033 |
| 0,6135 | 0,3764 | 0,0006 | 0,3792 | -0,0028 |
| 0,6680 | 0,4462 | 0,0007 | 0,44404 | 0,0022 |
| 0,7105 | 0,5048 | 0,0007 | 0,50946 | -0,0047 |
| 0,7595 | 0,5768 | 0,0008 | 0,57518 | 0,0017 |
| 0,7975 | 0,6360 | 0,0008 | 0,64116 | -0,0051 |
| 0,8415 | 0,7081 | 0,0008 | 0,70715 | 0,0010 |
| 0,8800 | 0,7744 | 0,0009 | 0,77441 | 0,0000 |
| 0,9205 | 0,8473 | 0,0009 | 0,84401 | 0,0033 |

| | |
|---|---|
| m prato (±0,00001) kg | 0,09328 |
| m mola (±0,00001) kg | 0,14136 |




| | | | |
|---|---|---|---|
| m | 1,307 | 0,006 | b |
| u(m) | 0,007 | 0,003 | u(b) |
| r^2 | 0,9998 | 0,003 | u(y) |

| | |
|---|---|
| k' | 30,2 |
| u(k') | 0,2 |
| Unidades | N/m |

Atenção: M, neste caso, é igual a $m_i + m_{prato} + \frac{m_{mola}}{3}$!
Desta vez a massa da mola deve ser considerada já que esta está a oscilar

Resultados da constante elástica

· Método estático:

Carga ⇒ $k = (30{,}5 \pm 0{,}2)$ N/m

Descarga ⇒ $k = (30{,}4 \pm 0{,}2)$ N/m

Fazendo a média tem-se: $k = (30{,}5 \pm 0{,}1)$ N/m

· Método dinâmico:

$k = (30{,}2 \pm 0{,}2)$ N/m

## Análise

- Em ambos os métodos os resíduos estão espalhados aleatoriamente, o que leva a induzir uma insignificância e escassez de erros aleatórios que poderão ter surgido durante a atividade experimental.
  Foram então efetuados bons ajustes lineares, já que não existe qualquer tipo de tendência dos resíduos.

- Para o método estático os valores de k obtidos para a carga e a descarga são muito próximos, 30,5 e 30,4, respetivamente. A incerteza é a mesma para ambas as situações (0,2).

- O valor de k obtido pelo método dinâmico foi de 30,2, valor muito próximo dos outros obtidos anteriormente e a incerteza é 0,2 novamente.

- Devido aos valores de k obtidos (ambos os métodos) serem todos muito próximos e a incerteza ser baixa e a mesma nas 3 situações, pode-se pensar que a atividade experimental foi realizada de maneira correta e bastante eficaz.

- Considerando como valor final da constante da mola (k) a média entre os valores dos 2 métodos, iria se obter $k = (30,4 \pm 0,1)$ N/m $\approx (30,35)$

- Para o método estático obteve-se o valor 0,092 para a ordenada na origem na carga e o valor 0,093 para a ordenada na origem na descarga.
  Os dois valores diferem um do outro 0,001 e são muito próximos de 0, o que faz sentido, visto se estabelecer uma dependência direta entre a massa M do sistema e a variação de posição $\Delta L$
  Pode-se pensar nestas ordenadas na origem como o pequeníssimo obstáculo a uma perfeita linearidade direta entre as 2 grandezas estudadas.

• Para o método dinâmico acontece a mesma coisa. A ordenada na origem é extremamente baixa (0,006) o que demonstra a tal dependência linear, mas desta vez entre período ao quadrado e massa M do sistema ($M = m_i + m_{prato} + \frac{m_{mola}}{3}$)

• A força exercida na vertical com sentido ascendente é uma força ~~restauradora~~ que contraria o efeito do peso, que possui também direção vertical mas sentido descendente.

A força tem portanto carácter elástico.

No caso do método estático, o sistema encontra-se sempre em equilíbrio à medida que se adiciona mais corpos no prato. O peso portanto aumenta visto a massa total aumentar e, analogamente, a força elástica também aumenta (só assim é que há equilíbrio) à medida que a distância à posição inicial aumenta.

No caso do método dinâmico o sistema encontra-se em movimento oscilatório em torno da posição de equilíbrio e as forças aplicadas (Peso e Força restauradora) têm sentidos opostos abaixo da posição de equilíbrio e o mesmo sentido acima da posição de equilíbrio (apontam ambas para baixo)

A força restauradora (elástica) é sempre proporcional ao deslocamento e orientado no sentido contrário a este!

Neste caso do método dinâmico, o movimento oscilatório em torno da posição de equilíbrio é harmónico simples (MHS).

• A lei de Hooke é portanto válida, já que a mola é deformada por uma força externa (peso) e a força elástica restauradora aponta no sentido oposto ao movimento, ficando o sistema a tender para o seu estado original de equilíbrio, sem rotura da mola.

Conclusão

- Os valores da constante elástica da mola para ambos os métodos foram muito semelhantes (30,2 e 30,5). Houve uma grande eficácia na realização da atividade experimental.

- A lei de Hooke é válida

- Num movimento harmónico simples (método dinâmico) os corpos tendem sempre a voltar à posição inicial de equilíbrio.

Diogo Gonçalves, PL6