

~~VER CORREÇÃO, comparar do trabalho dos colegas de grupo.~~

Trabalho TGB -

~~com logbooks dos colegas e seu~~ 28/03/2022  
com ~~logbooks~~ cálculos

cálculo do comportamento mecânico de um fio

de aço sob tração)

~~OS SEUS~~ Objetivos:

- Verificação da lei de Hooke;
- Verificação experimental do comportamento elástico do aço;
- Determinação do módulo de Young de um fio de aço.

\* Para esta experiência estamos a assumir que:

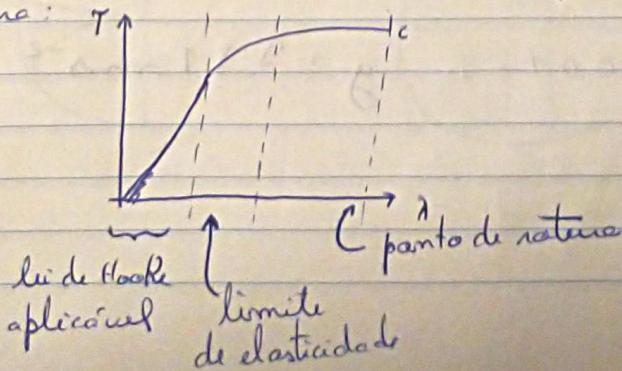
- o fio é homogêneo, assim como o módulo em que a experiência foi redigida;
- as propriedades são mantidas independentemente da direção (isotrópico).

Lei de Hooke:

- Até a uma determinada tensão, há uma proporcionalidade direta entre  $T$  e a deformação  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (\text{eq. 1})$$

Nestas condições, o corpo que experimentou deformação pode sempre retornar ao formato original, quando não estiver sob tensões (comportamento elástico). Se isso não for possível observar, estamos perante um comportamento inelástico, o fio já não obedece a lei de Hooke e vai passar o ponto de ruptura:



Equação utilizada:  $T = E A$  (eq. 2)  
 módulo de Young

determinação do módulo de Young:

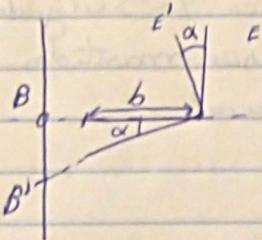
$$m = \frac{6b}{8DL} \pi \frac{\ell^2}{d}$$

lâmina de folha  
 e integrando o declive da reta de ajuste.

Determinação de  $\Delta L$ :

$$\Delta L = \frac{b}{D} d \quad (\text{eq. 3})$$

Esquema:



- completa esquema
- retira bLg - bLg'
- identif. - eqs. usadas

$mgh$

$$D = 428,5 - 170,0 = 258,50 \pm 0,05 \text{ mm}$$

$$L_0 = 242,00 - 170,0 = 72,00 \pm 0,05 \text{ mm}$$

$\ell \rightarrow$  medida a partir do microímetro / Palímer

Incerteza da balança  $\pm 0,1 \text{ g}$

$$\ell = 0,81 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm.}$$

$$b = 75,3 \text{ mm} \pm 0,04$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

0,80

0,81

0,81

0,81

0,81

Observações:

- Observações:
- O fio de aço ~~tem~~ <sup>não</sup> se concentra ~~se~~ direito, está muito torto.
  - É esperado que, com o aumento da tensão, fique mais direito. ~~adversamente~~
  - O fio tem que estar na vertical para que o valor da tensão seja o correto.

Como foi verificado:

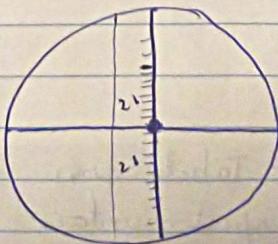
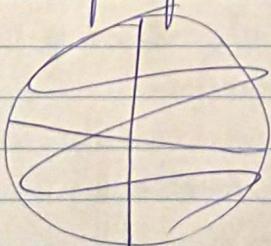


→ mesma par de perfil

os pesos não podem tocar nas barras. têm de estar à mesma distância de ambas.

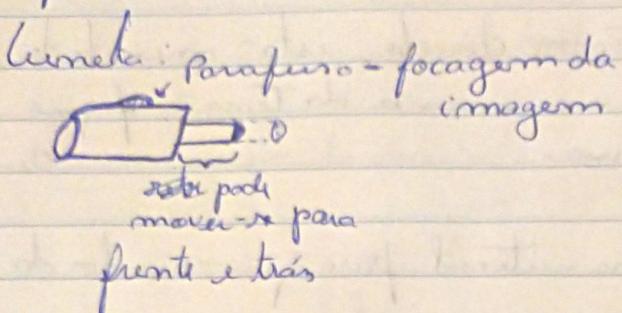
- Com o crescimento do peso, verificou-se que o suporte ficava <sup>um pouco</sup> inclinado.
- A medição do comprimento foi feita enquanto a carga oscilava ligeiramente
- Os pesos foram colocados com as ranhuras alteradas de forma a fazer a carga mais uniforme

Como foi feita a leitura:

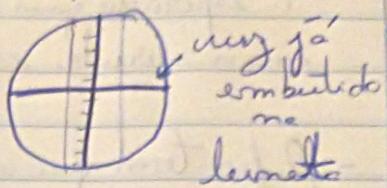


YL SK  
w qd  
MB -

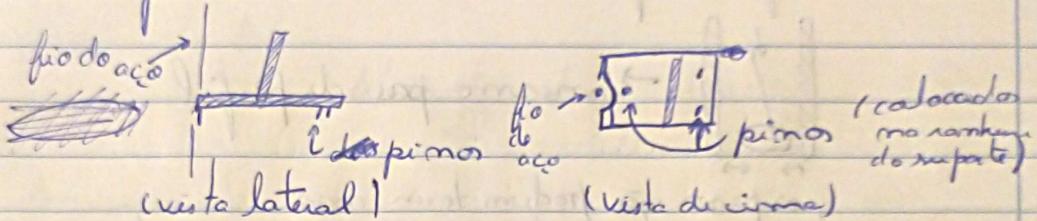
Esquemas:



Vista pela luneta:



Posição do espelho:



Gra

~~Pesos~~ Carga do fio de aço:

~~- comprimento do cabo~~  
sem nenhuma massa colocada:

$$L_0: (28,6 \pm 0,05) \text{ cm}$$

$m_{carga}/\text{Kg}$	$u(m_{carga})$	$F_{carga}/\text{N}$	$L_a/\text{cm}$	$d_{ci}/\text{m}$	nº mas
2,0062	0,0001	19,68	27,15	0,0145	1
3,0093	0,0001	29,52	26,70	0,0190	2
4,0064	0,0002	39,30	26,25	0,0235	3
5,0083	0,0002	49,13	25,70	0,0290	4
6,0097	0,0002	58,96	25,20	0,0340	5
7,0061	0,0002	68,73	24,70	0,0390	6
8,0057	0,0003	78,54	24,25	0,0435	7
9,0034	0,0003	88,32	23,85	0,0475	8
10,0042	0,0003	98,14	23,30	0,0530	9
11,0004	0,0003	107,91	22,80	0,0580	10

Figura 1 - Tabela cara.

os dados experimentais  
referentes relativos à carga do  
fio de aço e da variação da massa

$d_{ci}/m$	$m_{carga}/kg$	$m_{carga,a}/l$	Resíduo
0,0145	2,0062	2,05	0,04
0,0190	3,0093	2,97	-0,03
0,0235	4,0064	3,90	-0,10
0,0290	5,0083	5,04	0,03
0,0340	6,0097	6,07	0,06
0,0390	7,0061	7,10	0,10
0,0435	8,0057	8,03	0,03
0,0475	9,0034	8,86	-0,14
0,0530	10,0042	10,00	-0,01
0,0580	11,0004	11,03	0,03

$m$	206	-0,95	$y$
$\sigma_m$	2	0,07	$\sigma_y$
$r$	0,9994	0,08	$\sigma_{y,k}$

(b)

(a)

Figura 2 - Tabela com os dados relativos à projeção linear efetuada nos valores obtidos experimentalmente,

(a). Projeção linear feita no excel a partir da função PROJ.LIN. PROJ.LIN.

Gráfico massa - deformação (carga)

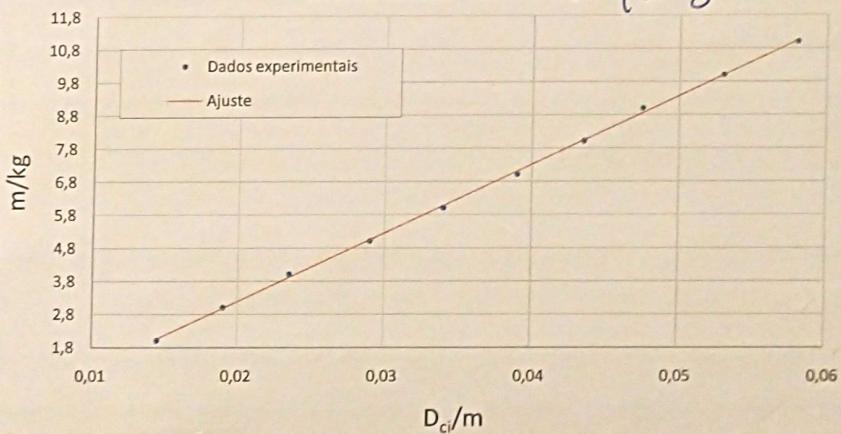


Figura 3 - Tabela com os dados experimentais referentes à carga da coloada no fio de aço e o seu ajuste linear (realizado através da figura 2(b)).

Nota: Não foram colocadas bairas de erro no gráfico da figura 3 pois não eram se considerante níveis.

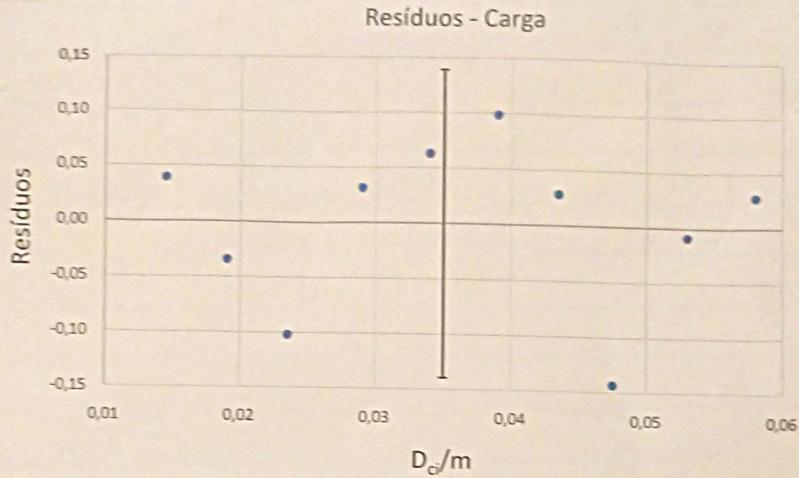


Figura 4 - Gráfico de resíduos relativos à projeção linear efectuada nos dados da figura 1.

Nota: Tal como na gráfica da figura 3, as barras de incerteza exemplificadas (ordem de grandeza de  $10^{-4} \mu$ ) nos pontos,

A barra de incerteza na figura 4 foi obtida através da  $\Delta \times \sigma_y$ .

Em geral, nenhum dos pontos obtidos pode ser considerado devidoso, ou que afete o ajuste linear obtido, assim, o ajuste realizado pode ser considerado um ~~ótimo~~ bom ajuste, até porque a  $\sigma_y$  está muito próxima de 0.

Os pontos nos resíduos estão dispostos aleatoriamente e que mostra que os dados experimentais obtidos são de boa qualidade.

Cálculo do fator de ampliação:

$$\text{Campl} = \frac{2D}{b}$$

- $D$  é a distância  $D$  da régua graduada
- $b$  é a distância entre os ~~pímes~~ pímes do espelho e a frente. Obtido através de papel milimétrico.

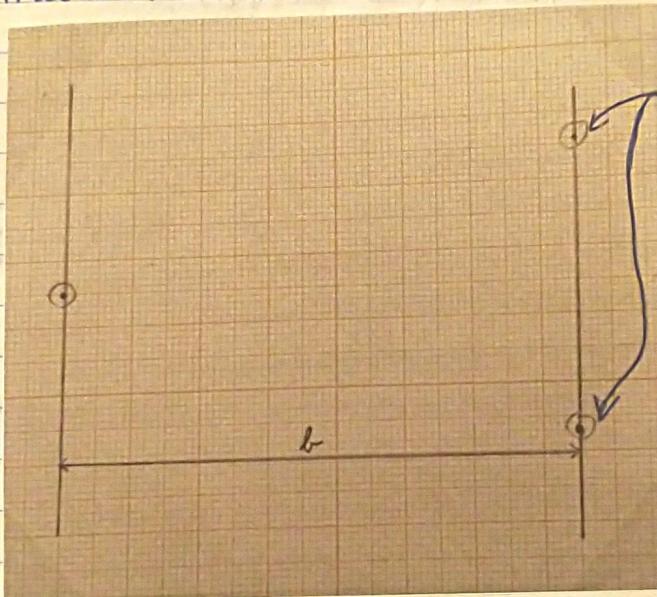


Figura 5 - Obtenção do  $b$ .

Nota: A figura não está à escala, trata-se de uma impressão de uma fotografia do certadino papel ~~mais~~ utilizado.

$$\text{Campl} : \frac{2 \times 258,5 \times 10^{-2}}{7,00 \times 10^{-2}} = 7,187$$

Incerteza do fator de ampliação:

$$u^2(\text{Campl}) = \left( \frac{\partial \text{Campl}}{\partial D} \right)^2 u^2(D) + \left( \frac{\partial \text{Campl}}{\partial b} \right)^2 u^2(b)$$

$$(c) u^e(\text{Campl}) = \left(\frac{2D}{b}\right)^2 u^e(D) + \left(-\frac{2D}{b^2}\right)^2 u^e(b)$$

$$(c) u(\text{Campl}) = \sqrt{\frac{4}{b^2} u^e(D) + \frac{4D^2}{b^4} u^e(b)}$$

$$(c) u(\text{Campl}) = \sqrt{\frac{4}{b^2} \left( u^e(D) + D^2 u^e(b) \right)}$$

$$(c) u(\text{Campl}) = \frac{2}{b} \sqrt{u^e(D) + D^2 u^e(b)}$$

$$u(\text{Campl}) = 9,88 - 0,004$$

$$\text{Campl} = 9,7181 \pm 0,004 \quad (\text{carga})$$

Calculo do módulo de Young:

$$\text{Incerteza relativa: } \frac{0,004}{9,7181} \times 100 = 0,05\%$$

Calculo do módulo de young: (E)

$$m = \frac{Eb\pi d^2}{8D \log} \quad \cancel{\text{dado}} \quad \cancel{m = \frac{8D \log}{Eb\pi d^2}}$$

~~deduzida  
resta de ajuste  
másc~~

$$\text{então, } m = \frac{Eb\pi d^2}{8D \log}$$

$$m = 206 \text{ , pelo ajuste linear da Figura 2 (b).}$$

$$\begin{aligned} E &= 206 \times 8 \times 2,585 \times 0,286 \times 9,87 \\ &\quad 0,17200 \times \pi \times (0,81 \times 10^{-3})^2 \\ &= 8,07 \times 10^{+9} \text{ Nm}^{-2} \end{aligned}$$

Incerteza do módulo de Young:

$$u(E)^2 = \left( \frac{\partial E}{\partial D} \right)^2 u^2(D) + \left( \frac{\partial E}{\partial L_0} \right)^2 u^2(L_0) + \left( \frac{\partial E}{\partial b} \right)^2 u^2(b)$$

$$+ \left( \frac{\partial E}{\partial \varphi} \right)^2 u^2(\varphi) + \left( \frac{\partial E}{\partial m} \right)^2 u^2(m)$$
~~$$u(E) = \sqrt{u^2(D) + u^2(L_0) + u^2(b)}$$~~

$$u(E) = \sqrt{\left( \frac{8L_0 \text{ cm}}{b\pi \varphi^2} \right)^2 u^2(D) + \left( \frac{8D L_0 \text{ cm}}{b^2 \pi \varphi^2} \right)^2 u^2(L_0)}$$

$$+ \left( \frac{8D L_0 \text{ cm}}{b^2 \pi \varphi^2} \right)^2 u^2(b) + \left( \frac{16D L_0 \text{ cm}}{b^2 \pi \varphi^3} \right)^2 u^2(\varphi)$$

$$u(E) = 1,23 \times 10^{+9}$$

Resultados finais:

$$C_{\text{ampl}} = (7,181 \pm 0,009)$$

$$E = (8,04 \pm 0,1) \times 10^{+11} \text{ N m}^{-2}$$

Descarga de massa no fio de aço:

$m_{\text{descarga}}/\text{kg}$	$F_{\text{descarga}}/\text{N}$	$L_{\text{di}}/\text{cm}$	$d_d/\text{m}$	nº mas
11,0004	107,9	22,80	0,0580	10
10,0042	98,1	23,30	0,0530	9
9,0034	88,3	23,70	0,0490	8
8,0057	78,5	24,20	0,0440	7
7,0061	68,7	24,70	0,0390	6
6,0097	59,0	25,15	0,0345	5
5,0083	49,1	25,65	0,0295	4
4,0064	39,3	26,15	0,0245	3
3,0093	29,5	26,65	0,0195	2
2,0062	19,7	27,20	0,0140	1
0,0000	0,0	28,60	0,0000	0

$m_{\text{descarga}}/\text{kg}$	$u(m_{\text{descarga}})$
11,0004	0,0003
10,0042	0,0003
9,0034	0,0003
8,0057	0,0004
7,0061	0,0004
6,0097	0,0004
5,0083	0,0004
4,0064	0,0004
3,0093	0,0004
2,0062	0,0004
0,0000	0,0004

Figura 6 - Tabela com

os dados experimentais obtidos para descarga de massa e imutação da massa de descarga.

$d_{di}/m$	$m_{descarga}/kg$	$m_{descarga_{av}}/kg$	Resíduos
0,0580	11,0004	10,93	-0,07
0,0530	10,0042	9,90	-0,10
0,0490	9,0034	9,08	0,07
0,0440	8,0057	8,05	0,04
0,0390	7,0061	7,02	0,01
0,0345	6,0097	6,09	0,08
0,0295	5,0083	5,07	0,06
0,0245	4,0064	4,04	0,03
0,0195	3,0093	3,01	0,00
0,0140	2,0062	1,88	-0,13
0,0000	0,0000	-1,00	-1,00

$m$	206	-1,00	$y$
$\sigma_m$	2	0,07	$\sigma_y$
$r^1$	0,9994	0,08	$\sigma_{y_1}$

(b)

(a)

Figura 7 - Tabela com os dados relativos ao ajuste linear efetuado(a)\* Matriz com os parâmetros de projeto linear efetuado nos dados da Figura 6 (b).

\* a figura cintento, um ponto duvidoso, que foi retirado quando não havia massas por cima.

## Gráfico massa - deformação (descarga)

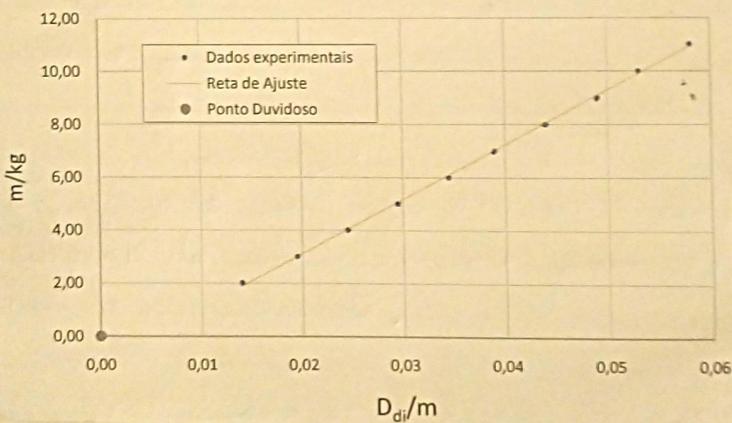


Figura 8 - Gráfica com os dados experimentais e sua de ajuste obtidos a partir relativos à descarga de massa.

Nota: Tal como no gráfico das massas relativa à carga de massa, não foram colocações báscas de incerteza no gráfico nem nos resíduos devido ao porque era difícil de as visualizar.

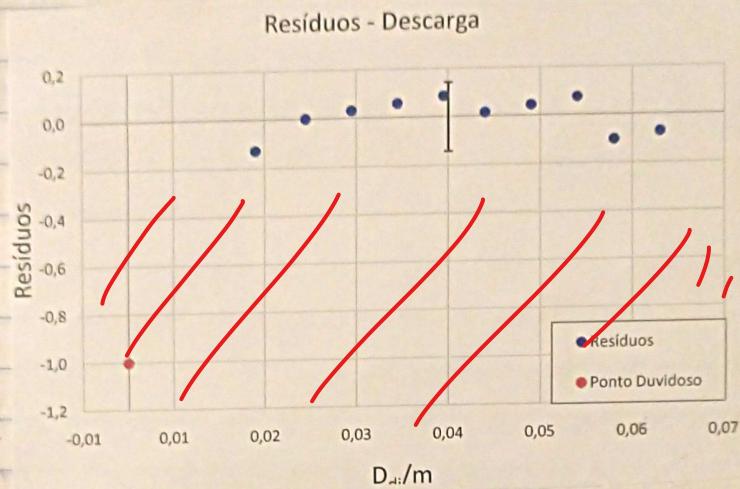
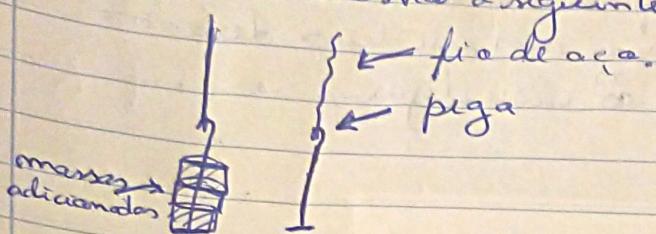


Figura 9- Gráfico com os resíduos relativos à projeção linear efetuada nos dados experimentais da figura 6.

Pode-se perceber observar, toda a gama experimental exata o ponto onde a massa é 0Kg, foi bem esclarecida, daí para o gráfico de resíduos tem uma disposição aleatória sum pontos considerados durante e  $r^2$  é muito próximo de 1.

O ponto onde a massa é 0Kg saiu muito da gama experimental usada utilizada para o fio não estava completamente sum peso no fio, entanto, a <sup>massa</sup> de pega foi considerada desprecível, pois é muito baixa em relação às massas utilizadas na carga e descarga. Além disso, quando as massas eram colocadas <sup>no</sup> fundo, o fio ~~ficava~~ não se

mantinha completamente na vertical, isto é, curva-se, como mostra o seguinte esquema:



Este fenômeno é a causa mais provável do erro obtido.

Ao comparar a variação inicial e final de  $\theta_0$ , podemos concluir que o fio de aço teve um comportamento elástico, que respeita a lei de Hooke.

Fator de ampliação:

Como os parâmetros  $\nu$  são os mesmos, o fator de ampliação é o mesmo para a caga e descarga das massas.

Módulo de Young:  $\rightarrow$  cálculo errado!

E' esperado que seja o mesmo, ou parecido ao módulo obtido anteriormente, pois a dedução das duas é muito semelhante.

(refz trah. da folha)

$$E = m \frac{8Dxg}{b\pi \psi^2} \frac{8D\log}{b\pi \psi^2} = 8,0 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$u(E) = 1,23 \times 10^3$$

$$E = (8,0 \pm 0,1) \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\text{Incerteza relativa: } \frac{1,23 \times 10^3}{8,0 \times 10^{10}} \times 100\% = 1,5\%$$

Os módulos de young obtidos são praticamente iguais e caem dentro da incerteza associada a cada um deles.

Isso deixa-nos, ao comparar com os valores de referência no protocolo dado, nenhum dos valores obtidos estiver dentro do intervalo da gamma  $[2,00 \text{ a } 1,90] \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ , no entanto, ao comparar os resultados com os meus colegas de grupo, muito provavelmente trata-se de um ~~problema~~ erro de cálculo, no entanto, mesmo após ter tentado corrigir o erro, não consigo encontrá-lo.

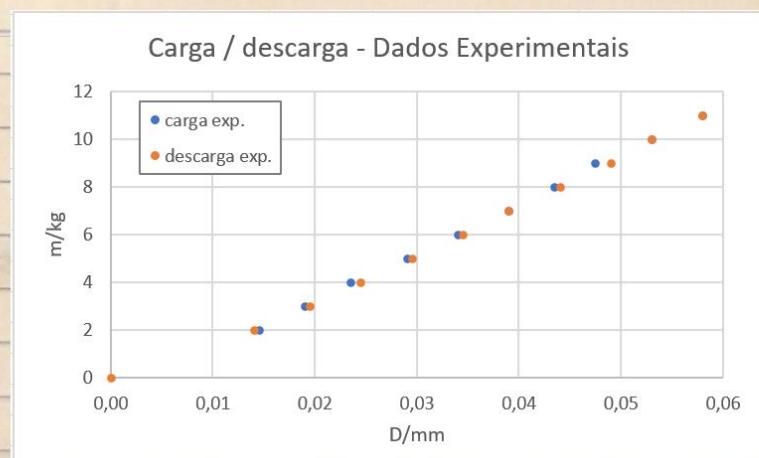
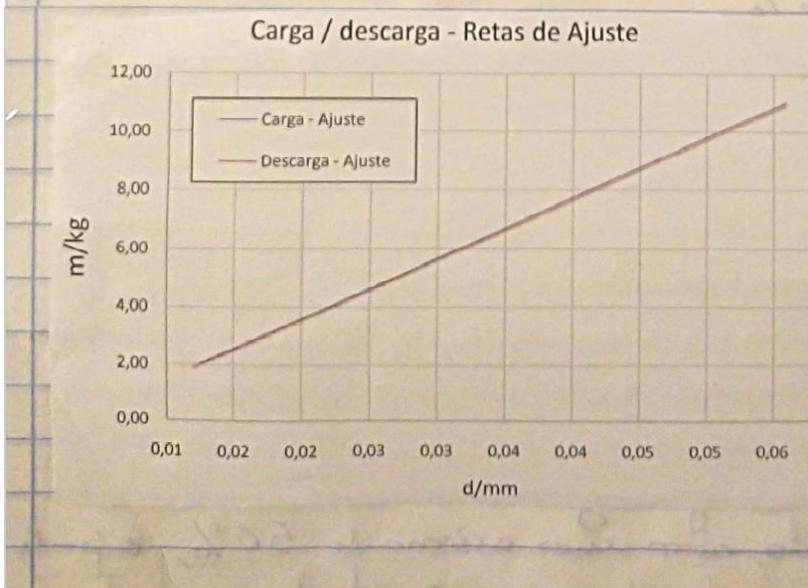


Figura 10-  
Gráficos com  
os dados experi-  
mentais e as retas  
de ajuste das cur-  
vas de carga e  
descarga das  
massas.



Como é possível observar, tanto os dados experimentais da carga e descarga e os seus respectivos reteis de ajuste são muito semelhantes o que, mais uma vez, confirma o comportamento elástico do cabo de aço.

Resultados finais:

$$\text{Compr} = (7,181 \pm 0,004) \quad (0,05\%)$$

$$E = (8,1 \pm 0,1) \text{ Nm}^{-2} \quad (1,5\%)$$

~~Erros absolutos~~

Erro relativo do módulo de Young:

Como a gama é de  $(1,9 \text{ a } 2,0) \times 10^{11}$ ,

O erro relativo vai ser calculado para ambos os valores:

$$\frac{\Delta E}{E} (\%) = \frac{2,0 - 1,9}{1,9} \times 10^1 = 5,2\%$$

O erro relativo está compreendido entre  $[5,5; 59,6]\%$

$$\frac{\Delta E}{E} (\%) = \frac{2,0 - 1,9}{2,0} \times 10^1 = 5,0\%$$

\* do módulo de Young

Conclusão:

- Para as a carga e descarga, obtive-se um comportamento muito similar, como era de esperar, o fator de ampliação e o módulo de Young também foram muito semelhantes, de sendo o  $E$  dentro da intervalo de incerteza associado.
- Como o módulo de Young não se encontra dentro da intervalo esperado, com erros acima de 50%, pode-se concluir que o cabo de aço não obedeceu à lei

de Hooke, mesmo sabendo que, pela comparação  
dos resultados obtidos na carga e descarga das massas,  
que parecia obedecer à lei mencionada.