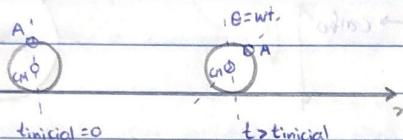


TRABALHO QB: ESTUDO DO ROLAMENTO DUM CILINDRO NUMA SUPERFÍCIE

HORIZONTAL:

Maria do Pilar de Gomes Teixeira PLB - G6

→ INTRODUÇÃO TEÓRICA:



→ O cilindro rola SEM escorregamento.



Expressões para a posição e velocidade do ponto A:

$$\theta = wt$$

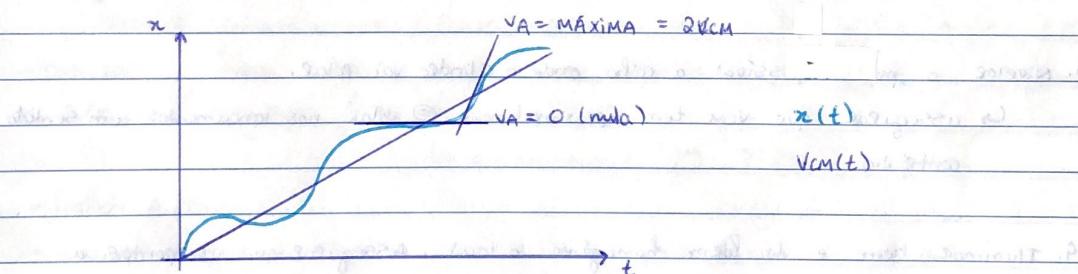
(Sabendo que $x_{cm} = \theta r$)

$$x_A(t) = x_{cm} + \frac{v_{cm}}{w} \sin(wt) \quad \text{e } v_{cm} = wr$$

$$v_A(t) = v_{cm} (1 + \cos(wt))$$

Considerando $v_{cm} = \text{CONSTANTE}$ vamos ter que:

$$x_A(t) = v_{cm} \left(t + \frac{1}{w} \sin(wt) \right)$$

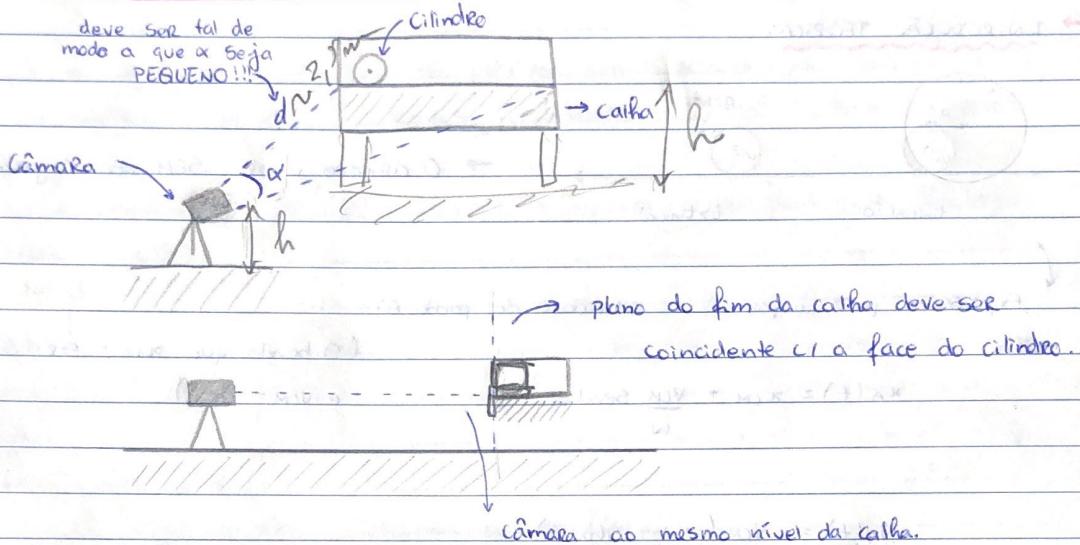


→ OBJETIVOS:

- Verificar o princípio de sobreposição no estudo do movimento dum cilindro (Sup. horizontal).
- Verificar a condição de rolamento sem escorregamento ($\theta v_{cm} = wr \Rightarrow w = \frac{2\pi}{T}$).
- Mostrar que os pontos de contacto do cilindro c/ o plano têm velocidade = 0.
- Mostrar que quando o ponto se encontra no topo tem velocidade MÁX = $2v_{cm}$
- Familiarização c/ as técnicas de processamento de vídeo e imagem.

→ EXECUÇÃO EXPERIMENTAL:

• MONTAGEM EXPERIMENTAL:



• PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:

1. Assegurar a montagem anterior.

✓ 2. Medir e registrar: diâmetro do cilindro (D)

✓ 3. Nivelar o melhor possível a caixa onde o cilindro vai parar.

↳ assegurar que VCM tem aproximadamente \ominus valor nos lançamentos em sentido contrário.

✓ 4. Iluminar bem e de forma homogênea o local. Assegurar que os pontos a registrar são bem visíveis.

✓ 5. Colocar a câmera (+ tripé) de forma a visualizar (i) máximo de resolução o decurso da experiência (minimizar erros de paralaxe).

✓ 6. Executar, manualmente, o lançamento do cilindro.

↳ utilizar a placa de alumínio para garantir o alinhamento, (i) o bordo da escala (↓ erros paralaxe).

✓ 7. Iniciar o lançamento. → A garantir que a mão não obstrui a visualização do cilindro.

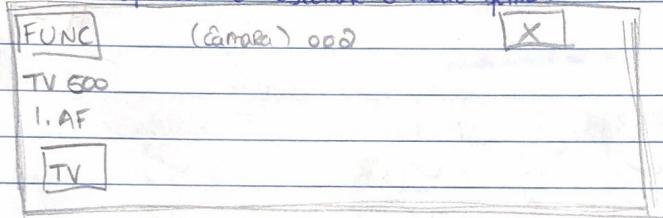
NOTAS: Garantie...

- nº suficiente de pontos por unidade de tempo.
(câmera grava 25 frames/1 seg. → 1 rotação garantir 14-19 pontos)
- que o movimento de CM seja tão próximo quanto possível do mov. uniforme.
↳ registrar e comparar os tempos correspondentes no 1º e último retamento.
- se considera CM o centro da pista e A o extremo da risca junto à sup. lateral do cilindro.



UTILIZAÇÃO DA CÂMARA:

- ligue
- abrir monitor lateral
- na parte lateral esquerda e escolher o modo filme.
-



PRIMIR SUCESSIVAMENTE: FUNC → GRAVAR PROGR. TV → TV PRIOR. OBTUR.-AE

- Deslizar a barra inferior c/ a pressão de 1 dedo até valor de obturador
 $= 1/500 / 1/1000 / 1/2000$

↳ quanto maior % ↑ a intensidade

- fechar a janela.
- iniciar a gravação
- VISUALIZAR O CLIP (primir (símbolo da câmera) na parte lateral)



Para abrir no compi:

ANCHD → BD MV → Stream

NOTAS DE AULA:

• Diâmetro:

$$\begin{array}{l} D_1 = 68,8 \text{ mm.} \\ D_2 = 68,9 \text{ mm.} \\ D_3 = 68,8 \text{ mm.} \end{array} \quad \rightarrow \pm 0,05 \text{ mm}$$

\rightarrow desvio padrão é dividido

$$D = 68,83 \text{ mm.} \quad \pm 0,03 \text{ mm} \text{ pela } \sqrt{3}.$$

899 901 898 (1°) 896 → bom para velocidade

900 905 897 (1°) $+3^\circ$ 1° \rightarrow pequeno?

897

899 $\rightarrow 1^\circ \uparrow$ velocidade

$3^\circ \downarrow$ "

900 $\rightarrow 1^\circ \downarrow$

tabula de critérios

SL Sd
ft

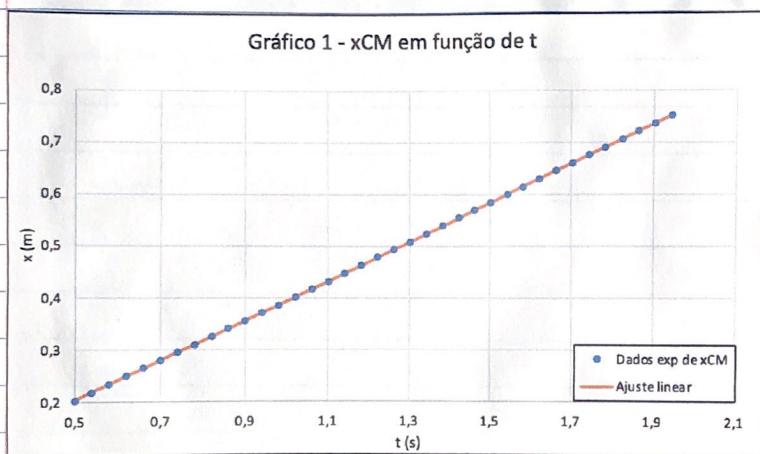
	visibilidade	veloc.	Qualidade (mov)
912 -	✓	✓ R	✓
911 -	✓	✓ R	✗
910 -	✓	X	✗
→ 909 -	✓	✓ +L	✓
video usado → 908 -	✓	✓ Normal	✓
907 -	✓	✓ //	✓
906 -	✓	X	✗
905 -	✓	✓ ++L	✓
904 -	X	X	✗
903 -	X	X	✗
902 -	X	X	✓
901 -	✗	✓	✓
900 -	✗	✓	✓
→ 899 - 1°	✓	✓	✓
2°	✓	X	✓
→ 898 - 1°	✓	✓	✓
0°	✓	X	✗
3°	✓	X	✗
897 - 1°	✓	✓	✓
2°	✓	X	✗
→ 896 - 1°	✓	✓	✓
2°	✓	X	✓
3°	✓	X	✓

→ ANÁLISE DE DADOS:

$$\bar{D} = (68,83 \pm 0,03) \text{ mm} = (0,06883 \pm 0,00003) \text{ m}$$

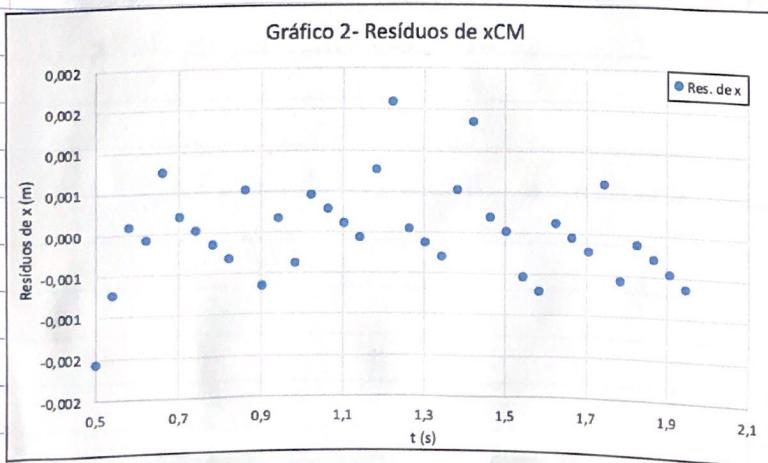
• ANÁLISE DO MOVIMENTO UNIFORME DO CENTRO DE MASSA:

- Foi inicialmente realizado um ajuste linear com a totalidade de dados registrados. Contudo, os resíduos obtidos através deste ajuste apresentavam uma clara tendência quadrática, pelo que ~~selecionou~~ se decidiu restringir a gama experimental para valores entre os 0,500 s e os 1,945 s.
- Desta forma, obteve-se o seguinte ajuste.



Estão, assim, reunidas as condições necessárias para o cálculo de $(V_{CM})_{aj}$:

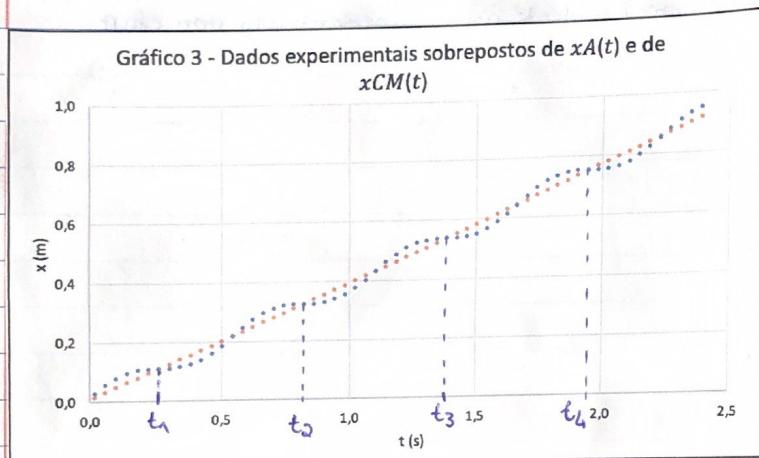
$$\begin{aligned} x_{CM}(t) &= 0,3793t + 0,0139 \text{ (m)} \\ (V_{CM})_{aj} &= (0,3793 \pm 0,0002) \text{ m/s} \end{aligned}$$



• Pela análise do gráfico anterior verificamos que os resíduos obtidos são relativamente próximos de zero e encontram-se dispersos aleatoriamente, pelo que podemos concluir que a gama experimental foi bem selecionada.

- ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE ROLAMENTO:

• Para esta parte da experiência foi escolhida uma gama experimental deste o ~~entro~~ momento inicial da experiência até ao instante 2,387 segundos.



$$t_1 - t_4 \rightarrow 3 \text{ revoluções}$$

• Encontram-se marcados ^{no gráfico} os instantes:

$$t_1 = (0,259 \pm 0,002) \text{ s}$$

→ as incertezas associadas a estes valores foram determinadas através de uma estimativa feita com recurso à análise da discrepância entre x_{CM} e x_A nestes instantes.

$$t_2 = (0,827 \pm 0,001) \text{ s}$$

$$t_3 = (1,383 \pm 0,001) \text{ s}$$

$$t_4 = (1,945 \pm 0,002) \text{ s}$$

• Sabemos que:

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 0,562$$

$$\Delta t_2 = t_3 - t_2 = 0,562$$

$$\Delta t_3 = t_4 - t_3 = 0,562$$

$$T = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}{3} = 0,582 \text{ s.}$$

$$\text{NOTA: } u(\Delta t) = \sqrt{u(t_1)^2 + u(t_2)^2 + \dots + u(t_3)^2} \quad (\text{com } j \in \{1, 2, 3, 4\})$$

$$u(\Delta t_1) = 0,002 \text{ s}$$

$$u(\Delta t_2) = 0,001 \text{ s}$$

$$u(\Delta t_3) = 0,002 \text{ s}$$

$$u(T) = \sqrt{\left(\frac{u(\Delta t_1)}{3}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t_2)}{3}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t_3)}{3}\right)^2} = 0,0015$$

• ASSIM, vamos ter que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,562} = 11,18 \text{ rad/s}$$

$$u(\omega) = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times u^2(T)} = 0,03 \text{ m rad/s}$$

• Podemos, desta forma, calcular a V_{CM} experimental:

$$V_{CM} = \omega R = \frac{\omega D}{2} = \frac{11,18 \times 0,06883}{2} = 0,3848 \text{ m/s}$$

$$u(V_{CM}) = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 \times u^2(\omega) + \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \times u^2(D)} = 0,0007 \text{ m/s}$$

$$(V_{CM})_{exp} = 0,3848 \pm 0,0007 \text{ m/s}$$

• Comparando este valor de V_{CM} , com o obtido pelo ajuste do gráfico, obtemos:

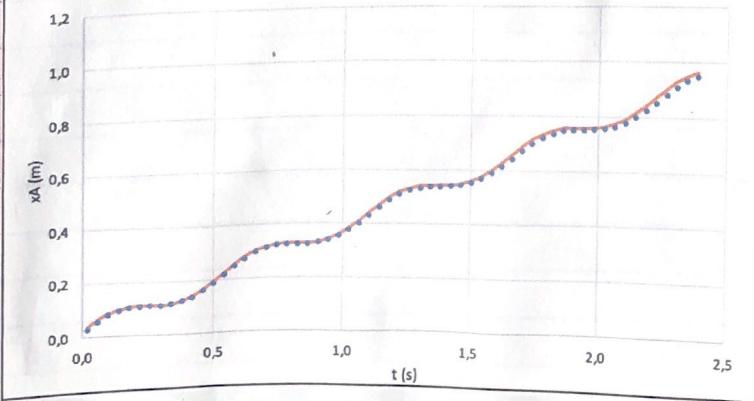
$$ERRO (\%) = \frac{|0,3793 - 0,3848|}{0,3793} \times 100 = 1,45\%$$

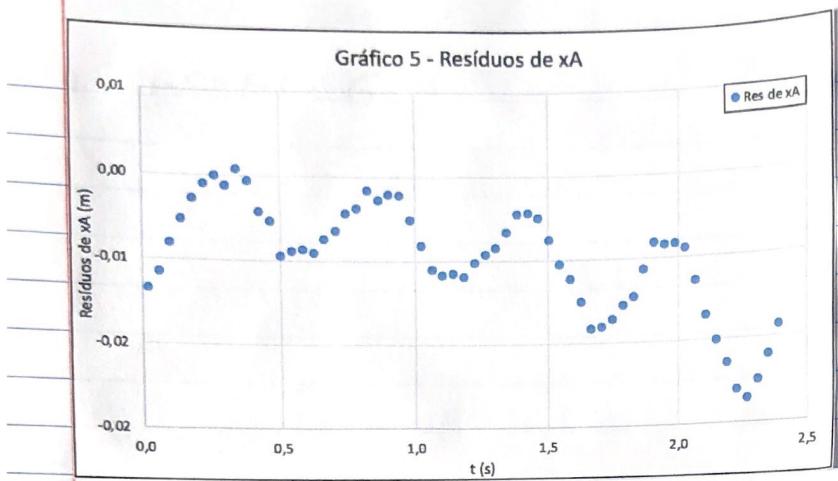
• Utilizando todos estes dados obtemos que:

$$x_A(t) = V_{CM} \left(t + \frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \right)$$

$$x_A(\text{ajuste})(t) = (V_{CM})_{exp} \times t + \frac{1}{11,18} \sin(11,18(t - 0,25)) + 0,11$$

Gráfico 4 - Ajuste aos dados de $x_A(t)$

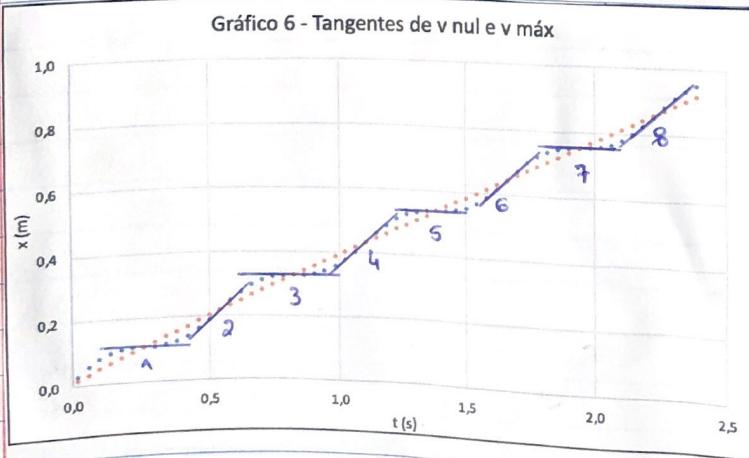




• Analisando o gráfico anterior verifica-se que os resíduos de x_A apresentam uma clara tendência oscilatória. Esta deve-se às aproximações feitas na fórmula teórica, na qual se considera $\omega_{máx}$ constante e $v_{cm} = \text{constante}$.

• Apesar destas oscilações ~~sobrepõem-se~~, pela análise do gráfico 5 conclui-se que o ajuste feito foi bastante bom, verificando-se ~~entre~~ o princípio da Sobreposição, uma vez que $x_A(t)$ e $x_{máx}(t)$ ajuste aparentam coincidir em grande parte do movimento.

• De modo a verificar que a velocidade no ponto de contacto é nula e que no ponto A no topo é o dobro de v_{cm} , ~~sobrepõem-se~~ sobrepõem-se os gráficos $x_A(t)$ e $x_{máx}(t)$ e nos pontos de intersecção determinou-se o declive da reta tangente pelo ajuste linear de 3 pontos de $x_A(t)$ (contendo o ponto de intersecção).



Vermelha → Ajustes no ponto de contacto.

Azul → Ajustes no ponto A no topo.

Matriz de ajuste 1		
m	0,013	0,106
S _m	0,007	0,002
r ²	0,75	0,0004
		S _y

Matriz de ajuste 5		
m	0,038	0,49
S _m	0,007	0,01
r ²	0,96	0,0004
		S _y

Matriz de ajuste 2		
m	0,763	-0,194
S _m	0,007	0,004
r ²	0,99991	0,0004
		S _y

Matriz de ajuste 6		
m	0,73	-0,56
S _m	0,01	0,02
r ²	0,9996	0,0008
		S _y

Matriz de ajuste 3		
m	0,03	0,30
S _m	0,01	0,01
r ²	0,75	0,0008
		S _y

Matriz de ajuste 7		
m	0,013	0,73
S _m	0,007	0,01
r ²	0,8	0,0004
		S _y

Matriz de ajuste 4		
m	0,8	-0,4
S _m	2E-15	2E-15
r ²	1,0	9E-17
		S _y

Matriz de ajuste 8		
m	0,713	-0,73
S _m	0,007	0,02
r ²	0,9990	0,0004
		S _y

VELOCIDADE NO TOPO:

$$v_2 = (0,763 \pm 0,007) \text{ m/s}$$

$$v_4 = (0,8 \pm 2 \times 10^{-5}) \text{ m/s}$$

$$v_6 = (0,73 \pm 0,01) \text{ m/s}$$

$$v_8 = (0,713 \pm 0,007) \text{ m/s}$$

$$\bar{v}_{\text{topo}} = (0,75 \pm 0,02) \text{ m/s}$$

VELOCIDADE NO CONTACTO:

$$v_1 = (0,013 \pm 0,007) \text{ m/s}$$

$$v_3 = (0,03 \pm 0,01) \text{ m/s}$$

$$v_5 = (0,038 \pm 0,007) \text{ m/s}$$

$$v_7 = (0,013 \pm 0,007) \text{ m/s}$$

$$\bar{v}_{\text{contacto}} = (0,024 \pm 0,006) \text{ m/s}$$

• Verificamos que apesar de a velocidades de contacto não serem exatamente zero, estas estão muito próximas de ser nulas.

• No que toca à velocidade no ponto no topo temos que:

$$(v_{CM})_{exp} = 0,3848 \text{ m/s}$$

$$2 \times (v_{CM})_{exp} = 0,7696 \text{ m/s} \rightarrow \text{Comparando com } \bar{v}_{\text{topo}} :$$

$$\text{Erro } (\gamma) = 2,55\%$$

$$\hookrightarrow u(\bar{v}_{\text{topo}})(\gamma) = 2,67\%$$

$$u(v_{CM})(\gamma) = 0,18\%$$

→ RESULTADOS FINAIS:

- $(V_{CM})_{aj} = (0,3793 \pm 0,0002) \text{ m/s} \rightarrow u((V_{CM})_{aj})(\gamma) = 0,05\%$.
- $(V_{CM})_{exp} = (0,3848 \pm 0,0007) \text{ m/s} \rightarrow u((V_{CM})_{exp})(\gamma) = 0,18\%$.
- $(\bar{V}_{topo})_{contacto} = (0,024 \pm 0,006) \text{ m/s} \rightarrow \cancel{\text{calcular}} \cancel{\text{calcular}}$
- $\bar{V}_{topo} = (0,75 \pm 0,02) \text{ m/s} \rightarrow u(\bar{V}_{topo})(\gamma) = 2,7\%$.

• $\text{ERRO}(\gamma) = 2,6\% \rightarrow$ Comparando \bar{V}_{topo} e $2V_{CM}$

↳ erro relativamente pequeno, pelo que verifica a condição proposta de que $\bar{V}_{topo} = 2V_{CM}$.

• $\text{ERRO}(\gamma) = 1,5\% \rightarrow$ para verificar a condição de rotameto ($V_{CM} = WR$)

→ CONCLUSÕES:

• A condição de rotameto, sem escorregamento, foi, de facto, verificada uma vez que a velocidade no ponto de contacto obtida experimentalmente pode ser considerada nula ($v = (0,024 \pm 0,006) \text{ m/s}$) e a velocidade do centro de massa calculada através do ajuste linear ($(V_{CM})_{aj} = (0,3793 \pm 0,0002) \text{ m/s}$) é muito próxima da velocidade obtida pela condição WR ($W\bar{T}$) ($(V_{CM})_{exp} = (0,3848 \pm 0,0007) \text{ m/s}$), tendo sido obtido um erro de apenas $1,5\%$.

• Verificou-se ainda que a velocidade no topo do cilindro ($\bar{V}_{topo} = (0,75 \pm 0,02) \text{ m/s}$) corresponde a aproximadamente o dobro de V_{CM} , a menos de $2,6\%$ de erro. ($u(\bar{V}_{topo})(\gamma) = 2,7\%$ → pelo que o erro encontra-se dentro dos limites da incerteza percentual associada).

• Por fim, verificou-se o princípio da sobreposição, apesar de ligeiras flutuações, as quais são justificadas pelas aproximações feitas nas fórmulas técnicas de $\alpha(t)$, na qual se considera que a ~~velocidade~~ $V_{CM} = \text{constante}$ (o que na realidade não se verifica), como se pode observar pela análise do gráfico 5.