

Cuidadoso - Boa analise

Só fazes companheiros módulo de módulos e de direcção

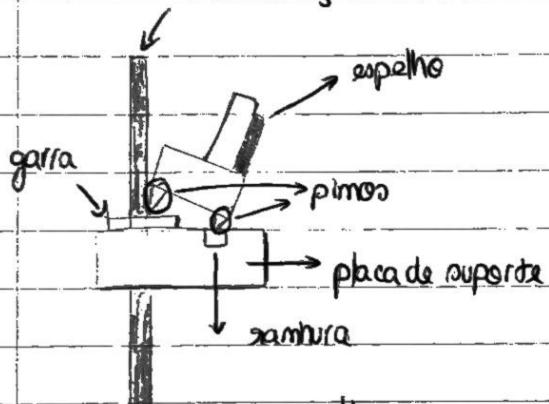
95%

Trabalho 4.3: Estudo do comportamento mecânico de um fio de aço sob tração. di todos os dados.

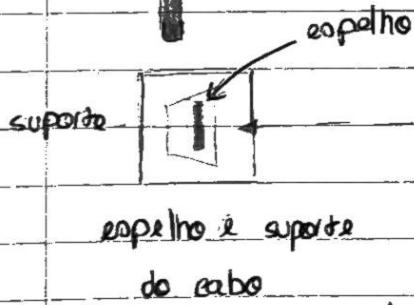
- Objetivos:
 - Familiarização com o método da alavanca ótica.
 - Verificação experimental da lei de Hooke e do comportamento mecânico do aço.
 - Determinar o módulo de Young de um fio de aço.
- Eixo de aço experimental:

⇒ Posicionamento de espelho e alinhamento do sistema a utilizar:

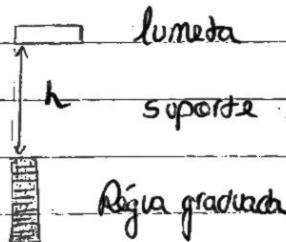
cabo de aço:



- alinhar o cabo de forma a não ocorrer contacto com o suporte do espelho!



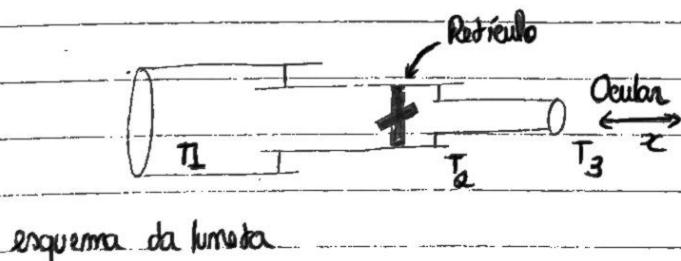
②



Regua graduada

- alinhar os suportes de modo a ver a régua graduada através da luneta.

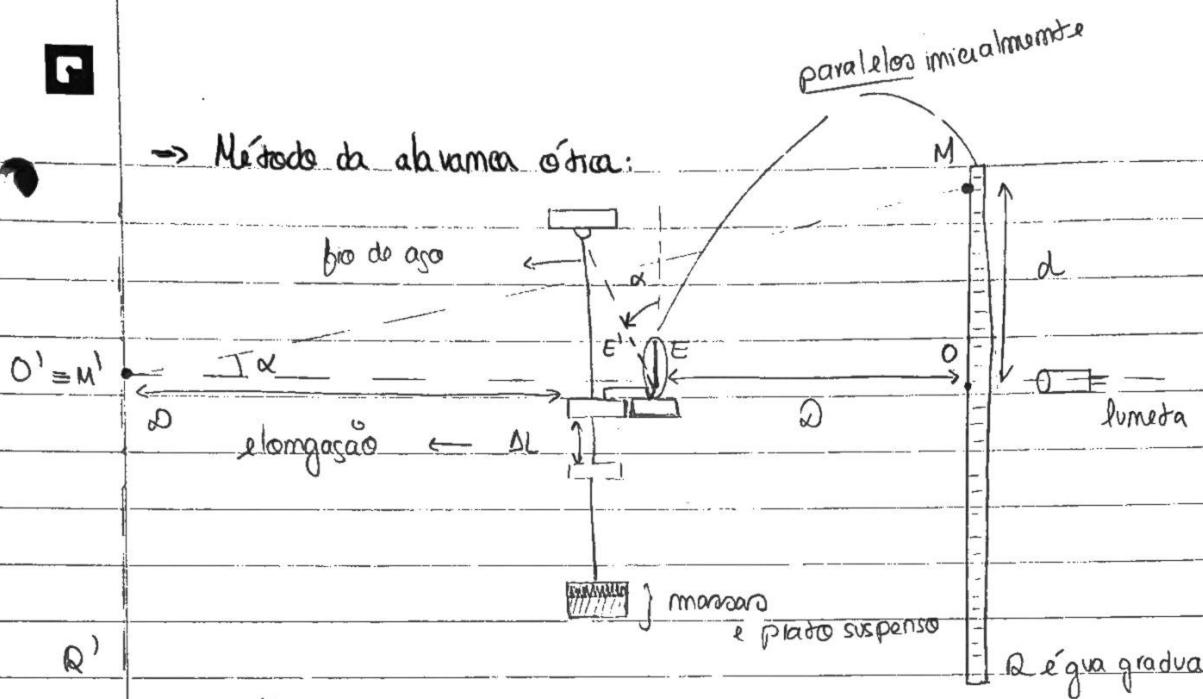
⇒ Focagem da imagem na luneta:



esquema da luneta

- deslocar o suporte T_3 segundo x para focar o retículo.
- focar a imagem através o paraferná lateral da luneta

→ Método da alavancas ótica:



R)

→ Expressões importantes:

*Sim é
não é
que interessa
no logbook*

$$\circ \tan \alpha = \frac{d}{2L}$$

$$\circ \Delta L = \frac{b}{2D} d$$

$$\circ d = \text{eamp} \Delta L, \quad \text{eamp} = \text{eficiente de ampliação da alavancas ótica};$$

⇒ Plano:

o Medir D , utilizando um fio de mylon e/ou fita métrica.

o Medir o diâmetro do fio, em vários locais e calcular o diâmetro médio.

o Medir o comprimento do fio, b .

o Pesar as massas, identificando-as pelas suas massas assinaladas.

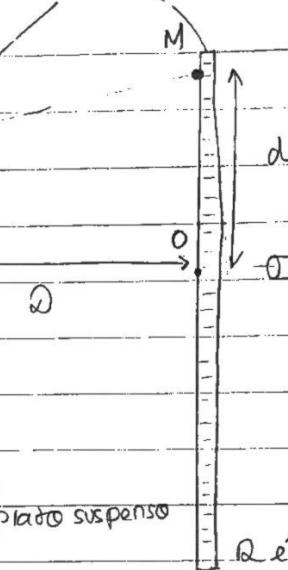
o Realizar o processo de carga e, após o manequim, realizar o processo de descarga, registrando os dados relevantes (x_{ext} , d e F).

o Proceder à análise dos dados obtidos, de modo a determinar:

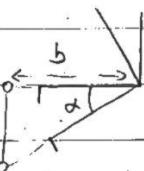
- o o fator de ampliação da alavancas;
- o os valores do módulo de Young.

o Cuidados a ter: o garantir (antes de iniciar os processos de carga e descarga) que o fio se encontra vertical.

paralelos inicialmente



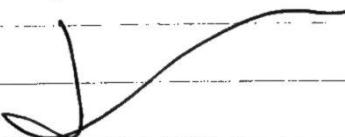
Régua graduada



↳ esquema da rotação do espelho devido à deformação do fio.

$b \rightarrow$ braço da balança

- o mais abanar os bumerãos;
- o começar a carga pela colocação de uma massa de 2 kg,
- seguidas pelas de 1 kg, só colocando as de 2 kg novamente quando terminarem as de 1 kg; //



o Registro:

(e) Diâmetro ($\pm 0,0005$) mm (e)

0,8050
0,8250
0,8200
0,8300
0,8300

o Diâmetro médio: 0,8220 mm

$$\hookrightarrow \bar{d}$$

$u(\bar{x})?$

\hookrightarrow diâmetro do fio / medido com o palmer

mº de massas	m ($\pm 0,0001$) kg
1	0,0056
2	1,0027
3	0,997
4	1,0016
5	1,0011
6	0,9962
7	0,9994
8	0,9976
9	1,0005
10	2,0033
11	1,9991
12	0,9959
13	1,9908

$$D = (2,5800 \pm 0,0005) \text{ m}$$

$$x_0 = (71,50 \pm 0,05) \text{ cm}$$

$$x_0 = (0,7150 \pm 0,0005) \text{ m}$$

D - distância entre suportes

x₀ - comprimento imediado do fio de aço.

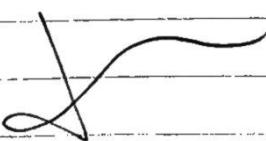
check-point:

• fio vertical ✓

• face da imagem ✓

• alinhamento dos suportes ✓

\Rightarrow massas e sua numeração



Nota: D e x₀ foram medidas recorrendo a um fio de mylon, marcando com um marcador os extremos da medida, e medindo seu comprimento com a fita métrica.



④ O que permite evitar o erro de arredondamento da fita.

Análise de Dados:

⇒ Fórmulas / Expressões relevantes para a análise que se segue:

o $d = e_{\text{ampl}} \Delta L$, com $\Delta L \rightarrow$ elongação e $e_{\text{ampl}} \rightarrow$ fator de ampliação da balança óptica;

$$o e_{\text{ampl}} = \frac{2D}{b}, \quad D - \text{distância entre suportes}$$

$b - \text{brago da balança}$

e_{ampl} - coeficiente / fator de ampliação da balança óptica

o Legenda:

$$o \frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L_0}, \quad \uparrow = \frac{F}{S}$$

\downarrow módulo de
Young

\uparrow tensão de tração

$\Delta L \rightarrow$ Elongação

$S \rightarrow$ área de
seção reta do fio

$L_0 \rightarrow$ comprimento
inicial do fio

$F \rightarrow$ Força de Tração

$$o \Delta L = \frac{b}{2D} d$$

$$o g \cdot m = \frac{E b \pi d^2}{8 D L_0} d \Leftrightarrow E = \frac{m g D L_0}{d b \pi d^2} \quad \begin{matrix} \text{Módulo} \\ \text{de Young} \end{matrix}$$

⇒ Dados obtidos:

o Processo de carga:

N.ºs de massas	m carga / Kg	$u(m)$ / kg	F_{carga} / N	L_{ci} / cm	$u(L_{ci})$ / cm	d_{ci} / m
0	0.0000	0.0001	0.00	31.0	0.05	0.000
1	2.0056		19.65	29.5		-0.015
1+2	3.0083		29.48	28.8		-0.022
1+2+3	4.0053		39.25	28.4		-0.026
1+2+3+4	5.0069		49.07	27.8		-0.032
1+2+3+4+5	6.008		58.88	27.4		-0.036
1+2+3+4+5+6	7.0042		68.64	26.9		-0.041
1+2+3+4+5+6+7	8.0036		78.44	26.5		-0.045
1+2+3+4+5+6+7+8	9.0012		88.21	26.0		-0.05
1+2+3+4+5+6+7+8+9	10.0017		98.02	25.6		-0.054
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	12.0050		117.65	24.7		-0.063

- o Processo de descarga:

N.ºs de massas	m descarga / Kg	$u(m)$ / kg	F descarga / N	L_{ci} / cm	$u(L_{ci})$ / cm	d_{ci} / m
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	12.0050	0.0001	117.77	24.7	0.05	-0.063
1+2+3+4+5+6+7+8+9	10.0017		98.12	25.7		-0.053
1+2+3+4+5+6+7+8	9.0012		88.30	26.3		-0.047
1+2+3+4+5+6+7	8.0036		78.52	26.6		-0.044
1+2+3+4+5+6	7.0042		68.71	27.2		-0.038
1+2+3+4+5	6.0080		58.94	27.6		-0.034
1+2+3+4	5.0069		49.12	28.1		-0.029
1+2+3	4.0053		39.29	28.5		-0.025
1+2	3.0083		29.51	29.0		-0.020
1	2.0056		19.67	29.5		-0.015
0	0.0000		0.00	31.0		0.000

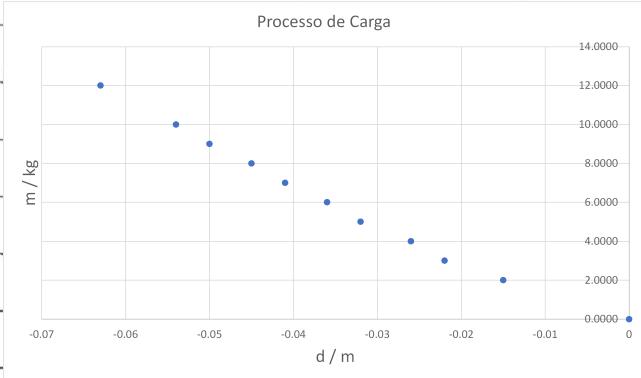
Informações relevantes: $F_{e\text{arga}/\text{descarga}} = m_{\text{e\text{arga}/\text{descarga}}} \cdot g$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

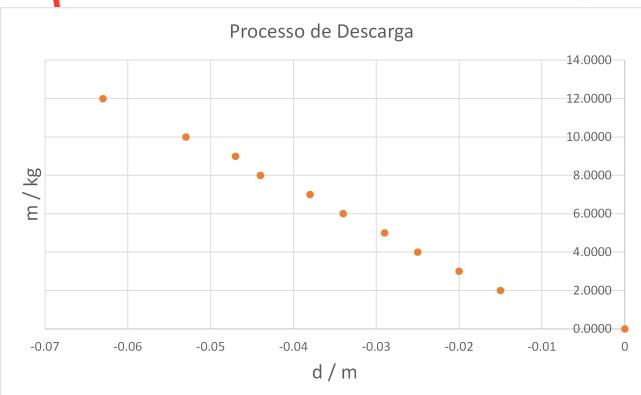
- o Com os dados recolhidos, traçou-se o gráfico m/d para cada caso:

- Processo de carga:

*Sentiu dor
gritou.*



- Processo de descarga:



- o Uma análise preliminar de ambos os gráficos permite inferir que:

- o Apesar da existir, em ambos os processos, uma dependência

linear entre massa e a elongação do fio de aço, concordante com a Lei de Hooke.

Da ausência de carga à elongação da 1ª massa (e, igualmente, da última massa presente no processo de descarga à ausência de carga), ocorre uma súbita brusca (ou queda, no 2º caso) dos valores de d no gráfico. Tal é esperável (reforçando-me agora ao 1º caso, sendo a aplicação para o 2º análoga) já que se passa de uma situação de carga nula a $\approx 2\text{ kg}$. \rightarrow Elongação inicial.

A colocação de uma massa de 2 kg em 1º lugar, seguida (até acabarem) das de $\approx 1\text{ kg}$, permitiu estudar a elongação do fio (d), para cargas diferentes, mas que variavam $\approx 1\text{ kg}$ entre si, isto é, fazendo incrementos de $\approx 1\text{ kg}$. Este processo permitiu obter uma boa gama de valores de m, tendo-se obtido, para ambos os processos, aproximadamente o mesmo valor de $\frac{d}{m}$; a, para a mesma carga (ver tabelas de registo - coluna $\frac{d}{m}$).

Tendo isto em consideração, não incluiu-se o dado correspondente a $m = 0,000\text{ kg}$, na realização do ajuste, em ambos os processos.

\Rightarrow Ajuste linear:

Processo de carga:

d	m	Ajuste 1	Resíduos	Ajuste 2	Resíduos 2
0.000	0.0000	-1.5305	1.5305	-1.8351	1.8351
-0.015	2.0056	1.6474	0.3582	1.4397	0.5659
-0.022	3.0083	3.1304	-0.1221	2.9679	0.0404
-0.026	4.0053	3.9779	0.0274	3.8412	0.1641
-0.032	5.0069	5.2491	-0.2422	5.1511	-0.1442
-0.036	6.0080	6.0965	-0.0885	6.0244	-0.0164
-0.041	7.0042	7.1558	-0.1516	7.1160	-0.1118
-0.045	8.0036	8.0033	0.0003	7.9893	0.0143
-0.050	9.0012	9.0626	-0.0614	9.0809	-0.0797
-0.054	10.0017	9.9100	0.0917	9.9542	0.0475
-0.063	12.0050	11.8168	0.1882	11.9191	0.0859

Tabela 3: Dados do ajuste - processo de carga.

Realizou-se um primeiro ajuste, tendo obtido a seguinte

matriz de ajuste e gráfico de resíduos:

m_r	-212	-1.5	b
s_m	4	0.2	s_b
r^2	0.997	0.2	s_y

Matriz de ajuste

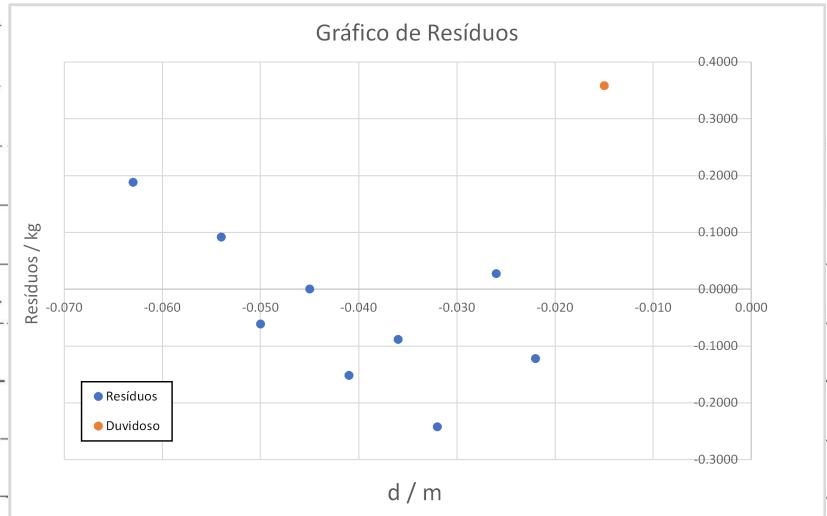
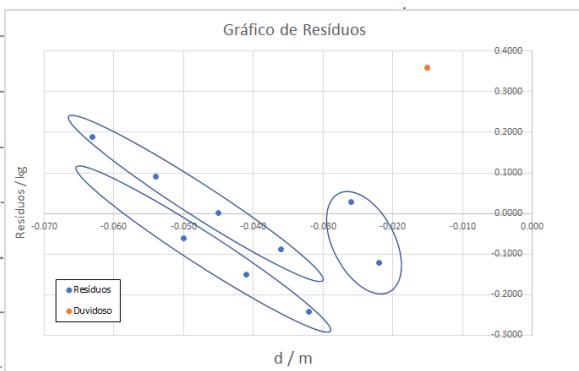


Gráfico de resíduos

- À primeira vista, os resíduos apresentam seguir alguma aleatoriedade, embora haja conjuntos de resíduos que apresentam propensão a seguir diferentes retas (duas deles paralelas).



• Possível
padrão?

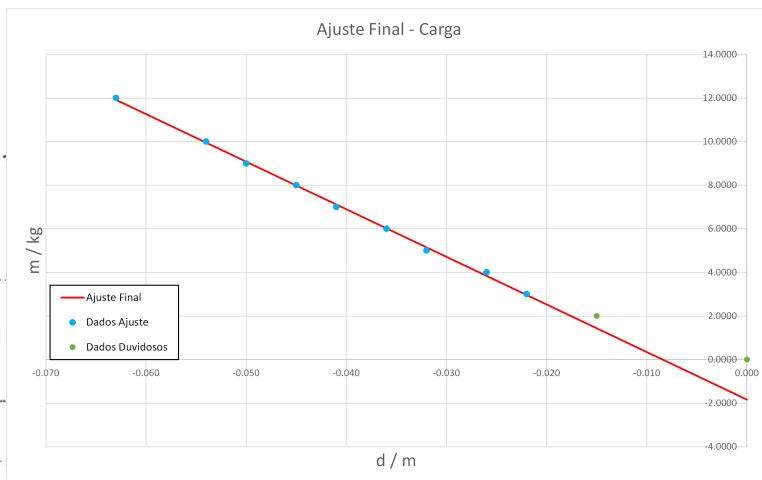
cha de 2 partis?

- Contudo, o afastamento de um dos dados dos demais e a sua proximidade de s_y , em módulo, levou-me a ponderar efectuar um novo ajuste, excluindo este dado. Ao concretizar esta ideia, obtém-se, de modo geral, uma alteração ainda significativa nos parâmetros de ajuste, pelo que decidi manter o novo ajuste:

m_r	-218	-1.8	b
s_{mr}	3	0.1	s_b
r^2	0.9989	0.1	s_y

Matriz de ajuste

(Nota: Não exeluo, contudo, a hipótese de este novo ajuste ter um carácter supérfluo).



i
fixo ok

Gráfico de Ajuste Final

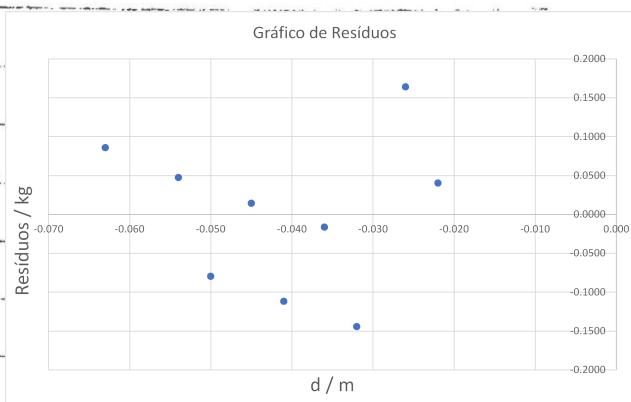


Gráfico de Resíduos

o A organização dos resíduos em "retas" parece-me evidente. Contudo, o seu valor diminuto e o gráfico final de ajuste obtido, levam-me a concluir que se obtive um bom ajuste aos dados registrados.

(?) \Rightarrow É de estranhar, contudo, esta aparente organização dos resíduos, o que me leva a questionar se terá sido cometido algum erro mais evidente, aquando das medições. Ponderei que o facto de o bico se movimentar, devido à carga, poder ter levado a um movimento ligeiro do espelho que, igualmente, se refletiria na oscilação da régua visualizada na luneta, ainda que ligeira[®]. Contudo, após falar com o colega que fez as medições, foi-me dito que a imagem da luneta estava estável.

Considerando a disposição dos resíduos, é possível que haja algum facto que não esteja a ser contabilizado na análise.

[®] levando a erros mais pronunciados na rotativa / leitura das leituras.

o A denducar o declive obtido, $m_2 = -218 \text{ kg m}^{-1}$.

o Processo de descarga

d	m	Ajuste 1	Resíduos	Ajuste 2	Resíduos 2
0.000	0.0000	12.1318	-0.1268	12.0659	-0.0609
-0.015	2.0056	10.0223	-0.0206	9.9706	0.0311
-0.022	3.0083	8.7567	0.2445	8.7134	0.2878
-0.026	4.0053	8.1238	-0.1202	8.0848	-0.0812
-0.032	5.0069	6.8581	0.1461	6.8276	0.1766
-0.036	6.0080	6.0143	-0.0063	5.9895	0.0185
-0.041	7.0042	4.9596	0.0473	4.9419	0.0650
-0.045	8.0036	4.1158	-0.1105	4.1037	-0.0984
-0.050	9.0012	3.0610	-0.0527	3.0561	-0.0478
-0.054	10.0017	2.0063	-0.0007	2.0084	-0.0028
-0.063	12.0050	-1.1579	1.1579	-1.1346	1.1346

Tabela

4: Dados de ajuste - processo de descarga

o Realizei um primeiro ajuste, tendo obtido a seguinte matriz e gráfico de resíduos:

m_r	-211	-1.2	b
s_m	3	0.1	s_b
r^2	0.9986	0.1	s_y

Matriz de ajuste

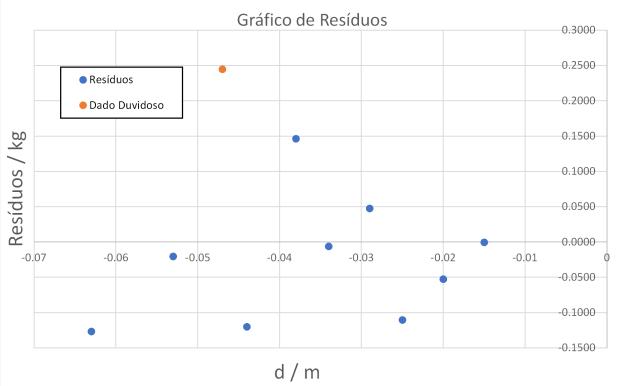


Gráfico de Resíduos

o Atendendo ao módulo de um dado superior a s_{y-} , optei por excluir e efetuar um novo ajuste, obtendo:

m_r	-210	-1.1	b
s_m	2	0.1	s_b
r^2	0.9993	0.1	s_y

Matriz de ajuste

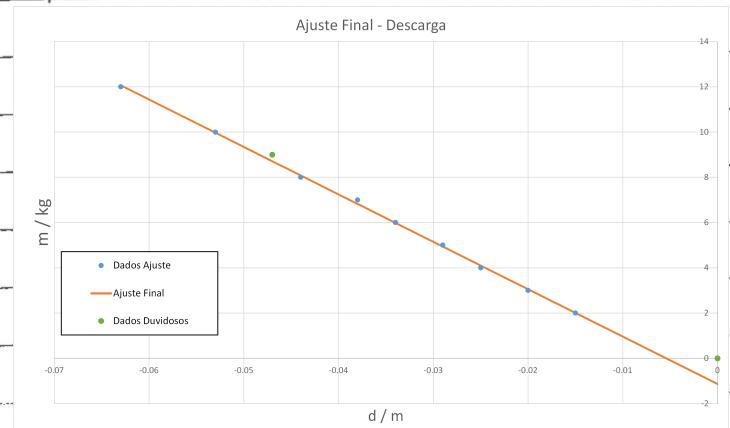


Gráfico de ajuste

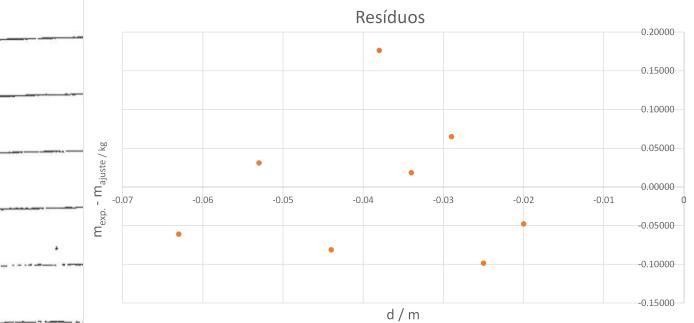
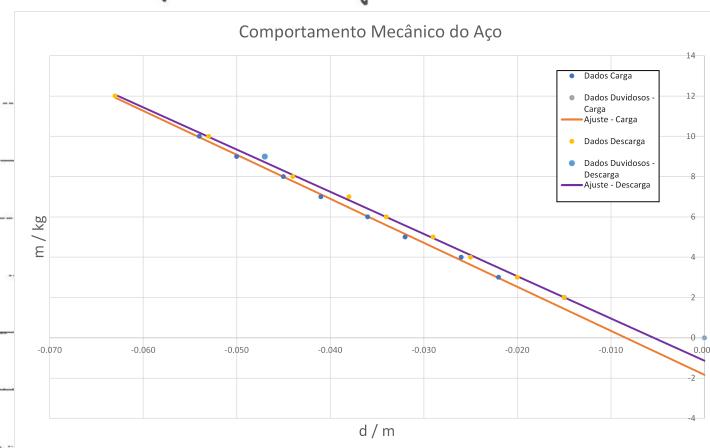


Gráfico de Resíduos

suficientemente

- Os resultados têm uma distribuição aleatória e valor diminuto, tendo-se obtido um bom ajuste. Contudo, admitem agrupar-se em 3 retas, e, simultaneamente, apresentar aumentos e diminuições em módulo consecutivos e de valor semelhante, como no processo de carregamento.

- Estudo completo do comportamento mecânico do aço:



Lidando direta mente com m e d é evidente.

$$\Rightarrow \text{Cálculo do módulo de Young: } E = \frac{m \cdot D \cdot L_0}{d \cdot b \cdot \varphi^2} = \frac{m_1 \cdot 8D \cdot L_0}{b \cdot \pi \cdot \varphi^2}$$

	$ m_r / \text{kg m}^{-1}$	$u(m_r)$	D / m	$u(D)$	b / m	$u(b)$	L_0 / m	$u(L_0)$	φ / m	$u(\varphi)$
Carga	218	3	2.5800	0.0005	0.07400	0.00005	0.7150	0.0005	8.22E-04	5E-06
Descarga	210	2								

Tabela sintetizadora dos valores a utilizar no cálculo do módulo de Young e suas incertezas.

- Relativamente ao parâmetro b , medida do braço da balança, este foi estimado pela imagem referente a esta experiência, presente no Nenche, de forma a conseguir prosseguir com os cálculos. A medição em laboratório foi efectuada de modo incorreto, razão

Algumas notas:

- os perfis

Carregamento e Descarga

são removíveis,

como era esperado,
dada a utilização
do mesmo material

em ambos os processos.

- a relação de proporcionalidade

pela qual se adotou este procedimento alternativo. Um maior cuidado deverá ser adotado em futuras medições, de forma a evitar esta situação.

- O cálculo da incerteza relativa seria efetuado do seguinte modo:

$$\frac{u^2(E)}{E^2} = \frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(b)}{b^2} + \frac{u^2(x)}{x^2} + \frac{u^2(\omega)}{\omega^2} + 4 \frac{u^2(r)}{r^2}$$

em anexo

- Rapare-se que, recorrendo a uma calculadora de incertezas, se conclui que a contribuição maior^(*) é dada pela componente U_r . Como tal, em próximas atividades / repetições deve-se agir de forma a reduzir esta contribuição, procurando:

- efetuar um maior número de medições de diâmetro, em diversos locais do fio de aço.

- ver se será possível efetuar a medição antes de colocar o fio no suporte, dado que se tem que subir a um banco e manusear o palmer simultaneamente, o que poderia aumentar a probabilidade de experimentar erros enquanto mede.

⇒ Aplicando a expressão do módulo de Young, obtive:

$$\frac{E}{\text{Carga}} = 2,01 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2} \quad E_{\text{Descharge}} = 1,93 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

- Obtive, como tal, os resultados finais:

uma grandeza

(*) não obtida por muitos estatísticos

$$E_{\text{carga}} = (2,01 \pm 0,04) \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$E_{\text{descharge}} = (1,93 \pm 0,03) \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

- Os resultados obtidos encontram-se na ordem de grandeza, 10^{11} , esperável para o módulo de Young a calcular (gama $[2,00 \text{ a } 1,90] \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$).

- O $E_{\text{descharge}}$ encontra-se, aliás, neste gama de valores, e o E_{carga} obtido com um desvio de 0,5% relativamente ao limite $2,00 \times 10^{11}$ da gama desejada. Além disso, as incertezas obtidas

para o processo de carga e descarga representam, respetivamente 0,0% e 1,6% do valor E obtido, sendo, como tal, reduzidas.

• Idealmente, para o mesmo material, deveríam obter o mesmo valor de E , independentemente do processo, carregamento e descarga; estudo. Como tal, de forma a estimar um único valor experimental de E , realiza a média aritmética dos valores obtidos para o módulo de Young:

E porque não compara

$$E = \frac{E_C + E_D}{2} = 1,97 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

Car
ajuste a todos os dados?

a. Atendendo à gama de valores na qual era esperável obter $E_{\text{experimental}} = [2,00 \text{ a } 1,90] \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ — o resultado obtido é aceitável e bastante satisfatório.

• Regressando a E_{carga} e E_{descarga} , regista-se entre elas uma diferença de $0,08 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$, correspondente a um desvio de $\sim 4\%$; o que é aceitável, quando o desvio reduzido relativamente a E_{carga} .

• Considerando os limites inferior e superior da gama tabelada, o valor médio apresenta um desvio percentual de 3,7% e 1,5%, respetivamente, constituindo resultados igualmente satisfatórios.

⇒ Repara-se que, o facto de se ter obtido um maior valor de E_{carga} ($= 2,01 E_{\text{II}}$), condiciona o valor médio a aproximar-se do limite superior, o que justifica o maior desvio percentual obtido para $E_{\text{tabelado}} = 1,90 E_{\text{II}} \text{ N m}^{-2}$.

⇒ Cálculo do coeficiente de ampliação da alavanca crítica:
 $e_{\text{amp}} = 69,7$

Conclusão:

- Utilizou-se a técnica da lavameia ótica com suesso, tendo-se obtido todas as medições necessárias (associadas à utilização deste método). As tendências encontradas nos gráficos de resultados levam a ponderar a ocorrência de algum efeito, ou existência de um fator mais óbvio, que não interferiu nas medições.
↳ na minha perspetiva
- O fio de aço estudado verifica a lei de Hooke, havendo uma clara relação de proporcionalidade entre a massa colocada no suporte, m , e, consequentemente, a força de tração a que o fio esteve sujeito, e a elongação / desformação, d , que sofreu.
⇒ Os gráficos obtidos para ambos os processos efectuados, carga e descarga, evidenciam claramente o carácter proporcional da relação $m(d)$ → é linear!
- Para o mesmo valor de massa no suporte foram registados, para os processos de carga e descarga, valores de comprimento do fio (ℓ_{ci}) e elongação ($\Delta\ell_i$) extremamente próximos (quando não coincidentes), verificando-se a tendência do fio regressar ao seu estado inicial após ser esticado. → comportamento elástico.
⇒ Considera-se, portanto, verificado experimentalmente, o comportamento elástico do aço.
- A conclusão previamente retida é suportada pela obtenção de valores próximos para E_{carga} e E_{descarga} ($2,01 \times 10^11$ e $1,93 \times 10^11 \text{ N m}^{-2}$), o que assegura que o fio de aço exibiu comportamentos nemelhantes nas duas fases do estudo, quando estes elásticos.
- Determinou-se o módulo de Young para a carga e para a descarga, atendendo às reduzidas incertezas,

($0,04 \text{ Nm}^{-2}$ e $0,03 \text{ Nm}^{-2}$) consideram-se estes resultados aceitáveis.

Amedo:

Cálculo do desvio % :

$$\left| \frac{E_{\text{estimado}} - E_{\text{ap}}}{{E_{\text{estimado}}}} \right| \cdot 100\%$$

Cálculo do desvio entre

$$E_{\text{carga}} \text{ e } E_{\text{descarga}} : \left[1 - \frac{E_{\text{descarga}}}{E_{\text{carga}}} \right] \cdot 100\%$$

$$u(\ell) = \frac{s}{\sqrt{N}}, \quad s = \text{desvio padrão}, \text{ calculado recorrendo ao Excel}$$

• Calculadora de incerteza:

Grandeza "x"	Valor	x^2	$u(x)$	$u^2(x)$	Expoente	Contribuição: $(u^2(x)/x^2)^2 \cdot (\text{Expoente})^2$	Incerteza - Carga / N m^{-2}	Incerteza - Descarga / N m^{-2}
$ m_r (\text{carga}) / \text{kg m}^{-1}$	218	47524	3	9	1	1.89E-04	3.70E+09	2.99E+09
$ m_r (\text{descarga}) / \text{kg m}^{-1}$	210	44100	2	4	1	9.07E-05		
L_0 / m	0.715	0.511225	0.0005	2.5E-07	1	4.89E-07		
D / m	2.5800	6.6564	0.0005	2.5E-07	1	3.76E-08		
φ / m	0.000822	6.76E-07	5.00E-06	2.5E-11	-2	1.48E-04		
b / m	0.074	0.005476	0.0005	2.5E-09	-1	4.57E-07		
$E(\text{carga}) / \text{N m}^{-2}$	2.01E+11	4.04E+22						
$E(\text{descarga}) / \text{N m}^{-2}$	1.93E+11	3.72E+22						