Trabalho 2B

Francisco Santos - PL2-G01 23/03/2022

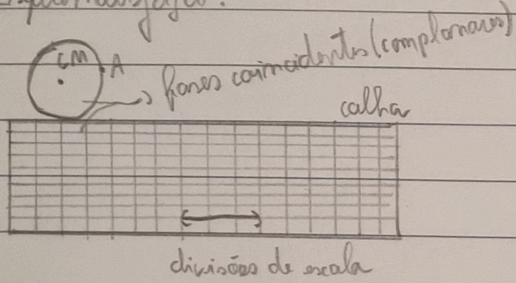
6

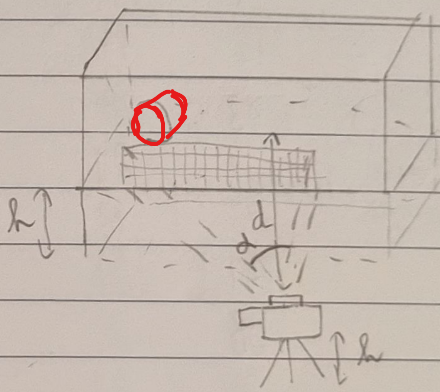
- Objetivos:

(parâmetro $v_{cm}$ e $\omega$, respetivamente)

- Verificar o princípio da sobreposição dos movimentos de translação do CM e de rotação no estudo do movimento de um cilindro numa superfície horizontal ~~através das equações de movimento~~;
- Verificar a condição de rolamento sem escorregamento, isto é, que $V_{cm} = \omega R$ (onde $\omega = 2\pi/T$);
- Mostrar que o ponto de contacto do cilindro com o plano tem velocidade nula;
- Mostrar que quando o ponto que se encontra no topo tem velocidade máxima de valor $2v_{cm}$;
- Familiarização com as técnicas de processamento de vídeo e imagem;

- Esquematização:




- Método Experimental:
- Fazer a montagem esquematizada acima;
- Medir e registar o diâmetro do cilindro com o instrumento mais apropriado (Palmer);
- Nivelar a calha sobre a qual o cilindro vai rolar, assegurando que $V_{cm}$ tem o mesmo valor (ou próximo) nos lançamentos em sentidos contrários (confirmar com o instrumento de nível);
- Iluminar bem e de forma homogénea o local da experiência, garantindo que os pontos a registar são visíveis.
- Colocar a câmara de vídeo com o tripé de forma a visualizar com o máximo de resolução o decurso da experiência e minimizar erros de paralaxe.
- O lançamento do cilindro é manual, podendo utilizar-se uma placa de alumínio para assegurar um bom alinhamento do cilindro com o bordo da escala (~~evitar erros de par~~)

- Iniciar o lançamento, garantindo que a mão não obstrui a visualização do cilindro;
- Garantir um número suficiente de pontos por unidade de tempo (14 a 19 pontos por rotação completa) e a uniformidade do movimento do CM, registando e comparando os tempos do primeiro e último rolamento do cilindro na calha. Considerar o CM como o centro da pinta e o ponto A como o extremo da risca junto à superfície lateral do cubo.

diâmetro$_{cilindro}$ = 68.30 mm ± 0.05 mm          d ≈ 3 m

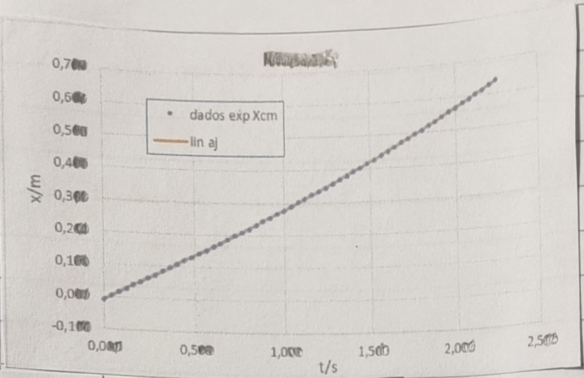
| | | | nº de pontos por rotação | |
|---|---|---|---|---|
| | nº | iluminação | i | f |
| 293 | 1 | | 15 | 16 |
| 277 | 2 | | 20 | 22 |
| 286 | 3 | | 21 | 17 |
| 287 | 4 | | 17 | 17 |
| 291 | 5 | | 28 | 27 |
| 297 | 6 | Boa | 21 | 21 |
| 300 | 7 | em todos | 18 | 18 |
| 273 | 8 | | 21 | 21 |
| 283 | 9 | | 28 | 28 |
| 302 | 10 | | 23 | 21 |
| 304 | 11 | | 22 | 21 |
| 307 | 12 | | 23 | 30 |
| 308 | 13 | | 20 | 24 |
| | 9 | | | |

O melhor filme escolhido para a análise de Dados foi o filme número 7, pois apresenta um bom número de pontos por rotação inicial e final, e esse número é o mesmo, o que indica que a velocidade do cilindro ao longo do movimento foi perto de constante. Além disso, o vídeo encontra-se bastante fluido e com boa iluminação.

ok

nº gráfico

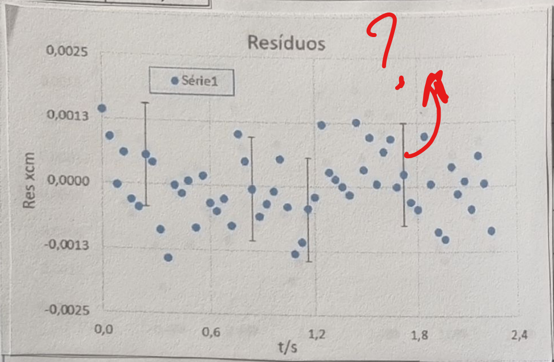
B+




- Através da análise gráfica, observamos que a posição do centro de massa do cilindro aumenta linearmente com o tempo, em relação ao ponto que consideramos como a origem do movimento.

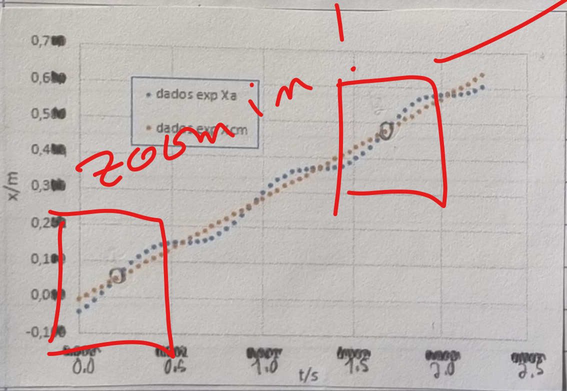
| | | | |
|---|---|---|---|
| m | 0,2871 | -0,0075 | b |
| σm | 0,0001 | 0,0002 | σb |
| $r^2$ | 0,999988 | 0,001 | σ(t) aj |
| u(t) aj | 0,001 | | |

- Como o gráfico é de $x_{cm}$ em função de $t$, o declive corresponde à velocidade do CM do cilindro.




- O gráfico de resíduos mostra-nos que os resíduos estão bastante próximos, o que indica que os valores estão próximos da linha de ajuste.

$V_{cm} = (0{,}2871 \pm 0{,}0001)$ m/s




- Sobreposição de $x_A$ e $x_{cm}$:

$t_1 = (0.200 \pm 0.03)$ s
$t_5 \; (1.680 \pm 0.03)$ s

→ incerteza retirada através da observação do gráfico

$T = \dfrac{|t_5 - t_1|}{2} = \dfrac{|1{,}480|}{2} = 0.740$ s

Folha ondulada ⇒ não dá!

⇒ hipótese de correção!

Com zoom in adequado (consultar nota da aula de feedback!)

Como podemos observar, existe uma interseção dos dois movimentos em 6 pontos:
$t_1 = 0.200$ s; $t_2 = 0{,}560$ s;
$t_3 = 0.920$ s; $t_4 = 1{,}320$ s; $t_5 = 1{,}680$ s
$t_6 = 2{,}090$ s;

Sabemos que entre $t_1$ e $t_5$ houve 2 rotações completas

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.740} = 8.49 \text{ rad/s} \qquad u^2(T) = \left(\frac{dT}{dt_1}\right)^2 \cdot u^2(t_1) + \left(\frac{dT}{dt_5}\right)^2 \cdot u^2(t_5)$$

$$u(T) = \sqrt{\tfrac{1}{2}^2 \cdot 0.03^2 + \tfrac{1}{2}^2 \cdot 0.03^2} = 0.02$$

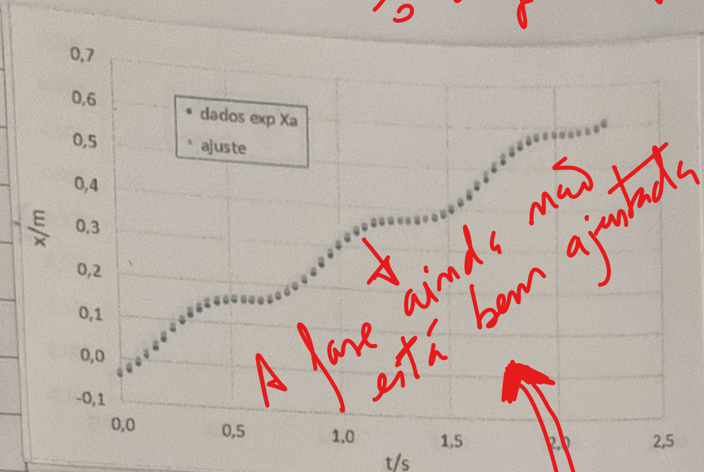
$$\frac{u^2(\omega)}{\omega^2} = \frac{u^2(T)}{T^2} \Leftrightarrow u(\omega) = \sqrt{\frac{u^2(T) \cdot \omega^2}{T^2}}$$

$\Leftrightarrow u(\omega) = 0{,}23$

$\omega = (8.5 \pm 0.2)$ rad/s

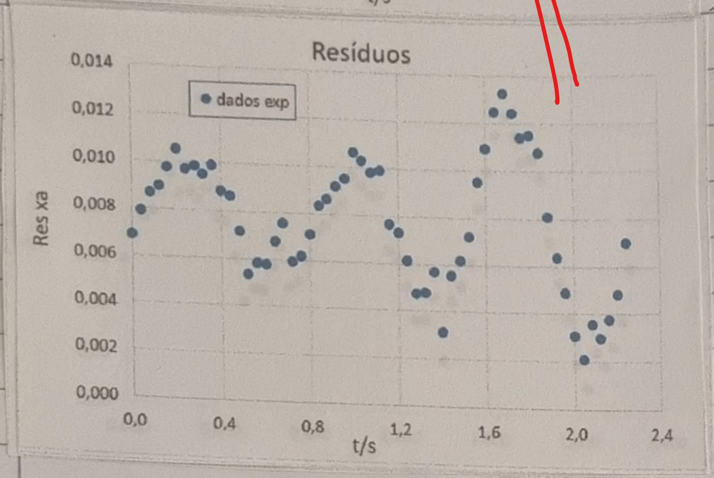
Substituindo na eq. do movimento: $x_A(t)_{aj} = 0.2871\left(t + \frac{1}{8.49} \cdot \sin(8.49\, t)\right)$

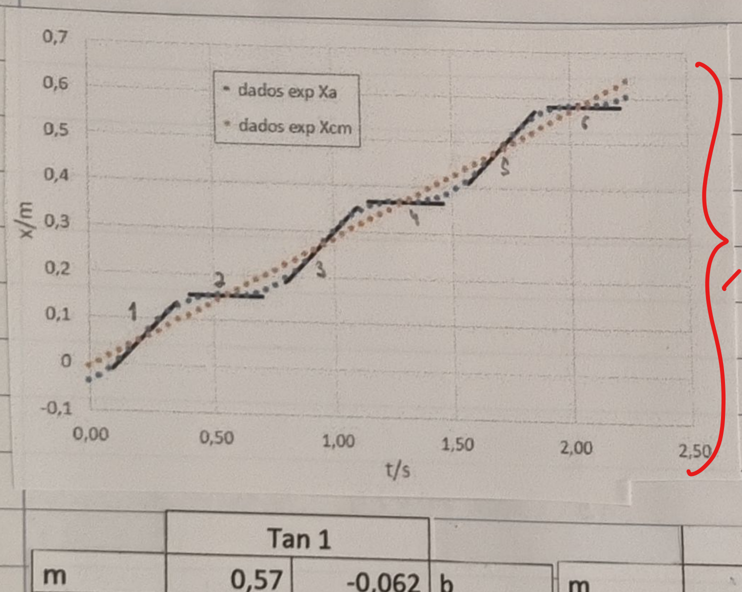
% dif. entre $v_{CM}$ e $\omega R$ dá?




- Inicialmente, o gráfico de $x_{ca\,aj}(t)$ apresentava uma diferença de fase em relação ao gráfico de $x_{ca}(t)$. Assim, foi necessário introduzir uma mudança de fase de $-\frac{\pi}{2}$, para que o ponto inicial do ajuste esteja em fase com o ponto inicial dos dados experimentais.

$$x_{CA\,aj}(t) = V_{cm\,aj}\left(t + \frac{1}{\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$




- Não é a melhor forma

- Não concordo com as escolhas feitas e não diz sequer o critério que usou no traçado destas linhas! (a aula de feedback não serviu para nada?)

| | Tan 1 | | |
|---|---|---|---|
| m | 0,57 | -0,062 | b |
| σm | 0,01 | 0,002 | σb |
| $r^2$ | 1,00 | 0,00 | σ(y) aj |

| | Tan 2 | | |
|---|---|---|---|
| m | 0,00 | 0,154 | b |
| σm | 0,01 | 0,003 | σb |
| $r^2$ | 0,00 | 0,0003 | σ(y) aj |

| | Tan 3 | | |
|---|---|---|---|
| m | 0,557 | -0,259 | b |
| σm | 0,003 | 0,003 | σb |
| $r^2$ | 0,999975 | 0,0002 | σ(y) aj |

| | Tan 4 | | |
|---|---|---|---|
| m | 0 | 0,4 | b |
| σm | 0 | 0 | σb |
| $r^2$ | 1 | 0 | σ(y) aj |

| | Tan 5 | | |
|---|---|---|---|
| m | 0,567 | -0,48 | b |
| σm | 0,008 | 0,01 | σb |
| $r^2$ | 0,999781 | 0,0005 | σ(y) aj |

| | Tan 6 | | |
|---|---|---|---|
| m | 0,00 | 0,58 | b |
| σm | 0,02 | 0,03 | σb |
| $r^2$ | 0,00 | 0,00 | σ(y) aj |

- Os instantes $t_2, t_4, t_6$ correspondem aos instantes em que A está em contacto com o rolo, sendo $V_{A\,aj} = \frac{dr_{CA\,aj}}{dt} = m$, já que é possível observar que o declive da reta tangente é quase nulo.
- Nos instantes $t_1, t_3, t_5$, observamos um declive máximo, em que o ponto A se encontra no topo do cilindro.

$V_A$ em contacto com a calha:

$$\bar{V}_A = \frac{m t_2 + m t_4 + m t_6}{3} = 0 \text{ m/s}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} (V_{Ai} - \bar{V}_A)^2} = 0$$

$$u(\bar{V}_A) = 0 \text{ m/s}$$

OBRIGATÓRIO

$V_A$ no topo do cilindro:

$$\bar{V}_A = \frac{m t_1 + m t_3 + m t_5}{3} = \frac{0.57 + 0.557 + 0.567}{3} = 0.565 \text{ m/s}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{3} (V_{Ai} - \bar{V}_A)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (0.005 + 0.008 + 0.002)^2} = 0.01$$

$$u(\bar{V}_A) = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.006 \text{ m/s} \qquad V_A = (0.565 \pm 0.006) \text{ m/s}$$

$$V_A = 2V_{cm} = 2 \cdot 0.2871 = 0.5742 \text{ m/s} \rightarrow \text{valor ~~teórico~~}$$ esperado (também é experimental!)

$$E(\%) = \frac{|V_A - V_{teórico}|}{V_{teórico}} \cdot 100 = 1.6\% \rightarrow 2\%$$

Resultados Finais?

* O valor da $v_{angular}$ foi de $(8.5 \pm 0.2)$ rad/s.

Conclusão:

O valor obtido para a velocidade do CM foi $(0.2871 \pm 0.0004)$ m/s? enquanto que o valor para a V em A foi de $(0.565 \pm 0.006)$ m/s com um erro percentual de 2%*. Comprovamos assim, que a velocidade em A é quase nula quando em contacto com o solo, e que o seu módulo é máximo e igual a $2V_{cm}$ quando o ponto A se encontra no topo do cilindro, comprovando a condição de rolamento sem escorregamento. Também foi possível verificar o princípio de sobreposição dos movimentos de translação do CM e de rotação no estudo do movimento de um cilindro numa S. Huygens

é a condição de rolamento sem escorregamento $\sigma = \omega R$?