

Trabalho 7B**Ponte de Wheatstone em Equilíbrio e Fora do Equilíbrio****1. OBJECTIVOS**

- Medida de resistências e verificação das correspondentes leis de associação em série e paralelo, com a ponte de Wheatstone em equilíbrio.
- Determinação do comportamento térmico da resistência de um termómetro de platina utilizando a ponte de Wheatstone fora de equilíbrio.

2. EXECUÇÃO EXPERIMENTAL**2.1. Determinação de resistências com a ponte de Wheatstone em equilíbrio**

- a) Comece por ligar o voltímetro e o ohmímetro para estabilizarem a sua temperatura de funcionamento e só os desligue no fim da execução do trabalho. Alguns aparelhos mais sensíveis têm um ajuste de zero. Neste caso, após alguns minutos de aquecimento, verifique se o zero está ajustado. Para tal escolha uma escala sensível e verifique o valor de zero (como amperímetro deve estar desligado do circuito e como voltímetro, ou ohmímetro, deverá estar com as entradas em curto-circuito).
- b) Registe os valores das resistências da placa de resistências (placa em acrílico), tal como são dados pelo código de cores (R_a , R_b , R_c) e também utilizando um ohmímetro (R_a , R_b , R_c).
- c) Monte o circuito da figura 1, escolhendo o par de valores (R_1 , R_2) mais favorável (ver apêndice a este protocolo) para a determinação de R_3 . Para o fazer, deverá previamente atender tanto aos valores disponíveis na caixa de resistências como ao cálculo da incerteza do resultado final. Escolha para R_3 uma das resistências da placa de resistências. ***Durante a execução do trabalho tenha o cuidado de verificar que não excede 5V na fonte de tensão, se esta for do tipo variável.***
- d) (ver notas) Caso utilize o Galvanómetro em vez do voltímetro, verifique que o galvanómetro tem i) o “zero” bem ajustado e ii) que não passam intensidades de corrente demasiado elevadas através de G, ajustando a sensibilidade do galvanómetro ao longo da execução. Em qualquer dos casos, deve garantir que a passagem de corrente se faz durante pouco tempo, isto é, o contacto de “fecho do circuito” deverá ser rapidamente desfeito, após a escolha do valor de R_4 .
- e) Atuando nos botões da caixa de resistências que determina R_4 e começando pelo valor mais elevado, procure o valor em que se anula Diferença de potencial entre C e D (anula-se a passagem de corrente no galvanómetro G).
- f) Repita o processo descrito na alínea anterior para outras resistências da placa e para associações de resistências em série e em paralelo. Devido às limitações da duração da aula, reserve pelo menos meia hora

para a segunda parte (com o termómetro de platina), não fazendo todas as possibilidades.

g) Calcular R_3 para cada situação utilizando a equação 1. Calcular, para cada caso, a incerteza e a exatidão. Considere como valor de referência os valores que mediu com o ohmímetro. (Porquê?)

Nota importante: para uma melhor eficiência na execução do trabalho mantenha inalterável o circuito. Na segunda parte do trabalho só terá que substituir a resistência a medir R_3 pela resistência do termómetro de platina $R_3(\theta)$!

Exemplo de uma possível tabela de registo de dados:

	R_3 (código de cores)	R_3 (ohmímetro)	$R_4 \pm \Delta R_4$	$R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4$	ΔR_3	% erro em R_3
R_a						
R_b						
R_c						
R_s						
R_p						
$R_1 = \dots$		$R_2 = \dots$				

Notas:

- Os galvanómetros foram muito importantes como indicador de zero, mas hoje em dia podem ser substituídos com vantagem por voltímetros digitais. O galvanómetro utilizado no laboratório permite (com prática) ver variações de corrente da ordem de $0,1 \mu A$. Esta corrente corresponde a uma diferença de potencial de $0,2 mV$, muito inferior à sensibilidade do voltímetro utilizado na montagem experimental! Sugerimos a utilização do voltímetro nas duas partes da experiência.
- A precisão das resistências na caixa de resistências utilizada é de cerca de 1%, excepto nas escalas das unidades e das décimas em que é de cerca de 2%.

3. 2. Determinação do comportamento térmico da resistência de um termómetro de platina

Material:

- 2 termómetros de resistência de platina, Pt 1000 da classe B, com as seguintes características
- $R(\theta) = 1000 (1 + 3,9083 \times 10^{-3} \theta - 5,775 \times 10^{-7} \theta^2)$, com R em ohm e θ em grau Celcius. A tolerância deste termómetro (em $^{\circ}C$) é de $0,3 + 0,005 |\theta|$. A conversão de resistência em temperatura na gama perto da temperatura ambiente pode ser obtida por $\theta = 10^{-5} R^2 + 0,2358 R - 245,77$.
- Bloco de alumínio, onde se encontra inserida uma resistência de aquecimento ($\sim 20 \Omega$) que permite aquecer os dois termómetros de platina nele embutidos.
- tabela de conversão da resistência de platina em graus centígrados, para controle da evolução da temperatura.

- 2 multímetros: um para funcionar como voltímetro V (figura 2) e outro como ohmímetro para medição da resistência de um dos termómetros de platina.
- 2 fontes de tensão, uma para alimentar a ponte de Wheatstone, outra para alimentar o aquecedor do bloco de alumínio.
- placa-suporte do bloco de alumínio, com terminais de ligação para os dois termómetros de platina e para a resistência de aquecimento.

Montagem e Execução

- Utilize o circuito montado na primeira parte da experiência, substituindo apenas a resistência a medir R_3 pela resistência $R_3(\theta)$ de um dos termómetros de platina (figura 2). Escolha $R_1 = R_2 = 1000 \, \Omega$. Ligue os terminais da resistência de aquecimento à fonte de tensão variável.
- Verifique se os termómetros de platina estão devidamente inseridos no orifício do bloco metálico criado para esse fim. Para otimizar o contacto térmico foi utilizada uma pasta de contacto térmico. Os dois termómetros de platina estão colocados numa barra de cobre, com massa térmica, de forma a assegurar o maior equilíbrio térmico possível.
- Ligue os terminais do outro termómetro de platina ao multímetro que funciona como ohmímetro.
- Registe, para referência futura, o valor da diferença de potencial \mathcal{E}_s , aplicada entre os pontos A e B da figura 2.
- \mathcal{E}_s deve ser tão baixo quanto possível de modo a que não ocorra aquecimento próprio (“self heating”) do termómetro de platina ligado à ponte de Wheatstone! *Nota: A potência dissipada nos termómetros de platina deverá ser inferior a 1 mW! Isto corresponde à tensão de alimentação da ponte, com todas as resistências em $1k\Omega$, ter uma tensão de alimentação inferior a $\sqrt{2} \, V$. Recomenda-se $\varepsilon < 1V$.*
- Antes de iniciar o aquecimento decida se usa $R_4 = 1000 \, \Omega$, ou se equilibra a ponte à temperatura ambiente. Nese último caso não se esqueça de registar o valor da temperatura ambiente e de R_4 . (Para $25 \, ^\circ C$ a resistência de platina terá aproximadamente $1100 \, \Omega$, um aumento de 10%!)
- Inicie o aquecimento do bloco, ligando a fonte de tensão que alimenta a resistência de aquecimento. Sugere-se uma tensão de aquecimento $\sim 30V$ (corrente da ordem dos 100 a 200 mA) e o registo de pontos numa gama de temperaturas de $\sim 5 \, ^\circ C$ **(não ultrapassando os $40^\circ C$ ($1150 \, \Omega$) para evitar acidentes). Certifique-se, antes de ligar a fonte, que colocou a tensão no mínimo (botão todo rodado para a esquerda) ou que ajustou a tensão para 30 V (sem a ligação dos fios à fonte).**
- Registe periodicamente valores (t ; ΔV ; $R_3(\theta)$), em que:
 - t é o instante do registo;
 - ΔV é a tensão lida no voltímetro designado por V na figura 2;

- $R_3(\theta)$ é a resistência do termómetro de platina indicada pelo ohmímetro.

(**Sugestão:** poderá registar um video com o telemóvel para ler posteriormente os valores indicados pelos instrumentos.)

- Registe os dados experimentais num gráfico de ΔV em função de $R_3(\theta)$.
- Compare, no mesmo gráfico, o comportamento experimental com os previstos pelas equações 5 e 6, comentando tanto a exatidão como a precisão dos resultados.
- Qual a menor variação de temperatura que considera poder medir com a sua montagem experimental?

Notas:

Ao ligar, e desligar, a fonte de alimentação de aquecimento (colocada perto do voltímetro) poderá ver o valor lido no voltímetro variar (mais visível nas escalas mais sensíveis). Este efeito é devido aos transitórios de corrente gerados no circuito de aquecimento que induzem sinais no circuito de leitura.

3. INTRODUÇÃO TEÓRICA

3.1. Determinação de resistências com a ponte de Wheatstone em equilíbrio

A ponte de Wheatstone é um circuito elétrico cujo princípio de funcionamento é usado para medir resistências. A figura 1 mostra o circuito elétrico para medir a resistência R_3 . As resistências R_1 e R_2 são escolhidas numa caixa de resistências e R_4 noutra caixa de resistências. G é um galvanómetro de zero ao centro e \mathcal{E}_s a fonte de tensão de corrente contínua.

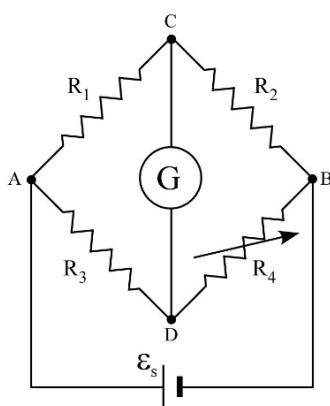


Figura 1: G - galvanómetro de zero ao centro; \mathcal{E}_s - fonte de tensão de corrente contínua; R_1 , R_2 , R_3 e R_4 - resistências (a seta sobreposta indica que a resistência é variável)

Da aplicação das leis de Kirchhoff ao circuito esquematizado na figura 1 e na hipótese de ser nula a intensidade da corrente que percorre o ramo onde se encontra o galvanómetro G , resulta a relação seguinte entre as resistências:

$$R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \quad (1)$$

As leis de associação de resistências em série e em paralelo são, respetivamente:

$$R_s = R_a + R_b + R_c \quad (2)$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} \quad (3)$$

3.2. Ponte fora do equilíbrio

A figura 2 mostra o circuito elétrico utilizado para o estudo do comportamento em temperatura da resistência R_3 , $R_3(\theta)$, de um termómetro de platina. Durante a experiência, R_1 , R_2 e R_4 são mantidas fixas e de valor igual. Neste circuito o galvanómetro G é substituído por um voltímetro V.

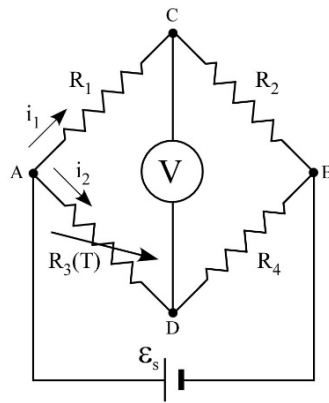


Figura 2: V - Voltímetro; ε_s - fonte de tensão de corrente contínua; R_1 , R_2 , $R_3(T)$, R_4 - resistências (a seta sobreposta indica que a resistência é variável).

Considere que a fonte de corrente contínua é ideal ($R_{\varepsilon_s} \sim 0$), o voltímetro tem uma resistência interna que pode ser considerada infinita ($R_V \sim \infty$), e que as resistências da ponte têm valores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 . Se inicialmente tivermos $R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$, a diferença de potencial V entre os pontos C e D da figura 2 é nula, uma vez que a ponte está equilibrada. Suponha que se aquece a resistência R_3 de modo que o valor desta passa a ser $R_3 = R + \Delta R$.

Dado que R_V tem um valor muito elevado e que a intensidade de corrente no voltímetro é desprezável, a aplicação das leis de Kirchhoff ao circuito da figura 2 resulta nas seguintes expressões:

$$\begin{cases} \varepsilon_s = i_1 (R_1 + R_2) \\ \varepsilon_s = i_2 (R_3 + R_4) \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = \frac{\varepsilon_s}{R_1 + R_2} \\ i_2 = \frac{\varepsilon_s}{R_3 + R_4} \end{cases}$$

Ao aquecer a resistência R_3 a ponte deixa de estar em equilíbrio e o voltímetro acusa uma diferença de potencial dada por:

$$\Delta V = R_2 i_1 - R_4 i_2 = \frac{(R_2 R_3 + R_2 \Delta R - R_1 R_4) \varepsilon_s}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_4 + (R_1 + R_2) \Delta R} \quad (4)$$

Se tivermos inicialmente a ponte equilibrada ($R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$), a equação simplifica-se para:

$$\Delta V = \frac{\Delta R \varepsilon_s}{4R_4 + 2\Delta R} \quad (5)$$

Para ΔR pequeno comparado com R_4 , esta equação pode escrever-se de forma aproximada, considerando-se apenas o primeiro termo do desenvolvimento em série de Taylor, isto é,

$$\Delta V = \frac{\Delta R \varepsilon_s}{4R_4} \quad (6)$$

O erro na diferença de potencial entre as duas equações é inferior a 1% desde que $\Delta R/R_4$ seja menor que 0,02. Assim o circuito da ponte de Wheatstone permite obter um sinal de tensão ΔV aproximadamente proporcional à variação da resistência ΔR por um fator de calibração $\frac{\varepsilon_s}{4R_4}$.

Este processo é usado na leitura de sensores resistivos, termómetros resistivos, sensores de tensão mecânica, etc..

APÊNDICES

Ponte de Wheatstone em equilíbrio

Considere que numa ponte de Wheatstone se tem as seguintes opções para as resistências:

$R_1, R_2 : 10 \, \Omega, 100 \, \Omega, 1000 \, \Omega$.

A opção mais adequada na escolha dos valores de R_1 e R_2 depende do valor de R_3 e dos valores máximo e mínimo possíveis de R_4 .

Exemplo 1:

Suponha que $R_4 \text{ máx} = 9999,9 \, \Omega \approx 10^4 \, \Omega$ (5 manípulos, um por cada fator de 10 na resistência R_4) e

pretende medir uma resistência $R_3 = 2 \times 10^5 \, \Omega$.

Como $R_3 > R_4 \text{ máx}$, deverá escolher o $R_1 \approx 10$, isto é, $R_1 = 1000 \, \Omega$ e $R_2 = 100 \, \Omega$, por exemplo.

Desta forma, o valor a ser medido na caixa (R_4) estará dentro dos limites desta.

Exemplo 2:

Suponha que $R_4 \text{ máx} = 9999,9 \, \Omega \approx 10^4 \, \Omega$ e que pretende medir $R_3 = 2 \times 10^2 \, \Omega$. Este valor está dentro

3

da gama disponível, podendo usar $R_1 = R_2$.

No entanto, do ponto de vista da incerteza e admitindo que as resistências R_1 e R_2 têm um grau de precisão muito elevado, obtém-se:

$$\left(\frac{\Delta R_3}{R_3} \right)^2 = \left(\frac{\Delta R_4}{R_4} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R_2}{R_2} \right)^2$$

Daí que para minimizar ΔR_3 se deve aumentar R_2 relativamente a R_1 , assim reduzindo a contribuição de ΔR_4 . No

caso deste exemplo, $R_1 = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$.

R 2

100 1000

Tolerância das resistências de Platina (os valores em ohm devem ser multiplicados por 10 para a Pt1000!)

