

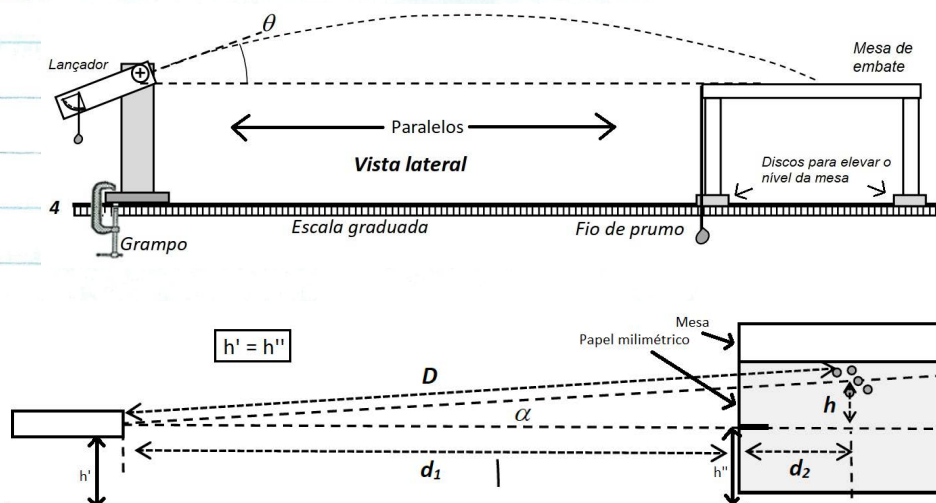
Estudo do movimento dos projéteis

26/05/2021

Objetivos: Com a expressão $v_0^2 = \frac{g x}{\sin(2\theta)}$

- Estudar a dependência do alcance do projétil com o ângulo de lançamento, com os níveis de lançamento e impacto iguais
- Determinar a velocidade de lançamento (se se mantém para diferentes ângulos)
- Determinar o alcance máximo (deve ser $\theta = 45^\circ$)

Esquematização



Itens: Montar o lançador sobre a mesa ($\theta = 70^\circ$)

- Alinhar o lançador com a mesa de embate
- Disparar uma esfera para localizar o ponto de embate e ajustar a montagem:
 - > Colocar uma esfera na posição "medium range" do lançador
 - > Segurando no lançador disparar a esfera
- Colocar a mesa de embate como determinado anteriormente maximizando a posição para os próximos embates
- Fixar o papel milimétrico e químico na mesa
- Marcar pontos de referência para medir a posição da perpendicular ao lançamento

- Para cada ângulo realizar 5 ensaios e numerar os registros requeridos
- confirmar se o ângulo se mantém durante a experiência
- medir $x \in d_1 + d_2$
- Estar atento ao desvio de h , considerar se necessário

Análise

Dados experimentais

MLST
MB
gráficos

| | Ensaio | 20 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 70 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x (m) | 1 | 1,3730 | 1,9240 | 2,1290 | 2,2410 | 2,3115 | 2,3120 | 2,2270 | 2,0810 | 1,5255 |
| | 2 | 1,3590 | 1,9515 | 2,1510 | 2,2565 | 2,3205 | 2,3030 | 2,1965 | 2,0880 | 1,5455 |
| | 3 | 1,3660 | 1,9490 | 2,1300 | 2,2535 | 2,3130 | 2,2950 | 2,2130 | 2,0540 | 1,5385 |
| | 4 | 1,3460 | 1,9740 | 2,1600 | 2,2520 | 2,3240 | 2,3115 | 2,2060 | 2,0690 | 1,5490 |
| | 5 | 1,3630 | 1,9540 | 2,1410 | 2,2575 | 2,3230 | 2,2940 | 2,2090 | 2,0675 | 1,5485 |
| \bar{x} (m) | | 1,361 | 1,951 | 2,142 | 2,252 | 2,318 | 2,303 | 2,210 | 2,072 | 1,541 |
| $u(\bar{x})$ (m) | | 0,004 | 0,007 | 0,005 | 0,003 | 0,002 | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,004 |
| \bar{v}_0 (m/s) | | 4,56 | 4,70 | 4,73 | 4,736 | 4,768 | 4,79 | 4,80 | 4,84 | 4,85 |
| $u(\bar{v}_0)$ (m/s) | | 0,02 | 0,03 | 0,02 | 0,009 | 0,007 | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,02 |

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\sin(2\theta)$ | 0,643 | 0,866 | 0,940 | 0,985 | 1,000 | 0,985 | 0,940 | 0,866 | 0,643 |
| Ajuste $x(\sin 2\theta)$ | 1,49 | 2,01 | 2,18 | 2,28 | 2,31 | 2,28 | 2,18 | 2,01 | 1,49 |
| Resíduos | 0,13 | 0,06 | 0,03 | 0,03 | 0,00 | -0,02 | -0,03 | -0,07 | -0,05 |

$$u(d_1) = 5 \text{ mm} \quad u(d_2) = 5 \text{ mm} \quad u(x) = 7 \text{ mm}$$

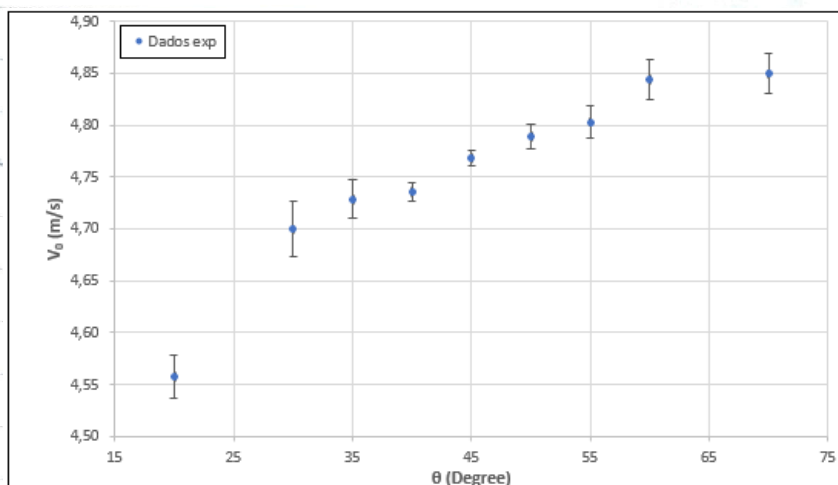


Gráfico V_0 em função de θ

Com a análise deste gráfico vemos que todos os dados oscilam em torno do mesmo valor, o que era esperado já que teoricamente v_0 não deveria variar com o ângulo de lançamento θ . Também as barras de erro são pequenas pelo que concluímos que a gama experimental foi satisfatória.

$$\bar{v}_0 = 4,75 \text{ m/s} \quad \Delta \bar{v}_0 = 0,03 \text{ m} \quad \text{incerteza} = 9\%$$

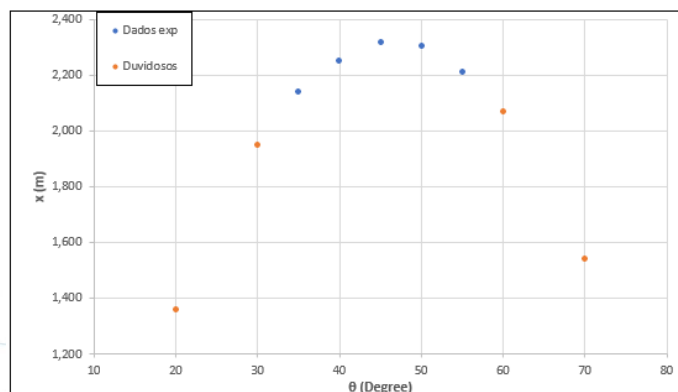


Gráfico x em função de θ

A partir deste gráfico confirma-se que o alcance depende do ângulo de lançamento θ e é maximizado para $\theta = 45^\circ$. Apesar disso vemos que existe uma fraca qualidade nos dados já que o gráfico deveria apresentar uma simetria (ex: $x(20) \approx x(70)$; $x(30) \approx x(60)$), situação que não acontece e que piora para ângulos mais perto de 0° ou de 90° .

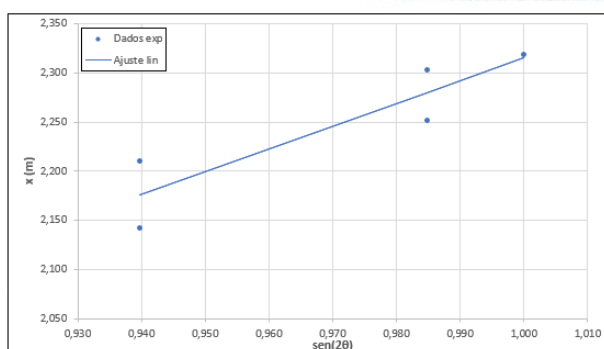


Gráfico x em função de sen(2θ)

| Parâmetros de ajuste | | | |
|----------------------|------|------|----|
| m | 2,3 | 0,01 | b |
| sm | 0,6 | 0,60 | sb |
| r2 | 0,82 | 0,03 | sy |

Parâmetros de ajuste

Por uma continuação deste gráfico observa-se que apesar de nos observarmos a linearidade entre x e $\sin(2\theta)$ para ângulos com o mesmo $\sin(2\theta)$ não tiveram um alcance igual como o esperado o que demonstra novamente a má qualidade dos dados. Também o ajuste não mostra esta má qualidade e com uma incerteza de 0,6 do declive e um $r^2 = 0,81$, portanto, distante de 1.

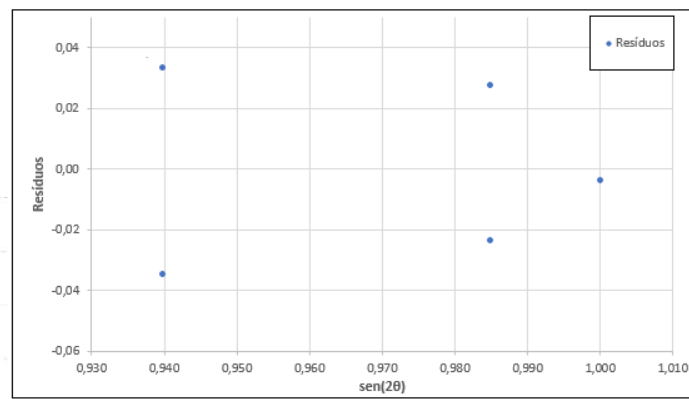


Gráfico de Resíduos

Através do gráfico de resíduos mais uma vez vemos que os dados não são bons. Isto porque praticamente todos os pontos estão mais longe do valor 0 do que o esperado e nota-se uma simetria entre os pontos.

O ajuste realizado também se pode aplicar ao gráfico de x em função de θ para tirar mais algumas conclusões.

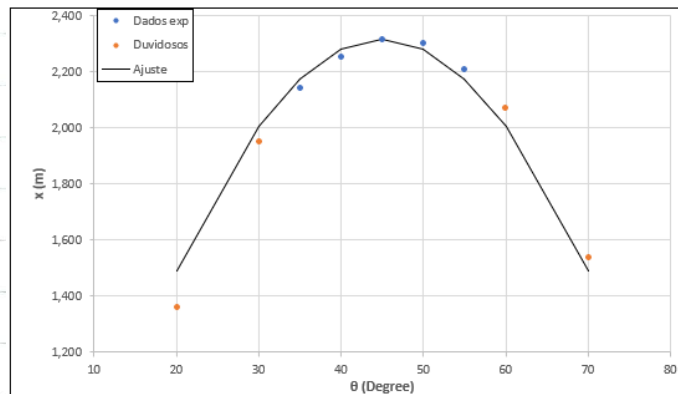


Gráfico de x em função de θ
(com ajuste)

Aqui vemos que os pontos mais distantes de 45° estão mais afastados da linha de ajuste, estando abaixo do esperado para $\theta < 45^\circ$ e acima para $\theta > 45^\circ$. Estes encontram-se mais afastados da linha do que o pretendido.

Com o ajuste realizado é possível estimar um v_0 através da relação:

$$v_0^2 = \frac{g x}{\sin(2\theta)} \Leftrightarrow v_0^2 = g x m \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{g x m}$$

$$v_{0aj} = 4,76 \text{ m/s} \quad u(v_{0aj}) = 0,6 \text{ m/s}$$

$$EN_{v_0} (\%) = \frac{|v_0 - v_{0aj}|}{v_{0aj}} \times 100 = 0,7\%$$

Também é possível estimar um valor para x_{\max} com o ajuste realizado.

ajuste: $x = m \sin(2\theta) + b$

Em teoria $b = 0$, logo x é máximo quando $\sin(2\theta)$ toma o valor 1, ou seja, quando $\theta = 45^\circ$, valor em que x deveria ser igual a m .

$$x_{\text{aj}} = 2,3 \text{ m} \quad m(2) = 0,6 \text{ m}$$

O valor de x_{\max} experimental foi obtido quando $\theta = 45^\circ$ como esperado.

$$x_{\text{exp}} = 2,378 \text{ m} \quad u(x) = 0,002 \text{ m}$$

$$\text{Ers}(\%) = \frac{|2,378 - 2,3|}{2,3} \times 100 = 0,8\%$$

Resultados finais:

$$v_0 = (9,7 \pm 0,6) \text{ m/s}$$

$$\text{Ers} = 0,1\%$$

$$x_{\max, \text{exp}} = (2,378 \pm 0,002) \text{ m}$$

$$x_{\max, \text{aj}} = (2,3 \pm 0,6) \text{ m}$$

$$\text{Ers} = 0,8\%$$

Conclusões:

Com esta experiência deveríamos - se que o alcance dos projéteis é afetado pelo ângulo de lançamento e que este é máximo para $\theta = 45^\circ$. Para $\theta = 45^\circ$ foi obtido um $x_{\max} = (2,378 \pm 0,002)$ com um erro satisfatório de apenas 0,8%.

Também se observou que a velocidade de lançamento, v_0 , não depende do ângulo de lançamento tendo sido obtida uma velocidade de lançamento média de $(9,7 \pm 0,6) \text{ m/s}$. Esta está associada uma incerteza de 9%, que era metade do indicado pelo fabricante do lançador, e um erro de 0,1% pelo que foi um bom resultado.

Apesar dos bons resultados notou-se que houveram falhas na qualidade dos dados pois apesar de a velocidade oscilar em torno de um valor notou-se uma tendência de crescimento com o aumento de θ . Além disso para $\theta < 45^\circ$ o alcance foi menor do que o esperado, acontecendo o contrário para $\theta > 45^\circ$.

De entre os motivos que podem ter originado esta situação destaca-se o funcionamento do lançador. Este funciona com base numa mola que para ângulos pequenos, devido à sua massa, sofre flexão e cria contacto com as paredes do lançador o que cria atrito reduzindo assim a força aplicada no projétil. Este efeito vai sendo reduzido à medida que a mola fica na vertical, sendo por isso que o alcance e velocidade inicial são menores para ângulos pequenos do que o esperado e maiores para ângulos também maiores.