

PL3 - Mariana Almeida, Grupo 8

B

Objetivos

• Verificação experimental da lei de Newton que rege a variação da temperatura de um corpo em arrefecimento na atmosfera (parafina e água)

- Determinação da temperatura de transição de fase líquido/sólido da parafina.

Esquematização

↳ Contextualização

A lei do arrefecimento de Newton

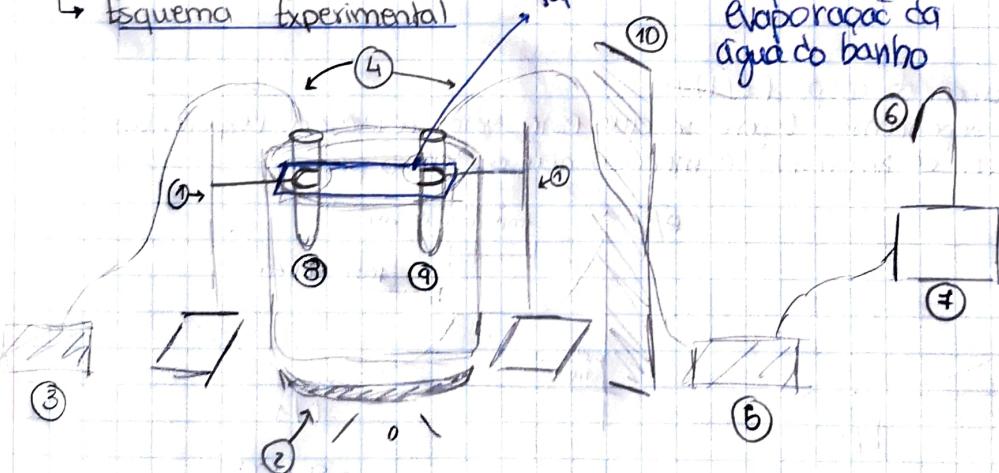
$$\theta(t) = \theta_a + (\theta_i - \theta_a) e^{-t/\tau} \quad (1)$$

↓ ↑
 temperatura temperatura
 do corpo inicial
 ao longo ambiente
 do tempo

Linearização da equação (1): $\theta(t) - \theta_a = (\theta_i - \theta_a) e^{-t/\tau}$

$$\Rightarrow \frac{\ln(\theta(t) - \theta_a)}{y} = \frac{\ln(\theta_i - \theta_a)}{b} - \frac{1}{\tau} t \quad \downarrow m$$

↳ Esquema experimental



2.1.1. Movimento da parafina e da água

(1) Suportes

(2) Disco aquecimento
com gotelé de vidro
com água

(3) Medicor de temperatura

(4) Sensores de temperatura

(5) Ligação sensor de
temperatura à interface

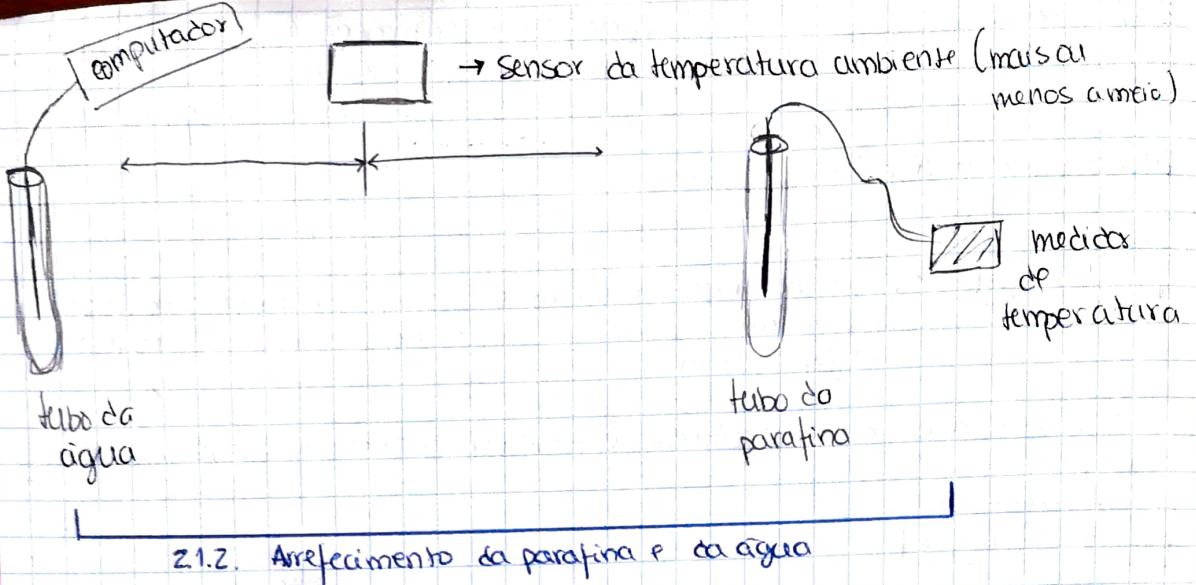
(6) Sensor de temperatura
ambiente

(7) Interface sensor / computador

(8) tubo de ensaio com parafina

(9) tubo de ensaio com água

(10) placa isoladora



↪ Variáveis a medir

(1) Temperatura ambiente (θ_a)
é uma constante ao longo da experiência - variável controlo

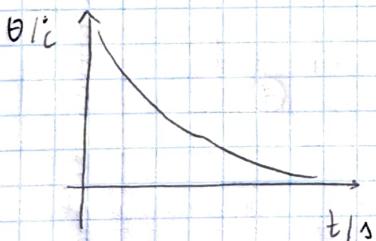
$$\theta_a \approx$$

(2) Temperatura inicial do corpo (θ_i).
temperatura do corpo antes de arrefecer

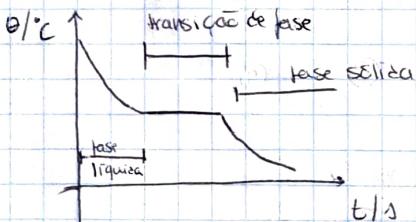
$$\begin{aligned} \theta_i (\text{água}) &\sim 100^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura de ebulição}) = 96,1^\circ\text{C} \\ \theta_i (\text{parafina}) &\sim 100^\circ\text{C} \quad = 96,1^\circ\text{C} \end{aligned}$$

(3) Temperatura do Corpo ($\theta(t)$):

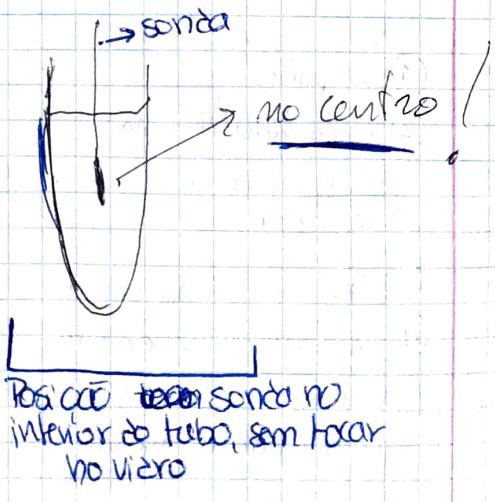
Variável dependente. Espera-se que este valor decesce (exponencialmente, segundo a lei de Newton), à medida que o tempo passa.



Arrefecimento de um líquido



(4) tempo (t) Variável independente



- Plano de Ação: 1- preparar o software LoggerPro
2- Apontar $\theta(t)$ de inicio tanto da água como da parafina.

NOTA 1: Para diminuir as alterações oscilatórias e aleatórias da temperatura ambiente ao longo do tempo é necessário controlar as janelas (abrir e fechar as janelas / porta).

2.1.1. Verificação experimental da lei de Newton.

1- Montar o esquema 2.1.1.

2- Aquecimento simultâneo da água e da parafina no disco (que se liga depois de colocado o banho água).

3- Retirar os tubos antes da água entrar em ebulição (100°C) e colocá-los da disposição 2.1.2.

4- Assegurar que as rolhas estão bem colocadas nos tubos de ensaio e que a sonda termométrica tem a ponta no interior da água, sem tocar no Víero.

NOTA 2: Na parafina, o aquecimento arrefece dentro para fora; as temperaturas medidas são mais adequadas na parte central (a última a solidificar) do tubo de ensaio.

Arrefecimento

NOTA 3: os registos de temperatura devem ser feitos simultaneamente.

⇒ Da água

1- Transferir o tubo de ensaio e o suporte para o sítio adequado o mais rápido possível para não arrefecer.

2- Registo de dados com "Logger Pro".

Logger Pro

- Interruptor 1/0 da interface de aquisição está em "1"
- Cabo do termômetro da água ligado ao sensor temperatura
- Iniciar o programa
- Escolher os parâmetros "data collection" - "mode"
- "sampling"
- Coluna esquerda regista tempo e outras 2 temperaturas

3- Escolher "collect" no menu principal, proceder ao registo das $\theta(t)$ durante o arrefecimento água, em intervalos de tempo curtos (10 s).

4- Quando acabar, premir o botão Stop e selecionar "file → export data".

Nome do ficheiro: PL3_48_franiscoferreira - MarianaAlmeida

⇒ Parafina

1- Esperar até se apresentar totalmente transparente e a temperatura máxima ser atingida.

2- Registo manual recorrendo a um cronómetro desde que o tubo polua na bancada, em $\Delta t \sim 10\text{s}$ em 10s até 45°C .

3 plotação

$$\theta(t) \text{ água} = 96,1^\circ\text{C}$$

$$\theta(t) \text{ parafina} = 98,9^\circ\text{C}$$

Observação

↓
Parafina funde de fora para dentro durante o aquecimento

Observação durante o aquecimento?

registros

ML (set) : corrigir registro
de tempo (min \approx seg)

paraf.

H₂O

D_{an}

B

- aquecimento



→ Primeiro o exterior fica transparente

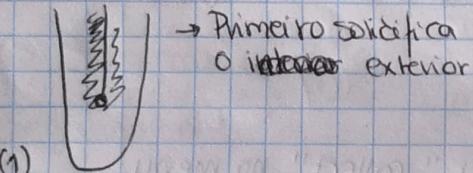
(1)



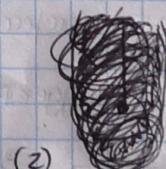
→ Depois, a última parte a ficar transparente é perto da sonda

(2)

- Arrefecimento



→ Primeiro solidifica o interior exterior



vai solidificando até atingir o interior, que é a última parte a solidificar

Análise e Registro de Dados

Arrefecimento da água

t (min)	t (s)	$\theta^\circ\text{C}$	$\theta_0^\circ\text{C}$	$(\theta - \theta_0) \pm 1\text{E}-09^\circ\text{C}$	$\ln(\theta - \theta_0)$	$\ln(\theta_0 - \theta)^1\text{º aj}$	resíduos	$\ln(\theta_0 - \theta)^2\text{º aj}$	resíduos
0	0	98,6139406	24,59345245	74,0201416	4,30433724	4,208231305	-0,0961059	4,164881481	-0,13946
0,166666657	9.99999942	97,66555023	24,52052498	73,14502525	4,292444118	4,201065177	-0,0913789	4,157859975	-0,13458
0,333333313	19,99999878	96,93628693	24,52052498	72,41576195	4,282423982	4,193899048	-0,0885249	4,150838469	-0,13159
0,49999997	29,99999862	96,13410187	24,52052498	71,61357689	4,271284677	4,186732919	-0,0845518	4,143816963	-0,12747
0,666666627	39,99999762	95,47776794	24,52052498	70,95724297	4,262077484	4,17956679	-0,0825107	4,136795458	-0,12528
0,833333313	49,99999878	94,38387299	24,52052498	69,86334801	4,246541163	4,17240066	-0,0741405	4,129773951	-0,11677
0,99999994	59,9999964	93,94631195	24,59345245	69,3528595	4,239207379	4,165234533	-0,0739728	4,122752446	-0,11645

NOTA: a lista de dados é muito mais extensa, aqui só está representado as grandezas analisadas

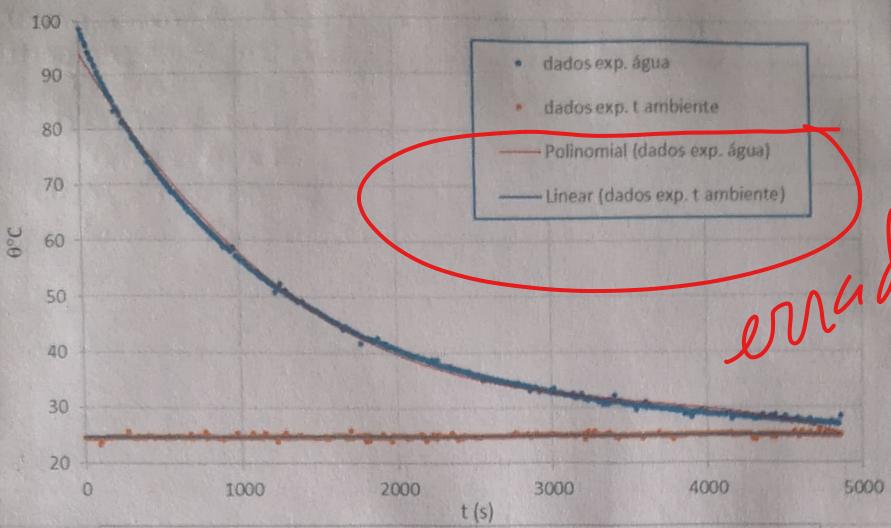


Fig. 1: Dados experimentais da experiência da água - temperatura da água e temperatura ambiente.

• Observe-se, como esperado, uma curva exponencial para o arrefecimento da água.

errado

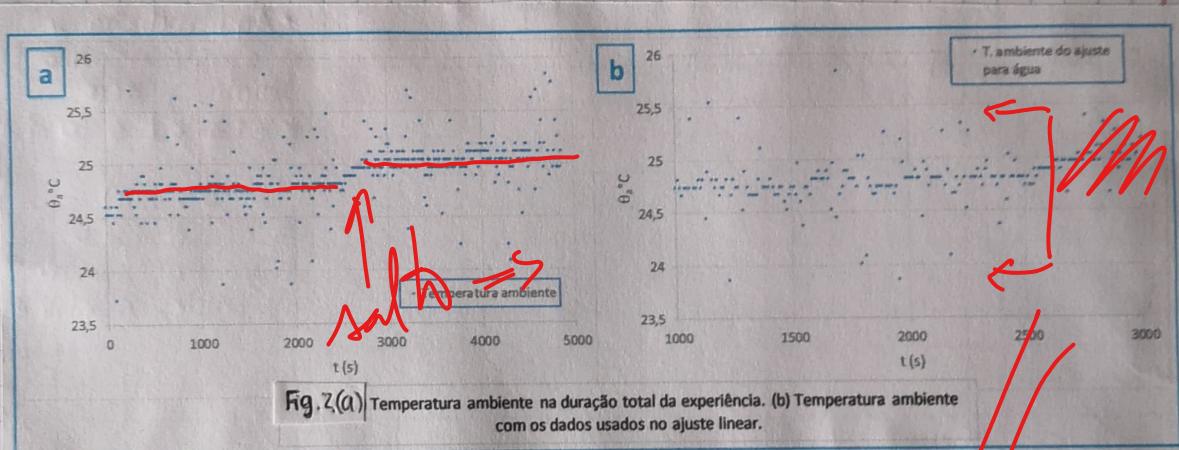
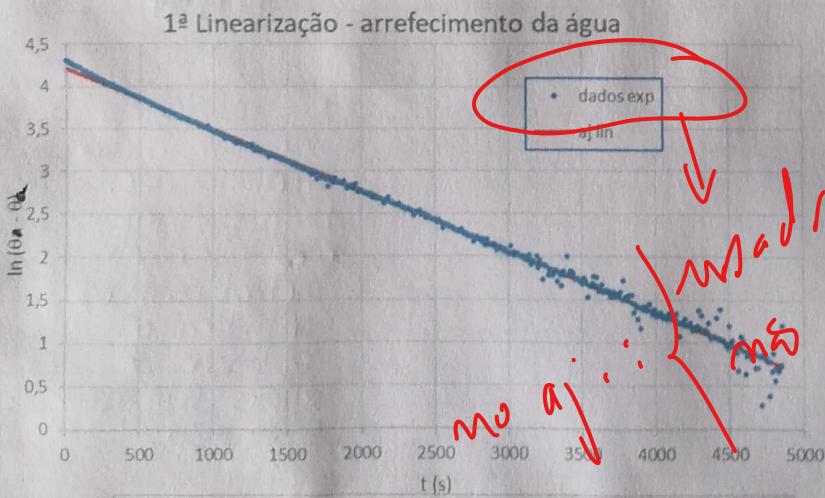


Fig. 2(a) Temperatura ambiente na duração total da experiência. (b) Temperatura ambiente com os dados usados no ajuste linear.

$$\text{Linearização: } \ln\left(\frac{\theta_w(t)}{\theta_a}\right) = \underbrace{\left(-\frac{1}{\tau}\right)}_m t + \underbrace{\ln(\theta_i - \theta_a)}_b$$

(1) 1ª Linearização



→ É possível perceber que no último intervalo de tempo, os dados não são compatíveis com o ajuste.

Fig. 3: 1º Ajuste linear do arrefecimento da água.

1ª linearização - água			
m	-100 E -6	4,208	b
σ_m	2E-06	0,006	σ_b
r^2	0,9958	0,07	σ_{yaj}

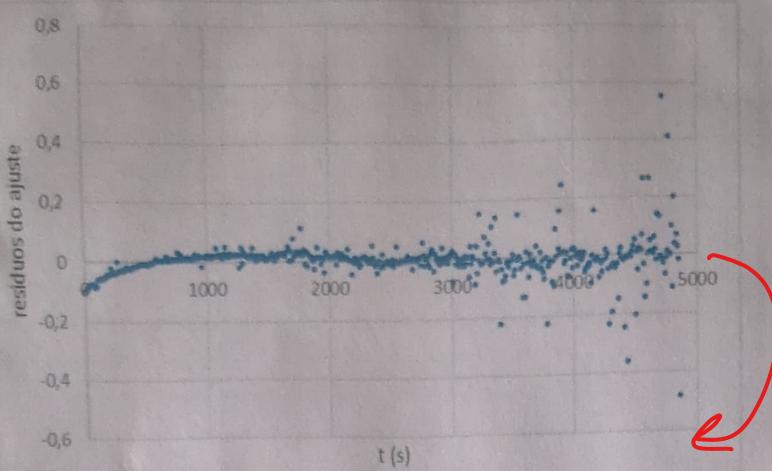


Fig. 4: Resíduos do 1º Ajuste linear do arrefecimento da água.

(z) 2º Linearização

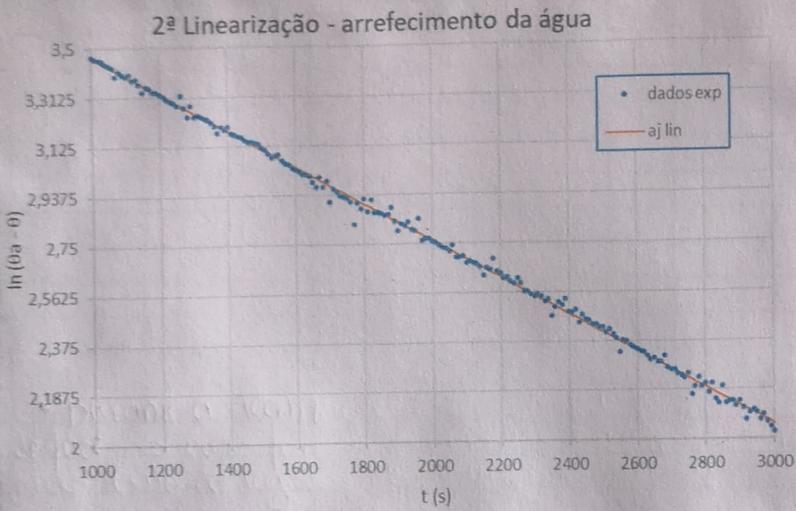


Fig. 5: 2º Ajuste linear do arrefecimento da água.

2ª Linearização - água		
m	-700 E -06	4,165 b
σ_m	2E-06	0,005 σ_b
r^2	0,9980	0,02 σ_{yaj}

θ_a °C
(médio) 24,8

→ temperatura ambiente no ajuste

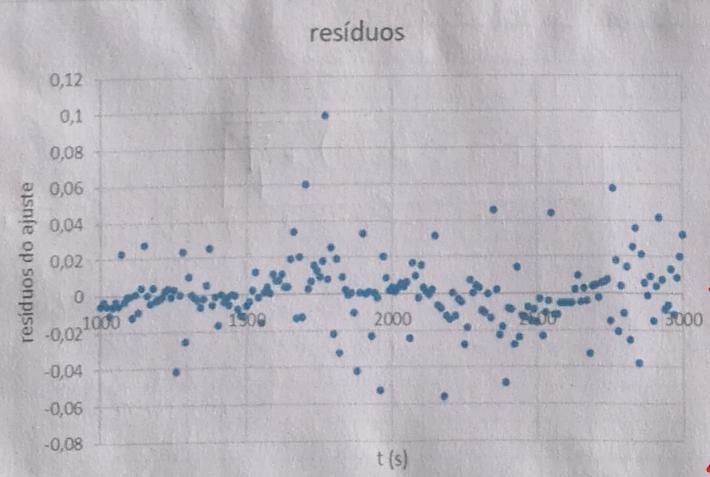


Fig. 6: Resíduos do 2º Ajuste linear do arrefecimento da água.

6

• Ainda com o análise dos resíduos percebe-se da existência de uma tendência clara e falta de aleatoriedade no intervalo inicial

mal formado

• Aqui melhora-se o ajuste usando valores ~~dados~~
 $16,67 \text{ min} \leq t \leq 50 \text{ min}$

(+/- 33 min).

Temos um ajuste linear mais próximo dos valores experimentais

• Os resíduos já apresentam maior aleatoriedade. Assim, estes valores ~~dados~~ representam melhor os dados e permitirão o obtenção de valores com maior segurança.

Água	valor	incerteza
τ / s	1424,196	0,003
$(\theta - \theta_a) ^\circ C$	64,4	0,3

incertezas obtidas
através da equação
de propagação de
incertezas

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{m} \\ (\theta - \theta_a) &= e^b \end{aligned}$$

(3) Dados não utilizados no ajuste



Fig. 7: Dados utilizados no ajuste do arrefecimento da água.

Arrefecimento da Parafina

t (s)	$\theta ^\circ C$	$\theta_a ^\circ C$	$(\theta - \theta_a)$	$\ln(\theta - \theta_a)$	$\ln(\theta - \theta_a)^2$ aj	resíduos	$\ln(\theta - \theta_a)^1$ aj	resíduos
5	92,5	25,61442	66,88558	4,202983	4,161543332	-0,04144	4,14058507	-0,0624
11	89,4	25,03101	64,36899	4,164632	4,149481355	-0,01515	4,129533817	-0,0351
20	87,5	25,10394	62,39606	4,133502	4,13138839	-0,00211	4,112956936	-0,02055
30	86,1	25,03101	61,06899	4,112004	4,111285096	-0,00072	4,09453818	-0,01747
40	84,8	24,95808	59,84192	4,091706	4,091181801	-0,00052	4,076119424	-0,01559
50	83,7	24,95808	58,74192	4,073154	4,071078507	-0,00208	4,057700668	-0,01545
60	82,1	25,10394	56,99606	4,042982	4,050975212	0,007993	4,039281911	-0,0037
69	81,1	25,03101	56,06899	4,026583	4,032882248	0,006299	4,022705031	-0,00388
79	80	25,10394	54,89606	4,005442	4,012778953	0,007337	4,004286275	-0,00116
91	78,9	25,39564	53,50436	3,979763	3,988655	0,008892	3,982183767	0,002421
99	77,8	25,03101	52,76899	3,965924	3,972572364	0,006649	3,967448762	0,001525
110	76,8	25,10394	51,69606	3,945382	3,95045874	0,005077	3,947188131	0,001806
121	75,8	25,03101	50,76899	3,927286	3,928345116	0,001059	3,926927499	-0,00036
131	74,8	24,66638	50,13362	3,914692	3,908241822	-0,00645	3,908508743	-0,00618
140	73,9	24,88516	49,01484	3,892123	3,890148857	-0,00197	3,891931862	-0,00019
150	73,1	24,59345	48,50655	3,881699	3,870045563	-0,01165	3,873513106	-0,00819
160	72	24,88516	47,11484	3,852588	3,849942268	-0,00265	3,85509435	0,002506

NOTA : A lista de dados é mais extensa, aqui só está representado as grandezas analisadas

Os valores a verde foram usados para o ajuste visto mais tarde.

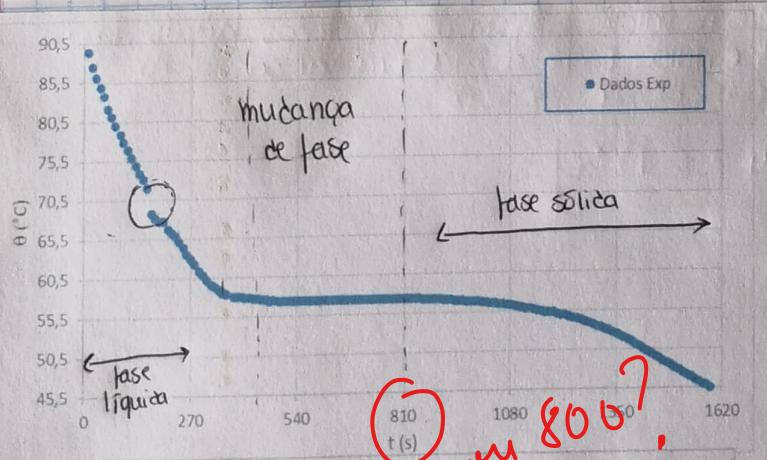


Fig. 8: Dados experimentais da experiência da parafina.

Onde? MOSTRAR!
• A zona roxa da gráfico corresponde à passagem do ponto $(160; 72)$ para $(110; 68,7)$, em que existe uma passagem brusca da temperatura.

Analizando percebe-se os 3 fases durante o arrefecimento.

• Na 1ª fase - fase líquida - observa-se uma diminuição exponencial da temperatura.

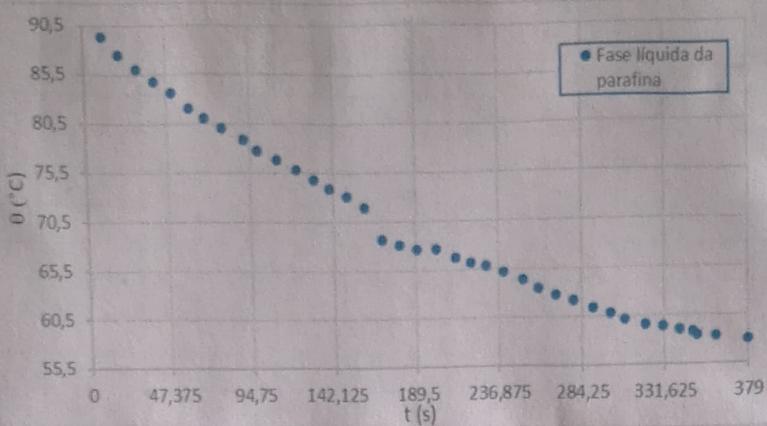


Fig. 9 Ampliação dos dados exp. na zona da fase líquida da parafina.

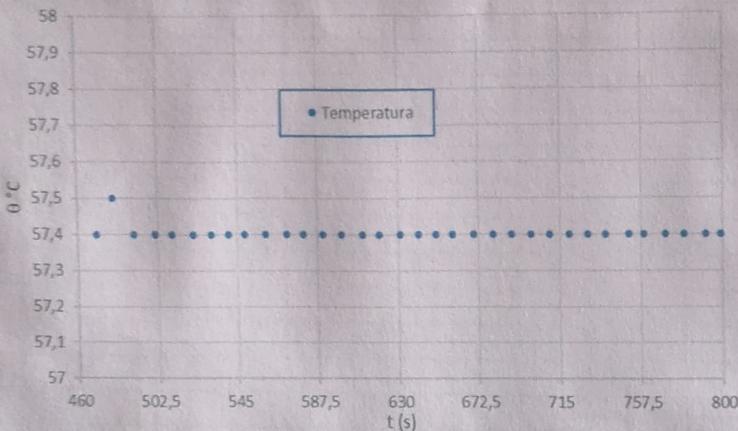


Fig. 10 Ampliação dos dados exp. na zona do patamar de mudança de fase

- Durante a realização experimental, na zona do patamar da transição de fase, os dados foram variando de 57,4 °C e 57,5 °C mas no momento do registo, assinalava-se 57,4 °C

Temperatura de solidificação da Parafina	
$\theta_{esperado}$ °C	[50 a 57]
θ_{obtido} °C	57,4
erro	8%
incerteza (.)	0,2%

Para calcular a incerteza das medições de temperatura na zona do patamar de transição de fase usa-se:

$$\mu(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{em que } s = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

(desvio padrão),

mas os valores registados são todos iguais logo s é nulo. Então a incerteza vai ser a do aparelho de medição: ✓

$$\bar{T}_f = (57,4 \pm 0,1) ^\circ C$$

Ampliação dos dados da fase líquida onde se visualiza melhor a zona rodeada na fig. 8

$$T = 57,4^\circ C$$

Aqui observa-se a mudança de fase da parafina, onde se obtém um valor praticamente constante.

Durante o trabalho

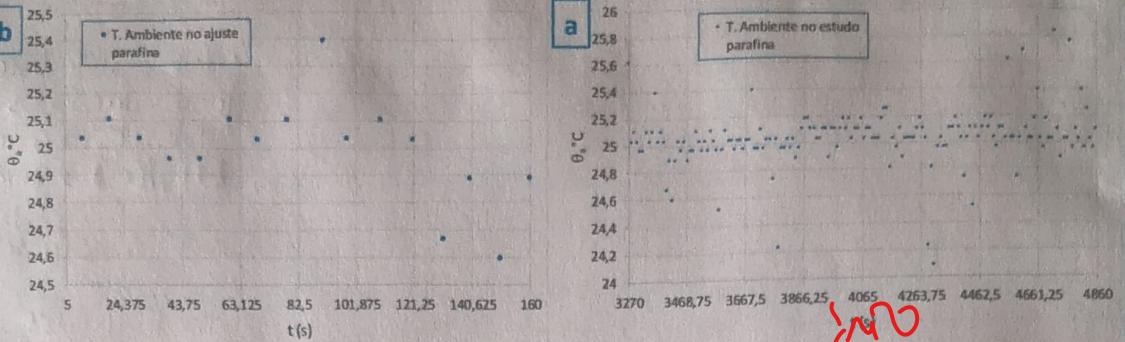


Fig. 11: Temperatura ambiente durante o estudo da parafina. (a) Temperatura no estudo total. (b) Temperatura durante a fase líquida e com os dados que foram usados para ajuste.

(1) 1^º Linearização

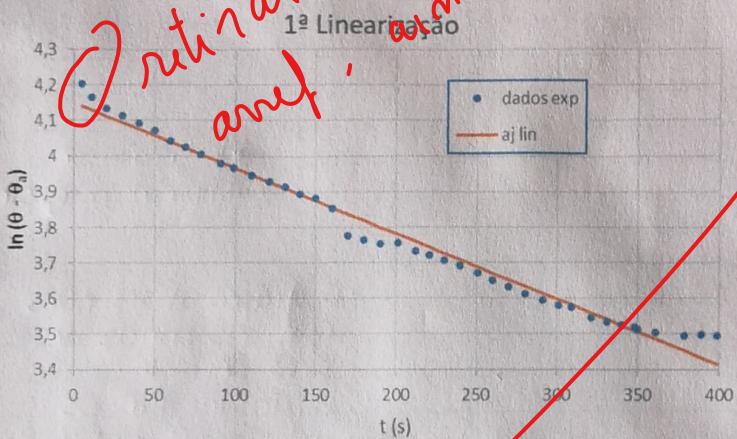


Fig. 12: 1º Ajuste linear da parafina líquida.

1 ^º Linearização - Parafina	
m	-0,00184
σ_m	0,00004
r^2	0,9830

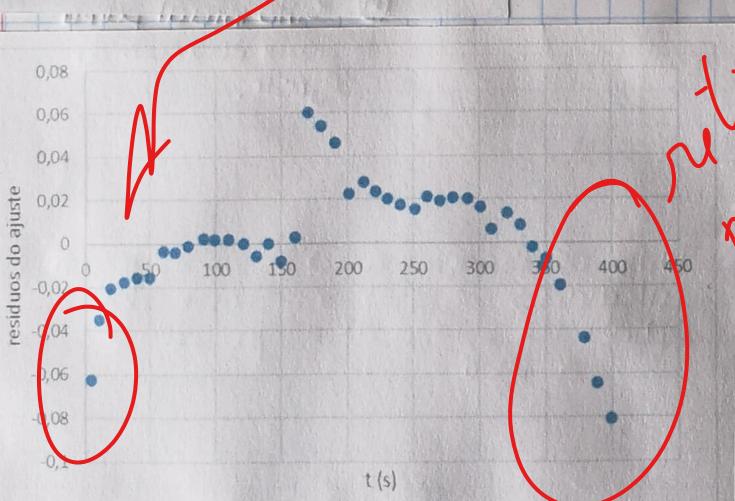


Fig. 13: Resíduos do 1º Ajuste linear da parafina líquida.

Consegue-se perceber que existe ~~uma~~ certos intervalos de tempo que não apresentam compatibilidade com o ajuste, incluindo a zona problemática mencionada na figura 8.

Nota-se claramente uma tendência no gráfico de resíduos, o que leva à realização de uma 2^º linearização.

Mesmo sem as barras de erro, em ambas as figuras 12 e 13, percebe-se que pode ser feito um melhor ajuste, dar estas não terem sido colocadas.

(2) linearização

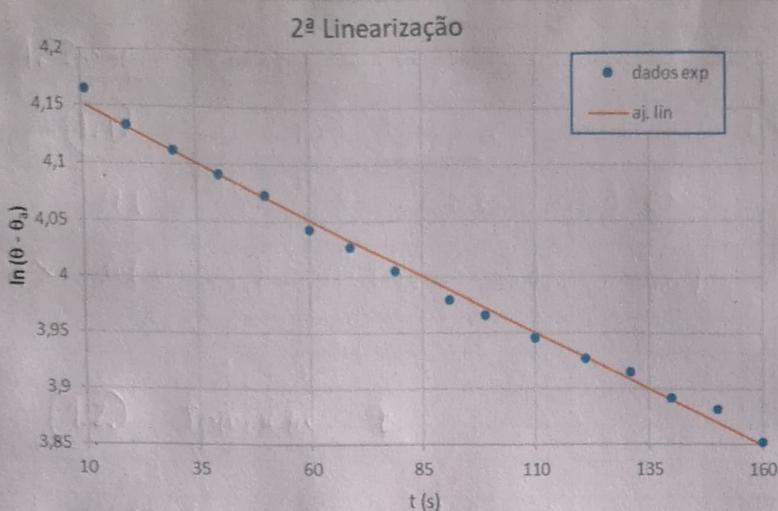


Fig. 14: 2º Ajuste linear da parafina líquida.

2 ^a Linearização - Parafina	
m	-0,00201
σ_m	0,00004
r ²	0,9947
4,172 b	0,004 σ_b
0,007 σ_{yaj}	

$$\theta_a \text{ } ^\circ\text{C} \quad 24,99$$

→ temperatura ambiente no ajuste

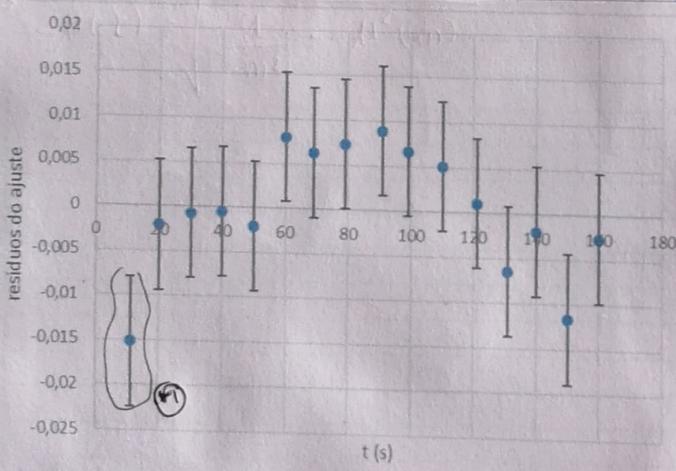


Fig. 15: Resíduos do 2º Ajuste linear da parafina líquida.

• O gráfico de resíduos com as barras de erro permite visualizar que os dados estão distribuídos mais aleatoriamente, logo este ajuste foi utilizado para retirar os valores pretendidos.

• Ponto inicial parece bastante curioso no ajuste.

Resultados

Parafina	valor	incerteza
τ / s	497,43	0,02
$(\theta - \theta_a) \text{ } ^\circ\text{C}$	64,8	0,2

↳ Tanto os incertezas como os valores foram calculados de modo semelhante aos obtidos no estudo do arrefecimento da água.

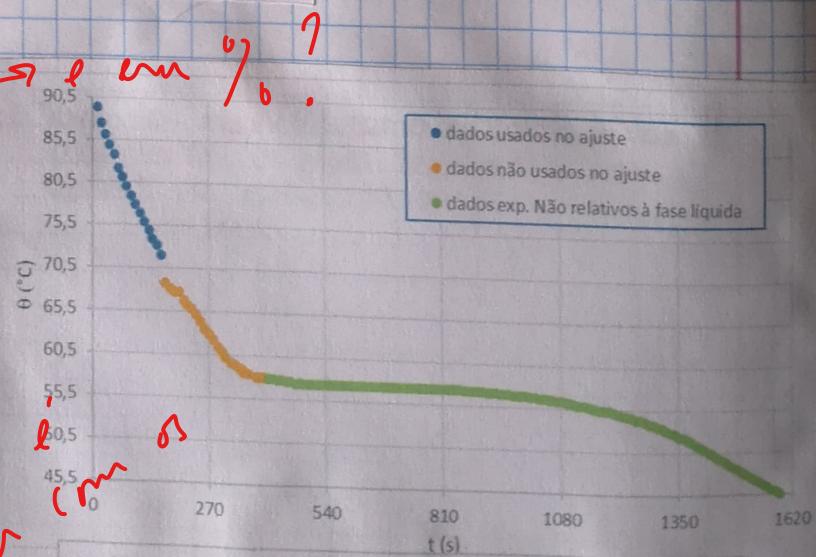


Fig. 16: Dados utilizados no ajuste da experiência da parafina.

10

OK! São os dados que faltavam!

Conclusões

	Água		Parafina	
	Valor	Incerteza	Valor	Incerteza
τ / s	1424,196	0,003	478,87	0,03
$(\theta - \theta_a) / ^\circ\text{C}$	64,4	0,3	65,4	0,4

% inc e % erro?

Temperatura de solidificação da Parafina			
Valor	Incerteza	$^\circ\text{C}$	
57,4	0,1	$^\circ\text{C}$	

Resultados finais

SEPARAR!

- Verificou-se que o tempo de relaxação térmica da parafina líquida foi de $(478,87 \pm 0,03) \text{s}$ e da água foi de $(1424,196 \pm 0,003) \text{s}$. Esta diferença de resultados mostra a capacidade térmica superior da água.

Este resultado leva a acreditar que é necessário fornecer mais energia à água para aumentar 1°C .

No caso da água foi possível verificar a lei de Newton e o arrefecimento foi exponencial tal como previsto.

a menos de ... ?

No caso da parafina, no estado sólido do arrefecimento não foi possível confirmar a lei de Newton pois não foi exponencial. Isto acontece porque o arrefecimento faz-se do exterior para o interior no tubo e o material é um mau condutor térmico, levando à diminuição gradual da temperatura.

- Mudança de fase da parafina obtém-se uma temperatura $(57,4 \pm 0,1)^\circ\text{C}$, sendo o intervalo tabelado de só 5 $^\circ\text{C}$. O erro foi cerca de 8%, para esse intervalo, relativamente alto.

errado!

% dif. \rightarrow é < 1%!

Anexos

1. Propagação incertezas

1.1 Incerteza $\theta_i - \theta_a$, em que $\ln(\theta_i - \theta_a) = b$
do ajuste

$$\mu(e^{\ln(\theta_i - \theta_a)}) = \mu(\theta_i - \theta_a) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mu(\theta_i - \theta_a) = \mu(\ln(\theta_i - \theta_a))(\theta_i - \theta_a)$$

1.2. Incerteza Σ

$$\left(\frac{\mu(\Sigma)}{\Sigma} \right)^2 = \left(\frac{-\mu(m)}{m} \right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mu(\Sigma) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial m} \right)^2 \cdot (\mu(m))^2}$$

$$\Leftrightarrow \mu(\Sigma) = \sqrt{\frac{1}{m^2} \cdot \mu^2(m)}$$