

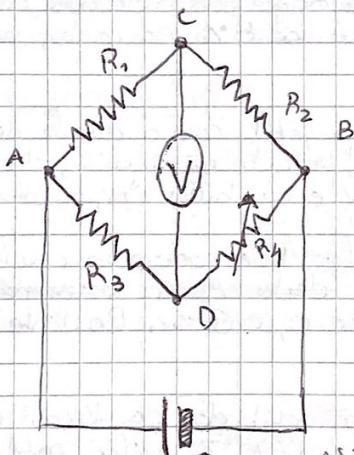
Trabalho 7B
Ponte de Wheatstone em equilíbrio e fora do equilíbrio

17,5

Objetivos Principais:

- Medição de resistências com a ponte em equilíbrio
- Medição da resistência de associações de resistências em série e em paralelo e verificação das correspondentes leis de associação de resistências.
- Estudo o comportamento térmico da resistência de um termômetro de platina com a ponte de Wheatstone fora do equilíbrio.

Escala



Usar-se voltímetro em vez do galvanômetro, uma vez que o galvanômetro do laboratório permite medir correntes da ordem de μA mas isso corresponde a ddp de 0.2 mV e o voltímetro permite medir valores maiores, com maior sensibilidade.

~~maxima~~ E_s - Não pode exceder os 5 V durante a execução!

Utilizada na parte 1 do trabalho

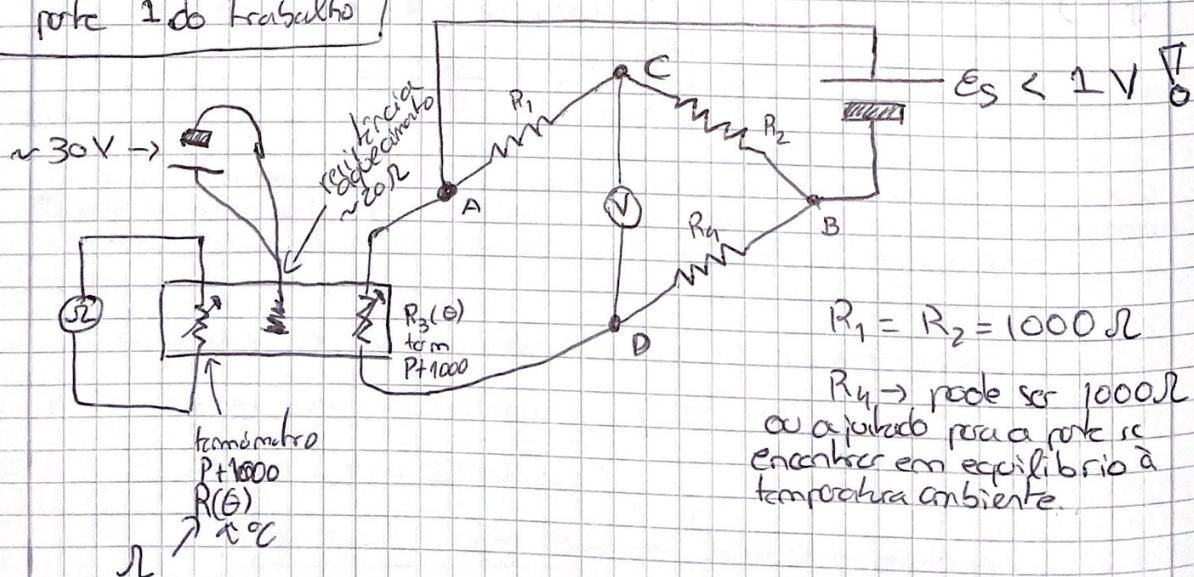


Figura 2^a Parte

Procedimento e Checklist

1) Determinação de resistências com a parte de wheatstone em equilíbrio

- Conectar por ligar voltmetro e ohmímetro para que estabilizem a sua temperatura de funcionamento.

(Verificar se a escala sensível tem o ajuste de zero)

!!

Após o ~~experimento~~ de alguns minutos de se ligarem, escolher uma escala sensível e verificar o valor de zero:

} ohmímetro: desligado circuito

{ voltmetro e ohmímetro: entradas em curto circuito

- Registrar os valores das resistências da placa de resistências, R_A ; R_B ; R_C com código de cores e ohmímetro.

- montar o circuito do experimento

◦ escolher o par de resistores (R_1 , R_2) mais favorável à execução da experiência para determinação de R_3 .

↳ ◦ ativar o valor disponível na caixa de resistências

◦ cálculo da incerteza de R_3

$$\alpha(R_3) = \frac{R_1}{R_2} \alpha(R_1) \leftarrow \text{queremos } \frac{R_1}{R_2} < 1 \text{ para que } \alpha(R_3) \text{ a menor possível}$$

$\alpha(R_1)$ e $\alpha(R_2)$ não necessariamente iguais.

◦ escolher uma resistência R_3 da placa.

◦ escolher tensão da fonte inferior a 5V.

! ! Após a escolha de R_3 para a qual a parte se equilibra, abrir o circuito o mais rapidamente possível.

→ atendo na bateria da caixa de resistências começar pelo valor mais elevado de R_3 , procurando equilibrar a parte, ou seja, anular a ddp no voltmetro do circuito.

- Repetir processo para as restantes resistências e para a associação de resistências em série e em paralelo.

→ Cálculo de R_3 para cada situação $R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_1$. Calcular incerteza e exatidão.

Considerar como referência os valores do ohmímetro uma vez que o código de cores pode não ser certo uma vez que as resistências podem ter sofrido transformações ou danos tendo uma resistência diferente da do código. Além disso a incerteza do ohmímetro é

merque a do círculo.

Detecção do comportamento térmico da resistência de um termômetro de platina

(2)

necessário:

- termômetro de resistência de platina, PT 1000 de classe B

$$R = R_0 (1 + \alpha (\theta - \theta_0))$$

$$\rightarrow R(\theta) = 1000(1 + 3,9083 \times 10^{-3} \theta - 5,775 \times 10^{-7} \theta^2)$$

$$\rightarrow \theta = 10^{-3} R^2 + 0,2358 \times R - 245,77 \quad \text{tolerância do termômetro [muito importante!]}$$

$$= 0,3 + 0,0051\theta$$

- bloco de alumínio, com resistência de aquecimento inscrita nle ($\sim 20\Omega$) que permite aquecer os dois termômetros nle embutidos

- tabela de conversão da resistência de platina em gravilíngua, para controle da evolução da temperatura $\rightarrow \sim$ gama $5^\circ C$

- 2 multímetros (um para funcionar como voltmetro e outro como ampermetro para medição da resistência de aquecimento).

- utilizar o circuito utilizado na primeira parte e operar trocar a resistência R_3 por $R_3(\theta) \rightarrow$ termômetro PT 1000

$$\bullet E = \text{coltar } R_1 = R_2 = 1000 \Omega$$

- ligar resistência de aquecimento à fonte de tensão variável

Importante

- Verificar se termômetros de platina estão bem inseridos no orifício do bloco metálico criado para esse fim. Os dois termômetros têm uma pasta térmica para diminuir o contacto térmico e estes colocados numa base de cobre de forma a assegurar o maior equilíbrio térmico possível.

- Ligar o outro termômetro ao multímetro que funciona como ampermetro.

- Registrar o valor de E_s , este deve ser tão baixo quanto possível de forma a não ocorrer self-heating do termômetro ligado à parte de wheatstone!

(Recomenda-se $E < 1V$)

6. Decidir se usar-se $R_g = 1000\ \Omega$ ou se equilibra a parte da temperatura ambiente.

Neste caso registrar o valor da temperatura ambiente e de R_g .

7. Iniciar o aquecimento do bloco ligando a fonte de tensão que alimenta a resistência de aquecimento. Tensão de $\sim 30V$.

E registar os parâmetros num gráfico de temperaturas de $\sim 5^{\circ}C$

⚠️ Antes de ligar a fonte certificar terceiro no mínimo ou ajustá-la a 30V sem a fonte ligada ainda.

- Registar periodicamente valores ($t, \Delta V, R_3(\theta)$)

estimativa do registo

ΔV - tensão lida no voltímetro da parte

$R_3(\theta)$ - Resistência termometro platina indicado pelo ohmímetro.

(Registo de um vídeo)

$$\Delta R = R_3 - 1000\ \Omega$$

- Registar num gráfico ΔV em função $\cancel{R_3(\theta)}$

- Compor com o computador previstar relações equacionais

comparar a exatidão e precisão dos resultados das 3.

8 - qual é a menor variação de temperatura que considera poder medir com a montagem experimental?

$$\boxed{\Delta V = \frac{\Delta R E_S}{4R_g + 2\Delta R}} \quad \text{Exata}$$

$$\boxed{\Delta V = \frac{\Delta R E_S}{4R_g}} \quad \text{Aprox}$$

Análise de Dados e Discussão de Resultados

		(ohmímetro)(KΩ)		Ponte W.	
R3(código cores)(±5%Ω)		R3	u(R3)	R4(Ω)	u(R4) / Ω
Ra	1200	1.197	0.001	1200.100	0.002
Rb	2200	2.13	0.01	2167.500	0.002
Rc	3300	3.26	0.01	3294.200	0.002
Rs exp		6.61	0.01	6659.900	0.002
Rp exp		0.622	0.001	625.500	0.002

Tab: 1

Ponte W.		Erro Percentual %
R3(Ω)	u(R3) / Ω	
1200.100	0.002	0.3
2167.500	0.002	1.8
3294.200	0.002	1
6659.900	0.002	0.03
625.500	0.002	0.03

Tab: 2

Serie (Ω)	u(série) Ω	Paralelo	u(paralelo) Ω
6661.800	0.003	625.7083	0.0006

Tab: 3

Tab 1 → Dados experimentais da Primeira ~~Ponte~~ parte da experiência

Tab 2 → Calculo da fração da ponte do valor de R₃.

Tab 3 → Valores de resistência das associações fornecido pelos leis de associações.

* Observando ~~que~~ os dados fornecidos podemos constatar que $\frac{R_3}{R_4} = 1$ em ordem de grandeza e visto que assim o é $\frac{R_1}{R_2} = L$

$$\boxed{Layo R_1 = R_2}$$

Logo $R_1 = R_2$ | Dado que em equilíbrio $R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4$ na ponte Wheatstone e admitindo que o grau de precisão da resistência R_1 e R_2 é muito elevado

$$u(R_3) = \frac{R_1}{R_2} u(R_4)$$

Como nenh^o caso $\frac{R_1}{R_2} \Rightarrow u(R_3) = u(R_4)$

→ Considerar os valores de referência para o caso das resistências A, B e C os do ohmímetro em vez do código de cores, uma vez que as resistências podem ter sofrido alterações físicas desde a medição da sua resistância e a incerteza desta medição é ~~suspeita~~ elevada.

$$\text{Erro} = \frac{R_{\text{diametro}} - R_{\text{parte}}}{R_{\text{diametro}}} \times 100$$

$$R_{A,P,C} \Rightarrow \frac{\text{Erro Máximo}}{\text{Baixo}} = 1.8\%$$

A distância do vórtice das resistências A, B e C ~~segundo~~ a parte wheetstone com uma elevada exatidão (erro máximo = 1.8%), em comparação com o vórtice lido no chaminho).

Deitas observações podemos concluir que é possível confiar na ponte de Wheatstone para se medir diferentes resistências com um elevado grau de exatidão.

Verificação da lei de associação de resistência em série e em paralelo

Sendo que podemos conferir nas medições da parte de *Utrechotae*, iremos utilizar os valores medidos para as Resistências A, B e C na parte nas leis e depois verificar esse valor com o valor medido pela associação na ponte.

Valor de Ref
será o calculado pelas
leis usando os valores fornecidos
pela ponte.

$$R = R_A + R_B + R_c$$

$$a(R) = \sqrt{u^2(R_A) + u^2(R_B) + u^2(R_c)}$$

$$= \sqrt{3 \times 0.002^2}$$

$$= \sqrt{3} \times 0.002 = \pm 0.003 \text{ m}$$

$$u(R_p) = \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{R_A^{-4}} \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)^{-2} \right)^2}$$

$$u(R_p) = \pm \sqrt{R_A^{-4} \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)^{-4} \times u^2(R_A) + R_B^{-4} \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)^{-4} u^2(R_B)} \\ + R_C^{-4} \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)^{-4} u^2(R_C)$$

NOTA:

$$\mu \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{\mu(x)}{x^2}$$

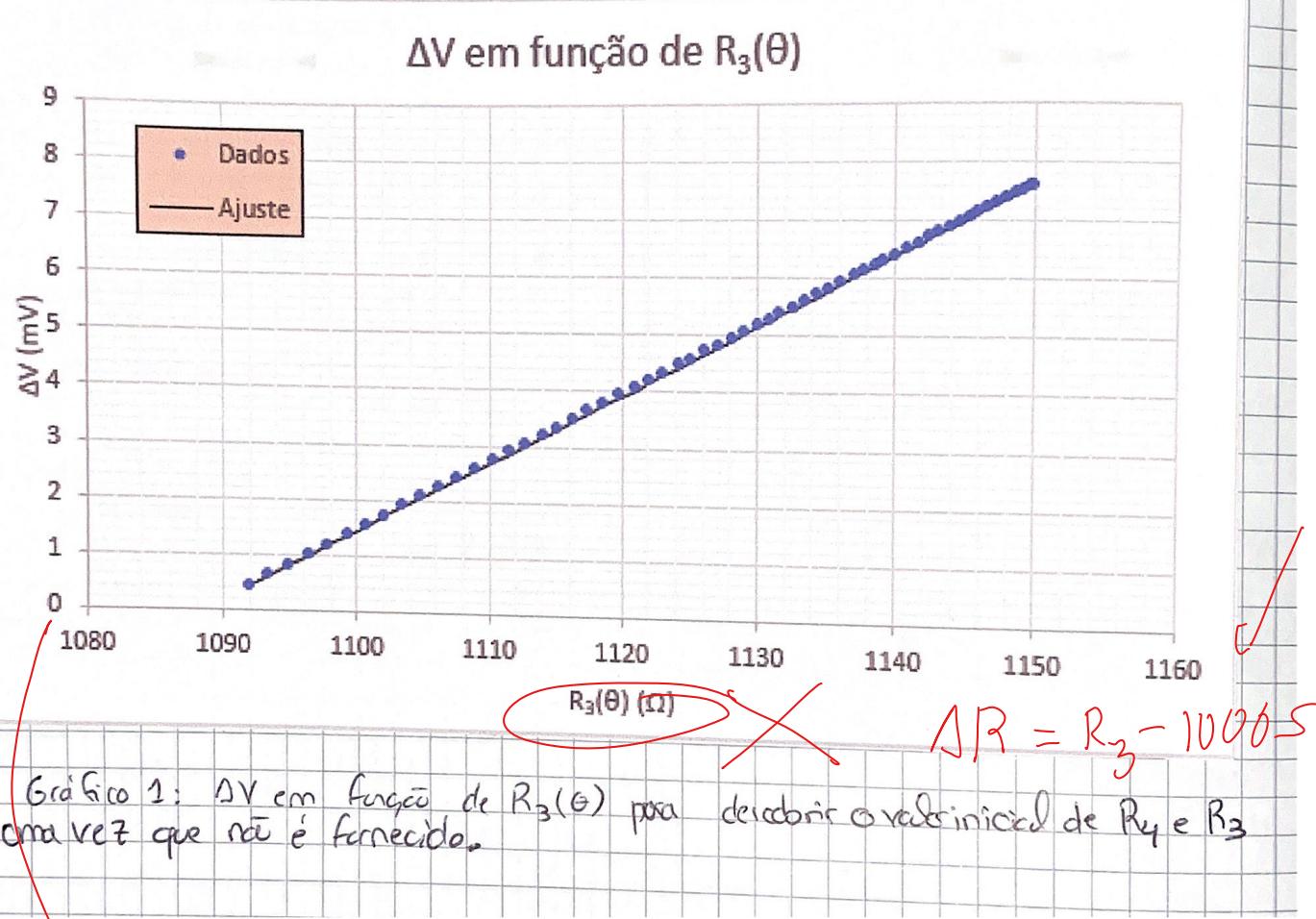
Visto que o erro de medição entre a ponte de惠更斯法 da ~~series~~^{associações} de resistências em paralelo e em série em comparação com o valor obtido pelas leis de associação de resistências em série e em paralelo utilizando os R_A , R_B e R_C obtidos na ponte ser em ambos 0.03% podemos confirmar que se verificam as leis de associação ~~das~~^{de} resistências em série e paralelo utilizando a ponte em equilíbrio.

3.2 Determinação do comportamento térmico da resistência de um termômetro de platina 4

Não sabemos se segundo elas dadas a resistência inicial para R_4 foi 1000 Ω se a parte foi equilibrada à temperatura ambiente.

De forma de obter o valor inicial da R_4 , necessário de saber o valor de R_3 $^{\circ}$ C qual $\Delta V = 0$ (Ponto equilíbrio).

Responda que a elas iniciam o seu valor em $t = 605$ com um ~~$\Delta V = 0$~~ e um $R_3 = 1.09203 \text{ K} \Omega$ ~~um valor elevado para uma difusão~~, $\Delta V = 0.4210 \text{ mV}$ e um $R_3 \rightarrow \underline{1.09203 \text{ K} \Omega}$ valor muito diferente de $1000 \Omega \rightarrow$ resistência termômetro 0° sendo que $R(25^{\circ}\text{C}) \approx 1100 \Omega$ Logo faz todo o sentido descobrir a resistência inicial de R_4 .



a p.W. mas está em equilíbrio!

$$\Delta V \neq 0$$

$\Delta V \approx 0$ para $R_3 = 1000 \Omega$ $\hat{=}$ a vés tem R_3 a uma temperatura bem + alta!

Ajuste			
m	0.1238	-134.8	b
sm	0.0001	0.1	sb
r^2	0.99996	0.01	sy

Dados do ajuste

Residuo Máximo 3.0E-02 \rightarrow Residuo máximo = $\Delta V_{\text{exp}} - \Delta V_{\text{aj}}$

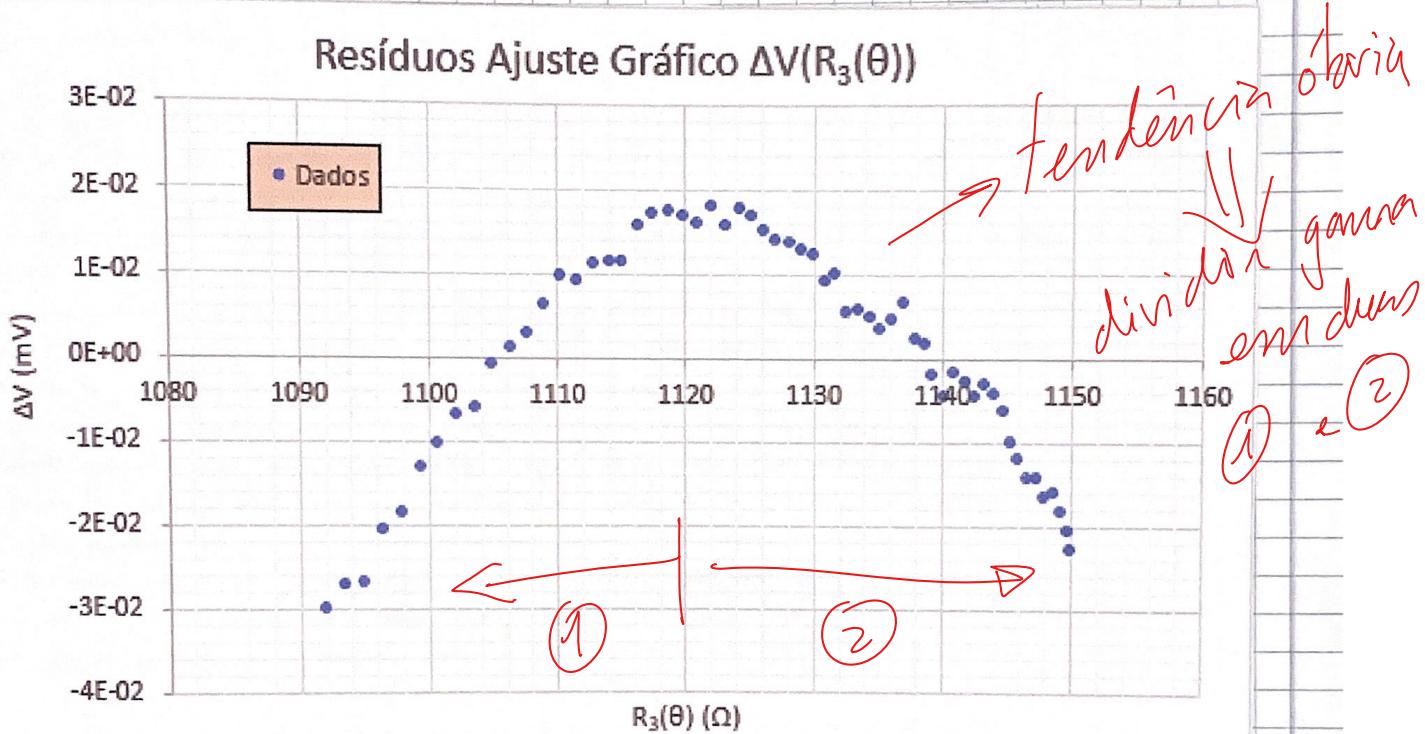


Gráfico 2: Resíduos em comparação dos dados experimentais. Pode-se observar que o resíduo máximo absoluto é da ordem de grandeza da incerteza do ΔV do ajuste.

Gráfico 1

ΔV (mV)

$R_3 (\Omega)$

\rightarrow ~~reais~~ ~~aproximados~~ ~~lineares~~ pontos representam uma
tendência linear à primeira vista

Ajuste
Dados obtidos:

$$m = 0.1238 \pm 0.0001$$

$$b = -134.8 \pm 0.1$$

$$s_y = 0.01$$

$$r^2 \approx 0.9999\ldots$$

resolvendo para $\Delta V = 0$

$$\Rightarrow R_3 = 1089 \Omega \pm 2 \Omega$$

$$u(R_3)_{\text{ini}} = \sqrt{\left(\frac{-b + 0}{m}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{m}\right)^2 \times u^2(\Delta V_0) + \left(-\frac{1}{m}\right)^2 \times u^2(b) + \left(-\frac{\Delta V_0 - b}{m^2}\right)^2 \times u^2(m)}$$

$$= \sqrt{\cancel{\left(\frac{1}{m}\right)^2} \times \frac{u^2(\Delta V_0) + u^2(b)}{m^2} + \frac{\Delta V_0^2 - 2\Delta V_0 b + b^2}{m^4} \times u^2(m)}$$

$$= \sqrt{\frac{(0.02)^2 + (0.2)^2}{0.1238^2} + \frac{(-134.8)^2 \times (0.0001)^2}{0.1238^4}}$$

$$= \pm 2 \Omega \quad \text{Intervalo 95% de confiança}$$

Portanto a ponte foi configurada para o equilíbrio à temperatura ambiente com um
 $R_3(T_{amb}) = (1089 \pm 2) \Omega$ pelos nossos cálculos

$$R_3 = (1089 \pm 2) \Omega \quad \text{foi configurado para este valor}$$

Poderemos também determinar a temperatura a que se encontrava aquele dia.

$$\Theta = \frac{R_3^2 \times 10^{-5}}{1089^2} + R_3^3 \times 0.2358 - 245.77$$

$$\Theta = 1089^2 \times 10^{-5} + 1089 \times 0.2358 - 245.77 = (22.9 \pm 0.5)^\circ C$$

$$u(\Theta) = \pm \sqrt{\left(2 \times \frac{R_3 \times 10^{-5}}{1089} + 0.2358 \right)^2 \times u^2(R_3)} = \pm 0.5^\circ C$$

Já podemos observar que a incerteza das temperaturas medidas depende da resistência medida

Organizando os dados tendo como:

$$R_3(\Theta) = R_{3eq} + \Delta R \Rightarrow \Delta R = R_3(\Theta) - R_{3eq} = R_3(\Theta) - 1089$$

Equação exata:

$$\Delta V = \frac{\Delta R E_S}{4 \times R_3 + 2\Delta R} = \frac{\Delta R E_S}{4 \times 1089 + 2\Delta R}$$

Equação aproximada:

$$\Delta V = \frac{\Delta R E_S}{4 \times R_3} = \frac{\Delta R E_S}{4 \times 1089}$$

Este ajuste linear é bem uma vez que R^2 é alto e que apesar do gráfico de resíduos apresentar uma ~~nativa~~ tendência esta pode ser ignorada uma vez que o resíduo mix (abs) $3.0 \times 10^{-2} mV$ é da ordem de grandeza ~~infinita~~ à incerteza dos pontos que é de $0.02 mV$ (intervalo 90% confiança) & logo podemos ignorar estes resíduos pois podem ~~só~~ ocorrer devido à incerteza

t(s)	ΔV (mV)	ΔV Ajuste (mV)	Resíduos Aj ΔV	ΔV (V)	R3(K Ω)	R3(Ω)	ΔR (Ω)	Eq. Exata ΔV (V)	Exata ΔV (V)	incerteza relativa %	Eq. Aprox ΔV (V)	incerteza aprox. V	Temperatura °C
60	0	0	-3E-02	0.0004	1.09203	1092	3.03	0.0004	0.0003	65.9776	0.0004	0.0003	23.7
90	1	1	-3E-02	0.0006	1.09347	1093.5	4.47	0.0006	0.0003	44.7241	0.0006	0.0003	24.0
120	1	1	-3E-02	0.0008	1.09496	1095	5.96	0.0008	0.0003	33.5441	0.0008	0.0003	24.4
150	1	1	-2E-02	0.0010	1.09646	1096.5	7.46	0.0010	0.0003	26.8005	0.0010	0.0003	24.8
180	1	1	-2E-02	0.0012	1.09793	1097.9	8.93	0.0012	0.0003	22.3899	0.0012	0.0003	25.2
210	1	1	-1E-02	0.0013	1.09938	1099.4	10.38	0.0013	0.0003	19.2633	0.0014	0.0003	25.6

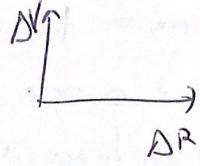
(...) Tabela 4 → Dados Experimentais 2^a parte e os valores calculados
 Podemos verificar que obtemos da conversão do valor da resistência R_0 na corrente constante de dados

Podemos verificar que obtemos da conversão do valor da resistência R_0 na corrente constante de dados

podendo temperatura, que foi extrapolada ~~até~~ para a gama de temperatura para

uma gama $\approx 15^{\circ}\text{C}$ max: $\approx 38^{\circ}\text{C}$ min: 23°C

fazendo um gráfico



$$\Delta V = \frac{\Delta R \cdot E_s}{R_0 + 2\Delta R}$$

podemos comparar o comportamento experimental com o da equação exata e da equação aproximada.

$$U(E_{\text{q, Exact}}) = \pm \sqrt{\left[\frac{\epsilon_s}{(4R_2 + 2\Delta R)} - \frac{2\epsilon_s}{(4R_2 + 2\Delta R)^2} \right]^2 u^2(\Delta R) + \left(\frac{\Delta R}{4R_2 \Delta R} \right)^2 \times u^2(\epsilon_s) + \left(\frac{-\Delta R \epsilon_s \times Q}{(4R_2 + 2\Delta R)^2} \right)^2 \times}$$

$$\frac{u^2(R_2)}{u^2(R_1)} \quad \text{Introducing } R_2 = 2R_1 \leftarrow \text{calculated above}$$

$$u(\Delta R) = \sqrt{u^2(R_2(t)) + u^2(R_1)} = \pm 2R_1$$

$$U(E_{\text{q, Approx}}) = \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_s}{4R_2} \right)^2 u^2(\Delta R) + \left(\frac{\Delta R}{4R_2} \right)^2 u^2(\epsilon_s) + \left(\frac{\Delta R \epsilon_s}{4R_2} \right)^2 \times u^2(R_2)}$$

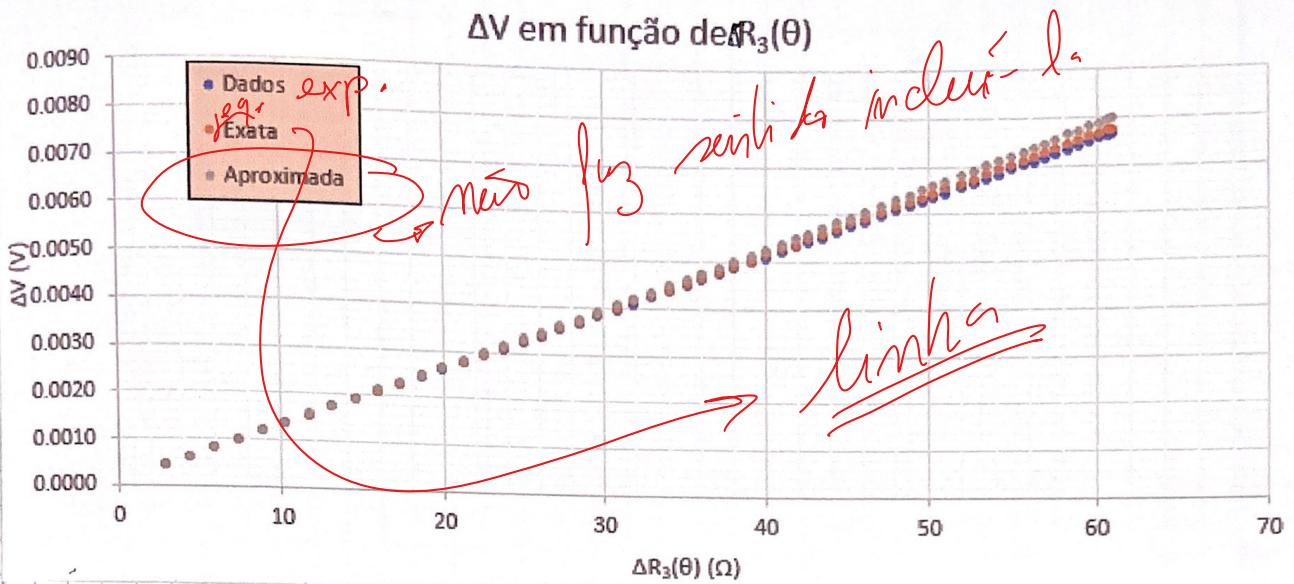


Gráfico 3º: Dados experimentais, da equação exata e da equação aproximada. Podemos observar que a partir de $\Delta R_3(\theta)$ maior do que 30Ω os pontos começam a afastar-se.

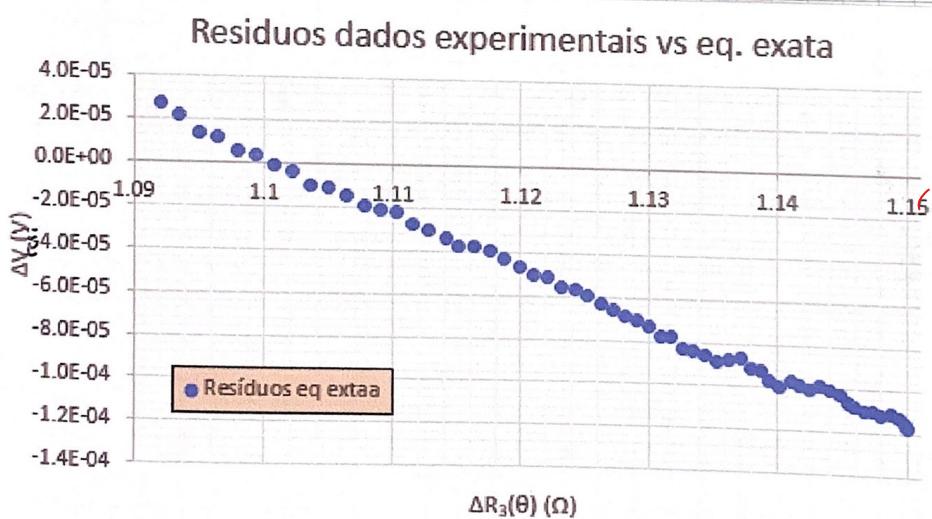


Gráfico 4: Resíduos entre os dados experimentais e os pontos dadas pela eq. exata.

relação entre a equação exata e os dados experimentais

Sabemos que a função $\Delta V(\Delta R)$ não é uma função linear e não conseguimos linearizar de forma alguma de se decidir se ~~a equação exata~~ os pontos experimentais são próximos da equação exata é de se descobrir o desvio máximo $|\Delta V_{\text{exp}} - \Delta V_{\text{exato}}| = 1.2 \times 10^{-4} V$

dado que a incerteza da equação exata é $0.0003 V = 0.3 \text{ mV}$

os desvios são da ordem da grandeza da incerteza da equação logo podem ocorrer devido à incerteza da expressão.

Considerando estes desvios num gráfico em função de ΔR temos um gráfico de resíduos. Apresenta uma tendência linear mas que pode ser desviada devido aos valores serem da ordem da grandeza da incerteza da eq. exata.

~~Pode-se~~

Se calcularmos o erro ~~entre~~ dos valores experimentais em relação aos valores da eq. exata notamos que excluindo os primeiros 2 pontos (erro 7% e 4%) todos os restantes pontos têm um erro inferior a ~~um~~ 1.5%, portanto excluindo estes 2 pontos podemos afirmar que os dados experimentais são exatos.

Aleia disso

Podemos considerar os dois pontos errados uma vez que o valor de R_3 recolhido pode não ter sido o real uma vez que foi obtido através de uma linearização cujo aquele valor tem uma incerteza percentual de 0.2% que pode ter efeito nestes cálculos. Uma vez que não sabemos se realmente ΔV se relaciona linearmente com $R_3(\theta)$ ~~próximo de~~ na gama cuja informação experimental não possuímos.



Só ~~estatística~~

A incerteza dos dados obtida pela equação exata na gama dos 6 primeiros 12 valores é superior a 10%. Isto ocorre uma vez que a incerteza da eq. depende da incerteza de ΔR e de R_g . Como ambas as incertezas são elevadas 2x a incerteza ^{absoluta} nos primeiros valores é elevada a uma vez que são valores muito baixos de ΔV quase nulos.

Dado que o erro entre a eq. exata e a eq. aprox é ~~menor~~ $< 1\%$. se $\frac{\Delta R}{R_g} < 0.02 \Rightarrow \Delta R < 0.02 \times 1089 = 21.78\Omega$

Logo a partir do ponto ac. 450 o erro já é superior a 1%. Sendo este valor verificado através da calcular $\frac{|Av_{exata} - Av_{aprox}|}{Av_{exata}} \times 100$

Mas os valores obtidos pela eq. aproximada também têm o mesmo problema da eq. exata se forado de elevar a incerteza para os primeiros valores.

Com a minha mente

Dado que a resistência de platina tem uma tolerância em $^{\circ}\text{C}$ dada por $0.3 + 0.005|\theta|$ entre $0\text{--}100^{\circ}\text{C}$ podemos medir valores de $0.3 + 0.5 = 0.8^{\circ}\text{C}$ com tolerância $0.3 + 0.005(100) = 0.8^{\circ}\text{C}$. Sendo ~~erro~~ ~~valor~~ medido a menor tolerância obtida aos 0°C . que será 0.3°C , portanto podemos medir ΔV valores dependendo da temperatura ambiente ~~entre~~ a partir de 0.3°C até 0.8°C já está vindo o extremo, -100°C ou 100°C .

Conclusões:

- Conseguimos medir valores resistâncias R_a , R_b e R_c com uma erro máximo de ~~1.8%~~ através da ponte de wheatstone. Una medição ~~totalmente~~ ^{em equilíbrio} com elevada exactidão.
- ~~Possuímos~~ Verificamos as leis de associação de resistâncias ~~de~~ em série e em paralelo através da ponte de wheatstone em equilíbrio.
- ~~Verificamos~~ Determinamos o comportamento térmico de cinco resistâncias de um termómetro através da ponte wheatstone em desequilíbrio apesar de não saber o valor inicial de R_g com incerteza muito baixa. Os valores experimentais em relação aos valores da equação exata apresentam um erro inferior a 1.5%. Logo podemos afirmar que foi bem executada a experiência.
Com esta montagem experimental a maior variação possível de temperatura que podemos medir é de 0.3°C próximo da temperatura ambiente de 0°C .