

Suf +

23-03-2022

# T2B - Rolamento de um cilindro numa superfície horizontal

Bruna Costano

Grupo 1 PL2

## Objetivos

- Verificar a sobreposição dos movimento de translação com o movimento de rotação de um cilindro numa superfície horizontal \*

sem escorregamento

- Constatar a condição de rolamento do cilindro  $\Rightarrow v_{cm} = \omega r$   
 $\rightarrow$  no ponto de contacto do cilindro com o plano  $\rightarrow v = 0$  (velocidade é nula)  
 $\rightarrow$  no ponto do topo (do cilindro) <sup>tem</sup> velocidade máxima  $v_{max} = 2v_{cm}$

- ~~Interpretar o comportamento de  $x_{cm}(t)$  e  $x_A(t)$~~   
 \* parâmetros?

Expressões:

$$x_A(t) = x_{cm} + \frac{v_{cm}}{\omega} \sin \omega t$$

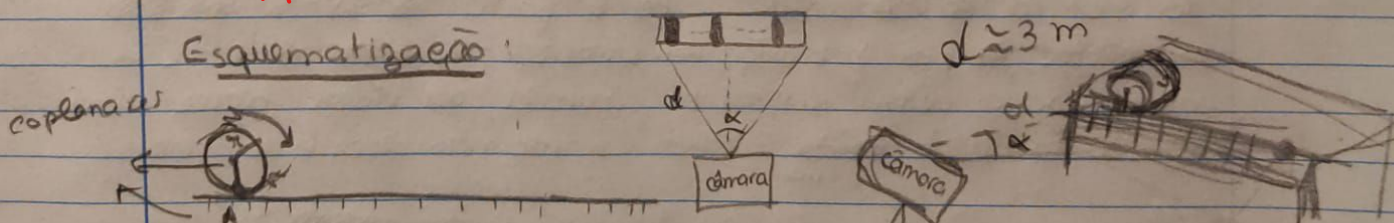
$$x_{cm} = 0$$

$$v_{cm} = \omega r$$

Na condição  $v_A(t) = v_{cm}(1 + \cos \omega t)$   
~~de~~  $v_{cm}$  for constante:

$$x_A(t) = v_{cm} \left( t + \frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \right)$$

## Esquematisação:



→ ~~registar~~ checklist:

- Medir o diâmetro do cilindro através de um palmer e registar ~~medida de comprimento~~
- registar e comparar tempos correspondentes ao primeiro e último ~~estapas~~ rolamento do cilindro ~~palmer~~

Nota:  $\alpha$  deve ser pequeno para evitar erros de paralaxe (para  $\alpha$  grande)

calha deve estar ~~reta~~ "nivelada" - plana relativamente ao solo  
 $\downarrow$   
 para  $v_{cm}$  seja aprox igual

ML515



→ Garantir uma boa iluminação sob a câmara, para a visualização da área de raia formada no cilindro

diâmetro	n
1	68,30 ± 0,05 mm
2	68,30
3	68,30
4	68,30

Logo  $d = (68,30 \pm 0,05) \text{ mm}$

, por rotação

→ Ver constante → n: pontos no início e no fim

→ n: de frames

n: pontos / rotação

n: ensaio	iluminação	1	2
1		15	16
2	E: periferia alinhamento do lado do cilindro	20	22
3		21	17
4	B: boa iluminação	17	17
5		28	27
6		21	21
7		18	18
8		21	21
9		28	28
10		23	21
11		21	21
12		23	30
13		20	24

ML Sat  
w gráfico  
B+

→ O ensaio ~~A~~ selecionada corresponde ao ensaio 7. Um dos motivos para a seleção foi o facto de o número de pontos completa a por rotação encontrar-se entre 14 e 19 pontos. Para além disso, na maioria dos vídeos ocorre uma ligeira escuridão da câmara e isso não acontece neste.

↓  
Através do programa tracker foram recolhidos os dados relativos à posição  $x_A$  (ponto do perímetro da base) e  $x_{cm}$  (ponto no centro do cilindro), posteriormente extraídos/trans-feridos para o excel

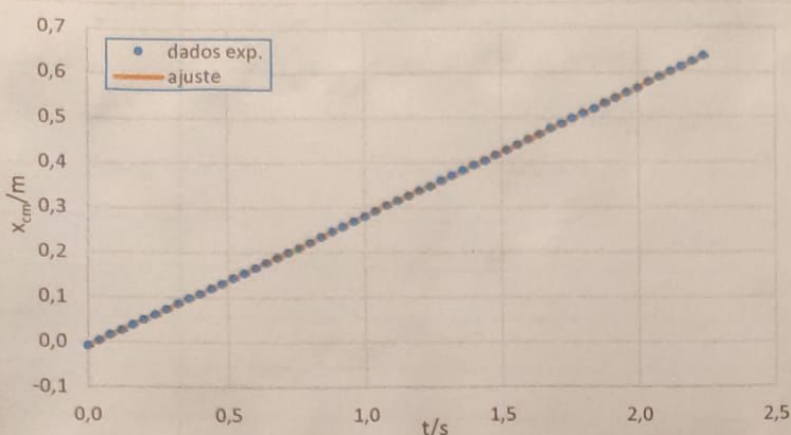


uma vez que seguem (todas) uma tendência linear

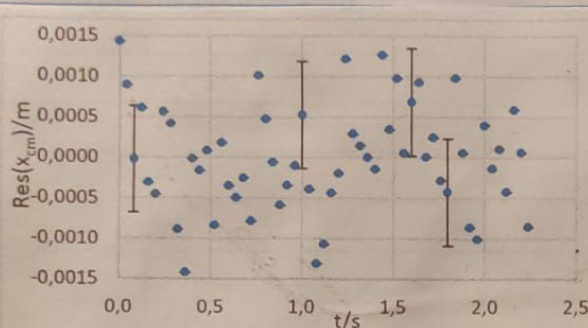
de  $-0,0089$  m a  $0,6364$  m

Representação  $x_{cm}$  em função do tempo:

Para a seguinte representação foi utilizada toda a gama experimental



Como seria de esperar, existe uma tendência linear de  $x_{cm}$ , da posição do centro de massa relativamente ao tempo. Pelo que, ~~constata-se~~ constata-se ~~que~~  $x_{cm}$  aumenta linearmente com ~~o~~ (aumentando do) tempo.



• Para além disso, verifica-se uma boa aproximação dos dados experimentais em relação ao ajuste, tendo uma incerteza experimental de 0,0013.

• Assegurando-se assim a condição de  $v_{cm}$  constante.

• Do gráfico de resíduos, a diferença entre o ajuste e os dados experimentais oscila entre  $-0,0015$  e  $0,0015$ .

Valores da reta de ajuste			
m	0,28708	-0,00745	b
$\sigma_m$	0,00011	0,00014	$\sigma_b$
$r^2$	0,999988	0,00057	$\sigma_{x_{cm} aj}$
$u(x_{cm} aj)$	0,0013		

Além disso, observa-se pelas barras de erro, que os valores de resíduos encontram-se dentro da incerteza experimental.

Neste caso, o declive da reta de ajuste, m, corresponde a uma velocidade, uma vez que o gráfico representado corresponde a uma posição em ordem ao tempo.

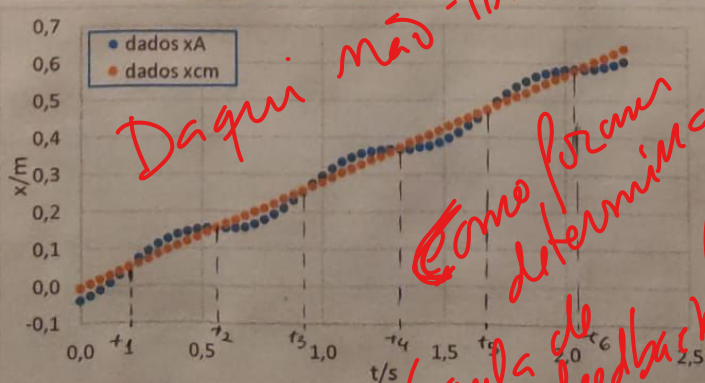
Send ~~o~~ a posição centro de massa, logo  $m = (v_{cm})_{aj}$ :

$$m = 0,28708 \Rightarrow (v_{cm})_{aj} = 0,28708 \text{ m s}^{-1}$$

$$u(m) = 0,00013$$

$$(v_{cm})_{aj} = 0,28708 \pm 0,00013 \text{ m s}^{-1}$$

→ sobreposição de  $x_A(t)$  com  $x_{cm}(t)$



Dagui não-lin- ~~inf~~ Como foram determinados (aula de feedback)

(Feito com-ini)

Instantes de interseção entre os dois conjuntos de dados:

$$t_1: (0,200 \pm 0,02) \text{ s}$$

$$t_2: (0,560 \pm 0,01) \text{ s}$$

$$t_3: (0,920 \pm 0,02) \text{ s}$$

$$t_4: (1,320 \pm 0,01) \text{ s}$$

$$t_5: (1,680 \pm 0,02) \text{ s}$$

$$t_6: (2,040 \pm 0,02) \text{ s}$$



→ Pela observação ao gráfico, foi feita uma estimativa da incerteza de cada instante de interseção.

•  $t_5 - t_1$  → Período correspondente a 2 rotações logo:

$u(t_5) = 0,025 \quad u(t_1) = 0,025$

$T = \frac{t_5 - t_1}{2} = \frac{1,48}{2} = 0,7400 \quad u(T)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot u(t_5)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot u(t_1)^2$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,740} = 8,4908 \text{ rad/s}$

$u(T) = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot (0,02)^2}$   
 $= \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 0,02} = 0,01$

$T = 0,74 \pm 0,01 \text{ s}$

$u(\omega) = u\left(\frac{2\pi}{T}\right)$

$u\left(\frac{2\pi}{\frac{t_5 - t_1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{d\omega}{dt_5}\right)^2 \cdot u^2(t_5) + \left(\frac{d\omega}{dt_1}\right)^2 \cdot u^2(t_1)$

$\Rightarrow u(\omega)^2 = \left(-4\pi \cdot \frac{1}{(t_5 - t_1)^2}\right)^2 \cdot u^2(t_5) + \left(\frac{4\pi}{(t_5 - t_1)^2}\right)^2 \cdot u^2(t_1)$

$\Rightarrow u(\omega) = \sqrt{\left(\frac{4\pi}{(t_5 - t_1)^2}\right)^2 (u^2(t_5) + u^2(t_1))}$

$\Rightarrow u(\omega) = \frac{4\pi}{(t_5 - t_1)^2} \cdot \sqrt{u^2(t_5) + u^2(t_1)}$   
 $= 0,16 \approx 0,2$

$\omega = (8,5 \pm 0,2) \text{ rad/s}$

**TODOS OS GRAFICOS MAIORES!**

Através da equação:

$x_A(t) = \text{sen}\left(t + \frac{1}{\omega} \text{sen}(\omega t)\right)$

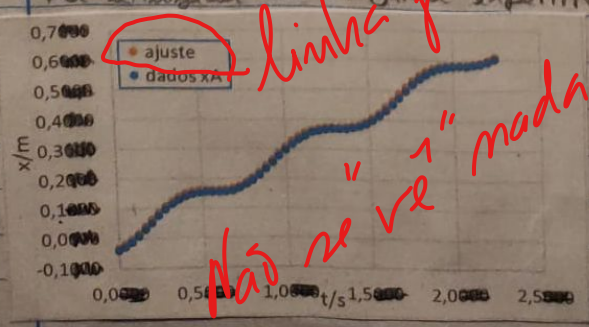
obtem-se

$x_{Aaj}(t) = (\text{sen})_{aj}\left(t + \frac{1}{(\omega)_{aj}} \cdot \text{sen}(\omega_{aj} \cdot t)\right)$

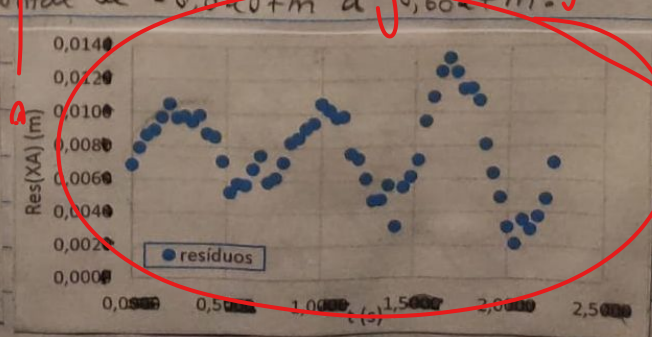
$= 0,28308 \left(t + \frac{1}{8,4908} \cdot \text{sen}(8,4908 \cdot t)\right)$

fare mal ajustado

→ Representação de  $x_A(t)$  e de  $x_{Aaj}(t)$ .  
 Foi utilizada toda a gama experimental de  $-0,0407 \text{ m}$  a  $0,6027 \text{ m}$ .



linhas f. ma  
 não se vê nada





• Nota: Quando a introdução dos dois gráficos verificou-se que o gráfico de ajuste estava desfasado relativamente ao de  $x_A(t)$ .

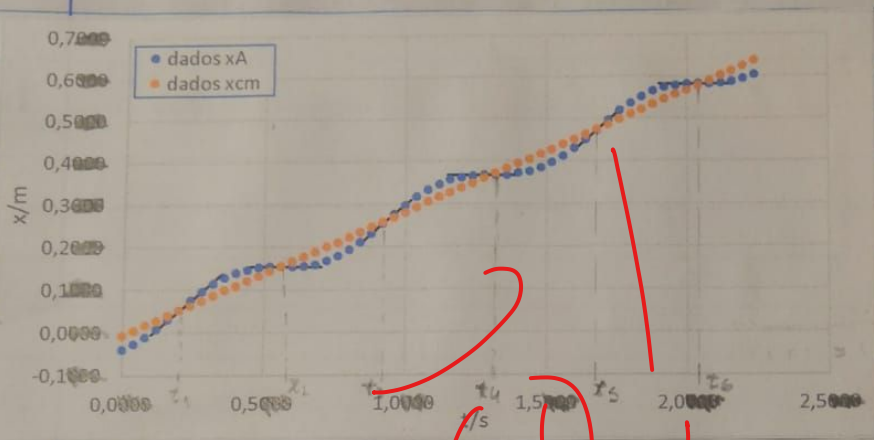
→ portanto, para que os dois ~~gráficos~~ conjunto de dados ficassem sobrepostos introduziu-se uma ~~correção~~ <sup>correção</sup> ~~de fase~~ <sup>sm</sup> de  $\frac{\pi}{2}$  na equação de ajuste, ficando:

$$x_{cm}(t) = v_{cm} \sin\left(t + \frac{1}{\omega} \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})\right)$$

de  $x_A(t)$  com ajuste

→ Relativamente ao gráfico, constatou-se uma concordância dos dados experimentais relativamente ao ajuste, pois que os valores experimentais encontram-se de acordo com o que era previsto, sendo também constatado pela observação ao gráfico de resíduos.

→ Determinação das velocidades nos pontos de interseção



Tan1			
m	0,567	-0,062	b
$\sigma_m$	0,008	0,002	$\sigma_b$
$r^2$	0,99984	0,0005	$\sigma_{x_{aj}}$

Tan2			
m	-4,8E-13	0,154	b
$\sigma_m$	0,005	0,003	$\sigma_b$
$r^2$	-4E-16	0,0003	$\sigma_{x_{aj}}$

Tan3			
m	0,557	-0,259	b
$\sigma_m$	0,003	0,003	$\sigma_b$
$r^2$	0,99997	0,0002	$\sigma_{x_{aj}}$

Tan6			
m	0,00	0,58	b
$\sigma_m$	0,02	0,01	$\sigma_b$
$r^2$	-4,7E-16	0,0009	$\sigma_{x_{aj}}$

Tan5			
m	0,567	-0,48	b
$\sigma_m$	0,008	0,01	$\sigma_b$
$r^2$	0,99984	0,0005	$\sigma_{x_{aj}}$

Tan4			
m	0	0,367	b
$\sigma_m$	0	0	$\sigma_b$
$r^2$	1	0	$\sigma_{x_{aj}}$

→ As retas tangentes aos pontos de interseção de  $x_A(t)$  com  $x_{cm}(t)$  foram obtidas utilizando um ponto antecedente, um ponto consecutivo ao ponto de interseção e o ponto de interseção <sup>sendo</sup> através da função "Preg-lin" do excel obtiveram-se os parâmetros de ajuste a cada tangente. Para melhor visualização das retas foram selecionados pontos arbitrários pertencentes à mesma.

→ É de notar que para os instantes  $t_2, t_4, t_6$  o  $m \approx 0$  o que corresponde a  $v_{cm} \approx 0$ . Daqui podemos inferir que nestes instantes o ponto A do cilindro encontra-se em contacto com a calha.

Enquanto que para os instantes  $t_1, t_3, t_5$ , o declive  $m$  é máximo, e, portanto, correspondem aos instantes onde o ponto A se encontra no "topo" do cilindro, sendo que a velocidade máxima, teoricamente, é de valor  $v_{max} = 2 \cdot v_{cm}$ .

- Velocidade do ponto A em contacto com a superfície

$$\bar{V}_A = \frac{m_{t2} + m_{t4} + m_{t6}}{3} = \frac{0,000 + 0 + 0,00}{3} = 0 \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{3-1} \cdot \sum_{i=1}^3 (V_{Ai} - \bar{V}_A)^2} = 0$$

como os valores são próximos de zero (na ordem de grandeza  $10^{-18}$ )

$u(V_A) = 0$

- velocidade do ponto A quando se encontra no topo

$$\bar{V}_{A_{\text{topo}}} = \frac{0,567 + 0,557 + 0,567}{3} = 0,563667$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{3-1} \cdot \sum_{i=1}^3 (V_{Ai} - \bar{V}_A)^2} = 0,005774$$

$$= 0,0058$$

$$u(\bar{V}_A) = \frac{S}{\sqrt{3}} = 0,0033$$

$$\text{Logo } \bar{V}_A = (0,563 \pm 0,003) \text{ m.s}^{-1}$$

*Cuidado com Algarismos signif.*

$$V_{A_{\text{teórico}}} = 2 \cdot v_{\text{cm}} = 2 \cdot 0,28708 = 0,57416 \text{ m.s}^{-1}$$

$$E(\%) : \frac{|\bar{V}_{A_{\text{topo}}} - V_{A_{\text{teórico}}}|}{V_{A_{\text{teórico}}}} \times 100 = \frac{|0,5637 - 0,57416|}{0,57416} \times 100$$

$$= 1,822\% \approx 1,8\% \approx 2\%$$

$$u(\bar{V}_A)(\%) = \frac{u(\bar{V}_A)}{\bar{V}_A} \times 100$$

$$= \frac{0,0033}{0,5637} \times 100$$

$$= 0,5854\%$$

$$= 0,59\%$$

→ Resultados finais:

→ Em TABELA, mal apresentando

$$(v_{\text{cm}})_{aj} = (0,28708 \pm 0,00017) \text{ m.s}^{-1}$$

$$u(v_{\text{cm}})\% = 0,045281\% \approx 0,04\%$$

$$(w)_{aj} = 8,5 \pm 0,2 \text{ rad/s}$$

$$T = (0,74 \pm 0,01) \text{ s}$$

$$u(T)(\%) = \frac{0,01}{0,74} \times 100$$

- Em contacto com a superfície:

$$V_A = (0 \pm 0) \text{ m.s}^{-1}$$

$$u(w)_{aj}\% = 2,35\%$$

$$= 1,8\%$$

- No topo:

$$\bar{V}_A = (0,5637 \pm 0,0033) \text{ m.s}^{-1}$$

$$u(\bar{V}_A)(\%) = 0,59\% \sim 0,6\%$$



% dif. entre  $(v_{cm})$  e  $(\omega R)$  dá

## Discussão / conclusão

Os objetivos foram ~~atendidos~~ <sup>cumpridos</sup> na medida em que ~~após~~ através da representação dos gráficos de  $x_{cm}(t)$  e  $x_A(t)$  foi possível constatar a sobreposição dos movimentos - de translação ~~experimental~~ com o de rotação ~~experimental~~ e assim ~~confirmar~~ <sup>verificar</sup> o princípio de sobreposição no movimento de cilindro.

Para além disso, verificou-se que no instante onde A está em contacto com a superfície a velocidade é zero (~~aproximadamente~~), como se esperar tal como, no instante onde A está no topo a velocidade é máxima tendo obtido um valor experimental de  $0,5637 \pm 0,0033 \text{ m s}^{-1}$  com incerteza <sup>de</sup> ~~erro~~ de ~~erro~~ aproximadamente 2% em relação ao valor da velocidade máxima esperado (no topo) ~~de~~ <sup>de</sup>  $2 \cdot v_{cm}$ , garantindo a condição de rolamento sem escorregamento.