

Ponte de Wheatstone em Equilíbrio e Fora do Equilíbrio

Inês Castro Quevedo Pereira

Departamento de Física e Astronomia da Faculdade de Ciências da Universidade
do Porto

7 de Junho de 2022

Resumo

Esta atividade tem como propósito medir resistências e verificar as leis de associação em série e em paralelo com a ponte em equilíbrio, tendo sido provado que estas eram válidas devido aos erros baixos de 0,55% para R_{serie} e 0,47% para $R_{paralelo}$. Também foi determinado o comportamento térmico da resistência de um termómetro de platina com a ponte de Wheatstone fora de equilíbrio.

1 Introdução

1.1 Determinação de resistências com a ponte de Wheatstone em equilíbrio[1][2]

A ponte de Wheatstone é um circuito, cujo conceito foi desenvolvido por Charles Wheatstone, e que pode ser usado para medir com precisão valores de resistência desconhecidos, ou como meio de calibrar instrumentos de medição como: voltímetros, amperímetros, etc., através da utilização de uma resistência variável e uma fórmula matemática simples.

Embora hoje os multímetros digitais forneçam a maneira mais simples de medir uma resistência. A ponte de Wheatstone pode ser usada para comparar uma resistência desconhecida com uma resistência conhecida para determinar o seu valor, permitindo que valores muito baixos de resistências sejam medidos.

A ponte de Wheatstone não é nada mais do que dois arranjos simples de resistências em série e paralelo conectadas entre uma fonte de tensão e a terra, produzindo uma diferença de potencial nula entre os dois ramos paralelos quando a ponte está em equilíbrio.

A figura 1 mostra o circuito elétrico característico da ponte de Wheatstone que serve para medir a resistência R_3 . As resistências R_1 e R_2 são escolhidas numa caixa de resistências e R_4 noutra caixa de resistências. V é um voltímetro ao centro e ε_s a fonte de tensão de corrente contínua.

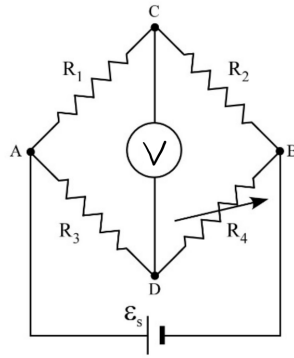


Figura 1: $V \rightarrow$ Voltímetro; $\varepsilon_s \rightarrow$ Fonte de tensão de corrente contínua; $R_1, R_2, R_3, R_4 \rightarrow$ Resistências(sendo R_4 variável).

Da aplicação das leis de Kirchhoff ao circuito esquematizado na figura 1 e na hipótese de ser nula a intensidade da corrente que percorre o ramo onde se encontra o voltímetro, resulta a relação seguinte entre as resistências:

$$R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \quad (1)$$

1.2 Ponte fora do equilíbrio[1]

A figura 2 mostra o circuito elétrico utilizado para o estudo do comportamento em temperatura da resistência $R_3, R_3(\theta)$, de um termómetro de platina. Durante a experiência, R_1, R_2 e R_4 são mantidas fixas e de valor igual.

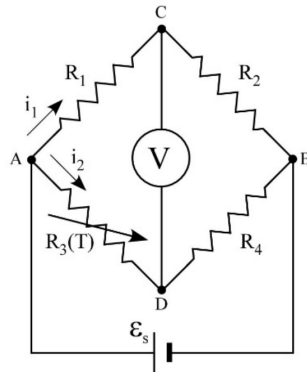


Figura 2: $V \rightarrow$ Voltímetro; $\varepsilon_s \rightarrow$ Fonte de tensão de corrente contínua; $R_1, R_2, R_3(\theta), R_4 \rightarrow$ Resistências(sendo $R_3(\theta)$ variável).

No caso de a fonte de corrente contínua ser ideal ($R_{\varepsilon_s} \approx 0$), o voltímetro teria uma resistência interna que poderia ser considerada infinita ($R_V \approx \infty$), e que as resistências da ponte têm valores R_1, R_2, R_3 e R_4 . Se inicialmente tivermos $R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$, a diferença de potencial V entre os pontos C e D da figura 2 é nula, uma vez que a ponte está equilibrada. Supondo que se aquece a resistência R_3 de modo que o valor desta passe a ser $R_3 = R + \Delta R$.

Dado que R_V tem um valor muito elevado e que a intensidade de corrente no voltímetro é desprezável, a aplicação das leis de Kirchhoff ao circuito da figura 2 resulta nas seguintes expressões:

$$\begin{cases} \varepsilon_s = i_1(R_1 + R_2) \\ \varepsilon_s = i_2(R_3 + R_4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{\varepsilon_s}{R_1 + R_2} \\ i_2 = \frac{\varepsilon_s}{R_3 + R_4} \end{cases} \quad (2)$$

Ao aquecer a resistência R_3 a ponte deixa de estar em equilíbrio e o voltímetro acusa uma diferença de potencial dada por:

$$\Delta V = R_2 i_1 - R_4 i_2 = \frac{(R_2 R_3 + R_2 \Delta R - R_1 R_4) \varepsilon_s}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_4 + (R_1 + R_2) \Delta R} \quad (3)$$

Se tivermos inicialmente a ponte equilibrada ($R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$), a equação simplifica-se para:

$$\Delta V = \frac{\Delta R \varepsilon_s}{4R_4 + 2\Delta R} \quad (4)$$

Para ΔR pequeno comparado com R_4 , esta equação pode escrever-se de forma aproximada, considerando-se apenas o primeiro termo do desenvolvimento em série de Taylor, isto é,

$$\Delta V = \frac{\Delta R \varepsilon_s}{4R_4} \quad (5)$$

O erro na diferença de potencial entre as duas equações é inferior a 1% desde que $\frac{\Delta R}{R_4}$ seja menor que 0,02. Assim o circuito da ponte de Wheatstone permite obter um sinal de tensão ΔV aproximadamente proporcional à variação da resistência ΔR por um fator de calibração $\frac{\varepsilon_s}{4R_4}$.

Este processo é usado na leitura de sensores resistivos, termómetros resistivos, sensores de tensão mecânica, etc..

2 Procedimento

2.1 Determinação de resistências com a ponte de Wheatstone em equilíbrio

- Ligámos o voltímetro e o ohmímetro para estabilizarem a temperatura de funcionamento e só os desligámos no fim do trabalho. Tivemos o cuidado de garantir que o zero estava ajustado escolhendo uma escala sensível;
- Registámos os valores das resistências da placa de resistências(placa em acrílico), tal como são dados pelo código de cores(R_a, R_b, R_c) e também utilizando um ohmímetro(R_a, R_b, R_c);
- Montámos o circuito da figura 1 escolhendo o par de valores(R_1, R_2) mais favoráveis para a determinação de R_3 (como $R_3 < R_{max} \rightarrow R_1 = R_2 = 1000\Omega$)(Tivemos o cuidado de verificar que não excedíamos 5V na fonte de tensão);
- Procurámos o valor em que se anula a diferença de potencial entre C e D recorrendo aos botões da caixa de resistências que determina R_4 e começando pelo valor mais elevado(10000Ω);
- Repetimos o processo anterior para as outras resistências da placa e para associação de resistências em série e em paralelo;
- Calculámos R_3 para cada situação utilizando a equação 1;
- Calculámos para cada caso a incerteza e a exatidão considerada como valor de referência os valores medidos com o ohmímetro;

2.2 Determinação do comportamento térmico da resistência de um termómetro de platina

2.2.1 Material

- 2 termómetros de resistências de platina, Pt 1000 de classe B;
- Bloco de alumínio, onde se encontra inserida uma resistência de aquecimento que permite aquecer os dois termómetros de platina nele embutidos;
- Tabela de conversão de resistência de platina em graus centígrados, para controlo da evolução da temperatura(Figura 10);
- 2 multímetros: um como voltímetro e outro como ohmímetro para medição da resistência de um dos termómetros de platina;
- 2 fontes de tensão: uma para alimentar a ponte de Wheatstone e outra para alimentar o aquecedor do bloco de alumínio;
- Placa-suporte do bloco de alumínio, com terminais de ligação para os dois termómetros de platina e para a resistência de aquecimento.

2.2.2 Procedimento

- Montámos o esquema da figura 2;
- Escolhemos $R_1 = R_2 = 1000\Omega$ e ligámos os terminais de resistência de aquecimento à fonte de tensão variável;
- Verificámos que os termómetros de platina estavam devidamente inseridos no orifício do bloco metálico criado para esse fim;
- Ligámos os terminais do outro termómetro ao multímetro que funciona como ohmímetro;
- Registámos o valor da diferença de potencial ε_s aplicada entre os pontos A e B($\varepsilon_s; 1V$);
- Antes de iniciar o aquecimento optámos por utilizar a ponte em desequilíbrio com uma tensão de aquecimento de $\approx 30V$ e registámos pontos numa gama de $\approx 5^\circ C$ (tivemos o cuidado de não ultrapassar os $40^\circ C$ para evitar acidentes);
- Certificámo-nos que a tensão estava ajustada para 30 V antes de ligar a fonte;
- Registámos periodicamente valores de t , ΔV e $R_3(\theta)$ em que:
 - t é o instante do registo;
 - ΔV é a tensão lida no voltímetro(V);
 - $R_3(\theta)$ é a resistência do termómetro de platina indicada pelo ohmímetro;
- Registámos os dados experimentais num gráfico de ΔV em função de $R_3(\theta)$;
- Comparámos, no mesmo gráfico, o comportamento experimental com os previstos pelas equações 4 e 5.

3 Resultados e análise

3.1 Determinação de resistências com a ponte de Wheatstone em equilíbrio

	R3 (codigo de cores) (Ω)	R3 (ohmímetro) (Ω)	u(R3) (ohmímetro) (Ω)	R4(Ω)	u(R4) (Ω)
R_a	1200	1194	1	1198.8	12.1
R_b	2200	2120	10	2200.0	22.0
R_c	3300	3240	10	3300.0	33.0
R_{serie}	////////	6590	10	6651.1	66.5
$R_{paralelo}$	////////	621	1	625.0	6.3

Figura 3: Valores de R_3 medidos através do código de cores e de um ohmímetro, com as respetivas incertezas. Valores de R_4 para as voltagens mais próximas de 0V e respetivas incertezas.

R3(exp) (Ω)	u(R3(exp)) (Ω)	u(R3) (%)	Erro %	Voltagem(mV)
1198.8	20.8	1.74%	0.40%	0.03
2200.0	38.1	1.73%	3.77%	5.28
3300.0	57.2	1.73%	1.85%	2.34
6651.1	71.8	1.08%	0.93%	0.01
625.0	10.5	1.69%	0.64%	0.09

Figura 4: Continuação da figura 3. Valores calculados para $R_3(exp)$ e respetivo erro relativamente a $R_3(ohmimetro)$

O valor máximo de R_4 que era possível obter era de 10000Ω . Através do código de cores verificou-se que todas as resistências estavam na ordem de $10^3\Omega$ ou inferior, pelo que se pode aplicar $R_1 = R_2 = 1000\Omega$. A precisão da ponte é de 1%, pelo que, $u(R_1) = u(R_2) = 1000 * 1\% = 10\Omega$.

A partir da observação da figura 3 e sabendo que R_3 foi medido numa escala de $2k\Omega$ para R_a e $R_{paralelo}$ e com uma escala de $20k\Omega$ para R_b, R_c e R_{serie} , temos que:

$$u(R_a) = u(R_{paralelo}) = 0.001 * 10^3 = 1\Omega \quad (6)$$

$$u(R_b) = u(R_c) = u(R_{serie}) = 0.01 * 10^3 = 10\Omega \quad (7)$$

A incerteza de R_4 na figura 3 foi obtida usando a precisão da caixa de resistências, ou seja, 1% para escalas de $10^3, 10^2$ e 10^1 e 2% para escalas de 10^0 e 10^{-1} .

Para R_4 de R_a temos:

$$u(R_4) = 1000 * 1\% + 100 * 1\% + 90 * 1\% + 8 * 2\% + 0.8 * 2\% \approx 12,1\Omega \quad (8)$$

Na figura 4, para $R_3(exp)$, os valores de R_a, R_b e R_c foram calculados a partir da equação 1, e como $R_1 = R_2$, temos $R_3 = R_4$, cujas incertezas são calculadas pela fórmula:

$$\begin{aligned} u(R_3) &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_3}{\partial R_1} * u(R_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_3}{\partial R_2} * u(R_2)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_3}{\partial R_4} * u(R_4)\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{R_4}{R_2} * u(R_1)\right)^2 + \left(-\left(\frac{R_4}{R_2^2}\right) * u(R_2)\right)^2 + \left(\frac{R_1}{R_2} * u(R_4)\right)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

As leis de associação de resistências em série e em paralelo são respetivamente:

$$R_{serie} = R_a + R_b + R_c \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{paralelo}} &= \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} \Leftrightarrow \frac{1}{R_{paralelo}} = \frac{R_b R_c + R_a R_c + R_a R_b}{R_a R_b R_c} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow R_{paralelo} = \frac{R_a R_b R_c}{R_b R_c + R_a R_c + R_a R_b} \end{aligned} \quad (11)$$

Os valores obtidos utilizando estas equações foram: $R_{serie} = 655,4 \Omega$ e $R_{paralelo} = 618,1 \Omega$.

Os erros percentuais foram calculados através da expressão:

$$E_r(\%) = \frac{|R(Ohmimetro) - R(lei)|}{R(lei)} * 100\% \quad (12)$$

Assim, temos que $E_r(R_{serie})(\%) = 0,55\%$ e $E_r(R_{paralelo})(\%) = 0,47\%$.

Como os erros são inferiores a 1%, podemos confirmar a validade das leis de associação de resistências.

Para calcular as incertezas propagadas de $R_3(exp)$ para R_{serie} e $R_{paralelo}$ recorreu-se às fórmulas:

$$\begin{aligned} u(R_{serie}) &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_{serie}}{\partial R_a} * u(R_a)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{serie}}{\partial R_b} * u(R_b)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{serie}}{\partial R_c} * u(R_c)\right)^2} \\ &= \sqrt{u(R_a)^2 + u(R_b)^2 + u(R_c)^2} \approx 71,8\Omega \end{aligned} \quad (13)$$

$$u(R_{paralelo}) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{paralelo}}{\partial R_a} * u(R_a)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{paralelo}}{\partial R_b} * u(R_b)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{paralelo}}{\partial R_c} * u(R_c)\right)^2} \approx 6,8\Omega \quad (14)$$

Para o cálculo do erro percentual na figura 4, o valor de $R_3(Ohmimetro)$ foi considerado o valor teórico. Isto deve-se ao facto de o valor medido com o ohmímetro ser mais exato, isto é, o mais próximo do valor real, pois as resistências já tinham sido sujeitas a uso, logo, o valor do código de cores será alterado. Além disso, tendo em conta a tolerância de 5% do código de cores, a incerteza do código de cores pode ser superior à incerteza do ohmímetro, o que acontece.

No geral, quanto mais afastada a ponte de Wheatstone estiver do equilíbrio, menor é a exatidão do valor de R_3 obtido, correspondendo a um maior erro relativo. Podemos verificar, ainda assim, que todos os erros obtidos são relativamente baixos (<4%).

Também é possível afirmar que o $R_3(exp)$ apresenta grande precisão, uma vez que as incertezas percentuais estão próximas de 2%.

3.2 Determinação do comportamento térmico da resistência de um termómetro de platina

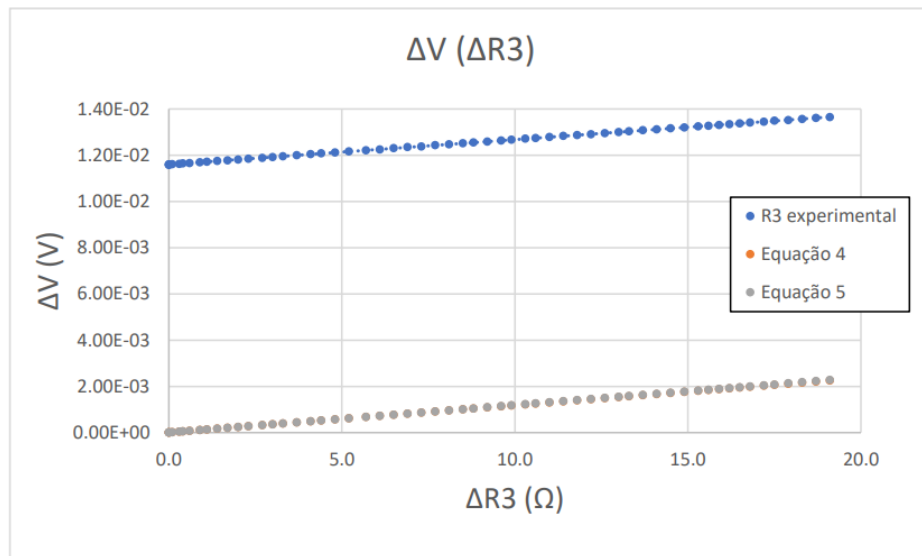


Figura 5: ΔV em função de ΔR_3 para o método experimental e ambas as equações teóricas (equação 4 e 5)

Ajuste linear	
1.08E-04	1.16E-02
1.09E-07	1.16E-06
0.99994	5.03E-06
969986.9	56
2.45E-05	1.41E-09

Figura 6: Ajuste linear de ΔV em função de ΔR_3 experimental

Na figura 7 (Anexo), foram retirados valores de ΔV e R_3 de 30 em 30 segundos.

Para $R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$ inicialmente, ΔV seria 0V estando a ponte em equilíbrio. No entanto, o R_3 inicial medido corresponde a $1101,7\Omega$, apresentando um diferença de aproximadamente 10% com o valor de R_4 , encontrando-se a ponte de Wheatstone em desequilíbrio. Isto originou uma grande diferença de ΔV em relação às equações teóricas. Isto poderia ter sido evitado se a ponte estivesse em equilíbrio, uma vez que a temperatura do laboratório era aproximadamente 26° , o que influenciou o valor de R_3 inicial.

Apesar disto, podemos concluir que o ajuste realizado a ΔV em função de ΔR_3 foi adequado, pois os resíduos (figura 8) não apresentam qualquer tendência.

Uma vez que a equação 2 não demonstra uma relação linear, mas a equação 3 já é esta é uma aproximação de Taylor da equação 2, podemos comparar o declive obtido com o da equação 3.

Na figura 5, as linhas das equações 2 e 3 estão basicamente sobrepostas devido ao erro entre os valores de ΔV ser de aproximadamente 1%.

Comparando os declives da equação 3 e dos valores experimentais temos que:

$$E_r(\%) = \frac{|m_{exp} - m_{teo}|}{m_{teo}} * 100\% \approx 10\% \quad (15)$$

Uma vez que o valor da ordenada na origem foi bastante superior a 0, não podemos afirmar que os dados recolhidos são exatos. No entanto, dado o erro relativo entre os declives ser baixo, podemos afirmar que os valores são precisos.

O aumento de ΔV com o aumento do valor da resistência demonstra o afastamento da ponte do equilíbrio com o aumento da temperatura.

4 Conclusão

Podemos concluir que a ponte de Wheatstone em equilíbrio é um método fiável para a determinação de resistências, dado a precisão e exatidão dos resultados obtidos para R_3 e os baixos erros das incertezas percentuais.

Verificou-se que ambas as leis de associação de resistências são válidas dado a proximidade com os valores mais próximos dos reais (valores retirados com o ohmímetro).

Por último, apesar da ponte não ter estado em equilíbrio, isso não impediu que os valores retirados fossem precisos, observando-se na mesma um aumento da temperatura com o aumento da resistência e o afastamento da ponte do equilíbrio com o aumento da diferença de potencial, estudando-se, assim, o comportamento térmico da resistência do termómetro de platina.

Referências

- [1] Docentes da unidade curricular FIS1005 FCUP. Trabalho 7b - ponte de wheatstone em equilíbrio e fora do equilíbrio. pages 1–8, 2022.
- [2] <https://www.electronics-tutorials.ws/blog/wheatstone-bridge.html>, acedido: 11.06.2022.

Anexo

t (s)	ΔV (mV)	ΔV (V)	$u(\Delta V)$ (V)	$R_3(\theta)$ (k Ω)	$R_3(\theta)$ (Ω)	ΔR_3 (Ω)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	ΔV (eq5)	ΔV (eq6)	Fit	Resíduos
0	11.59	1.16E-02	1.00E-05	1.1017	1101.7	0.0	26.1	0.00E+00	0.00E+00	1.16E-02	-7.62E-06
30	11.59	1.16E-02	1.00E-05	1.1017	1101.7	0.0	26.1	0.00E+00	0.00E+00	1.16E-02	-7.62E-06
60	11.6	1.16E-02	1.00E-05	1.1017	1101.7	0.0	26.1	0.00E+00	0.00E+00	1.16E-02	2.38E-06
90	11.61	1.16E-02	1.00E-05	1.1018	1101.8	0.1	26.2	1.19E-05	1.19E-05	1.16E-02	1.62E-06
120	11.62	1.16E-02	1.00E-05	1.1020	1102.0	0.3	26.2	3.57E-05	3.57E-05	1.16E-02	-9.92E-06
150	11.64	1.16E-02	1.00E-05	1.1021	1102.1	0.4	26.3	4.76E-05	4.76E-05	1.16E-02	-6.82E-07
180	11.66	1.17E-02	1.00E-05	1.1023	1102.3	0.6	26.3	7.14E-05	7.14E-05	1.17E-02	-2.21E-06
210	11.69	1.17E-02	1.00E-05	1.1026	1102.6	0.9	26.4	1.07E-04	1.07E-04	1.17E-02	-4.51E-06
240	11.72	1.17E-02	1.00E-05	1.1028	1102.8	1.1	26.4	1.31E-04	1.31E-04	1.17E-02	3.95E-06
270	11.75	1.18E-02	1.00E-05	1.1031	1103.1	1.4	26.5	1.66E-04	1.67E-04	1.17E-02	1.65E-06
300	11.78	1.18E-02	1.00E-05	1.1034	1103.4	1.7	26.6	2.02E-04	2.02E-04	1.18E-02	-6.46E-07
330	11.81	1.18E-02	1.00E-05	1.1037	1103.7	2.0	26.7	2.38E-04	2.38E-04	1.18E-02	-2.95E-06
360	11.85	1.19E-02	1.00E-05	1.1040	1104.0	2.3	26.7	2.73E-04	2.74E-04	1.18E-02	4.76E-06
390	11.88	1.19E-02	1.00E-05	1.1044	1104.4	2.7	26.8	3.21E-04	3.21E-04	1.19E-02	-8.31E-06
420	11.92	1.19E-02	1.00E-05	1.1047	1104.7	3.0	26.9	3.56E-04	3.57E-04	1.19E-02	-6.10E-07
450	11.95	1.20E-02	1.00E-05	1.1050	1105.0	3.3	27.0	3.92E-04	3.93E-04	1.20E-02	-2.91E-06
480	12	1.20E-02	1.00E-05	1.1054	1105.4	3.7	27.1	4.39E-04	4.40E-04	1.20E-02	4.03E-06
510	12.04	1.20E-02	1.00E-05	1.1058	1105.8	4.1	27.2	4.87E-04	4.88E-04	1.20E-02	9.60E-07
540	12.08	1.21E-02	1.00E-05	1.1061	1106.1	4.4	27.3	5.22E-04	5.24E-04	1.21E-02	8.66E-06
570	12.12	1.21E-02	1.00E-05	1.1065	1106.5	4.8	27.4	5.70E-04	5.71E-04	1.21E-02	5.59E-06
600	12.16	1.22E-02	1.00E-05	1.1069	1106.9	5.2	27.5	6.17E-04	6.19E-04	1.22E-02	2.53E-06
630	12.21	1.22E-02	1.00E-05	1.1074	1107.4	5.7	27.6	6.76E-04	6.78E-04	1.22E-02	-1.30E-06
660	12.25	1.23E-02	1.00E-05	1.1078	1107.8	6.1	27.7	7.24E-04	7.26E-04	1.23E-02	-4.37E-06
690	12.3	1.23E-02	1.00E-05	1.1082	1108.2	6.5	27.8	7.71E-04	7.74E-04	1.23E-02	2.56E-06
720	12.35	1.24E-02	1.00E-05	1.1086	1108.6	6.9	27.9	8.18E-04	8.21E-04	1.23E-02	9.50E-06
750	12.38	1.24E-02	1.00E-05	1.1090	1109.0	7.3	28.0	8.66E-04	8.69E-04	1.24E-02	-3.57E-06
780	12.43	1.24E-02	1.00E-05	1.1094	1109.4	7.7	28.1	9.13E-04	9.16E-04	1.24E-02	3.37E-06
810	12.47	1.25E-02	1.00E-05	1.1098	1109.8	8.1	28.2	9.60E-04	9.64E-04	1.25E-02	3.02E-07
840	12.51	1.25E-02	1.00E-05	1.1102	1110.2	8.5	28.3	1.01E-03	1.01E-03	1.25E-02	-2.76E-06
870	12.55	1.26E-02	1.00E-05	1.1105	1110.5	8.8	28.4	1.04E-03	1.05E-03	1.25E-02	4.94E-06
900	12.59	1.26E-02	1.00E-05	1.1109	1110.9	9.2	28.5	1.09E-03	1.09E-03	1.26E-02	1.87E-06
930	12.63	1.26E-02	1.00E-05	1.1113	1111.3	9.6	28.6	1.14E-03	1.14E-03	1.26E-02	-1.20E-06
960	12.67	1.27E-02	1.00E-05	1.1116	1111.6	9.9	28.7	1.17E-03	1.18E-03	1.27E-02	6.51E-06
990	12.71	1.27E-02	1.00E-05	1.1120	1112.0	10.3	28.8	1.22E-03	1.23E-03	1.27E-02	3.44E-06
1020	12.74	1.27E-02	1.00E-05	1.1123	1112.3	10.6	28.9	1.25E-03	1.26E-03	1.27E-02	1.14E-06
1050	12.79	1.28E-02	1.00E-05	1.1127	1112.7	11.0	29.0	1.30E-03	1.31E-03	1.28E-02	8.07E-06
1080	12.83	1.28E-02	1.00E-05	1.1131	1113.1	11.4	29.1	1.35E-03	1.36E-03	1.28E-02	5.01E-06
1110	12.87	1.29E-02	1.00E-05	1.1135	1113.5	11.8	29.2	1.40E-03	1.40E-03	1.29E-02	1.94E-06
1140	12.91	1.29E-02	1.00E-05	1.1139	1113.9	12.2	29.3	1.44E-03	1.45E-03	1.29E-02	-1.12E-06
1170	12.95	1.30E-02	1.00E-05	1.1143	1114.3	12.6	29.4	1.49E-03	1.50E-03	1.30E-02	-4.19E-06
1200	13	1.30E-02	1.00E-05	1.1147	1114.7	13.0	29.5	1.54E-03	1.55E-03	1.30E-02	2.75E-06
1230	13.03	1.30E-02	1.00E-05	1.1150	1115.0	13.3	29.6	1.57E-03	1.58E-03	1.30E-02	4.46E-07
1260	13.08	1.31E-02	1.00E-05	1.1154	1115.4	13.7	29.7	1.62E-03	1.63E-03	1.31E-02	7.38E-06
1290	13.12	1.31E-02	1.00E-05	1.1158	1115.8	14.1	29.8	1.67E-03	1.68E-03	1.31E-02	4.31E-06
1320	13.16	1.32E-02	1.00E-05	1.1162	1116.2	14.5	29.9	1.71E-03	1.73E-03	1.32E-02	1.25E-06
1350	13.2	1.32E-02	1.00E-05	1.1166	1116.6	14.9	30.0	1.76E-03	1.77E-03	1.32E-02	-1.82E-06
1380	13.24	1.32E-02	1.00E-05	1.1170	1117.0	15.3	30.1	1.81E-03	1.82E-03	1.32E-02	-4.88E-06
1410	13.27	1.33E-02	1.00E-05	1.1173	1117.3	15.6	30.2	1.84E-03	1.86E-03	1.33E-02	-7.18E-06
1440	13.3	1.33E-02	1.00E-05	1.1176	1117.6	15.9	30.3	1.88E-03	1.89E-03	1.33E-02	-9.48E-06
1470	13.34	1.33E-02	1.00E-05	1.1179	1117.9	16.2	30.3	1.91E-03	1.93E-03	1.33E-02	-1.78E-06
1500	13.38	1.34E-02	1.00E-05	1.1182	1118.2	16.5	30.4	1.95E-03	1.96E-03	1.34E-02	5.92E-06
1530	13.41	1.34E-02	1.00E-05	1.1185	1118.5	16.8	30.5	1.98E-03	2.00E-03	1.34E-02	3.62E-06
1560	13.44	1.34E-02	1.00E-05	1.1189	1118.9	17.2	30.6	2.03E-03	2.05E-03	1.34E-02	-9.45E-06
1590	13.49	1.35E-02	1.00E-05	1.1192	1119.2	17.5	30.7	2.06E-03	2.08E-03	1.35E-02	8.26E-06
1620	13.52	1.35E-02	1.00E-05	1.1196	1119.6	17.9	30.8	2.11E-03	2.13E-03	1.35E-02	-4.81E-06
1650	13.56	1.36E-02	1.00E-05	1.1200	1120.0	18.3	30.9	2.16E-03	2.18E-03	1.36E-02	-7.88E-06
1680	13.61	1.36E-02	1.00E-05	1.1204	1120.4	18.7	31.0	2.20E-03	2.23E-03	1.36E-02	-9.42E-07
1710	13.65	1.37E-02	1.00E-05	1.1208	1120.8	19.1	31.1	2.25E-03	2.27E-03	1.37E-02	-4.01E-06

Figura 7: Valores de t , ΔV e de $R_3(\theta)$ recolhidos com valores de θ correspondentes de acordo com a equação $\theta = 10^{-5}R_3(\theta)^2 + 0,2358R_3(\theta) - 245,77$. Determinação de ΔR_3 . Cálculo de ΔV a partir da equação 2 e 3. Ajuste e respetivos resíduos de ΔV .

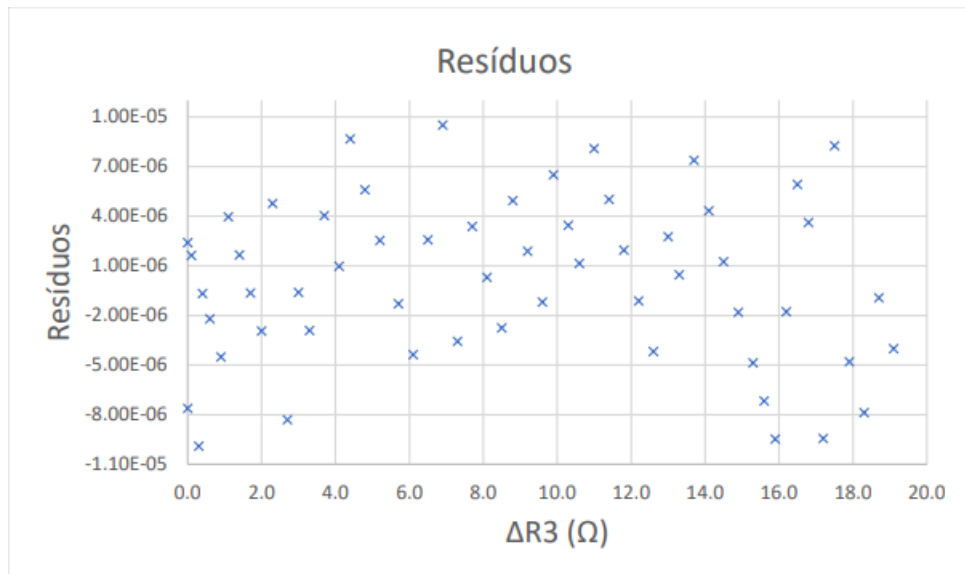


Figura 8: Resíduos da figura 5.

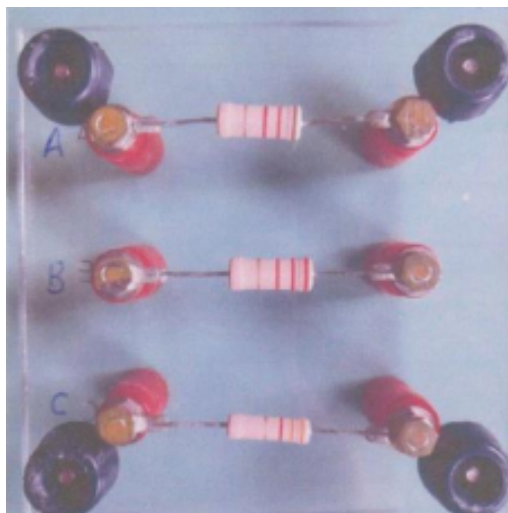


Figura 9: R_a , R_b e R_c pela respetiva ordem de cima para baixo.

Platinum resistance temperature sensors Pt100 (Pt1000)



Relation Temperature vs. Resistance According to IEC751 / ITS-90

°C ITS-90	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-200	18.52										
-190	22.83	22.40	21.97	21.54	21.11	20.68	20.25	19.82	19.38	18.95	18.52
-180	27.10	26.67	26.24	25.82	25.39	24.97	24.54	24.11	23.68	23.25	22.83
-170	31.34	30.91	30.49	30.07	29.64	29.22	28.80	28.37	27.95	27.52	27.10
-160	35.54	35.12	34.70	34.28	33.86	33.44	33.02	32.60	32.18	31.76	31.34
-150	39.72	39.31	38.89	38.47	38.05	37.64	37.22	36.80	36.38	35.96	35.54
-140	43.88	43.46	43.05	42.63	42.22	41.80	41.39	40.97	40.56	40.14	39.72
-130	48.00	47.59	47.18	46.77	46.36	45.94	45.53	45.12	44.70	44.29	43.88
-120	52.11	51.70	51.29	50.88	50.47	50.06	49.65	49.24	48.83	48.42	48.00
-110	56.19	55.79	55.38	54.97	54.56	54.15	53.75	53.34	52.93	52.52	52.11
-100	60.26	59.85	59.44	59.04	58.63	58.23	57.82	57.41	57.01	56.60	56.19
-90	64.30	63.90	63.49	63.09	62.68	62.28	61.88	61.47	61.07	60.66	60.26
-80	68.33	67.92	67.52	67.12	66.72	66.31	65.91	65.51	65.11	64.70	64.30
-70	72.33	71.93	71.53	71.13	70.73	70.33	69.93	69.53	69.13	68.73	68.33
-60	76.33	75.93	75.53	75.13	74.73	74.33	73.93	73.53	73.13	72.73	72.33
-50	80.31	79.91	79.51	79.11	78.72	78.32	77.92	77.52	77.12	76.73	76.33
-40	84.27	83.87	83.48	83.08	82.69	82.29	81.89	81.50	81.10	80.70	80.31
-30	88.22	87.83	87.43	87.04	86.64	86.25	85.85	85.46	85.06	84.67	84.27
-20	92.16	91.77	91.37	90.98	90.59	90.19	89.80	89.40	89.01	88.62	88.22
-10	96.09	95.69	95.30	94.91	94.52	94.12	93.73	93.34	92.95	92.55	92.16
0	100.00	99.61	99.22	98.83	98.44	98.04	97.65	97.26	96.87	96.48	96.09
10	103.90	104.29	104.68	105.07	105.46	105.85	106.24	106.63	107.02	107.40	107.79
20	107.79	108.18	108.57	108.96	109.35	109.73	110.12	110.51	110.90	111.29	111.67
30	111.67	112.06	112.45	112.83	113.22	113.61	114.00	114.38	114.77	115.15	115.54
40	115.54	115.93	116.31	116.70	117.08	117.47	117.86	118.24	118.63	119.01	119.40
50	119.40	119.78	120.17	120.55	120.94	121.32	121.71	122.09	122.47	122.86	123.24
60	123.24	123.63	124.01	124.39	124.78	125.16	125.54	125.93	126.31	126.69	127.08
70	127.08	127.46	127.84	128.22	128.61	128.99	129.37	129.75	130.13	130.52	130.90
80	130.90	131.28	131.66	132.04	132.42	132.80	133.18	133.57	133.95	134.33	134.71
90	134.71	135.09	135.47	135.85	136.23	136.61	136.99	137.37	137.75	138.13	138.51
100	138.51	138.88	139.26	139.64	140.02	140.40	140.78	141.16	141.54	141.91	142.29
110	142.29	142.67	143.05	143.43	143.80	144.18	144.56	144.94	145.31	145.69	146.07
120	146.07	146.44	146.82	147.20	147.57	147.95	148.33	148.70	149.08	149.46	149.83
130	149.83	150.21	150.58	150.96	151.33	151.71	152.08	152.46	152.83	153.21	153.58
140	153.58	153.96	154.33	154.71	155.08	155.46	155.83	156.20	156.58	156.95	157.33
150	157.33	157.70	158.07	158.45	158.82	159.19	159.56	159.94	160.31	160.68	161.05
160	161.05	161.43	161.80	162.17	162.54	162.91	163.29	163.66	164.03	164.40	164.77
170	164.77	165.14	165.51	165.89	166.26	166.63	167.00	167.37	167.74	168.11	168.48
180	168.48	168.85	169.22	169.59	169.96	170.33	170.70	171.07	171.43	171.80	172.17
190	172.17	172.54	172.91	173.28	173.65	174.02	174.38	174.75	175.12	175.49	175.86

Pt1000 = Pt100 x 10

Figura 10: Tabela de relação entre a temperatura e a resistência da platina.