

T4B Estudo do comportamento mecânico de um fio de aço sob tração

B

Katilde Marinho Valente

grupo 3

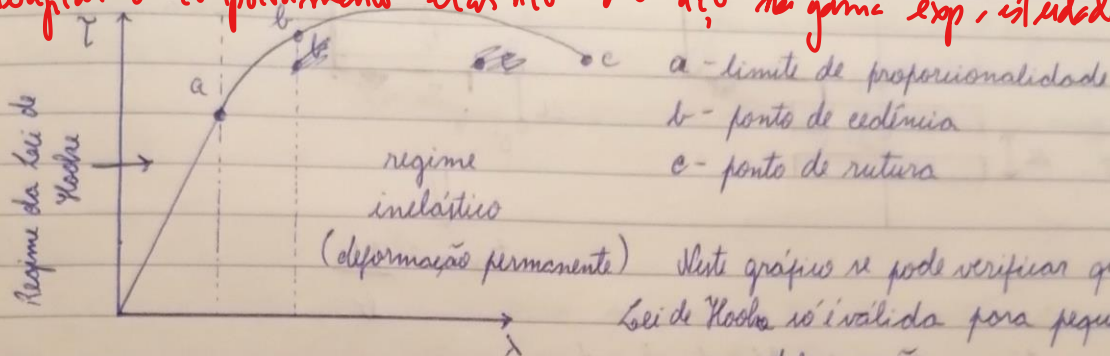
up.202108204

PL3

Preparação:

Objetivos: Verificar que um fio de aço sob tração obedece à lei (empírica) de Hooke, verificando experimentalmente o seu comportamento. Determinar o módulo de Young do fio de aço. Determinar o fator de ampliação da alavanca ótica.

verificar o comportamento elástico do aço na gama exp. estudada!



Neste gráfico se pode verificar que a Lei de Hooke só é válida para pequenas deformações.

$$\gamma = E \frac{\Delta L}{L_0} \quad \lambda = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\gamma = \frac{F}{S}$$

γ - tração

E - módulo de Young

λ - deformação

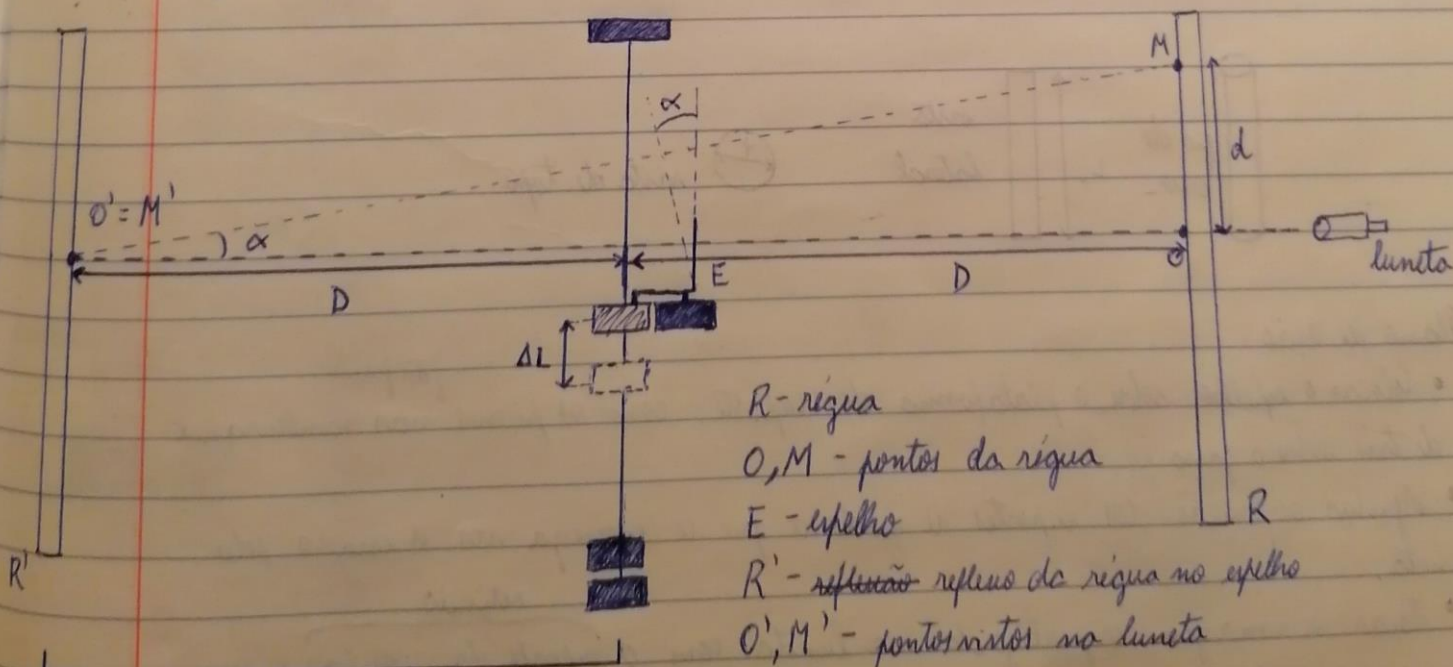
$\Delta L = L_{\text{final}} - L_0$ (variação do comprimento do fio)

L_0 - comprimento inicial do fio

F - força aplicada

S - área de secção reta do fio

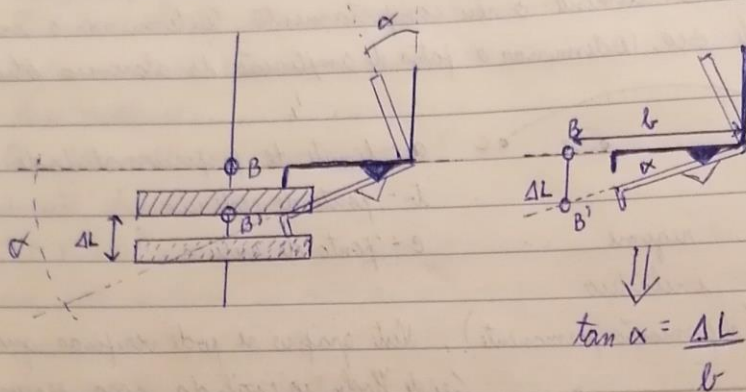
Esquema da alavanca ótica:



este lado representa aquilo que se vê no espelho

$\tan \alpha = \frac{d}{2D}$, mas os desvios angulares são pequenos, logo $\tan \alpha = \alpha$ (α em radianos), logo

$$\alpha = \frac{d}{2D}$$



$$\frac{\Delta L}{b} = \frac{d}{2D} \Leftrightarrow \Delta L = \frac{b}{2D} d$$

$\frac{2D}{b} \times \frac{d}{2D} = \text{Camp}$ → coeficiente de ampliação da balança ótica ($\gg 1$)

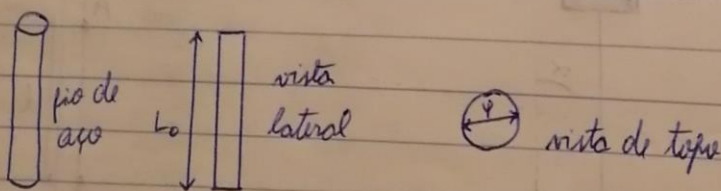
$$F = mg$$

$$S = \frac{\pi}{4} \varphi^2$$

$$m = \frac{E b \pi \varphi^2}{8 D L_0 g} d$$

O declive do gráfico $m(d)$ permite obter o módulo de Young, E

(φ é o diâmetro do fio)



Plano de ação:

- Colocar o espelho sobre a plataforma do suporte, com os pinos ^{da prente} nas ranhuras e os de trás sobre a gama.
- Ajustar a posição dos suportes de modo a que se consiga ver a escala pela luneta.
- Focar a imagem visualizada na luneta com o ^{retículo} suporte do ocular e com um parafuso lateral.

- Medir a distância D (esquema) com um fio de nylon e estimar o erro associado a essa medição. Medir L (esquema), com uma craveira, tendo marcado os limites da base do espelho numa folha.
- Medir L_0 com um fio de nylon (desde o ponto de suspensão do fio até à plataforma que suporta o espelho).
- Medir o diâmetro do fio, ϕ (craveira/micrómetro) em diferentes locais.
- Fazer a pesagem das massas.
- Iniciar o processo de carga com as massas, começando com uma de ~ 2 kg, seguida das de ~ 1 kg e completando com as restantes de ~ 2 kg.
- Registar os valores medidos numa tabela (e na folha de cálculo).
- Iniciar o processo de descarga, removendo, uma a uma, as cargas e registando os valores medidos.

Precauções e cuidados a tomar:

- Alinhar o cabo numa ranhura na parte de trás do espelho, de modo a que não haja contacto entre o cabo e o suporte.
- Marcar com um marcador o fio de nylon para o medir.
- Utilizar o candeeiro disponível para garantir que se vê bem os valores medidos mostrados na régua.
- Garantir que o fio se encontra na vertical, verificando se a base que suporta o peso está alinhada com o suporte.

Implementação do método e

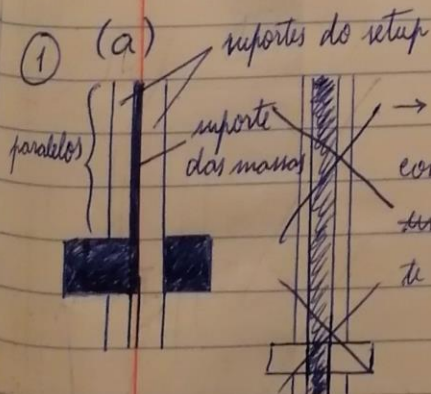
Execução experimental:

$$D = 428.50 - 170.00 = 258.50 \text{ cm} \quad \text{incerteza fita-métrica} : \pm 0.05 \text{ cm}$$

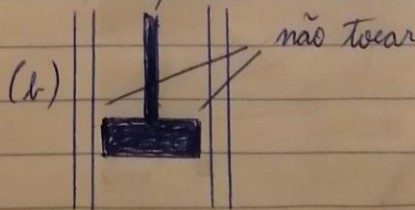
$$L_0 = 242.00 - 170.00 = 72.00 \text{ cm}$$

Esquema:

$$\phi = 0.81 \text{ mm} \quad \text{incerteza palmer} : \pm 0.01 \text{ mm}$$



→ ambas as partes verticais do suporte devem estar paralelas, tal como o fio de aço, se isto não ocorrer a força medida será errada e será incorreta, pois na verdade apenas uma componente dessa força atua no suporte.

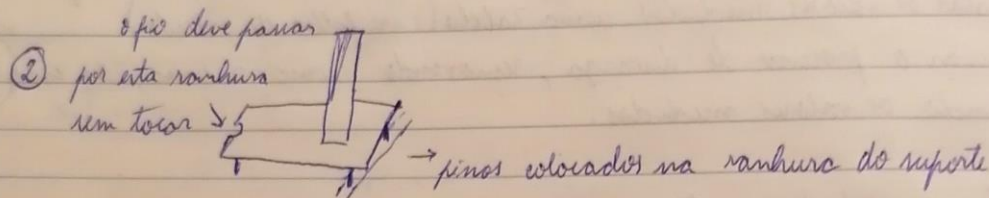


→ Notou-se antes do início da realização da experiência que o fio

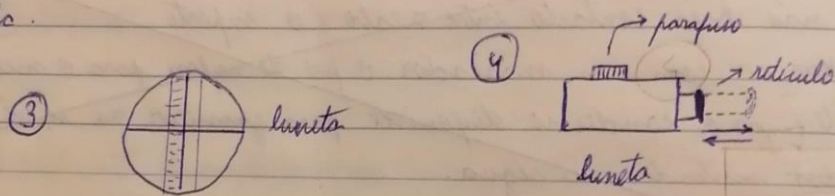
não é completamente reto.

→ Foi-se a luneta primeiro com o retículo reticulado e depois com o parafuso lateral.

→ Verificou-se que os pinos do espelho ~~se~~ estavam encaixados na ranhura do suporte e que o fio passava fto pela ranhura na parte de trás sem tocar.



→ Verificou-se que ~~o~~ o indicador da luneta se encontrava sobre ou próximo da escala.



Dados:

$B = 75,3 \text{ mm}$

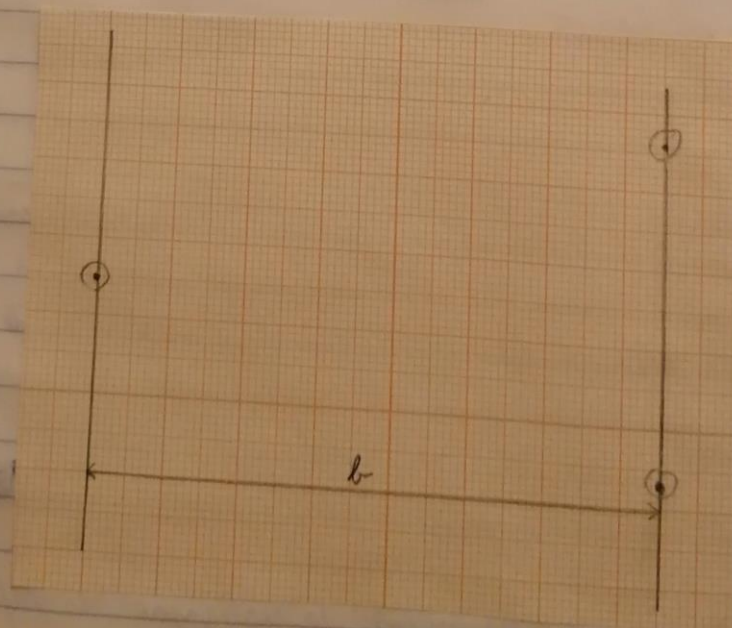
incerteza cravada: $\pm 0,1 \text{ mm}$

$\psi \pm 0,01/\text{mm}$
0,81
0,80
0,81
0,81
0,81
0,81

$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

$L_0 = (28,60 \pm 0,05) \text{ cm}$

Tabela 1



HLST
 \bar{n} pref 200 OK
 MB

Resultados:

Tabela 1 - massas colocadas no suporte:

Colocação	$m_{\text{pesos}} \pm 0,1/\text{g}$	Kg
1	2006,2	2,0062
2	1003,1	1,0031
3	997,1	0,9971
4	1001,9	1,0019
5	1001,4	1,0014
6	996,4	0,9964
7	999,6	0,9996
8	997,7	0,9977
9	1000,8	1,0008
10	996,2	0,9962

Tabela 2 - carga:

$m_{\text{carga}}/\text{Kg}$	$F_{\text{carga}}/\text{N}$	$L_{\text{ci}} \pm 0,01/\text{cm}$	$d_{\text{ci}} \pm 0,0001/\text{m}$	$u(m_{\text{carga}})$
2,0062	19,7	27,15	0,0145	0,0001
3,0093	29,5	26,70	0,0190	0,0002
4,0064	39,3	26,25	0,0235	0,0003
5,0083	49,1	25,70	0,0290	0,0004
6,0097	59,0	25,20	0,0340	0,0005
7,0061	68,7	24,70	0,0390	0,0006
8,0057	78,5	24,25	0,0435	0,0007
9,0034	88,3	23,85	0,0475	0,0008
10,0042	98,1	23,30	0,0530	0,0009
11,0004	107,9	22,80	0,0580	0,0010

Tabela 3 - Descarga:

$m_{\text{descarga}}/\text{kg}$	$F_{\text{descarga}}/\text{N}$	$L_{\text{di}} \pm 0,01/\text{cm}$	$d_{\text{di}} \pm 0,0001/\text{m}$	$u(m_{\text{descarga}})$
11,0004	107,9	22,80	0,0580	0,0010
10,0042	98,1	23,30	0,0530	0,0009
9,0034	88,3	23,70	0,0490	0,0008
8,0057	78,5	24,20	0,0440	0,0007
7,0061	68,7	24,70	0,0390	0,0006
6,0097	59,0	25,15	0,0345	0,0005
5,0083	49,1	25,65	0,0295	0,0004
4,0064	39,3	26,15	0,0245	0,0003
3,0093	29,5	26,65	0,0195	0,0002
2,0062	19,7	27,20	0,0140	0,0001
0,0000	0,0	28,60	0,0000	0,0000

Análise dos Resultados:

Gráfico massa - deformação (carga)

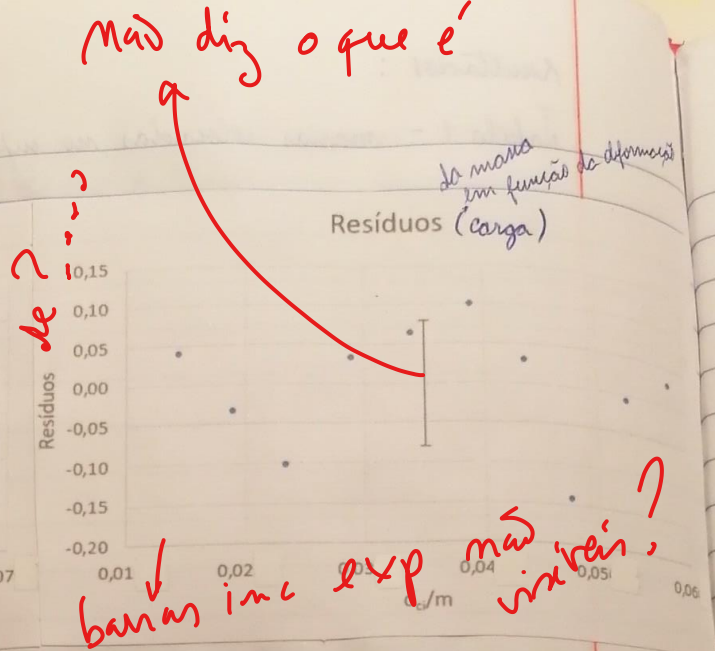
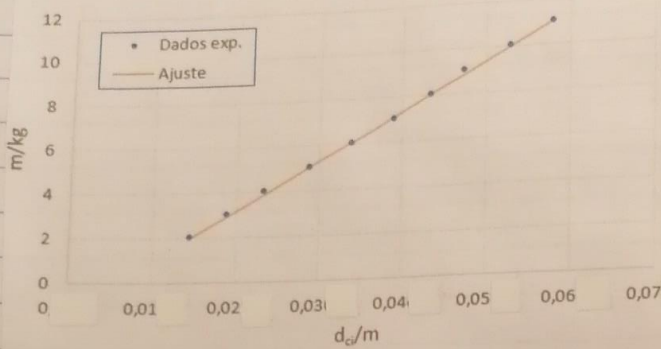


gráfico 1 - carga

Gráfico massa - deformação (descarga)

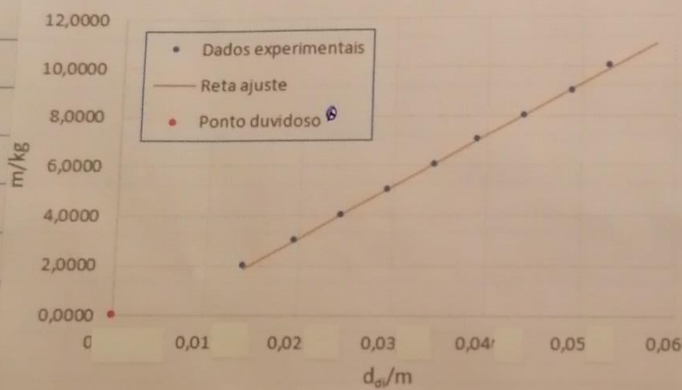


gráfico 2 - resíduos da (carga)

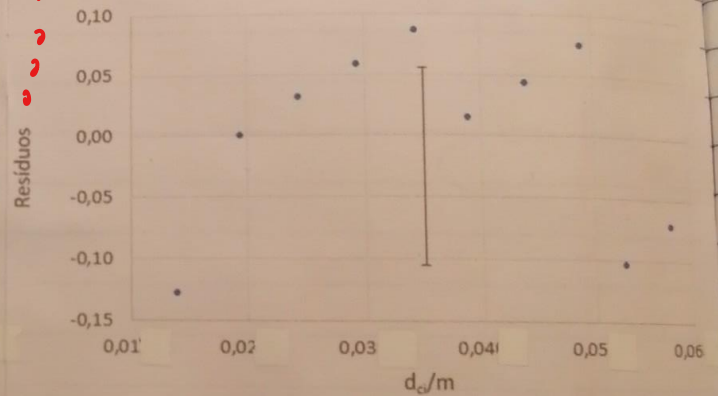
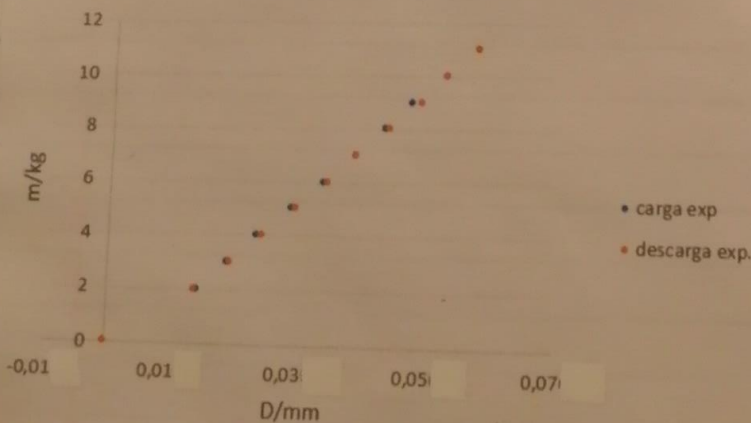


gráfico 3 - descarga

gráfico 4 - resíduos (descarga)

Carga / descarga



m	206	-0,95 γ
σ_m	2	0,07 σ_y
r^2	0,9994	0,08 σ_{yaj}

matriz de ajuste linear da carga (graf. 1)

m	206	-1,00 γ
σ_m	2	0,07 σ_y
r^2	0,9994	0,08 σ_{yaj}

matriz de ajuste linear da descarga (graf. 3)

gráfico 5 - carga / descarga

② não incluído no ajuste

μ (m) interessa em valor absoluto (\neq para as \neq m (d))

Através da tabela 2, é possível notar que se utilizou a incerteza da medição de cada massa como a incerteza da balança, logo (como era impossível colocar as massas na balança suportada (pois a balança não tinha capacidade para tal)) a incerteza das massas (coluna u (m carga) e u (m descarga nas tabelas 3 e 4, repetidamente) colocadas no suporte corresponde à soma das incertezas de cada massa colocada. As incertezas relativas das massas variam entre os $5 \times 10^{-3}\%$ e os $9 \times 10^{-3}\%$ e de d variam entre 0,27% e 0,7%, logo as escalas utilizadas nas medições foram adequadas.

Nos gráficos de carga (gráfico 1) e descarga (gráfico 2), é notória uma tendência claramente linear dos dados experimentais, que é justificada por um $r^2 = 0,9994$ em ambas as matrizes de ajuste linear.

Não se colocou barras de erro nos gráficos 1, 2, 3 e 4, pois não era possível sinalizá-las, contudo estas ^{estão} representadas nos gráficos dos resíduos (gráficos 2 e 4). O valor utilizado para erro foi 26g que é a incerteza num intervalo de confiança de 95%.

dig. 2, 3, 4
juntos
ao gráfico

No gráfico 3 verifica-se a existência de um ponto duvidoso, o ponto na origem, medido ~~no~~ depois de terem sido retiradas todas as massas do suporte. Isto deve-se ao facto de que o suporte tem ~~for~~ massa, to e é por isso que se coloca uma massa de 2 kg ~~originalmente~~ inicialmente.

Nos gráficos dos resíduos, a incerteza apresentada é 26g, pois as incertezas ~~barras de erro~~ geradas pelas incertezas das colunas u (m carga/descarga) ~~não~~ não ~~estão~~ não ~~estão~~ nos gráficos de resíduos. Os pontos em ambos os gráficos encontram-se dispersos à volta de zero dos 0,00 e parecem ter uma distribuição aleatória, o que é um bom indicador.

A partir do gráfico 5 pode-se comparar os dados obtidos para a carga e descarga que, idealmente, devem ser o mais próximos possível. Verifica-se, de facto, a sobreposição de alguns pontos da carga e descarga e a proximidade dos restantes. Esta proximidade dos dados é, também, verificada pelo valor de m obtido em ambas as matrizes de ajuste linear, que é igual.

$$e_{amp} = \frac{b}{2D} \quad b = (75,3 \pm 0,01) \text{ mm} \\ D = (258,50 \pm 0,05) \text{ cm} = (258,50 \pm 0,5) \text{ mm}$$

$$u^2(e_{amp}) = \left(\frac{1}{2D}\right)^2 u^2(b) + \left(\frac{-b}{2D^2}\right)^2 u^2(D) \Leftrightarrow u(e_{amp}) = 3 \times 10^{-6}$$

$$e_{amp} = (2,9130 \pm 0,0003) \times 10^{-2}$$

* a incerteza associada ao ajuste, dada por 26gaj, num intervalo de confiança de 95%.

quantificadas de
expon 4, 1, 2, 3, 4
log m (log d)

$$e_{\text{amp}} = \frac{2D}{b} \quad b = (75,3 \pm 0,1) \text{ mm} \quad D = (258,50 \pm 0,05) \text{ cm} = (2585,0 \pm 0,5) \text{ mm}$$

$$u^2(e_{\text{amp}}) = \left(\frac{2}{b}\right)^2 u^2(D) + \left(\frac{-2D}{b^2}\right)^2 u^2(b) \Leftrightarrow u(e_{\text{amp}}) = 0,09$$

$$e_{\text{amp}} = 68,66 \pm 0,09$$

$$m = \frac{E \pi y^2 d}{4 e_{\text{amp}} \log} \quad \text{(carga/descarga)}$$

$$\bar{y} = (0,81 \pm 0,01) \text{ mm} = (8,1 \pm 0,1) \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$L_0 = (72,00 \pm 0,05) \text{ cm} = (7,200 \pm 0,005) \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$g = (9,81 \pm 0,01) \text{ m s}^{-2}$$

$$m = \frac{E \pi y^2 d}{4 e_{\text{amp}} \log} \Leftrightarrow E = \frac{4 m e_{\text{amp}} \log}{\pi y^2}$$

$$u^2(E) = \left(\frac{4 e_{\text{amp}} \log}{\pi y^2}\right)^2 u^2(m) + \left(\frac{4 m \log}{\pi y^2}\right)^2 u^2(e_{\text{amp}}) + \left(\frac{4 m e_{\text{amp}} g}{\pi y^2}\right)^2 u^2(L_0) + \left(\frac{4 m e_{\text{amp}} L_0}{\pi y^2}\right)^2 u^2(g) + \left(\frac{-8 m e_{\text{amp}} \log}{\pi y^3}\right)^2 u^2(y)$$

Larga

Descarga

$u(m) = 25 \text{ m} \rightarrow$ incerteza num intervalo de confiança de 95%.

$u(m) = 26 \text{ m} \rightarrow$ incerteza num intervalo de confiança de 95%.

$$m = (206 \pm 4) \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-2} \log \text{ m}^{-1}$$

$$m = (206 \pm 4) \text{ N m}^{-2} \text{ s}^{-2} \log \text{ m}^{-1}$$

O módulo de Young, E , e a repetitiva incerteza terão o mesmo valor para a carga e para a descarga.

$$u(E) = 6 \times 10^9$$

$$E = (1,94 \pm 0,06) \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

incerteza relativa em percentagem
 $u(E)\% = 3\%$

Resultados finais:

Módulo de Young: $E = (1,94 \pm 0,06) \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ $u(E)\% = 3\%$

Obtido $\in [1,90; 2,00] \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ $2\% \leq \text{erro } (E)\% \leq 3\%$

A lei de Hooke verifica-se na gama estudada a menos de $\pm 4\%$, 3% , pois $\gamma = E \lambda$ e $u(\gamma)\% = 3\%$ e $u(E)\% = 3\%$

Fator de ampliação da alavanca: $e_{\text{amp}} = 68,66 \pm 0,09$

* No quantificador $\log m$ (decide ~)

% dif. $(E_1, E_2) = ?$ a menos de ...% inc. \rightarrow da comp. elástico

Conclusão ~~distinta~~:

Ok, mas
(*) pode-se concluir que, de facto, o fio de aço sob tração obedece à Lei (empírica) de Hooke, uma vez que a força aplicada é proporcional à deformação do fio^(*). Como esta proporcionalidade se manteve durante a realização da experiência, pode-se, também, concluir que o limite de proporcionalidade não foi ultrapassado e trabalhou-se sempre no regime da Lei de Hooke.

Além disso, o módulo de Young experimentalmente obtido foi $E = (1,94 \pm 0,06) \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$. Este valor encontra-se entre valores obtidos por outros grupos em anos anteriores, ~~por~~ no intervalo $[2,00 \text{ a } 1,90] \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$, assim, o valor obtido está dentro do esperado^(*), com incerteza relativa de 3% e erro relativo entre os 2% e os 3%. O fator de ampliação do alavanca ótica é $\text{emp} = \frac{63,66}{0,09}$
(*) a menos de $\pm 4 \pm 3\%$.

↓
carga? % inc?
descarga?

Comportamento elástico?