

Problemas na análise

70

Lei de aquecimento de Newton (água e parafina). Fusão da parafina.

Objetivos

- Verificação experimental da Lei de Newton que rege a variação da temperatura de um corpo em aquecimento na atmosfera (parafina e água).
- Determinação da temperatura de transição de fase líquido/sólido da parafina.
- Parametrização da experiência, trabalhando com o ajuste pelo método dos mínimos quadrados.
- Introdução à aquisição automática de dados.

Montagem

2 termômetros digitais ligados à interface com o computador, um para medir a temperatura ambiente e outro para medir a temperatura da água no interior do tubo de ensaio; um termopar ligado a um medidor digital de temperatura para medir a temperatura da parafina.

Procedimento 1 - Lei de Newton

- aquecimento simultâneo da água e parafina
- observar aquecimento da parafina → registar ocorrências
- temperatura máxima da água líquida atingida → retirar tubo de ensaio → colocar no banho térmico, o ar ambiente (registar temperatura)
- colocar bolha no tubo de ensaio com água (sonda termométrica com a ponta no interior da água)
- registar dados no "Logger Pro"
 - interruptor I/O → 1
 - cabo do termômetro da água conectado ao sensor de temperatura
 - abrir ficheiro, "temperaturas" → aulas, → data collection, escolher parâmetros em "mode" e "sampling"
 - tabela: coluna de esquerda - tempo; temperatura 1 - T de água; temperatura 2 - T ambiente do sensor
 - menu principal - "collect" - registar dados $\Theta(t)$ (aquecimento da água - 10s-10s) [erase latest - sim]
 - gravar dados: "stop" → "file → export data"

Procedimento 2 - Fusão - solidificação

- parafina fica transparente, T máxima atingida (proceder de forma análoga ao procedimento 1 → utilizar cronómetro, registo manual)

- transferir o suporte com o tubo de ensaio contendo parafina para local adequado, registrando o instante indicado no monitor do computador \rightarrow registar dados (tempo, temperatura) $\Delta t = 10\text{ s}$ até 45°C .

- parafina-hidrocárboneto - $\rho = 900\text{ kg/m}^3$; ponto de fusão $\theta_f = 330\text{ K}$

Abrimos...

aqueciam

• ~~Abri~~ sistema no computador \rightarrow enquanto água e parafina aquece, computador registre a temperatura para se saber quando retirar os tubos de ensaio

então não?

- água do galei deveria ter estado ao nível da parafina para aquecer toda a parafina, estava ligeiramente mais embaixo, esperar que *

• Dados de T da água (aquecimento) - obtidos automaticamente pelo programa "logger pro" (e do tempo, e de T ambiente)

• Dados de T da parafina (aquecimento) - registados no excel, utilizando o cronómetro do telemóvel

* temperatura estabilize, T da parafina = $100,6^\circ$ (inicial \rightarrow depois de aquecida)

• Demorei-me aproximadamente 1 minuto a retirar os tubos de ensaio e a colocá-los no sitio apropriado, e a partir daí retirei - x os valores de temperatura da parafina de 10 em 10 segundos.

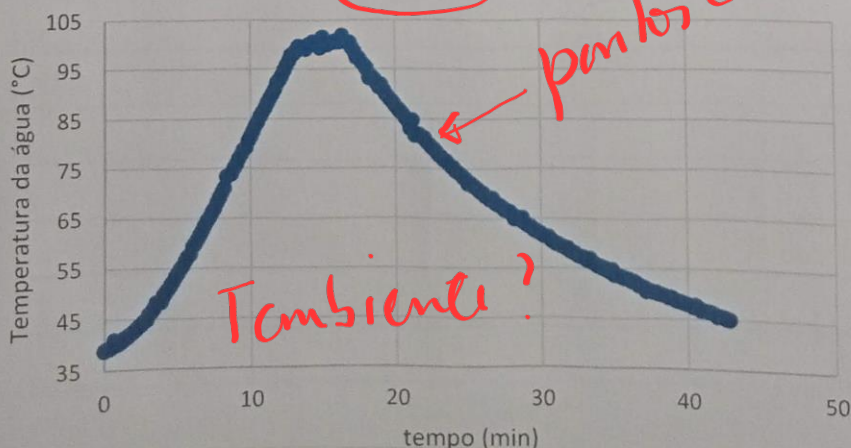
$43,5^\circ$ (25:29 - no cronómetro). - temperatura final retirada da parafina

[Temperatura 1 - T da água, Temperatura 2 - T ambiente]

Gráfico

Análise e tratamento de dados

Pontos



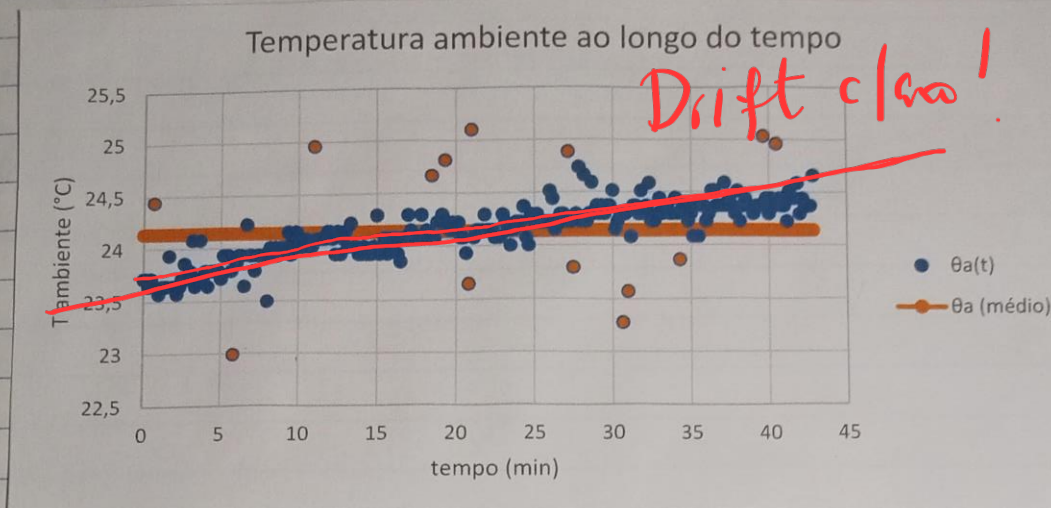
mal escolhido

pontos demasiado grande

T ambiente?

Gráfico com a temperatura da água em função do tempo.

• Temperatura ambiente



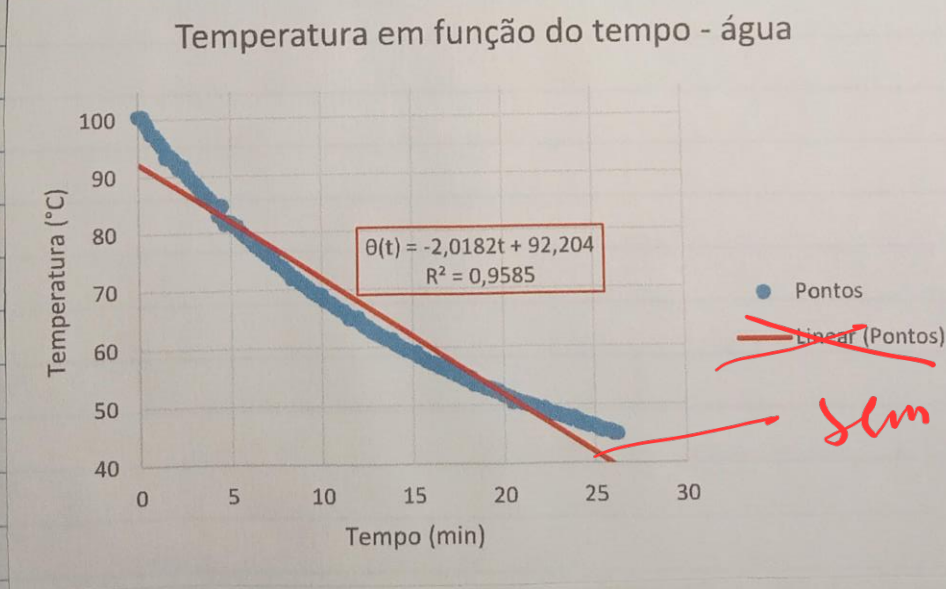
- Os pontos a lacanja são pontos "duvidosos" pelo que não foram considerados para a média da temperatura ambiente (θ_a), uma vez que estão um pouco mais distantes em relação à maioria dos pontos (num dado intervalo de tempo) | θ_a com todos os pontos = $24,152^\circ\text{C}$

$\theta_a = (24,144 \pm 0,041)^\circ\text{C}$

(a incerteza utilizada foi o maior valor absoluto da diferença entre a temperatura ambiente lida e a temperatura média; $u = s/\sqrt{n}$)

Não é isso que indicam. Porque não calcula desvio padrão?

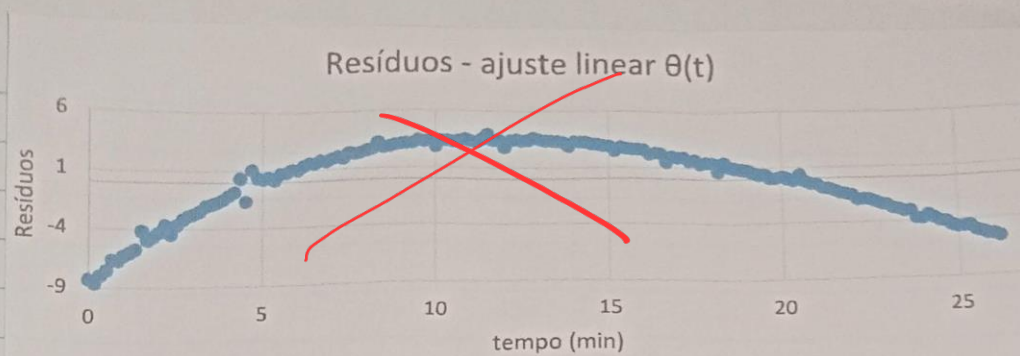
• Água



Ajuste linear:

| | | | |
|--------|---------|---------|--------|
| m | -2,0182 | 92,2039 | b |
| $u(m)$ | 0,0336 | 0,5089 | $u(b)$ |
| r^2 | 0,9585 | 3,2133 | $u(y)$ |

Nota: como o arrefecimento da água começou aos 16,67 min dos valores obtidos com o loggerPro, utilizou-se para a escala do tempo, como tempo inicial $t = 0$ min, já que a partir desse instante é que os dados serão objeto de análise.



É de notar que um ajuste polinomial (de 2º grau) seria mais indicado para o conjunto de pontos que se tem.

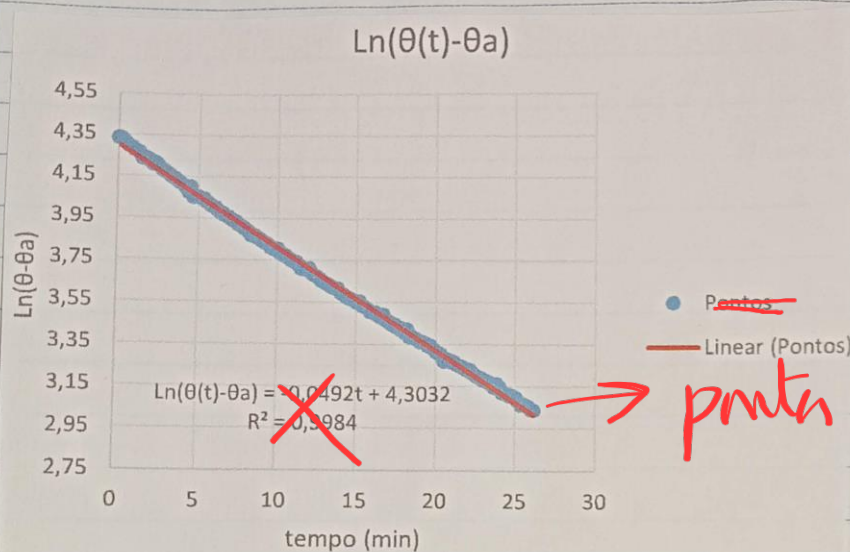
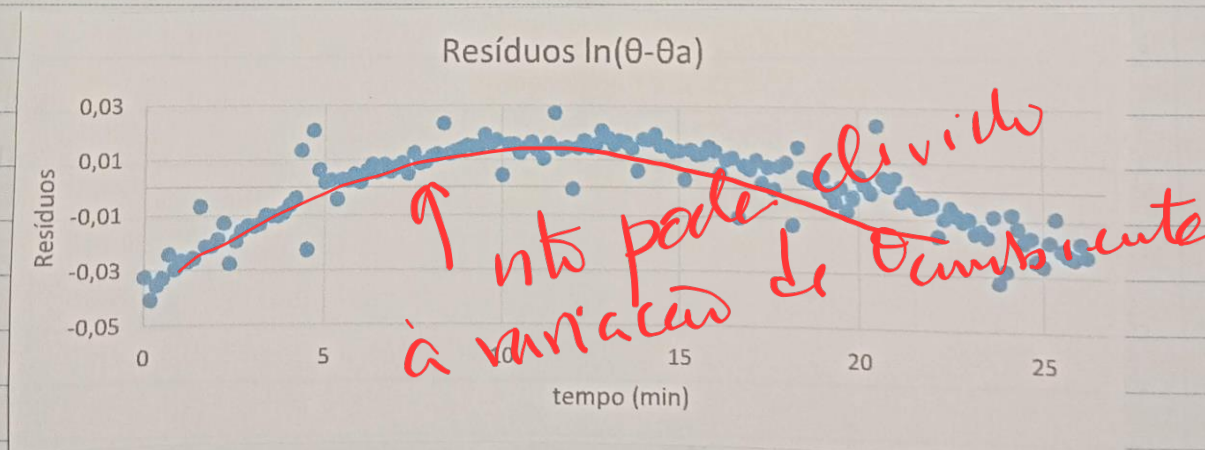


Tabela Ajuste Linear

| | | | |
|----------------|----------------------|----------------------|--------|
| m | -0,0492 | 4,3032 | b |
| u(m) | $1,6 \times 10^{-4}$ | $2,4 \times 10^{-3}$ | cel(b) |
| r ² | 0,9984 | 0,0152 | cel(y) |

pontos demasiado grandes



- Neste caso também considere o tempo inicial de aquecimento, $t = 0$ min (tendo em conta que os valores das abscissas influenciam a ordenada na origem da reta de ajuste).

Equação a analisar: $\ln(\theta(t) - \theta_a) = \ln(\theta_i - \theta_a) - \frac{1}{\tau} t$ → declive
 → θ_i : temperatura inicial do sistema ($\theta_i \text{ água} = (100,510 \pm 0,001)^\circ\text{C}$)
 → τ : tempo de relaxação térmica do sistema.

• tempo de relaxação térmica (τ)

$$m = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{1}{m} \Rightarrow \tau = \frac{1}{-0,0492} \approx 20,325 \text{ min}$$

$$u(\tau) = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau}{\partial m}\right)^2} u^2(m) = \frac{\partial \tau}{\partial m} u(m) = \frac{1}{m^2} u(m)$$

$$u(\tau) = \frac{1}{(0,0492)^2} (1,6 \times 10^{-4}) \approx 0,066 \text{ min}$$

$$\tau = (20,32 \pm 0,066) \text{ min}$$

$$20,32 \pm 0,07$$

• $\theta_i - \theta_a$

$$\ln(\theta_i - \theta_a) = b \Rightarrow \ln(\theta_i - \theta_a) = 4,3032 \Rightarrow \theta_i - \theta_a = 73,936^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \theta_i = 73,936 + 24,144 = 98,080^\circ \text{C}$$

$$u(\theta_i - \theta_a) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\theta_i - \theta_a)}{\partial b}\right)^2} u^2(b) = \frac{\partial(\theta_i - \theta_a)}{\partial b} u(b) = e^b u(b)$$

$$u(\theta_i - \theta_a) = e^{4,3032} \times (2,4 \times 10^{-3}) = 0,177^\circ \text{C}$$

$$\theta_i - \theta_a = (73,936 \pm 0,177)^\circ \text{C}$$

→ tendo em conta que θ_i (verdadeiro) = $100,510^\circ \text{C}$

$$\epsilon_r(\%) = \frac{|100,510 - 98,080|}{100,510} \times 100 \approx 2,43\%$$

• Como o erro relativo é baixo, isto indica que o ajuste linear permitiu obter valores aproximados ao valor real

Esta análise não tem Substância A Tímida tem medicação direta em de: 1. do ajuste e sem sentido

• Reprodutibilidade / Repetibilidade da experiência

Pediu-se à colega Tónica Ribeiro, da PL1 o valor que obteve para o tempo de relaxação térmica para comparar com o obtido.

$$\tau(\text{colega}) = (26,33 \pm 0,12) \text{ min}$$

A diferença entre o valor que obtivemos em comparação com o da minha colega é aproximadamente de 6 minutos, que ainda é uma diferença considerável. Os fatores que explicam esta diferença significativa serão as condições em que se realizou a atividade, dias diferentes, por pessoas diferentes. No entanto, não é possível tirar conclusões à cerca dos valores obtidos uma vez que nenhum dos grupos mediu a massa da água.

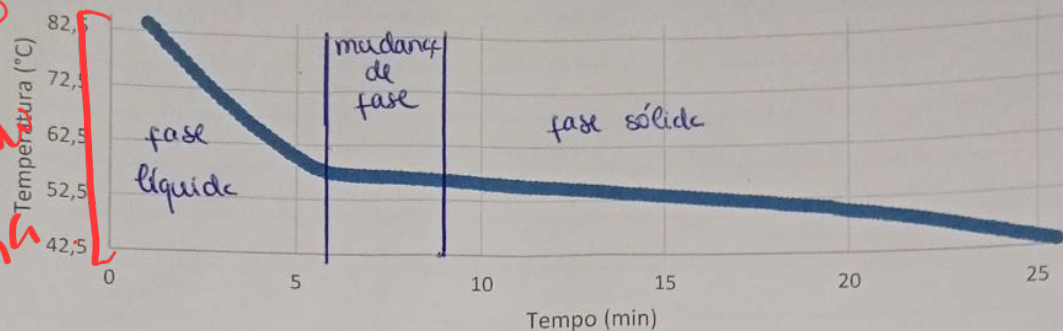
• Parafina

(Não controlaram a massa da água!)

- nota: os valores da temperatura, no processo de aquecimento, da parafina, foram retirados um pouco mais tarde (cerca de 1 minuto) devido ao facto de se movimentar os tubos de ensaio para bancadas distintas.

dimensão
demasiada
pequena

Temperatura em função do tempo - parafina



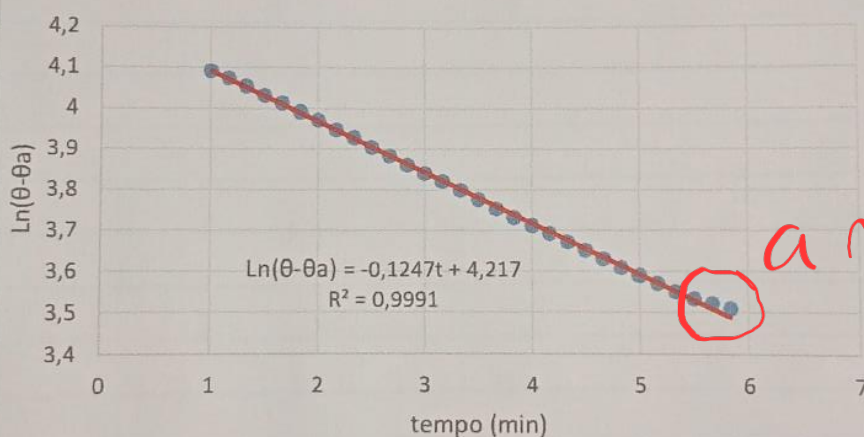
considereei a mudança de fase no intervalo de tempo $\Delta t = [6,00 ; 8,67]$ min, no qual a variação da temperatura de 10 em 10 segundos não variava tão recorrentemente

↳ alguns valores de θ mantinham-se constantes em $\Delta t > 10s$

a variação não varia?

• fase líquida da parafina

Fase líquida



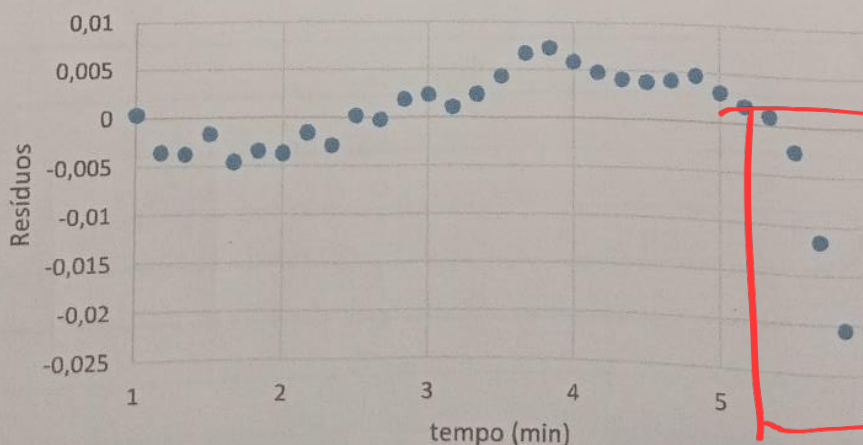
Δt considerado
[1; 5,83] min

a man

Matriz Ajuste Linear

| | | | |
|--------|-----------------------|-----------------------|--------|
| m | -0,1247 | 4,2170 | b |
| $u(m)$ | $7,25 \times 10^{-4}$ | $2,69 \times 10^{-3}$ | $u(b)$ |
| R^2 | 0,9991 | $5,73 \times 10^{-3}$ | $u(y)$ |

Resíduos - fase líquida



Tal como se fez para a água, vai-se determinar τ e $\theta_i - \theta_a$ para a fase líquida da parafina. ($\theta_i = 100,6^\circ\text{C}$)

• tempo de relaxação térmica - τ

$$\tau = -\frac{1}{-0,1247} = 8,019 \text{ min}$$

$$u(\tau) = \frac{1}{m^2} u(m) = \frac{1}{0,1247^2} \times (7,25 \times 10^{-4}) = 0,047 \text{ min}$$

$$\tau = (8,019 \pm 0,047) \text{ min}$$

• $\theta_i - \theta_a$

$$\ln(\theta_i - \theta_a) = b \rightarrow \ln(\theta_i - \theta_a) = 4,217 \rightarrow \theta_i - \theta_a = 67,830^\circ\text{C}$$

$$\rightarrow \theta_i - \theta_a = 67,830 \rightarrow \theta_i = 91,974^\circ\text{C} \approx 92,0^\circ\text{C}$$

$$u(\theta_i - \theta_a) = e^b u(b) = e^{4,217} \times 2,69 \times 10^{-3} \approx 0,183^\circ\text{C}$$

$$\theta_i - \theta_a = (67,83 \pm 0,18)^\circ\text{C}$$

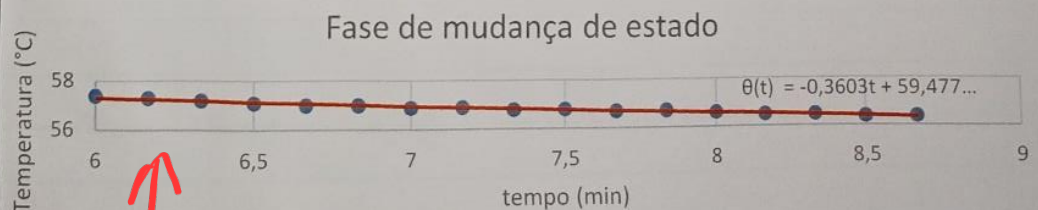
$$\rightarrow \theta_i (\text{verdadeiro}) = 100,6^\circ\text{C}$$

$$e(\%) = \frac{100,6 - 92,0}{100,6} \times 100 \approx 8,55\%$$

• Mudança de fase

Para os valores da temperatura a considerar para a mudança de fase da parafina foram selecionados os valores no Δt com menor $\Delta\theta$, para além disso foi levado em conta que a temperatura de fusão da parafina varia entre 50°C e 57°C . Tendo em conta estas ideias, estes foram os pontos escolhidos para determinar o ponto de fusão de parafina:

| t (min) | T_parafina($^\circ\text{C}$) |
|----------|--------------------------------|
| 6 | 57,4 |
| 6,166667 | 57,3 |
| 6,333333 | 57,2 |
| 6,5 | 57,1 |
| 6,666667 | 57 |
| 6,833333 | 57 |
| 7 | 56,9 |
| 7,166667 | 56,9 |
| 7,333333 | 56,8 |
| 7,5 | 56,8 |
| 7,666667 | 56,7 |
| 7,833333 | 56,7 |
| 8 | 56,6 |
| 8,166667 | 56,5 |
| 8,333333 | 56,5 |
| 8,5 | 56,4 |
| 8,666667 | 56,4 |



este
gráfico
não tem
sentido
com esta
dimensão).

Matriz de Ajuste Linear

| | | | |
|--------|-----------|-----------|--------|
| m | $-0,3603$ | $59,4775$ | b |
| $u(m)$ | $0,0127$ | $0,0941$ | $u(b)$ |
| e^2 | $0,9816$ | $0,0429$ | $u(y)$ |

Pela equação faz-se uma média aritmética dos valores de temperatura para os valores de tempo mínimo e máximo do intervalo considerado

$$\theta(6,00) = 57,32^{\circ}\text{C}$$

$$\theta(8,67) = 56,35^{\circ}\text{C}$$

média de 2 valores? apênas?

$$\theta_f = \frac{57,32 + 56,35}{2} = 56,84^{\circ}\text{C}$$

$$u(\theta_f) = \frac{(S)}{\sqrt{n}} \text{ desvio padrão } u(\theta_f) = \frac{0,56}{\sqrt{2}} = 0,40$$

$$\theta_f = (56,84 \pm 0,40)^{\circ}\text{C}$$

$$u\% = \frac{0,40}{56,84} \times 100 = 0,70\%$$

$$\theta_f = (56,84 \pm 0,70\%)^{\circ}\text{C}$$

ou fazer média de todas as temperaturas consideradas nesse intervalo (\bar{x})

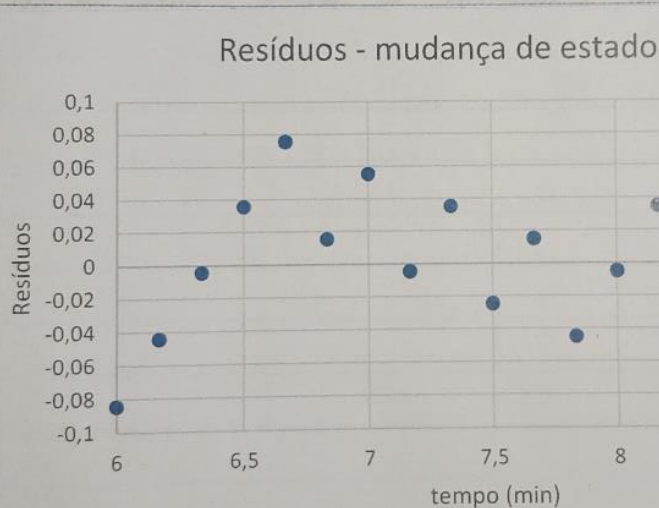
$$\bar{x} = 56,84^{\circ}\text{C}$$

$$u(\theta_f) = \frac{0,56}{\sqrt{17}} = 0,14$$

$$u\%(\theta_f) = \frac{0,14}{56,84} \times 100 = 0,25\%$$

$$\theta_f = (56,84 \pm 0,14)^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_f = (56,84 \pm 0,25\%)^{\circ}\text{C}$$



*Efeito da digitalização
Barra de erro de 0,1*

Considerando que a temperatura de fusão da parafina é de 330 K (como está indicado no protocolo) = $56,85^{\circ}\text{C}$, o valor obtido é próximo ao valor experimental dado, no entanto a temperatura de fusão de parafina varia entre 50°C e 57°C , ou seja o valor que se obteve pertence a este intervalo. Pois o valor de temperatura de fusão varia conforme as condições em que se realiza as atividades. Fatores que podem variar o valor obtido são o facto de a parafina não ser pura, e no nosso caso não houve o cuidado de colocar mais água no góbelé para ficar ao mesmo nível da parafina. Também podia ainda se ter um pouco de parafina sólida na solução. Estas razões também serve para explicar

o porquê de a temperatura na mudança de fase não ser exatamente constante.

Conclusão

A lei de resfriamento de Newton indica que a taxa de perda de calor de um corpo é proporcional à diferença entre as temperaturas do corpo e do meio. [expressão linearizada: $\ln(\theta(t) - \theta_a) = -\frac{1}{\tau}t + \ln(\theta_i - \theta_a)$]

Foi possível verificar que essa relação acontece. No caso da água, obteve-se um tempo de relaxação térmica de 20,325 min ($\pm 0,066$ min) e uma temperatura inicial do sistema (pela expressão) próximo do valor registrado pelo computador, em que $\theta_i - \theta_a = (73,936 \pm 0,177)^\circ\text{C} \Rightarrow \theta_i = 98,08^\circ\text{C}$.

A temperatura ambiente registrada variou ao longo do tempo, contudo considerou-se constante, uma vez que a variação era aproximadamente de $\pm 1^\circ\text{C}$. Esta variação deve-se ao facto de que ao longo da atividade a sala ficou mais quente.

No caso da parafina, também se fez o estudo da lei de resfriamento, obtendo-se $\tau = (8,019 \pm 0,047)$ min e $\theta_i - \theta_a = (67,53 \pm 0,18)^\circ\text{C}$, resultado de θ_i próximo do registrado pelo termómetro (apenas na fase líquida da parafina). Após o processo de resfriamento da parafina ter começado, quando atingiu uma certa temperatura ($\theta = 57,4^\circ\text{C}$) começou a estabilizar havendo assim uma baixa variação de temperatura. Com o intervalo que considerei para o estudo do ponto de fusão de parafina obtive $\theta_f = (56,84 \pm 0,14)^\circ\text{C}$ ($\pm 0,25\%$) que está dentro do intervalo esperado para a temperatura de fusão de parafina $\rightarrow 50^\circ\text{C} - 57^\circ\text{C}$.