

25/03/2022

Trabalho 1A

PL6, Grupo B

- Estudo da refração da luz

Salome Gomes

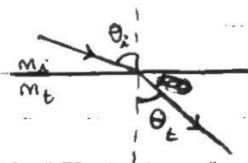
Objetivos

- Estudar as leis de refração da luz, utilizadas para determinar o índice de refração de um bloco de acrílico e o ângulo de reflexão total na interface acrílico-ar.
- Estudar a propagação de incertezas em funções trigonométricas.

Teoria

Lei de Snell-Descartes:

$$n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$$



- $n_i > n_t \Rightarrow \theta_i < \theta_t$ neste caso, há um ângulo (ângulo crítico) para o qual o raio refratado sai paralelo à superfície; para $\theta_i > \theta_c$, passa a ocorrer reflexão total.

$$n_i < n_t \Rightarrow \theta_i > \theta_t$$

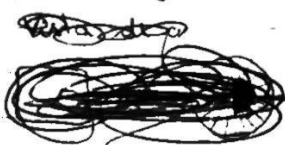
Montagens

Com

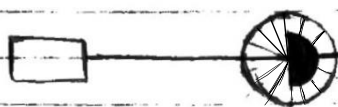
- Material
- fonte de luz com seletor de fendas incluído
 - mesa com disco graduado
 - bloco semi-circular em acrílico
 - banco de ótica

Montagens experimentais:

- Vamos realizar 2 montagens semelhantes, sendo a única diferença o posicionamento do bloco de acrílico. Em ambos os casos, montamos a fonte de luz e a mesa com disco graduado no banco de ótica, posicionando o bloco semi-circular de acrílico sobre a mesa.
- Na montagem 1, a face plana do bloco fica virada para a fonte de luz, enquanto na montagem 2, é a face curva.



Montagem 1



Montagem 2



Procedimento

- Ligar a ~~fonte~~ fonte de luz e ajustar o seletor de fendas para ter apenas 1 feixe.
- ~~Posicionar o bloco de acrílico sobre a mesa de forma a que o feixe passe pelo centro do eixo.~~ Ajustar a posição da mesa de forma a que o feixe passe pelo centro do eixo.
- posicionar o bloco com a face plana sobre um dos diâmetros da forma a ficar perpendicular ao feixe e de forma a que $\theta_i = \theta_r = 0^\circ$.
- ~~rodar a mesa, registando θ_i para diferentes θ_r .~~ rodar a mesa, registando θ_i para diferentes θ_r .
- ~~Estabelecer uma tabela 1 (montagem 1) e na tabela 2 (montagem 2).~~ Estabelecer uma tabela 1 (montagem 1) e na tabela 2 (montagem 2).
- Este procedimento deve ser repetido para ambas as montagens; para a 2ª montagem, a partir de determinado θ_i (ângulo crítico - θ_c), deixará de ~~ocorrer refração; imediatamente~~ ocorrer refração; ~~imediatamente~~ para θ_i ligeiramente ~~menor~~ $< \theta_c$, uma parte da luz será refletida e ~~outra parte~~ outra parte refletida, devido aos diferentes comprimentos de onda da luz visível.

Registo em aula

Feixe branco Montagem 1 ~~(Montagem 1)~~

Montagem 2 ~~(Montagem 2)~~

$\theta_i (^\circ)$	$\theta_r (^\circ)$
$\pm 0,5$	0,0
$10,0$	$7,5 \pm 0,5$
$20,0$	$14,3 \pm 0,5$
$30,0$	$20,5 \pm 0,5$
$40,0$	$26,5 \pm 0,5$
$50,0$	$32,0 \pm 0,5$
$60,0$	$36,5 \pm 0,5$
$70,0$	$40,0 \pm 0,5$
$80,0$	$42,5 \pm 1,5^*$
$90,0$	$90,0 \pm 0,5$

$\theta_i (^\circ)$	$\theta_r (^\circ)$
$\pm 0,5$	0,0
$10,0$	$14,5 \pm 0,5$
$20,0$	$30,0 \pm 0,5$
$30,0$	$47,5 \pm 0,5$
$40,0$	$71,0 \pm 1,0^*$
$50,0$	$22,5 \pm 0,5$
$25,0$	$38,5 \pm 0,5$
$0,0$	$0,0$
$35,0$	$58,0 \pm 1,0^*$

$\theta_c = (42,5 \pm 0,5)^\circ$

→ medido com montagem 2

foi colocado um pequeno pedaço de papel por baixo do bloco de acrílico para tapar o buraco no centro da mesa e facilitar a colocação do sensor



Desafio → repetir o procedimento anterior para comprimentos de onda fixos.

Feixe vermelho

Montagem 1

$\theta_i (^\circ)$	$\theta_t (^\circ)$
$\pm 0,5$	
10,0	$7,5 \pm 0,5$
20,0	$14,0 \pm 0,5$
30,0	$20,5 \pm 0,5$
40,0	$26,5 \pm 0,5$
50,0	$31,5 \pm 0,5$
60,0	$36,5 \pm 0,5$
65,0	$37,5 \pm 1,0^*$
70,0	38,0 $39,0 \pm 2,0^*$
75,0	$40,5 \pm 1,5^*$
80,0	$41,5 \pm 1,5^*$
85,0	$42,0 \pm 2,0^*$

Montagem 2

$\theta_i (^\circ)$	$\theta_t (^\circ)$
$\pm 0,5$	
5,0	$8,0 \pm 0,5$
10,0	$15,0 \pm 0,5$
15,0	$23,5 \pm 0,5$
20,0	$31,5 \pm 0,5$
25,0	$39,5 \pm 0,5$
30,0	$49,0 \pm 0,5$
35,0	$60,0 \pm 1,0^*$
40,0	$73,0 \pm 1,0^*$

Feixe azul

Montagem 1

$\theta_i (^\circ)$	$\theta_t (^\circ)$
$\pm 0,5$	
10,0	$6,5 \pm 0,5$
20,0	$13,0 \pm 0,5$
30,0	$19,5 \pm 0,5$
40,0	$24,5 \pm 0,5$
50,0	$30,5 \pm 0,5$
60,0	$35,0 \pm 1,0^*$
65,0	$37,0 \pm 1,0^*$
70,0	$39,0 \pm 1,0^*$
75,0	$40,0 \pm 1,0^*$
80,0	$41,0 \pm 1,0^*$
85,0	$41,5 \pm 1,5^*$

Montagem 2

$\theta_i (^\circ)$	$\theta_t (^\circ)$
$\pm 0,5$	
5,0	$10,0 \pm 0,5$
10,0	$11,5 \pm 0,5$
15,0	$24,5 \pm 0,5$
20,0	$32,5 \pm 0,5$
25,0	$40,5 \pm 0,5$
30,0	$50,0 \pm 1,0^*$
35,0	$60,0 \pm 1,0^*$

* valores obtidos pela ~~semi-soma~~ semi-soma do intervalo em que se encontram, incertezas obtidas pela sua semi-diferença

Análise de dados

~~Com os registros das tabelas anteriores, podemos calcular $\sin(\theta_i)$, $\sin(\theta_r)$ e as respectivas inversas~~



Com os registros das tabelas anteriores, ^{calculamos} ~~calculamos~~, para cada valor, $\sin(\theta_i)$ e $\sin(\theta_r)$, construindo, para cada conjunto de dados, o gráfico de $\sin(\theta_i)$ em função de $\sin(\theta_r)$. ~~Em seguida, calculamos as respectivas~~ ~~gráficos~~ (gráficos 1, 3, 5, 7, 9, 11). Em seguida, calculamos ~~os~~ ^{os} parâmetros ~~da~~ ^{da} reta de ajuste, representada nos referidos gráficos (tabelas 2, 4, 6, 8, 10, 12).

~~Para~~ $\sin(\theta_i) = \frac{m_i}{m_r} \sin(\theta_r) \Rightarrow m = \frac{m_i}{m_r}$

No caso da montagem 1, ~~o~~ o meio ~~de~~ inicial é o ~~ar~~ ar, enquanto que o meio final é o acrílico, pelo que $m_i = m_{ar}$ e $m_r = m_{acrílico}$; no caso da montagem 2, ~~o~~ acontece o contrário, $m_i = m_{acrílico}$ e $m_r = m_{ar}$.

Logo, na montagem 1, $\frac{m_{acrílico}}{m_{ar}} = \frac{1}{m}$ e, na montagem 2, $\frac{m_{acrílico}}{m_{ar}} = 1$

Utilizando os parâmetros de ajuste, ~~os~~ calculamos ainda os valores teóricos de $\sin(\theta_i)$ e, através da diferença entre os valores experimentais e os teóricos, obtemos os resíduos, representados nos gráficos de resíduos (gráficos 2, 4, 6, 8, 10 e 12)

~~Nota: foi excluída, para a primeira montagem, a última medição ($\theta_i = \theta_r = (90,0 \pm 0,5)^\circ$), que corresponde a uma incidência tangente à superfície de contacto~~
Como $m_{ar} = 1,00$, $m_{acrílico} = \frac{m_{acrílico}}{m_{ar}}$

Tendo como valor de referência para o índice de refração do acrílico 1,49, ~~podemos calcular ainda o~~ ~~valor~~ calculamos também o percentual do valor obtido para cada montagem

Feixe branco

Montagem 1

$\theta_i(^{\circ}) \pm 0.5$	$\theta_t(^{\circ})$	$u(\theta_t)$	$\text{sen}(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_t)$	Ajuste $\text{sen}(\theta_t)$	Resíduos
10.0	7.5	0.5	0.174	0.131	0.132	-0.002
20.0	14.3	0.5	0.342	0.247	0.245	0.002
30.0	20.5	0.5	0.500	0.350	0.351	0.000
40.0	26.5	0.5	0.643	0.446	0.446	0.000
50.0	32.0	0.5	0.766	0.530	0.528	0.001
60.0	36.5	0.5	0.866	0.595	0.595	-0.001
70.0	40.0	0.5	0.940	0.643	0.645	-0.002
80.0	42.5	1.5	0.985	0.676	0.675	0.001

Tabela 1

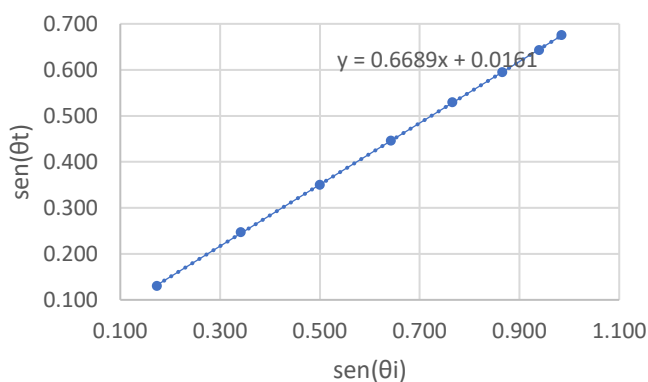


Gráfico 1

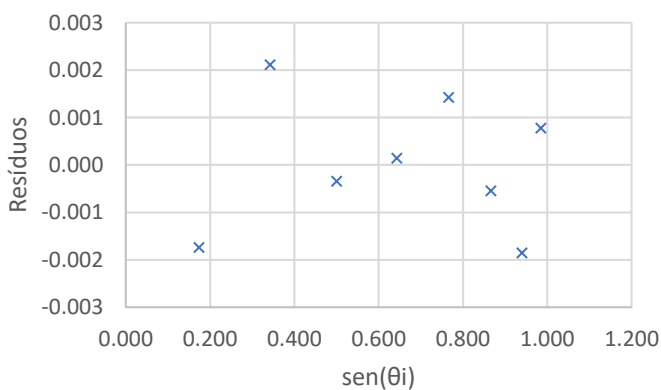


Gráfico 2

Parâmetros de ajuste:

m	0.669	0.016	b
s_m	0.002	0.001	s_b
r^2	1.000	0.002	s_y

Tabela 2

$$\frac{m_{\text{aerico}}}{m_{\text{ar}}} = 1,50$$

↓

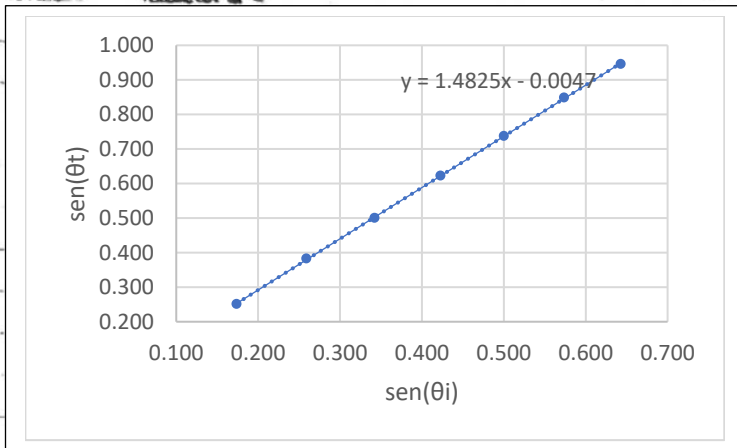
$$m_{\text{aerico}} = 1,50$$

$$E_{\%} (m_{\text{aerico}}) = 0,342\%$$

Montagem 2

$\theta_i(^{\circ}) \pm 0.5$	$\theta_i(^{\circ})$	$u(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_t)$	Ajuste $\text{sen}(\theta_t)$	Resíduos
10.0	14.5	0.5	0.174	0.250	0.253	-0.002
20.0	30.0	0.5	0.342	0.500	0.502	-0.002
30.0	47.5	0.5	0.500	0.737	0.737	0.001
40.0	71.0	1.0	0.643	0.946	0.948	-0.003
15.0	22.5	0.5	0.259	0.383	0.379	0.004
25.0	38.5	0.5	0.423	0.623	0.622	0.001
35.0	58.0	1.0	0.574	0.848	0.846	0.002

Tabela 3



Parâmetros de ajuste:			
m	1.48	-0.005	b
s_m	0.007	0.003	s_b
r^2	1.000	0.003	s_y

Tabela 4

$$m_{\text{ajuste}} = 1,48$$

man

↓

$$m_{\text{ajuste}} = 1,48$$

Gráfico 3

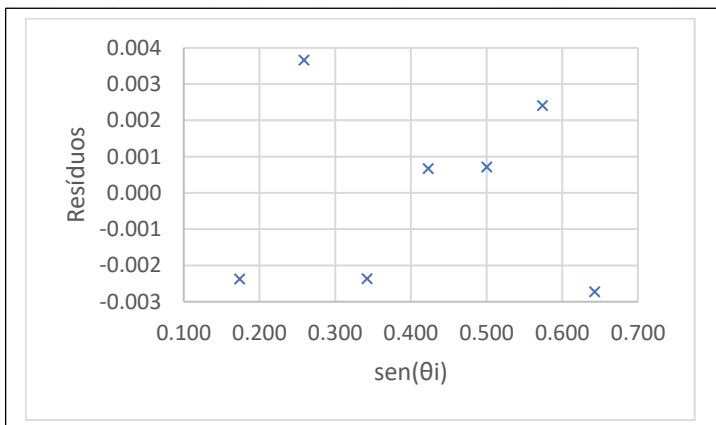


Gráfico 4

~~Ex. 7, (maneira) = 0,505%~~

$$Ex_7, (maneira) = 0,505\%$$

Feixe vermelho

Montagem 1

$\theta_i(^{\circ}) \pm 0.5$	$\theta_i(^{\circ})$	$u(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	Ajuste $\text{sen}(\theta_i)$	Resíduos
10.0	7.5	0.5	0.174	0.131	0.134	-0.004
20.0	14.0	0.5	0.342	0.242	0.244	-0.002
30.0	20.5	0.5	0.500	0.350	0.347	0.003
40.0	26.5	0.5	0.643	0.446	0.440	0.006
50.0	31.5	0.5	0.766	0.522	0.521	0.002
60.0	36.5	0.5	0.866	0.595	0.586	0.009
65.0	37.5	1.5	0.906	0.609	0.612	-0.004
70.0	39.0	2.0	0.940	0.629	0.634	-0.005
75.0	40.5	1.5	0.966	0.649	0.651	-0.002
80.0	41.5	1.5	0.985	0.663	0.664	-0.001
85.0	42.0	2.0	0.996	0.669	0.671	-0.002

Tabela 5

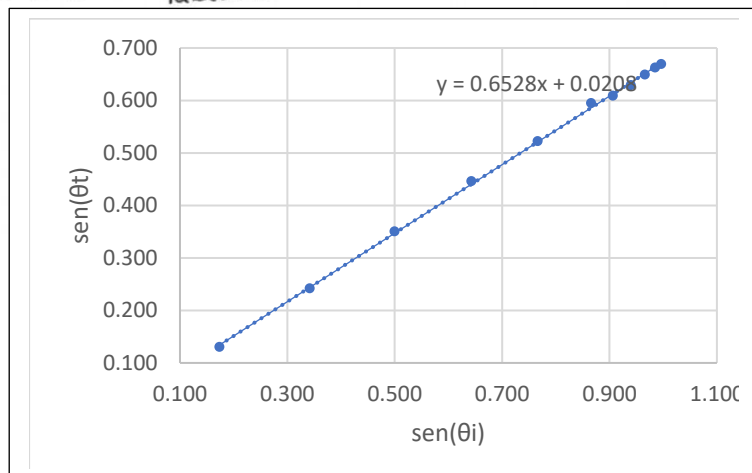


Gráfico 5

Parâmetros de ajuste:			
m	0.653	0.021	b
s_m	0.005	0.004	s_b
r^2	0.999	0.005	s_y

Tabela 6

$m_{\text{calculado}} = 0.653$

Max



$m_{\text{calculado}} = 4.53$

$E_{\%} (m_{\text{calculado}}) = 2.82\%$

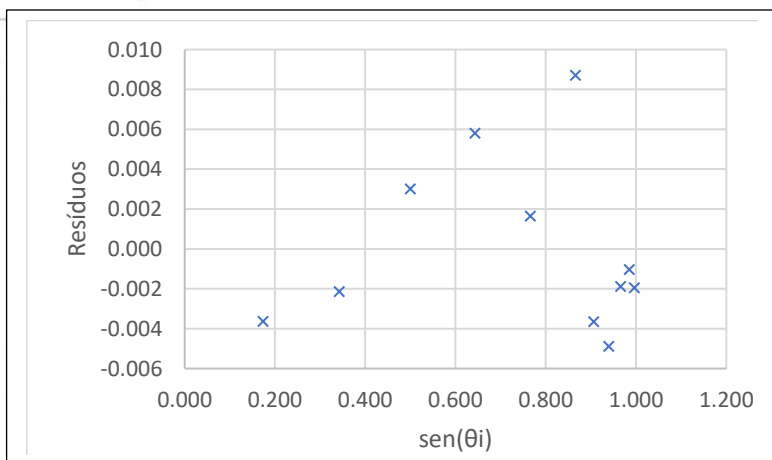
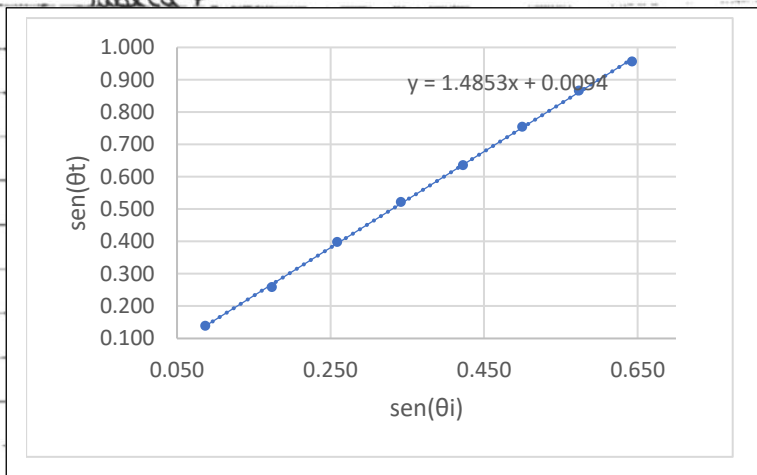


Gráfico 6

Montagem 2

$\theta_i(^{\circ}) \pm 0.5$	$\theta_i(^{\circ})$	$u(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	Ajuste $\text{sen}(\theta_i)$	Resíduos
5.0	8.0	0.5	0.087	0.139	0.139	0.000
10.0	15.0	0.5	0.174	0.259	0.267	-0.009
15.0	23.5	0.5	0.259	0.399	0.394	0.005
20.0	31.5	0.5	0.342	0.522	0.517	0.005
25.0	39.5	0.5	0.423	0.636	0.637	-0.001
30.0	49.0	0.5	0.500	0.755	0.752	0.003
35.0	60.0	1.0	0.574	0.866	0.861	0.005
40.0	73.0	1.0	0.643	0.956	0.964	-0.008

Tabela 7



Parâmetros de ajuste:			
m	1.485	0.009	b
s_m	0.012	0.005	s_b
r^2	1.000	0.006	s_y

Tabela 8

$$m_{\text{avaliado}} = 1,49$$

man

↓

$$m_{\text{avaliado}} = 1,43$$

~~Ex. 1.1 (man) = 0,316%~~

$$Ex_{1.1}(\text{man}) = 0,316\%$$

Gráfico 7

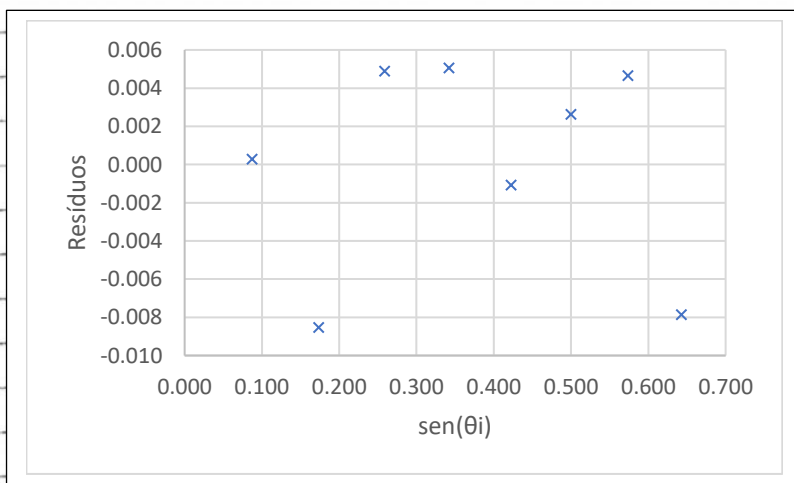


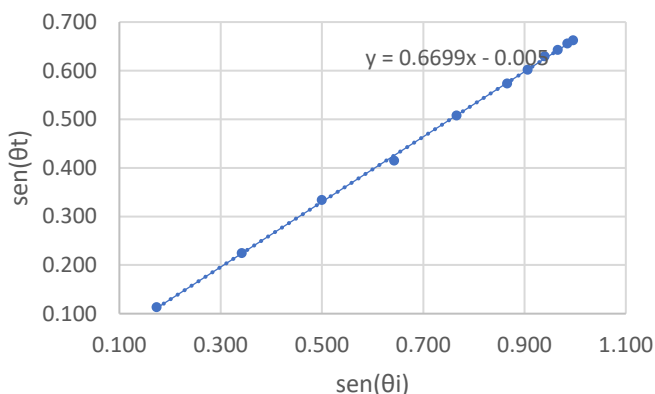
Gráfico 8

Feixe azul

Montagem 1

$\theta_i(^{\circ}) \pm 0.5$	$\theta_i(^{\circ})$	$u(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	Ajuste $\text{sen}(\theta_i)$	Resíduos
10.0	6.5	0.500	0.174	0.113	0.111	0.002
20.0	13.0	0.500	0.342	0.225	0.224	0.001
30.0	19.5	0.500	0.500	0.334	0.330	0.004
40.0	24.5	0.500	0.643	0.415	0.426	-0.011
50.0	30.5	0.500	0.766	0.508	0.508	-0.001
60.0	35.0	1.000	0.866	0.574	0.575	-0.002
65.0	37.0	1.000	0.906	0.602	0.602	0.000
70.0	39.0	1.000	0.940	0.629	0.625	0.005
75.0	40.0	1.000	0.966	0.643	0.642	0.001
80.0	41.0	1.000	0.985	0.656	0.655	0.001
85.0	41.5	1.500	0.996	0.663	0.662	0.000

Tabela 9



Parâmetros de ajuste:			
m	0.670	-0.005	b
s_m	0.005	0.004	s_b
r^2	1.000	0.004	s_y

Tabela 10

$$m_{\text{acústico}} = 1,49$$

ma

↓

$$m_{\text{acústico}} = 1,49$$

$$E_{\gamma}(m_{\text{acústico}}) = 0,186\%$$

Gráfico 9

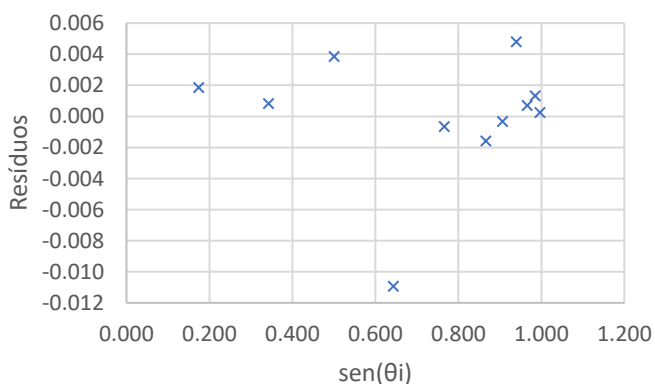
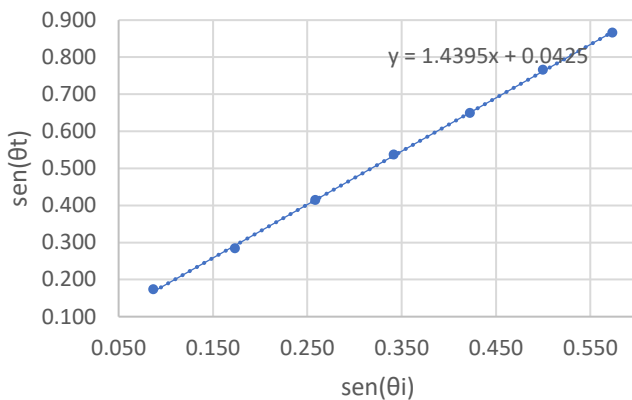


Gráfico 10

Montagem 2

$\theta_i(^{\circ}) \pm 0.5$	$\theta_i(^{\circ})$	$u(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	$\text{sen}(\theta_i)$	Ajuste $\text{sen}(\theta_i)$	Resíduos
5.0	10.0	0.500	0.087	0.174	0.168	0.006
10.0	16.5	0.500	0.174	0.284	0.292	-0.008
15.0	24.5	0.500	0.259	0.415	0.415	0.000
20.0	32.5	0.500	0.342	0.537	0.535	0.003
25.0	40.5	0.500	0.423	0.649	0.651	-0.001
30.0	50.0	1.000	0.500	0.766	0.762	0.004
35.0	60.0	1.000	0.574	0.866	0.868	-0.002

Tabela 11



Parâmetros de ajuste:

m	1.439	0.042	b
s_m	0.012	0.004	s_b
r^2	1.000	0.005	s_y

Tabela 12

$$\frac{\text{maeilico}}{\text{ma}} = 1,44$$

$$\downarrow$$

$$\text{maeilico} = 1,44$$

$$E_{\%}(\text{maeilico}) = 3,33\%$$

Gráfico 11

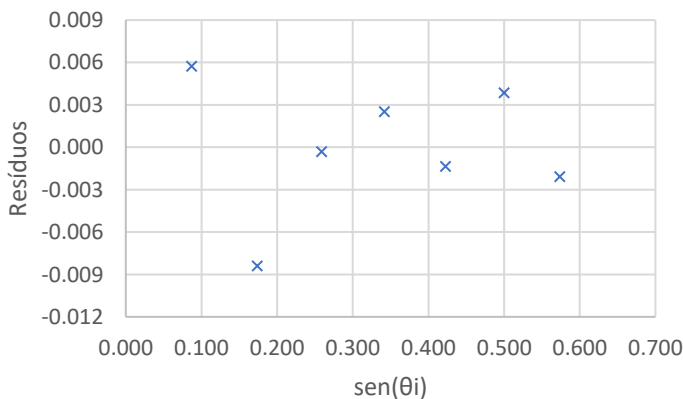


Gráfico 12

~~Para além disso, além disso, podemos calcular o~~
~~ângulo crítico previsto~~

~~Para calcular~~

A imagem 1 mostra o ângulo crítico para o feixe de luz branca, medido experimentalmente com a montagem 2.

Podemos calcular o erro percentual desta medição, começando por calcular o ângulo crítico previsto (θ_{cp}).

$$\text{maquico } \sin(\theta_{cp}) = \text{na } \sin(90^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \sin(\theta_{cp}) = \frac{1}{1,49}$$

$$\Rightarrow \theta_{cp} = 42,2^\circ$$

$$\text{Er}_\gamma(\theta_c) = \frac{|42,5 - 42,2|}{42,2} \times 100 = 0,712\%$$

Na imagem 2 vemos aquilo que acontece para um ângulo ligeiramente mais pequeno do que o ângulo crítico: conseguimos observar, de forma contínua, as diferentes cores que constituem a luz branca.

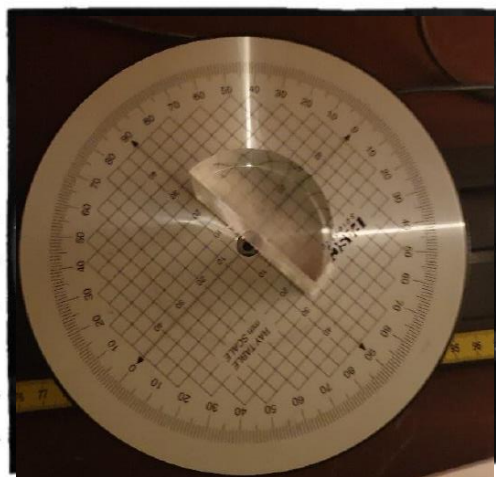


Imagem 1



Imagem 2

Agora, utilizando uma das medições, vamos calcular o índice de refração do bloco de acrílico e respectiva incerteza.

A medição escolhida foi para a montagem 1 (com o feixe de luz branca), com $\theta_i = (40,0 \pm 0,5)^\circ$ e $\theta_t = (26,5 \pm 0,5)^\circ$, já que a incerteza na medição dos ângulos é a mínima possível (metade da menor divisão da escala) e o resíduo de $\sin(\theta_t)$, relativamente ao valor teórico calculado com os parâmetros de ajuste, é ~ 0 .

$$n_{\text{ac}} \sin(\theta_i) = n_{\text{acrílico}} \sin(\theta_t)$$

$$\Rightarrow n_{\text{acrílico}} = \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)}$$

$$n_{\text{acrílico}} = 1,44$$

$$u(n_{\text{acrílico}}) = \sqrt{\left(\frac{\partial n_{\text{acrílico}}}{\partial \theta_i}\right)^2 (u(\theta_i))^2 + \left(\frac{\partial n_{\text{acrílico}}}{\partial \theta_t}\right)^2 (u(\theta_t))^2}$$

$$= 0,03$$

$$n_{\text{acrílico}} = 1,44 \pm 0,03$$

Resumo que a incerteza de medição ^{foi} constante, a incerteza dos pontos do gráfico de $\sin(\theta_t)$ em função do $\sin(\theta_i)$ não o seria ~~que cada par~~.

~~$$\sin(\theta \pm \alpha) = \sin(\theta) \cos(\alpha) \pm \sin(\alpha) \cos(\theta)$$~~

~~o $\cos(\theta)$ não é constante~~

Isto porque, considerando ~~o~~ $\alpha = u(\theta)$, vem que

$$\begin{aligned} \sin(\theta \pm \alpha) &= \sin(\theta) \cos(\alpha) \pm \sin(\alpha) \cos(\theta) \\ &= \sin(\theta) \cos(\alpha) \pm \sin(\alpha) \cos(\theta) \\ &\sim \sin(\theta) \pm \sin(\alpha) \cos(\theta) \end{aligned}$$

Ou seja, a incerteza depende de $\cos(\theta)$, que não é constante.

Conclusões

→ Foram obtidos os seguintes valores para o índice de refração do acrílico (e respectivos erros):

Luz branca	montagem 1 $\rightarrow n_{\text{acrílico}} = 1,50$	$E_{\%}(n_{\text{acrílico}}) = 0,342\%$
	montagem 2 $\rightarrow n_{\text{acrílico}} = 1,48$	$E_{\%}(n_{\text{acrílico}}) = 0,505\%$

Feixe vermelho	montagem 1 $\rightarrow n_{\text{acrílico}} = 1,53$	$E_{\%}(n_{\text{acrílico}}) = 2,82\%$
	montagem 2 $\rightarrow n_{\text{acrílico}} = 1,49$	$E_{\%}(n_{\text{acrílico}}) = 0,316\%$

Feixe azul	montagem 1 $\rightarrow n_{\text{acrílico}} = 1,49$	$E_{\%}(n_{\text{acrílico}}) = 0,186\%$
	montagem 2 $\rightarrow n_{\text{acrílico}} = 1,44$	$E_{\%}(n_{\text{acrílico}}) = 3,39\%$

Os valores ~~obtidos~~ experimentalmente para o ~~ângulo crítico~~ e respectivo erro, ~~obtidos~~ recorrendo à ~~montagem 2~~, foram:

$$\theta_c = (42,5 \pm 0,5)^{\circ} \quad E_{\%}(\theta_c) = 0,712\%$$

→ Ambas as montagens permitem calcular com bastante exatidão o índice de refração do acrílico ~~para o erro~~, já que o erro foi, em todos os casos, $< 5\%$.

→ Também o ângulo crítico foi ~~a~~ medido com bastante exatidão, com um erro $< 1\%$.

→ Por observação da imagem ~~2~~, ^{concluímos} que o índice de refração varia com o comprimento de onda: a luz azul tem um ângulo de refração maior, ~~e~~ que indica que terá um índice de refração menor que ~~a~~ o feixe vermelho. Esta previsão é verificada pelos resultados obtidos no desafio, já que, ~~para~~ nas ambas as montagens, o índice de refração no vermelho é maior que no azul.

→ O índice de refração para o feixe de luz branca encontra-se entre os valores para o azul e o vermelho, o que ~~faz~~ faz sentido, já que a luz branca é a ~~mistura~~ mistura completa de todos os comprimentos de onda.

→ Para ângulos de incidência menores, também ocorre esta dispersão dos diferentes comprimentos de onda, mas a diferença entre os ângulos de refração para as várias radiações é menor, pelo que ocorre sobreposição destas e observamos um feixe de luz branca.