

Lei de Newton do resfriamento (T1B)

Nuno Pinto
PL6 64
2022/05/28

Cuidados / Atenção!

- Organizar o espaço de trabalho de forma a garantir que o sistema de resfriamento não ofeta o registo dos dados da experiência. Por isso, o bloco de refrigeradores de madeira deverá de repor as recas onde se efetua o aquecimento da recas onde se fazem / regista o resfriamento das matérias nos tubos de ensaio

- Antes de iniciar a atividade, preparar o sistema de aquisição automática (logger pro)

- Ajustar o registo automático da temperatura ambiente, registando no logbook o instante do início do registo de $\theta(t)$, tanto no caso da água como no da parafina

Para garantir um adequado registo da temperatura ambiente é crucial a disponibilidade de dois sensores de temperatura ambiente.

Preparação

- Para preparar a atividade, estudar-se o protocolo 1B, assim como o vídeo facultado na plataforma Moodle.

Objetivos

- Verificação experimental da lei de Newton que rege a variação da temperatura de um corpo em resfriamento na atmosfera (parafina e água)

- Determinação da temperatura de transição de fase líquido/sólido da parafina

- Parametrização da experiência, tanto em vista o ajuste pelo método dos mínimos quadrados

- Introdução à aquisição automática de dados.

Procedimento

0 - Montagem

- A montagem é a mesma para as duas experiências, que deverão ocorrer simultaneamente.
- Esta consiste em 2 tubos de ensaio (um com água, outro com profina), que serão inseridos num gelê com água que será aquecida com o disco elétrico. Para evitar evaporação excessiva, o gelê poderá ser tapado por uma tampa com 2 buracos.
- Estarão também ligados 2 termômetros digitais ligados ao computador (placas DIN1 e DIN2), um para medir a temperatura ambiente, outro para medir a temperatura da água no tubo de ensaio. Haverá ainda um termopar ligado a um medidor digital de temperatura para medir a temperatura do profina.

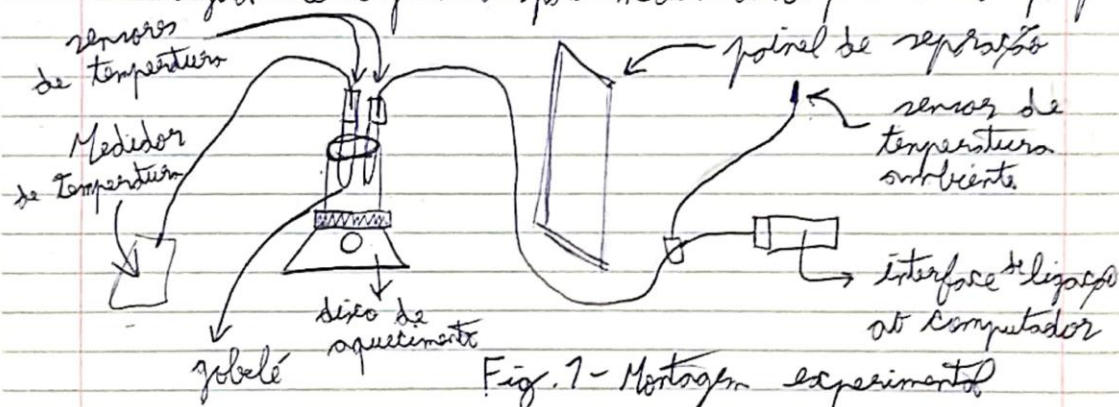


Fig. 1 - Montagem experimental

1 - Verificação experimental da lei de Newton

1.1 - Proceder ao aquecimento simultâneo da água e do profina, conforme a fig. 1. De notar que o gelê com água será colocado no disco de aquecimento antes de se ligar. Garantir ainda que este é suficientemente afundado no resto do material.

1.2 - Observar atentamente o processo de aquecimento do profina e registar as ocorrências observadas.

1.3 - Aguardar até ser atingida a temperatura máxima da água no tubo de ensaio. Retirar o tubo do banho de aquecimento, manipulando o suporte.

1.4 - Assegurar que a rolha está bem colocada no tubo de ensaio e que a rolha tem a parte bem no interior da água e não encostada ao vidro.

- 1.5 - Proceder ao registo de dados com o software logger
 - 1.5.1 - Certificar que o interruptor I/O da interface está no ponto "1"
 - 1.5.2 - Verificar que o coletor da água está conectado ao sensor de temperatura
 - 1.5.3 - Iniciar o software, selecionando os parâmetros adequados
 - 1.5.4 - Escolher "collect" no menu principal e proceder imediatamente à recolha de dados $\theta(t)$ durante o transiente, em intervalos curtos (10s é razoável)
 - 1.5.5 - Terminar o registo e exportar os dados

2 - Estudo do fenómeno fusão - solidificação

2.1 - No caso da parafina, aguardar até esta se aquecer transparente e a temperatura máxima ser atingida. Proceder de forma análoga ao passo 1, mas fazendo o registo imediatamente.

2.2 - Transferir o suporte com o tubo de ensaio para local adequado, registando o instante inicial indicado no computador. Começar de imediato o registo de dados, de 10s em 10s ou 20s ~~em~~ em 20s, de cerca de 45°C .

2.3 - A parafina é um hidrocarboneto de densidade $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ e ponto de fusão $\theta_f = 33^{\circ}\text{C}$. Note-se que a parafina usada poderá não ser pura.

30
BENOS
ref.

Notas de Aula, 11-14, 30/5/2022

→ Fico de aquecimento ligado aos 2, 833 min

~~2, 833 min~~
~~2, 833 min~~
~~2, 833 min~~

Observações parafina (aquecimento):

- tornou-se transparente com resíduos depositados no fundo
- era sólida e desbranqueada no início

34,833 min - čas porfina
- porfina 100,7°C

$\approx 35,5 \text{ min} \rightarrow$ teor. água

30/05
Data no
pendido

Análise de Dados

7/6/2022

- Devido a problemas técnicos (o computador reiniciou inesperadamente), fora do nosso controle, perdemos os dados recolhidos no arrefecimento da água que estavam no logger pro. Assim, por indicação do docente, iremos fazer a análise dos dados recolhidos pelo Grupo 7 da PL6.

~ Água ~

- Assim, através dos dados do logger foi feito um tabelado Excel com o tempo (convertido em segundos), as temperaturas ambiente e da água (T_a). A partir desta obtiveram-se os gráficos 1:

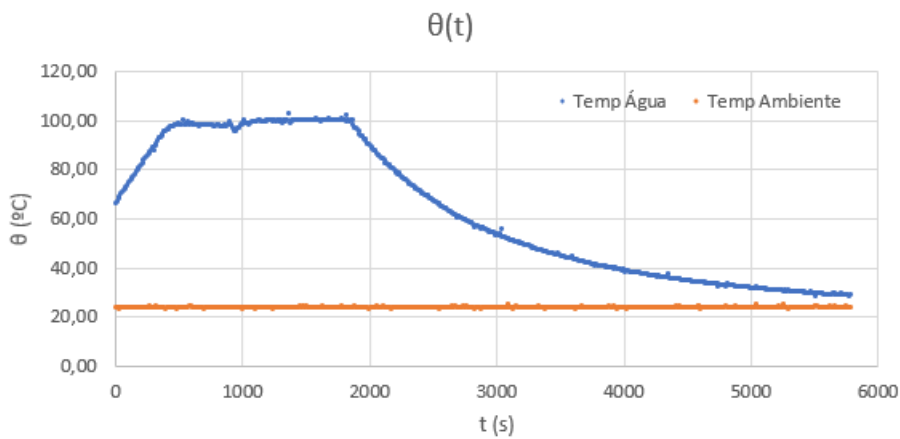


Gráfico 1- Relação $\theta(t)$ da água para a atividade

- Foram informados pelo grupo 7 que se esqueceram de tapar o ~~o~~ potele durante o aquecimento. Quando se aperceberam disto, desligaram ~~o~~ o disco de aquecimento. Isto originou a súbita descida da temperatura da água pouco antes de $t = 1000\text{ s}$, tal como se pode ver no gráfico 1.

(*) com a mica destinada a isso.

- Deve-se notar que a temperatura ambiente (θ_a) registrada teve ligeiras variações ao longo do tempo. Assim, para obter obter uma ~~única~~ valor único para esta temperatura, fizemos a média de todos os valores de θ_a medidos; ~~concluímos~~ a partir do momento que a temperatura da água começou a baixar (de modo a obter a θ_a para o esfriamento), ~~passamos~~ em $t = 1860s$. Assim, a incerteza desta média, de 393 valores foi obtida com a fórmula

$$u(\theta_a) = \frac{\sigma_{\theta_a}}{\sqrt{393}} \approx 0,0705^\circ C$$

~~Obtendo-se o valor médio, determinamos~~

- Obtém-se assim que $\theta_a = (24,2047 \pm 0,0705)^\circ C$

- De seguida, para fazer a linearização de $\theta(t)$, subtraímos a cada valor de temperatura (θ) o valor da temperatura ambiente (θ_a) no mesmo instante. ~~passamos~~

- Assim, como a curva do esfriamento da água pode ser descrita por $\theta(t) = \theta_a + (\theta_i - \theta_a)e^{-t/\tau}$, uma função exponencial, decidimos fazer um gráfico de $\ln(\theta - \theta_a)(t)$, com o objetivo de obter uma linearização dos dados.

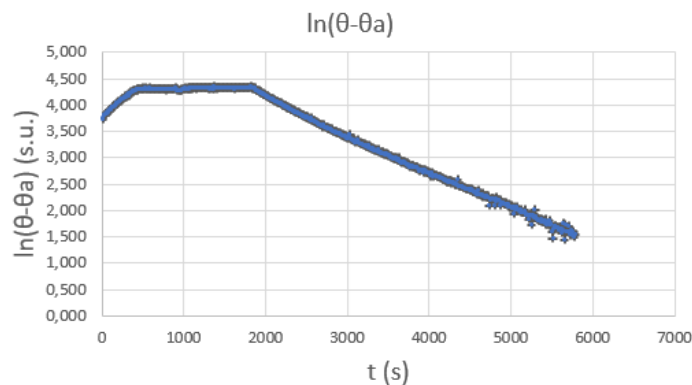


Gráfico 2 - sobre $\ln(\theta - \theta_a)(t)$ para o gráfico 1

- Podemos facilmente ver que a parte do esfriamento da água (a partir de $t = 1860s$) é água aproximadamente linear.

- No entanto, para obtermos uma recta realmente linear era necessário que o $u_{r^2} \approx 1$ e que os seus resíduos fossem aleatórios.

- Assim, obtivemos os gráficos 3 e 4, tal como a tabela 1:

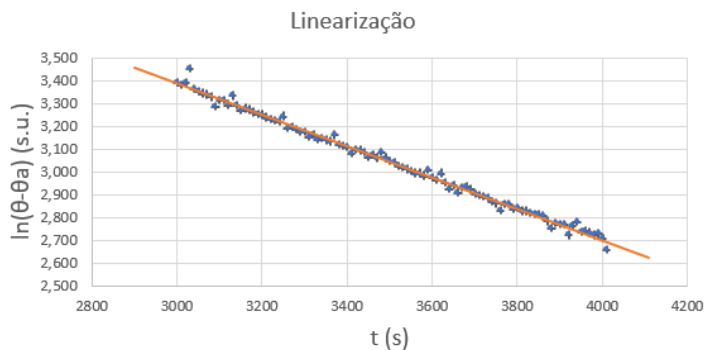


Gráfico 3 - linearização do gráfico 1, para $3000,00 < t < 4000,00$ (s)

Parâmetros de Ajuste			
m	-0,00068795	5,452380574	b
u(m)	5,47721E-06	0,019265239	u(b)
r ²	0,993701199	0,016287263	sy

Tabela 1 - Parâmetros de ajuste para a regressão linear no gráfico 3

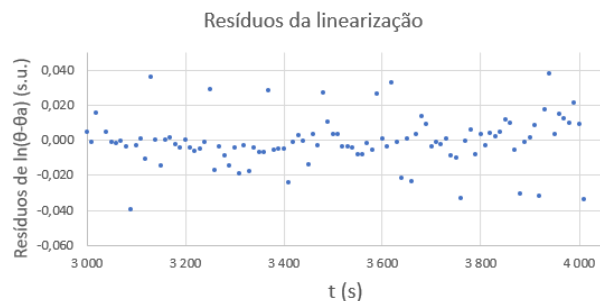


Gráfico 4 - Resíduos do gráfico 3

- Podemos então ver que $r^2 \approx 1$ e que os resíduos são aleatórios. Assim, concluímos que os pontos de $\ln(\theta - \theta_0)(t)$ relacionados deveriam de formar uma recta de facto linear.

- Temos então que

$$y = -6,87 \cdot 10^{-4} x + 5,45 \quad (\text{SI})$$

- Temos então que

$$\tau = \frac{-1}{m} = \frac{1}{6,87 \cdot 10^{-4}} = 1455,60 \text{ s}$$

Como $\gamma = \frac{2}{m}$, ~~temos~~, por propagação de incertezas, que:

$$u(r) = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m}\right)^2} = \frac{1}{m^2} u(m) \approx 4,71 \text{ s}$$

- Para o sucesso da ação obtém-se então que:

$$\bar{y} = (7455,31 \pm 4,31) \text{ s}$$

- Deve-se ainda notar que, nos gráficos 3 e 4, as barras de incerteza foram obtidas por propagação de incerteza:

$$\begin{aligned} u(\ln(\theta - \theta_2)) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln(\theta - \theta_2)}{\partial \theta} u(\theta)\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln(\theta - \theta_2)}{\partial \theta_2} u(\theta_2)\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\theta - \theta_2} u(\theta)\right)^2 + \left(\frac{-1}{\theta - \theta_2} u(\theta_2)\right)^2} \end{aligned}$$

- Assim, este valor varia e torna-se maior quando as duas temperaturas estão mais próximas

- No entanto, deve-se notar que devido a ~~a~~ $\ln(\theta - \theta_0)$ ter incertezas relativamente baixas, ~~as~~ as barras de incerteza ~~nao~~ _m são facilmente visíveis nos gráficos 2 e 3.

- De seguida pretendíamos obter esta regressão linear de $\ln(\theta - \theta_0)$,
mas representada como uma regressão exponencial em $\theta(t)$.
Para isso fizemos o exponencial dos ajustes, e pois:

$$e^{(\ln(\theta - \theta_0) - \frac{1}{\tau} t)} = e^{\ln(\theta - \theta_0)} e^{-\frac{1}{\tau} t} = (\theta - \theta_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- No entanto, como ~~uma~~ a lei do resfriamento de Newton ~~de~~ mostra que $\theta(x) = \theta_a + (\theta - \theta_a)e^{-tx}$. Assim, acrescentamos θ_a a todos ~~os~~ os valores utilizando os pontos obtidos, temos o gráfico 5:

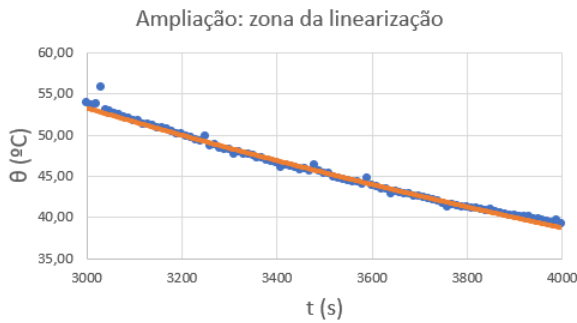


Gráfico 5 - regressão exponencial de $\theta(x)$

~ Porfina ~

- Como previamente dito, nós perdemos os dados recolhidos do aquecimento da água. No entanto, foi possível obter dados para o aquecimento da porfina, através da filmagem do processo. Assim, obtive-se o gráfico 6:

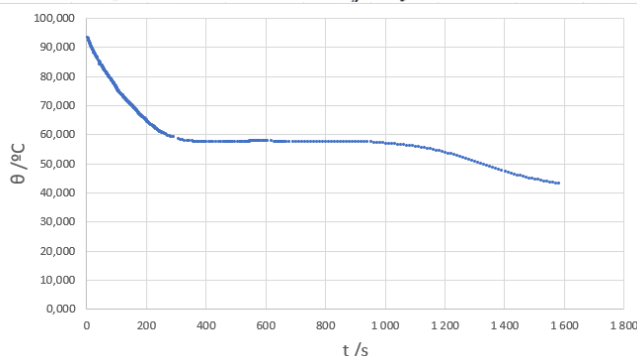


Gráfico 6 - $\theta(t)$ para o aquecimento da porfina obtido pelo nosso grupo.

- Podemos ver que o gráfico tem a forma ~~da~~ esperada, com uma secção de temperatura constante em que ocorre a mudança de estado físico.

- Ao fazer a média dos valores dentro da zona horizontal (e tendo em conta que $\mu(\bar{x}) = \frac{\sum x_i}{n}$), o valor da temperatura de fusão da porfina obtido foi de:

$$\theta_f = (57,865 \pm 0,010)^\circ\text{C}$$

- Segundo o programa INCHEM (fonte: "incchem.org/documents/icsc/icsc/icsc1457.htm". Consultado em 16:52, 7/6/2022), a temperatura de fusão da porfina está entre ~~50~~ 50°C e 57°C . Assim, o erro percentual da nossa medição está entre 1,52% e 15,73%.

- Devemos notar que, ~~pois~~ durante o aquecimento da porfina, conforme esta se tornava menos opaca, tornou-se visível que ~~se~~ ~~existia~~ existia um depósito precipitado no fundo do tubo de ensaio. Ora, devido ao frequente aquecimento e arrefecimento desta amostra, é provável que a amostra de porfina contenha impurezas, que poderiam influenciar a temperatura de fusão.

- No entanto, o meu objetivo para esta parte da atividade era estudar a lei do arrefecimento de Newton para a parafina, ~~Assim, não fizemos o gráfico da lei do arrefecimento~~. No entanto, não conseguimos obter o valor da temperatura ambiente para os nossos dados. Desta forma, foi a análise dos dados fornecidos pelo grupo 7. Assim, pode-se garantir que o arrefecimento da parafina aconteceu exatamente nas mesmas condições em que a temperatura ambiente foi medida.

- Desta forma, com os dados fornecidos foi possível obter o gráfico 7:

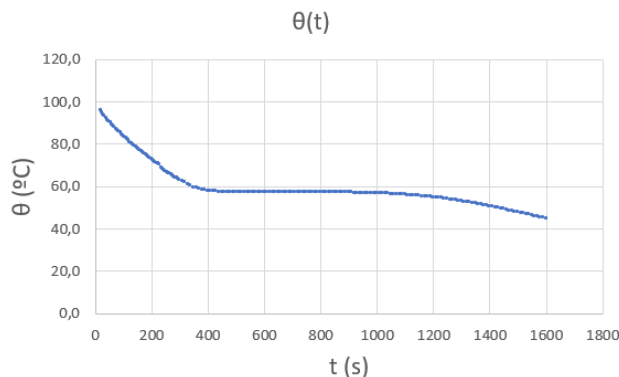


Gráfico 7 - Relação $\Theta(t)$ para o arrefecimento da parafina obtido pelo grupo 7.

- Mais uma vez, o gráfico tem o formato esperado.
- Ao fazer a média e a incerteza na média dos valores da temperatura na região constante obtém-se que:

$$\Theta_f = (57,200 \pm 0,009)^\circ\text{C}$$

- Utilizando a fonte citada anteriormente, este valor corresponde a um erro percentual entre 0,35% e 14,4%.

- Assim, tal como para o arrefecimento da água, pretende-se fazer a linearização da parte do gráfico em que a temperatura da parafina se encontra no estado líquido.

- Para isto, calculei $\Theta - \Theta_a$ para todos os valores de Θ . Foi usado o valor médio da temperatura ambiente, Θ_a , obtido previamente. ~~Assim, obtém-se o gráfico 8~~

- ~~Por fim~~ Depois, calculou-se $\ln(\Theta - \Theta_a)$ para toda a gama. Assim, obtém-se o gráfico 8:

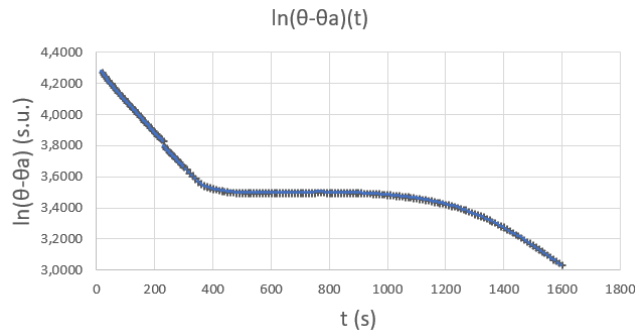


Gráfico 8 - Relação $\ln(\theta - \theta_a)(t)$ para o aquecimento da porfina

- Tal como esperado, a recção do aquecimento da porfina líquida é aproximadamente linear (para $t < 200$ em especific). Assim, relacionando os pontos entre $t = 120s$ e $t = 220s$, obtive a regressão linear no gráfico 9 e tabela 2:

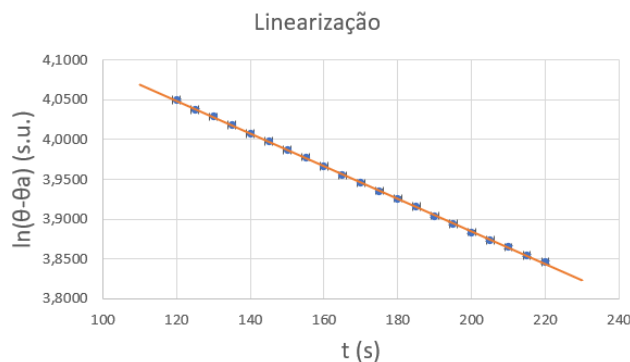


Gráfico 9 - Linearização no gráfico $\ln(\theta - \theta_a)(t)$

Parâmetros de ajuste			
m	-0,002052281	4,295002336	b
u(m)	6,96317E-06	0,001202365	u(b)
r2	0,999781325	0,0009661	sy

Tabela 2 - Parâmetros de Ajuste da regressão azul no gráfico 9

- Foram ainda determinados os resíduos do gráfico 9, mostrados no gráfico 10. Podemos ver que estes são aleatórios. Por esta razão e porque $r^2 \approx 0,9998$, podemos concluir que a regressão feita está bem feita.

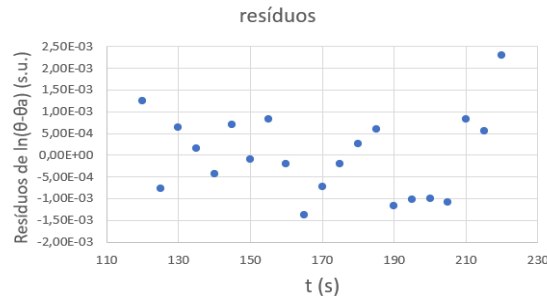


Gráfico 10- Resíduos do gráfico 9

- Deve-se notar que para determinar as incertezas de $\ln(\theta - \theta_a)$ foram determinadas com a fórmula indicada na análise dos dados do arrefecimento da água. No entanto, as barras de incerteza não são visíveis nos gráficos 8 e 9. De notar também que considerou-se que a incerteza dos tempos medidos foi de $\pm 1s$, pois estes valores foram observados na hora, no cronómetro, pelo que a incerteza nunca poderia ser menor que o tempo de reação.

- Mais uma vez, tal como feito na análise do arrefecimento da água, fez-se a exponencial dos valores do ajuste linear obtido antes e a seguir acrescentou-se θ_a para obter uma regressão exponencial.

- Assim se obtém o gráfico 11:

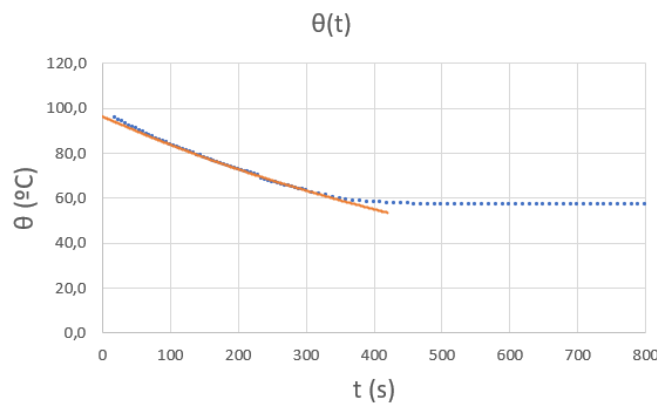


Gráfico 11- Regressão Exponencial de $\theta(t)$

- Facilmente vemos que o traçado da regressão exponencial coincide com o traçado $\theta(t)$. Assim, concluímos que a regressão está bem feita.

- Assim, para o arrefecimento da parafina obtive a regressão linear:

$$y = -0,00205x + 4,29500$$

- E daqui temos que

$$\chi = \frac{-1}{m} = 487,805$$

$$u(\chi) = \sqrt{\left(\frac{\partial \chi}{\partial m} u(m)\right)^2} = \frac{+1}{m^2} u(m) = 1,657s$$

- Sendo que o valor de τ obtido para o arrefecimento da parafina é

$$\tau = (487,805 \pm 1,657)s$$

- Temos ainda que $b = \ln(\theta_i - \theta_\infty)$. Assim $\theta_i = e^b + \theta_\infty$. Desta forma, obtém-se que $\theta_i = 97,54^\circ\text{C}$, o que apresenta um erro de 1,9% face ao verdadeiro valor inicial do arrefecimento da parafina, de $95,70^\circ\text{C}$.

Conclusão

- Com esta atividade, podemos verificar a lei do arrefecimento de Newton, para a qual concluímos que a temperatura ambiente é altamente importante. Tanto para o arrefecimento da água como da parafina, conseguimos obter regressões ~~para~~ exponenciais ~~para~~ os curvas $\theta(x)$ do arrefecimento.

- Podemos ainda observar a evolução da temperatura durante o arrefecimento e solidificação da parafina. Vemos que esta, inicialmente transparente, se torna ~~para~~ opaca e esbranquiçada. Vemos também que a temperatura desce da forma descrita pela lei do arrefecimento e se mantém constante durante a mudança de ~~para~~ estado da substância.

- Determinamos ainda (com 2 conjuntos de dados) a temperatura de fusão da parafina, obtendo erros percentuais de ~~de~~ ~~15,73%~~ 15,73%. Como a incerteza dos valores obtidos era muito reduzida (por volta dos 0,02%), concluímos que os valores obtidos apresentam erros, ~~se~~ muito provavelmente devido à presença de impurezas na parafina, algo que certamente afeta o seu ponto de fusão.