

Trabalho 3B

25 de fevereiro de 2023 20:06

Estudo da indução magnética

16

PL6 - G03 - Francisco Santos

Nicolau Pereira

Bruna Caetano

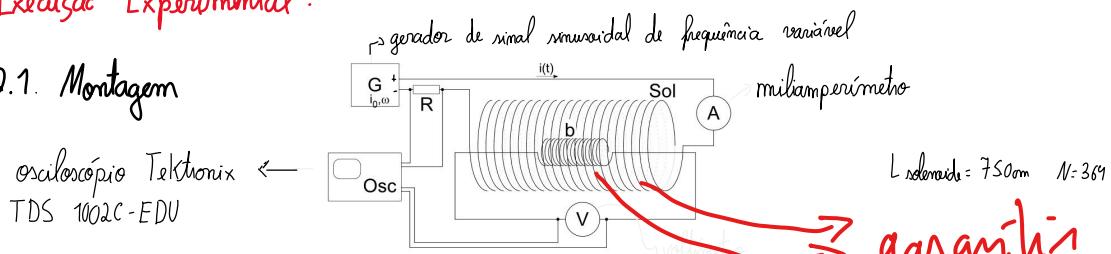
Tomás Santos

1.1. Objetivos: - verificar a existência de indução magnética;

- verificar a relação entre a amplitude do sinal de tensão V_E induzido na bobina de prova e:
 - i) os parâmetros associados à bobina de prova (o número n de espiras, a área S de seção reta e o ângulo θ entre os eixos da bobina de prova e do solenoide);
 - ii) a intensidade de corrente que alimenta o solenoide i_0 e a frequência deste sinal w .
- calcular a permeabilidade magnética do reago, μ_0 .

- Equações: $V_E = \mu_0 \frac{N \cdot n \cdot S \cdot \cos\theta \cdot i_0 \cdot w}{L}$

- V_E : amplitude do sinal de tensão $V_E = V_E \cdot \cos(\omega t)$ induzido na bobina de prova (V);
- i_0 : amplitude da corrente $i = i_0 \cdot \sin(\omega t)$ que percorre o solenoide (A);
- μ_0 : permeabilidade magnética do reago ($4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ (Henry por metro));
- N : número de espiras do solenoide; n : número de espiras da bobina de prova;
- S : área da seção reta da bobina de prova ($S = \pi D^2/4$, D é o diâmetro);
- θ : ângulo entre os eixos do solenoide e da bobina de prova;
- w : frequência angular do sinal do gerador (rad s^{-1}); $w = \pi f$, f a frequência linear (Hz);
- L : comprimento do solenoide.

1.2. Execução Experimental:**1.2.1. Montagem**

✓ - incluir um amplificador de baixa impedância de saída no circuito, de modo a criar o campo magnético necessário no interior do solenoide para induzir um sinal sinusoidal.

✓ **Nota A:** ligar o terminal “-” (preto) do amplificador ao lado do solenoide que tem a resistência em série, e o “+” (vermelho) à outra extremidade (onde estão as indicações de resistência, indutância e espiras por metro) com o amperímetro em série.

✓ - observar num canal um sinal de tensão na resistência R proporcional à corrente no solenoide e no outro canal a tensão induzida V_E na bobina de prova. Verificar que a diferença de fase é $1/2\pi$, independentemente da variação dos parâmetros. Justificá-lo.

L (lei de lenz?)

I_{rms} V_{rms}

✓ cuidado!
apoiar da
bobina de
probe
parálelos

Nota: Para funções sinusoidais, os multímetros mostram os valores eficazes $\frac{i_0}{\sqrt{2}}$ e $\frac{V_{E0}}{\sqrt{2}}$. Os osciloscópios fornecem toda a informação, incluindo os valores RMS, e devidamente escolhida a opção.

1.2.2 Procedimento

- verificar que a bobina de prova está a ser introduzida no interior do solenoide, centrada e com o eixo alinhado ($L_{bobina} \ll L_{solenoide}$ para $B \approx const$).

- Obrigatório: V_{E0} em função de ω (bobina 1)
 V_{E0} em função de i_0 (bobina 1)

* Atuando no gerador, variamos i_0 e ω .
 Escolhendo as bobinas, variamos n e S .

- Suplementar: V_{E0} em função de n (bobina 1,4,5,7,8)
 V_{E0} em função de S (bobina 1,2,3)
 V_{E0} em função de $\cos \theta$ (bobina 6)

- verificar as dependências lineares, recorrendo à análise gráfica.
 - determinar μ_0 para cada caso assim como a incerteza em valor absoluto e relativo ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$)
 - fazer tabela final com $u(\mu_0)$, $\% u(\mu_0)$, erro de μ_0 e indicação de maior ou menor confiança.

MST

- Análise de dados:

V_{E0} em função da frequência angular (ω):

$n =$	300	$N \pm 1 =$	361
$\theta (\text{graus}) =$	0	$L (\text{m}) =$	0,75

$d = 41,54 \pm 0,05 \text{ mm}$

$S \pm 1 (\text{m}^2)$	0,001355
$u(S) (\text{m}^2)$	0,000003

$$u(S) = \frac{\pi \cdot d}{2} \cdot u(d)$$

→ Erro 1:

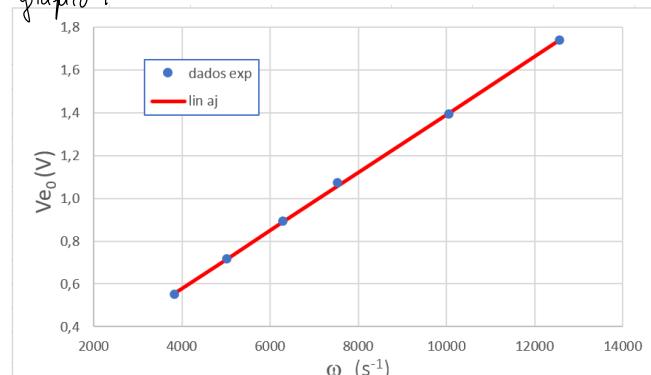
Tabela 1

$V_{E0} (\pm 0,0001 \text{ V})$	V_{E0} rms ($\pm 0,0001 \text{ V}$)	$f (\pm 1 \text{ Hz})$	i_0 rms ($\pm 0,001 \text{ A}$)	$\omega (\text{s}^{-1})$	δ	V_{E0} aj (V)	Res V_{E0} (V)
1,7395	1,2300	2000	0,458	12566	81,2	1,7400	0,000501
1,3919	0,9842	1600	0,455	10053	78,0	1,3991	0,007190
1,0700	0,7566	1200	0,459	7540	74,9	1,0581	-0,011859
0,8932	0,6316	1002	0,458	6296	71,9	0,8894	-0,003840
0,7145	0,5052	801	0,457	5033	71,5	0,7181	0,003602
0,5507	0,3894	610	0,456	3831	62,5	0,5551	0,004406

- A gama experimental de V_{E0} foi entre 0,5507 V e 1,7395 V para frequências entre 610 Hz e 2000 Hz.

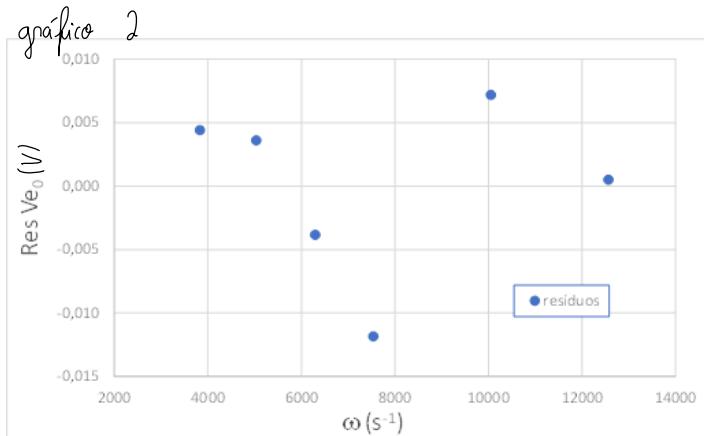
- A partir dos valores obtidos, foi feito o gráfico de V_{E0} em função de ω , usando todos os dados experimentais:

gráfico 1

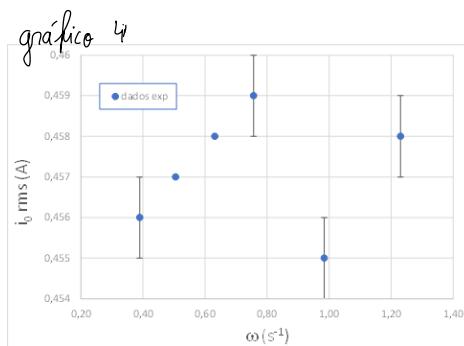
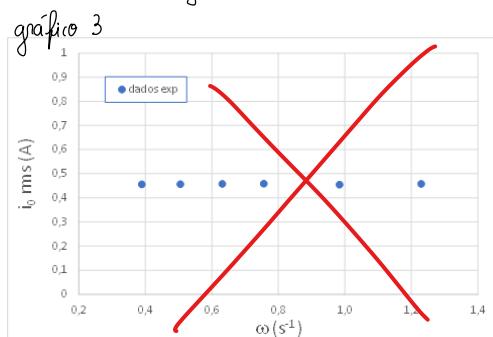


m	0,000136	0,035	b
$\sigma(m)$	0,000001	0,009	$\sigma(b)$
r^2	0,9998	0,008	$\sigma(y)_{aj}$

$$0,02 | u(y)_{aj}$$



- No gráfico 1 verificamos uma proporcionalidade direta entre a tensão (V_{E0}) e a frequência angular (ω).
- No gráfico 2, os resíduos não apresentam nenhuma tendência, estando distribuídos de forma aleatória, entre os valores -0.012 e 0.0072 , sendo menores que a incerteza do V_{E0} af.
- As barras de incerteza estão representadas nos gráficos 1 e 2, contudo, não são visíveis porque o valor da incerteza é 0.0001 V.



→ No gráfico 3 e 4, conseguimos observar que os valores da corrente se mantiveram constantes ao longo da amálgama, como era desejado.

→ A partir da amálgama gráfica dentre essas e da fórmula $V_{E0} = \mu_0 \frac{N \cdot m \cdot S \cdot \cos\theta \cdot i_0 \cdot \omega}{L}$:

$m = (\mu_0 N n S \cos\theta i_0) / L$
$\mu_0 = (m L) / (N n S \cos\theta i_0)$
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$
$1,072 \times 10^{-6}$
$u(\mu_0)$
9×10^{-9}
$u(\mu_0) \%$
$0,87$
erro %
$14,67$

→ Para o cálculo de μ_0 , foi utilizado o valor médio de i_0 , $i_0 = 0,647 \pm 0,001$ V.

→ O valor de μ_0 apresenta um erro de 23,30 % relativamente ao valor de referência $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

→ A incerteza de μ_0 foi calculada a partir da expressão:

$$\frac{u(\mu_0)}{\mu_0} = \sqrt{\left(\frac{u^2(m)}{m^2}\right) + \left(\frac{u^2(S)}{S^2}\right) + \left(\frac{u^2(N)}{N^2}\right) + \left(\frac{u^2(i_0)}{i_0^2}\right)} \approx u(\mu_0) = \sqrt{\frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(S)}{S^2} + \frac{u^2(N)}{N^2} + \frac{u^2(i_0)}{i_0^2}} \cdot \mu_0$$

- A incerteza da área efetiva foi calculada através da expressão:

$$u(S) = \frac{\pi \cdot d}{2} \cdot u(d), \text{ sendo } d \text{ o diâmetro da bobina de prova}$$

- A incerteza do valor médio de i_0 foi calculada através da expressão:

$$u(\bar{i}_0) = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ sendo } s \text{ o desvio padrão}, s = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{j=1}^{n-1} (i_{0j} - \bar{i}_0)^2}$$

→ Ensaio 2:

→ sobrepõe os

2 ensaios p/ comparação

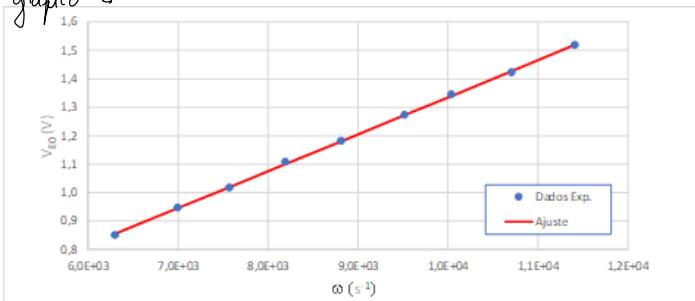
víreal

Tabela 2

$V_{\text{RMS}} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$V_{\text{E0}} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$f (\pm 1 \text{ Hz})$	$\omega (\text{s}^{-1})$	$u(\omega) (\text{s}^{-1})$	$i_{\text{RMS}} (\text{A}) \pm 0,001$	$i_0 (\text{A}) \pm 0,001$	$V_{\text{E0 adj}} (\text{V})$	Res $V_{\text{E0}} (\text{V})$
1,0742	1,5191	1816	1,141E+04	±0,001E+04	0,471	0,666	1,519	0,000
1,0056	1,4221	1704	1,071E+04	±0,001E+04	0,469	0,663	1,428	0,005
0,9511	1,3451	1598	1,004E+04	±1	0,471	0,666	1,341	-0,004
0,8995	1,2721	1515	9519 ±1		0,470	0,665	1,273	0,001
0,8354	1,1814	1403	8815 ±1		0,470	0,665	1,182	0,000
0,7837	1,1083	1304	8193 ±1		0,472	0,668	1,101	-0,007
0,7191	1,0170	1205	7571 ±1		0,469	0,663	1,020	0,003
0,6700	0,9475	1113	6993 ±1		0,471	0,666	0,945	-0,003
0,6009	0,8498	1002	6296 ±1		0,469	0,663	0,854	0,004

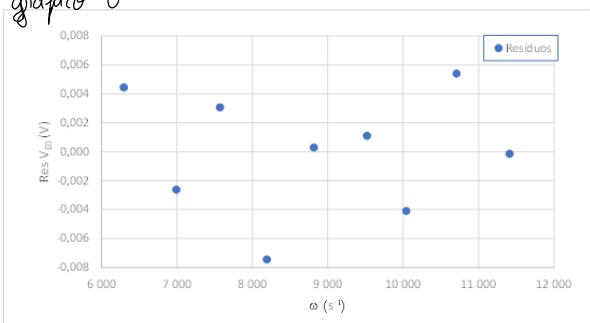
- A gama experimental de V_{E0} foi entre 0,8498 V e 1,5191 V para frequências entre 1002 Hz e 1816 Hz (dentro da gama do ensaio 1).

- A partir dos valores obtidos, representou-se graficamente V_{E0} em função de ω :



m	1,300E-04	0,036 b
σ_m	9E-07	0,008 σ_b
r^2	0,9997	0,004 $\sigma_{y,aj}$
$u(y,aj)$		0,009

gráfico 6



→ Como esperado, observa-se no gráfico 5 uma tendência linear entre a diferença de potencial V_{E0} e a frequência angular ω .

→ No gráfico 6, os resíduos distribuem-se aleatoriamente, sem apresentar qualquer tendência, entre os valores -0,007 e 0,005.

→ As barras de incerteza estão representadas nos gráficos 5 e 6, contudo, não são visíveis porque o valor da incerteza é 0,0001 V.

gráfico 7

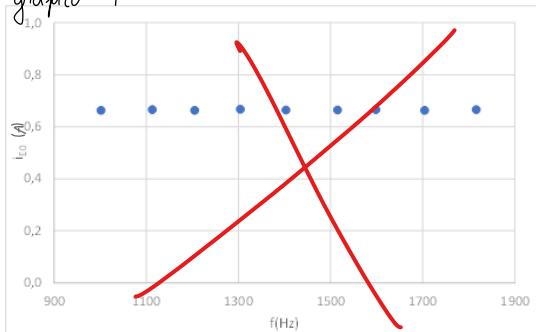
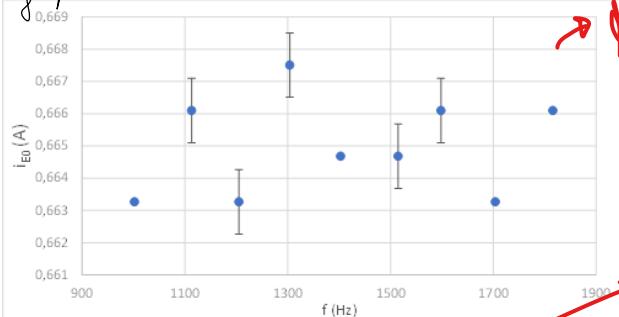


gráfico 8



→ tal como no ensaio anterior, verificamos que a corrente se manteve constante ao longo do estudo, observado nos gráficos 7 e 8.

→ A partir da análise gráfica deste ensaio e da fórmula $V_{\text{E0}} = \mu_0 \frac{N \cdot n \cdot S \cdot \cos \theta}{L} \cdot i_0 \cdot \omega$:

$m = (\mu_0 N n S \cos \theta i_0)/L$		
$\mu_0 = (m L)/(N n S \cos \theta i_0)$		
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$	9,99E-07	$u(\mu_0) \%$ 0,79
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1})$	8E-09	erro % 20,51%
$\bar{i}_0 (\text{A})$	0,665	
$u(\bar{i}_0) (\text{A})$.	0,001

→ O valor de μ_0 apresenta um erro de 20,51% relativamente ao valor de referência $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

→ todas as incertezas foram calculadas com as expressões indicadas no ensaio anterior.

→ V_E em função da corrente (i_0):

→ Ensaio 1:

$n =$	300	$N \pm 1 =$	361	$S (\text{mm}^2) =$	1355	$S (\text{m}^2)$	0,001355
$\theta (\text{graus}) =$	0	$L (\text{m}) =$	0,75			$u(S) (\text{m}^2)$	0,000003

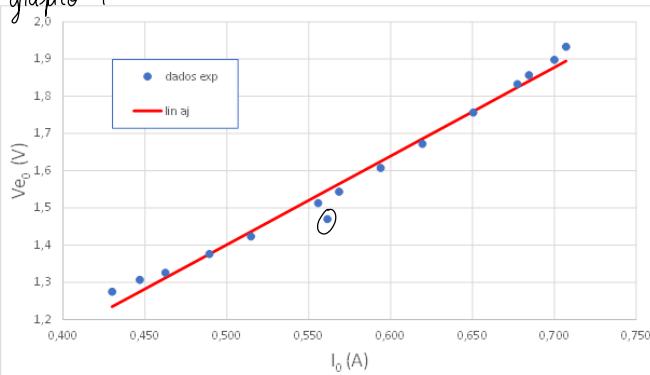
$$f = 2000 \pm 1 \text{ s}^{-1} ; \omega = 12566 \pm 1 \text{ s}^{-1}$$

Tabela 3

V_{E_0} ($\pm 0,0001 \text{ V}$)	V_{E_0} rms ($\pm 0,0001 \text{ V}$)	i_0 rms ($\pm 0,001 \text{ A}$)	f (Hz)	δ	i_0 ($\pm 0,001 \text{ A}$)	V_{E_0} aj 1 (V)	Res v_{E_0} aj 1	V_{E_0} aj 2 (V)	Res v_{E_0} aj 2 (V)
1,9329	1,3668	0,500	2000	80,0	0,707	1,8945	-0,0384	1,8987	-0,0343
1,8977	1,3419	0,495	2000	81,2	0,700	1,8777	-0,0201	1,8819	-0,0158
1,8566	1,3128	0,484	2000	81,2	0,684	1,8406	-0,0159	1,8451	-0,0115
1,8324	1,2957	0,479	2000	81,2	0,677	1,8238	-0,0086	1,8283	-0,0041
1,7563	1,2419	0,460	2000	81,5	0,651	1,7598	0,0035	1,7646	0,0083
1,6720	1,1823	0,438	2000	80,0	0,619	1,6858	0,0137	1,6909	0,0188
1,6074	1,1366	0,420	2000	80,3	0,594	1,6252	0,0178	1,6305	0,0231
1,5436	1,0915	0,402	2000	79,4	0,569	1,5646	0,0209	1,5702	0,0266
1,5129	1,0698	0,393	2000	81,2	0,556	1,5343	0,0213	1,5400	0,0271
1,4701	1,0395	0,397	2000	81,7	0,561	1,5477	0,0776	-----	-----
1,4231	1,0063	0,364	2000	78,6	0,515	1,4366	0,0135	1,4428	0,0197
1,3759	0,9729	0,346	2000	80,3	0,489	1,3760	0,0001	1,3825	0,0066
1,3258	0,9375	0,327	2000	81,2	0,462	1,3120	-0,0138	1,3188	-0,0070
1,3066	0,9239	0,316	2000	79,6	0,447	1,2750	-0,0316	1,2820	-0,0246
1,2748	0,9014	0,304	2000	81,7	0,430	1,2346	-0,0402	1,2417	-0,0330

- neste ensaio, era necessário ter uma diferença de fase entre o sinal do gerador e o do solenoide de $\pi/2$. Contudo, tal não se verificou. Assim, foi escolhida uma frequência de 2000 Hz, para aproximar a diferença de fase ao valor desejado.

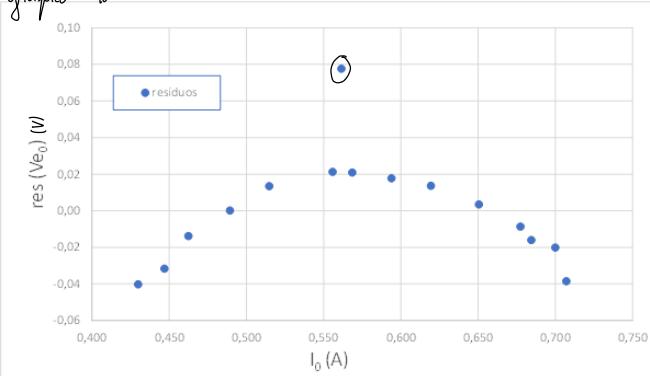
gráfico 9



m	2,38	0,21	b
$\sigma(m)$	0,09	0,05	$\sigma(b)$
r^2	0,983	0,03	$\sigma(y)_{aj}$

$$0,06 u(y)_{aj}$$

gráfico 10



→ Para a análise gráfica referente aos gráficos 9 e 10, foram utilizados todos os dados experimentais. A gama experimental considerada para o ajuste foi de 1,2748 V a 1,9329 V para o V_{E_0} e de 0,430 A a 0,707 A para a corrente.

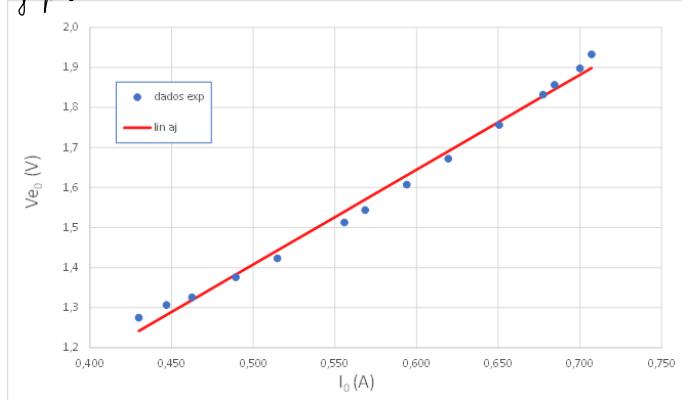
→ Observando o gráfico dos resíduos e o gráfico 9 analisamos o ponto (0,561; 1,4701) como sendo duvidoso.

→ É de notar uma tendência parabólica nos resíduos, o que sugere que o ajuste não é o adequado.

→ O padrão observado no gráfico de resíduos pode ser indicativo de um erro sistemático. Neste caso, poderá ter sido má calibração dos instrumentos.

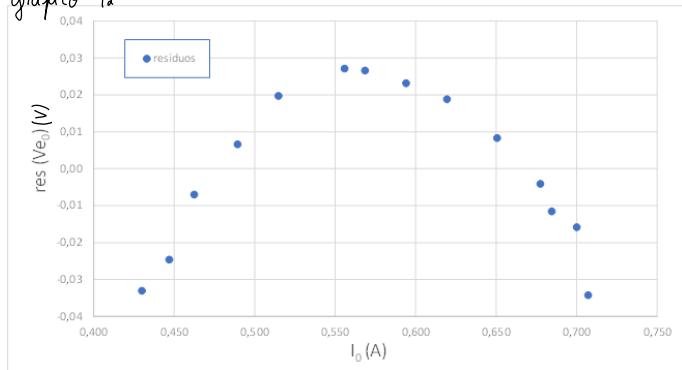
→ Aísim, foi realizado uma novo ajuste (ajuste 2), retirando o ponto duvidoso (amalhado na Tabela 3 a vermelho):

gráfico 11



m	2,37	0,22	b
$\sigma(m)$	0,06	0,04	$\sigma(b)$
r^2	0,991	0,02	$\sigma(y)$ aj
		0,05	$u(y)$ aj

gráfico 12



→ no gráfico 11, observa-se que os pontos não seguem uma tendência linear, como era esperado.

→ Durante a experiência, foi necessário mudar várias vezes o gerador de sinais, uma vez que não estávamos a conseguir assegurar uma diferença de fase de $\pi/2$ entre este e o solenóide, o que poderia ter influenciado os resultados obtidos.

→ no gráfico 12, notamos uma tendência parabólica nos resíduos.

→ Aísim, não concluimos a análise dos dados deste ensaio, utilizando o ensaio 2 para obter e aprofundar a análise.

→ As barras de incerteza estão representadas nos gráficos 9, 10, 11 e 12, contudo, como o seu tamanho é inferior aos pontos, não são visíveis.

→ A partir da análise gráfica deste ensaio e da fórmula $V_{e_0} = \mu_0 \frac{N \cdot m \cdot S \cos\theta \cdot i_0}{L} \cdot i_0$:

$m = (\mu_0 N n S \cos\theta i_0)/L$
$\mu_0 = (m L)/(N n S \cos\theta i_0)$
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$
9,6E-07
$u(\mu_0)$
3E-08
$u(\mu_0) \%$
2,73
erro %
23,30

- O valor de μ_0 apresenta um erro de 23,30 % relativamente ao valor de referência $\mu_0 = 477 \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

→ A incerteza de μ_0 foi calculada a partir da expressão:

$$\frac{u^2(\mu_0)}{\mu_0^2} = \frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(S)}{S^2} + \frac{u^2(N)}{N^2} + \frac{u^2(\omega)}{\omega^2} \Rightarrow u(\mu_0) = \sqrt{\frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(S)}{S^2} + \frac{u^2(N)}{N^2} + \frac{u^2(\omega)}{\omega^2}} \cdot \mu_0$$

- A incerteza da área efetiva foi calculada através da expressão:

$$u(S) = \frac{\pi \cdot d}{2} \cdot u(d) , \text{ sendo } d \text{ o diâmetro da bobina de prova}$$

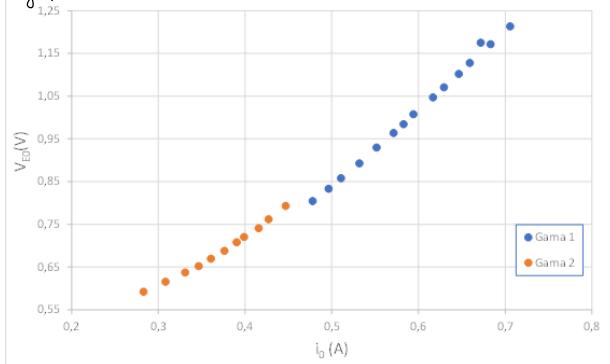
→ Ensaio 2:

$n =$	300	$N \pm 1 =$	361	$S (\text{mm}^2) =$	1355	$S (\text{m}^2)$	0,001355	$u(S)(\text{m}^2)$	0,000003
$\omega (\text{s}^{-1}) =$	8922	0 (graus) =	0	$L (\text{m}) =$	0,75				
$u(\omega)(\text{s}^{-1})$	1								

Tabela 4

$V_{\text{RMS}} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$V_{E_0} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$i_{\text{RMS}} (\pm 0,001 \text{ A})$	$i_0 (\pm 0,001 \text{ A})$
0,8579	1,2133	0,499	0,706
0,8284	1,1715	0,483	0,683
0,8310	1,1752	0,475	0,672
0,7975	1,1278	0,466	0,659
0,7794	1,1022	0,457	0,646
0,7572	1,0708	0,445	0,629
0,7406	1,0474	0,436	0,617
0,7127	1,0079	0,420	0,594
0,6961	0,9844	0,412	0,583
0,6816	0,9639	0,404	0,571
0,6577	0,9301	0,390	0,552
0,6316	0,8932	0,376	0,532
0,6068	0,8581	0,361	0,511
0,5895	0,8337	0,351	0,496
0,5689	0,8045	0,338	0,478
0,5610	0,7934	0,316	0,447
0,5390	0,7623	0,302	0,427
0,5242	0,7413	0,294	0,416
0,5096	0,7207	0,282	0,399
0,5010	0,7085	0,276	0,390
0,4866	0,6882	0,266	0,376
0,4736	0,6698	0,255	0,361
0,4613	0,6524	0,245	0,346
0,4508	0,6375	0,234	0,331
0,4355	0,6159	0,218	0,308
0,4192	0,5928	0,200	0,283

gráfico 13



→ Neste ensaio, a gama experimental de V_{E_0} variou entre 0,5928 V e 1,2133 V e entre 0,283 A e 0,706 A para i_0 .

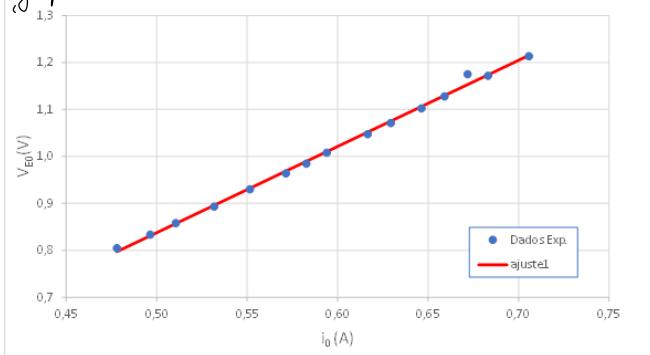
- no gráfico 13, observa-se entre os valores 0,7934 V e 0,8045 V de V_{E_0} um salto nos valores. Este salto teria acontecido porque houve necessidade de trocar o amperímetro e o voltmímetro.

→ Gama 1:

Tabela 5

$V_{\text{RMS}} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$V_{E_0} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$i_{\text{RMS}} (\pm 0,001 \text{ A})$	$i_0 (\pm 0,001 \text{ A})$	$V_{E_0 \text{ adj}} (\text{V})$	$\text{Res } V_{E_0} (\text{V}) \text{ adj}_1$	$V_{E_0 \text{ adj}} (\text{V})$	$\text{Res } V_{E_0} (\text{V}) \text{ adj}_2$
0,8579	1,2133	0,499	0,706	1,215	0,002	1,210	-0,003
0,8284	1,1715	0,483	0,683	1,174	0,002	1,169	-0,002
0,8310	1,1752	0,475	0,672	1,153	-0,022	1,153	-0,022
0,7975	1,1278	0,466	0,659	1,129	0,002	1,126	-0,002
0,7794	1,1022	0,457	0,646	1,106	0,004	1,103	0,001
0,7572	1,0708	0,445	0,629	1,075	0,004	1,072	0,001
0,7406	1,0474	0,436	0,617	1,052	0,004	1,049	0,002
0,7127	1,0079	0,420	0,594	1,010	0,002	1,008	0,000
0,6961	0,9844	0,412	0,583	0,989	0,005	0,988	0,003
0,6816	0,9639	0,404	0,571	0,969	0,005	0,967	0,003
0,6577	0,9301	0,390	0,552	0,932	0,002	0,932	0,002
0,6316	0,8932	0,376	0,532	0,896	0,003	0,896	0,003
0,6068	0,8581	0,361	0,511	0,857	-0,001	0,858	-0,001
0,5895	0,8337	0,351	0,496	0,831	-0,003	0,832	-0,002
0,5689	0,8045	0,338	0,478	0,797	-0,007	0,799	-0,006

gráfico 14

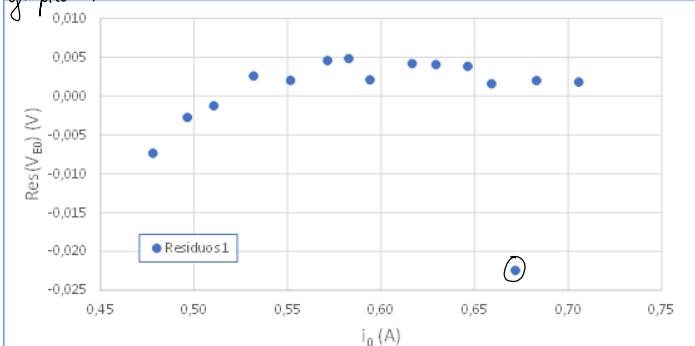


m	1,84	-0,08	b
σ_m	0,03	0,02	σ_b
r^2	0,997	0,007	$\sigma_{y \text{ adj}}$

$$u(y \text{ adj}) = 0,01$$

→ para o ajuste do gráfico 14, foram utilizados todos os pontos da gama experimental de 0,8045 V a 1,2133 V de V_{E_0} . Observamos uma tendência linear entre V_{E_0} e i_0 .

gráfico 15



→ No gráfico 15, não apresentam nenhuma tendência aparente, contudo o ponto anotado a vermelho na tabela é agora considerado duvidoso.

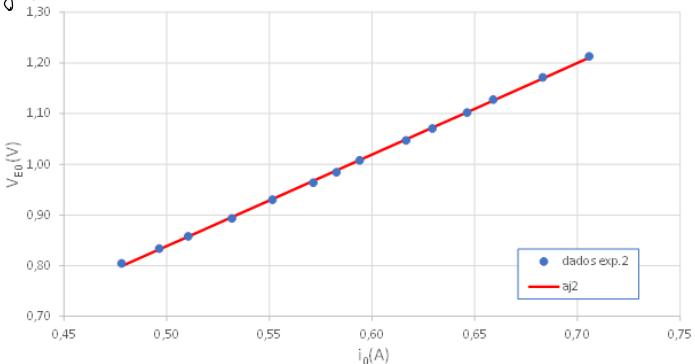
→ As barras de incerteza têm um tamanho inferior à escala do gráfico, logo não são visíveis.

- O valor de μ_0 apresenta um erro de 16,34% relativamente ao valor de referência $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

→ todas as incertezas foram calculadas com as expressões indicadas no ensaio 1 do estudo de V_E em função da corrente (i_0).

- Consequentemente, foi feito um novo ajuste sem o ponto duvidoso:

gráfico 16

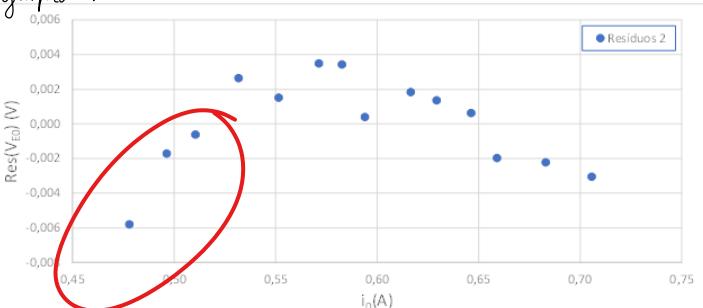


m	1,81	-0,065 b
σ_m	0,01	0,007 σ_b
r^2	0,9996	0,003 $\sigma_{y,aj}$

$$u(y_{aj}) = 0,006$$

→ no gráfico 16 observa-se que os pontos seguem uma tendência linear, como era esperado.

gráfico 17



→ no gráfico 17, é evidente que a ordem de grandeza dos resíduos é muito pequena comparada com a dos valores experimentais. Isto revela que o ajuste feito está bastante próximo dos valores experimentais.

$m = (\mu_0 N n S \cos\theta \omega)/L$
$\mu_0 = (m L)/(N n S \cos\theta \omega)$
$\mu_0 (\text{H m}^{-1}) = 1,035 \times 10^{-6}$
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1}) = 7 \times 10^{-9}$
$u(\mu_0) \% = 0,71\%$
$\text{erro \%} = 17,62\%$

- O valor de μ_0 apresenta um erro de 17,62% relativamente ao valor de referência $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

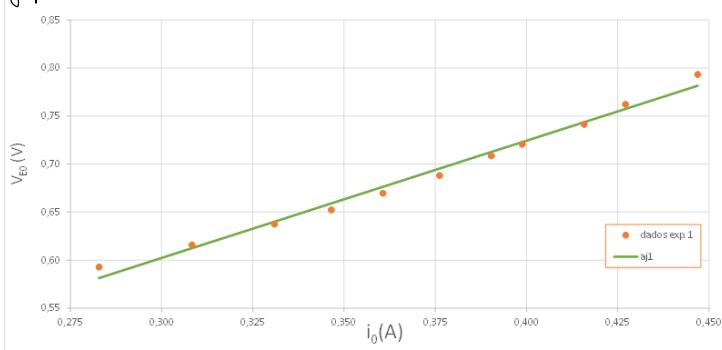
→ todas as incertezas foram calculadas com as expressões indicadas no ensaio 1 do estudo de V_E em função da corrente (i_0).

→ Gamma 2:

Tabela 6

V_{RMS} ($\pm 0,0001$ V)	V_{EO} ($\pm 0,0001$ V)	i_{RMS} ($\pm 0,001$ A)	i_0 ($\pm 0,001$ A)	$V_{EO\ aj1}$ (V)	Res V_{EO} (V) aj1	$V_{EO\ aj2}$ (V)	Res V_{EO} (V) aj2
0,5610	0,7934	0,316	0,447	0,782	-0,012	X	X
0,5390	0,7623	0,302	0,427	0,757	-0,005	X	X
0,5242	0,7413	0,294	0,416	0,744	0,002	0,740	-0,001
0,5096	0,7207	0,282	0,399	0,723	0,002	0,719	-0,002
0,5010	0,7085	0,276	0,390	0,713	0,004	0,709	0,000
0,4866	0,6882	0,266	0,376	0,695	0,007	0,691	0,003
0,4736	0,6698	0,255	0,361	0,676	0,007	0,671	0,002
0,4613	0,6524	0,245	0,346	0,659	0,007	0,654	0,001
0,4508	0,6375	0,234	0,331	0,640	0,003	0,634	-0,003
0,4355	0,6159	0,218	0,308	0,612	-0,003	X	X
0,4192	0,5928	0,200	0,283	0,581	-0,011	X	X

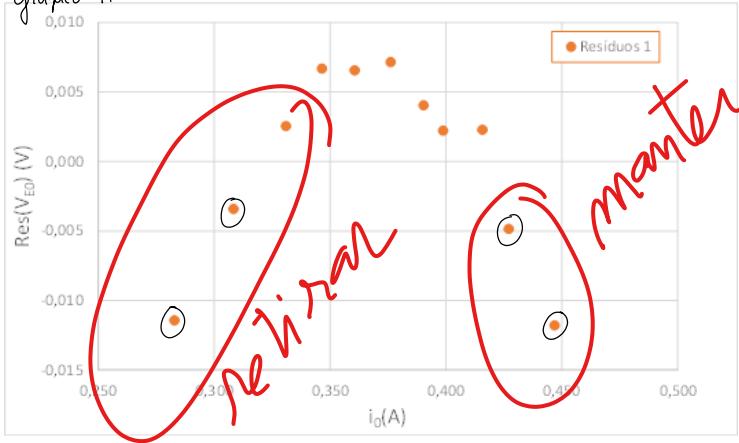
Gráfico 18



m	1,22	0,24	b
σ_m	0,05	0,02	σ_b
r^2	0,988	0,007	$\sigma_{y\ aj}$
$u(y\ aj)$		0,01	

→ A gamma experimental considerada para o ajuste do gráfico 18 é de 0,5928 V para V_{EO} e de 0,283 A a 0,447 A para i_0 , considerando todos os pontos.

Gráfico 19



→ No gráfico 18 observamos algumas flutuações dos pontos em relação ao ajuste.

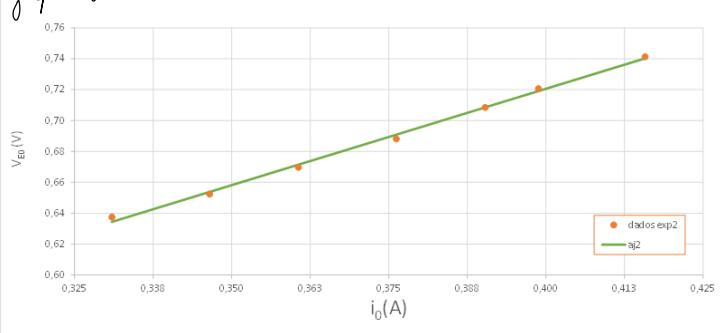
→ No gráfico 19, os resíduos apresentam um padrão, o que sugere que o ajuste não é o adequado. É também evidente que os pontos para V_{EO} indicados a vermelho na Tabela 6 se afastam dos restantes.

As barras de incerteza não estão visíveis, uma vez que são bastante inferiores à escala escolhida nos gráficos 18 e 19.

A partir da análise gráfica para esta Gamma, calculamos o μ_0 , considerando as mesmas expressões do ensaio 1 do estudo de V_{EO} em função da corrente i_0 :

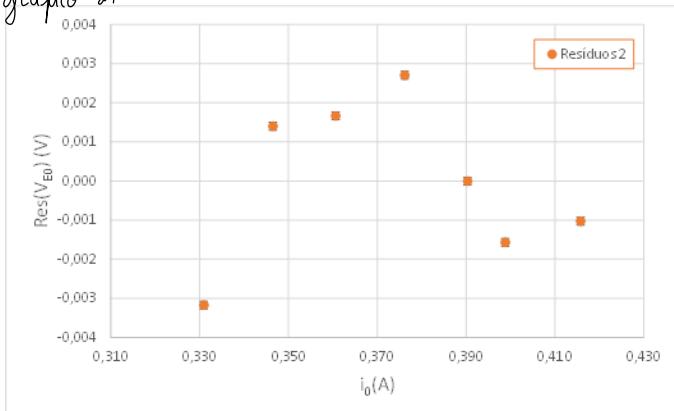
$m = (\mu_0 N n S \cos\theta \omega)/L$	
$\mu_0 = (m L)/(N n S \cos\theta \omega)$	
$\mu_0 (H m^{-1}) =$	7,0E-07
$u(\mu_0) (H m^{-1}) =$	3E-08
$u(\mu_0) \% =$	3,71%
erro %	44,4%

Desta forma, procedemos a um novo ajuste, retirando os pontos anotados a vermelho na Tabela 6: gráfico 20



- no gráfico 20, temos uma tendência linear entre V_{E0} e i_0 , como foi previsto teoricamente.

gráfico 21



. Contrariamente ao ajuste anterior, o gráfico de resíduos já não apresenta tendência.

- A grandeza dos valores de resíduos dig-nos que os valores experimentais estão próximos dos valores do ajuste, já que $V_{E0} \gg \text{Res}(V_{E0})$.

- Calculamos assim μ_0 para o novo ajuste:

$m = (\mu_0 N n S \cos\theta \omega)/L$
$\mu_0 = (m L)/(N n S \cos\theta \omega)$
$\mu_0 (\text{H m}^{-1}) = 7,2\text{E-}07$
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1}) = 2\text{E-}08$
$u(\mu_0) \% = 2,47\%$
erro % = 43,0%

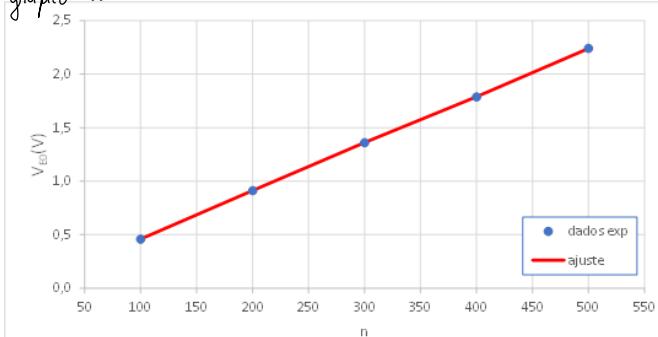
→ V_{E0} em função do número de espiras da bobina de prova (n):

θ (graus) =	0	$N (\pm 1) =$	361	$S (\text{mm}^2) =$	1325,93	$S (\text{m}^2)$	0,00133
$\omega (\text{s}^{-1}) =$	8985	$L (\text{m}) =$	0,75	$d (\text{mm})$	41,1	$u(S)(\text{m}^2)$	0,00001
$u(\omega)(\text{s}^{-1})$	1			$u(d) (\text{mm})$	0,1		

Tabela 7

$V_{RMS} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$V_{E0} (\pm 0,0001 \text{ V})$	n	$d (\text{mm})$	$i_{RMS} (\text{A}) \pm 0,001$	$i_0 (\text{A}) \pm 0,001$	$V_{E0 \text{ aj}} (\text{V})$	$\text{Res } V_{E0} (\text{V})$
0,3244	0,4588	100	41,00	0,470	0,665	0,464	0,005
0,6453	0,9126	200	41,10	0,469	0,663	0,908	-0,004
0,9619	1,3603	300	41,54	0,470	0,665	1,352	-0,008
1,2646	1,7884	400	40,90	0,469	0,663	1,796	0,008
1,5847	2,2411	500	40,90	0,469	0,663	2,240	-0,001

gráfico 22

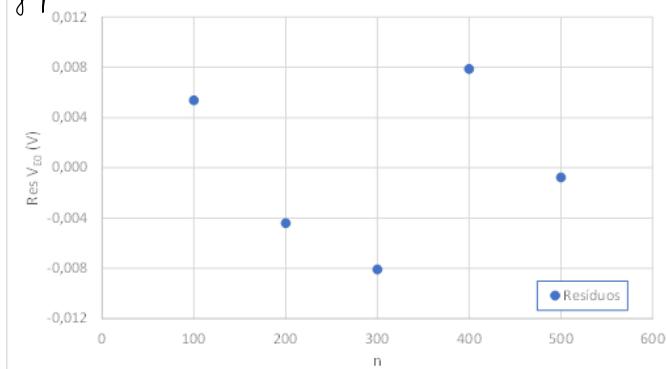


m	0,00444	b	0,020
σ_m	0,00002	σ_b	0,008
r^2	0,99991	$\sigma_y \text{ aj}$	0,008

$$u(y \text{ aj}) = 0,02$$

- no gráfico 22, representamos V_{E0} em função do número de espiras da bobina (n), observando uma tendência linear entre ambos.

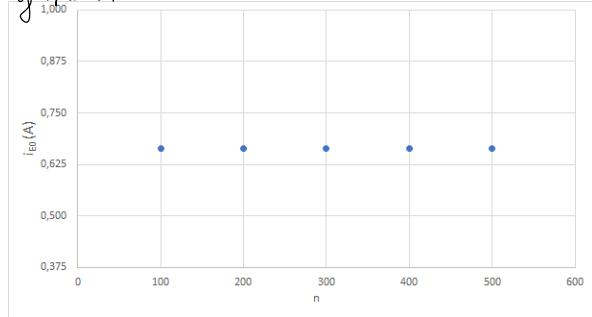
gráfico 23



- no gráfico 23, observa-se uma abatidão nos resíduos, o que indica um domínio de erros abatórios.

- para além disso, temos que os valores do gráfico oscilam entre -0,008V e 0,008V, sendo menores que a incerteza 0,02V do ajuste. Portanto, podemos considerar estes valores baixos e afirmar que o ajuste é adequado e próximo aos dados experimentais.

gráfico 24



- através dos gráficos 24 e 25, verificamos que a corrente mantém-se praticamente constante longo do estudo.

- determinarmos assim o valor de μ_0 :

$m = (\mu_0 N \cos \theta i_0)/L$
$\mu_0 = (m L)/(N \cos \theta i_0)$
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$
1,17E-06
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1})$
1E-08
$u(\mu_0) \%$
0,84%
erro %
7,17%
$i_0 (\text{A})$
0,6638
$u(i_0) (\text{A})$
0,0003

→ expressão para a incerteza de μ_0 :

$$\frac{u^2(\mu_0)}{\mu_0^2} = \frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(S)}{S^2} + \frac{u^2(N)}{N^2} + \frac{u^2(i_0)}{i_0^2} + \frac{u^2(w)}{w^2} \Rightarrow u(\mu_0) = \sqrt{\frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(S)}{S^2} + \frac{u^2(N)}{N^2} + \frac{u^2(w)}{w^2} + \frac{u^2(i_0)}{i_0^2}} \cdot \mu_0$$

→ o valor de μ_0 apresenta um erro de 7,17% em relação ao valor de referência $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

Resultados Finais:

- V_{E0} em função de ω :

	Ensaio 1	Ensaio 2
Ajuste 1	Ajuste 1	Ajuste 1
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$	1,072E-06	9,99E-07
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1})$	9E-09	8E-09
$u\%(\mu_0)$	0,87%	0,79%
erro %	14,67%	20,5%

- V_{E0} em função de i_0 :

	Ensaio 1		Ensaio 2			
	Gama 1		Gama 1		Gama 2	
	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 1	Ajuste 2
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$	9,6E-07	1,05E-06	1,035E-06	7,0E-07	7,2E-07	7,0E-07
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1})$	3E-08	2E-08	7E-09	3E-08	2E-08	2E-08
$u\%(\mu_0)$	2,73%	1,52%	0,71%	3,71%	2,47%	2,47%
erro %	23,30%	16,3%	17,6%	44,4%	43,0%	43,0%

10x menor que o esperado! Têm que se ter enganado mas contas!

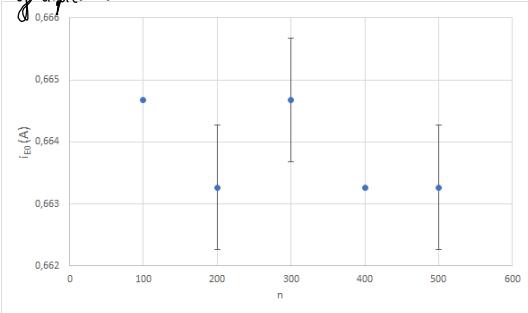
- V_{E0} em função de n :

	Ajuste 1
$\mu_0 (\text{H m}^{-1})$	1,17E-06
$u(\mu_0) (\text{H m}^{-1})$	1E-08
$u\%(\mu_0)$	0,84%
erro %	7,17%

2x menor!?

(%) alg. n'grij. errados

gráfico 25



Todas parecem haver alguma menor, mais

- Conclusão:

prop. direta: quantificação em log / log!

- No estudo da variação de V_E com a frequência angular do seinal (ω), foram feitos 2 ensaios, nos quais verificámos a proporcionalidade direta entre os dois parâmetros prevista teoricamente. No 1º ensaio, foi obtido um valor de $\mu_0 = (1,02 \pm 0,009) \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$, com uma incerteza relativa de 0,9%. Um erro percentual de 15% relativamente ao valor de referência $\mu_{0\text{ref}} = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$. No 2º ensaio, o valor obtido foi $\mu_0 = (9,91 \pm 0,08) \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$, com uma incerteza relativa de 0,8% e um erro percentual de 20% relativamente a $\mu_{0\text{ref}}$. Os erros obtidos são altos e uma explicação para tal terá sido o mau funcionamento dos instrumentos utilizados (gerador de seinal).

- No estudo da variação de V_E com a corrente que atravessa a bobina (i_0), foram feitos 2 ensaios, nos quais se verificou a relação previsível pela equação. No 1º ensaio, obteve-se um valor para μ_0 de $(9,6 \pm 0,3) \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ com uma incerteza relativa de 3,3% e um erro percentual de 33%. No 2º ensaio, os dados experimentais foram divididos em duas gamas. Para a primeira gama, obtiveram-se valores de μ_0 de $(1,05 \pm 0,02) \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$ (1º ajuste), com uma incerteza relativa de 1,9% e um erro percentual de 16% e de $(1,035 \pm 0,007) \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$ (2º ajuste), com uma incerteza relativa de 0,7% e um erro percentual de 13%. Na segunda gama, obtiveram-se os valores $(7,0 \pm 0,3) \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ (1º ajuste), com uma incerteza relativa de 3,9% e um erro percentual de 43%, e de $(7,1 \pm 0,2) \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ (2º ajuste), com uma incerteza relativa de 2,8% e um erro percentual de 34% relativamente a $\mu_{0\text{ref}}$. Estes últimos valores apresentam um erro muito maior porque houve necessidade de trocar de voltmetro e amperímetro, o que terá afetado os resultados experimentais, conferindo-lhes um baixo valor de confiança.

- No estudo da variação de V_E com o número de espiras da bobina de prova (n), verificou-se a relação de linearidade prevista. Obteve-se um valor de $\mu_0 = (1,17 \pm 0,01) \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$, com uma incerteza relativa de 0,89% e um erro percentual de 7,17%, relativamente a $\mu_{0\text{ref}}$. O erro obtido neste estudo, comparativamente com os anteriores, é bastante bom, representando o valor de μ_0 com maior confiança, já que foi o único estudo que não trouxe problemas detectados com os equipamentos.

- depois desta execução fizeram mais alguns ensaios?

- é que "o dia seguinte"

- é que "o dia seguinte"

- é que "o dia seguinte"