

13

Determinação do coeficiente da viscosidade da água pela Lei e Poiseuille

David Renato Barros Silva, PL5, Grupo 4
up202107336

Departamento de Física e Astronomia da Universidade do Porto
Licenciatura em Engenharia Física - Laboratórios de Física II

Resumo

Utilizando o método experimental de Poiseuille e a sua Lei, efetuaram-se medições de volume, temperatura e tempo, de modo a determinar o coeficiente de viscosidade da água.

Introdução teórica

A viscosidade de um fluido pode ser considerada como um atrito que as partículas desse líquido tem com as restantes e com as superfícies com as quais estão em contacto. As partículas de um fluido viscoso tem forças de atração entre si, quanto maiores essas forças, maior a viscosidade.

Serão considerados dois tipos de situações diferentes, onde a viscosidade afeta de formas diferentes o líquido e a sua velocidade, escoamento planar e escoamento num tubo cilíndrico.

Também serão considerados dois tipos de fluidos diferentes, um fluido real e um fluido ideal (ou perfeito).

Fluido ideal (ou perfeito)

Um fluido ideal tem as seguintes características:

- Viscosidade nula;
- Contínuo;

- Homogéneo;
- Incompressível;

Um fluido com **viscosidade nula** não tem atrito com as superfícies em contacto nem entre as partículas que o compõem, tendo as suas velocidades internas iguais:

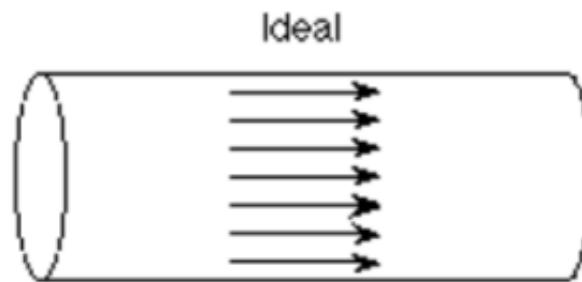


Figura 1: Distribuição de velocidades para um fluido ideal num cilindro

Nota: Cada seta na figura 1 representa a velocidade nessa posição, como se pode observar, a velocidade não varia com distância ao centro do cilindro.

Um fluido é considerado **contínuo** caso não hajam espaços vazios dentro do fluido, ou seja, todo o volume de espaço está ocupado pelo fluido.

Um fluido é **homogéneo** caso a densidade do fluido seja igual a cada elemento do seu volume.

Um fluido **incompressível** não tem a sua densidade dependente da pressão.

Num fluido ideal, há uma tensão de componente normal às superfícies que se encontram em contacto com o fluido, independente do fluido se encontrar em repouso ou ter partes em movimento. A ausência de componente tangente à superfície deve-se à inexistência da viscosidade, fazendo com que o fluido flua sem atrito pela superfície e por si próprio.

Fluido real

Ao estudar-se o mundo rapidamente se nota que os fluidos existentes não são ideais, sendo a principal diferença entre os fluidos reais e ideais é que os reais apresentam viscosidade (η), sendo caracterizados por um valor de viscosidade finito e não nulo de η .

Nota: Os fluidos reais podem também não apresentar outras características de fluidos ideais, mas é a presença de viscosidade a principal diferença.

Então a viscosidade é uma grandeza obtida pela interação das partículas vizinhas e das partes do fluido que se movem relativamente umas às outras, essa grandeza é específica do fluido e da sua temperatura.

Perante a existência de viscosidade, irão existir tensões relativamente à superfície de contacto, uma tensão normal à superfície e uma tangente à superfície. A componente tangencial de tensão será de natureza resistiva, apresentando-se como um atrito, que poderá afetar de forma diferente o fluido dependendo do tipo de escoamento.

Escoamento planar

O escoamento planar é a situação de escoamento de um fluido que flui entre duas placas, uma encontra-se a flutuar livremente sobre o fluido (neste caso um líquido) e a outra no fundo que é amovível. Esta situação pode ser representada no seguinte esquema:

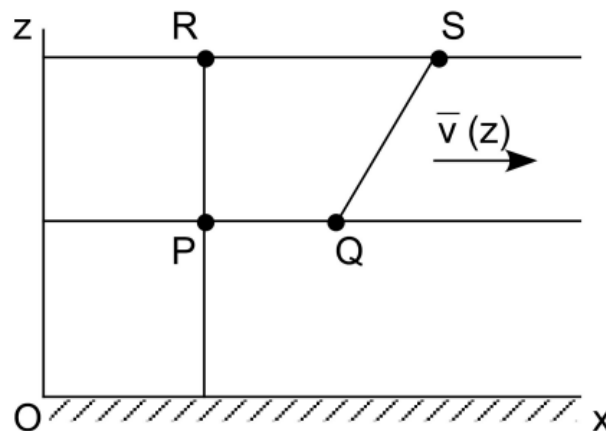


Figura 2: Distribuição de velocidades para um fluido real em situação de escoamento planar com fluxo unidimensional em Ox .

Como se pode observar na Figura 2, a velocidade do fluido depende apenas de z (altura), sendo diretamente proporcional ao mesmo.

Considerando o fluxo unidimensional presente na figura 2, é possível observar 2 linhas de fluxo PQ e RS . Cada uma destas linhas de fluxo estão contidas num plano de fluxo, paralelo a Ox .

Devido à existência de um coeficiente de viscosidade, sabe-se que está presente uma tensão tangencial (τ_{tang}) proporcional á taxa de variação de velocidade num dado plano de fluxo (dv/dt), obtida segundo Oz , ou seja, a variação de velocidade em função de Oz . Note-se que a velocidade é perpendicular a Oz .

A tensão perpendicular pode então ser calculada da seguinte forma:

$$\tau_{tang} = \eta \frac{dv}{dz} \quad (1)$$

Onde η é o coeficiente de viscosidade, que tem as seguintes dimensões:

$$[\eta] = \frac{LMT^{-2}}{L^2} \cdot \frac{L}{LT^{-1}} = L^{-1}MT^{-1} \quad (2)$$

Sendo representado em unidade SI por *Pa.s*.

Observando a Figura 2, nota-se que há uma deformação entre os planos de fluxo dentro do fluido, a taxa de deformação entre os planos de fluxo indicados pode ser dado por \mathcal{R} , onde:

$$\mathcal{R} = \frac{dv}{dz} \quad (3)$$

Nota: A equação de \mathcal{R} aplica-se ao escoamento planar. Onde \mathcal{R} se encontra em rad/s.

Sabendo que um fluido com viscosidade apresenta ligações entre as suas partículas que se tentam aproximar, pode-se inferir que os planos de fluxo entre PQ e RS aplicam uma força por unidade de área em PQ (no sentido de o fazer avançar) dada por $\eta dv/dz$.

O mesmo acontece para o plano RS, porém no sentido de o retardar, dado que as forças de ligação tentarão aproximar as partículas mais afastadas do resto do fluido.

O trabalho gasto por unidade de área da superfície, que se move a uma velocidade $v + dv = (v + dv/dz)dz$, em relação a uma camada dz , será de $(v + dv/dz)\eta dv/dz$, por unidade de tempo (segundo [s] no sistema SI)

Por conseguinte, a camada dz aplica um trabalho por unidade de área sobre a superfície que inicialmente aplicou trabalho no sentido de o absorver, que avança com velocidade: $v\eta dv/dz$.

Então a potência dissipada por unidade de área e de altura (da camada em análise, dz), pode ser obtida por:

$$\eta \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 dz \quad (4)$$

Então a potência dissipada por unidade de volume na deformação pode ser dado por:

$$u = \eta \mathcal{R}^2 \quad (5)$$

Escoamento em tubo cilíndrico

Colocando um tubo cilíndrico na horizontal, e fazendo passar um líquido pouco viscoso (como água) pelo seu interior, torna-se possível estudar o coeficiente de viscosidade de líquido em questão.

Tal como no escoamento planar a velocidade do líquido também será inferior quanto mais próximo se encontrar da superfície de contacto (interior do tubo). Outra perspectiva de indicar este fenómeno é:

Quanto mais afastado do centro da secção reta circular do tubo estiver o fluido, menor será a sua velocidade.

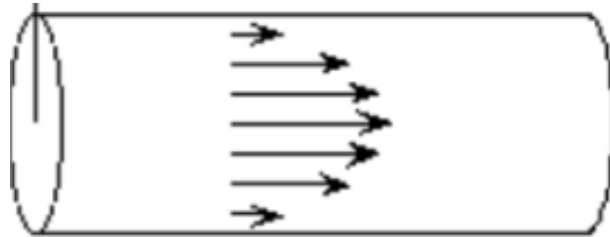


Figura 3: Distribuição de velocidades para um fluido real em situação de escoamento cilíndrico.

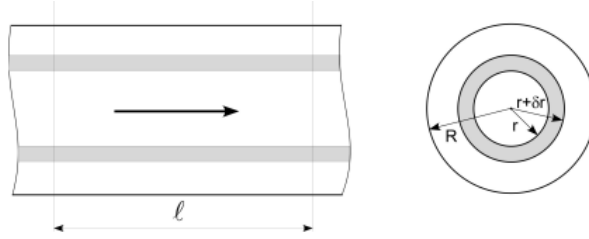


Figura 4: Escoamento de um fluido num tubo cilíndrico de raio R , vista lateral e frontal.

Para se começar a estudar o movimento do fluido, é necessário considerar uma camada cilíndrica, que se irá considerar como tendo uma espessura δr .

Como já referido, a velocidade do fluido irá decrescer do eixo para a periferia, então poderá ser apresentada como uma função $v(r)$, com dv/dr com valor negativo.

Ao correr o fluido dentro da camada cilíndrica (indicada a cinza no esquema frontal na Figura 4), irá haver uma diferença de pressão, a força dessa diferença pode ser calculada da seguinte forma:

$$P \cdot 2\pi r \delta r \quad (6)$$

A força de viscosidade criada pelo líquido que percorre o tubo pode ser dada por:

$$-\eta \cdot 2\pi r l \cdot \left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_r \quad (7)$$

Nota: Esta força tem o mesmo sentido do movimento, então tem valor algébrico positivo. A velocidade decresce com a distância ao eixo, logo é necessário inverter o sinal da equação (é adicionado um menos).

A força da viscosidade fora da camada cilíndrica devido ao líquido será dada por:

$$-\eta \cdot 2\pi(r + \delta r)l \cdot \left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_{r+\delta r} \quad (8)$$

Onde o gradiente da velocidade será diferente ao que se encontra dentro da camada cilíndrica.

Calculando a força resultante e igualando-a a zero, tem-se:

$$P \cdot 2\pi r dr - \eta \cdot 2\pi r l \cdot \left(\frac{\delta v}{\delta r}\right)_r + \eta \cdot 2\pi(r + \delta r)l \cdot \left(\frac{\delta v}{\delta r}\right)_{r+\delta r} = 0 \quad (9)$$

Passando ao limite temos que $\left(\frac{\delta v}{\delta r}\right) = \left(\frac{dv}{dr}\right)$, ficando então com:

$$P \cdot 2\pi r dr - \eta \cdot 2\pi r l \cdot \left(\frac{dv}{dr}\right)_r + \eta \cdot 2\pi(r + dr)l \cdot \left(\frac{dv}{dr}\right)_{r+dr} = 0 \quad (10)$$

Escrevendo $\left(\frac{dv}{dr}\right)_{r+dr}$ em função de $\left(\frac{dv}{dr}\right)_r$, tem-se:

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)_{r+dr} = \left(\frac{dv}{dr}\right)_r + dr \left(\frac{d^2v}{dr^2}\right)_r \quad (11)$$

Fazendo a substituição da igualdade na equação (10):

$$Pr dr - \eta l(r + dr) \left(\frac{dv}{dr} + dr \frac{d^2v}{dr^2}\right) - \eta l r \frac{dv}{dr} = 0 \quad (12)$$

Desprezando o termo em r^2 , obtem-se uma igualdade que será dividida por dr , obtendo-se:

$$\eta l \left(r \frac{d^2v}{dr^2} + \frac{dv}{dr}\right) = -Pr \quad (13)$$

Notando que:

$$r \frac{d^2v}{dr^2} + \frac{dv}{dr} = \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr}\right) \quad (14)$$

Pode-se escrever a equação (13):

$$\eta l \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr}\right) = -Pr \quad (15)$$

Integrando a igualdade anterior tem-se:

$$\frac{dv}{dr} = -P \frac{r}{2\eta l} + \frac{1}{\eta l r} C_1 \quad (16)$$

Nota: C_1 é uma constante de integração.

Integrando novamente esta última equação:

$$v = -P \frac{r^2}{4\eta l} + \frac{1}{\eta l} C_1 \cdot \log r + C_2 \quad (17)$$

Nota: C_2 é uma constante de integração.

De modo a determinar as constantes de integração:

1. Em $r=0$, a velocidade do tubo tem de ser finita, então $C_1 = 0$
2. Quando $r=R$, ou seja, junto da parede interna do tubo, a velocidade será nula, então:

$$-P \frac{R^2}{4\eta l} + C_2 \Leftrightarrow C_2 = P \frac{R^2}{4\eta l}$$

Obtêm-se então a solução:

$$v = \frac{P(R^2 - r^2)}{4\eta l} \quad (18)$$

Fazendo uma análise da equação da velocidade, pode-se concluir que a distribuição da velocidade em função da distância ao eixo é parabólica, sendo máxima no eixo ($r=0$).

De modo a calcular o caudal (Q) que passa pelo tubo (m^3/s), calcula-se o caudal para cada camada cilíndrica como indicado na figura 3 (vista frontal), integrando-se ao longo da secção reta do tubo:

$$Q = \int_0^R v \cdot 2\pi r \cdot dr = \int_0^R \frac{P(R^2 - r^2)}{4\eta l} \cdot 2\pi r \cdot dr \quad (19)$$

Obtendo-se:

$$P = \eta \frac{8l}{\pi R^4} Q \quad (20)$$

Esta equação é chamada de **Lei de Poiseuille**.

De modo a efetuar a análise também teremos de ter em conta as seguintes equações, das quais se pode obter o valor de P e Q através de grandezas obtidas com medição direta:

$$P = \rho gh \quad (21)$$

$$Q = \frac{V}{\Delta t} \quad (22)$$

Onde:

- ρ é densidade da água
- g é a aceleração gravítica
- h é a diferença de alturas manométricas
- V é o volume de água medido
- Δt é o tempo que se demorou a atingir o volume V

~~Parte Experimental~~ Método Exp. e Respeito Implementação Equipamento

- Depósito de água com torneira (previamente cheio)
- Tubos de borracha
- Proveta graduada
- Rolha
- Gordura vedante
- Tubo capilar
- Termómetro
- Cronómetro (telamóvel)
- Suporte de altura variável
- Folha branca
- Água

arrasando a
figura para
poder usar o
espaço

~~Procedimento Experimental~~

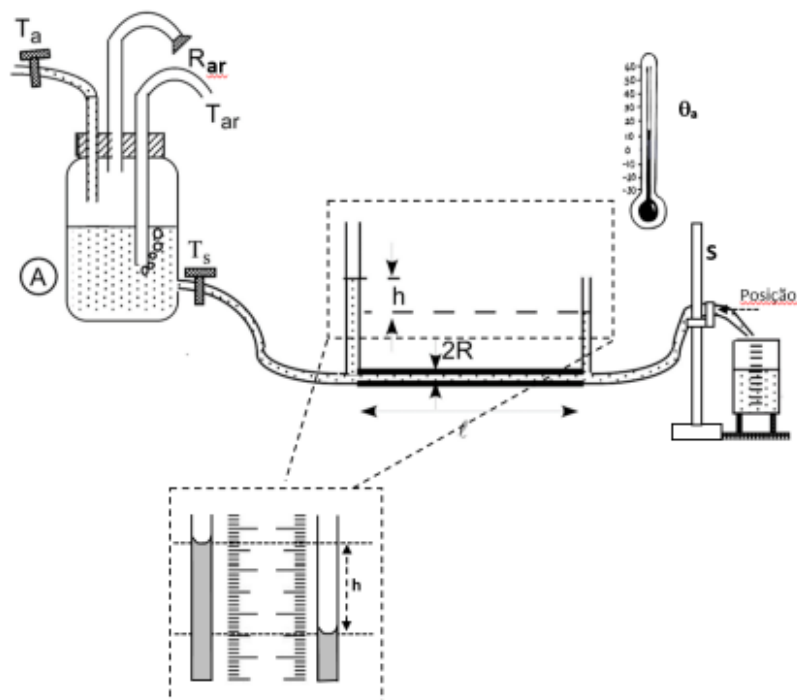


Figura 5: Montagem experimental do método de Poiseuille. • 66

Nota: O depósito "A", deve estar previamente cheio várias horas antes da experiência (a altura constante), de modo a garantir que a água no interior se encontra com temperatura estabilizada θ_a .

~~Encher o depósito~~

- 1-Retirar a rolha (R_{ar});
- 2-Abrir a torneira (T_a);
- 3-Fechar a torneira (T_a);
- 4-Colocar a rolha;
- 5-Colocar gordura vedante de modo a não deixar entrar ar pelas bordas da rolha;

Num "relatório" mas se apresenta um conjunto de instruções. Isso é um protocolo

Execução da experiência

- 1-Garantir que a montagem da Figura 5 se encontra corretamente preparada;
- 2-Registrar os valores do raio interno (R) e comprimento do tubo capilar (l), que se encontram indicados na bancada;
- 3-Efetuar uma medição da temperatura inicial, antes da execução e verificar posteriormente se a temperatura se mantém constante;
- 4-Para cada ensaio fazer variar a posição do suporte S, e registrar a altura h;
- 5-Abrir a torneira, e esperar que se atinga o equilíbrio estacionário.
- 6-Colocar a proveta debaixo da ponta metálica de onde cairão as gotas. Iniciar o cronómetro quando a primeira gota entrar na proveta e marcar o tempo sempre que o menisco atingir a marcação destacada na proveta (5cm^3);
- 7-Registrar os valores de volume e tempo para cada leitura, também como a temperatura no momento da medição;
- 8-Repetir o ensaio para cada altura entre 2 a 3 vezes, de modo a verificar se os valores são concordantes nos dois ensaios;
- 9-Repetir o passo 5 e posteriores de modo a obter ensaios para várias posições de S;
- 10-Executar a análise dos dados obtidos de modo a calcular o coeficiente de viscosidade;
- 11-Executar o cálculo da variação da pressão com a seguinte equação:
 $P = \rho gh$;
- 12-Calcular o caudal (Q) para cada ensaio com a seguinte equação: $Q = V/t$;

Cuidados a ter

- Os tubos de borracha por onde a água passa devem estar livres de estreitamentos ou dobras;
- Quando se abrir a torneira deve-se esperar que se comecem a fazer bolhas (Como indicado na Figura 5), isto indica que o regime estacionário foi atingido. Deve-se esperar que isto aconteça antes de se começarem a fazer medições.
- O tubo capilar deve estar posicionado na horizontal, de modo a não haver contribuição devido a uma variação da energia potencial da água ao longo do tubo.
- Ter atenção na limpeza da proveta graduada de modo a não deixar quaisquer gotas de ensaios anteriores, irão afetar de forma negativa as medições de tempo, especialmente para alturas h maiores.

- Tentar evitar que gotas durante a medição fiquem nas paredes da proveta;
- Evitar que gotas caiam fora da proveta, caso isto aconteça deve-se repetir todo o ensaio, desprezando o ensaio com o erro;
- Evitar que os tubos de borracha da montagem ganhem bolhas de ar no seu interior, caso isto aconteça deve-se retirar as bolhas do interior agitando o tubo onde as bolhas então presentes, caso isto aconteça deve-se repetir todo o ensaio, desprezando o ensaio com o erro;

Parte Experimental

Com os valores obtidos das medições diretas é possível através de métodos indiretos descobrir os valores de caudal (Q) e pressão (P). Deste modo, se pode efetuar os seguintes gráficos do caudal em função da pressão.

Nota: Os gráficos efetuados são do tipo Q(P), uma vez que nos eixos dos y se devem encontrar as grandezas com maior incerteza.

Inicialmente pode-se colocar no mesmo gráfico todas as gamas de volume, de modo a procurar concordância nos valores obtidos.

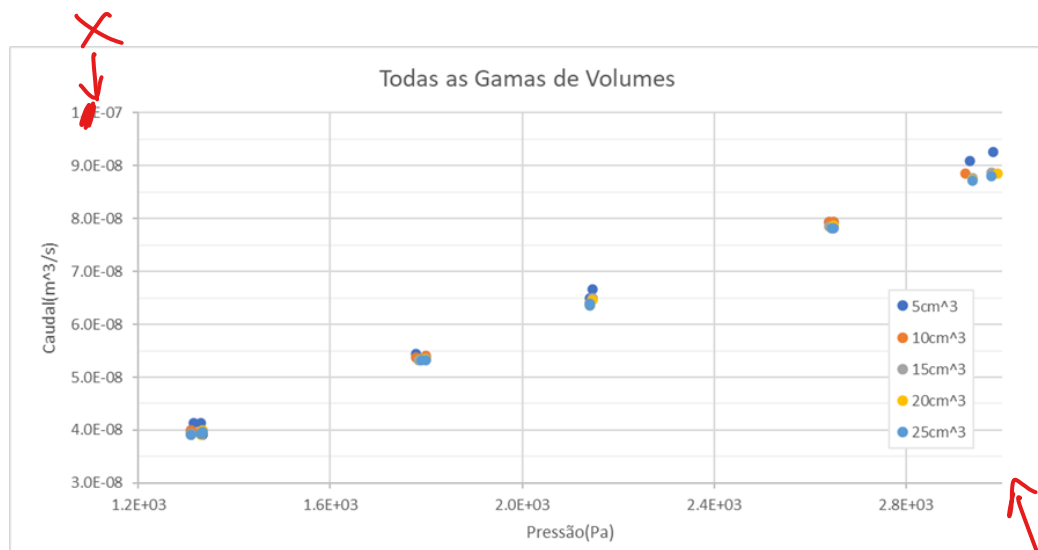


Gráfico 1: Caudal em função da pressão para todas as gamas de volumes medidos.

A apresentação do expoente (E-08, p.ex.) não é muito elegante!

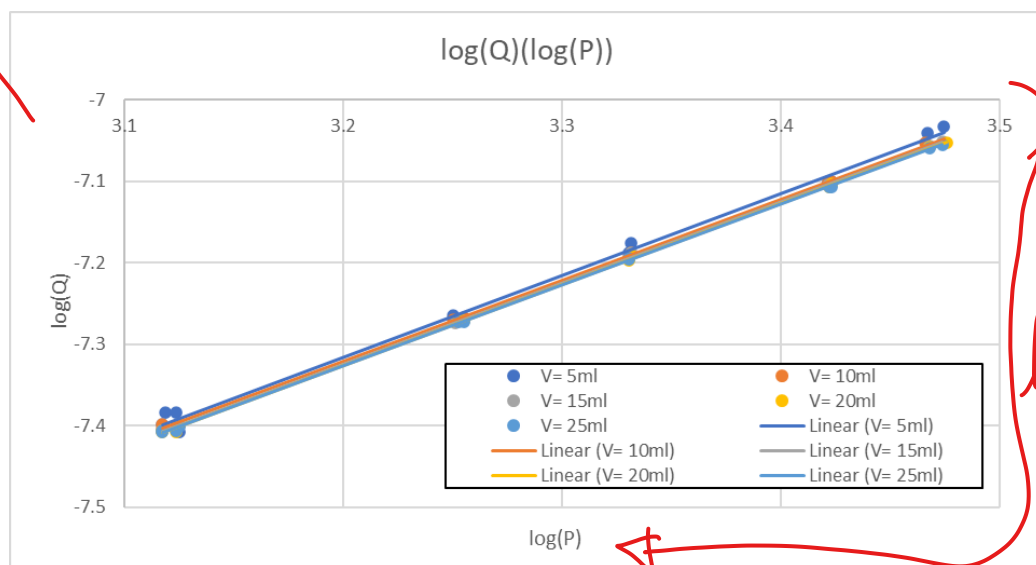
Quanto
↓ ↓ mais em
↓ ↓ apêndice!

Só interessa
 $\log Q$ vs $\log P$,
depois de escolher as
séries "boas"

Uma análise inicial do gráfico apresentado aparenta estar de acordo com a Lei de Poiseuille. Denotando-se uma dispersão linear no conjunto dos pontos.

Pode-se ver claramente uma concordância entre as diferentes séries de volumes, tal pode ser observado pela aproximação dos pontos para valores próximos de pressão.

Executando uma análise com os valores de log de Q e P, tem-se:



linhas +
finas!

Gráfico 2: log do caudal em função do log da pressão para todas as gamas de volumes medidos.

Com este gráfico pode-se confirmar que, evidentemente se pode considerar que as tendências lineares para os volumes se sobrepõem. Também se pode denotar que os declives são próximos de 1, suportando que este gráfico suporta a Lei de Poiseuille.

O facto das regressões lineares não estarem completamente sobrepostas pode dever-se à variação de temperatura que ocorreu durante a experiência, porém o desfazamento não é muito evidente, permitindo considerar a sobreposição.

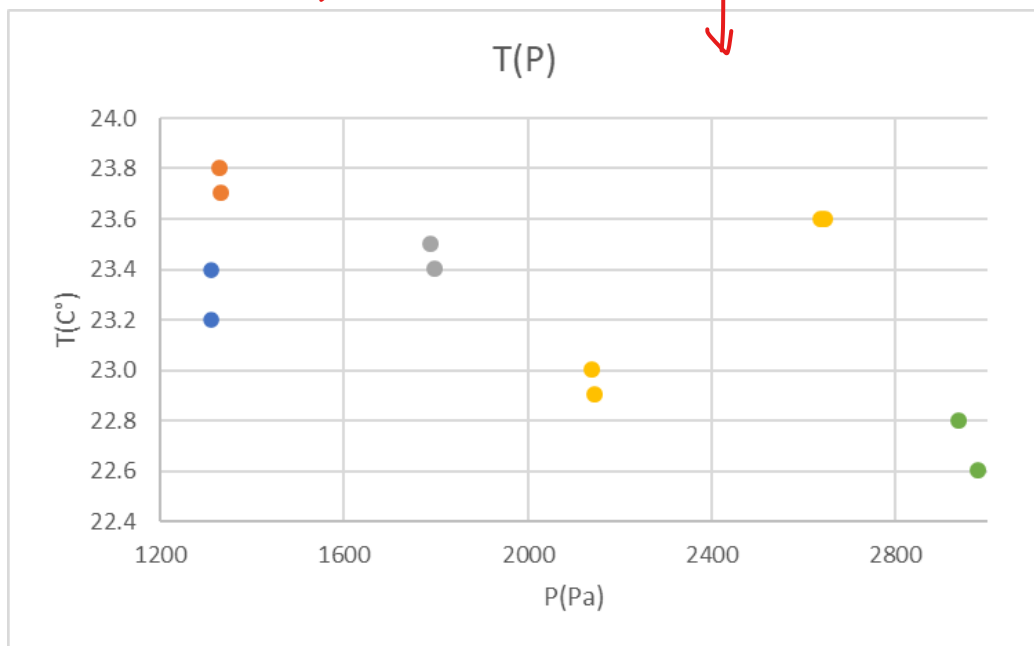


Gráfico 3: gráfico da temperatura em função da pressão para as temperaturas máximas e mínimas.

Como se pode ver, as temperaturas sofreram variação ao longo da execução da experiência, apesar de se terem tomado medidas para evitar esse acontecimento.

Note-se que cada cor se refere a uma posição do suporte diferente, estando indicadas para essa posição as temperaturas máximas e mínimas.

A temperatura encontra-se na gama [22.6; 23.8], apresentando um aumento de 1.2°C durante a execução exp.

Tendo sido justificada a consideração da sobreposição das regressões lineares, é justificado trabalhar com valores médios de Q e P.

De modo a facilitar a análise, os gráficos foram divididos por volume, possibilitando uma comparação direta entre o caudal e a pressão para o mesmo volume para posições do suporte diferentes.

Para além disso, para o mesmo valor de volume em ensaios diferentes, as medições apresentarão erros semelhantes, uma vez que a situação é semelhante.

pouco dados!

em apêndice!

Devido à alteração da temperatura, de modo a conseguir fazer a análise de forma correta torna-se necessário um gráfico do coeficiente de viscosidade em função da temperatura, de modo a utilizar valores de referência o mais corretos possíveis.

Deste modo, observando um gráfico da viscosidade em função da temperatura (Figura 6) para a gama de temperaturas presente, pode-se dizer que o regime presente é linear, devido ao formato aproximado e tabelas obtidas através de pesquisa na Internet.

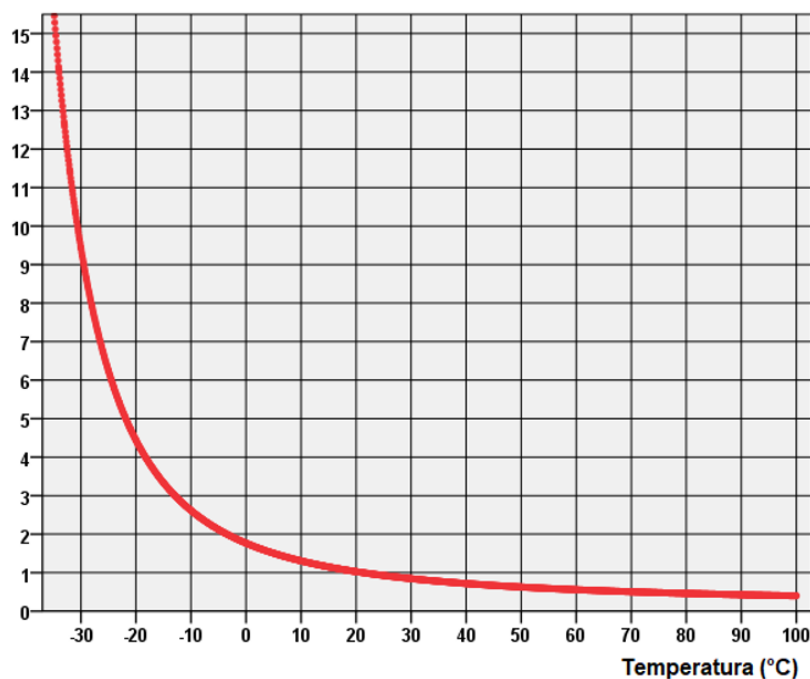


Figura 6: gráfico do coeficiente de viscosidade em função da temperatura da água.

Deste modo, pode-se construir um gráfico de referência de natureza linear:

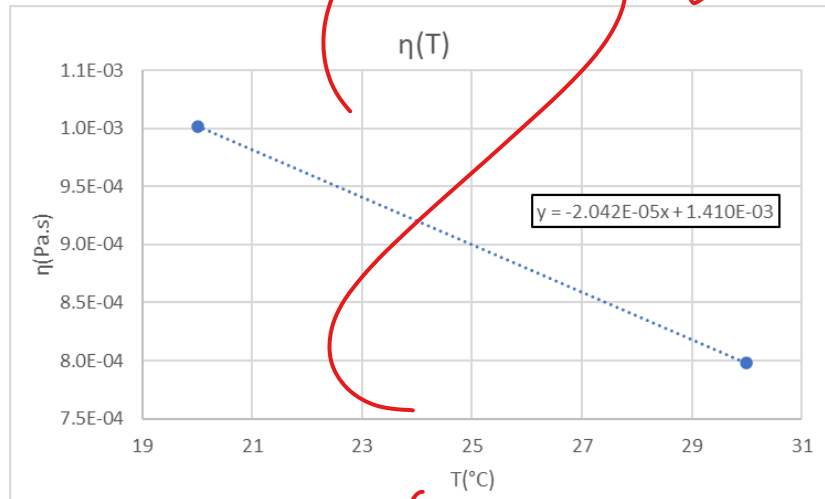


Gráfico 4: gráfico do coeficiente de viscosidade em função da temperatura da água, para a gama de temperaturas [20;30].

Deste gráfico se obtém a equação linear que melhor se aproxima dos dados disponíveis, que será posteriormente para se saber o grau de exatidão dos valores obtidos.

*processo
prático!*

maio faz!

$\eta_{ref} \in [,]$

*se houve evolução sequencial do θ_{H_2O} ,
c/ \bar{P} crescente ou decrescente, tirar dações daí*

16

V= 5ml

Para V= 5ml, montou-se o seguinte gráfico:

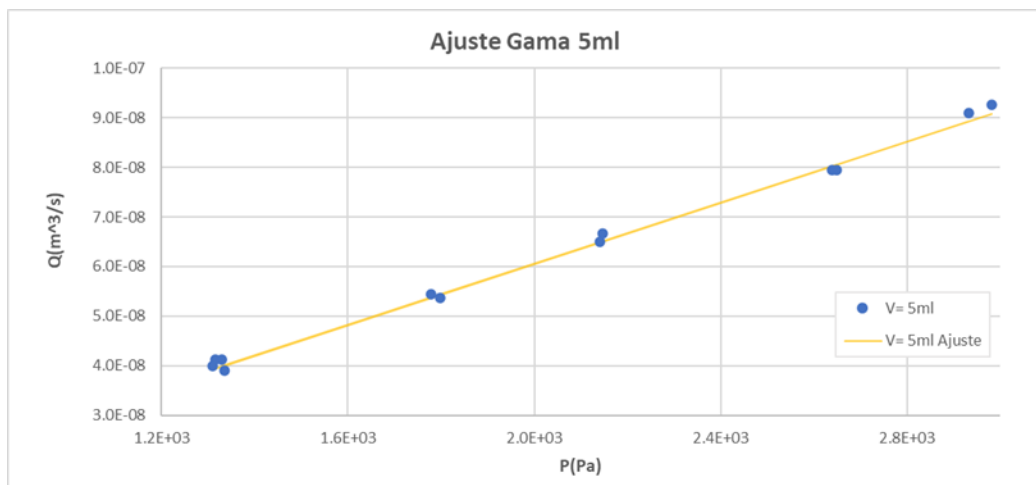


Gráfico 5: gráfico do caudal em função da pressão para V= 5ml.

Como esperado, todos os pontos se encontram num regime aproximadamente linear, que pode ser representado por um ajuste.

Ajuste V= 5ml			
m	3.08E-11	-1E-09	b
dm	7E-13	3E-09	db
r^2	0.998	2E-09	s

Tabela 1: Dados da projeção linear para V=5ml.

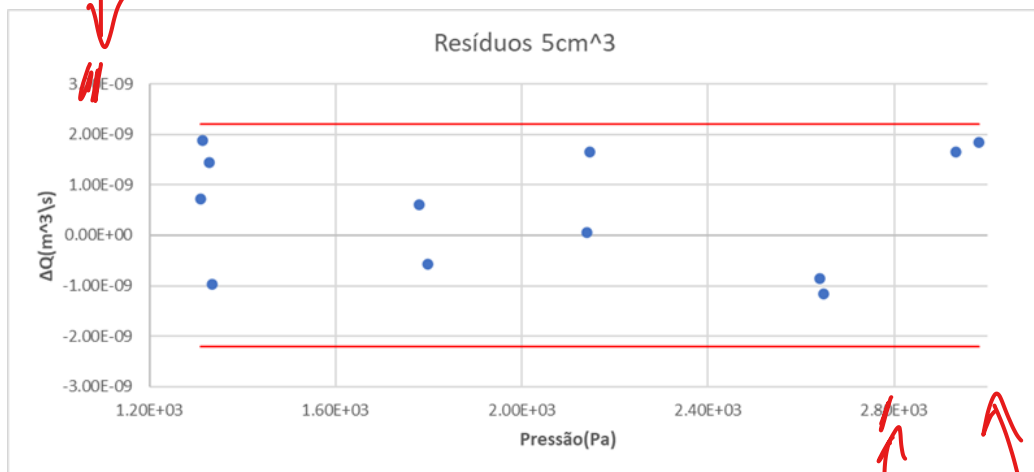


Gráfico 6: gráfico de resíduos do caudal em função da pressão para $V = 5\text{ml}$.

Como se pode observar, nenhum ponto é duvidoso. Nota-se que estiveram presentes erros aleatórios pelo formato não organizado dos resíduos.

Obteve-se que:

$$m = (3.08 \pm 0.07) \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{Pa}^{-1}$$

Com incerteza relativa (I_{rel}) = 2.27%

Obtém-se $\eta = 9.65 \cdot 10^{-4} \text{Pa.s}$

Pode-se agora calcular o erro relativo percentual ($E_r(\%)$) para a temperatura mínima (T_{min}) e máxima (T_{max}) da execução da experiência.

$$E_{rT_{min}} = 1.7\%$$

$$E_{rT_{max}} = 4.4\%$$

Pode-se concluir que este valor do coeficiente de viscosidade é exato, uma vez que o erro relativo percentual é inferior a 5%, para os dois valores de temperatura máxima e mínima.

$V = 10\text{ml}$

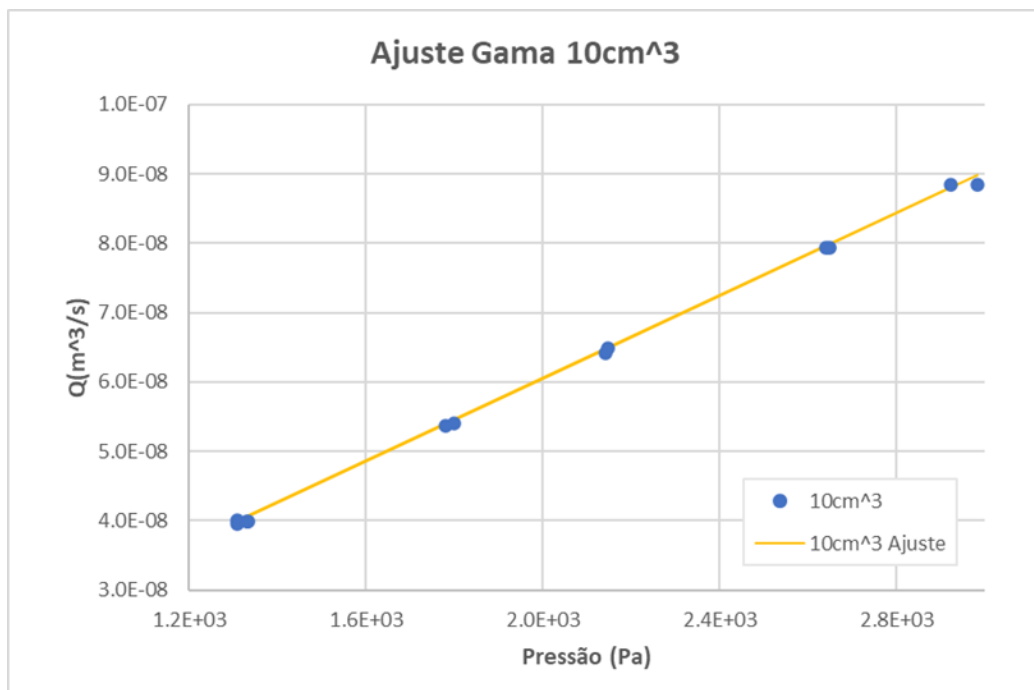


Gráfico 7: gráfico do caudal em função da pressão para $V = 10\text{ml}$.

LINEST 10cm ³			
m	2.99E-11	8E-10	b
dm	1E-13	6E-10	db
r ²	0.999905	4E-10	s

Tabela 2: Dados da projeção linear para $V=10\text{ml}$.

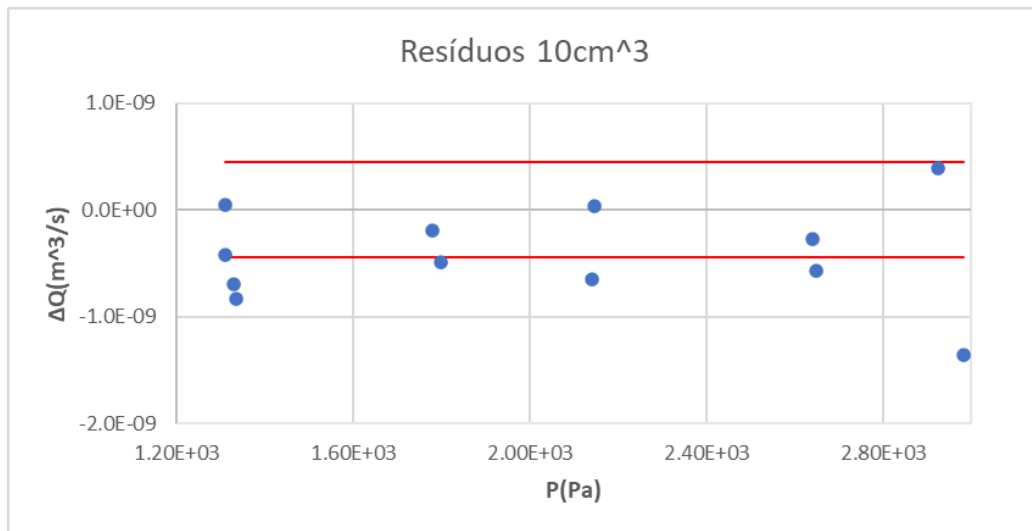


Gráfico 8: gráfico de resíduos do caudal em função da pressão para $V = 10\text{ml}$.

Como se pode observar, há pontos duvidosos, porém como não se encontram muito afastados das barras horizontais, pode-se concluir que ignorar estes pontos não melhoraria o ajuste. Nota-se que estiveram presentes erros aleatórios pelo formato não organizado dos resíduos, porém a maioria encontra-se concentrada na parte negativa do eixo y, apresentando a possibilidade de erros sistemáticos.

Obteve-se que:

$$m = (2.99 \pm 0.01) \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{Pa}^{-1}$$

Com incerteza relativa (I_{rel}) = 0.33%

Obtém-se $\eta = 9.95 \cdot 10^{-4} \text{Pa.s}$

Pode-se agora calcular o erro relativo percentual ($E_r(\%)$);

$$E_{rTmin} = 4.9\%$$

$$E_{rTmax} = 7.7\%$$

É possível inferir que os valores não têm um grande erro relativo percentual, porém só se considera que o erro relativamente à temperatura menor é exato, o valor do erro para a temperatura máxima é pouco exato (superior a 5% e inferior a 15%).

$V = 15\text{ml}$

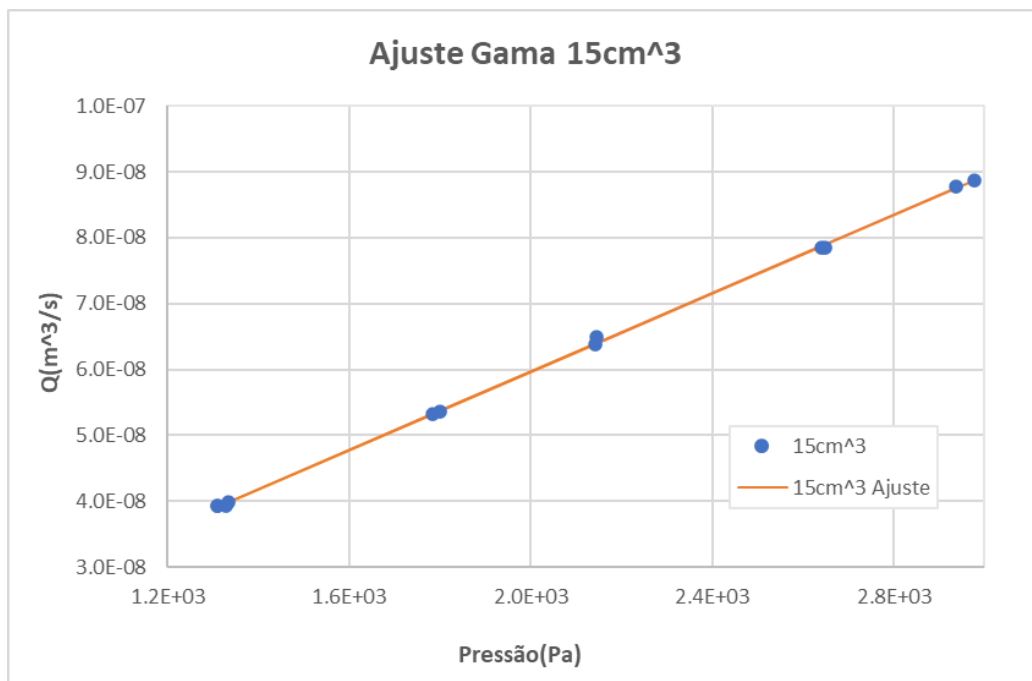


Gráfico 9: gráfico do caudal em função da pressão para $V = 15\text{ml}$.

LINEST 15cm³			
m	2.97E-11	2E-10	b
dm	2E-13	4E-10	db
r²	0.9997	4E-10	s

Tabela 3: Dados da projeção linear para $V=15\text{ml}$.

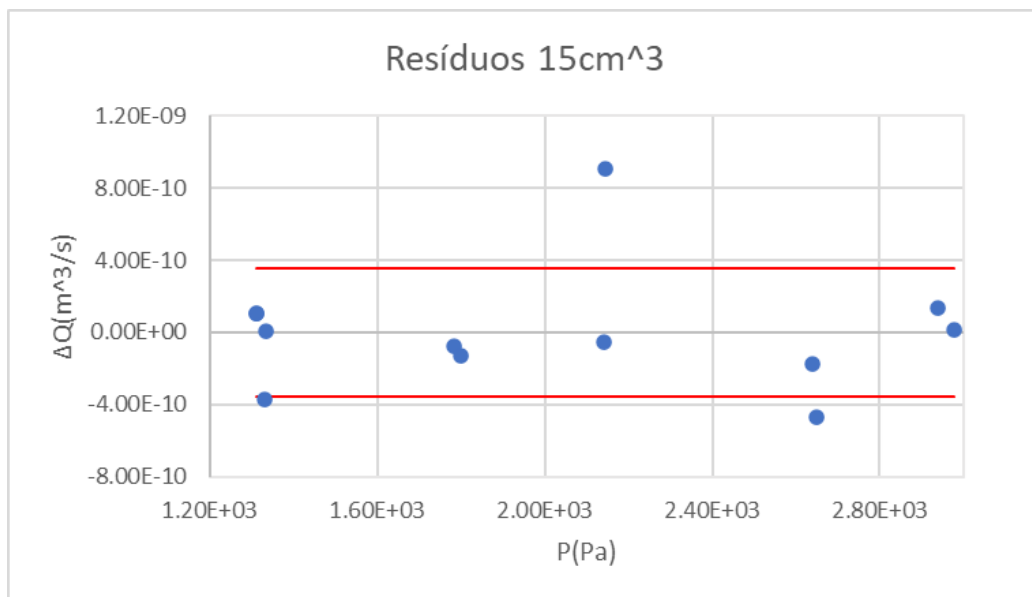


Gráfico 10: gráfico de resíduos do caudal em função da pressão para V= 15ml.

É possível observar-se que há 3 pontos duvidosos, o mais afastado pode afetar negativamente a análise, porém desprezar este ponto não trás benefício na exatidão do declive, logo não trás benefício para obter o valor do coeficiente de viscosidade. É possível observar que os pontos se encontram, na maioria, na parte inferior do eixo dos x, dando indício da existência de erros sistemáticos.

Obteve-se que:

$$m = (2.97 \pm 0.02) \cdot 10^{-11} m^3 s^{-1} Pa^{-1}$$

Com incerteza relativa (I_{rel}) = 0.67%

Obtém-se $\eta = 9.99 \cdot 10^{-4} Pa.s$

Pode-se agora calcular o erro relativo percentual ($E_r(\%)$);

$$E_{rTmin} = 5.3\%$$

$$E_{rTmax} = 8.1\%$$

Ao contrário das medições anteriores, obtiveram-se somente valores pouco exatos para a gama de temperaturas da experiência.

V= 20ml

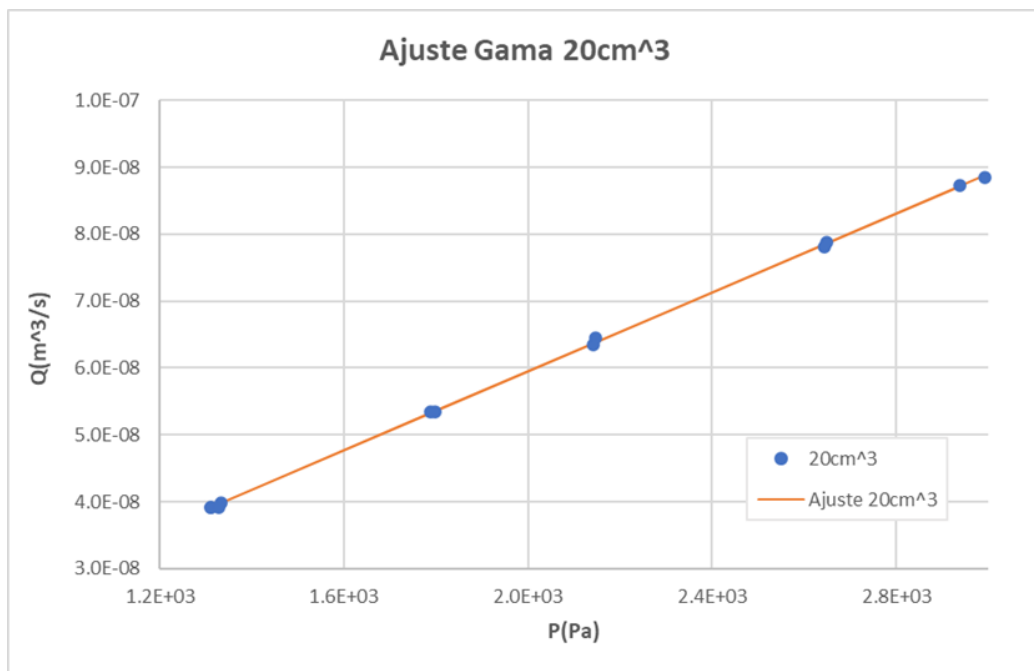


Gráfico 11: gráfico do caudal em função da pressão para V= 20ml.

<i>LINEST 20cm³</i>			
m	2.95E-11	4E-10	b
dm	2E-13	3E-10	db
r ²	0.9997	3E-10	s

Tabela 4: Dados da projeção linear para V=20ml.

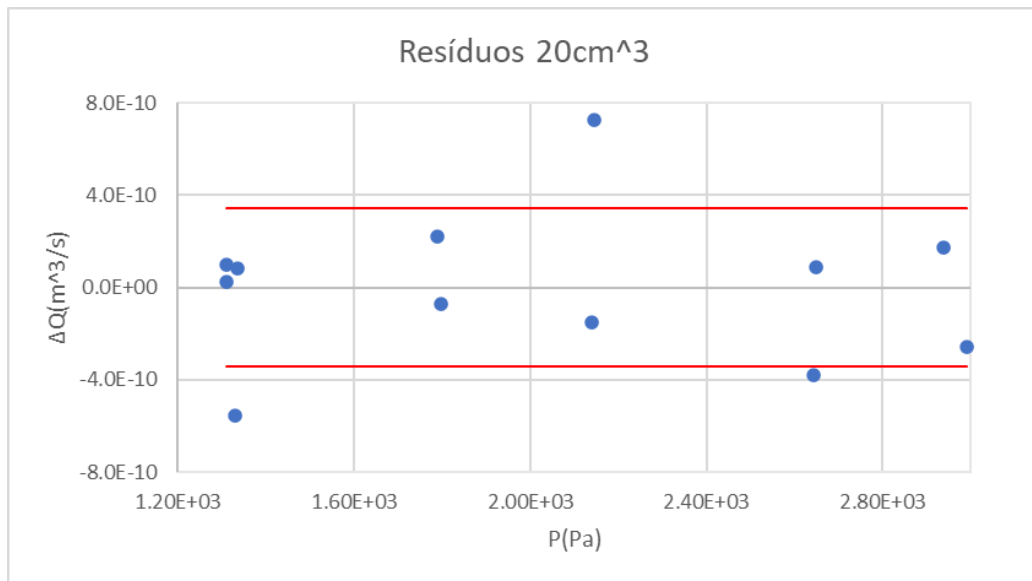


Gráfico 12: gráfico de resíduos do caudal em função da pressão para V= 20ml.

Observando os resíduos é possível reparar que há pontos duvidosos, porém encontram-se suficientemente próximos da gama de incerteza e desprezar os pontos não trás benefício à obtenção do declive, logo não afeta negativamente a análise posterior. Pode-se observar que os resíduos estão dispostos aleatoriamente, indicando erros aleatórios.

Obteve-se que:

$$m = (2.95 \pm 0.02) \cdot 10^{-11} m^3 s^{-1} Pa^{-1}$$

Com incerteza relativa (I_{rel}) = 0.68%

Obtém-se $\eta = 1.01 \cdot 10^{-3} Pa.s$

Pode-se agora calcular o erro relativo percentual ($E_r(\%)$);

$$E_{rTmin} = 6.1\%$$

$$E_{rTmax} = 8.9\%$$

Tal como anteriormente, obtiveram-se valores pouco exatos para o coeficiente de viscosidade da água, porém são bons o suficiente que podem ser considerados no restante da análise.

V= 25ml



Gráfico 13: gráfico do caudal em função da pressão para V= 25ml.

<i>LINEST 25cm³</i>			
m	2.94E-11	5E-10	b
dm	1E-13	2E-10	db
r ²	0.99985	2E-10	s

Tabela 5: Dados da projeção linear para V=25ml.

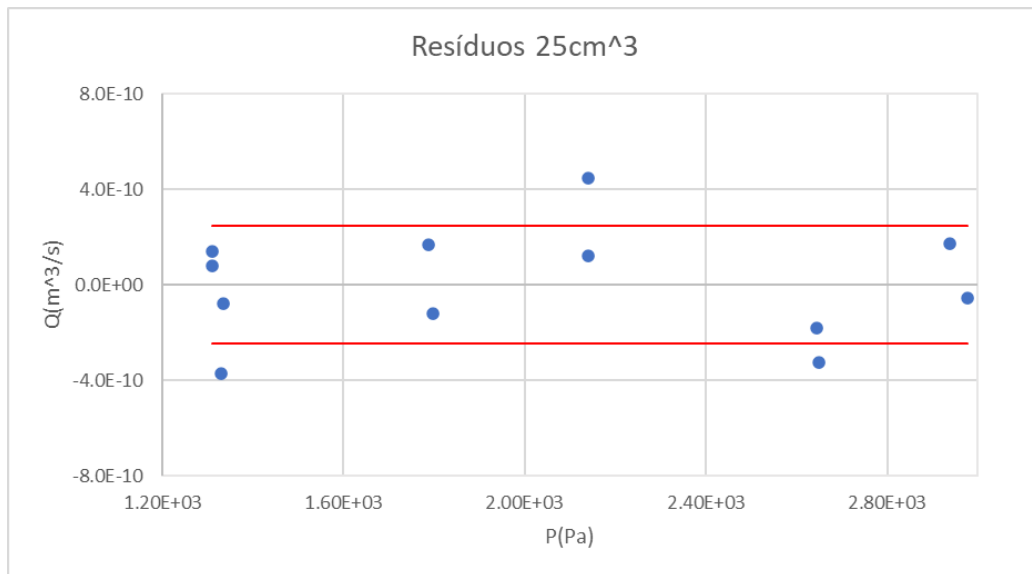


Gráfico 14: gráfico de resíduos do caudal em função da pressão para V= 25ml.

Novamente com a análise do gráfico de resíduos se observam pontos duvidosos, porém, pelos mesmos motivos anteriores eles serão considerados na análise, bem como os valores por eles obtidos.

Obteve-se que:

$$m = (2.94 \pm 0.01) \cdot 10^{-11} m^3 s^{-1} Pa^{-1}$$

Com incerteza relativa (I_{rel}) = 0.34%

Obtém-se $\eta = 1.01 \cdot 10^{-3} Pa.s$

Pode-se agora calcular o erro relativo percentual ($E_r(\%)$);

$$E_{rTmin} = 6.4\%$$

$$E_{rTmax} = 9.2\%$$

Tal como anteriormente, obtiveram-se valores pouco exatos para o coeficiente de viscosidade da água, porém são bons o suficiente que podem ser considerados no restante da análise.

As análises anteriores, por vol., deveriam ser remetidas para apêndice. Aqui pode apresentar quanto muito uma tabela resumo dos parâmetros relevantes (m ; $\% \Delta(m)$) e um gráfico de resíduos

Como é possível ver dos gráficos de resíduos, a gama de incerteza para $V = 5\text{cm}^3$ é maior que as restantes. Por esse motivo, não será tido em conta na determinação do coeficiente de viscosidade, apesar de ter tido o menor erro relativo. A maior gama de incerteza deve-se à possibilidade das medições de $V = 5\text{cm}^3$ poderem acumular bolhas de ar, o que afeta a qualidade da medição.

Ajuste da média dos valores obtidos

Para se obter o valor do coeficiente irá fazer-se um ajuste para os valores médios de cada altura h_i (com $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$). Os valores de i serão apenas utilizados com fim de numerar os valores das alturas pela ordem em que foi feita a experiência. Assim sendo, lembra-se que quanto maior o valor de Δh maior a altura da ponta metálica de onde saíam as gotas.

Executando o gráfico de gamas médias dos valores obtidos e fazendo um ajuste linear é apresentado o seguinte gráfico:

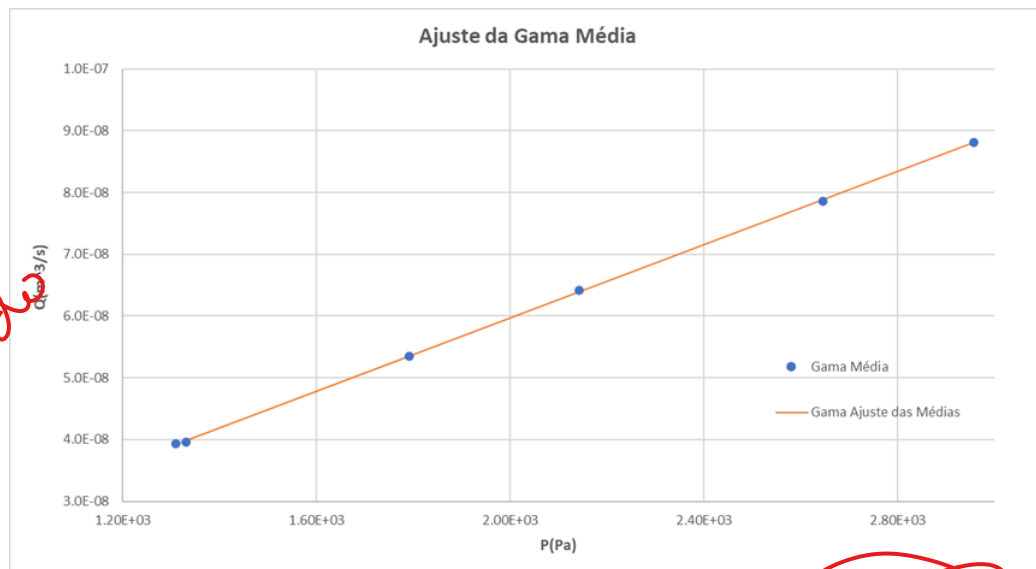


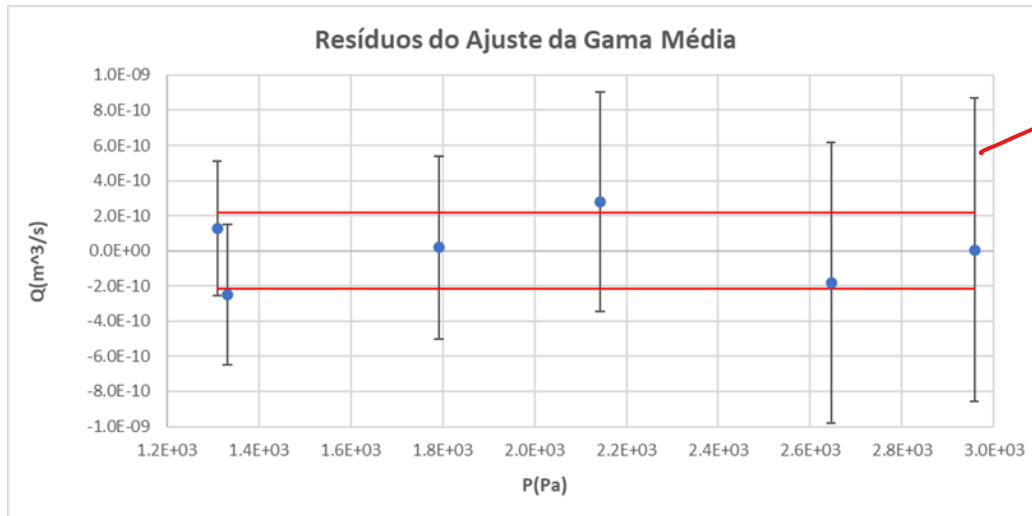
Gráfico 15: gráfico do ajuste da gama média, excluindo $V = 5\text{ml}$.

Porquê? Então não disse que este era pilot? Se ignorar a análise preliminar por volume, porque a fez?

Ajuste das gamas médias			
m	2.96E-11	4E-10	b
dm	1E-13	3E-10	db
r^2	0.99991	2E-10	s

Tabela 6: Dados da projeção linear da gama média, excluindo $V = 5\text{ml}$.

Efetuada o gráfico de resíduos referentes ao gráfico anterior tem-se que:



*como as
calculou?
Não diz*

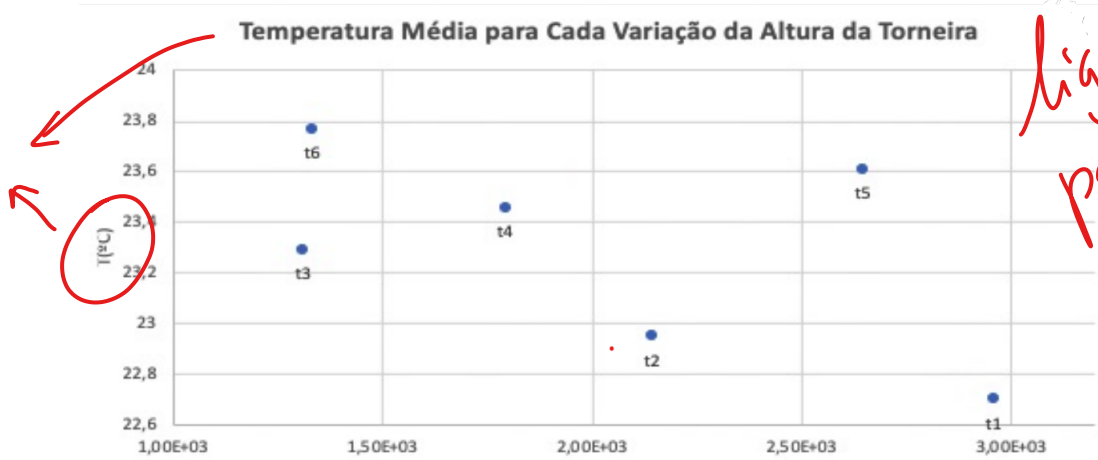
Gráfico 16: gráfico de resíduos do caudal em função da pressão para os valores médios.

Analisando o gráfico de resíduos pode-se afirmar que todos os pontos são aceitáveis, afirmação confirmada pelas barras de incerteza. Desta forma todos os valores da gama média serão utilizados para obter o coeficiente de viscosidade, através do declive.

Antes de se calcular o valor do coeficiente de viscosidade, será apresentada a ordem pela qual se fez as medições, sob forma de um gráfico da temperatura média para uma dada altura do suporte em função da variação da altura do suporte (torneira):

mal formatado

⊖



ligar pontos por linhas por em evidência?

Gráfico 17: Temperatura média em função da pressão (variação da altura da torneira), numerado pela ordem de execução.

Como se pode ver, caso se organize o gráfico acima de modo a ter as numerações pela ordem correta seria de notar que a temperatura subiu constantemente ao longo da execução.

Uma vez que a temperatura foi variando ao longo da experiência, não há um único valor de $\eta_{teorico}$ para se comparar aos valores obtidos experimentalmente. Desta forma, como os valores do coeficiente de viscosidade foram obtidos por médias, faz sentido utilizar um valor do coeficiente teórico médio, calculado com uma temperatura média, ou seja $\eta[T = T_{medio}]$. Para isto, é necessário confirmar se o valor médio do coeficiente teórico está entre o valor de $\eta[T_{min}]$ e $\eta[T_{max}]$.

Determinou-se que o coeficiente de viscosidade como sendo $\eta_{exp} = (1.003 \pm 0.008) * 10^{-3} Pa.s$.

Determinou-se o erro relativo do coeficiente: $|\eta_{exp} - \eta[T_{medio}]| = 7.06 * 10^{-5} Pa.s$

O erro relativo percentual foi de aproximadamente 8%.

Após esta análise foi obtida a informação que η_{exp} não pertence ao intervalo de $[\eta[T_{min}]; \eta[T_{Tmax}]]$.

Má opção, é melhor

Falta a Identificação dos Resultados Finais

Conclusão

Foi possível verificar a lei de Poiseuille e a sua relação linear;

Pode-se concluir que a variação de temperatura, apesar de afetar os dados não afetou ao ponto de os inutilizar, isto deve-se ao facto da variação de temperatura afetar praticamente linearmente o coeficiente de viscosidade, o que não resulta em grandes desvios.

Foi obtido um valor confiável para o coeficiente de viscosidade da água (η), o valor adquirido foi próximo do valor de referência, porém não esteve dentro do intervalo esperado.

quantificar! De
outro modo
não
vale
made!

Bibliografia

Departamento de Física e Astronomia, Coeficiente de viscosidade da água - Lei de Poiseuille, 2022-2023.

“O que é um fluido ideal?” in – UFSM (Universidade Federal de Santa Maria). <https://www.ufsm.br/cursos/graduacao/santa-maria/fisica/2020/02/21/o-que-e-um-fluido-ideal> [20/07/2021]

“Conhecendo as propriedades dos fluidos” in – PreParaEnem, by - Domiciano Correa Marques da Silva. <https://www.preparaenem.com/fisica/conhecendo-as-propriedades-dos-fluidos.htm> [8/05/2023]

“Fluidos” in – Mundo Educação, by - Rafael Helerbrock. <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/fluidos.htm> [8/05/2023]

“Hidrodinâmica” in – Mundo Educação, by - Rafael Helerbrock. <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/fluidos.htm> [8/05/2023]

Apêndice

1 Ensalo												
Vágua (m ³)	h (m)	Incerteza	t (s)	Incerteza	Q(m ³ /s)	Incerteza	P(Pa)	Incerteza	T(C°)	Incerteza	log Q	log P
5.00E-06	0.3050	0.0007	54	1	9.3E-08	9E-09	2.98E+03	1E+02	22.6	0.1	-7.0334	3.4744
5.00E-06	0.2195	0.0007	75	1	6.7E-08	7E-09	2.15E+03	1E+02	22.9	0.1	-7.1761	3.3316
5.00E-06	0.1340	0.0007	125	1	4.0E-08	4E-09	1.31E+03	6E+01	23.2	0.1	-7.3979	3.1172
5.00E-06	0.1840	0.0007	93	1	5.4E-08	5E-09	1.80E+03	8E+01	23.4	0.1	-7.2695	3.2550
5.00E-06	0.2700	0.0007	63	1	7.9E-08	8E-09	2.64E+03	1E+02	23.6	0.1	-7.1004	3.4215
5.00E-06	0.1365	0.0007	128	1	3.9E-08	4E-09	1.33E+03	6E+01	23.7	0.1	-7.4082	3.1253
1.00E-05	0.3050	0.0007	113	1	8.8E-08	4E-09	2.98E+03	1E+02	22.6	0.1	-7.0531	3.4744
1.00E-05	0.2195	0.0007	154	1	6.5E-08	3E-09	2.15E+03	1E+02	22.9	0.1	-7.1875	3.3316
1.00E-05	0.1340	0.0007	253	1	4.0E-08	2E-09	1.31E+03	6E+01	23.2	0.1	-7.4031	3.1172
1.00E-05	0.1840	0.0007	185	1	5.4E-08	3E-09	1.80E+03	8E+01	23.4	0.1	-7.2672	3.2550
1.00E-05	0.2700	0.0007	126	1	7.9E-08	4E-09	2.64E+03	1E+02	23.6	0.1	-7.1004	3.4215
1.00E-05	0.1365	0.0007	251	1	4.0E-08	2E-09	1.33E+03	6E+01	23.7	0.1	-7.3997	3.1253
1.50E-05	0.3045	0.0007	169	1	8.9E-08	3E-09	2.98E+03	1E+02	22.6	0.1	-7.0518	3.4737
1.50E-05	0.2195	0.0007	231	1	6.5E-08	2E-09	2.15E+03	1E+02	22.9	0.1	-7.1875	3.3316
1.50E-05	0.1340	0.0007	382	1	3.9E-08	1E-09	1.31E+03	6E+01	23.2	0.1	-7.4060	3.1172
1.50E-05	0.1840	0.0007	280	1	5.4E-08	2E-09	1.80E+03	8E+01	23.4	0.1	-7.2711	3.2550
1.50E-05	0.2700	0.0007	191	1	7.9E-08	3E-09	2.64E+03	1E+02	23.6	0.1	-7.1049	3.4215
1.50E-05	0.1365	0.0007	376	1	4.0E-08	1E-09	1.33E+03	6E+01	23.7	0.1	-7.3991	3.1253
2.00E-05	0.3060	0.0007	226	1	8.8E-08	2E-09	2.99E+03	1E+02	22.6	0.1	-7.0531	3.4759
2.00E-05	0.2195	0.0007	310	1	6.5E-08	2E-09	2.15E+03	1E+02	22.9	0.1	-7.1903	3.3316
2.00E-05	0.1340	0.0007	510	1	3.9E-08	1E-09	1.31E+03	6E+01	23.3	0.1	-7.4065	3.1172
2.00E-05	0.1840	0.0007	374	1	5.3E-08	1E-09	1.80E+03	8E+01	23.4	0.1	-7.2718	3.2550
2.00E-05	0.2705	0.0007	256	1	7.8E-08	2E-09	2.64E+03	1E+02	23.6	0.1	-7.1072	3.4223
2.00E-05	0.1365	0.0007	501	1	4.0E-08	1E-09	1.33E+03	6E+01	23.8	0.1	-7.3988	3.1253
2.50E-05	0.3045	0.0007	284	1	8.8E-08	2E-09	2.98E+03	1E+02	22.6	0.1	-7.0554	3.4737
2.50E-05	0.2190	0.0007	391	1	6.4E-08	1E-09	2.14E+03	1E+02	22.9	0.1	-7.1942	3.3306
2.50E-05	0.1340	0.0007	639	1	3.91E-08	8E-10	1.31E+03	6E+01	23.3	0.1	-7.4076	3.1172
2.50E-05	0.1840	0.0007	469	1	5.3E-08	1E-09	1.80E+03	8E+01	23.5	0.1	-7.2732	3.2550
2.50E-05	0.2705	0.0007	320	1	7.8E-08	2E-09	2.64E+03	1E+02	23.6	0.1	-7.1072	3.4223
2.50E-05	0.1365	0.0007	630	1	3.97E-08	8E-10	1.33E+03	6E+01	23.8	0.1	-7.4014	3.1253

Tabela 7: Dados experimentais e valores obtidos referentes ao ensaio 1.

2 Ensaio												
Vágua (m ⁴ h (m)	incerteza	t (s)	incerteza	Q(m ³ /s)	incerteza	P(Pa)	incerteza	T(°C)	incerteza		log Q	log P
0.000005	0.3	0.000707	55	1	9.09E-08	9.24E-09	2932.65	131.5968	22.8	0.1	-7.04139	3.46726
0.000005	0.219	0.000707	77	1	6.49E-08	6.55E-09	2140.835	96.18175	23	0.1	-7.18752	3.330583
0.000005	0.1345	0.000707	121	1	4.13E-08	4.15E-09	1314.805	59.32188	23.3	0.1	-7.38382	3.118861
0.000005	0.182	0.000707	92	1	5.43E-08	5.47E-09	1779.141	80.02427	23.5	0.1	-7.26482	3.25021
0.000005	0.271	0.000707	63	1	7.94E-08	8.04E-09	2649.161	118.9127	23.6	0.1	-7.10037	3.423108
0.000005	0.136	0.000707	121	1	4.13E-08	4.15E-09	1329.468	59.97452	23.8	0.1	-7.38382	3.123678
0.00001	0.299	0.000707	113	1	8.85E-08	4.49E-09	2922.875	131.1593	22.8	0.1	-7.05308	3.46581
0.00001	0.219	0.000707	156	1	6.41E-08	3.23E-09	2140.835	96.18175	23	0.1	-7.19312	3.330583
0.00001	0.134	0.000707	250	1	4E-08	2.01E-09	1309.917	59.10435	23.3	0.1	-7.39794	3.117244
0.00001	0.182	0.000707	186	1	5.38E-08	2.7E-09	1779.141	80.02427	23.5	0.1	-7.26951	3.25021
0.00001	0.271	0.000707	126	1	7.94E-08	4.02E-09	2649.161	118.9127	23.6	0.1	-7.10037	3.423108
0.00001	0.136	0.000707	251	1	3.98E-08	2E-09	1329.468	59.97452	23.8	0.1	-7.39967	3.123678
0.000015	0.3005	0.000707	171	1	8.77E-08	2.97E-09	2937.538	131.8155	22.8	0.1	-7.0569	3.467983
0.000015	0.219	0.000707	235	1	6.38E-08	2.14E-09	2140.835	96.18175	23	0.1	-7.19498	3.330583
0.000015	0.134	0.000707	382	1	3.93E-08	1.31E-09	1309.917	59.10435	23.3	0.1	-7.40597	3.117244
0.000015	0.1825	0.000707	282	1	5.32E-08	1.78E-09	1784.029	80.24248	23.5	0.1	-7.27416	3.251402
0.000015	0.271	0.000707	191	1	7.85E-08	2.65E-09	2649.161	118.9127	23.6	0.1	-7.10494	3.423108
0.000015	0.136	0.000707	381	1	3.94E-08	1.32E-09	1329.468	59.97452	23.8	0.1	-7.40483	3.123678
0.00002	0.3005	0.000707	229	1	8.73E-08	2.22E-09	2937.538	131.8155	22.8	0.1	-7.05881	3.467983
0.00002	0.219	0.000707	315	1	6.35E-08	1.6E-09	2140.835	96.18175	23	0.1	-7.19728	3.330583
0.00002	0.134	0.000707	511	1	3.91E-08	9.81E-10	1309.917	59.10435	23.4	0.1	-7.40739	3.117244
0.00002	0.183	0.000707	374	1	5.35E-08	1.34E-09	1788.917	80.46069	23.5	0.1	-7.27184	3.25259
0.00002	0.271	0.000707	254	1	7.87E-08	1.99E-09	2649.161	118.9127	23.7	0.1	-7.1038	3.423108
0.00002	0.136	0.000707	511	1	3.91E-08	9.81E-10	1329.468	59.97452	23.8	0.1	-7.40739	3.123678
0.000025	0.3005	0.000707	287	1	8.71E-08	1.77E-09	2937.538	131.8155	22.8	0.1	-7.05994	3.467983
0.000025	0.219	0.000707	393	1	6.36E-08	1.28E-09	2140.835	96.18175	23	0.1	-7.19645	3.330583
0.000025	0.134	0.000707	638	1	3.92E-08	7.86E-10	1309.917	59.10435	23.4	0.1	-7.40688	3.117244
0.000025	0.183	0.000707	469	1	5.33E-08	1.07E-09	1788.917	80.46069	23.5	0.1	-7.27323	3.25259
0.000025	0.271	0.000707	320	1	7.81E-08	1.58E-09	2649.161	118.9127	23.6	0.1	-7.10721	3.423108
0.000025	0.136	0.000707	637	1	3.92E-08	7.87E-10	1329.468	59.97452	23.8	0.1	-7.4062	3.123678

Tabela 8: Dados experimentais e valores obtidos referentes ao ensaio 2.

Gama de Valores Médios (exceto 5cm ³)						
h) - Altura Torn	Pmédio(Pa)	Incerteza	Qmédio(m ³ /s)	Incerteza	Qajuste(m ³ /s)	Erro
0.416	2.96E+03	4E+01	8.8E-08	9E-10	8.80E-08	5.3E-12
0.465	2.65E+03	3E+01	7.9E-08	8E-10	7.88E-08	-1.8E-10
0.515	2.14E+03	3E+01	6.4E-08	6E-10	6.39E-08	2.8E-10
0.576	1.31E+03	2E+01	3.9E-08	4E-10	3.92E-08	1.3E-10
0.616	1.79E+03	2E+01	5.4E-08	5E-10	5.35E-08	1.9E-11
0.622	1.33E+03	2E+01	4.0E-08	4E-10	3.99E-08	-2.5E-10

Tabela 9: Valores médios utilizados para se obter o coeficiente de viscosidade médio.

η (kg m ⁻¹ s ⁻¹)	Incerteza	Min T(°C)	Max T(°C)	η teórico(Min)(Pa s ⁻¹)
1.003E-03	8E-06	22.50	23.9	9.43E-04
η teórico(Max)(Pa s ⁻¹)	T(C°) média	η teórico médio (Pa.s)	erro	
9.13E-04	23.3	9.26E-04	7.60E-05	

Tabela 10: Valores de temperatura máxima e mínima e valores de η .