

T2A - RESSONÂNCIAS ACÚSTICAS EM TUBOS OCOS:

Maria do Pilar de Gomes Teixeira, PLG, G2A apesar das situações a seguir.

→ OBJETIVOS:

- Estudar as frequências de Ressonância nos tubos (1 extremidade fechada e 2 " " s fechadas)

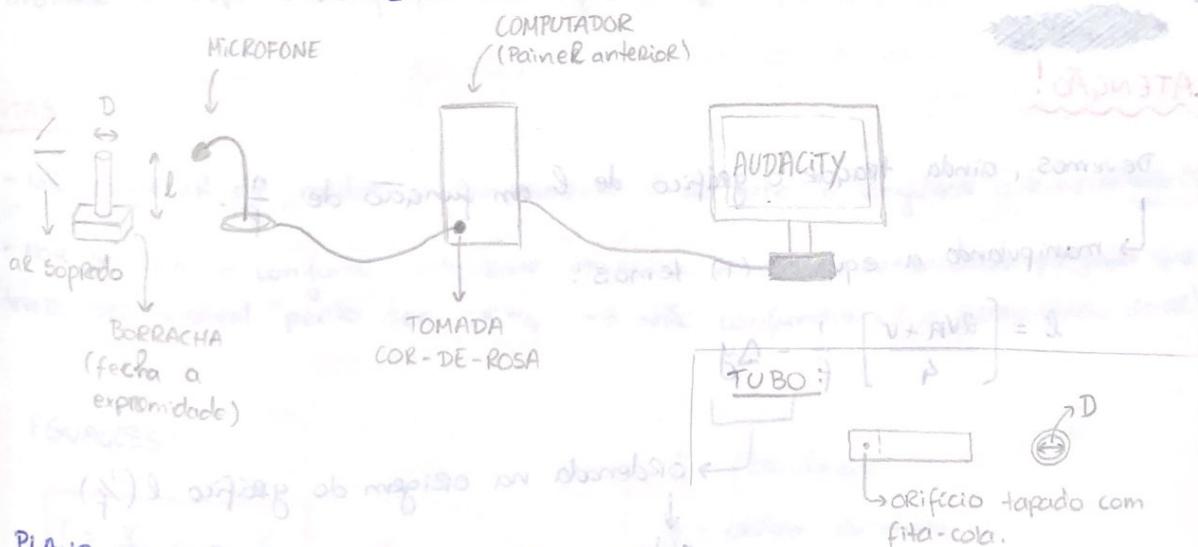
- Determinar a velocidade de propagação do som no ar através da análise do gráfico $f(n)$.

Plano de execução:

EXECUÇÃO EXPERIMENTAL:

1. 1ª PARTE - Ressonância de tubos fechados numa extremidade:

MONTAGEM EXPERIMENTAL:



PLANO DE ÁGUA:

1. Efetuar várias medições de l e D para cada tubo.
2. Ligar o microfone ao computador.
3. Abrir o programa Audacity. (Verificar que o programa reconhece o micro) Δ)
4. Registrar os valores de temperatura (T) e pressão de vapor de água (p_{H2O}) Δ)
5. Iniciar a gravação e soprar no tubo, tapando a outra extremidade com uma borracha.

6. Terminar a gravação e selecionar a melhor secção \rightarrow sinais de maior amplitude e com duração que permita o maior nº de picos.

7. Analisar o espetro de frequências ($f > 1\text{kHz}$)

\hookrightarrow mover o cursor para os picos ($n=1, 2, \dots$) e registar f

8. Repetir para os outros tubos.

EQUAÇÕES:

$$f = \frac{v}{2(l + \Delta y)} \cdot n + \frac{v}{4(l + \Delta y)} \quad (1)$$

Declive da reta de ajuste ao gráfico $f(n)$

f - frequência

n - ordem do modo

v - velocidade do som

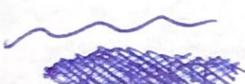
l - comprimento do tubo

Δy - correção a l

$$\Delta y = 0,305 D \rightarrow \text{TEÓRICO}$$

(D - diâmetro do tubo)

\hookrightarrow interior!



ATENÇÃO!

Devemos, ainda trazar o gráfico de l em função de $\frac{1}{f}$.

\hookrightarrow manipulando a equação (1) temos:

$$l = \left[\frac{2vn + v}{4} \right] \cdot \frac{1}{f} - \Delta y$$

\hookrightarrow ordenada na origem do gráfico $l(\frac{1}{f})$

obtemos Δy (experimental)

Velocidade do som

O valor de referência para a velocidade de propagação do som no ar deve ser obtido através de:

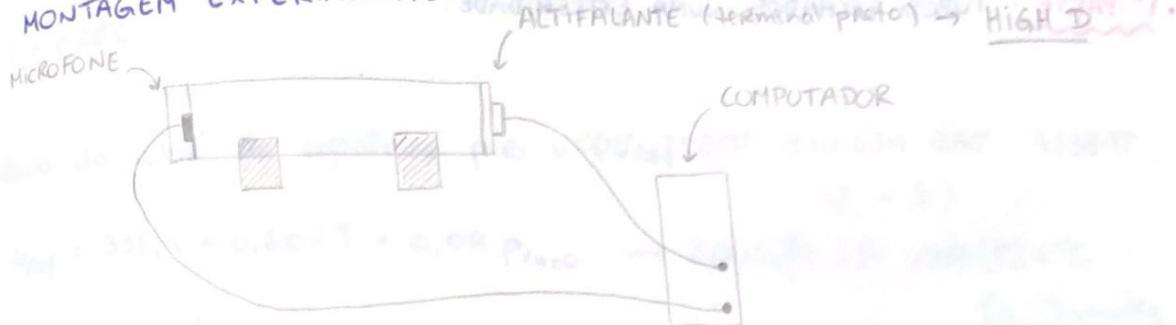
$$[T] = K$$

$$[p_{\text{H}_2\text{O}}] = \text{mmHg}$$

$$v = 331,4 + 0,607(T - 273,15) + 0,08 p_{\text{H}_2\text{O}} \quad (3)$$

2^a PARTE: Ressonância em tubos fechados nas 2 extremidades:

MONTAGEM EXPERIMENTAL:



PLANO DE AGÃO:

1. Menu "Gravar" → Criar Ruído branco (dezenas de segundos)
2. Gravar sinal. (ATENÇÃO ao volume de saída para não gerar batimentos)
3. Terminar a gravação e selecionar a melhor secção.
4. Analisar o espetro de frequências. ($f > 1 \text{ kHz}$)

NOTAS:

- Não esquecer de medir o comprimento l do tubo e registrar a temperatura (T)
- Note-se que o conjunto altifalante-microfone tem uma ressonância própria que deverá ser visível perto dos 1 kHz . → NÃO confundir com a ressonância do ar!

EQUAÇÕES:

$$f = \frac{v}{2l} \cdot n + \frac{v}{2l} \quad (2)$$

Declive da reta de ajuste ao gráfico $f(n)$

→ Usar novamente a equação (3) como valor de referência para a velocidade do som.

f - frequência

n - ordem do modo

v - velocidade do som

l - comprimento do tubo

JLSait

→ ANÁLISE EXPERIMENTAL:

• 1^a PARTE: TUBOS FECHADOS NUMA EXTREMIDADE:

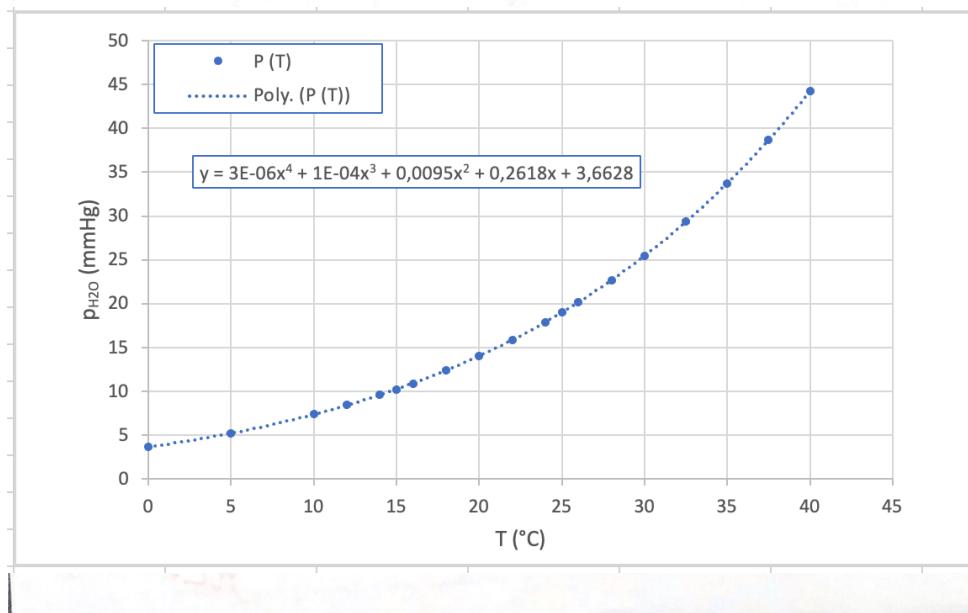
	Tubo	l_1 (mm)	l_2 (mm)	l_3 (mm)	l (mm)	$u(l)$ (mm)	D_1 (mm)	D_2 (mm)	D_3 (mm)	D (mm)	$u(D)$ (mm)
$l_{\text{craveira}} (\pm 0,05) \text{ mm}$	1	61,00	61,00	61,00	61,00	0,00	10,60	11,00	11,00	10,87	0,13
	2	120,8	120,00	120,90	120,57	0,28	11,50	11,50	11,60	11,53	0,03
	3	130,4	130,50	130,40	130,43	0,03	10,60	10,60	10,50	10,57	0,03
	4	140,3	140,40	140,80	140,50	0,15	10,60	10,60	10,60	10,60	0,00
	5	150,5	150,42	149,40	150,11	0,35	11,50	11,60	11,50	11,53	0,03
$l_{\text{regua}} (\pm 1) \text{ mm}$	6	169	169	168	168,7	0,3	11,40	11,50	11,60	11,50	0,06
	7	179	179	178	178,7	0,3	11,50	11,40	11,50	11,47	0,03
	8	219	219	218	218,7	0,3	11,40	11,30	11,40	11,37	0,03
	9	249	249	248	248,7	0,3	11,40	11,40	11,30	11,37	0,03

$$\cdot u(\bar{l}) = u(\bar{D}) = \frac{\sigma_{\text{Padrão}}}{\sqrt{3}}$$

→ Cálculo do valor da pressão do vapor de água:

- Através dos valores de referência (tabela fornecida pela professora), fez-se o gráfico $P_{\text{H}_2\text{O}}(T)$ e o respetivo ajuste polinomial.
- Uma vez que não foi possível o registo da temperatura para cada tubo em específico, mediu-se a temperatura ambiente da sala, antes de cada ensaio, tendo esta mantido um valor aproximadamente constante de 22,5°C.

$$P(\text{mmHg}) = 3 \times 10^{-6} T^4 + 1 \times 10^{-4} T^3 + 0,0095 T^2 + 0,2618 T + 3,6628$$



T (°C)	$P_{\text{H}_2\text{O}}$ (mmHg)
0	3,66
5	5,23
10	7,37
15	10,23
20	14,03
25	19,02
30	25,46
35	33,74
40	44,26

$$u(p) = u(T) \times (4 \times 3 \times 10^{-6} T^3 + 3 \times 1 \times 10^{-4} T^2 + 2 \times 0,0095 T + 0,2618)$$

$$u(T) = 0,05^\circ C$$

→ Cálculo do valor de referência para v (v_{ref}):

$$v_{ref} = 331,4 + 0,607 \cdot T + 0,08 \cdot p_{v_{H_2}O} \rightarrow \text{EQUAÇÃO (3) para } [T] = {}^\circ C$$

Sendo $T = 22,50 {}^\circ C$ (para todos os tubos):

$$v_{ref} = 346,36 \text{ m/s}$$

$$\hookrightarrow u(v_{ref}) = 0,06 \text{ m/s (*)}$$

$$\hookrightarrow u(v_{ref})(\%) = 0,02\%$$

$$v_{ref} = (346,36 \pm 0,06) \text{ m/s}$$

$$(*) u(v_{ref}) = \sqrt{0,607^2 \cdot u^2(T) + 0,08^2 \cdot u^2(p_{v_{H_2}O})}$$

→ Cálculo do valor da velocidade do som (experimental):

Através da equação (1):

$$f = \frac{v}{2(l + \Delta y)} \cdot n + \frac{v}{4(l + \Delta y)} \quad \text{com } \Delta y = 0,305D$$

$$(=) v = 2m(l + 0,305D)$$

$\hookrightarrow m \equiv \text{Declive da reta de ajuste do gráfico } f(n)$

$$u(v) = \sqrt{(2(l + 0,305D))^2 \cdot u^2(m) + (2m \cdot u(l))^2 + (2m \cdot 0,305D \cdot u(D))^2}$$

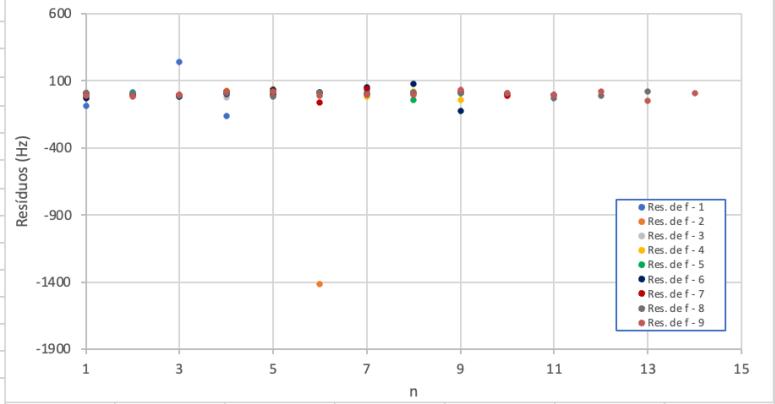
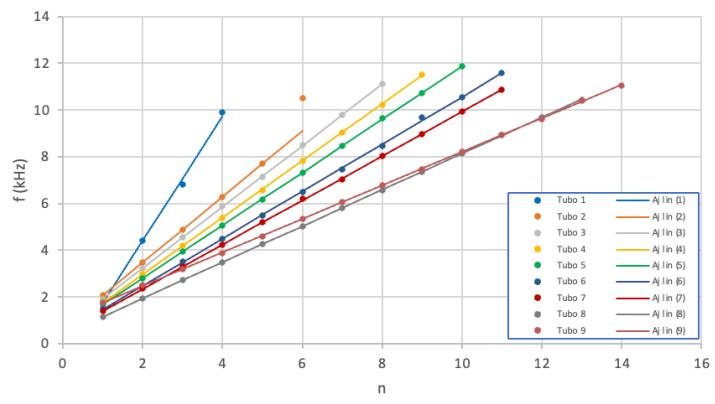
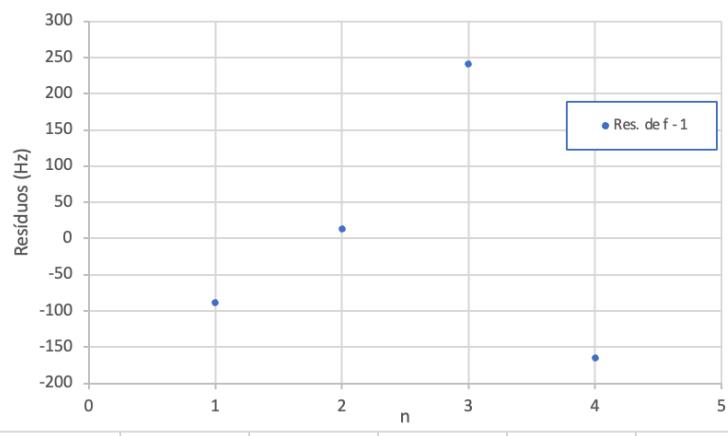
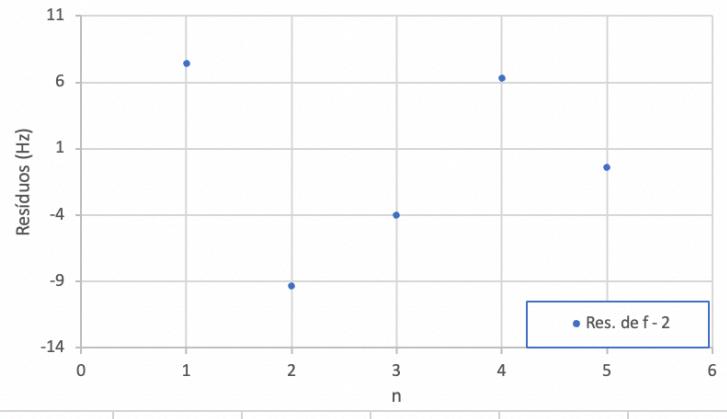


Gráfico 4 - Resíduos tubo 1



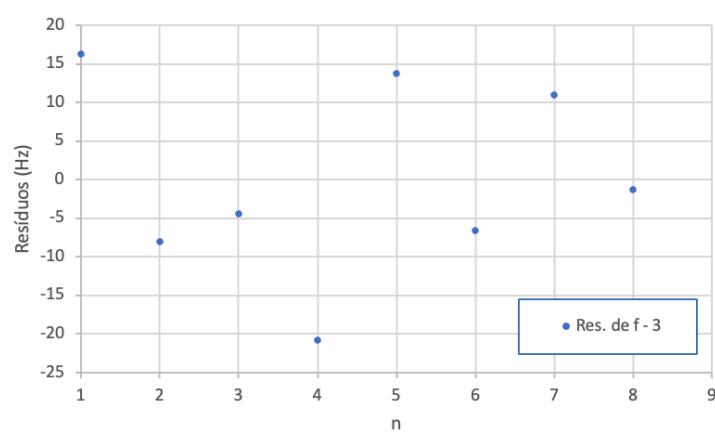
1			
m	2,66E+03	-9,0E+02	b
$s(m)$	1E+02	3E+02	$s(b)$
r^2	0,9974	2E+02	$s(y)$

Gráfico 5 - Resíduos tubo 2



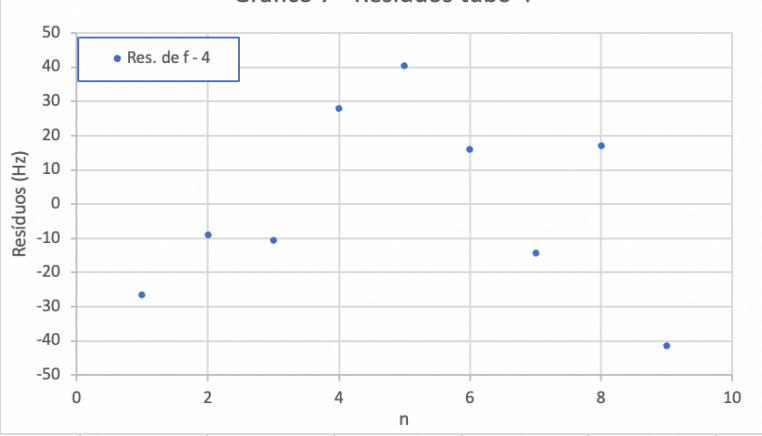
2			
m	1405	670	b
$s(m)$	3	9	$s(b)$
r^2	0,999990	8	$s(y)$

Gráfico 6 - Resíduos tubo 3



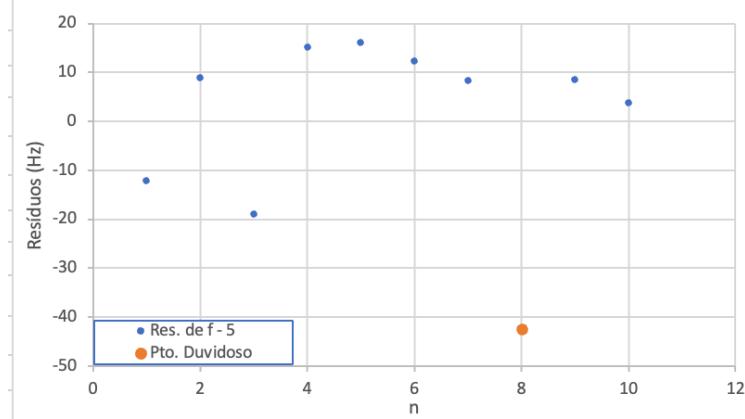
3			
m	1312	6,10E+02	b
$s(m)$	2	1E+01	$s(b)$
r^2	0,99998	1E+01	$s(y)$

Gráfico 7 - Resíduos tubo 4



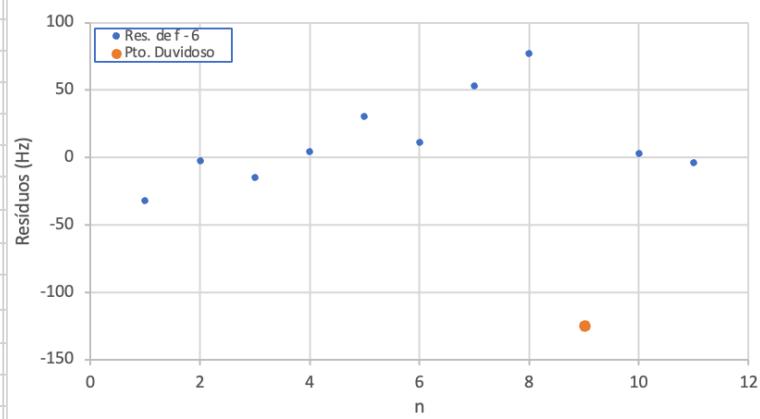
4			
m	1216	5,3E+02	b
$s(m)$	4	2E+01	$s(b)$
r^2	0,99993	3E+01	$s(y)$

Gráfico 8 - Resíduos tubo 5



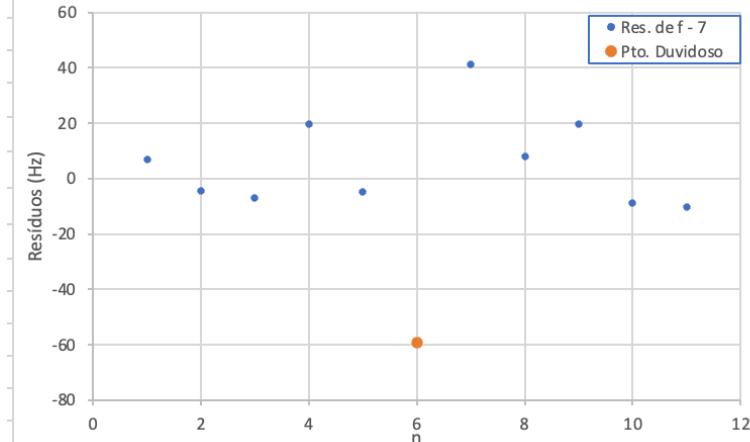
5		
m	1132	5,4E+02
s(m)	2	1E+01
r ²	0,999970	2E+01
b		s(b)
s(y)		

Gráfico 9 - Resíduos tubo 6



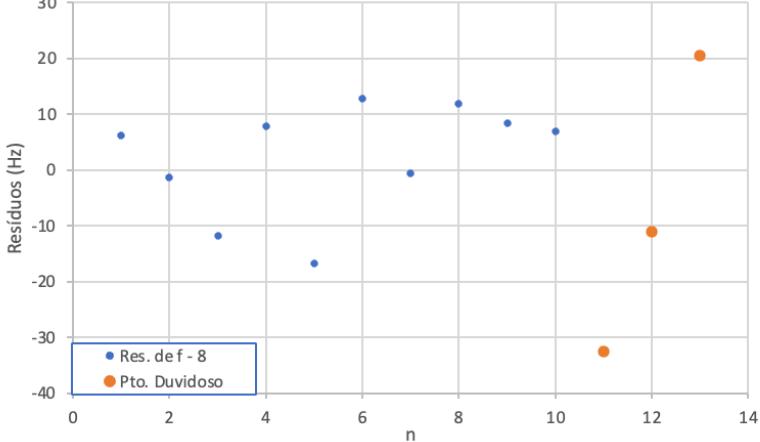
6		
m	1011	4,5E+02
s(m)	5	4E+01
r ²	0,99976	5E+01
b		s(b)
s(y)		

Gráfico 10 - Resíduos tubo 7



7		
m	947,6	449
s(m)	2,5	17
r ²	0,999935	3E+01
b		s(b)
s(y)		

Gráfico 11 - Resíduos tubo 8



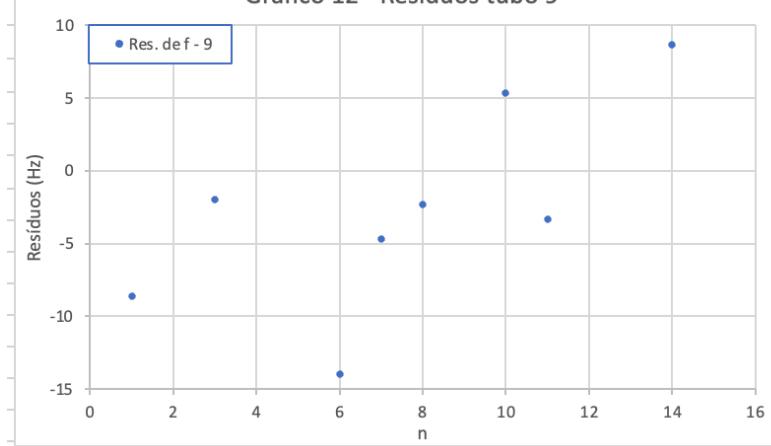
8		
m	776	380
s(m)	1	9
r ²	0,999977	15
b		s(b)
s(y)		

• Em geral verifica-se uma distribuição aleatória dos resíduos.

• Os valores para o tubo 2 não foram os melhores, apresentando um ponto bastante deslocado dos resto (como se vê no gráfico (2)).

~~Residuo 2~~

Gráfico 12 - Resíduos tubo 9



9		
m	716,3	1041
s(m)	1,4	12
r ²	0,999951	22
b		s(b)
s(y)		

Verificamos ainda, pelo gráfico (2), que quanto maior o comprimento do tubo, menor será o seu declive e ~~maior~~^{maior} será a ordenada na origem. Tal observação está de acordo com o proposto no protocolo onde:

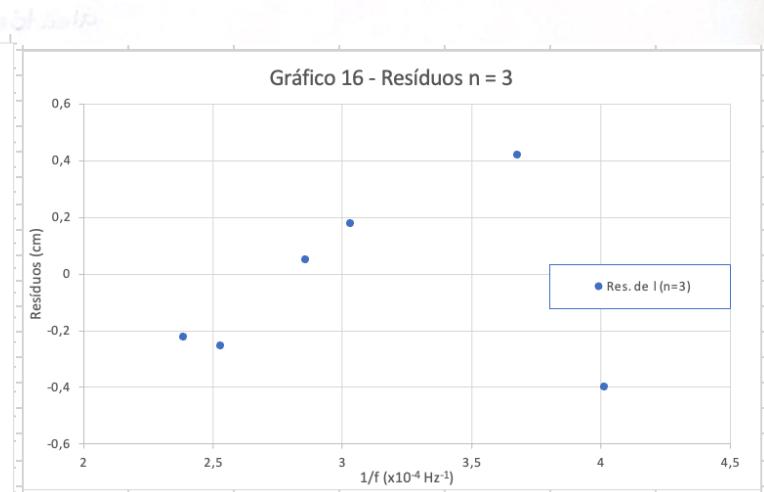
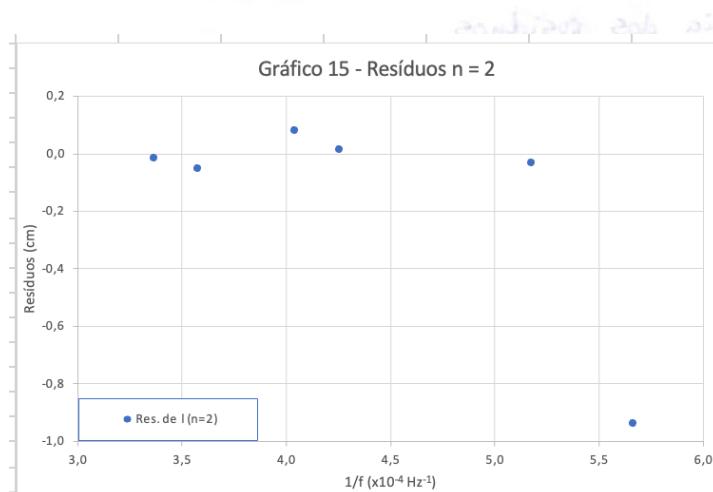
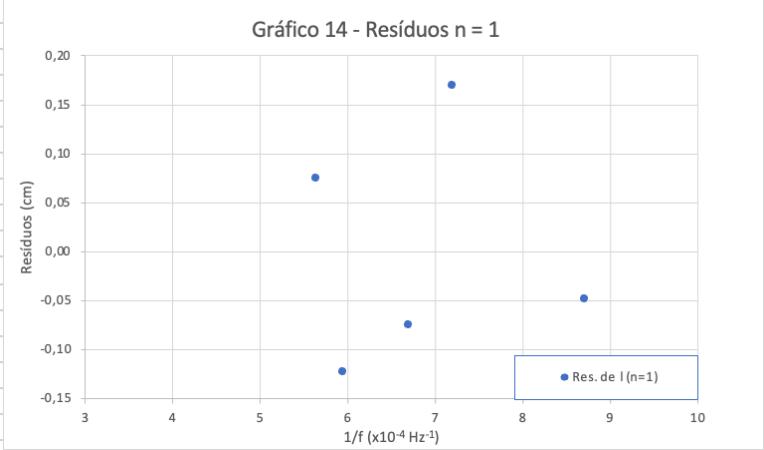
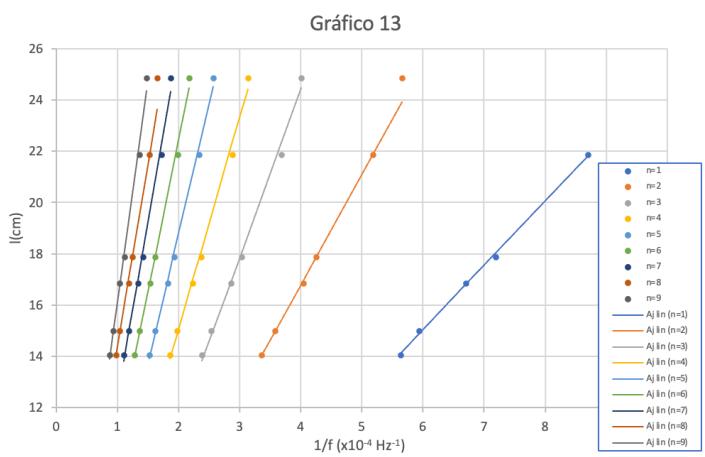
$$f = \underbrace{\frac{v}{2(l + \Delta y)} \cdot n}_{\zeta_m} + \underbrace{\frac{v}{4(l + \Delta y)}}_{\zeta_b}$$

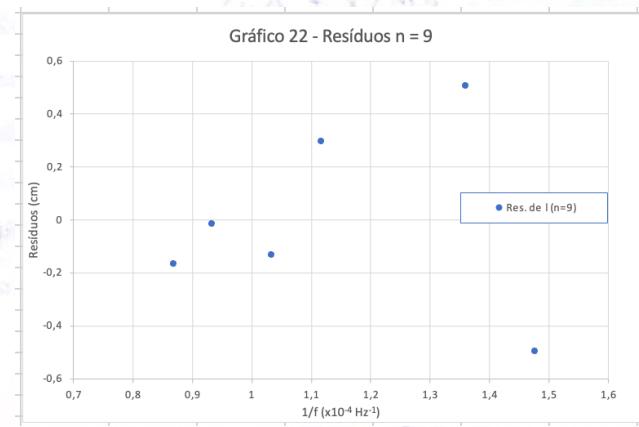
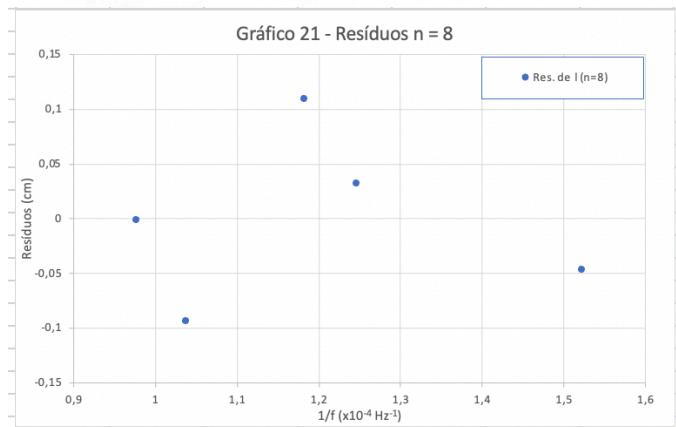
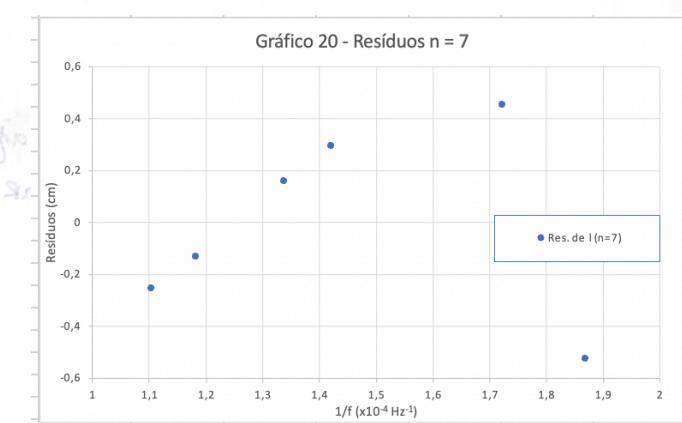
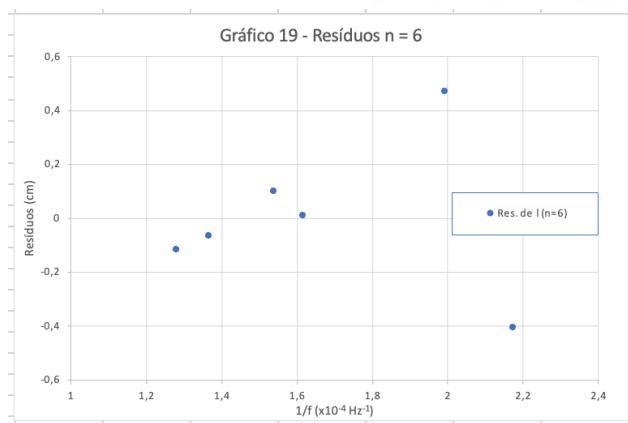
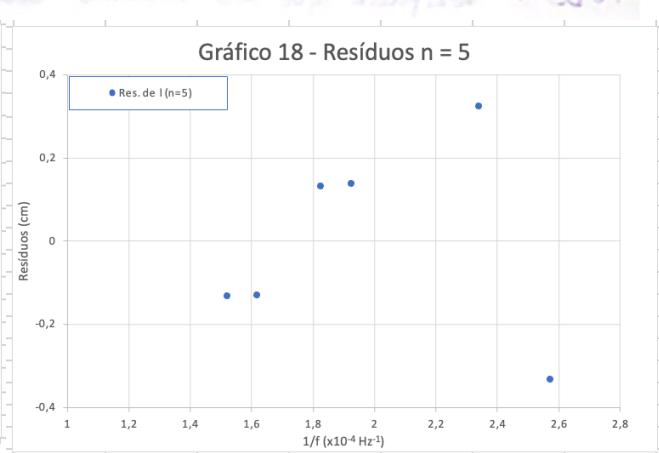
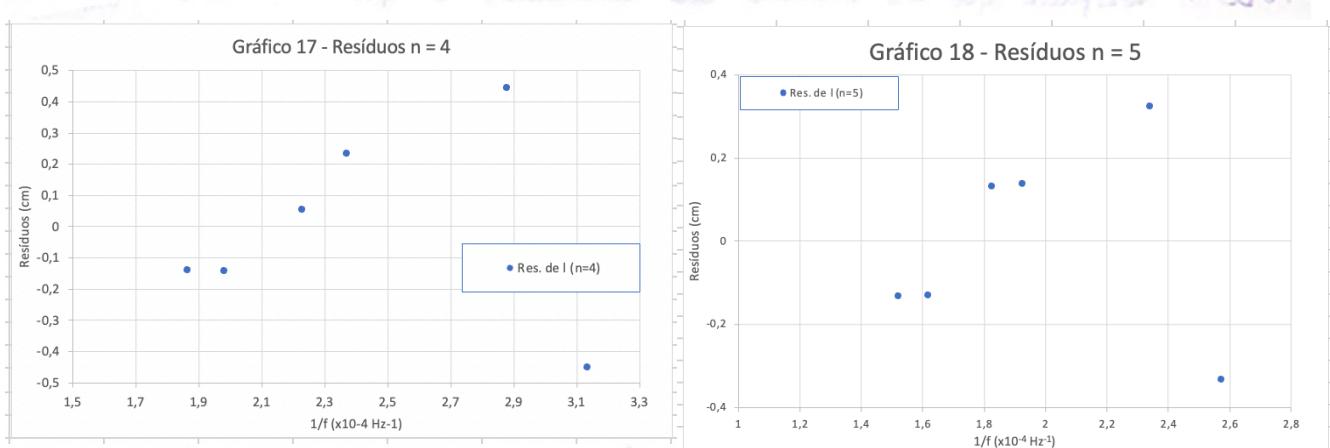
→ o declive é aproximadamente o dobro da ordenada na origem e diminui com o aumento do comprimento do tubo.

→ Fez-se Seguidamente a análise do comprimento dos tubos (l) em função do inverso da frequência ($1/f$):

~~Exemplo 2~~ (Rearanjando a equação (1) temos)

$$l = \frac{v(2n+1)}{4} \times \frac{1}{f} - \Delta y$$



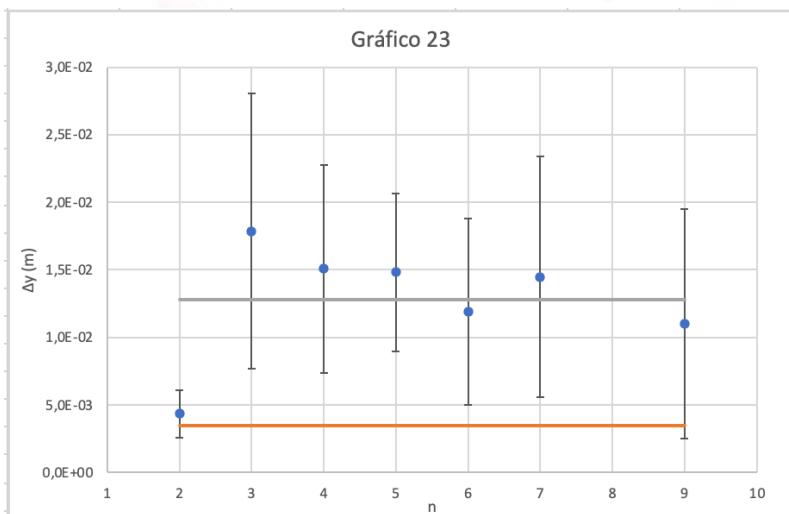


- Podemos verificar que os resíduos são aleatórios e que demonstram a boa realização da experiência.
- Além disto, pelo gráfico (13) verificamos, ainda, que quanto maior o modo normal de vibração do ar, maior o declive.
- Novamente,

$$l = \underbrace{\frac{v(2n+1)}{4}}_{m \equiv \text{declive}} \times \frac{1}{f} - \Delta y$$

$b \equiv \text{ordenada na origem} \rightarrow \Delta y_{\text{exp}}$

- Consideramos $\Delta y_{\text{ref}} = 0,305D$ e procedemos à comparação dos dois valores de Δy (ref e exp):



Δy_{ref} (m)	3,448E-03
$u(\Delta y_{\text{ref}})$ (m)	4E-05
$u(\Delta y_{\text{ref}})$ (%)	1E+00

Δy_{exp} (m)	0,0128
$u(\Delta y)$ (m)	0,0016
$u(\Delta y)$ (%)	12,8
$Er(\%)$	2,705E+02

- Calculou-se agora a velocidade de propagação do som no ar por Δy (declive do gráfico $f(n)$) e a ordenada na origem do mesmo):

$$v(m) = 2m(l + \Delta y)$$

$$v(b) = 4b(l + \Delta y)$$

- Além disto, compararamos ainda a diferença dos valores de velocidade quando é usado o Δy_{ref} e Δy_{exp} . (Resultados na seguinte tabela)

$$\Delta y_{\text{ref}} = 0,305D$$

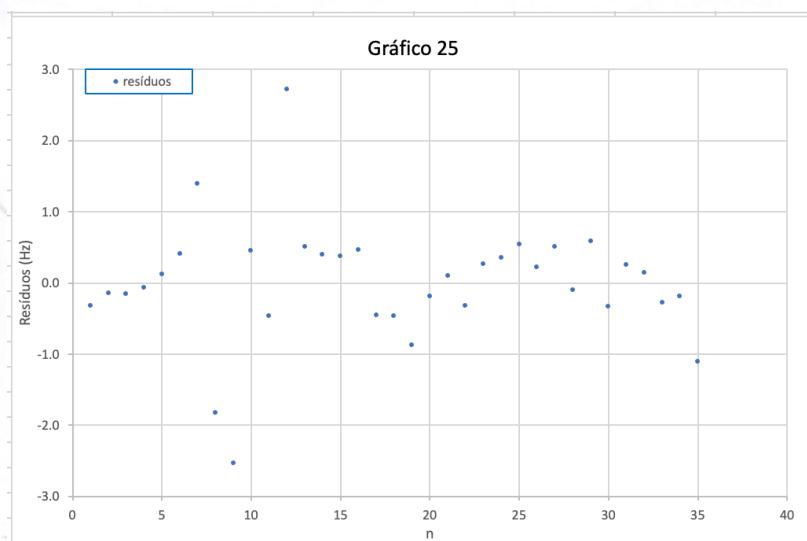
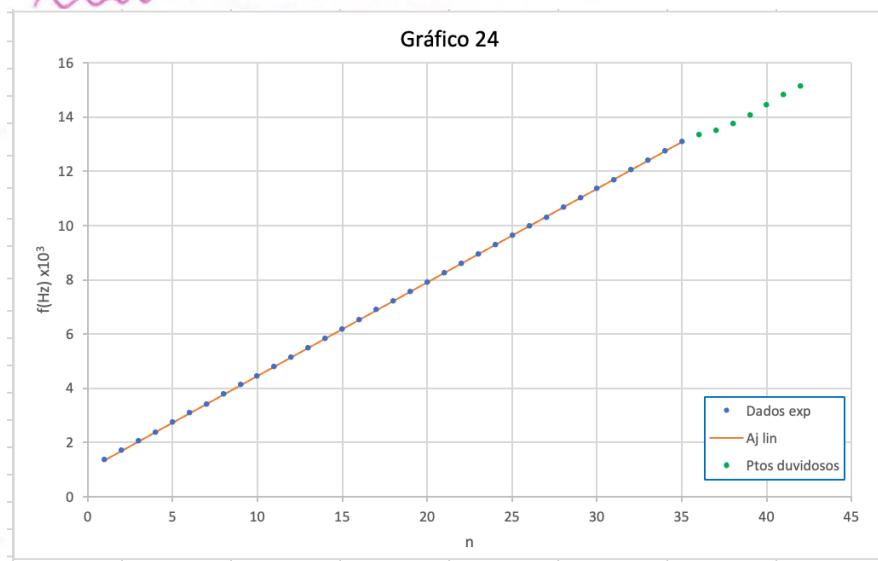
Com Δy teórico							
nº tubo	v ref	v _m	u (v _m)	u (v _m)(%)	v _b	u (v _b)	u (v _b)(%)
1	346,36	341,64	12,43	3,64	231,64	68,09	29,39
2	346,36	348,75	1,02	0,29	332,32	4,29	1,29
3	346,36	350,61	0,58	0,16	326,44	5,75	1,76
4	346,36	349,42	1,13	0,32	306,76	12,02	3,92
5	346,36	347,84	1,05	0,30	331,45	8,42	2,54
6	346,36	348,13	1,91	0,55	309,92	24,26	7,83
7	346,36	345,23	1,12	0,32	327,15	12,55	3,84
8	346,36	344,54	0,72	0,21	337,26	7,96	2,36
9	346,36	361,22	0,87	0,24	1049,68	12,45	1,19

Com ΔY experimental						
nº tubo	v _m	u (v _m)	u (v _m)(%)	v _b	u (v _b)	u (v _b)(%)
1	392,03	16,60	4,24	265,38	78,34	29,52
2	374,84	4,62	1,23	357,48	6,29	1,76
3	375,74	4,24	1,13	349,33	7,29	2,09
4	372,68	4,07	1,09	326,77	13,27	4,06
5	368,85	3,78	1,02	351,70	9,57	2,72
6	366,92	3,80	1,04	326,82	25,73	7,87
7	362,86	3,25	0,89	344,01	13,50	3,92
8	359,01	2,59	0,72	351,51	8,65	2,46
9	374,59	2,46	0,66	1088,76	14,53	1,33

$v_{ref} (ms^{-1})$	346,36	
$u(v_{ref})(ms^{-1})$	0,06	
$u(v_{ref})(%)$	0,02	
TEÓRICO	m	b
$v_{exp} (ms^{-1})$	348,60	394,74
$u(v_{exp})(ms^{-1})$	1,83	82,57
$u(v_{exp})(%)$	0,53	20,92
Er(%)	0,65	13,97
EXPEPRIMENTAL	m	b
$v_{exp} (ms^{-1})$	371,95	417,97
$u(v_{exp})(ms^{-1})$	3,16	84,37
$u(v_{exp})(%)$	0,85	20,19
Er(%)	7,39	20,68

Através da análise das tabelas anteriores verificamos que o uso de Δy teórico resulta em erros (%) muito menores, pelo que os valores de velocidade calculados usando este dado são mais fáceis.

• 2^a PARTE: TUBO FECHADO NAS EXTREMIDADES:



m	344,9	1012	b
u(m)	0,1	3	u(b)
r ²	0,999994	9	u(y)

- Como verificamos neste último os resíduos ^{já excluindo os pontos duvidosos} apresentam uma distribuição aleatória, o que nos leva a crer que a regressão linear foi bem efetuada.

- Além disto, sabendo que $m = \text{declive do gráfico (24)} = v$, então:

$$v = (344,9 \pm 0,1) \text{ m/s}$$

$$U(v) = 0,04\%$$

- Comparando este valor com a velocidade de referência ~~346,36~~ m/s obtemos:

$$E_R(\gamma) = 0,4\gamma$$

CONCLUSÕES:

- No estudo da ressonância de tubos fechados numa das extremidades obtiveram-se ~~obteve-se~~ 4 valores para a velocidade do som.

→ Utilizando o valor de Δy_{ref} (teórico), obteve-se:

- através do declive do gráfico (m):

$$V = (348,6 \pm 1,8) \text{ m/s} \quad] \rightarrow E_r(\%) = 0,6\% \quad u(v)(\%) = 0,5\%$$

- através da ordenada na origem (b):

$$V = (394,7 \pm 82,6) \text{ m/s} \quad] \rightarrow E_r(\%) = 14,0\% \quad u(v)(\%) = 20,9\%$$

→ Utilizando o valor de Δy_{exp} (experimental), obteve-se:

- através do declive do gráfico (m):

$$V = (371,9 \pm 3,2) \text{ m/s} \quad] \rightarrow E_r(\%) = 7,4\% \quad u(v)(\%) = 0,8\%$$

- através da ordenada na origem (b):

$$V = (418,0 \pm 84,4) \text{ m/s} \quad] \rightarrow E_r(\%) = 20,7\% \quad u(v)(\%) = 20,2\%$$

Sendo $V_{ref} = (346,36 \pm 0,06) \text{ m/s}$ ($u(V_{ref})(\%) = 0,02\%$)

• Verificamos, pela análise destes resultados que, a utilização do Δy_{ref} resulta num menor erro (%) por parte do valor de velocidade.

• Além disto, concluímos que o método de cálculo da velocidade usando o declive do gráfico $f(n)$ é mais fável do que usando a ordenada na origem uma vez que os erros associados são muito menores.

• É de notar ainda que nesta parte da experiência uma das extremidades dos tubos foi tapada com uma borracha, uma vez que esta é pouco deformável (em comparação com o nosso dedo), permitindo menos fugas de ar.

Além disto, os tubos possuíam pequenos orifícios dos lados (que foram tapados com fita-cola). Estes foram mantidos para baixo durante a experiência.

de maneira a que a turbulência registada ~~nas extremidades~~ influencia menos os resultados obtidos.

- No estudo da ressonância de tubos fechados nas duas extremidades, obteve-se o valor para a velocidade de propagação do som:

$$v = (344,9 \pm 0,1) \text{ m/s}$$

$$\hookrightarrow u(v)(\gamma) = 0,04\gamma$$

$$E_R(\gamma) = 0,4\gamma$$

Em conclusão

- ~~Na~~ analisando os resultados de ambas as partes da experiência, verifica-se que o valor para a velocidade de propagação do som no ar obtido através do estudo da ressonância no tubo com as 2 extremidades fechadas apresenta o menor erro associado. Isto pode dever-se ao facto de neste método os parâmetros variáveis são mais facilmente controlados e não estão sujeitos a erros por transmissão de calor (pelo contacto no tubo), ou pelo sopro (que pode levar à vaporização de água no interior do tubo), o que se verifica no primeiro método (ressonância em tubos com uma extremidade fechada).

$$N_{\text{f,obs}} = (N_{\text{f,1}} - \left[\frac{\sin(\beta,83 + 0,81\gamma)}{\sin(\beta,83 - 0,81\gamma)} \right]) \cdot N_{\text{f,1}}$$