

## T4B - Determinação de módulos elásticos de materiais pelo método das vibrações de uma barra encastreada e pêndulo de torção

14.5

### Objetivos

- Determinar módulo de Young, E, do material de uma barra, usando o método de vibração da barra encastreada.
- Cálculo momentos de inércia, I, das peças suspensas no pêndulo torção.
- Determinar módulo de rigidez do material do fio de suspensão.

### Montagens experimentais

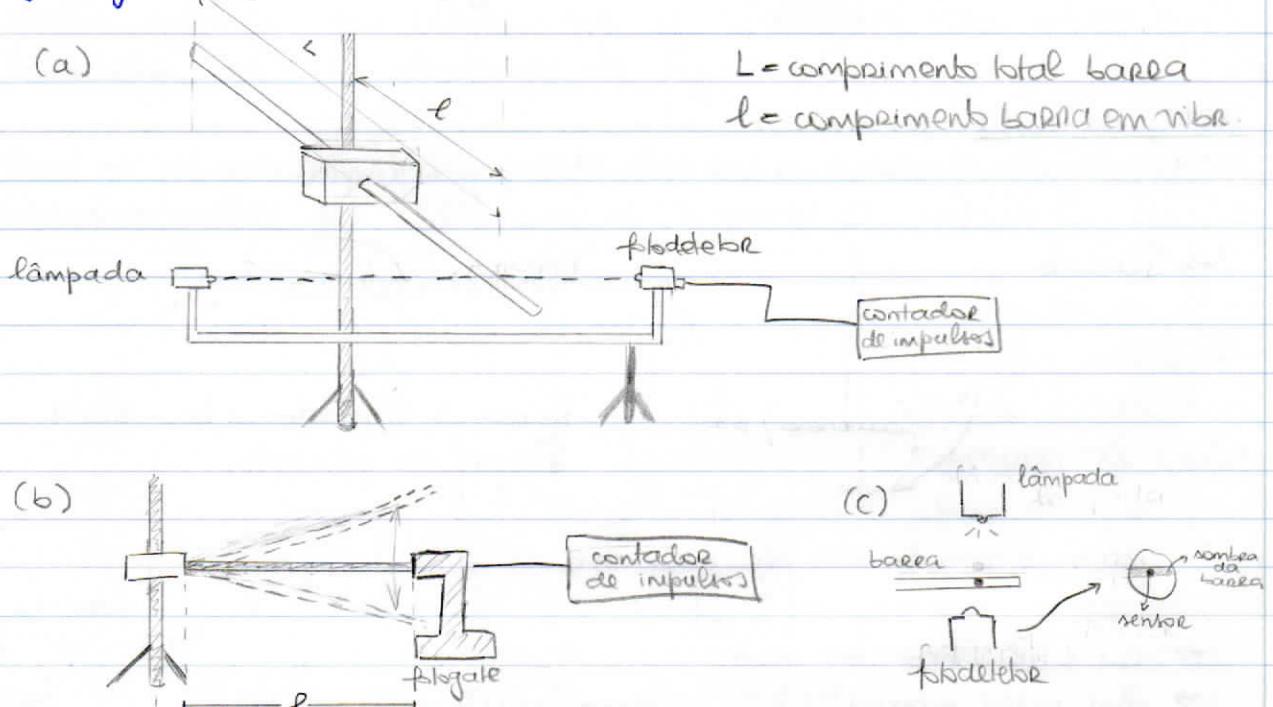


Figura 1: Esquema geral da montagem da barra encastreada (a), vista lateral respetiva (b) e detalhe lâmpada-sensor (c)

### Plano de ação

#### A) Barra encastreada

- 1) Orientar esquerda da figura 1, esvaziando barra.
- 2) Ligar c.i., premir "Reset" e escolher o número de impulsos para o qual queremos registrar t. Para cada l, i = 52, 101, 151.
- 3) Imprimir oscilações verticais à barra, evitando modos transversais.
- 4) -Escolher gama experimental homogénea, segundo a equação:  

$$T^2 = 5,029 \frac{I^2 \rho}{E D^2} l^4 \quad [1]$$

$T$  = valor médio do período de oscilação  
 $D$  = diâmetro da barra  
 $\rho$  = densidade da barra
- 5) Registrar l, t e i e determinar E através de ajuste linear.

Δ Verificar que a "sombra" da barra cobre totalmente o sensor antes de cada ensaio, segundo a figura 1(c).

Verifica-se, ainda, que  $T = \frac{t}{2}(i-1)$ .

### B) Pêndulo de Hesão

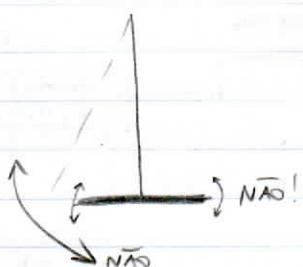
- 1) Medir comprimento  $l$  do fio e o seu diâmetro  $d$  (médio).
  - 2) Suspender do fio disco + prisma, com o eixo maior vertical
    - + prisma, " " " " " horizontal
    - + coroa cilíndrica
    - + disco +
  - 3) Para cada caso, determinar  $t$  de 10 oscilações, para valores inicial de amplitude,  $\theta_{\text{máx}}$ , de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ .
  - 4) Calcular, para cada caso,  $I$ , com as expressões do postulado (TABELA 2)
  - 5) Obter o módulo de rigidez,  $\mu$ , a partir de  $I(T)$ :

$$I = \frac{D^4 \mu}{128 \pi l} = T^2 \quad [2]$$

Notas da aula 18/04/2023

~~A Fazer gráficos para os dados todos, não para a média!~~

→ Pendulo



PRISMA:

Figura 2: Guidador a lee. Vista lateral do pêndulo.

Foi usado o cronómetro do telemóvel.

→ Em aula: todos os dados

→ 8m casa: médias ( $\bar{T}_{1,..}$ ) ~~mais~~ <sup>tem</sup> agir com médias

## Registro e análise de dados

A) Barra encastreada

Das 3 barras que temos ao nosso dispor, escolhemos a barra de maior comprimento (<sup>algumas</sup>, de modo a ser possível estudar uma maior gama de comprimentos da barra em vibração).

começou por se medir L; o diâmetro, D, em vários pontos ao longo da barra, para calcular  $\bar{D}$ ; e a massa m. Com estes valores, calculou-se o volume, V, com o intuito de obter a densidade, p.

$$V = L \left[ \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \right]$$

$$u(v) = \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(v)}{v}\right]^2}$$

$$u(p) = p \sqrt{\left[\frac{u(v)}{v}\right]^2 + \left[\frac{u(m)}{m}\right]^2}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

os pontos os  
Som estes valo-  
res a dentro de  
 $\{ \begin{array}{l} u(p) \\ m \\ \text{e.g. } \end{array} \}$  é função  $\Rightarrow$  escrever  
uma função!  
destas.

Tabela 1: Medições de D	
D (mm)	$\Delta D$ (mm)
1,959	0,005
1,958	0,005
1,950	0,005
1,965	0,005

Tabela 2: Valores obtidos das medições		
grandeza	valor	incerteza
$\bar{D}$ (m)	0,001958	0,000003
m (kg)	0,02164	0,00001
L (m)	0,8960	0,0005
V ( $\text{m}^3$ )	2,698E-06	4E-09
$\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )	8021	12

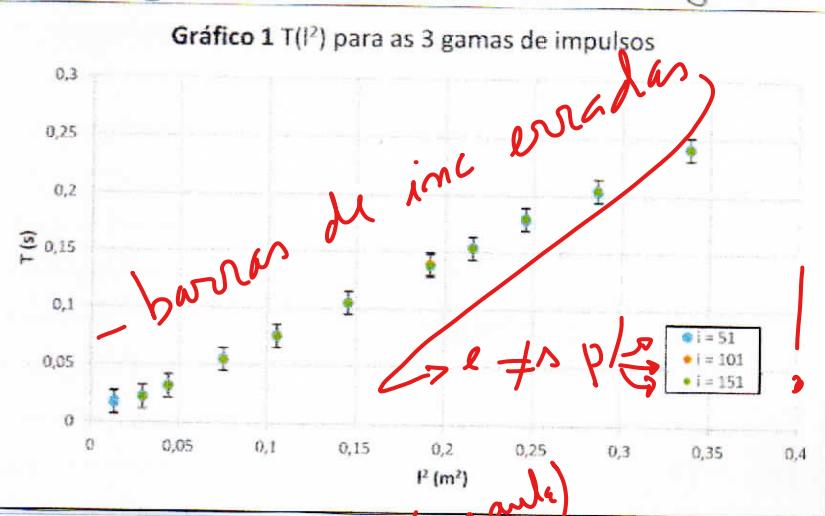
porque? //

Uma gama de l a ser estudada foi escolhida medindo os valores máximo e mínimo a ser utilizado e aplicando a fórmula  $\frac{l_{\max} - l_{\min}}{n \text{ de ensaios}}$ .

Montado o esquema da figura 1 e para cada valor de l medido, fez-se vibrar a barra e mediu-se, com o contador de impulsos, o tempo de oscilação para cada impulso  $i = 51, 101, 151$ , verificando sempre, antes de cada ensaio, que a "sombra" da barra cobria o fotodetector, tal como ilustrado na figura 1(c).

→ na posição de equilíbrio

Com os dados registados na Tabela A em anexo, traçou-se um primeiro gráfico de  $T(l^2)$  com as 3 gamas de impulsos.



As barras de incerteza correspondem à incerteza experimental (valor fixo de 0,01).

Para esta representação, foram usados todos os valores de T. Como se vê, é clara uma tendência linear, da qual se devia, apenas, o primeiro ponto. Isto pode dever-se ao facto de, para este valor de l, apenas ter sido possível obter T para  $i = 51$ , já que, para os outros valores de i, o contador de impulsos não registava o momento.

Este ponto não foi considerado para o ajuste a seguir efectuado. Para este ajuste, o valor de  $\bar{T}$  usado foi obtido através da média de T dos 3 impulsos, tendo-se reunido os dados na Tabela 3.

Os dados de  $\bar{T}$  ajuste foram calculados com os valores da matrizes patentes na Tabela 4. A sua representação encontra-se no Gráfico 2. Note-se a ausência de barras de erro, pois assumiram valores tão pequenos que não seriam visíveis.

→ comprovada apenas em log vs log!

Só preciso de justificar a brutal má apresentação das barras de incerteza no GRÁFICO DE RESÍDUOS!

em FALTA

equação?

$I (\pm 0,05\text{cm})$	$(\pm 0,0005\text{m})$	$I^2 (\text{m}^2)$	$m(I^2) (\text{m}^2)$	$\bar{T} (\text{s})$	$m(\bar{T} \text{ s})$	$\bar{T}$ ajuste (s)	Resíduos $\bar{T}$
58,20	0,5820	0,3387	0,0005	0,2410	0,0001	0,2424729	0,0015
53,51	0,5351	0,2863	0,0005	0,20456	0,00002	0,205121	0,0006
49,55	0,4955	0,2455	0,0005	0,17954	0,00009	0,1760249	-0,0035
43,80	0,4380	0,1918	0,0005	0,1387	0,0004	0,1377574	-0,0010
46,45	0,4645	0,2158	0,0005	0,15339	0,00009	0,154808	0,0014
38,15	0,3815	0,1455	0,0004	0,10476	0,00007	0,1047473	0,0000
32,45	0,3245	0,1053	0,0004	0,07547	0,00003	0,0760575	0,0006
27,40	0,2740	0,0751	0,0004	0,05458	0,00004	0,0545096	-0,0001
20,95	0,2095	0,0439	0,0003	0,03170	0,00002	0,0322763	0,0006
17,20	0,1720	0,0296	0,0003	0,02214	0,00005	0,0220769	-0,0001
11,60	0,1160	0,0135	0,0002	0,0176	0,0002	0,0105787	-0,0070

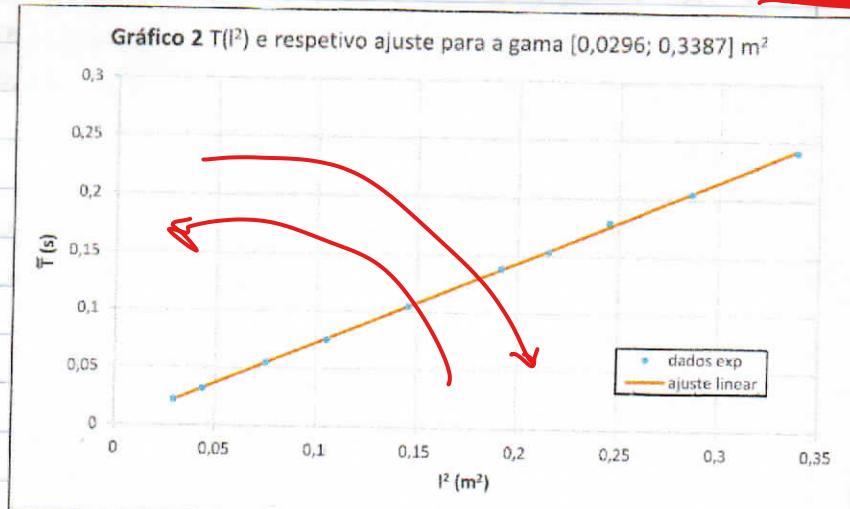
$$m(I^2) > m(\bar{T})$$

$I^2$  ↑      ↓       $\bar{T}$

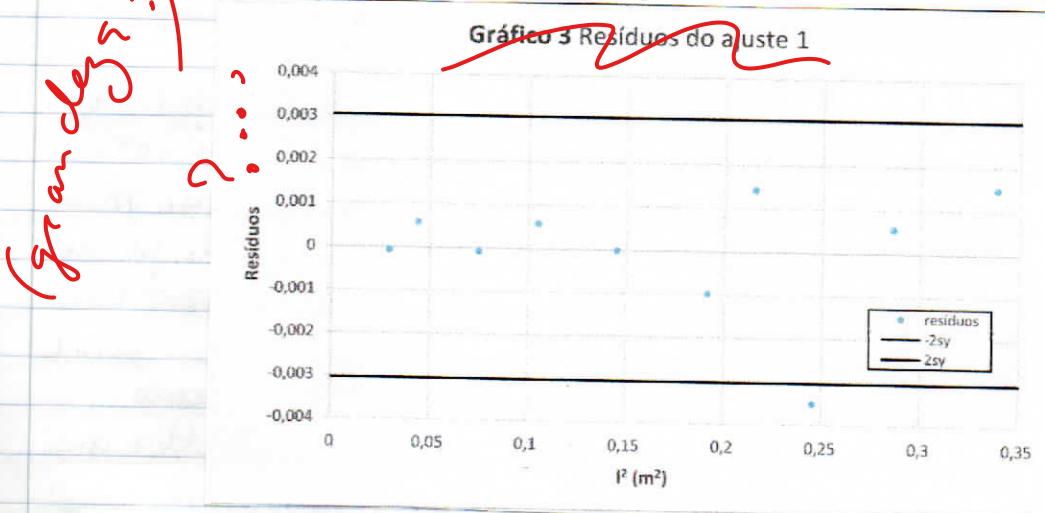
Tabela 4: Matriz do ajuste linear 1 de  $\bar{T}(I^2)$

$m$	0,713	0,0010	$b$
$a_m$	0,005	0,0009	$\sigma_b$
$r^2$	0,9996	0,002	$\sigma_v$

As cláusulas apresentadas baixas de incerteza, por serem tão pequenas que não foram visíveis.



Os baixos incertezas patentes na matriz de ajuste, bem como a proximidade de  $r^2$  a 1, confirmam que se trata dum bom ajuste. Contudo assim, vemos que alguns pontos se afastam da linha de ajuste. Analisemos, então, o gráfico de resíduos.



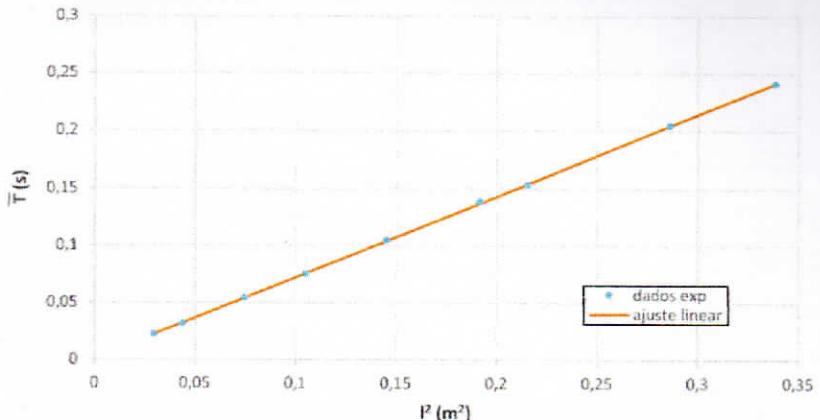
Vemos, claramente, que os pontos se distribuem aleatoriamente em torno de zero, exceto valores muito pequenos, com exceção do ponto correspondente a  $I^2 = 0,2455 \text{ m}^2$ . Dado que este ponto não se enquadra no intervalo de confiança a 95% de  $I - 2\sigma_I; I + 2\sigma_I$ , realizou-se um novo ajuste sem este.

Porque está claramente afastado da tendência dos restantes, ...

Tabela 5: Matriz do ajuste linear 2 de  $\bar{T}(l^2)$ 

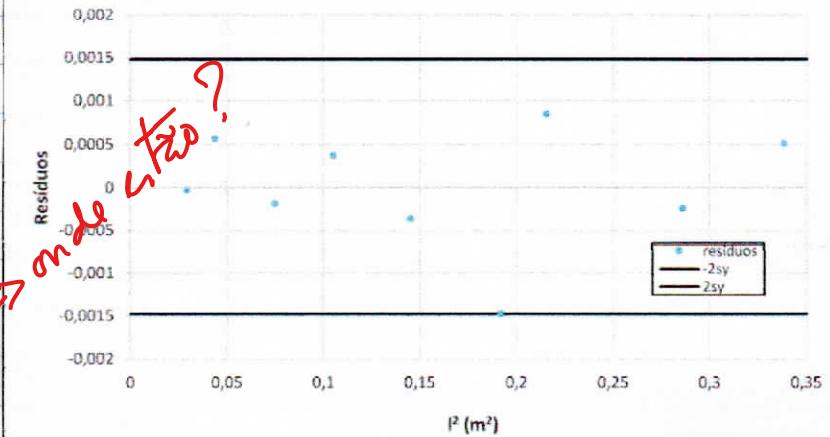
$m$	0,710	0,0011 $b$
$\sigma_m$	0,002	0,0005 $\sigma_b$
$r^2$	0,99992	0,0007 $\sigma_y$

Ausência de barrais por não serem visíveis dada a sua pequena gama.

Gráfico 4  $\bar{T}(l^2)$  e respetivo ajuste sem o ponto duvidoso

Houve melhorias significativas no ajuste, nomeadamente no que diz respeito à diminuição das incertezas e a uma maior aproximação de  $r^2$  a 1. Os valores de  $\bar{T}$  e  $l^2$  representados, assim como  $T$  de ajuste e respetivos resíduos, podem ser consultados na Tabela B em anexo.

Gráfico 5 Resíduos para o ajuste 2



Aqui não barrais  
de incerteza  
 $u(\bar{T})$  ja se  
visíveis → onde estao?

?

Relativamente ao gráfico de resíduos, verificamos a ausência de tendências e a distribuição aleatória dos pontos em torno de zero por valores muito baixos. Temos o ponto de abcissa  $l^2 = 0,118 \text{ m}^2$  sobreposta com a linha correspondente a  $-2sy$ , mas não iremos realizar um novo ajuste, já que não consideramos este ponto duvidoso.

Com os dados deste ajuste, cuja validade já foi provada, calculemos o módulo de Young,  $E$ .

$$m = \sqrt{5,029 \frac{\bar{T}^2 \rho}{ED^2}} \Rightarrow E = \frac{5,029 \cdot \bar{T}^2 \rho}{m^2 D^2}$$

$$u(m^2) = 2m u(m)$$

$$u(E) = E \sqrt{\left[ \frac{u(m^2)}{m^2} \right]^2 + \left[ \frac{u(\rho)}{\rho} \right]^2 + \left[ \frac{2u(D)}{D} \right]^2}$$

Tabela 6: $E$ , incertezas e erro				
	valor	incerteza	inc (%)	$e_r$ (%)
$m^2$	0,504	0,00158	0,3%	-
$\rho (\text{kg/m}^3)$	8021	12	0,2%	2%
$E (\text{Pa})$	$2,062 \times 10^{11}$	$9 \times 10^8$	0,4%	0,4%

P aproxima-se de  $p_{\text{ago}}$ , pelo que este valor foi usado como referência:  
 $p_{\text{ago}} = 7850 \text{ kg/m}^3$   
 (un:  $\text{kg} \cdot \text{m}^3, \text{cm}^3$ )

Uma vez que o protocolo não fornecia nenhum valor tabelado, após uma curta pesquisa encontrei o valor de referência

$$E(\text{ago}) = 207 \text{ GPa} = 207 \times 10^9 \text{ Pa} \rightarrow \text{onde?}$$

Este foi o valor de referência a que se recorreu para calcular o erro relativo na Tabela 6.

## B) Pêndulo de torção

Começou-se por medir a massa dos objetos e as dimensões dos mesmos e do fio. Note-se que:

- Foi medido o diâmetro do fio ao longo do mesmo em vários pontos (Tabela 7), tendo-se, posteriormente, efectuado uma média.
- As massas dos objetos foram medidas em separado. Embora se reduzisse a incerteza ao medir as massas em conjunto, este valor de nada nos serviria no cálculo do momento de inércia.

Tabela 7: Medidas  $D_{\text{fio}}$

$D_{\text{fio}}$ (mm)	$\Delta D_{\text{fio}}$ (mm)
0,771	0,005
0,796	0,005
0,795	0,005
0,765	0,005

Tabela 8: Valores finais  $D_{\text{fio}}$  e  $L_{\text{fio}}$

	$D_{\text{fio}}$ (mm)	$D_{\text{fio}}$ (m)	$L_{\text{fio}}$ (cm)	$L_{\text{fio}}$ (m)
valor	0,782	0,000782	109,30	1,0930
incerteza	0,007	0,000007	0,05	0,0005

Tabela 9: Dimensões objetos

incerteza	$\pm 0,05 \text{ cm}$	$\pm 0,0005 \text{ m}$
$D_{1\text{cc}}$	17,80	0,1780
$D_{2\text{cc}}$	20,00	0,2000
$h_{\text{prisma}}$	19,95	0,1995
$b_{\text{prisma}}$	2,89	0,0289

Tabela 10: Massas dos objetos

objeto	valor (g)	incerteza(g)	valor (kg)	incerteza(kg)
disco	803,5	0,1	0,8035	0,0001
prisma	683,7	0,1	0,6837	0,0001
coroa	484,3	0,1	0,4843	0,0001

Do seguida, fez-se suspender apenas o disco; o disco e o prisma na vertical (+); o disco e o prisma na horizontal (-); o disco e a coroa cilíndrica; e o disco, a coroa cilíndrica e o prisma na horizontal. Para cada conjunto, variou-se  $\omega_{\text{máx}}$  e mediu-se o tempo das oscilações. A tabela completa pode ser consultada em anexo (Tabela C) e fui com os dados lá patentel que se traçou o Gráfico 6, de  $I(T^2)$ .

Gráfico 6  $I(T^2)$  para todos os valores de  $T^2$



Ausência de barra(s) de incerteza pelos mesmos motivos já referidos.

# Quantifique através do log (log). /

→ clara a tendência linear apresentada pelos pontos, embora <sup>(para todos os)</sup> se enquadrem aglomerados, não trata-se da gama completa de  $T^2$ . Proseguiu-se com a representação gráfica de  $I(T^2)$ , onde  $T^2$  representa o quadrado da média de  $T$  obtida para os diferentes  $\theta_{\text{máx}}$ . Os dados estão presentes na Tabela 11.

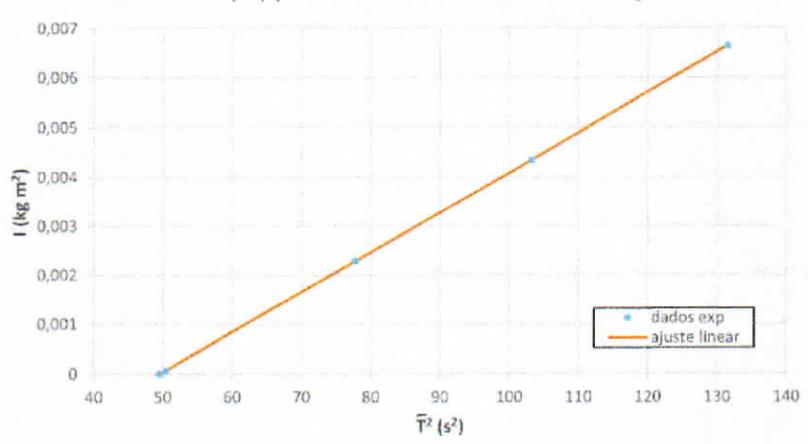
Tabela 11: Dados experimentais para ajuste e resíduos

Conjuntos	$I (\text{kg m}^2)$	$\Delta I (\text{kg m}^2)$	$\bar{T} (\text{s})$	$m(\bar{T}) (\text{s})$	$T^2 (\text{s}^2)$	$m(T^2) (\text{s}^2)$	Ajuste	Resíduos
disco	6,1E-08	1E-09	7,04	0,01	49,5	0,1	-1,131E-05	-0,0000114
disco+prisma(-)	0,00229	0,000001	8,82	0,01	77,7	0,2	0,0022759	-0,0000155
disco+prisma(+)	0,00000475	0,0000004	7,11	0,01	50,5	0,2	6,897E-05	0,0000214
disco+coroa	0,00434	0,000002	10,16	0,02	103,2	0,5	0,0043407	0,0000010
disco+coroa+prisma(-)	0,00663	0,000002	11,47	0,02	131,5	0,4	0,0066354	0,0000044

Como calcular  
 $m(\bar{T})$  e  $m(T^2)$ ?  
Não fiz!

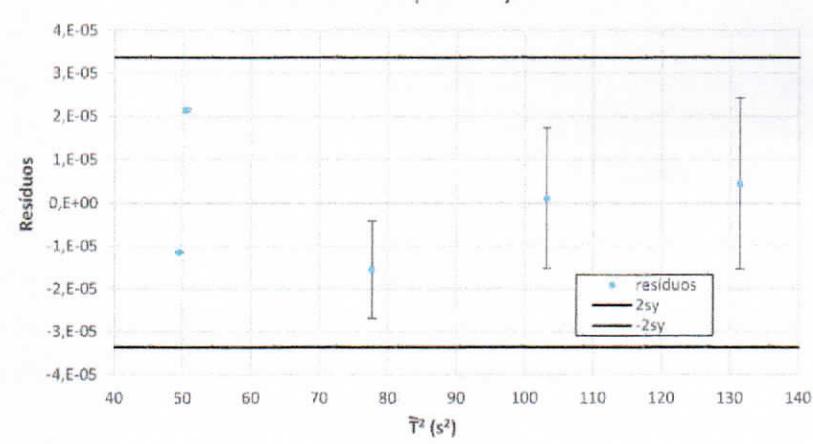
Ausência de barreiras  
de erros pelos mesmos  
motivos. Representadas  
nos resíduos.

Gráfico 7  $I(T^2)$  para os valores médios de  $T^2$  e ajuste



Visualmente, o ajuste adequa-se muito bem à tendência linear evidenciada pelos pontos. A matriz de ajuste (Tabela 12) confirma a validade do mesmo, dadas as baixas incertezas apresentadas e a proximidade de  $r^2$  a 1.

Gráfico 8 Resíduos para o ajuste linear



Passando os gráficos de resíduos, vemos que os pontos se encontram aleatoriamente distribuídos em torno de zero por valores muito pequenos, o que comprova a validade do ajuste. Todos os pontos se enquadram no intervalo de confiança a 95%.

de  $I = 2\text{ gy}, 2\text{ gy}$ , pelo que não há pontos divididos.

As barras de incerteza dizem respeito à incerteza experimental, dado que a sua representação no Gráfico  $\neq$  não era visível.

Conformada a viabilidade do ajuste usado, calculemos  $\mu$ .  
Como indicado pela discrete,  $\mu_{\text{ref}} = 79,3 \text{ GPa} = 79,3 \times 10^9 \text{ Pa}$ .

$$m = \frac{\bar{D}^4 \mu}{128\pi l} \rightarrow \mu = m \frac{128\pi l}{\bar{D}^4}, \text{ onde } m = \text{declive}$$

$$\mu(\mu) = \mu \sqrt{\left[ \frac{u(m)}{m} \right]^2 + \left[ \frac{u(l)}{l} \right]^2 + \left[ -4 \frac{u(\bar{D})}{\bar{D}} \right]^2}$$

Tabela 13: Valores finais de $\mu$ (Pa)			
valor	incerteza	inc (%)	$e_r$ (%)
9,5E+10	3E+09	3,6%	20%

Uma vez que se obteve um erro tão elevado (20%), decidiu comparar-se o valor obtido com o resultado de outro grupo.

$$\mu' = (85 \pm 6) \text{ GPa} = (85 \pm 6) \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$e_r = \frac{\mu' - \mu}{\mu'} \times 100 = 12\% \rightarrow \text{fraco!}$$

→ erros mais baixos → bom resultado

por excesso, por deficit?

### Resultados finais

A)  $E = (2062 \pm 9) \times 10^9 \text{ Pa}$

$$\text{inc}_E (\%) = 0,4\%$$

$$e_E (\%) = 0,4\%$$

B)  $\mu = (95 \pm 3) \times 10^9 \text{ Pa}$

$$\text{inc}_\mu (\%) = 3,6\%$$

$$e_\mu (\%) = 20\%$$

$\rho$ ; %;  $\mu(\rho)$ ; % erro  $\rho$ ?

Falta quantificar o efeito de  $T$  (que é proporcional ao log  $T$ )  
em  $\mu$  e  $E$  (que é proporcional ao log  $\mu$ ).

### Conclusão

→ da primeira parte da experiência, pôs - se a oscilar a barra escolhida e para  $i = 51, 101$  e  $151$  mediu - se o período de oscilação, fazendo variar  $l$ . Com os dados colhidos, traçou - se  $\bar{T}(l^2)$ . Foi provada a linearidade através dum análise preliminar (Gráfico) e efectuou - se um ajuste. A este seguiu - se um segundo, mais

Não!

→ não se "obriga" o leitor a consultar um gráfico, uma tabela, etc /

~~fil. do qual se obtere o valor para o módulo de young,  $E = (2062 \pm 8) \times 10^8$  Pa, com uma incerteza relativa de 0,4% e erro relativamente ao valor tabelado encontrado de 0,4%. Para se chegar a este valor, calculou-se experimentalmente  $\rho$ , para o qual se obteve  $\rho = (8021 \pm 12)$  kg/m<sup>3</sup>, com  $\text{inc}(\rho) = 0,2\%$ . e um erro relativamente ao valor tabelado para o aço ( $7850$  kg/m<sup>3</sup>) de 2%.~~

~~Os baixos valores de incerteza e erro permitem inferir que o material da barra é aço, devendo-se os erros a impurezas. Ficam também provadas a elevada confiança na sua validade.~~

*alg. significados*

~~→ c/a segunda parte do trabalho, suspendendo diferentes conjuntos de objetos, mediu-se o período de oscilação para diferentes ângulos finos. Calculou-se os momentos de inércia de cada conjunto e traçou-se  $I(T^2)$ . Aplicou-se um ajuste linear e, a partir desse, determinou-se o módulo de rigidez. Obteve-se  $\mu = (95 \pm 3) \times 10^9$  Pa, com  $\text{inc}(\mu) = 3,6\%$  e erro relativamente ao valor de referência ( $+9,3$  GPa) de 20%. Comparou-se o valor experimental com o resultado obtido por outro grupo ( $85 \pm 6$  GPa) e obteve-se um erro de 12%. Apesar de ainda se tratar dum erro elevado, talvez devido a erros nas medições ou oscilações verticais indefejadas, o erro diminui bastante relativamente aos obtidos para o valor de referência, pelo que se pode sugerir a presença de impurezas no material do fio.~~

*Seria melhor (mais seguro) ter vários valores obtidos por outros grupos. 1,15 é pouco ...*

*não sei se o trabalho "de referência" tinha qualidade?*

*Falta a REFERÊNCIA (identif. do trab.)!*

NOTA<sub>1</sub>: Encreve-se  $\mu(x)$ , não  $\Delta x$ !  
(incerteza de  $x$ )

NOTA<sub>2</sub>: Ao fazer  $I^2(T)$  ou  $T(I^2)$  está a "forçar" a linearidade, mas a comprorá-la

## Anexos

$\mu(T_i) = ?$  São  $\neq$  para  $i \neq 1$ !

Tabela A: Dados obtidos por número de impulsos para cada valor de  $I$

Ensaios	$I(\pm 0,05\text{cm})$	$I(\pm 0,0005\text{m})$	$I^2(\pm 0,0005\text{m}^2)$	i = 51			i = 101			i = 151		
				t ( $\pm 0,01\text{s}$ )	T ( $\pm 0,01\text{s}$ )	T ( $\pm \text{s}$ )	t ( $\pm 0,01\text{s}$ )	T ( $\pm 0,01\text{s}$ )	T ( $\pm \text{s}$ )	t ( $\pm 0,01\text{s}$ )	T ( $\pm 0,01\text{s}$ )	T ( $\pm \text{s}$ )
1	58,20	0,5820	0,3387	6,03	0,24	0,24	12,05	0,24	0,24	18,05	0,24	0,24
	58,20	0,5820	0,3387	6,03	0,24		12,05	0,24		18,07	0,24	
	58,20	0,5820	0,3387	6,03	0,24		12,05	0,24		18,05	0,24	
2	53,51	0,5351	0,2863	5,11	0,20	0,20	10,23	0,20	0,20	15,34	0,20	0,20
	53,51	0,5351	0,2863	5,12	0,20		10,23	0,20		15,34	0,20	
	53,51	0,5351	0,2863	5,11	0,20		10,23	0,20		15,34	0,20	
3	49,55	0,4955	0,2455	4,48	0,18	0,18	8,98	0,18	0,18	13,48	0,18	0,18
	49,55	0,4955	0,2455	4,47	0,18		8,98	0,18		13,48	0,18	
	49,55	0,4955	0,2455	4,50	0,18		8,98	0,18		13,47	0,18	
4	43,80	0,4380	0,1918	3,46	0,14	0,14	6,93	0,14	0,14	10,34	0,14	0,14
	43,80	0,4380	0,1918	3,47	0,14		7,00	0,14		10,35	0,14	
	43,80	0,4380	0,1918	3,47	0,14		7,00	0,14		10,36	0,14	
5	46,45	0,4645	0,2158	3,84	0,15	0,15	7,66	0,15	0,15	11,5	0,15	0,15
	46,45	0,4645	0,2158	3,84	0,15		7,66	0,15		11,5	0,15	
	46,45	0,4645	0,2158	3,84	0,15		7,67	0,15		11,49	0,15	
6	38,15	0,3815	0,1455	2,62	0,10	0,10	5,24	0,10	0,10	7,85	0,10	0,10
	38,15	0,3815	0,1455	2,62	0,10		5,23	0,10		7,85	0,10	
	38,15	0,3815	0,1455	2,63	0,11		5,24	0,10		7,84	0,10	
7	32,45	0,3245	0,1053	1,88	0,08	0,08	3,78	0,08	0,08	5,66	0,08	0,08
	32,45	0,3245	0,1053	1,89	0,08		3,77	0,08		5,66	0,08	
	32,45	0,3245	0,1053	1,89	0,08		3,78	0,08		5,65	0,08	
8	27,40	0,2740	0,0751	1,36	0,05	0,05	2,73	0,05	0,05	4,09	0,05	0,05
	27,40	0,2740	0,0751	1,37	0,05		2,72	0,05		4,09	0,05	
	27,40	0,2740	0,0751	1,37	0,05		2,73	0,05		4,09	0,05	
9	20,95	0,2095	0,0439	0,79	0,03	0,03	1,59	0,03	0,03	2,38	0,03	0,03
	20,95	0,2095	0,0439	0,80	0,03		1,58	0,03		2,38	0,03	
	20,95	0,2095	0,0439	0,79	0,03		1,58	0,03		2,37	0,03	
10	17,20	0,1720	0,0296	0,56	0,02	0,02	1,11	0,02	0,02	1,66	0,02	0,02
	17,20	0,1720	0,0296	0,56	0,02		1,10	0,02		1,66	0,02	
	17,20	0,1720	0,0296	0,55	0,02		1,10	0,02		1,65	0,02	
11	11,60	0,1160	0,0135	0,45	0,02	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	11,60	0,1160	0,0135	0,43	0,02		0,00	0,00		0,00	0,00	
	11,60	0,1160	0,0135	0,44	0,02		0,00	0,00		0,00	0,00	

Tabela B: Dados experimentais usados no ajuste 2

$I(\pm 0,05\text{cm})$	$I(\pm 0,0005\text{m})$	$I^2(\text{m}^2)$	T (s)	T ajuste (s)	Resíduos
58,20	0,5820	0,3387	0,2410	0,24149512	0,0005
53,51	0,5351	0,2863	0,20456	0,20431443	-0,0002
43,80	0,4380	0,1918	0,1387	0,13725973	-0,0015
46,45	0,4645	0,2158	0,15339	0,15423222	0,0008
38,15	0,3815	0,1455	0,10476	0,10440106	-0,0004
32,45	0,3245	0,1053	0,07547	0,07584278	0,0004
27,40	0,2740	0,0751	0,05458	0,05439373	-0,0002
20,95	0,2095	0,0439	0,03170	0,03226234	0,0006
17,20	0,1720	0,0296	0,02214	0,02210971	-0,0003

alg. significativa:  
erros, p. ex:  
 $\mu(T_{51}) = \frac{\mu(T)}{5^1} \sim 2 \times 10^{-4}$

Tabela C: Dados obtidos para o período de oscilação por cada  $\theta_{\max}$

Conjuntos	$I(\text{kg m}^2)$	$\Delta I(\text{kg m}^2)$	$\theta_{\max}(^{\circ})$	$t(\pm 0,01\text{s})$	$T(\pm 0,01\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$	T (s)	$\mu(T)$	$T^2(\text{s}^2)$	$\mu(T^2)$
disco	6,1E-08	1E-09	90	35,10	7,02	49,28	7,04	0,01	49,5	0,1
	6,1E-08	1E-09	180	35,15	7,03	49,42				
	6,1E-08	1E-09	270	35,30	7,06	49,84				
disco+p(-)	0,002291	0,000011	90	43,94	8,79	77,23	8,82	0,01	77,7	0,2
	0,002291	0,000011	180	44,09	8,82	77,76				
	0,002291	0,000011	270	44,21	8,84	78,18				
disco+p(+)	0,0000475	0,0000004	90	35,53	7,11	50,50	7,11	0,01	50,5	0,2
	0,0000475	0,0000004	180	35,39	7,08	50,10				
	0,0000475	0,0000004	270	35,68	7,14	50,92				
disco+cc	0,00434	0,00002	90	50,50	10,10	102,01	10,16	0,02	103,2	0,5
	0,00434	0,00002	180	50,94	10,19	103,80				
	0,00434	0,00002	270	50,93	10,19	103,75				
disco+cc+p(-)	0,00663	0,00002	90	57,15	11,43	130,64	11,47	0,02	131,5	0,4
	0,00663	0,00002	180	57,46	11,49	132,07				
	0,00663	0,00002	270	57,39	11,48	131,74				