

T4A - Cabo Coaxial

Jorge Rodrigues, PL1, Grupo 2

17

Objetivos

Parte 1 - Estudo da amplitude do impulso refletido, em função da impedância da carga ligada à linha coaxial, $V_r(Z_L)$:

- Determinar o valor da impedância da carga ligada à linha, $Z_L = Z_c$, para o qual a amplitude do impulso refletido $V_r(Z_L) = 0$.

- Mostrar que em linha aberta ($Z_L \rightarrow \infty$), $T_L = 1$.

- Mostrar que com a linha em curto circuito ($Z_L = 0$), $\Gamma = -1$. Isto é, a tensão inverte o sinal, mas a corrente não.

Parte 2 - Determinação da constante de atenuação α e da velocidade de propagação de fase v na linha coaxial:

- Determinar α , a partir da medição das amplitudes V_n de uma sequência de n impulsos refletidos e das correspondentes distâncias d percorridas pelo sinal.

- Incluindo, nos dados registados para o objetivo anterior, o registo dos instantes t_n a que ocorrem as amplitudes V_n , calcular v a partir de $V_n(t)$.

Parte 3 - Determinação de v variando a frequência do sinal à entrada:

- Registando a frequência do sinal à entrada da linha coaxial e a diferença de fase (Φ) entre o sinal de entrada e o sinal refletido na linha coaxial, variar F na gama $[1\text{KHz}; 10\text{MHz}]$ e calcular v .

T4A - Cabo coaxial

Dados sobre o material

1. Gerador de impulsos (com fonte de alimentação anexa):

- Período $\approx 5 \mu s$
- Largura dos impulsos a meia altura - 200 ns
- Resistência interna - 50Ω ou 600Ω (comutável)
- Saída coaxial BNC

2. Gerador sinusoidal:

- Resistência interna - 50Ω
- Saída coaxial BNC (Usa-se o MAIN)
- ~~→ Saída coaxial BNC~~

3. Linha coaxial:

- Comprimento - $63,50 \pm 0,05 \text{ m}$
- Cabo coaxial RG58
- Condutores em cobre estanhado (diâmetro $a = 0,9 \text{ mm}$)
- Dielétrico polietileno (diâmetro $b = 2,95 \text{ mm}$)
- Revestimento externo PVC
- Impedância - 50Ω
- Capacidade - 100 pF/m
- Atenuação $< 0,02 \text{ dB/m @ } 10 \text{ MHz}$

T4A - Cabo coaxial

Parte 1

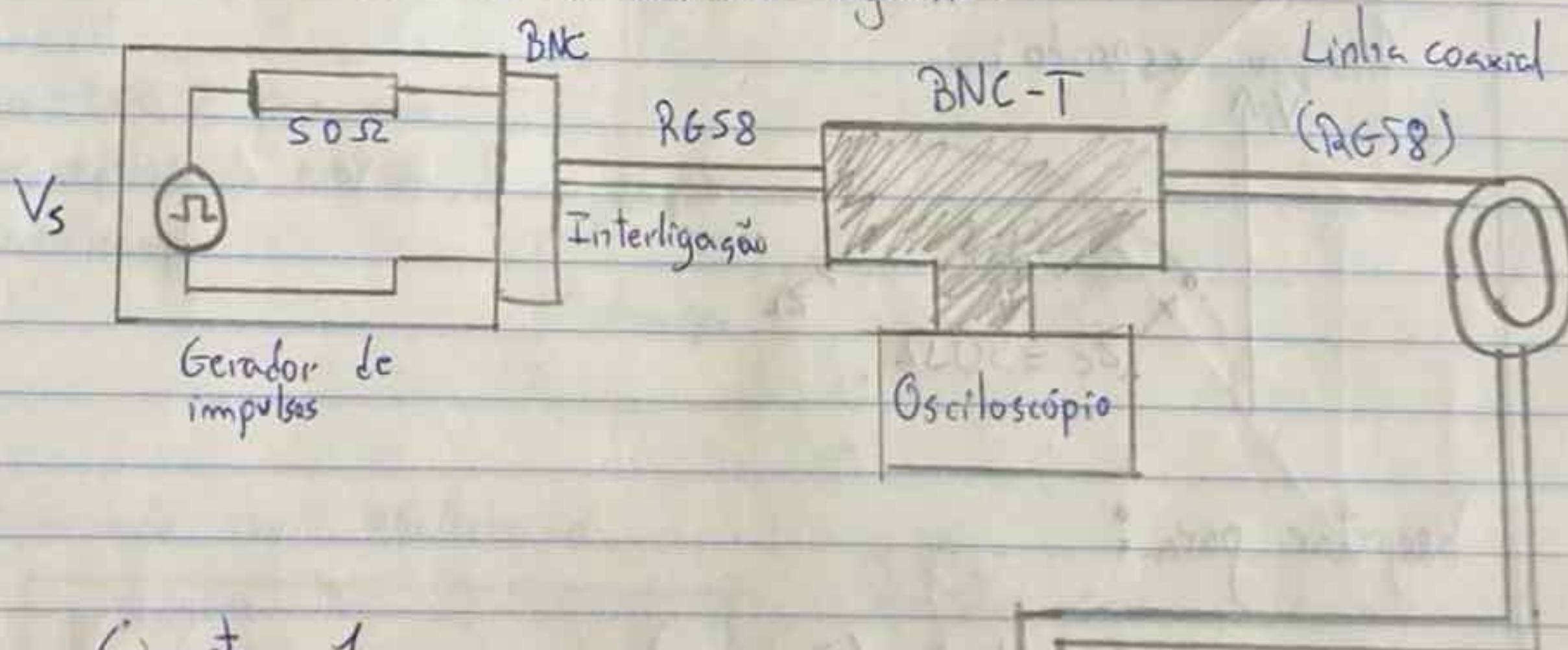
$$\Gamma_L = \frac{Z_a - Z_c}{Z_a + Z_c} = \frac{V_r}{V_i} \quad \left. \vphantom{\frac{V_r}{V_i}} \right\} \text{Coeficiente de reflexão}$$

$Z_a \rightarrow$ Impedância da carga ligada à linha coaxial

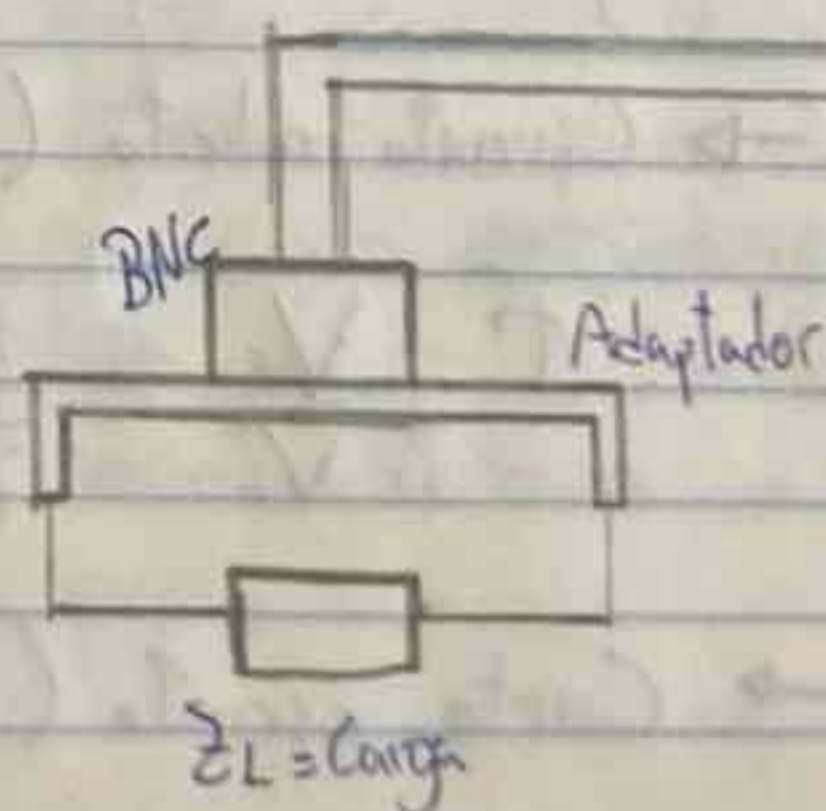
$V_r \rightarrow$ Amplitude do impulso refletido

$V_i \rightarrow$ Amplitude do sinal incidente

- ~~Para~~ Irá ser montado o circuito seguinte:



Circuito 1



Deve-se registrar:

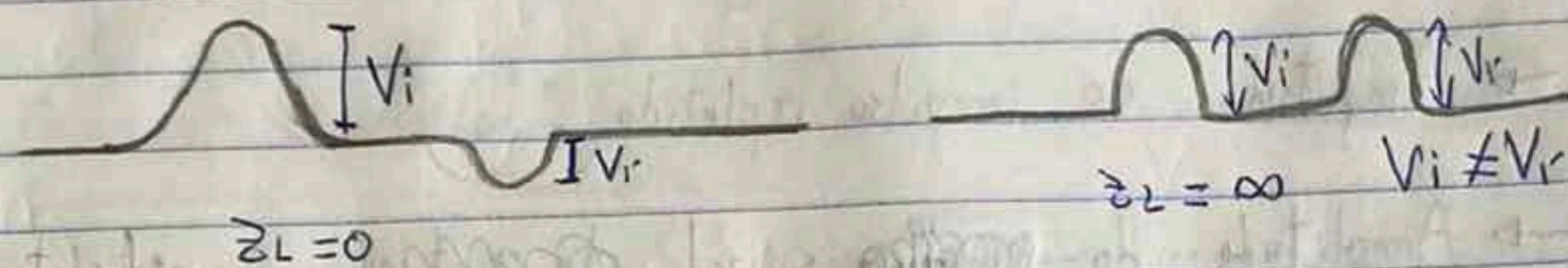
- V_r (no osciloscópio) variando Z_L numa gama $[0; 100] \Omega$,
garantindo densidade suficiente de pontos ~~em~~ perto de 50Ω (Z_c)

T4A - Cabo coaxial

Parte 1 (cont.)

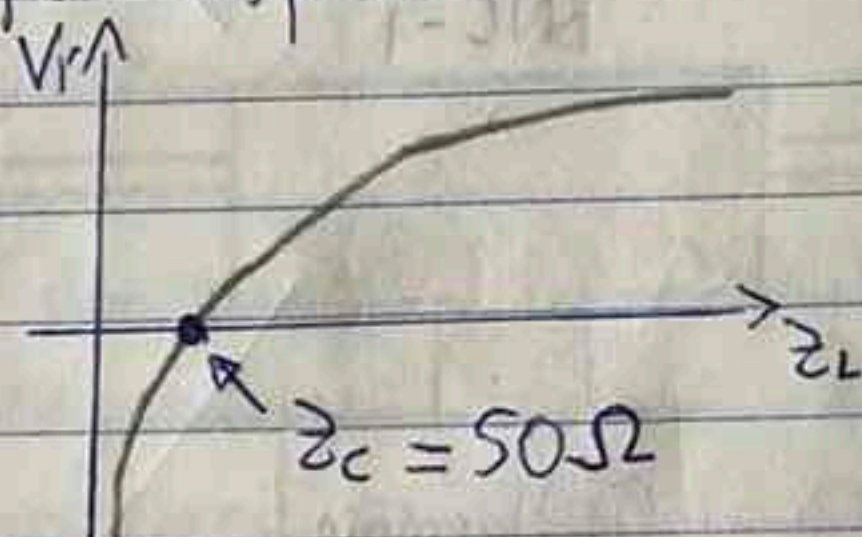
~~Deverá ser traçado o gráfico~~

Observação no osciloscópio



Deverá ser traçado o gráfico $V_r(z_L)$

Gráfico esperado:



Registrar para:

→ Circuito aberto ($z_L = \infty$)

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} = \frac{z_L - z_c}{z_L + z_c} = 1$$

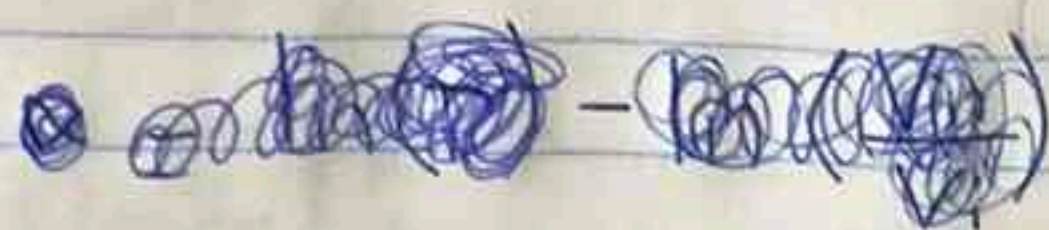
→ Curto circuito ($z_L = 0$)

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} = -1$$

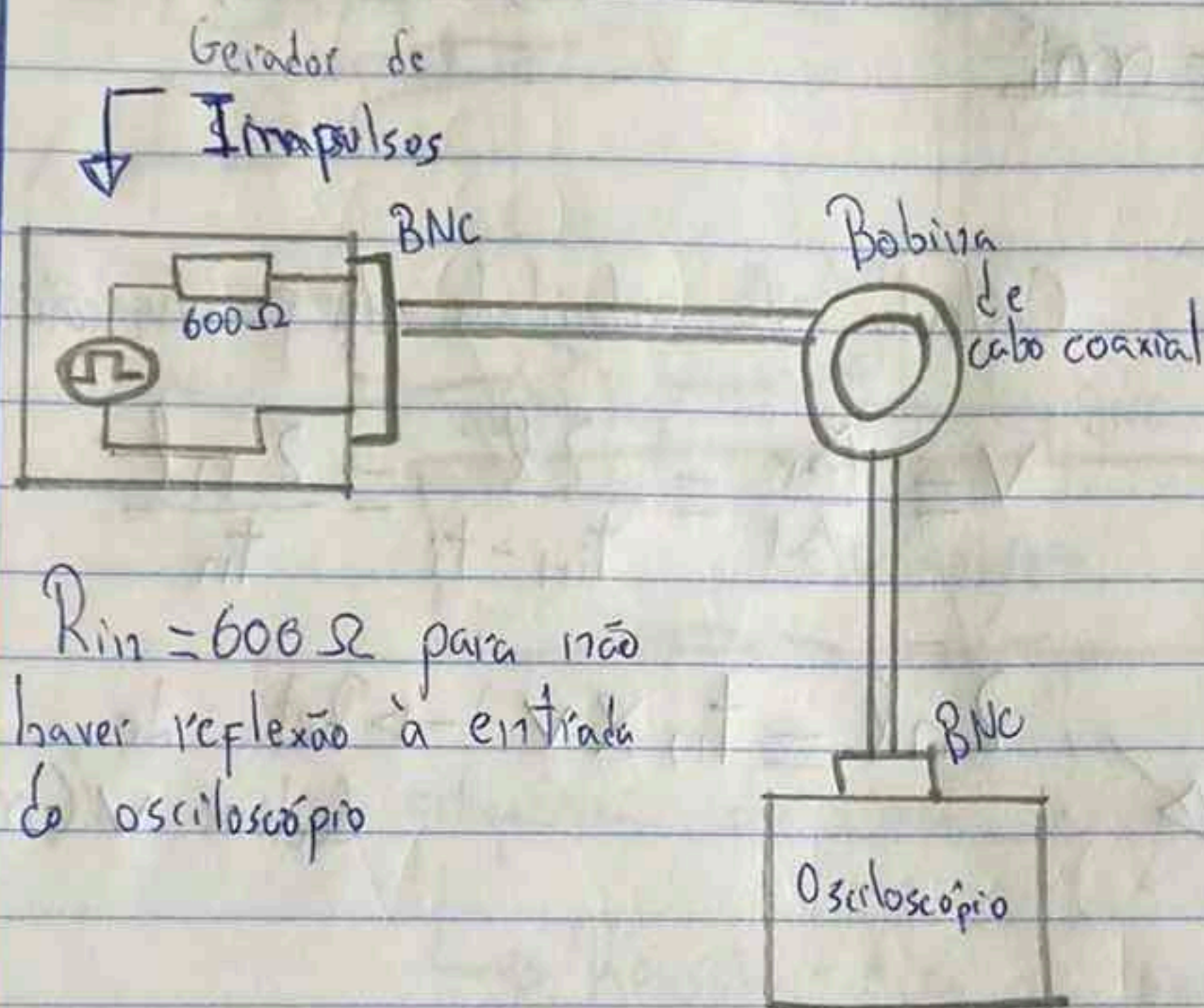
Verificar valores

T4A - Cabo coaxial

Parte 2

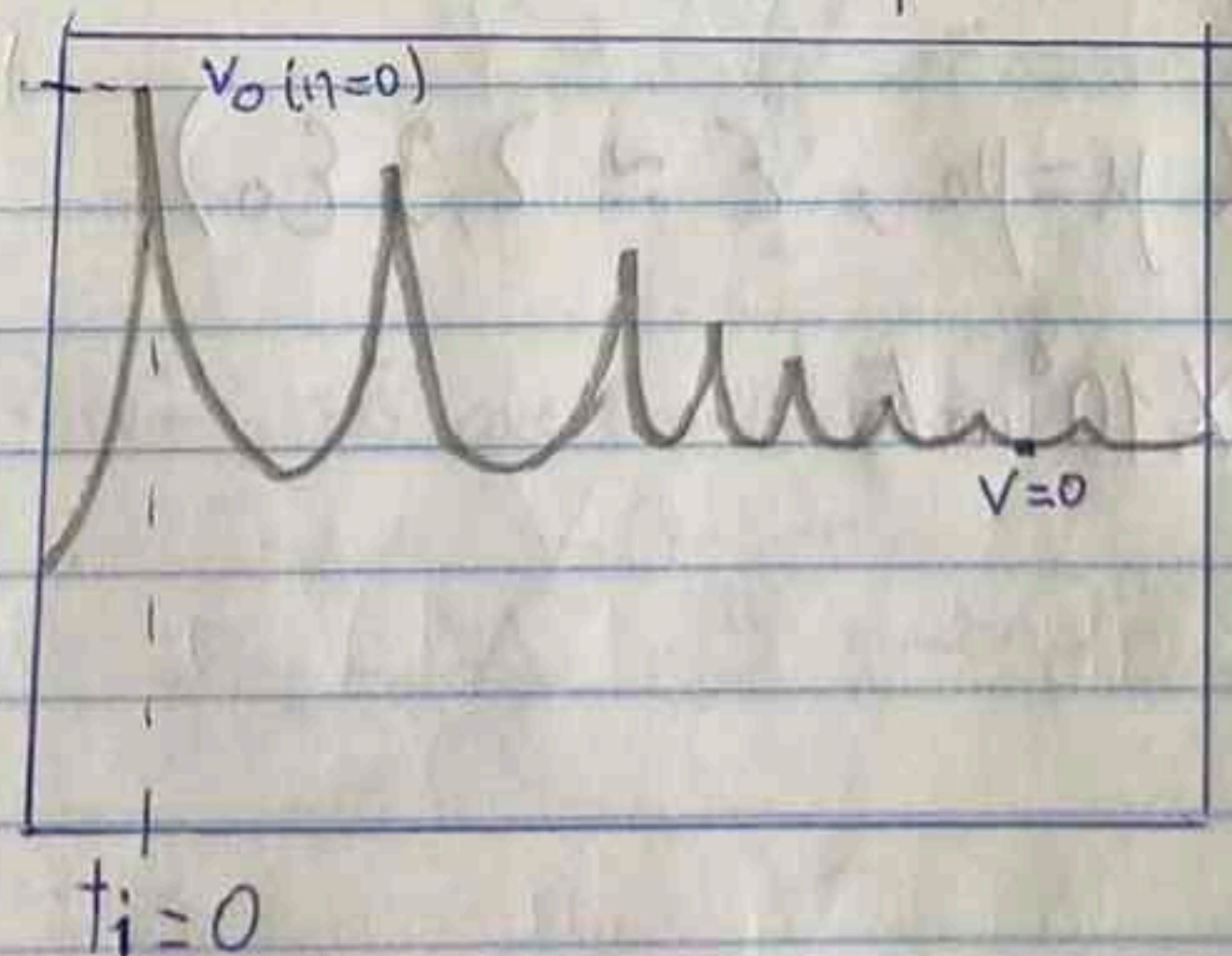


Circuito 2



$R_{in} = 600\Omega$ para não haver reflexão à entrada do osciloscópio

Observação no osciloscópio



Registrar com o cursor o valor dos picos (V_i) em função dos valores de t_i e do valor mínimo de tensão no último pico

Registrar $\frac{V_n}{V_i}$

$$\frac{V_{i+1}}{V_i} = \Gamma e^{-2\alpha l}$$

T4A - Cabo coaxial (cont.)

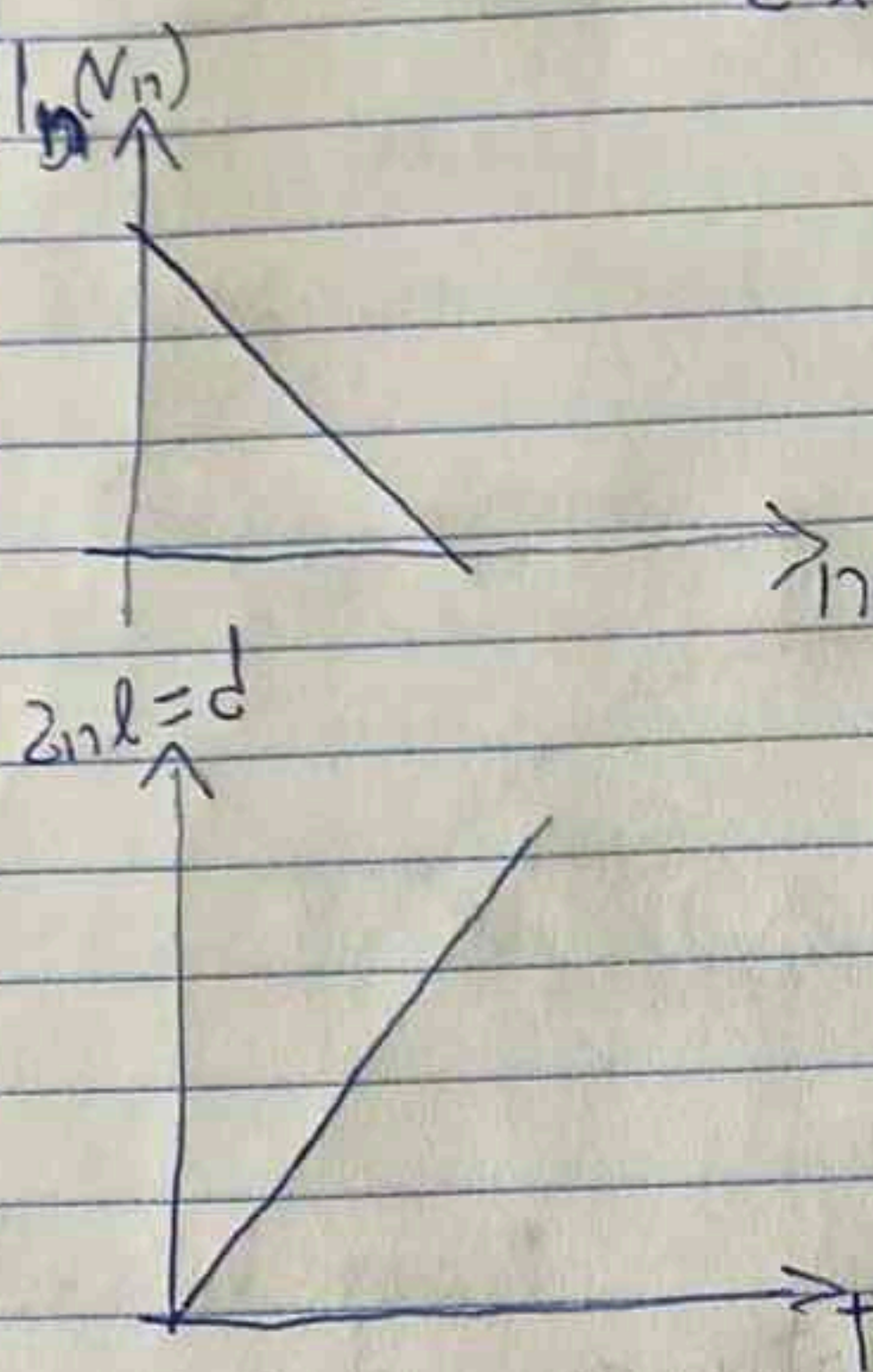
$$\log\left(\frac{V_n}{V_i}\right) = [\log(\Gamma) - 2\alpha l] n$$

Impulso
↓
n

$$m_1 = \log \Gamma - 2\alpha l$$

$$\alpha = \frac{\log(\Gamma) - m_1}{2l}$$

Declive Temos $\Gamma \approx 0,846$



Cálculo da velocidade de propagação:

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{2l}{t_n - t_i} = \frac{2nl}{t_n}$$

$$2nl = t_n \times v \rightarrow \text{Reta de declive } v \text{ (m/s)}$$

Valor de referência para v ($\mu = \mu_0$, $\epsilon \approx 2,3 \epsilon_0$)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = 1,978 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Incertezas:

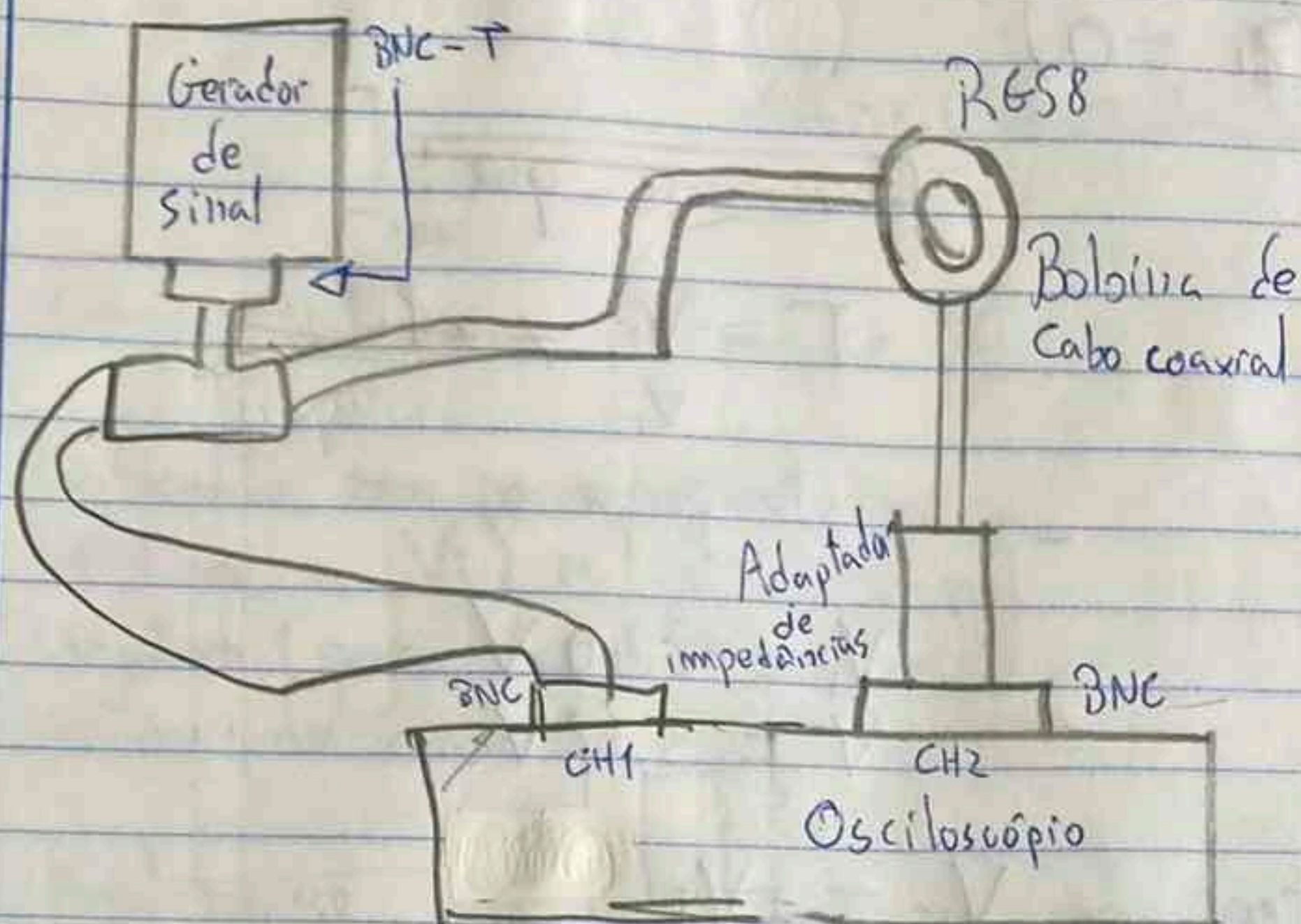
$$u[\ln(V_n)] = \frac{u(V_n)}{V_n}, \quad u(v) = u(m_2)$$

$$u^2(\alpha) = \left(\frac{\delta \alpha}{\delta \Gamma}\right)^2 \cdot u^2(\Gamma) + \left(\frac{\delta \alpha}{\delta m_1}\right)^2 \cdot u^2(m_1) + \left(\frac{\delta \alpha}{\delta l}\right)^2 \cdot u^2(l)$$

$$u(\alpha) = \left(\frac{1}{2l\Gamma}\right)^2 \cdot u^2(\Gamma) + \left(-\frac{1}{2l}\right)^2 \cdot u^2(m_1)$$

Parte 3

Circuito 3



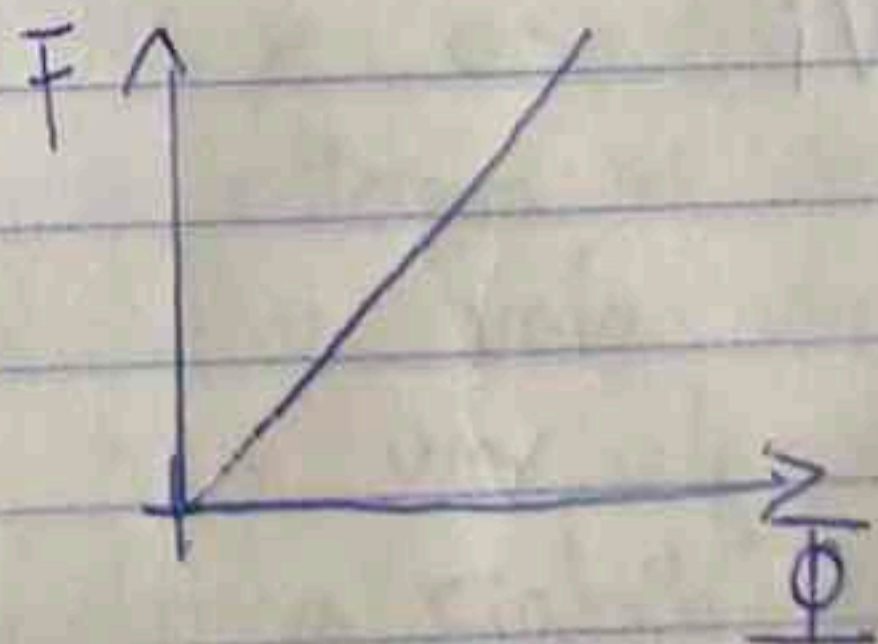
Variar a frequência do sinal

↳ Registrar dif. de fase (Φ) entre os sinais

$$V = \frac{2\pi l}{\Phi} \cdot F \Rightarrow \Phi = \frac{2\pi l}{V} \cdot F \rightarrow \text{Reta de declive } \frac{2\pi l}{V}$$

Porém, nós queremos $F(\Phi)$

$$F = \frac{V}{2\pi l} \Phi \rightarrow \text{Reta com declive } \frac{V}{2\pi l}$$



$$\bar{F} = 0 \Rightarrow \Phi = 0 \text{ (em fase)}$$

$$\Phi = \pi \rightarrow \text{Antifase}$$

$$\Phi = 2\pi \rightarrow \text{Em fase}$$

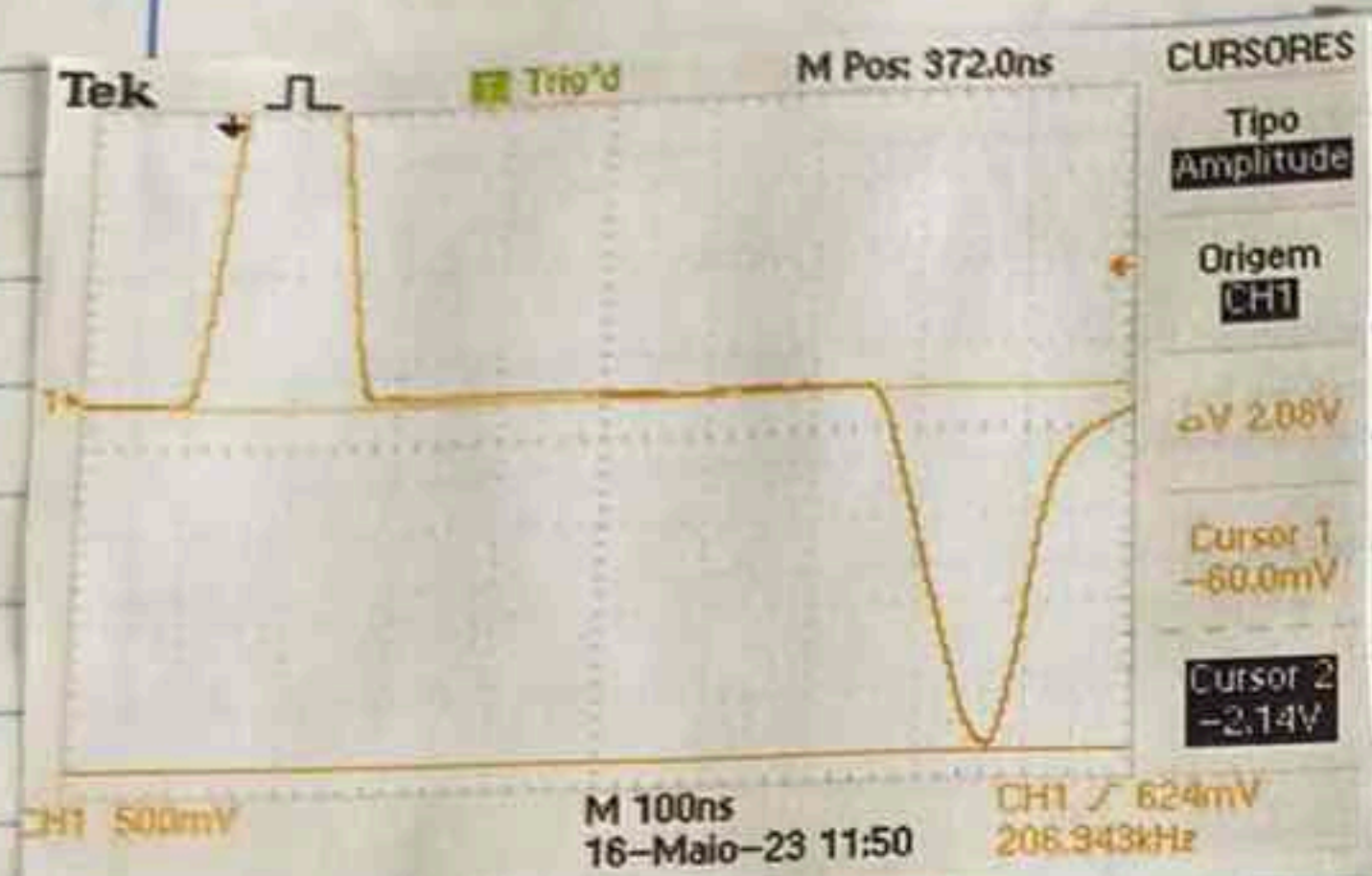
Handwritten note in red:
 jul 2017
 MB +

T4A-Cabo coaxial

Análise de dados

Parte 1

• Curto-circuito ($Z_L = 0$)



Observou-se que:

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} \neq -1$$

isto porque

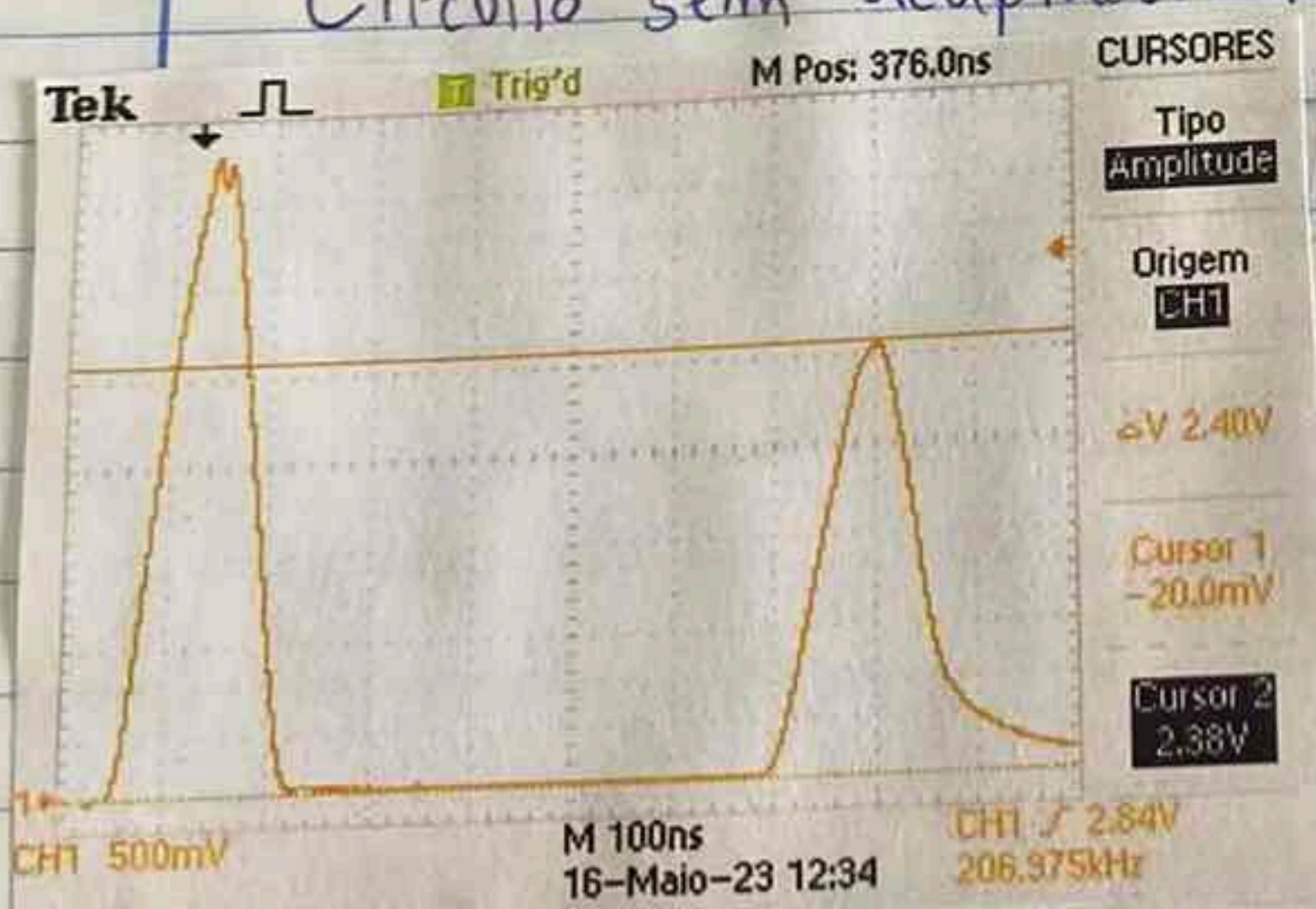
$$V_r = -2,40 \text{ V}$$

$$V_i = 3,62 \text{ V}$$

Num caso ideal, teríamos $V_r = -V_i$

• Circuito aberto ($Z_L = \infty$)

Circuito sem adaptador inserido na caixa de resistências



$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} \neq 1$$

isto porque

$$V_r = 2,40 \text{ V}$$

$$V_i = 3,62 \text{ V}$$

Num caso ideal, teríamos $V_r = V_i$

Falta o perfil observado na
vizinhança de Z_C !

T4A - Cabo coaxial

1. Variando Z_L

$$V_r = V_{\max} + V_{\min} \quad (V_{\min} < 0)$$

$$\text{Inc}(V_r) = \sqrt{\text{Inc}(V_{\max})^2 + \text{Inc}(V_{\min})^2}$$

Como determinar V_{\max} e V_{\min} ?

Colocando um cursor no zero da onda (antes do pico relativo a V_i) e o outro no pico positivo (para V_{\max}) ou negativo (para V_{\min}) e ler o valor presente em ΔV no menu do cursor.

Realizou-se um varrimento linear para valores de Z_L entre os 0 e os 5000 Ω . O ponto em 5000 Ω foi removido do gráfico para facilitar a visualização, mas para que fique registado $V_r(Z_L = 5000 \Omega) = 2,28 \text{ V}$

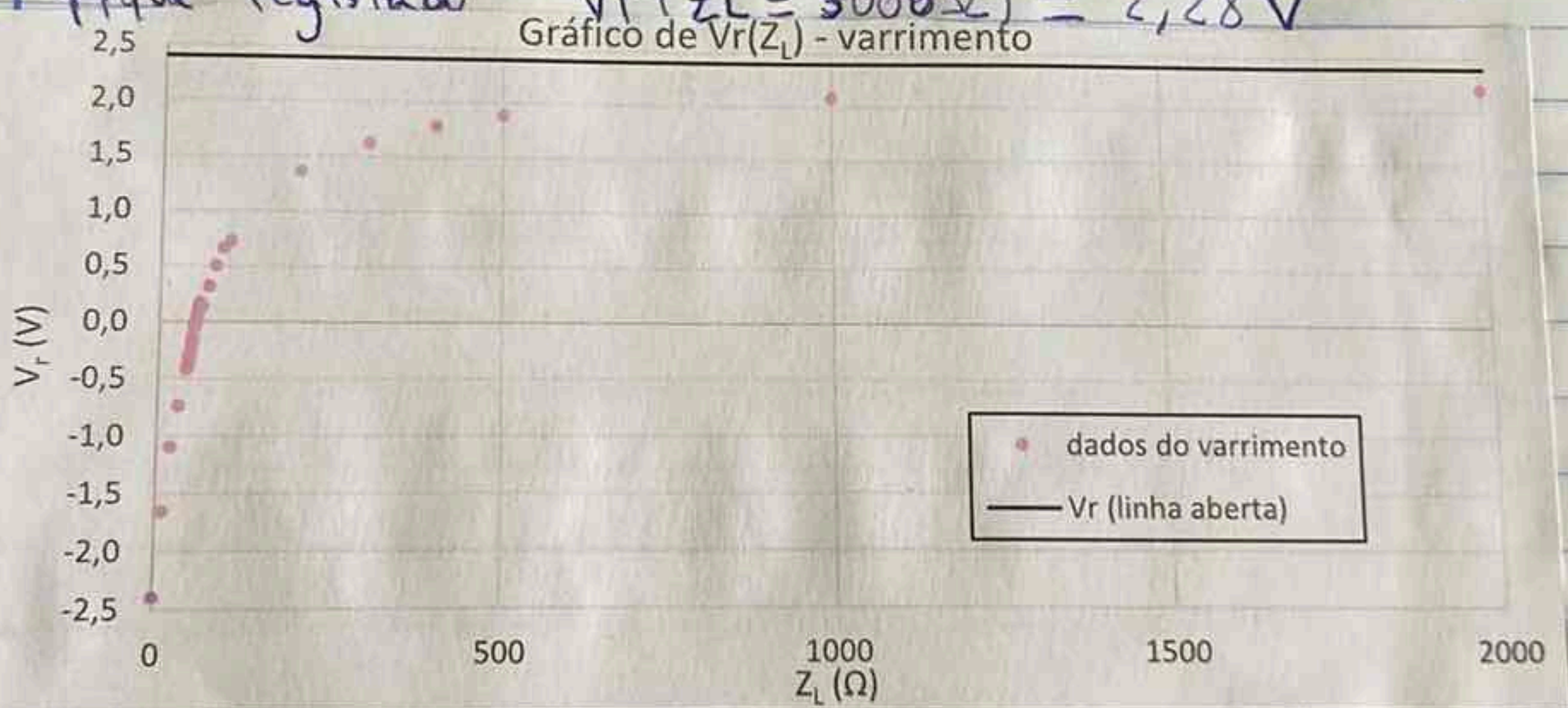


Gráfico 1

Isto fez-nos escolher a nossa gama experimental entre os 20 e os 80 Ω , pois a caixa de resistências, sempre que se alteram as dezenas, observa-se uma queda (um "salto") no valor de V_r como poderá ser visto a seguir. Isto pede um alargamento da gama de valores para melhorar a fiabilidade dos resultados e a análise.

Entre 20 e 80 temos também o mesmo nº de pontos (30) a partir do nosso Z_c teórico (50 Ω)

T4A-Cabo coaxial

Então para valores de Z_L entre 20 e 80 Ω obtivemos

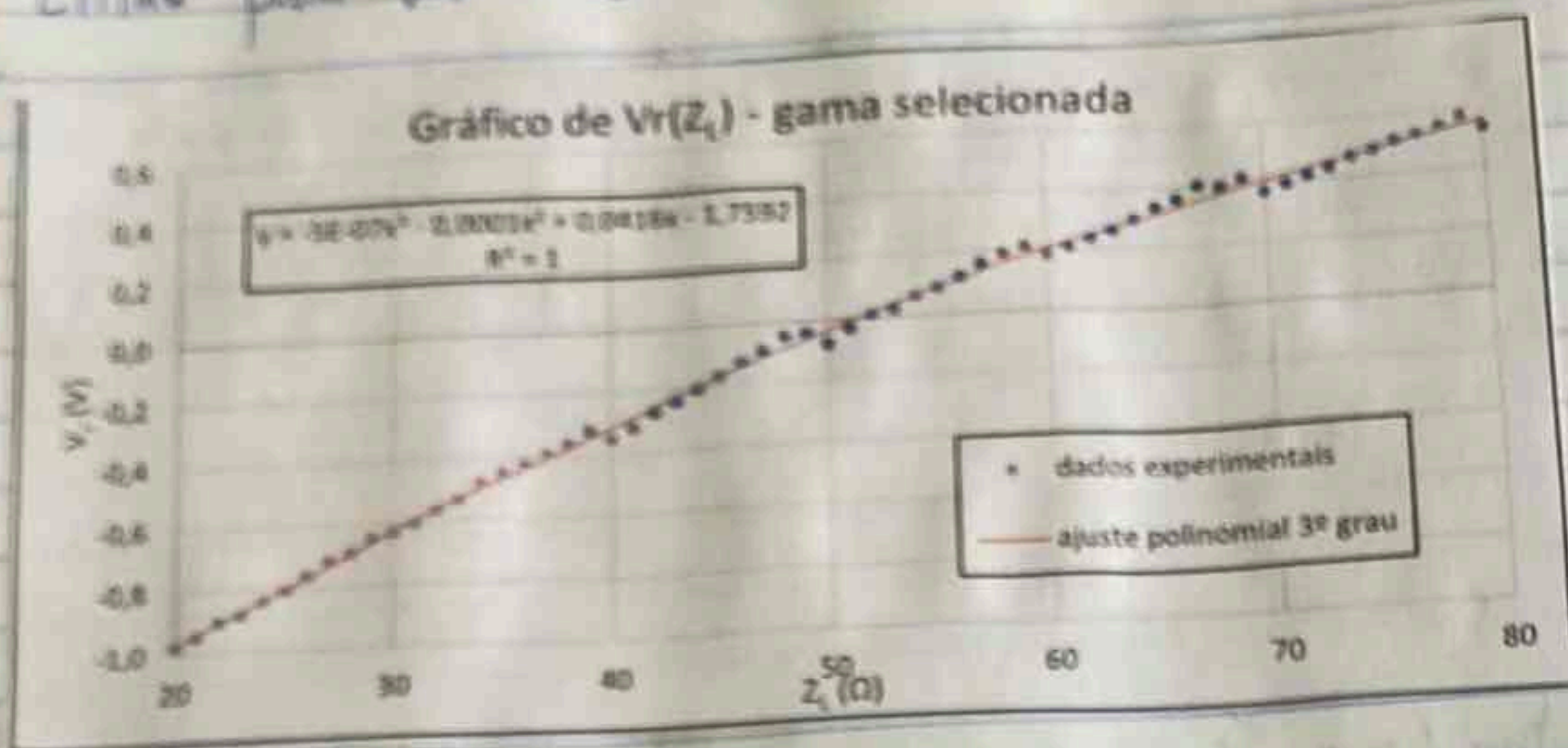


Gráfico 2

Como se pode observar, a cada dezerna temos um "degrau". Isto é defeito da caixa de resistências, porém podemos prosseguir com a análise pois alargamos a gama. Para o ajuste polinomial de 3º grau obteve-se

Ajuste polinomial de 3º grau				
	a_4	a_3	a_2	a_1
Valor	-5E-07	-1E-04	0,0416	-1,7352
Incerteza	6E-07	1E-04	0,0045	0,0655
R^2	0,9980			
s_y	0,02			

Recorrendo ao Wolfram Alpha, determinou-se o zero do polinômio (Z_c) e obteve-se:

$$Z_c(\Omega) = 51 \Omega$$

$$Z_c \text{ ref. } (\Omega) = 50 \Omega$$

$$Inc(\Omega) = 1 \Omega$$

Obtivemos uma equação da forma

$$y = a_4 x^3 + a_3 x^2 + a_2 x + a_1$$

E ainda:

$$Inc(\%) (Z_c) = 1,96 \%$$

T4A-Cabo coaxial

Erro (%) (z_c) = 1,96% \rightarrow Relativamente a z_c ref.

Uma vez que não houveram pontos experimentais a coincidir com $V_r = 0$, não podemos comparar com z_c exp. porque este não existe.

Elaborou-se o gráfico de resíduos:

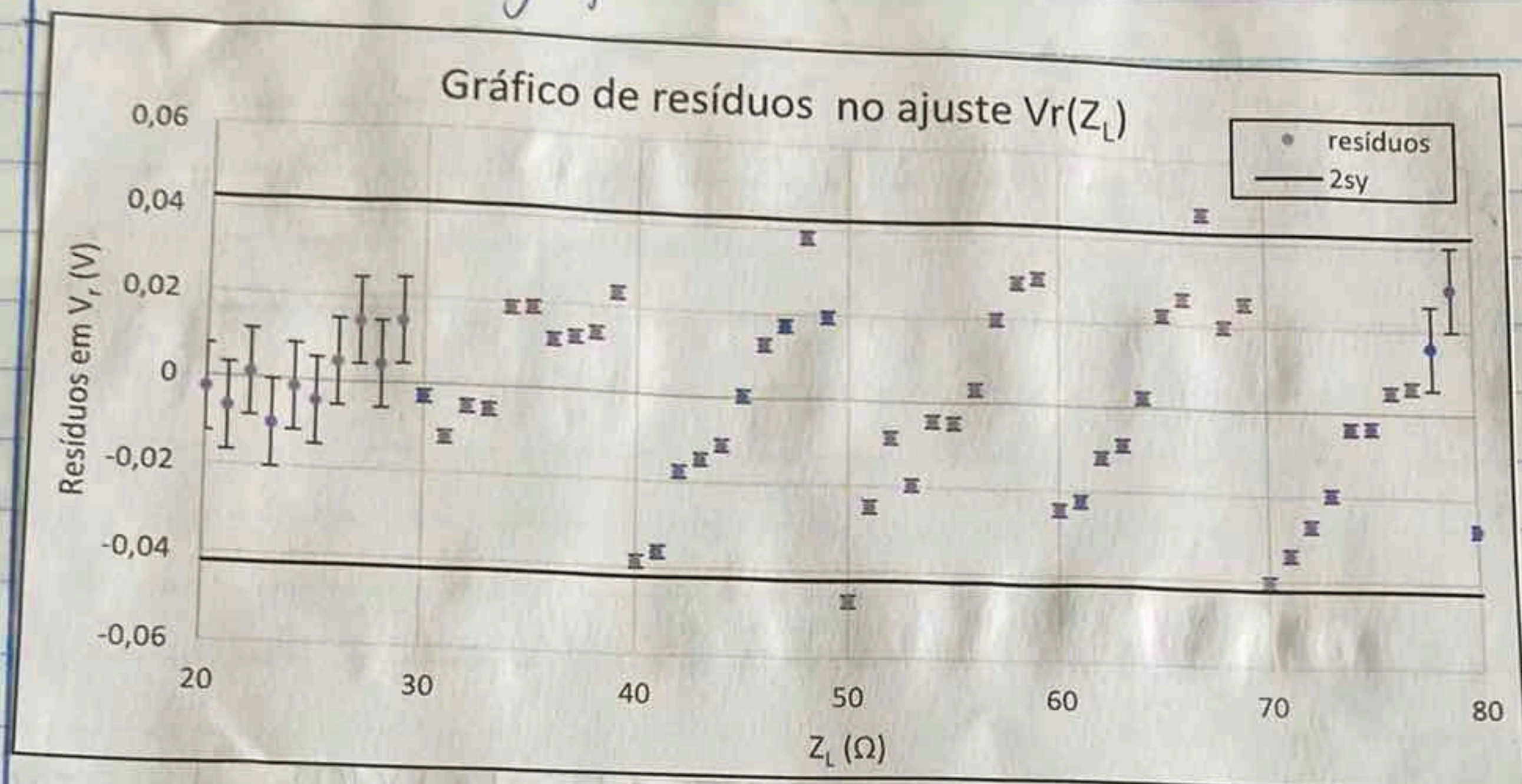


Gráfico 3

$$\text{Barras de erro} = \text{Inc}(V_r) = \sqrt{\text{Inc}(V_{r\max})^2 + \text{Inc}(V_{r\min})^2}$$

Olhando para o gráfico, visualizamos que apenas 2 pontos estão fora do intervalo de confiança (entre -0,04 e +0,04). Estes pontos não entrarão como duvidosos, uma vez que, apesar de estarem fora, estão muito próximos do limite. Se os retirássemos, o ajuste novo teria ainda mais pontos a sair do intervalo de confiança.

Os resíduos apresentam uma certa tendência oscilatória (seno) mas essa é justificada pelos problemas na caixa de resistências quando da mudança na casa das dezenas.

Como a tendência se mantém ao longo da gama experimental e é causada por um erro sistemático no aparelho, não foram retirados pontos.

T4A - Cabo coaxial

Parte 2

Fez-se um gráfico de $\ln(V_n)$ em função de n

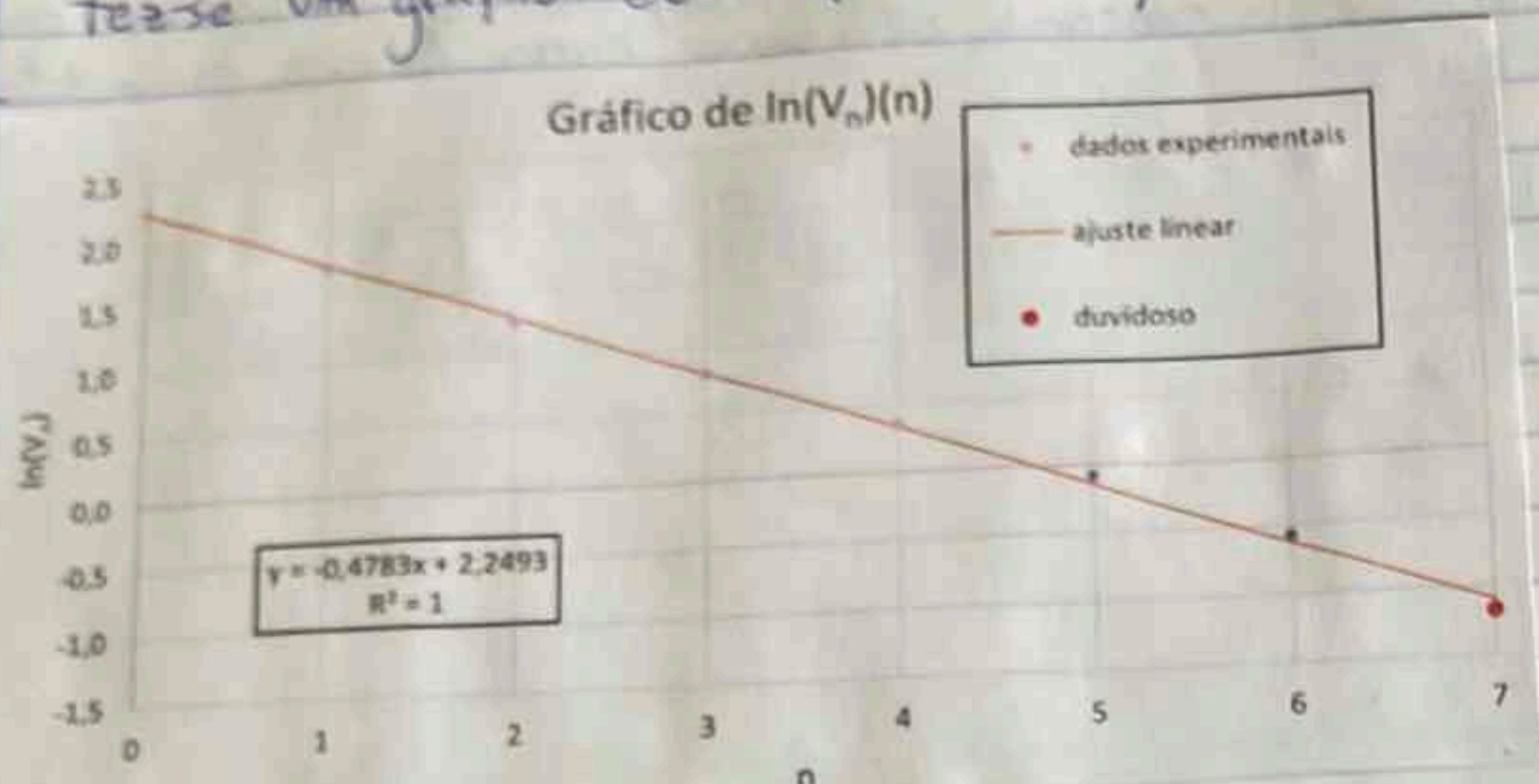


Gráfico 4

Que contém um ponto duvidoso. Fez-se um ajuste linear:

Ajuste linear $\ln(V_n)(n)$			
m	-0,478	2,25	b
Δm	0,008	0,03	Δb
R^2	0,9985	0,05	sy

$$\alpha = (2,50 \times 10^{-3} \pm 7,04 \times 10^{-5}) \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha = (0,0108 \pm 0,0003) \text{ dB m}^{-1}$$

$$I_{nc}(\%) = 0,02\% \text{ (para } \alpha \text{ em dB m}^{-1}\text{)}$$

E elaborouse um gráfico de resíduos

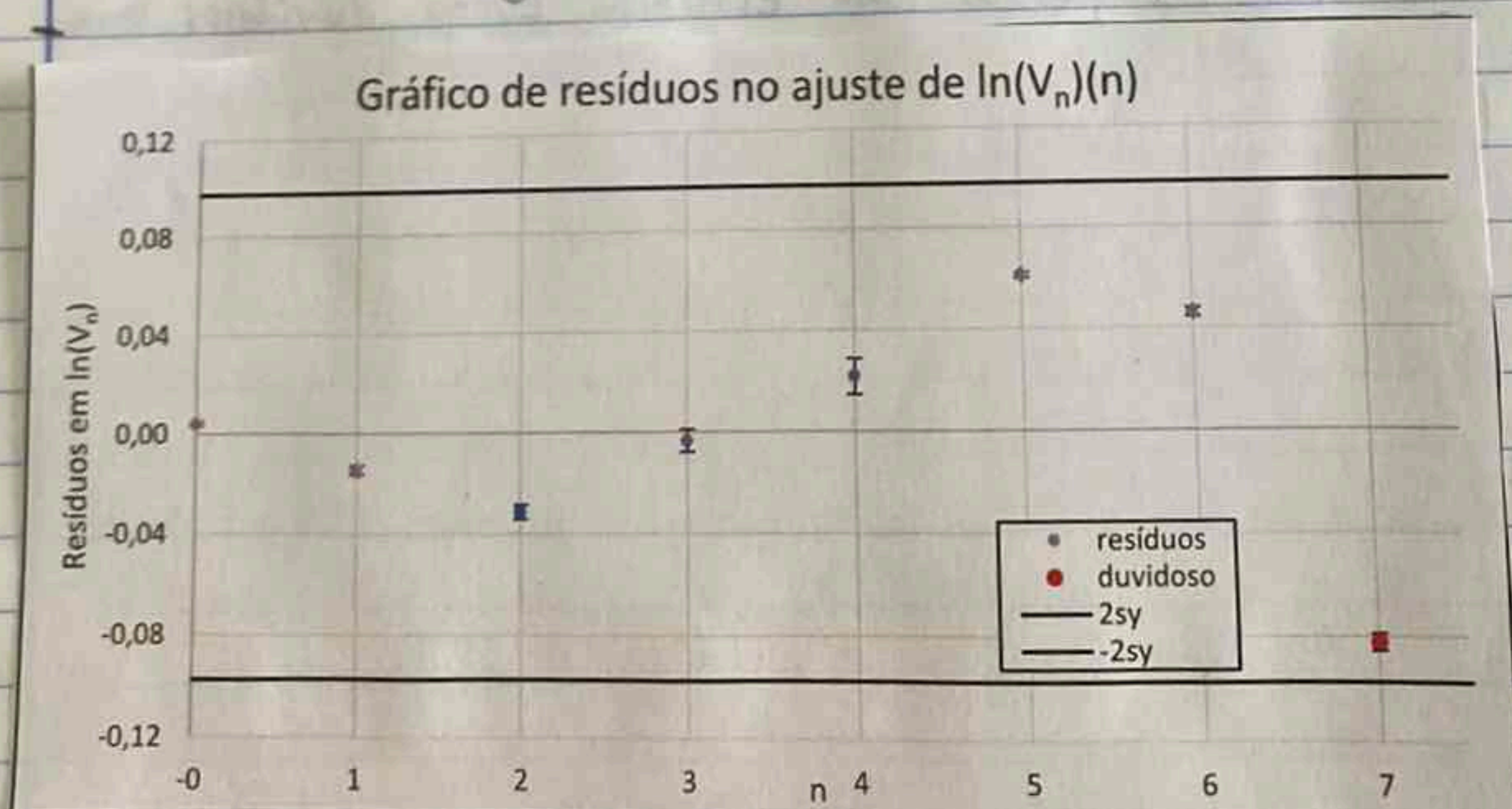


Gráfico 5

T4A-Cabo coaxial

falso

Embora tenhamos um valor de $R^2 = 1$ e todos os pontos dentro do intervalo de confiança, se olharmos para o ajuste linear no Gráfico 4, vemos que o último ponto é, sem dúvida, duvidoso.

Posto isto, realizou-se novo estudo sem o ponto duvidoso:

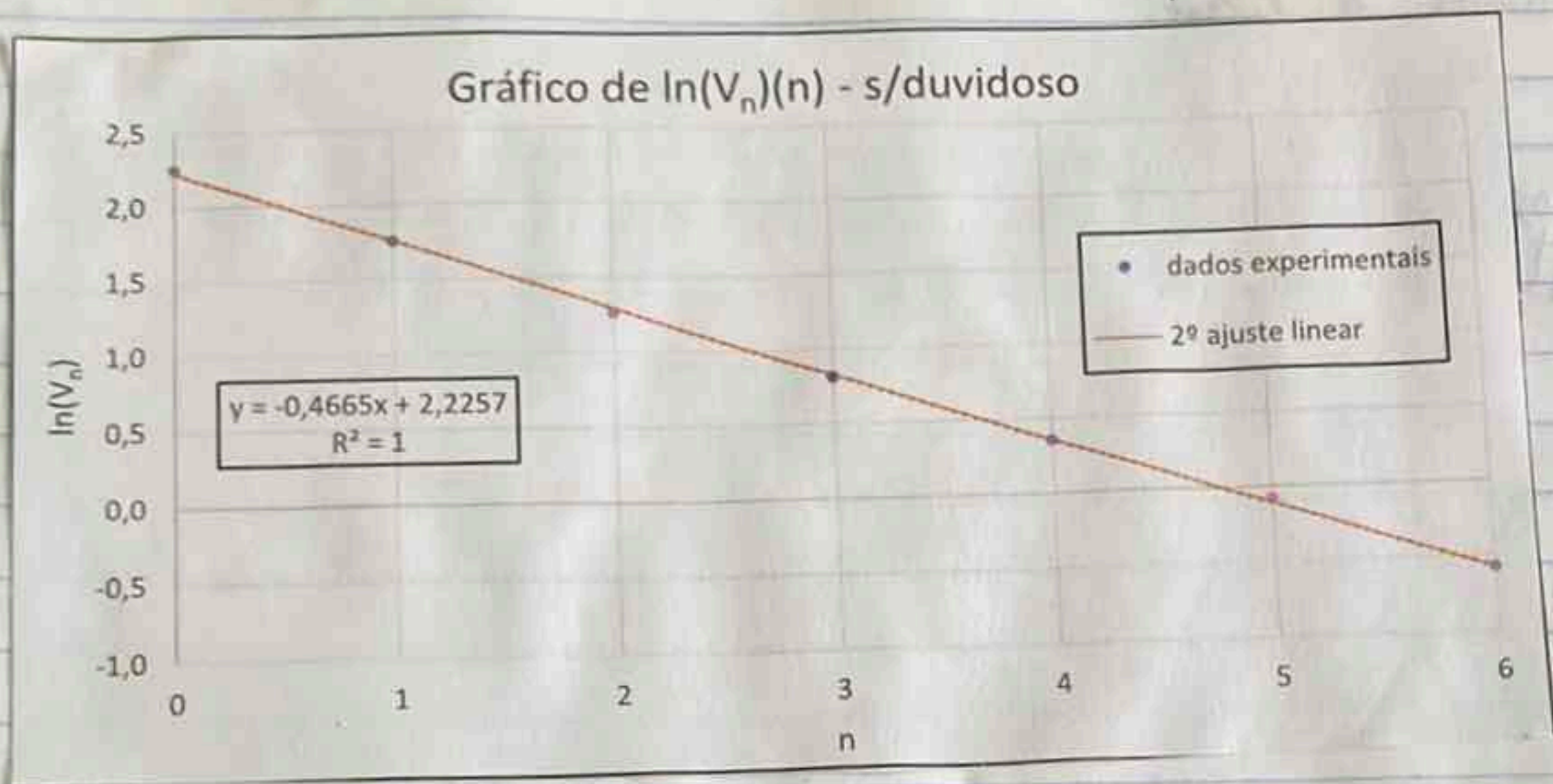


Gráfico 6

Com novo ajuste:

Ajuste linear $\ln(V_n)(n)$			
m	-0,466	2,23	b
Δm	0,004	0,02	Δb
R^2	0,9996	0,02	sy

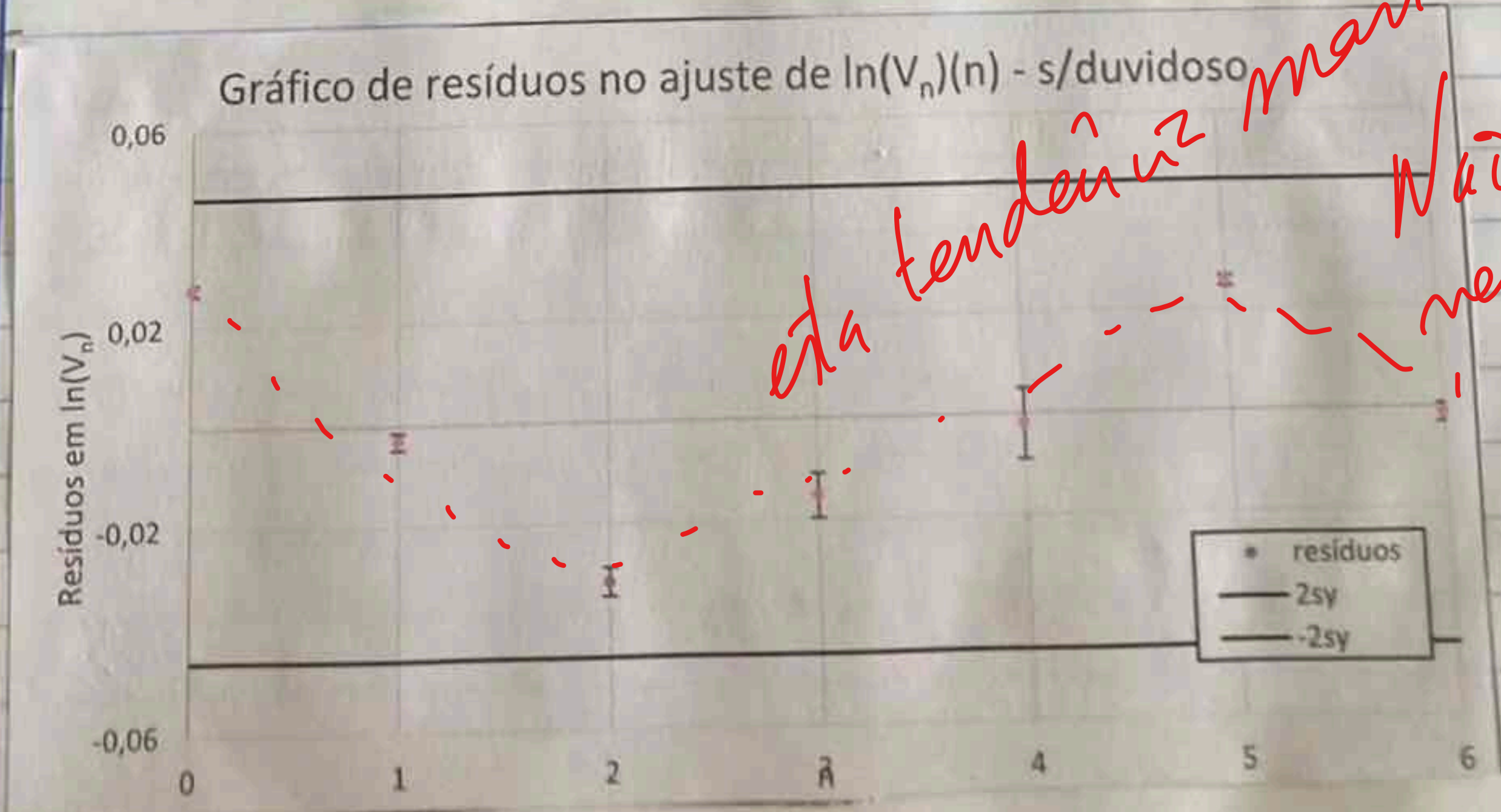
$$\alpha = \log_{10}(e) \times 10 \left[\ln(I_{0 \text{ exp.}} - m) \times \frac{1}{2L} \right] (m^{-1})$$

$$\alpha = (2,46 \times 10^{-3} \pm 4,96 \times 10^{-5}) m^{-1}$$

$$\alpha = (0,0104 \pm 0,0002) dB m^{-1}$$

$$Inc(\%) = 1,92\%$$

É novos resíduos



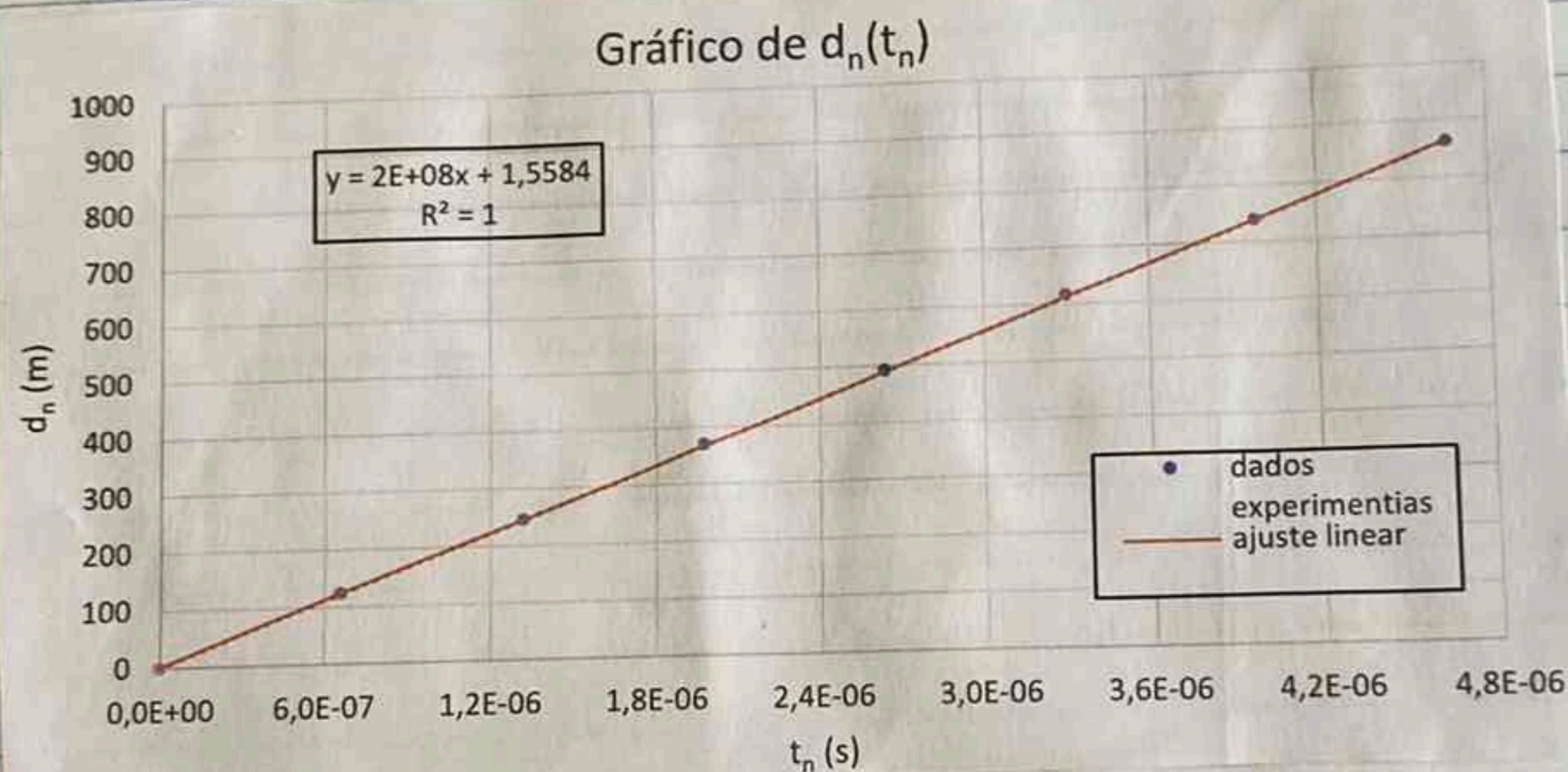
esta tendência mantém-se!
 Não o (constata)
 nem comenta!
 *

T4A-Cabo coaxial

Este ajuste já nos deu valores diferentes, mas voltou-se a verificar a linearidade neste gráfico, como previsto.

De seguida, para retirar os pontos para o gráfico $d(t_n)$ em que $d = 2nl$ e t_n é o tempo em que os picos se encontram usamos o cursor:

- O cursor 1 no 1º pico (no tempo) e o 2º cursor nos picos que queríamos estudar. Lê-se o valor presente em Δt . Visualizaram-se 7 picos e elaborouse o gráfico:



Fêz-se um ajuste linear:

Ajuste linear $d_n(t_n)$			
m	1,85E+08	2	b
Δm	5E+05	1	Δb
R^2	0,99996	1,986	sy

Obtendo assim

$$V_{exp.} = (185088057,45 \pm 5 \times 10^5) \text{ m/s}$$

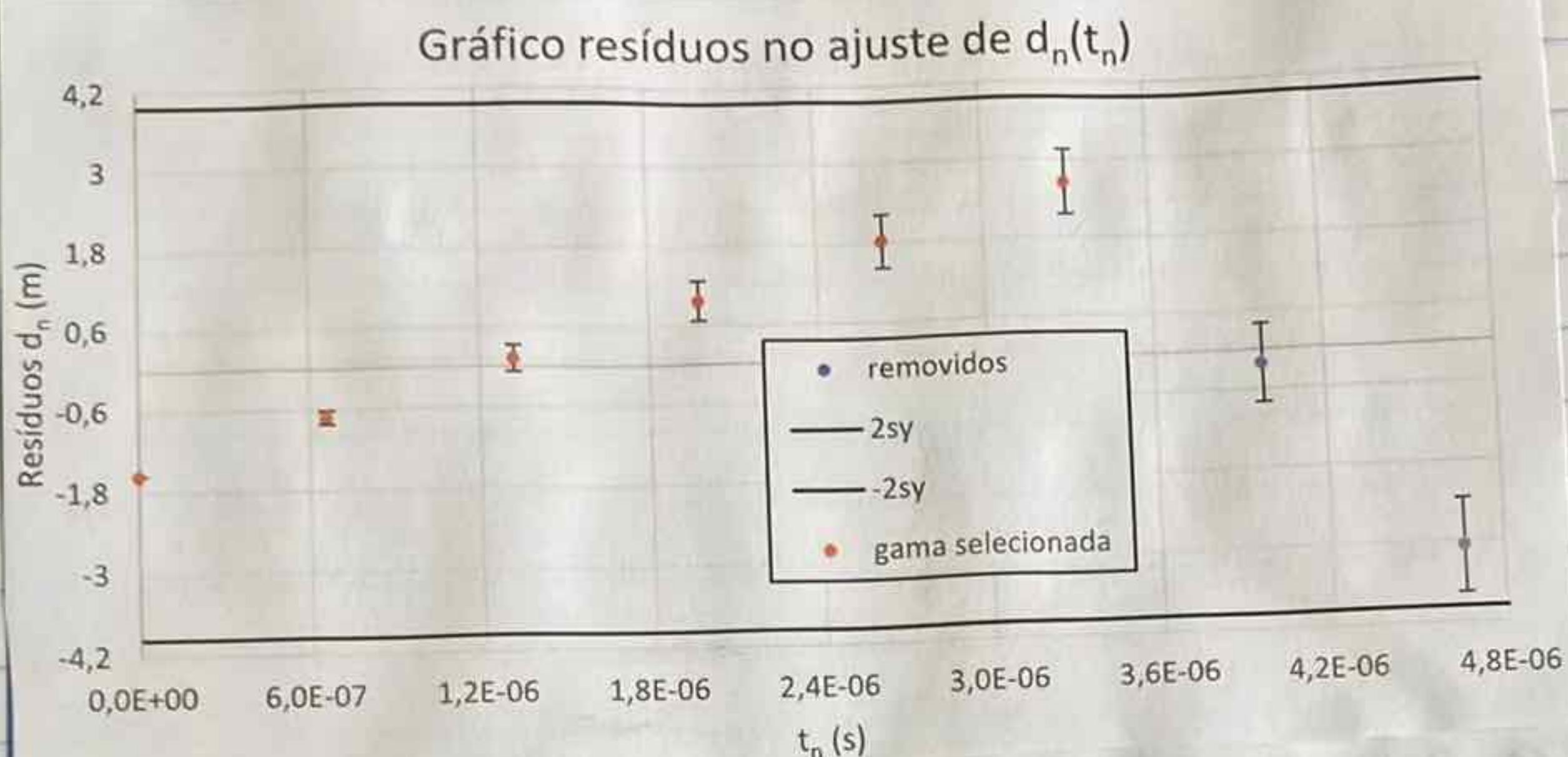
$$V_{ref.} = 197724057,77 \text{ m/s}$$

$$\text{Erro}(\%) = \frac{|V_{exp.} - V_{ref.}|}{V_{ref.}} = 6,39\%$$

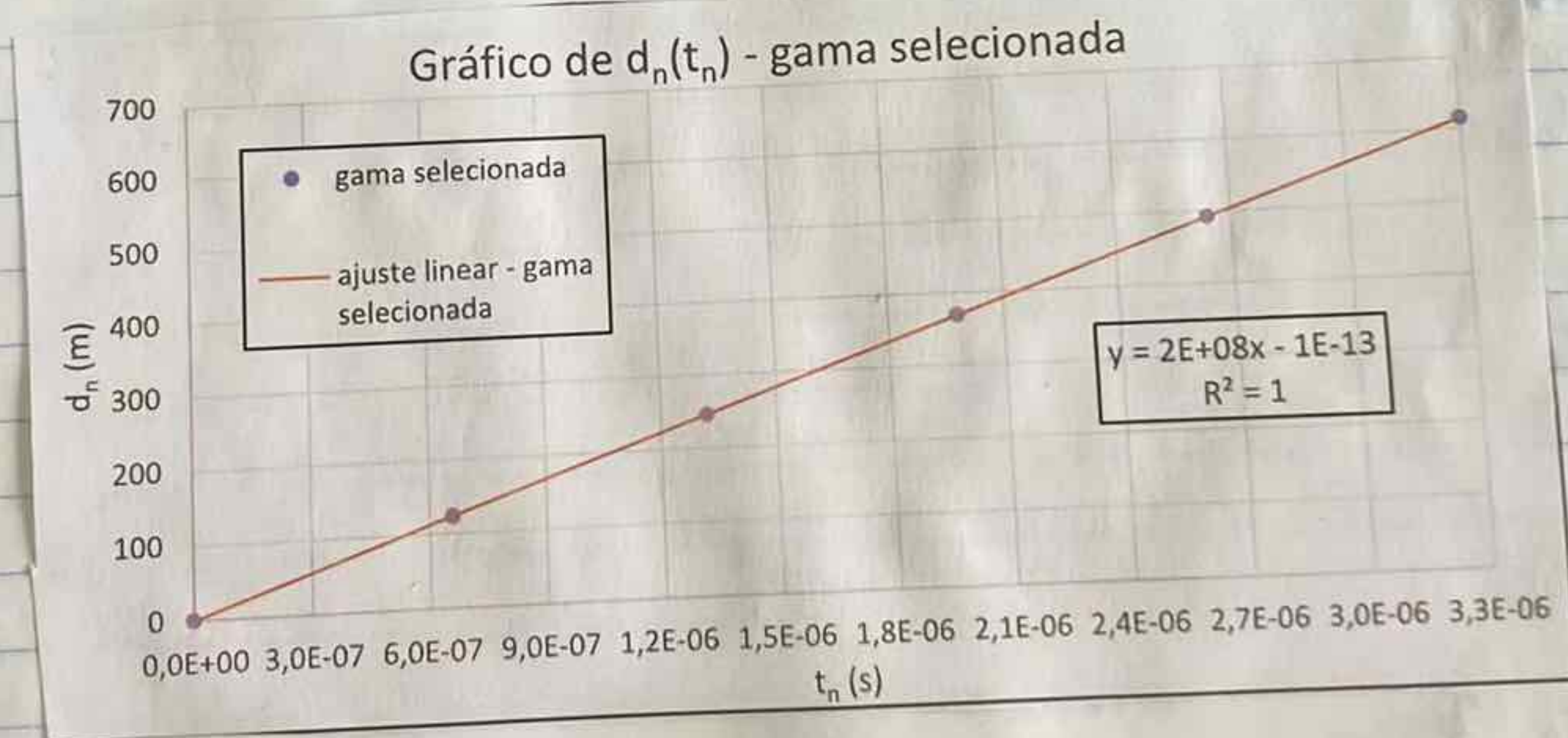
$$\text{Inc}(\%) = \frac{u(V_{exp.})}{V_{exp.}} = 0,2\%$$

T4A-Cabo coaxial

Elabore-se o gráfico de resíduos:



Aqui pode ser visto que os últimos dois pontos estão fora da tendência dos restantes. Por isso, decidimos retirar os mesmos. Daí resultou:



Ajuste linear $d_n(t_n)$			
m	1,8636E+08	-6E-14	b
Δm	1E-08	2E-14	Δb
R^2	1	3E-14	sy

$$V_{exp.} = (186363636,36 \pm 1 \times 10^{-8}) \text{ m/s}$$

$$V_{ref.} = 197724057,77 \text{ m/s}$$

$$\text{Erro}(\%) = 5,75\%$$

$$\text{Inc}(\%) = 6,21 \times 10^{-15}\%$$

T4A - Cabo coaxial

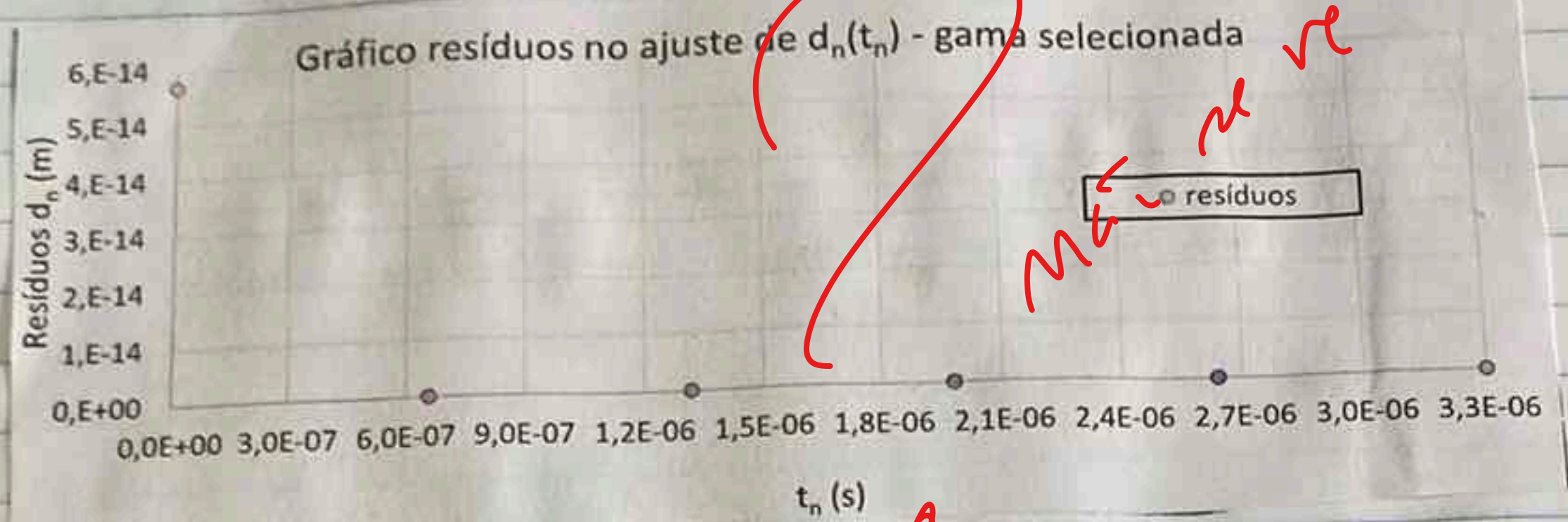


Gráfico 11

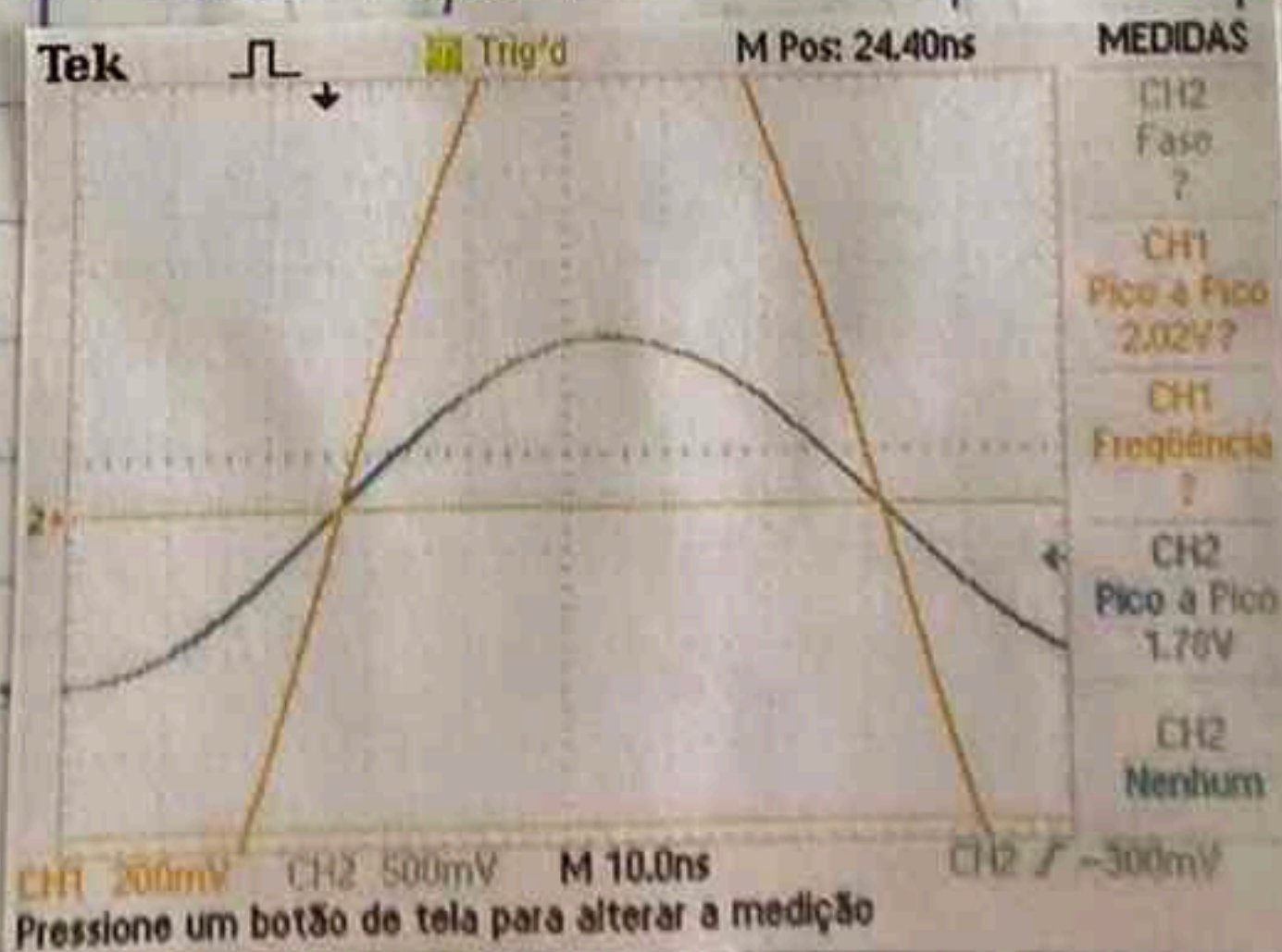
Como se pode ver, apenas o ponto inicial (0;0) tem um resíduo diferente de zero e mesmo esse é muito baixo (entre 5×10^{-14} e 6×10^{-14} !). Isto mostra uma linearidade próxima de excelente. Não coloquei intervalos de confiança pois iria alterar a formatação dos eixos do gráfico.

Apesar de os ajustes demonstrarem alta precisão (incerteza relativa baixa), a exatidão ainda é um ponto a melhorar (erro perto dos 6%).

Este valor de erro relativo pode ter sido causado por algum erro sistemático, possivelmente no gerador de impulsos, pelo que apuramos em aula. Também pode ter sido devido a uma má execução experimental.

Parte 3

Visualização no osciloscópio (em fase)



T4A-Cabo coaxial

Parte 3

Nesta parte final, mediu-se a frequência inicial para $\phi = 0 \text{ rad}$ e depois de π em π .

Elabore-se o gráfico de $f(\phi)$

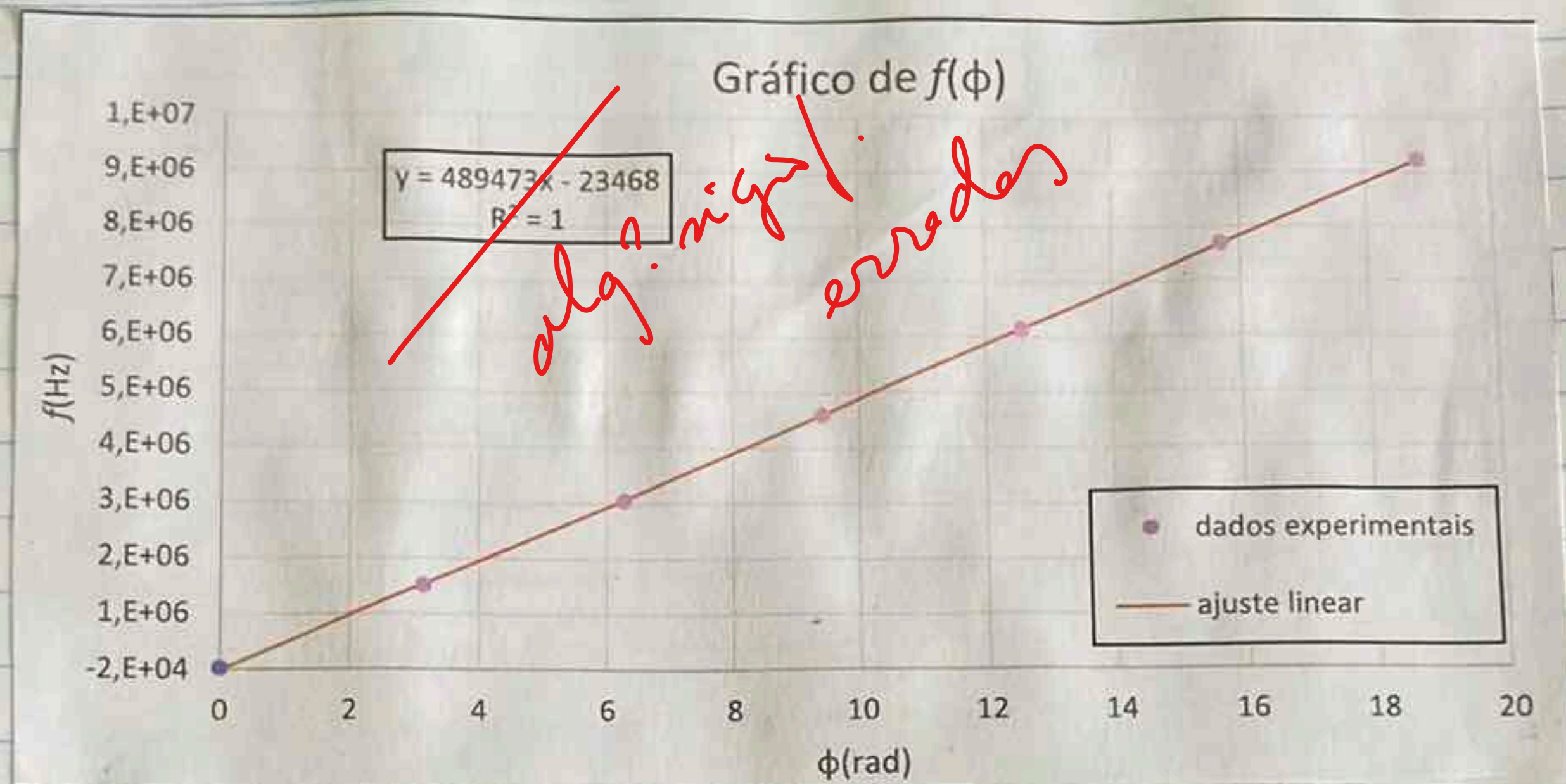


Gráfico 12

Fez-se o ajuste linear e obteve-se

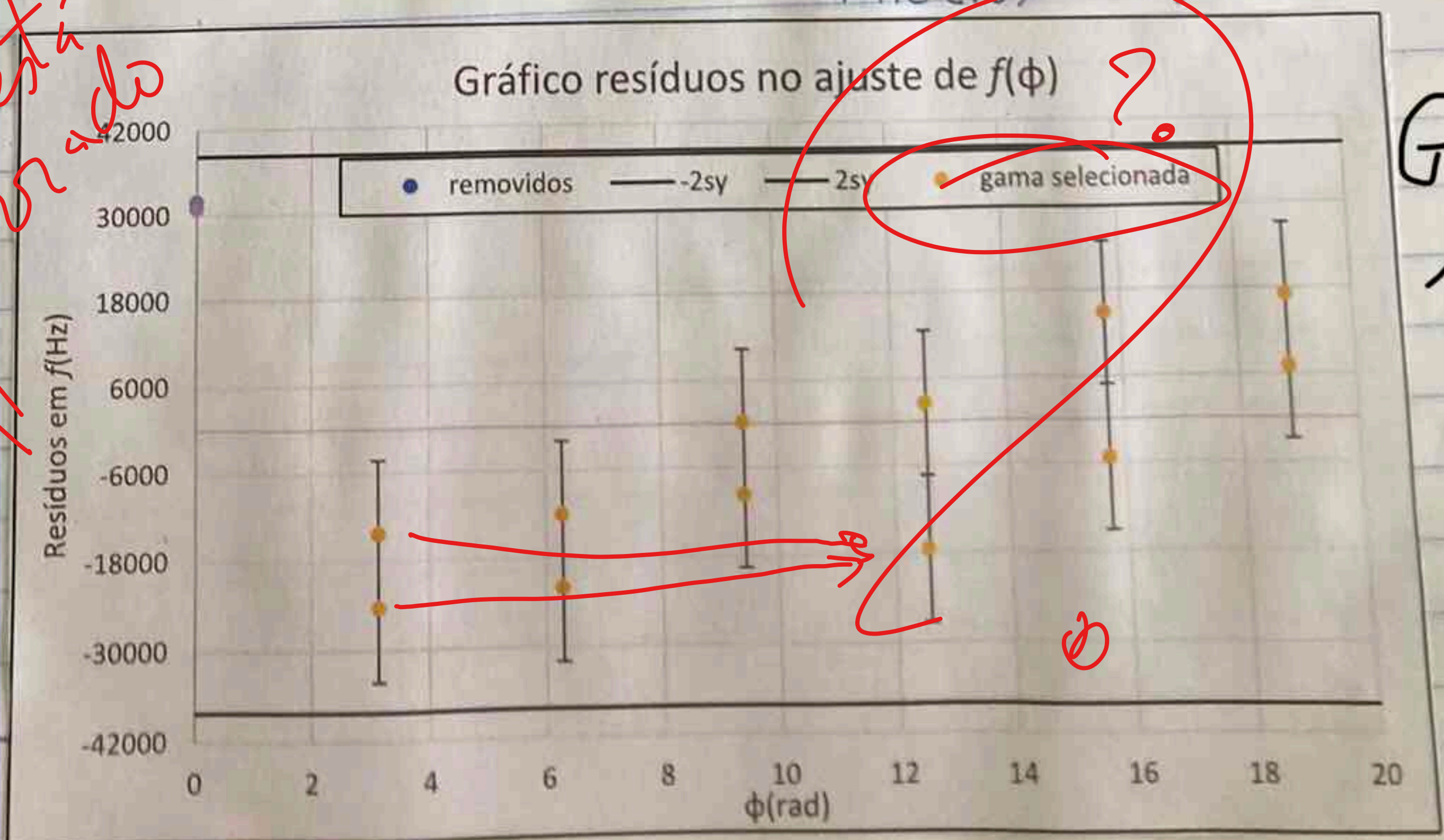
Ajuste linear $d_n(t_n)$			
m	4,89E+05	-2,3E+04	b
Δm	8E+02	9E+03	Δb
R^2	0,99997	2E+04	sy

$$V_{exp.} = (189139,977,32 \pm 3,5 \times 10^5) \text{ m/s}$$

$$Erro(\%) = 4,34\%$$

$$Inc(\%) = 0,18\%$$

o ajuste está errado



Gráfico

13

T4A-Cabo coaxial

Os primeiros pontos dos resíduos (em $\Phi=0$) mostram-se fora da tendência dos resíduos, por isso decidi removê-los.

Fazendo novo gráfico sem os pontos em $\Phi=0$:

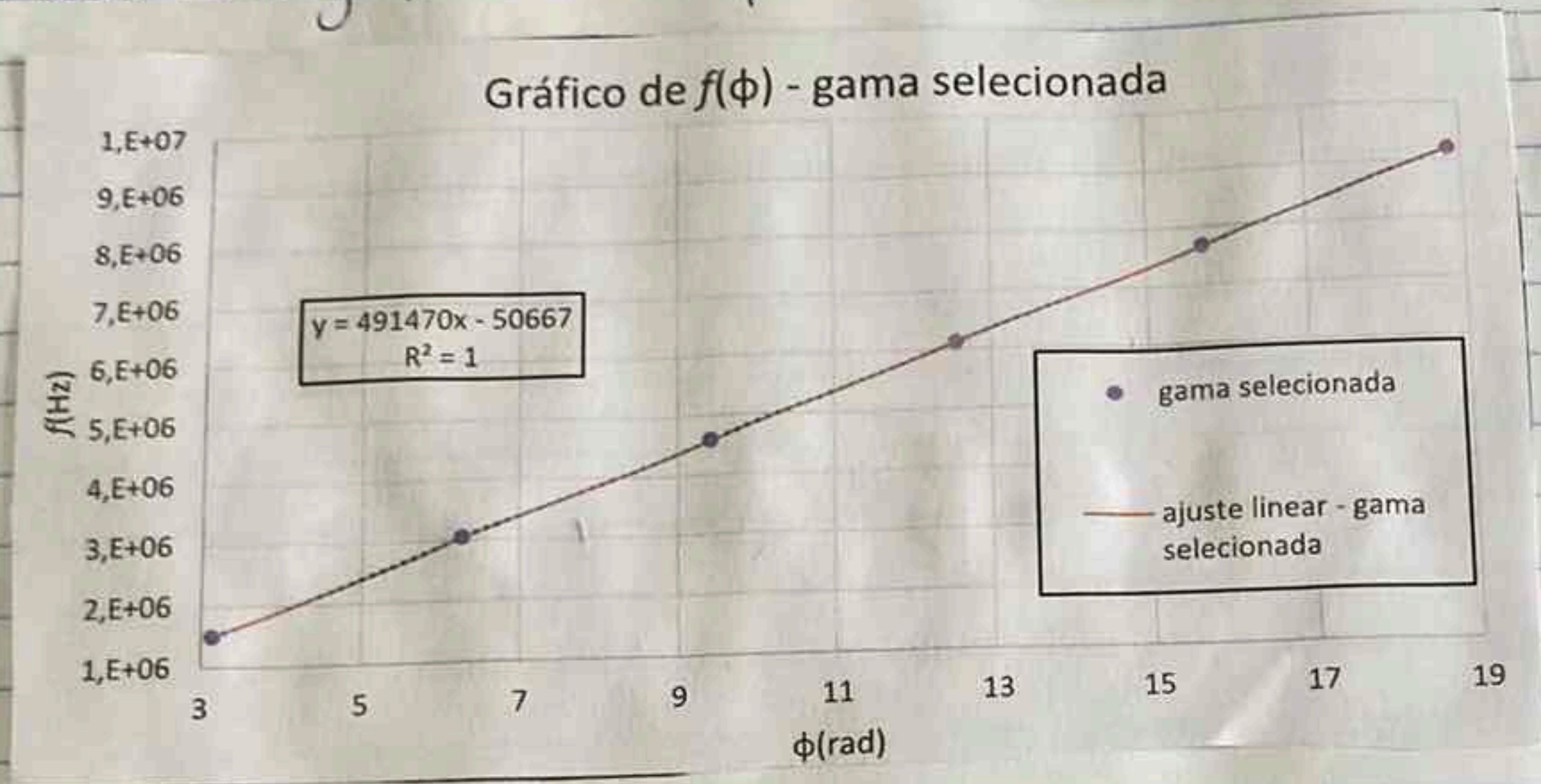


Gráfico 14

Ajuste linear $d_n(t_n)$			
m	4,915E+05	-5,07E+04	b
Δm	5E+02	6E+03	Δb
R^2	0,99999	8E+03	sy

$$V_{exp.} = (189912000,00 \pm 2,3 \times 10^{-5}) \text{ m/s}$$

$$\text{Erro (\%)} = 3,95\%$$

$$\text{Inc (\%)} = 0,12\%$$

? dois pontos!!

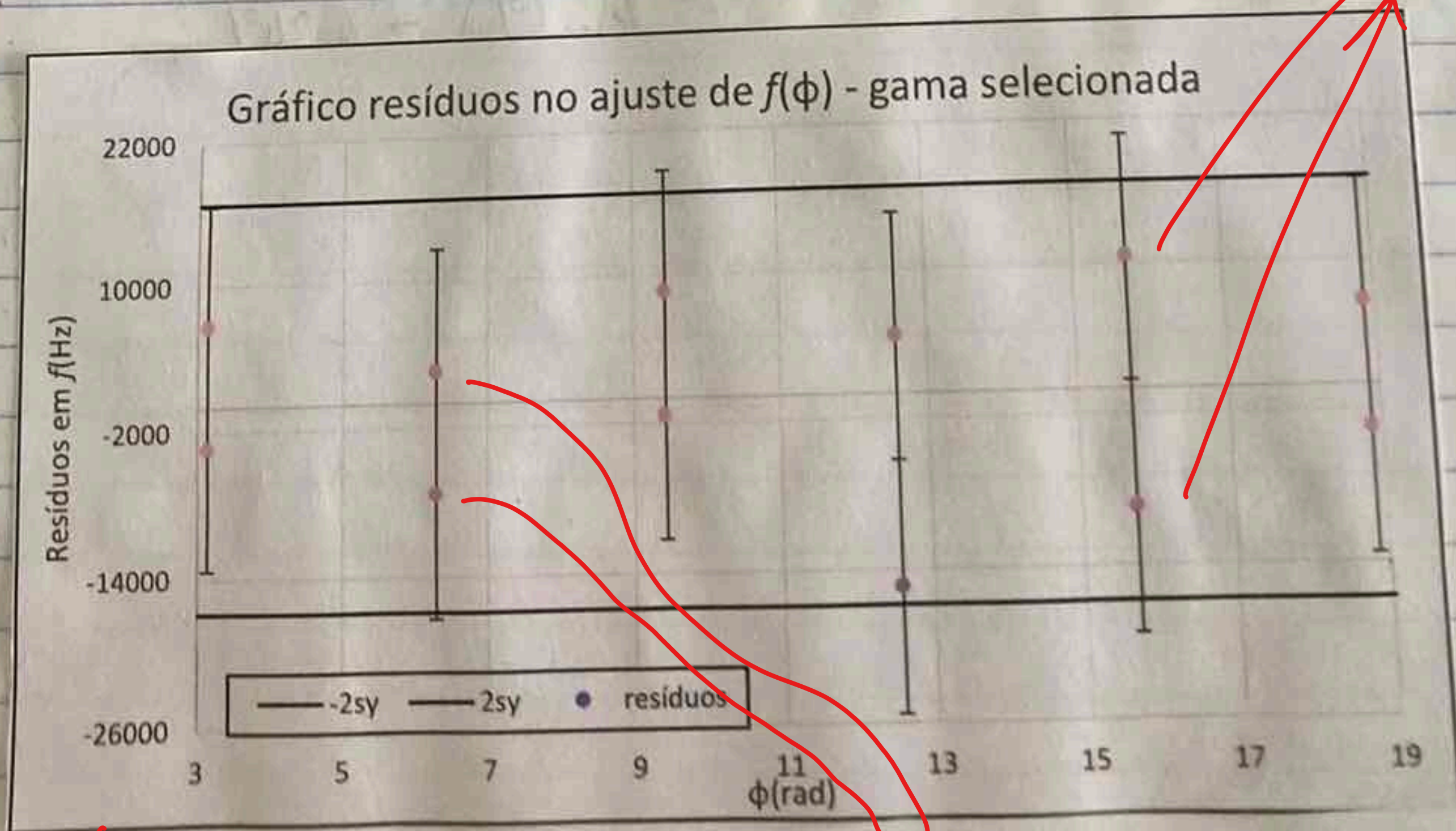


Gráfico 15

Não querará dizer que são os valores máx e mínimo lidos? Se sim, deve ter considerado as

medidas para o aj. e a correspondente base de ine /

T4A-Cabo coaxial

Esta representação gráfica respectiva análise nas faz sentido!

Usamos as médias dos valores medidos para $f(\Phi)$ e fez-se novo cálculo da velocidade:

Com as médias

f(Hz)	$\phi(^{\circ})$	$\phi(\text{rad})$
9,22E+06	1080	18,85
7,67E+06	900	15,71
6,12E+06	720	12,57
4,59E+06	540	9,42
3,04E+06	360	6,28
1,50E+06	180	3,14

Fez-se novo ajuste linear

Ajuste linear $d_n(t_n)$			
m	4,915E+05	-5,07E+04	b
Δm	3E+02	3E+03	Δb
R^2	0,999999	4E+03	s_y

Para a velocidade, obteve-se o mesmo valor (como esperado: Ter a e b ou a média dos dois não altera o ajuste linear). Porém, para os resíduos, obtivemos:

$\bar{f}(\text{Hz})$ ajuste

$$9,21 \times 10^6$$

$$7,67 \times 10^6$$

$$6,13 \times 10^6$$

$$4,58 \times 10^6$$

$$3,04 \times 10^6$$

$$1,49 \times 10^6$$

$f(\text{Hz})$

$$9,22 \times 10^6$$

$$7,67 \times 10^6$$

$$6,12 \times 10^6$$

$$4,59 \times 10^6$$

$$3,04 \times 10^6$$

$$1,50 \times 10^6$$

Resíduos

$$1666,7$$

$$666,7$$

$$-5333,3$$

$$3666,7$$

$$-2333,3$$

$$1666,7$$

$$2s_y = 8000$$

GRÁFICOS ?

T4A - Cabo coaxial

Discussão de Resultados

Parte 1

$$Z_{c \text{ exp.}} = (51 \pm 1) \Omega$$

$$Z_{c \text{ ref.}} = 50 \Omega$$

$$\text{Inc}(Z_{c \text{ exp.}}) (\%) = 1,96\%$$

$$\text{Erro}(Z_{c \text{ exp.}}) (\%) = 1,96\%$$

Parte 2

$$\alpha = (0,0108 \pm 0,0003) \text{ dBm}^{-1} \left. \vphantom{\alpha} \right\} 1^{\circ} \text{ ajuste}$$

$$\text{Inc}(\%) = 2,82\%$$

$$\alpha = (0,0104 \pm 0,0002) \text{ dBm}^{-1}$$

$$\text{Inc}(\%) = 1,92\%$$

~~$$v = (185088057,48 \pm 5 \times 10^5) \text{ m/s} \left. \vphantom{v} \right\} 1^{\circ} \text{ ajuste}$$~~

~~$$\text{Inc}(\%) = 0,2\%$$~~

~~$$\text{Erro}(\%) = 6,39\%$$~~

$$v = (186363636,36 \pm 1 \times 10^{-8}) \text{ m/s} \left. \vphantom{v} \right\} 2^{\circ} \text{ ajuste}$$

$$\text{Inc}(\%) = (6,21 \times 10^{-15})\%$$

$$\text{Erro}(\%) = 5,75\%$$

Parte 3

~~$$V = (189139977,32 \pm 3,5 \times 10^{-5}) \text{ m/s} \left. \vphantom{V} \right\} 1^{\circ} \text{ ajuste}$$~~

~~$$\text{Inc}(\%) = 0,18\%$$~~

~~$$\text{Erro}(\%) = 4,34\%$$~~

$$V = (189912000,00 \pm 2,3 \times 10^{-5}) \text{ m/s} \left. \vphantom{V} \right\} 2^{\circ} \text{ ajuste}$$

$$\text{Inc}(\%) = 0,12\%$$

$$\text{Erro}(\%) = 3,95\%$$

Resultados
Finais?

T4A-Cabo coaxial

Conclusões:

Na 1ª parte, obtivemos valores de Z_c com % de erro e de incerteza baixas (1,96%), o que indica que o estudo é fiável. Este erro deve ter sido causado pelo facto de a caixa de resistências ter um "drop" sempre que se alterava a resistência na ordem das dezenas. Se isso fosse corrigido, poderíamos ter obtido um valor com erro ainda menor.

Na 2ª parte, obtivemos valores de α com incertezas baixas também mas, não temos nenhum valor tabelado para comparar. Comparando com o logbook da Helena Machado disponível no Moodle, obtive o seguinte:

$$\alpha_{H.M} = 0,00261 \text{ m}^{-1} = 0,0113 \text{ dBm}^{-1}$$

$$\text{Erro (\%)} = 8,05 \%$$

Erro de α do 2º ajuste
em relação a $\alpha_{H.M}$

Não é um erro bom, mas dado que não há valores tabelados não sei qual estará mais próximo da verdade. Só sabemos que teria de ser menor do que $0,02 \text{ dBm}^{-1}$, o que foi assegurado. Na cálculo de v , os erros não foram os melhores (entre 5% e 6%) provavelmente devido a um problema no gerador de impulsos.

Na 3ª parte, os valores de v já estiveram mais próximos do teórico (erros de 4% aproximadamente) porém foram melhores do que os anteriores.

Para todos eles, as % de incerteza foram inferiores ao erro. Um estudo melhor exigiria uma caixa de resistências nova e talvez um gerador de sinais também. Mesmo assim, obtivemos bons resultados que nos permitiram tirar conclusões corretas.