

# T3B- Estudo da Indução Magnética

Maria Helena Machado

Nuno Parente

Pilar Teixeira

Sérgio Sousa

Departamento de Física e Astronomia, Faculdade de Ciências,  
Universidade do Porto

8 de março de 2023

# 1 Introdução

## 1.1 Objetivos

- Verificar a Equação 1:

$$V_{E_o} = \mu_o \frac{N \cdot n \cdot S \cdot \cos(\theta) \cdot w \cdot io}{L} \quad (1)$$

Sendo que:

$V_{E_o}$  - Amplitude do sinal de tensão induzido na bobina de prova;

$\omega$  - Frequência angular do sinal do gerador

$io$  - Amplitude do sinal de corrente que percorre o solenoide;

$n$  - Número de espiras da bobina de prova;

$S$  - Área da secção reta da bobina de prova ( $S = \frac{\pi D^2}{4}$ , sendo  $D$  o diâmetro);

$\theta$  - Ângulo entre os eixos do solenoide e da bobina de prova;

$N$  - Número de espiras do solenoide;

$L$  - Comprimento do solenoide;

$\mu_o$  - Permeabilidade magnética do vazio ( $4\pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$ );

- Estudar a dependência de  $V_{E_o}$ , fazendo variar alguns parâmetros, como  $w$ ,  $io$ ,  $n$ ,  $S$  e  $\theta$ , um de cada vez (mantendo tudo o resto constante);

- Determinar  $\mu_o$  para as diferentes variações da experiência.

# 2 Método experimental

## 2.1 Montagem experimental

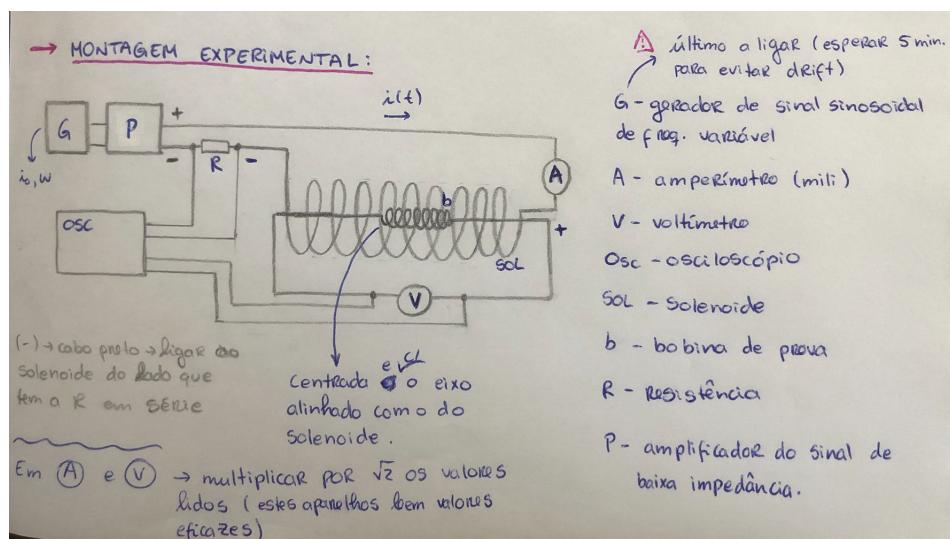


Figura 1: Montagem experimental

**Atenção:**

É importante certificarmo-nos de que os eixos da solenoide e da bobina de prova estão paralelos e ter o cuidado de manter as bases das bobinas de prova bem apoiadas.

## 2 .2 Execução experimental

• **Estudo da dependência de  $V_{E_o}$  em função de  $\omega$ :**

1. Variar a frequência (com um valor de amplitude que não deforme o sinal  $< 500mA$ ) ( $\omega = 2\pi f \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ );
2. Registar os valores apresentados no osciloscópio (pico-a-pico), voltímetro ( $RMS$ ) e amperímetro ( $RMS$ );
3. Calcular  $\mu_o$ .

• **Estudo da dependência de  $V_{E_o}$  em função de  $i_o$ :**

1. Variar a corrente que percorre o solenoide com o valor de frequência constante;
2. Registar os valores apresentados no osciloscópio (pico-a-pico), voltímetro ( $RMS$ ) e amperímetro ( $RMS$ );
3. Calcular  $\mu_o$ .

• **Estudo da dependência de  $V_{E_o}$  em função de  $n$ :**

1. Variar o número de espiras da bobina de prova, utilizando várias bobinas com diferentes  $n$ ;
2. Registar os valores apresentados no osciloscópio (pico-a-pico), voltímetro ( $RMS$ ) e amperímetro ( $RMS$ );
3. Calcular  $\mu_o$ .

• **Estudo da dependência de  $V_{E_o}$  em função de  $S$ :**

1. Variar a área da secção reta das bobinas de provas, utilizando várias bobinas com diferentes  $D$ ;
2. Registar os valores apresentados no osciloscópio (pico-a-pico), voltímetro ( $RMS$ ) e amperímetro ( $RMS$ );
3. Calcular  $\mu_o$ .

• **Estudo da dependência de  $V_{E_o}$  em função de  $\cos(\theta)$ :**

1. Variar o ângulo entre os eixos do solenoide e da bobina de prova;
2. Registar os valores apresentados no osciloscópio (pico-a-pico), voltímetro ( $RMS$ ) e amperímetro ( $RMS$ );
3. Calcular  $\mu_o$ .

### 3 Análise de Dados

Esta atividade experimental consiste em calcular o valor de  $\mu_0$  de 5 formas diferentes. Iremos portanto, manter constante todos os parâmetros, exceto 1, fazendo-o variar e registando os seus valores. Os parâmetros a variar são os seguintes:  $w$ ,  $i_0$ ,  $n$ ,  $S$ ,  $\theta$ .

Os valores de  $L$  e  $N$  são características do solenoide que envolve as bobinas e por isso são constantes.  $L = 75$  cm e  $N = 364$ .

No cálculo de valores de  $\mu_0$ , os valores de  $n$ ,  $D$  das bobinas usados são os seguintes:

Bobina	$D$ (m)	$n$ (s.u.)
1	0,041	300
2	0,033	300
3	0,026	300
4	0,041	200
5	0,041	100
6	0,026	100
7	0,041	400
8	0,041	500

**Tabela 1:** Tabela com os valores dos diâmetros e número de espiras

Os valores registados foram fornecidos pelos docentes e portanto não conseguimos determinar a incerteza da medição.

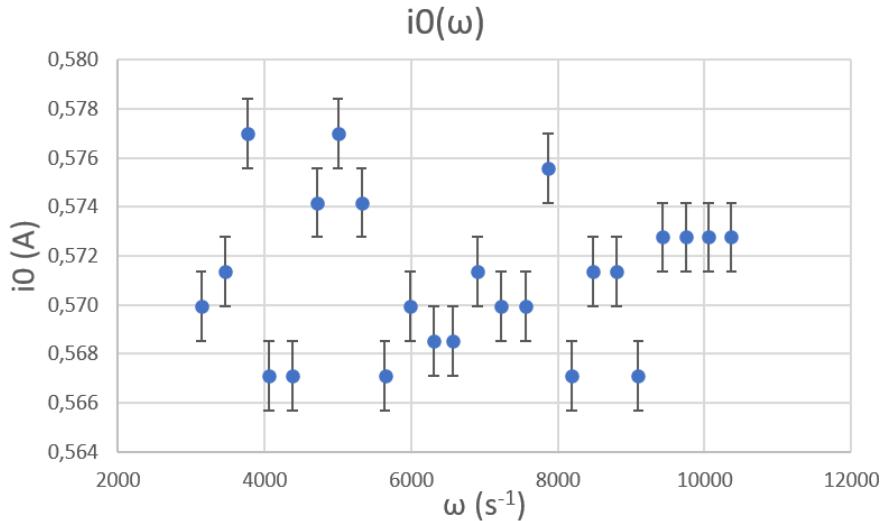
#### 3 .1 Estudo da dependência de $V_{E_o}$ em função de $\omega$

Nesta parte da experiência fizemos variar a frequência linear no gerador e, consequentemente, a frequência angular ( $\omega$ ) do sinal, tendo-se deixado todos os outros parâmetros o mais constantes possível.

Procedeu-se ao registo da tensão induzida na bobina de prova, tendo-se feito a leitura deste valor em dois dispositivos diferentes: voltímetro e osciloscópio. De notar que os valores de tensão lidos no voltímetro são os valores eficazes desta, pelo que se multiplicou por  $\sqrt{2}$  todos os valores inicialmente registados. Além disto, uma vez que houve a possibilidade de realizar diversas experimentações para verificar a dependência de diferentes parâmetros com  $V_{E_o}$ , nesta parte da experiência, optou-se por registar também o valor de  $RMS$  do osciloscópio, em vez do valor pico-a-pico. Podemos, assim, concluir sobre a diferença entre os dois métodos, comparando com as seguintes partes da experiência.

Para esta parte da experiência, ao fazermos variar o valor de  $\omega$ , o valor de  $i_o$  deveria manter-se constante, contudo, como verificamos na figura seguinte, tal não se verifica. Isto poderá dever-se ao facto de o aparelho utilizado apresentar muito pouca sensibilidade. De notar também que, o facto de este valor não se

manter constante, irá afetar, mais à frente, o erro experimental do valor de  $\mu_o$  assim como a incerteza.



**Gráfico 1:** Gráfico de  $i_o$  em função de  $\omega$ .

Neste gráfico foram colocadas barras de incerteza de valor correspondente à incerteza de  $i_o$  ( $\pm 0,001$  A). Perante esta variação foi feita uma média para os valores de  $i_o$ , tendo-se obtido o valor  $\bar{i}_o = (0,5711 \pm 0,0006)A$ . Note-se que esta incerteza foi calculada através do quociente entre o desvio padrão dos 24 valores registados e  $\sqrt{24}$ .

De forma a confirmar proporcionalidade de  $V_{E_0}$  em função de  $\omega$  realizamos o gráfico de  $\text{Log}(V_{E_0})$  em função de  $\text{Log}(\omega)$  que pode ser encontrado no apêndice (42 e 43). As tabelas correspondentes podem ser encontradas a seguir:

Ajuste $\text{Log}(V_{E_0})[\text{Log}(\omega)]$ - Voltímetro			
m	0,974	-3,81	b
s(m)	0,004	0,01	s(b)
r^2	0,9996	0,003	s(y)

**Gráfico 2:** Tabela da regressão linear de  $\text{Log}(V_{E_0})$  em função de  $\text{Log}(\omega)$ , registado no voltímetro

Ajuste $\text{Log}(V_{E_0})[\text{Log}(\omega)]$ - Osciloscópio			
m	0,971	-3,80	b
s(m)	0,004	0,01	s(b)
r^2	0,9997	0,003	s(y)

**Gráfico 3:** Tabela da regressão linear de  $\text{Log}(V_{E_0})$  em função de  $\text{Log}(\omega)$ , registado no osciloscópio

Através dos valores obtidos podemos calcular o erro da proporcionalidade de  $V_{E_0}$  e  $\omega$ .

**Para o voltímetro:**

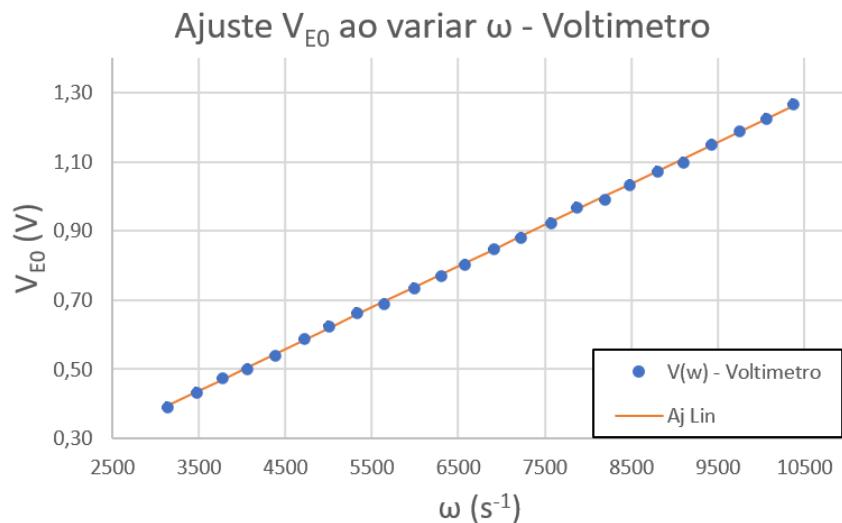
$$Erro(\%) = \frac{1,000 - 0,974}{1.000} \times 100 = 2,6\% \quad (2)$$

**Para o osciloscópio:**

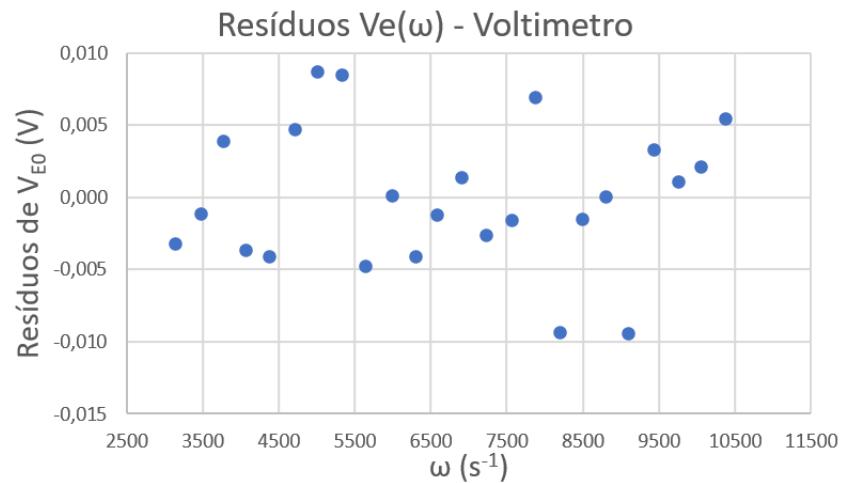
$$Erro(\%) = \frac{1,000 - 0,971}{1.000} \times 100 = 2,9\% \quad (3)$$

A partir dos valores obtidos foram então construídos os seguintes gráficos, para os dados do voltímetro e do osciloscópio, respetivamente:

**Dados retirados do voltímetro:**



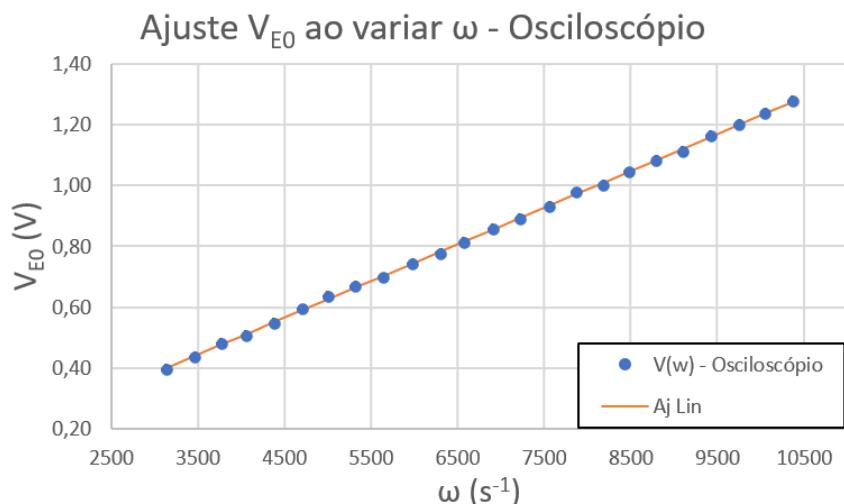
**Gráfico 4:** Gráfico de  $V_{E_0}$  em função de  $\omega$ .



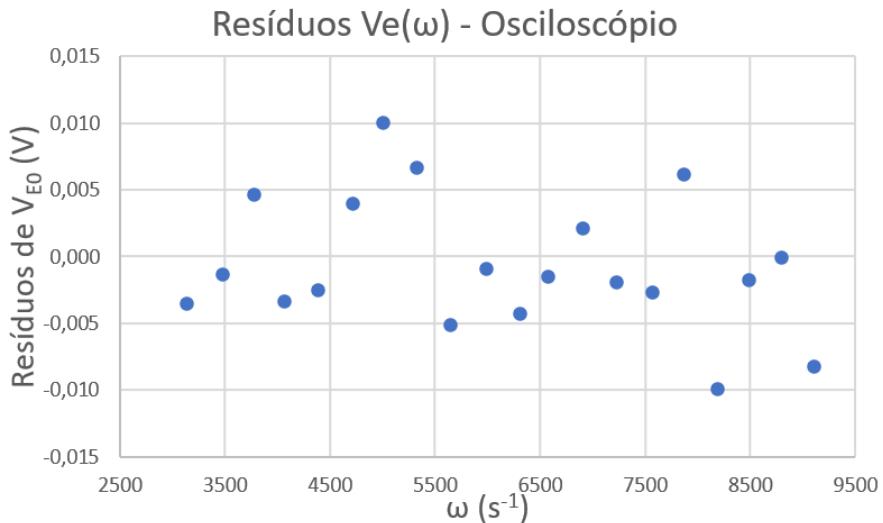
**Gráfico 5:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_0}$ .

**Dados retirados do osciloscópio:**

---



**Gráfico 6:** Gráfico de  $V_{E_0}$  em função de  $\omega$ .



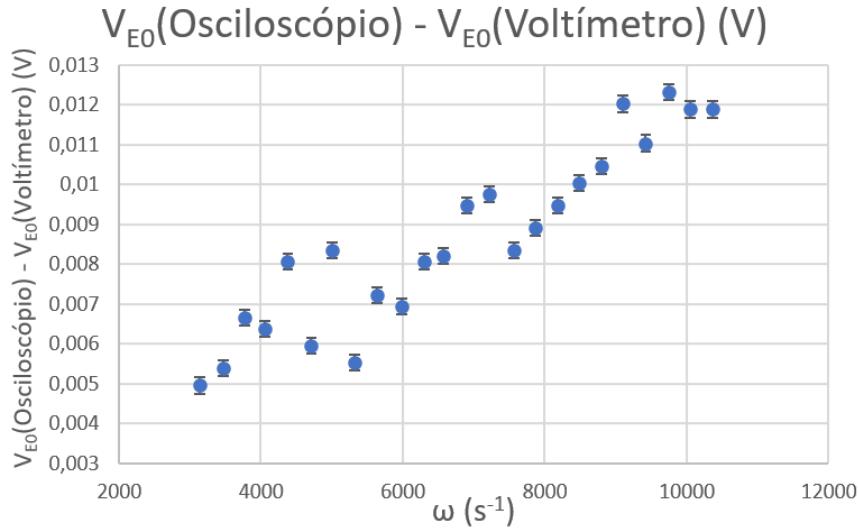
**Gráfico 7:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_0}$ .

Em todos os gráficos anteriores foram colocadas barras de incerteza verticais com valor correspondente à incerteza da tensão  $V_{E_0}$  ( $\pm 0,0001V$ ).

Pela análise dos gráficos de resíduos verificamos uma distribuição aleatória dos valores dos mesmos, indicando uma boa execução experimental, assim como uma boa escolha da gama em estudo.

Além disto, através dos gráficos 4 e 6 verifica-se a dependência linear entre  $V_{E_0}$  e  $\omega$  tal como proposto pela equação de  $V_{E_0}$ . De facto, um aumento de  $\omega$  resulta num aumento aproximadamente proporcional de  $V_{E_0}$ .

Foi realizada ainda a comparação dos valores de tensão obtidos através das leituras no voltímetro e no osciloscópio. Para isso, subtraiu-se aos valores de tensão do osciloscópio os valores de tensão do voltímetro ( $V_{osc} - V_{volt}$ ). Com isto, verificou-se que todos os valores da diferença obtidos são positivos, pelo que se conclui que os valores de tensão lidos no osciloscópio são sempre relativamente maiores que os valores lidos no voltímetro. Além disto, verificamos ainda que a tensão lida no osciloscópio aumenta mais rapidamente que a tensão lida no voltímetro. Todas estas conclusões podem ser observadas no seguinte gráfico.



**Gráfico 8:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_0}$ .

De notar que neste gráfico também foram incluídas barras de incerteza verticais. Estas apresentam valor igual a  $\sqrt{u^2(V_{E_0} \text{osc}) + u^2(V_{E_0} \text{volt})} = \pm 0,0002\text{V}$ .

Foi ainda possível calcular o valor da permeabilidade magnética do vazio com os dados de ajuste obtidos. Assim, sendo o declive dos gráficos 4 e 6 o valor de  $\frac{V_{E_0}}{\omega}$ , vamos ter que:

$$\mu_o = \frac{mL}{NnSi_o} \quad (4)$$

Para  $m_{volt} = (1,199 \times 10^{-4} \pm 4,697 \times 10^{-7}) \text{ Vs/rad}$  e  $m_{osc} = (1,208 \times 10^{-4} \pm 4,606 \times 10^{-7}) \text{ Vs/rad}$  obteram-se então os seguintes valores para  $\mu_o$ :

#### Através dos dados do voltímetro:

$$\mu_o \approx (1,0918 \times 10^{-6} \pm 4,4 \times 10^{-9}) \text{ Hm}^{-1} \quad (5)$$

#### Através dos dados do osciloscópio:

$$\mu_o \approx (1,10036 \times 10^{-6} \pm 4,4 \times 10^{-9}) \text{ Hm}^{-1} \quad (6)$$

Tomando-se como valor de referência  $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$  foi possível comparar o valor experimental com este, tendo-se obtido os seguintes erros:

#### Para o voltímetro:

$$Erro(\%) = 13,12\% \text{ (por defeito)} \quad (7)$$

#### Para o osciloscópio:

$$Erro(\%) = 12,44\% \text{ (por defeito)} \quad (8)$$

Note-se que, como foi referido anteriormente, o facto de não ter sido possível manter o valor de  $i_o$  constante durante a execução da experiência, afetou o valor de  $\mu$ , pelo que se obtiveram erros experimentais um pouco mais elevados do que o esperado. Além disto, comparando entre si os erros obtidos através do uso dos dois dispositivos, verifica-se que, apesar de os valores serem bastante próximos um do outro, o erro obtido através dos valores lidos no osciloscópio foi relativamente menor.

### 3 .2 Estudo da dependência de $V_{E_0}$ em função de $i_0$

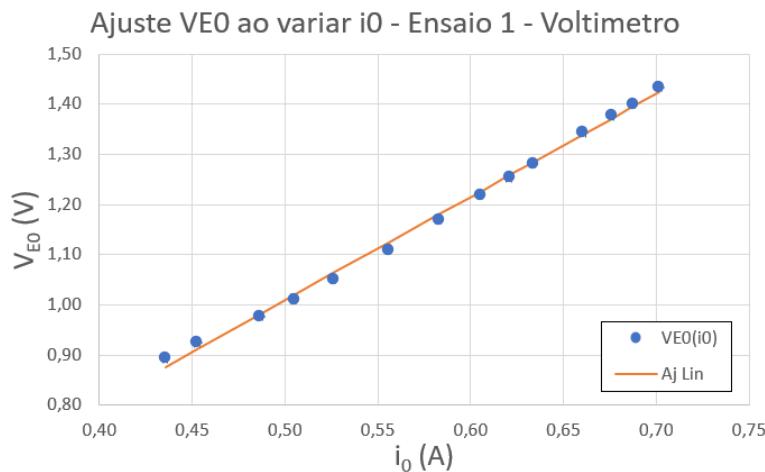
#### 3 .2.1 Resultados obtidos pelo nosso grupo

##### Ensaio 1

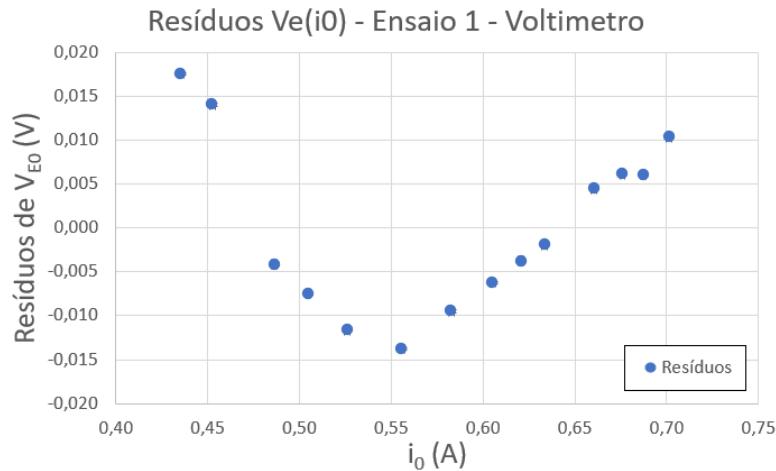
Para estudar a influência da amplitude, fizemos variar a amplitude do  $i_{RMS}$  na seguinte gama experimental:  $[(300 - 500) \pm 1]$  mA. Fixamos os valores de frequência em  $(1501 \pm 1)$  Hz e usamos a bobina número 1 com os valores fixados na Tabela 1

Registamos os valores obtidos na Tabela 12 encontrada no apêndice e elaboramos o gráfico de  $V_{E_0}$  em função da amplitude. É de notar que os valores de amplitude da corrente foi aumentada gradualmente neste ensaio.

##### Dados retirados do voltímetro:

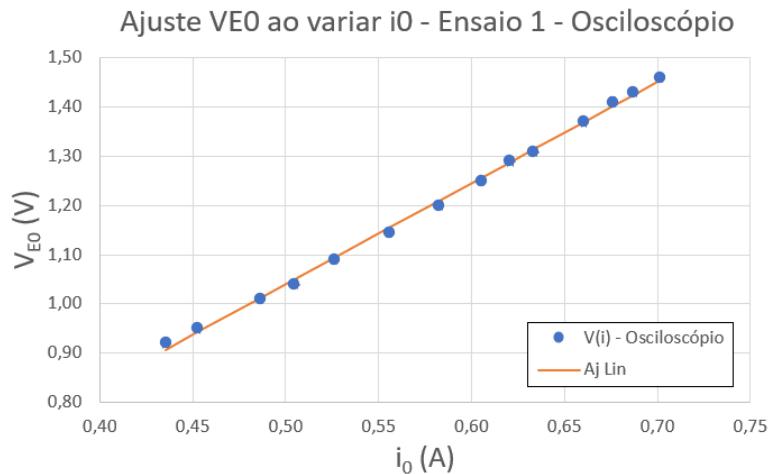


**Gráfico 9:** Gráfico do primeiro ensaio de  $V_{E_0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

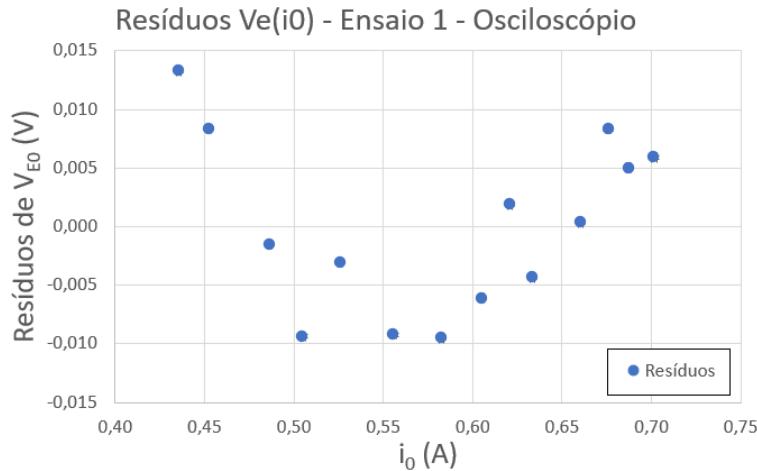


**Gráfico 10:** Gráfico de resíduos do primeiro ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

**Dados retirados do osciloscópio:**



**Gráfico 11:** Gráfico do primeiro ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no osciloscópio



**Gráfico 12:** Gráfico de resíduos do primeiro ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

Em todos os gráficos anteriores foram colocadas barras de incerteza verticais com valor correspondente à incerteza da tensão  $V_{E0}$  ( $\pm 0,0001\text{V}$ ).

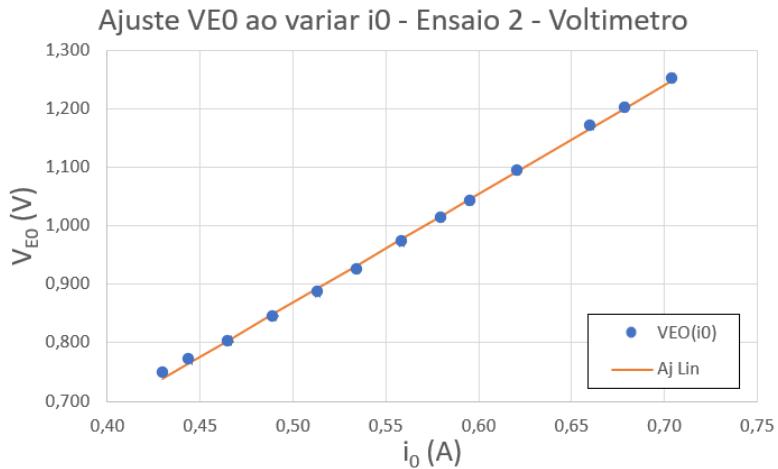
Sabemos que o declive do 9 e do 11 correspondem a  $m = \frac{V_{E0}}{i_0}$ . Isto vai ser relevante para calcular os valores de  $\mu_0$  e por isso foi realizada a tabela da regressão linear para os dois aparelhos (pode ser encontrada no apêndice na Tabela 16 e na Tabela 17). Para o primeiro ensaio obtivemos os valores de  $(2,0569 \pm 0,0319)\text{VA}^{-1}$  para o voltímetro e  $(2,0588 \pm 0,0241)\text{VA}^{-1}$  para o voltímetro.

Ao analisar os gráficos de resíduos acima, foi possível reparar numa tendência parabólica e para retirarmos melhores conclusões realizamos mais 2 ensaios.

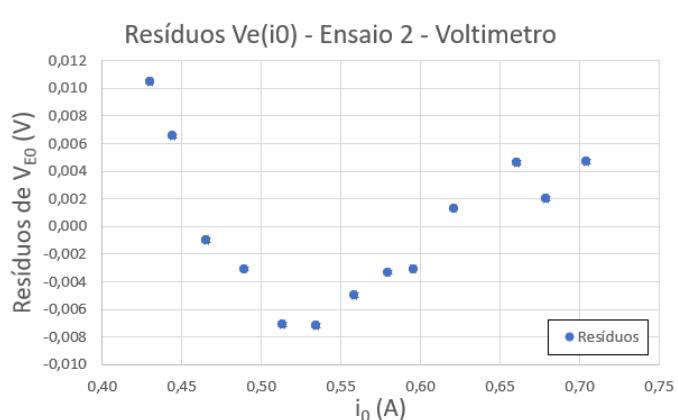
### Ensaio 2

Neste ensaio decidimos alterar a frequência do registo passando para  $(1302 \pm 1)$  Hz. É de notar que, por indicação da docente os valores de  $i_{RMS}$  foram variados de forma contrária, começando pelo valor máximo de  $(498 \pm 1)$  mA e diminuindo até  $(304 \pm 1)$  mA e a tabela também pode ser encontrada no apêndice (Tabela 13).

#### Dados retirados do voltímetro:

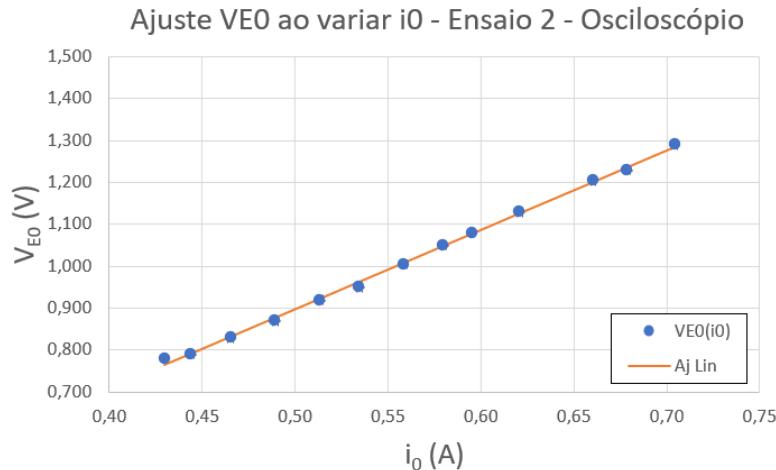


**Gráfico 13:** Gráfico do segundo ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

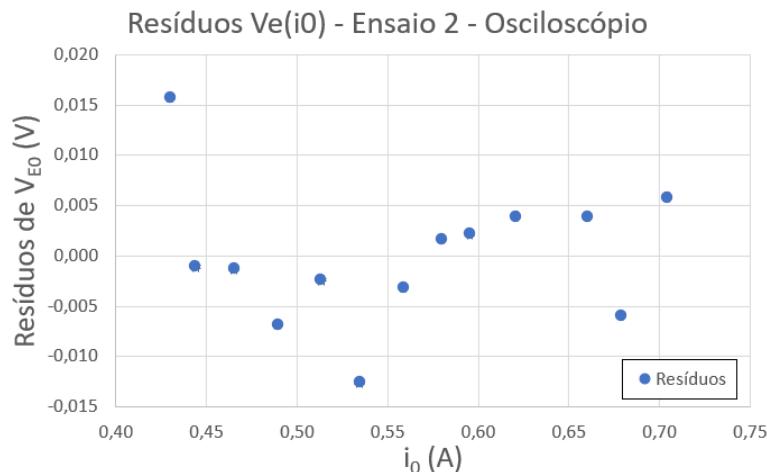


**Gráfico 14:** Gráfico de resíduos do segundo ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

**Dados retirados do osciloscópio:**



**Gráfico 15:** Gráfico do segundo ensaio de  $V_{E_0}$  em função de  $i_0$ , registado no osciloscópio



**Gráfico 16:** Gráfico de resíduos do segundo ensaio de  $V_{E_0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

Em todos os gráficos anteriores foram colocadas barras de incerteza verticais com valor correspondente à incerteza da tensão  $V_{E_0}$  ( $\pm 0,0001\text{V}$ ).

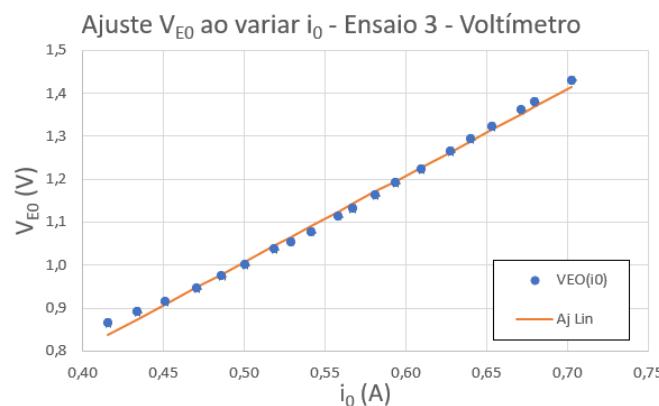
Foi realizada a tabela de regressão linear deste ensaio (pode ser encontrada no apêndice na Tabela 18 e na Tabela 19). Para o segundo ensaio obtivemos os valores de  $(1,8560 \pm 0,0183)\text{VA}^{-1}$  no voltímetro e  $(1,8949 \pm 0,0232)\text{VA}^{-1}$  para o osciloscópio.

Neste ensaio obtivemos valores inferiores aos valores do Ensaio 1, isto deve-se à frequência ser inferior. Obtivemos de forma semelhante resíduos com tendências parabólicas.

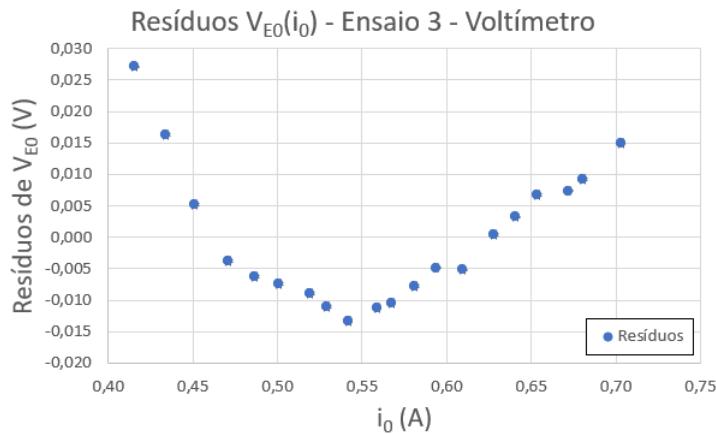
### Ensaio 3

Após algumas tentativas, verificamos que na gama de valores de  $i_{RMS}$  de  $[(400 - 500) \pm 1]mA$ , os resíduos da regressão linear  $V_{E_0}$  eram aleatórios. Assim, neste ensaio decidimos estudar esta gama mais aprofundadamente. Os valores registados encontram-se na Tabela 14. O nosso objetivo era aumentar a quantidade de valores disponíveis para determinar  $\mu_0$ , pelo que fizemos o possível para manter as condições experimentais iniciais constantes. Assim, este ensaio foi executado com a mesma frequência do Ensaio 1:  $f = (1501 \pm 1)Hz$ . Foi ainda feito varrimento da gama por ordem decrescente.

#### Dados retirados do voltímetro:

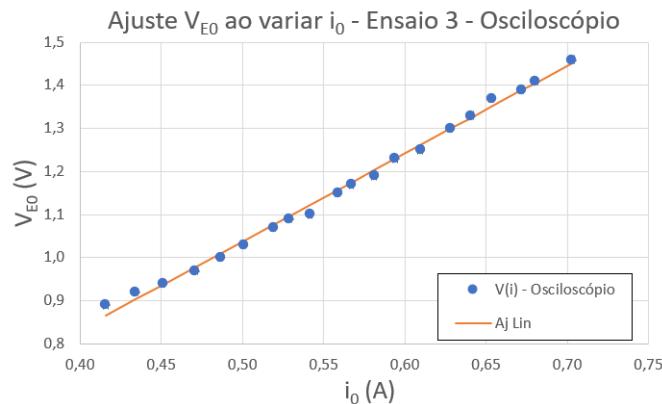


**Gráfico 17:** Gráfico do terceiro ensaio de  $V_{E_0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

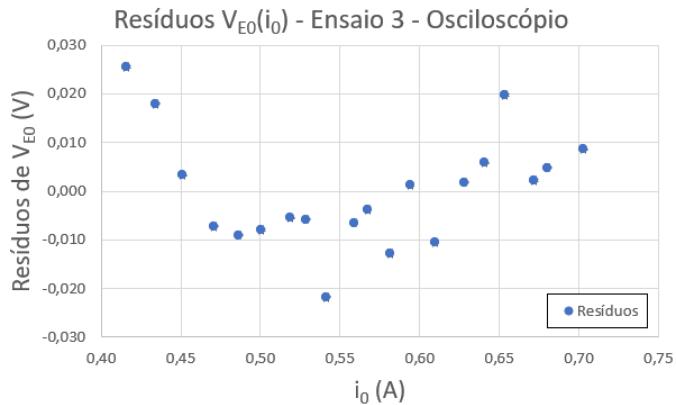


**Gráfico 18:** Gráfico de resíduos do terceiro ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

**Dados retirados do osciloscópio:**



**Gráfico 19:** Gráfico do terceiro ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no osciloscópio



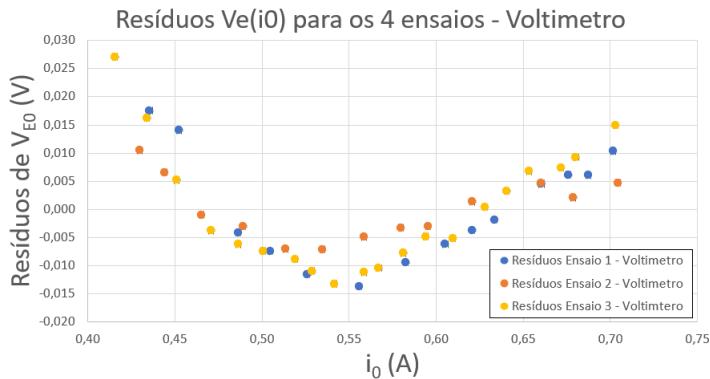
**Gráfico 20:** Gráfico de resíduos do terceiro ensaio de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

Em todos os gráficos anteriores foram colocadas barras de incerteza verticais com valor correspondente à incerteza da tensão  $V_{E0}$  ( $\pm 0,0001\text{V}$ ).

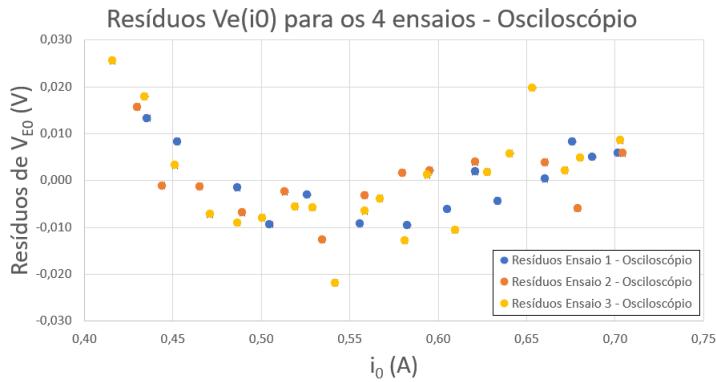
Foi realizada a tabela de regressão linear deste ensaios (pode ser encontrada no apêndice na Tabela 20 e na Tabela 21). Para este ensaio obtivemos os valores de  $(2,0119 \pm 0,0301)\text{VA}^{-1}$  no osciloscópio e  $(2,0446 \pm 0,0321)\text{VA}^{-1}$  para o voltímetro.

Neste ensaio obtivemos valores muito próximos aos do Ensaio 1, o que seria de esperar devido à frequência igual. Voltamos a obter resíduos com tendências parabólicas.

De modo a confirmar que todos os gráficos de resíduos apresentam uma tendência semelhante entre si, realizamos um gráfico que cobria todos os ensaios realizados.



**Gráfico 21:** Gráfico de resíduos correspondente a todos os ensaios realizados, registrados no voltímetro

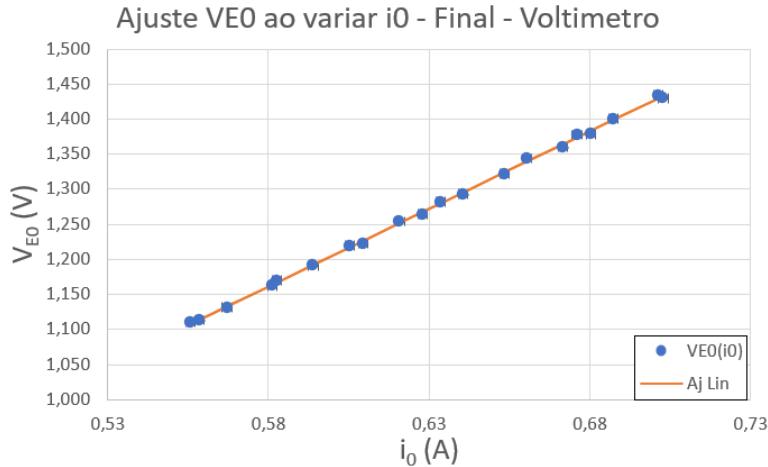


**Gráfico 22:** Gráfico de resíduos correspondente a todos os ensaios realizados, registados no osciloscópio

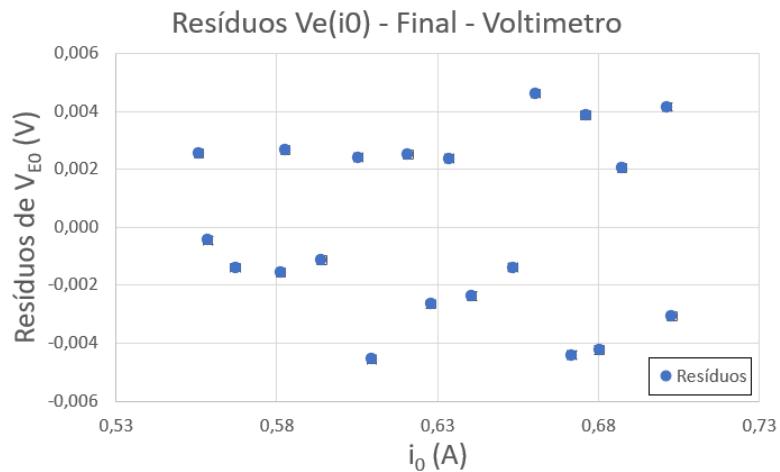
Como podemos observar, os gráficos apresentam uma parábola, isto mostra que esta não será a melhor gama a ser escolhida.

### Gama final de estudo

De modo a obter valores mais precisos na determinação de  $\mu_0$ , decidimos que, como ambos o Ensaio 1 e Ensaio 3 usaram uma frequência de  $(1501 \pm 1)$  Hz, a gama final utilizada foi as gamas desses ensaios. Os valores utilizados encontram-se na Tabela 15 do apêndice. Obtivemos então os gráficos abaixo:



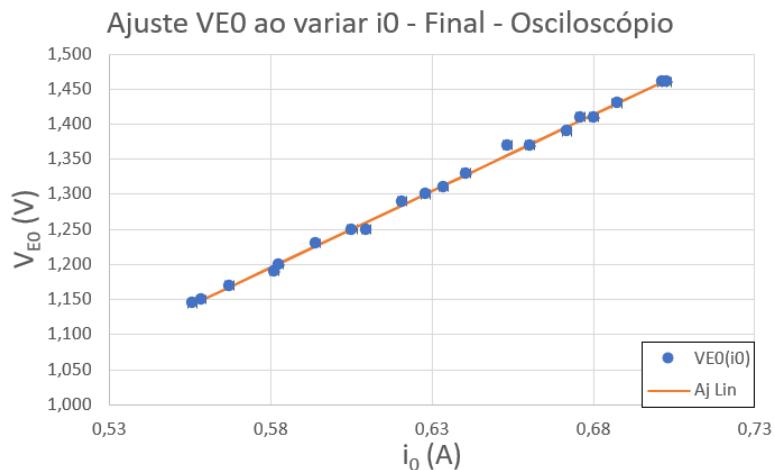
**Gráfico 23:** Gráfico de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  para a gama final de estudo, registado no voltímetro



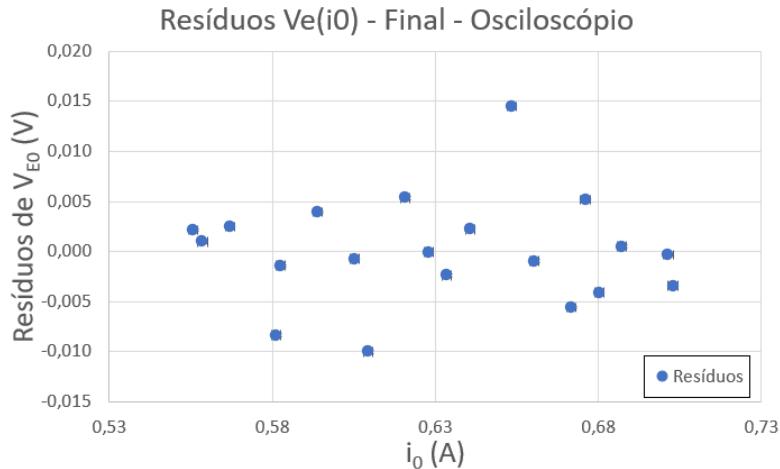
**Gráfico 24:** Gráfico de resíduos de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  para a gama final de estudo, registado no voltímetro

**Dados retirados do osciloscópio:**

---



**Gráfico 25:** Gráfico de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  para a gama final de estudo, registado no osciloscópio



**Gráfico 26:** Gráfico de resíduos de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  para a gama final de estudo, registrado no voltímetro

Em todos os gráficos anteriores foram colocadas barras de incerteza verticais com valor correspondente à incerteza da tensão  $V_{E0}$  ( $\pm 0,0001\text{V}$ ).

Para o Gráfico 23 e Gráfico 25 obtivemos as tabelas de regressão linear presentes na Tabela 22 e na Tabela 23 do Apêndice. Tal como previsto, os resíduos (Gráfico 24 e Gráfico 26) já não são tendenciosos.

De modo a confirmar a linearidade dos valores obtidos, realizamos um gráfico de  $\text{Log}(V_{E0})$  em função de  $\text{Log}(i_0)$  (podem ser encontrados no apêndice, Gráficos 44 e 45) quer para o osciloscópio quer para o voltímetro.

Ajuste $\text{Log}(V_{E0})[\text{Log}(i_0)]$ - Voltímetro			
$m$	1,096	0,324	$b$
$s(m)$	0,007	0,001	$s(b)$
$r^2$	0,9992	0,001	$s(y)$

**Tabela 2:** Tabela da regressão linear de  $\text{Log}(V_{E0})$  em função de  $\text{Log}(i_0)$  para o voltímetro

Ajuste $\text{Log}(V_{E0})[\text{Log}(i_0)]$ - Osciloscópio			
$m$	1,05	0,327	$b$
$s(m)$	0,01	0,003	$s(b)$
$r^2$	0,997	0,002	$s(y)$

**Tabela 3:** Tabela da regressão linear de  $\text{Log}(V_{E0})$  em função de  $\text{Log}(i_0)$  para o osciloscópio

Através das tabelas apresentadas podemos perceber que os gráficos são praticamente lineares, o valor do declive deveria ser perto de 1,00 e obtivemos valores de

$1,0959 \pm 0,0072$  e  $1,0532 \pm 0,0126$ . Somando isto ao facto que os resíduos apresentados na gama final são aleatórios e os  $r^2$  são consideravelmente bons podemos afirmar que fizemos uma boa regressão linear para o 23 e 25

A partir destes ensaios (cujas tabelas de regressão linear podem ser encontradas no apêndice, na Tabela 22 e na Tabela 23). Para este ensaio obtivemos os valores de  $(2,2113 \pm 0,0151)VA^{-1}$  no voltímetro e  $(2,1795 \pm 0,0262)VA^{-1}$  para o osciloscópio.

Como o declive ( $m$ ) das regressões lineares feitas é  $m = \frac{V_{E_0}}{i_0}$ , então para esta parte da atividade podemos determinar  $\mu_0$  com a seguinte fórmula:

$$\mu_0 = \frac{mL}{NnS\omega} \quad (9)$$

Para os valores de  $m$  indicados acima, temos:

#### Através dos dados do voltímetro:

$$\mu_o \approx (1,220 \times 10^{-6} \pm 8,367 \times 10^{-9})Hm^{-1} = (1,220 \times 10^{-6} \pm 0,69\%)Hm^{-1} \quad (10)$$

#### Através dos dados do osciloscópio:

$$\mu_o \approx (1,202 \times 10^{-6} \pm 1,447 \times 10^{-9})Hm^{-1} = (1,202 \times 10^{-6} \pm 1,20\%)Hm^{-1} \quad (11)$$

Tendo em conta o valor de referência  $\mu_{o,\text{ref}} = 4\pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$ , para cada valor experimental pudemos obter um erro percentual relativo:

#### Para o voltímetro:

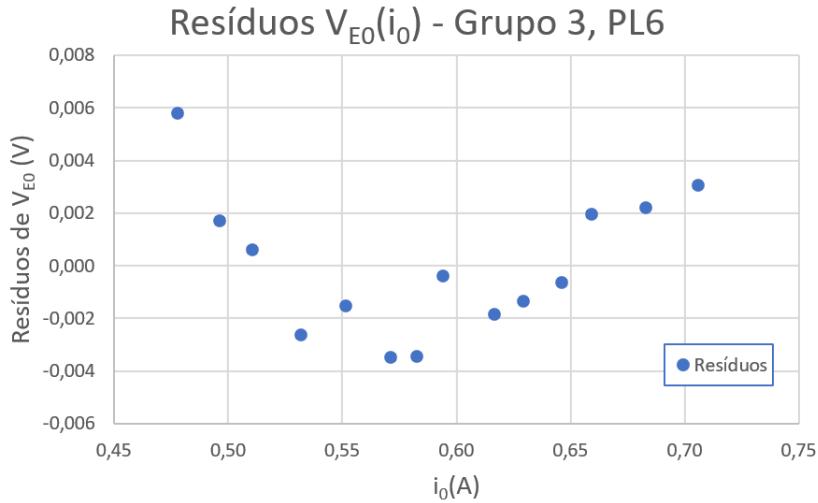
$$Erro(\%) = 2,93\% \quad (12)$$

#### Para o osciloscópio:

$$Erro(\%) = 4,33\% \quad (13)$$

### 3 .2.2 Resultados obtidos por outros grupos

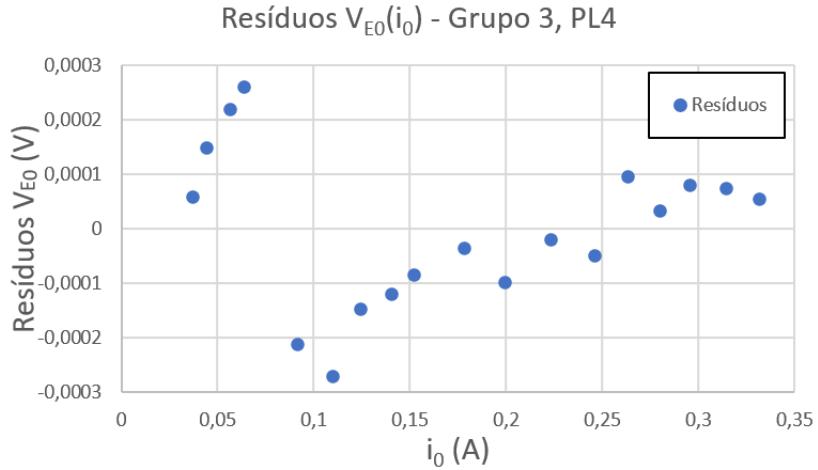
Não satisfeitos com os resíduos sistematicamente parabólicos que encontramos, decidimos comparar os resíduos obtidos com outros grupos que realizaram a experiência nas últimas duas semanas. Abaixo encontram-se os gráficos de resíduos do grupo 3 da PL6. É de notar que o valor de frequência deste conjunto de dados é  $(1420 \pm 1)$  Hz. Obtivemos o gráfico de resíduos seguinte:



**Gráfico 27:** Gráfico de resíduos do grupo 3 da PL6 de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

Este gráfico apresenta uma tendência em forma de parábola e, tal como podemos ver pelo gráfico, a sua gama varia entre  $(478 - 706) \pm 1$  Hz.

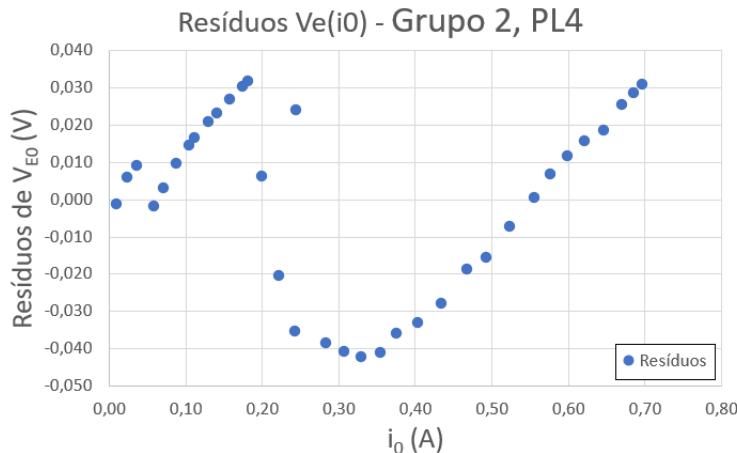
Obtivemos também os dados do grupo 3 da PL4. É de notar que o valor de frequência deste conjunto de dados é  $(1486 \pm 1)$  Hz. Obtivemos o gráfico de resíduos seguinte:



**Gráfico 28:** Gráfico de resíduos do grupo 3 da PL4 de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

É possível observar resíduos que decrescem em toda a gama e é claro que existe uma quebra entre os valores registados por volta de  $0,07\text{ A}$ .

Estudamos ainda os dados do grupo 2 da PL4, em que se deve notar que o valor da frequência durante a execução desta parte da atividade foi de  $(1554 \pm 1)$  Hz. Obtivemos o gráfico de resíduos seguinte:



**Gráfico 29:** Gráfico de resíduos do grupo 2 da PL4 de  $V_{E_0}$  em função de  $i_0$ , registado no voltímetro

No nosso estudo, por indicação da docente, variámos a amplitude do sinal da corrente elétrica apenas até 0,500 A. Isto verificou-se errado, pelo que deveríamos ter extendido essa gama até 0,700 A.

Podemos ver no gráfico 29 o formato dos resíduos para a gama total. O valor da frequência apenas faz com que este formato "deslize" horizontalmente. Uma maior frequência fará com que este traçado se desloque mais para a direita. Deste modo, nos resíduos correspondentes aos dados do grupo 3 da PL4 (gráfico 28) vemos o traçado correspondente a  $i_0$  entre 0 e 0,15 A no gráfico 29.

Nos resíduos obtidos a partir dos dados do grupo 3 da PL4 (gráfico 28), tal como nos resíduos que nós obtivemos (gráfico 21), verifica-se a tendência parabólica visível para  $i_0$  entre 0,25 A e 0,70 A no gráfico 29.

### 3 .3 Estudo da dependência de $V_{E_0}$ em função de $n$

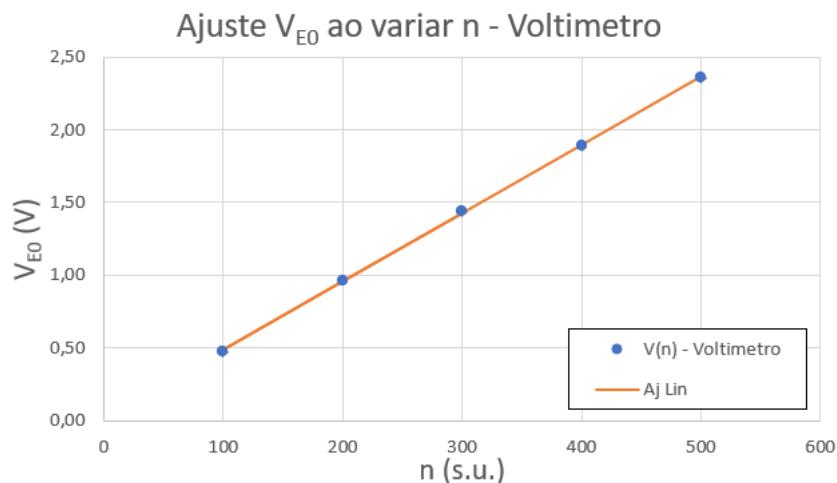
Nesta parte da experiência usamos várias bobinas de prova com diferente número de espiras, fazendo assim variar o valor de  $n$ , tendo-se mantido todos os outros parâmetros o mais constantes possível.

Mais uma vez, foram registados os valores de tensão induzida na bobina de prova usando o voltímetro e o osciloscópio. No voltímetro foram, novamente, registados inicialmente os valores de RMS, tendo estes sido posteriormente multiplicados por  $\sqrt{2}$ . No osciloscópio foram registados os valores de tensão pico-a-pico, tendo-se dividido estes valores por 2, de maneira a obter  $V_{E_0}$ .

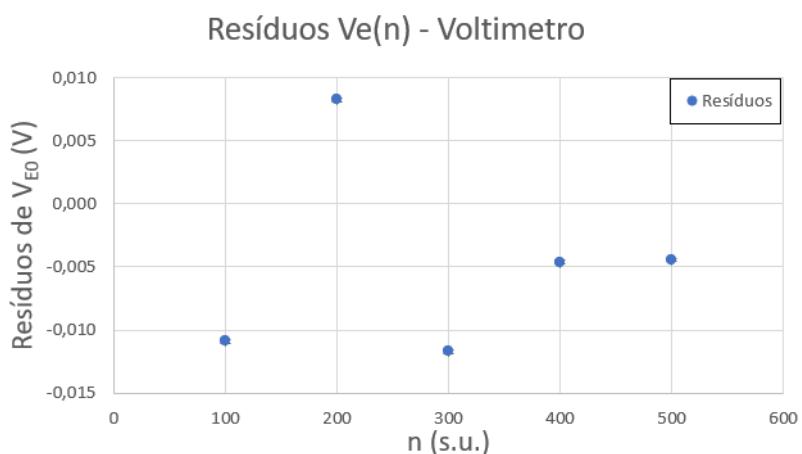
Também nesta parte da execução experimental não foi possível verificar o ideal de  $i_o$  se manter constante durante todo o processo, pelo que se realizou uma média de todos os valores obtidos para esta grandeza, tendo-se obtido  $\bar{i}_o = (0,7029 \pm 0,0006)A$ . Note-se que esta incerteza foi calculada através do quociente entre o desvio padrão dos 5 valores registrados e  $\sqrt{5}$ .

A partir dos valores obtidos foram então construídos os seguintes gráficos, para os dados do voltímetro e do osciloscópio, respetivamente:

**Dados retirados do voltímetro:**

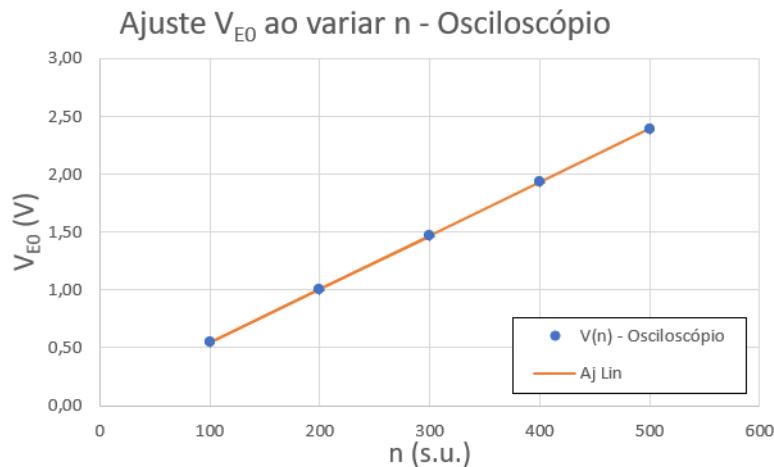


**Gráfico 30:** Gráfico de  $V_{E_0}$  em função de  $n$ .

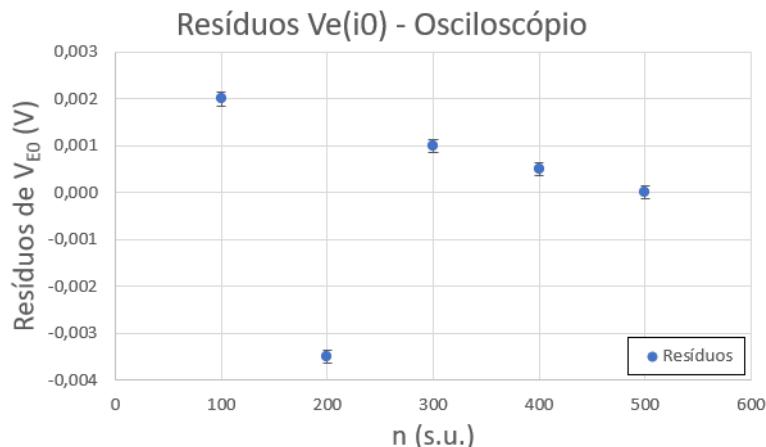


**Gráfico 31:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_0}$ .

**Dados retirados do osciloscópio:**



**Gráfico 32:** Gráfico de  $V_{E0}$  em função de  $n$ .



**Gráfico 33:** Gráfico de resíduos de  $V_{E0}$ .

Nos gráficos relativos aos valores lidos no voltímetro foram colocadas barras de incerteza verticais de valor  $\pm 0,0001V$ , associado à incerteza de leitura do valor de tensão neste aparelho. Por sua vez, nos gráficos relativos ao osciloscópio, foram colocadas barras de incerteza verticais de valor  $\pm 0,01V$ , associado à incerteza de leitura do valor de tensão neste aparelho.

Analizando dos valores dos resíduos nos gráficos 31 e 33 verifica-se uma distribuição aleatória dos mesmos, demonstrando uma boa execução experimental e uma boa escolha da gama experimental em estudo.

Além disto, através dos gráficos 30 e 32 verifica-se a dependência linear entre  $V_{E_0}$  e  $n$  tal como previsto pela equação de  $V_{E_0}$ . De facto, um aumento de do número de espiras resulta num aumento aproximadamente proporcional de  $V_{E_0}$ .

Por fim, foi possível calcular o valor da permeabilidade magnética do vazio com os dados de ajuste obtidos. Assim, sendo o declive dos gráficos 30 e 32 o valor de  $\frac{V_{E_0}}{n}$ , vamos ter que:

$$\mu_o = \frac{mL}{NS\bar{\omega}i_o} \quad (14)$$

Para  $m_{volt} = (0,00469 \pm 0,00003)V$  e  $m_{osc} = (0,004605 \pm 0,000008)V$  obteram-se então os seguintes valores para  $\mu_o$ :

**Através dos dados do voltímetro:**

$$\mu_o \approx (1,1039 \times 10^{-6} \pm 8,3 \times 10^{-9})Hm^{-1} \quad (15)$$

**Através dos dados do osciloscópio:**

$$\mu_o \approx (1,08418 \times 10^{-6} \pm 2,1 \times 10^{-9})Hm^{-1} \quad (16)$$

Tomando-se como valor de referência novamente  $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}Hm^{-1}$  foi possível comparar o valor experimental com este, tendo-se obtido os seguintes erros:

**Para o voltímetro:**

$$Erro(\%) = 12,15\% \text{ (por defeito)} \quad (17)$$

**Para o osciloscópio:**

$$Erro(\%) = 13,72\% \text{ (por defeito)} \quad (18)$$

Note-se que, mais uma vez, o facto de não ter sido possível manter o valor de  $i_o$  constante durante a execução da experiência, afetou o valor de  $\mu$ , daí os erros obtidos. Além disto, comparando entre si os erros obtidos através do uso dos dois dispositivos, verifica-se que, apesar de os valores serem bastante próximos um do outro, o erro obtido através dos valores lidos no osciloscópio foi relativamente maior do que para o voltímetro.

### 3 .4 Estudo da dependência de $V_{E_0}$ em função de $S$

De forma a estudar a dependência de  $V_{E_0}$  em função de  $S$ , variou-se o diâmetro, (0,041; 0,033; 0,026)m. A variação do diâmetro fez-se utilizando três bobinas.

Para se executar este estudo fixou-se a frequência ( $f = 1501 \pm 1$ )Hz, bem como a amplitude de sinal de corrente que percorre o solenoide ( $i_o = 0,7029 \pm 0,0014$ )A.

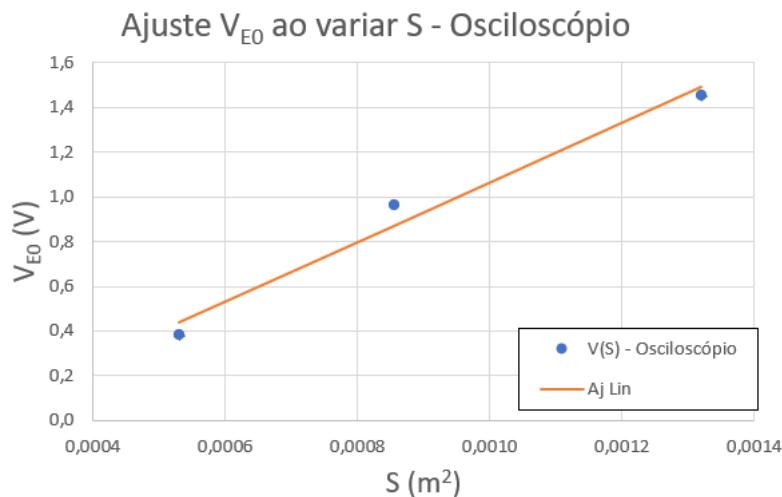
De notar que nesta parte da atividade experimental foram utilizadas as bobina 1,2 e 3, cujas características estão na Tabela 1.

Da mesma forma que foi feito nos testes anteriores, foram registados os valores de tensão  $V_{E_o}$  através do uso do voltímetro e do osciloscópio, comparando-se os resultados.

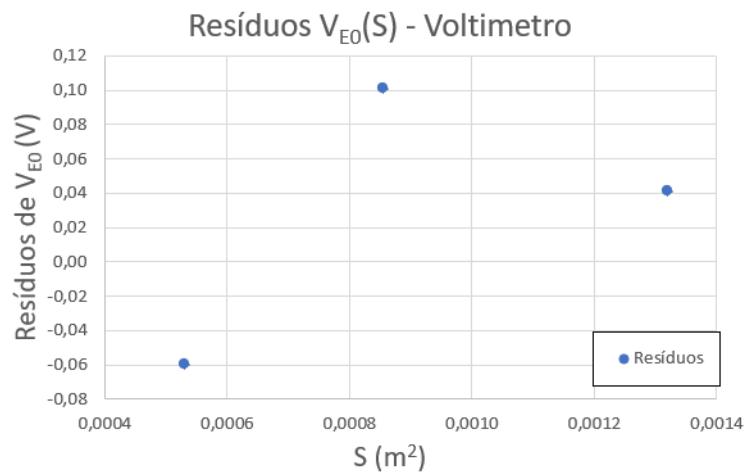
Procedemos então à representação gráfica de  $V_{E_o}$  em função de  $S$ . Note-se que a área,  $S$ , relaciona-se com o diâmetro,  $D$ , da seguinte forma:

$$S = \frac{\pi \times D^2}{4} \quad (19)$$

#### Dados retirados do voltímetro

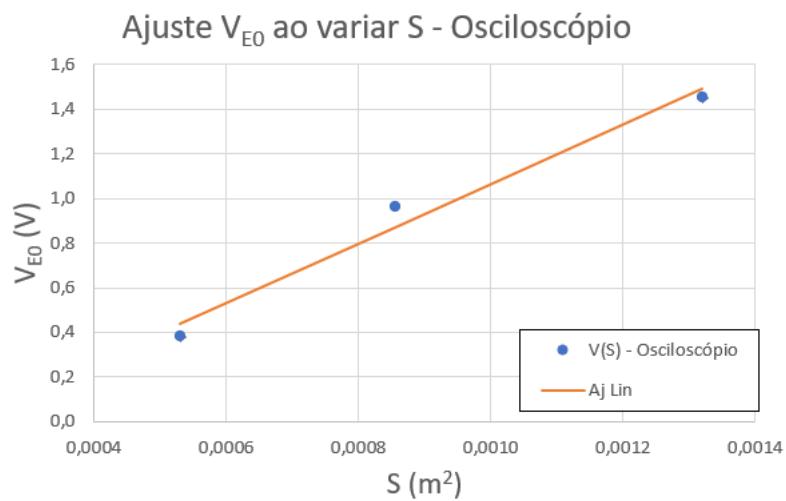


**Gráfico 34:** Gráfico de  $V_{E_o}$  em função de  $S$ , osciloscópio

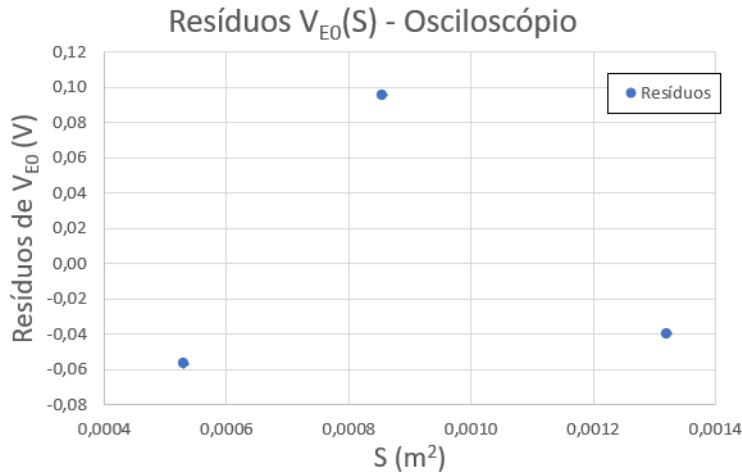


**Gráfico 35:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_o}$ .

**Dados retirados do osciloscópio**



**Gráfico 36:** Gráfico de  $V_{E_o}$  em função de  $S$ , osciloscópio



**Gráfico 37:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_o}$ .

Todos os gráficos anteriormente refeirdos apresentam barras de incerteza verticais com o valor de  $\pm 0,0001V$  para os gráficos 34 e 35 e  $\pm 0,01V$  para os gráficos 36 e 37, correspondentes à incertezas de leituras dos aparelhos respetivamente. Como  $S$  é calculado a partir de  $D$ , e este é um valor tabelado, não apresenta uma incerteza associada. Daí a ausência de barras horizontais.

Através da análise dos gáficos 35 e 37, podemos averiguar que os resíduos parecem distribuir-se de forma parabólica em ambos os casos, porém, não o podemos afirmar com certeza, já que apenas foram retirados três pontos.

Tanto para o osciloscópio como para o voltímetro, os resíduos são muito próximos de zero, apresentando em ambos valores idênticos.

Uma vez que só foram utilizados três pontos nesta parte da análise experimental, torna-se essencial representar um gráfico de  $\log(V_{E_o})$  em função de  $\log(S)$ . Assim, se o  $m_{exp} = 1$ , podemos afirmar a linearidade entre  $V_{E_o}$  e  $S$ .

Ajuste Log( $V_{E_0}$ )[Log( $S$ )] - Voltímetro			
$m$	1,6	4,79	$b$
$s(m)$	0,3	1,05	$s(b)$
$r^2$	0,9565	0,095	$s(y)$

**Tabela 4:** Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $S$ , registado no Voltímetro

Ajuste Log( $V_{E_0}$ )[Log( $S$ )] - Osciloscópio			
$m$	1,5	4,5	$b$
$s(m)$	0,3	0,9	$s(b)$
$r^2$	0,96	0,08	$s(y)$

**Tabela 5:** Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $S$ , registado no Osciloscópio

Através da Tabela 4 e da Tabela 5, comprovamos que embora exista uma relação de proporcionalidade direta, o erro associado é bastante elevado, utilizando qualquer um dos instrumentos. Ainda assim, o erro associado ao osciloscópio é menor. O erro poderia ser reduzido tendo avaliado um maior número de pontos, ou seja, realizar a experiência com um maior número de bobinas de prova com diferentes diâmetros.

**Para o voltímetro:**

$$Erro(\%)(1,6) = \frac{|1,6 - 1,0|}{1} \times 100 = -59\% \quad (20)$$

$$u(\mu_0)(S)(\%) = 21,33\% \quad (21)$$

**Para o osciloscópio:**

$$Erro(\%)(1,5) = \frac{|1,5 - 1,0|}{1} \times 100 = 48\% \quad (22)$$

$$u(\mu_0)(S)(\%) = 19,80\% \quad (23)$$

Iremos agora proceder ao cálculo da permeabilidade magnética do vazio,  $\mu_o$ . Assim, sendo o declive dos gráficos 34 e 36 o valor de  $\frac{V_{E_o}}{S}$ , vamos ter que:

$$\mu_o = \frac{mL}{Nn\omega i_o} \quad (24)$$

Tomando como valor de referência é  $4\pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$  obtivemos, também, os seguintes valores experimentais:

**Para o voltímetro:**

$$\mu_o = (0,0000014 \pm 0,0000002) Hm^{-1} \quad (25)$$

$$u(\mu_o)(\%) = 16,28\% \quad (26)$$

$$Erro(\%) = 12,25\% \text{ (por excesso)} \quad (27)$$

**Para o osciloscópio:**

$$\mu_o = (0,0000014 \pm 0,0000002) Hm^{-1} \quad (28)$$

$$u(\mu_o)(\%) = 15,77\% \quad (29)$$

$$Erro(\%) = 9,99\% \text{ (por excesso)} \quad (30)$$

### 3 .5 Estudo da dependência de $V_{E_o}$ em função de $\theta$

Nesta parte da experiência, de forma a estudar a dependência de  $V_{E_o}$  em função de  $\theta$ , variou-se o ângulo entre valores da gama experimental  $[(0,0; 90,0) \pm 7,5]^\circ$ .

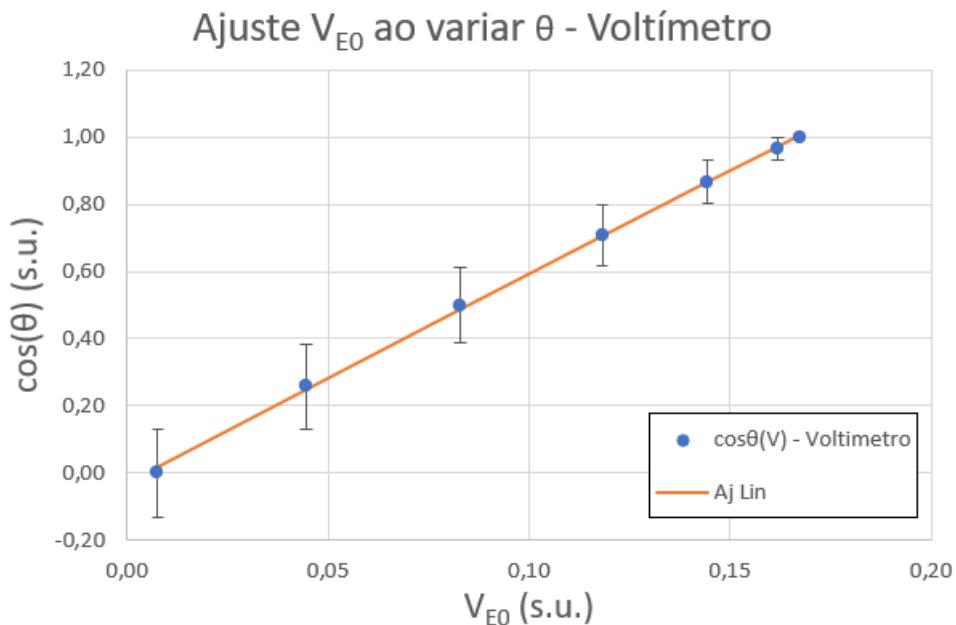
Para se executar este estudo fixou-se a frequência ( $f = 1496 \pm 1$ )Hz, bem como a amplitude de sinal de corrente que percorre o solenoide ( $i_o \approx 0,6986 \pm 0,0006$ )A.

De notar que nesta parte da atividade experimental foi utilizada a bobina 6, cujas características podem ser vistas na Tabela 1

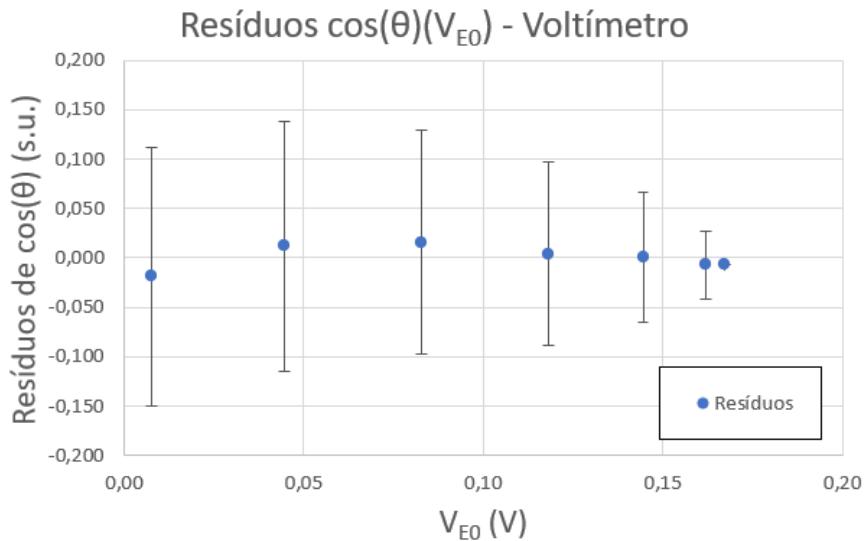
Mais uma vez, recorremos ao voltímetro e ao osciloscópio para o registo de da tensão induzida na bobina de prova, pelo que iremos analisar e comparar os resultados obtidos com cada um dos instrumentos.

Para testar a dependência de  $V_{E_0}$  relativamente ao ângulo,  $\theta$ , procedemos a uma representação gráfica de  $V_{E_0}$  em função de  $\cos(\theta)$ .

#### Dados retirados do voltímetro

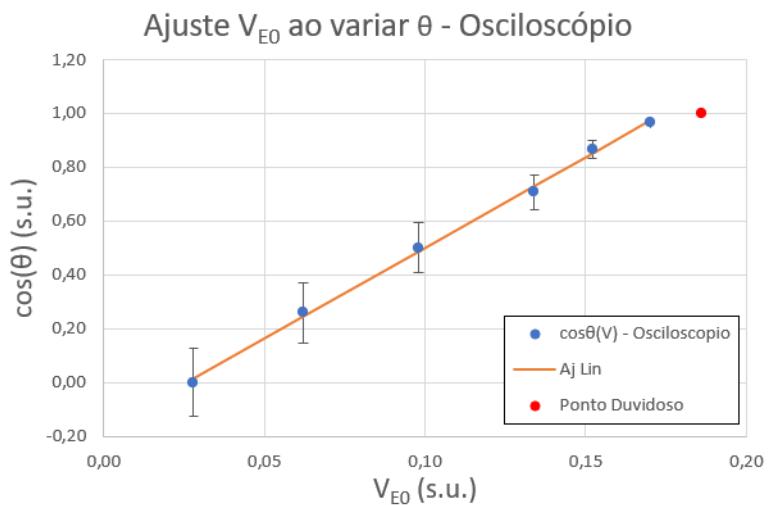


**Gráfico 38:**  $\cos(\theta)$  em função de  $V_{E_0}$ , voltímetro

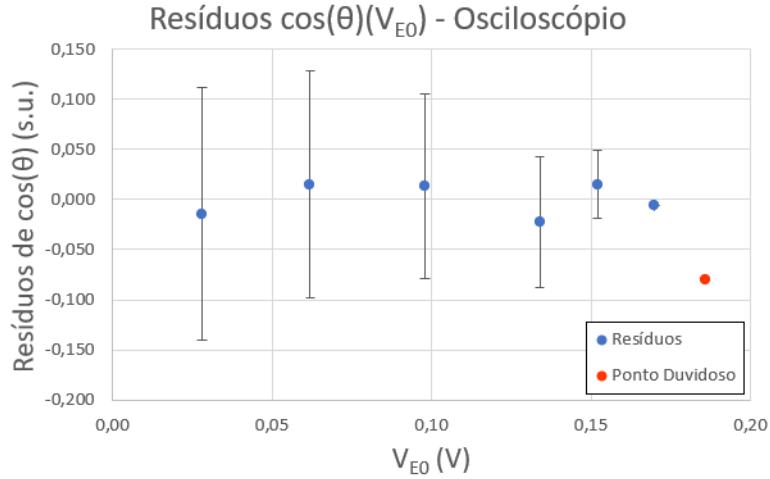


**Gráfico 39:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_0}$ .

**Dados retirados do osciloscópio**



**Gráfico 40:**  $\cos(\theta)$  em função de  $V_{E0}$ , osciloscópio



**Gráfico 41:** Gráfico de resíduos de  $V_{E_0}$ .

Através da análise dos gráficos 38 e 40 podemos concluir que existe uma relação de porporcionalidade direta entre  $V_{E_0}$  e  $\cos(\theta)$ . Os resíduos relativos ao voltímetro (gráfico 39) apesar de terem valores muito próximos de zero, apresentam uma tendência parabólica. O mesmo já não acontece no gráfico 41 quando lhe é retirado o ponto duvidoso, porém este tem valores de resíduos superiores ao gráfico 39.

Assim, consideramos o ajuste do voltímetro melhor que o do osciloscópio, teoria em parte suportada, também, pelo valor do  $r^2$  do voltímetro ser mais perto de 1 que o do osciloscópio, (consultar a Tabela 31 e a Tabela 32).

Para o comprovar, representamos um gráfico de  $\log(V_{E_0})$  em função de  $\log(\cos(\theta))$ . Assim, se o  $m_{exp} = 1$ , podemos afirmar a linearidade entre  $V_{E_0}$  e  $\theta$ .

Ajuste Log( $V_{E_0}$ )[Log( $\cos(\theta)$ )] - Voltímetro			
$m$	0,982	-0,778	$b$
$s(m)$	0,009	0,002	$s(b)$
$r^2$	0,9997	0,005	$s(y)$

**Tabela 6:** Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $\theta$ , registado no Voltímetro

Ajuste Log( $V_{E_0}$ )[Log( $\cos(\theta)$ )] - osciloscópio			
$m$	0,79	-0,8	$b$
$s(m)$	0,03	0,009	$s(b)$
$r^2$	0,993	0,02	$s(y)$

**Tabela 7:** Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $\theta$ , registado no osciloscópio

Analizando as tabelas Tabela 6 e Tabela 7, compreendemos que, ao utilizar o voltímetro, o declive da regressão feita corresponde a 0,982, enquanto que o declive utilizando o osciloscópio corresponde a 0,79. O que só mostra que nesta parte da atividade experimenta se verifica a linearidade entre  $VE_o$  e  $\cos(\theta)$ , embora o erro seja muito menor quando utilizamos o voltímetro.

**Para o voltímetro:**

$$Erro(\%)(m) = \frac{|m - 1|}{1} \times 100 = 1,757\% \quad (31)$$

$$u(m)(\%) = 0,91\% \quad (32)$$

**Para o voltímetro:**

$$Erro(\%)(m) = \frac{|m - 1|}{1} \times 100 = 21,07\% \quad (33)$$

$$u(m)(\%) = 4,31\% \quad (34)$$

Iremos agora proceder ao cálculo da permeabilidade magnética do vazio,  $\mu_o$ . Assim, sendo o declive dos gráficos 38 e 40 o valor de  $\frac{VE_o}{\cos(\theta)}$ , vamos ter que:

$$\mu_o = \frac{mL}{NnS\omega i_o} \quad (35)$$

Tomando como valor de referência  $4\pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$ , obtemos os seguintes resultados:

**Para o voltímetro:**

$$\mu_o = (0,00000095 \pm 0,00000001) Hm^{-1} \quad (36)$$

$$u(\mu_o)(\%) = 1,40\% \quad (37)$$

$$Erro(\%) = 24,06\% \text{ (por defeito)} \quad (38)$$

**Para o osciloscópio:**

$$\mu_o = (0,00000088 \pm 0,00000003) Hm^{-1} \quad (39)$$

$$u(\mu_o)(\%) = 3,72\% \quad (40)$$

$$Erro(\%) = 30,44\% \text{ (por defeito)} \quad (41)$$

Como seria de esperar o valor da permeabilidade magnética do vazio do voltímetro apresenta um menor erro (24,06%) e incerteza(0,00000001), relativamente ao valor obtido através do osciloscópio ( $Erro(\%) = 30,44\%$  e  $u(\mu_o) = 0,00000003$ ).

Apesar de tudo, esta discrepância entre os valores não é muito significativa, pelo que esta parte da atividade experimental poderia ter sido realizada com sucesso utilizando qualquer um dos instrumentos.

## 4 Resultados finais

	$\mu_0$ ref ( $Hm^{-1}$ )								1,26E-06	
	$\omega$		$i_0$		n		S		$\cos(\theta)$	
	Voltímetro	Osciloscópio	Voltímetro	Osciloscópio	Voltímetro	Osciloscópio	Voltímetro	Osciloscópio	Voltímetro	Osciloscópio
$\mu_0$ ( $Hm^{-1}$ )	1,092E-06	1,100E-06	1,22E-06	1,20E-06	1,10E-06	1,08E-06	1,4E-06	1,4E-06	9,6E-07	8,8E-07
$u(\mu_0)$ ( $Hm^{-1}$ )	4E-09	4E-09	8E-09	1E-08	8E-09	2E-09	2E-07	2E-07	1E-08	3E-08
$u(\mu_0)$ (%)	0,4%	0,4%	0,7%	1%	0,8%	0,2%	16%	16%	1%	3%
Erro (%)	13%	12%	3%	4%	12%	14%	12%	10%	24%	30%
Erro da linearidade (%)	3%	3%	-10%	-5%	1%	9%	-60%	-48%	2%	21%
Incerteza da linearidade (%)	0,4%	0,4%	0,7%	1%	0,7%	1%	21%	20%	0,9%	4%

**Tabela 8:** Tabela referente aos resultados finais

Por fim, consideramos que o valor final de  $\mu_0$  é o valor obtido através do estudo da variação de  $i_0$ . Isto deve-se as suas baixas incertezas e erro percentual relativo. O valor final de  $\mu_0$  é então:

$$\mu_0 = (1,211 \pm 0,006) \times 10^{-6} Hm^{-1} \quad (42)$$

## 5 Conclusões

Durante a realização de experiência foi possível verificar que a diferença de fase entre os dois sinais lidos no osciloscópio mantém-se constante, com o valor de  $\frac{\pi}{2}$ , sendo independente da variação de qualquer dos parâmetros em estudo. Isto é possível uma vez que a tensão  $V_{E_o}$  depende da derivada temporal da corrente do solenoide, ou seja, sendo  $i = i_o \sin(\omega t)$ , então a derivada temporal vai ser  $i_o \omega \cos(\omega t)$ , pelo que a diferença de fase será sempre  $\frac{\pi}{2}$ .

Em geral, através dos dados obtidos para o estudo dos diferentes parâmetros, a leitura dos valores de tensão lidos no voltímetro ou no osciloscópio não revelaram uma diferença muito significativa, uma vez que para alguns casos os dados obtidos através do voltímetro resultaram em melhores resultados finais e, consequentemente, erros percentuais menores, e nos outros casos verificou-se o contrário. Assim, não foi possível observar nenhuma tendência que nos leve a afirmar que a leitura de dados será melhor através do voltímetro ou do osciloscópio.

Deverá ter-se ainda em atenção o facto de que no estudo de variação da frequência foi bastante difícil manter o valor de  $i_o$  constante devido à pouca sensibilidade do aparelho, tendo-se verificado uma grande variação deste valor, o que evidentemente afetou o valor de  $\mu_0$  assim como o valor do erro experimental associado.

Antes de mais, deve-se notar que o valor de  $\mu_0$  tido como valor de referência é o valor indicado pelos docentes no protocólo da unidade curricular, que corresponde a  $4 \times \pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$ . Por último, foi possível concluir que o melhor estudo da dependência de  $V_{E_o}$  com diferentes parâmetros foi o de  $i_o$  ( $u(\mu_0) = 0,7\%$  e  $Erro(\%) = 3\%$ , no caso do voltímetro e  $u(\mu_0) = 1\%$  e  $Erro(\%) = 4\%$ , no caso do osciloscópio). Por sua vez, o estudo com a variação de  $S$  foi o que apresentou o

maior valor de incertezas ( $u(\mu_o) = 16\%$  e  $\text{Erro}(\%) = 12\%$ , no caso do voltímetro e  $u(\mu_o) = 16\%$  e  $\text{Erro}(\%) = 10\%$ , no caso do osciloscópio), uma vez que o estudo foi feito com base em apenas 3 pontos, este parâmetro foi também o que apresentou maior erro associado à linearização ( $\text{Erro}(\%) = -60\%$  para o voltímetro e  $-48\%$  para o osciloscópio). Verificou-se, ainda que os dados obtidos através da variação de  $\theta$  foi o que apresentou os maiores erros associados ( $u(\mu_o) = 1\%$  e  $\text{Erro}(\%) = 24\%$ , no caso do voltímetro e  $u(\mu_o) = 3\%$  e  $\text{Erro}(\%) = 30\%$ , no caso do osciloscópio), o que pode ser devido à reduzida dimensão da bobina de teste usada.

Deste modo, todos os erros obtidos foram por defeito, com excessão do estudo da variação do área, tendo se obtido valores percentuais de erro negativos para esses casos. No caso da área, como apenas foram registados 3 valores, não podemos tirar conclusões sobre o porque de ser o único com um erro percentual positivo.

Por fim, o valor final de  $\mu_0$  apresentado, tem uma incerteza percentual de  $u(\mu_0) = 0,5\%$  e um erro percentual relativo de  $\text{Erro}(\%) = 3,63\%$  por defeito.

## 6 Apêndice

### 6 .1 Estudo da dependência de $V_{E_0}$ em função de $\omega$

(f ± 1) Hz	(w ± 6) s⁻¹	Log(ω)	(i <sub>rms</sub> ± 0,001) A	(i <sub>0</sub> ± 0,001) A	Voltímetro					Osciloscópio				
					(V <sub>rms</sub> ± 0,0001) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,0001) V	Ajuste	Resíduos	Log(V <sub>E0</sub> )	(V <sub>rms</sub> ± 0,01) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,01) V	Ajuste	Resíduos	Log(V <sub>E0</sub> )
499	3135	3,4963	0,403	0,570	0,2765	0,3910	0,3942	-0,0032	-0,4078	0,28	0,40	0,40	-3,50E-03	-0,40
552	3468	3,5401	0,404	0,571	0,3062	0,4330	0,4342	-0,0011	-0,3635	0,31	0,44	0,44	-1,30E-03	-0,36
600	3770	3,5763	0,408	0,577	0,3353	0,4742	0,4703	0,0039	-0,3241	0,34	0,48	0,48	4,69E-03	-0,32
646	4059	3,6084	0,401	0,567	0,3545	0,5013	0,5050	-0,0036	-0,2999	0,36	0,51	0,51	-3,35E-03	-0,29
697	4379	3,6414	0,401	0,567	0,3813	0,5392	0,5434	-0,0041	-0,2682	0,39	0,55	0,55	-2,46E-03	-0,26
750	4712	3,6732	0,406	0,574	0,4158	0,5880	0,5833	0,0048	-0,2306	0,42	0,59	0,59	3,98E-03	-0,23
796	5001	3,6991	0,408	0,577	0,4431	0,6266	0,6179	0,0087	-0,2030	0,45	0,63	0,62	1,01E-02	-0,20
847	5322	3,7261	0,406	0,574	0,4701	0,6648	0,6563	0,0085	-0,1773	0,47	0,67	0,66	6,72E-03	-0,17
898	5642	3,7515	0,401	0,567	0,4879	0,6900	0,6947	-0,0047	-0,1612	0,49	0,70	0,70	-5,12E-03	-0,16
952	5982	3,7768	0,403	0,570	0,5201	0,7355	0,7354	0,0001	-0,1334	0,53	0,74	0,74	-8,49E-04	-0,13
1003	6302	3,7995	0,402	0,569	0,5443	0,7698	0,7738	-0,0041	-0,1136	0,55	0,78	0,78	-4,20E-03	-0,11
1046	6572	3,8177	0,402	0,569	0,5692	0,8050	0,8062	-0,0012	-0,0942	0,58	0,81	0,81	-1,49E-03	-0,09
1099	6905	3,8392	0,404	0,571	0,5993	0,8475	0,8461	0,0014	-0,0718	0,61	0,86	0,85	2,13E-03	-0,07
1149	7219	3,8585	0,403	0,570	0,6231	0,8812	0,8838	-0,0026	-0,0549	0,63	0,89	0,89	-1,88E-03	-0,05
1204	7565	3,8788	0,403	0,570	0,6531	0,9236	0,9252	-0,0016	-0,0345	0,66	0,93	0,93	-2,62E-03	-0,03
1252	7867	3,8958	0,407	0,576	0,6847	0,9683	0,9613	0,0070	-0,0140	0,69	0,98	0,97	6,21E-03	-0,01
1303	8187	3,9131	0,401	0,567	0,7003	0,9904	0,9997	-0,0094	-0,0042	0,71	1,00	1,01	-9,88E-03	0,00
1350	8482	3,9285	0,404	0,571	0,7309	1,0336	1,0351	-0,0015	0,0144	0,74	1,04	1,05	-1,71E-03	0,02
1400	8796	3,9443	0,404	0,571	0,7586	1,0728	1,0728	0,0000	0,0305	0,77	1,08	1,08	-6,13E-05	0,03
1448	9098	3,9589	0,401	0,567	0,7775	1,0996	1,1089	-0,0094	0,0412	0,79	1,11	1,12	-8,21E-03	0,05
1500	9425	3,9743	0,405	0,573	0,8142	1,1515	1,1481	0,0033	0,0612	0,82	1,16	1,16	3,23E-03	0,07
1552	9752	3,9891	0,405	0,573	0,8403	1,1884	1,1873	0,0011	0,0749	0,85	1,20	1,20	1,95E-03	0,08
1600	10053	4,0023	0,405	0,573	0,8666	1,2256	1,2234	0,0021	0,0883	0,88	1,24	1,24	2,29E-03	0,09
1650	10367	4,0157	0,405	0,573	0,8956	1,2666	1,2611	0,0055	0,1026	0,90	1,28	1,27	5,35E-03	0,11

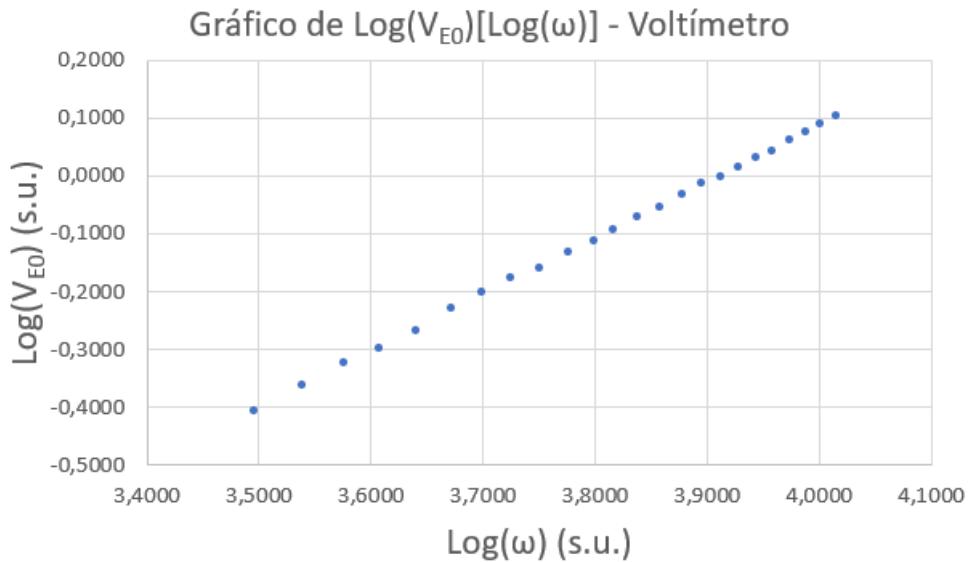
**Tabela 9:** Tabela de registo dos valores referentes ao ensaio da variação da frequência.

Ajuste $V_{E0}$ ao variar $\omega$ - Voltímetro			
m	0,0001199	0,018	b
s(m)	0,0000005	0,003	s(b)
r^2	0,9997	0,005	s(y)

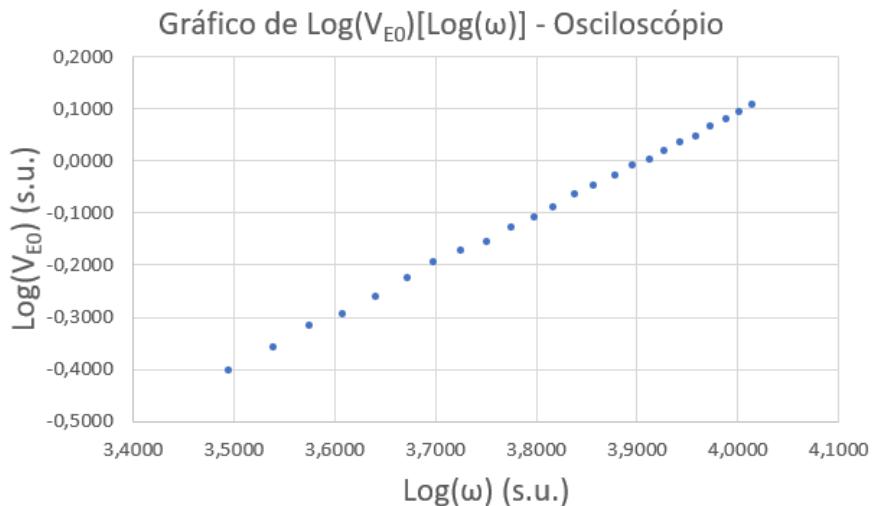
**Tabela 10:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $\omega$  do ensaio da variação da frequência, registado no voltímetro

Ajuste $V_{E0}$ para variar $\omega$ - Osciloscópio			
m	0,0001208	0,021	b
s(m)	0,0000005	0,003	s(b)
r^2	0,9997	0,005	s(y)

**Tabela 11:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  do ensaio da frequência, registado no osciloscópio



**Gráfico 42:**  $\log(V_{E_0})$  em função de  $\log(\omega)$ , registado no voltímetro



**Gráfico 43:**  $\log(V_{E_0})$  em função de  $\log(\omega)$ , registado no osciloscópio

## 6 .2 Estudo da dependência de $V_{E_0}$ em função de $i_0$

(f ± 1) Hz	(w ± 6) s⁻¹	(i <sub>rms</sub> ± 0,001) A	(i <sub>0</sub> ± 0,001) A	Ensaio 1 - Grupo 2B - Reduzir Amplitude da Corrente						Osciloscópio			
				Voltímetro				Ajuste	Resíduos	(V <sub>pico a pico</sub> ± 0,01) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,01) V	Ajuste	Resíduos
				(V <sub>rms</sub> ± 0,0001) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,0001) V	Ajuste	Resíduos						
1501	9431	0,308	0,436	0,6324	0,8943	0,8768	0,0175	1,84	0,92	0,91	1,33E-02		
1501	9431	0,320	0,453	0,6546	0,9257	0,9117	0,0140	1,90	0,95	0,94	8,35E-03		
1501	9431	0,344	0,486	0,6911	0,9774	0,9815	-0,0042	2,02	1,01	1,01	-1,53E-03		
1501	9431	0,357	0,505	0,7155	1,0119	1,0193	-0,0075	2,08	1,04	1,05	-9,38E-03		
1501	9431	0,372	0,526	0,7434	1,0513	1,0630	-0,0117	2,18	1,09	1,09	-3,05E-03		
1501	9431	0,393	0,556	0,7851	1,1103	1,1241	-0,0138	2,29	1,15	1,15	-9,20E-03		
1501	9431	0,412	0,583	0,8272	1,1698	1,1793	-0,0095	2,40	1,20	1,21	-9,52E-03		
1501	9431	0,428	0,605	0,8624	1,2196	1,2259	-0,0063	2,50	1,25	1,26	-6,10E-03		
1501	9431	0,439	0,621	0,8868	1,2541	1,2579	-0,0038	2,58	1,29	1,29	1,87E-03		
1501	9431	0,448	0,634	0,9066	1,2821	1,2841	-0,0019	2,62	1,31	1,31	-4,33E-03		
1501	9431	0,467	0,660	0,9502	1,3438	1,3393	0,0045	2,74	1,37	1,37	3,46E-04		
1501	9431	0,478	0,676	0,9740	1,3774	1,3713	0,0061	2,82	1,41	1,40	8,32E-03		
1501	9431	0,486	0,687	0,9904	1,4006	1,3946	0,0060	2,86	1,43	1,42	5,03E-03		
1501	9431	0,496	0,701	1,0140	1,4340	1,4237	0,0103	2,92	1,46	1,45	5,91E-03		

**Tabela 12:** Tabela de registo dos valores referentes ao primeiro ensaio da variação da amplitude da corrente elétrica.

(f ± 1) Hz	(w ± 6) s⁻¹	(i <sub>rms</sub> ± 0,001) A	(i <sub>0</sub> ± 0,001) A	Ensaio 2 - Grupo 2B - Reduzir Amplitude da Corrente						Osciloscópio			
				Voltímetro				Ajuste	Resíduos	(V <sub>pico a pico</sub> ± 0,01) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,01) V	Ajuste	Resíduos
				(V <sub>rms</sub> ± 0,0001) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,0001) V	Ajuste	Resíduos						
1302	8181	0,498	0,7043	0,8857	1,2526	1,2479	0,0047	2,58	1,29	1,28	5,83E-03		
1302	8181	0,480	0,6788	0,8504	1,2026	1,2006	0,0020	2,46	1,23	1,24	-5,93E-03		
1302	8181	0,467	0,6604	0,8281	1,1711	1,1665	0,0046	2,41	1,21	1,20	3,91E-03		
1302	8181	0,439	0,6208	0,7738	1,0943	1,0930	0,0013	2,26	1,13	1,13	3,94E-03		
1302	8181	0,421	0,5954	0,7373	1,0427	1,0458	-0,0031	2,16	1,08	1,08	2,18E-03		
1302	8181	0,410	0,5798	0,7167	1,0136	1,0169	-0,0033	2,10	1,05	1,05	1,66E-03		
1302	8181	0,395	0,5586	0,6877	0,9726	0,9775	-0,0050	2,01	1,01	1,01	-3,14E-03		
1302	8181	0,378	0,5346	0,6546	0,9257	0,9329	-0,0071	1,90	0,95	0,96	-1,26E-02		
1302	8181	0,363	0,5134	0,6268	0,8864	0,8935	-0,0071	1,84	0,92	0,92	-2,39E-03		
1302	8181	0,346	0,4893	0,5981	0,8458	0,8489	-0,0031	1,74	0,87	0,88	-6,83E-03		
1302	8181	0,329	0,4653	0,5680	0,8033	0,8043	-0,0010	1,66	0,83	0,83	-1,28E-03		
1302	8181	0,314	0,4441	0,5455	0,7715	0,7649	0,0065	1,58	0,79	0,79	-1,08E-03		
1302	8181	0,304	0,4299	0,5297	0,7491	0,7387	0,0105	1,56	0,78	0,76	1,57E-02		

**Tabela 13:** Tabela de registo dos valores referentes ao segundo ensaio da variação da amplitude da corrente elétrica.

(f ± 1) Hz	(w ± 6) s⁻¹	(i <sub>rms</sub> ± 0,001) A	(i <sub>0</sub> ± 0,001) A	Ensaio 3 - Grupo 2A						Osciloscópio			
				Voltímetro				Ajuste	Resíduos	(V <sub>pico a pico</sub> ± 0,01) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,01) V	Ajuste	Resíduos
				(V <sub>rms</sub> ± 0,0001) V	(V <sub>E0</sub> ± 0,0001) V	Ajuste	Resíduos						
1501	9431	0,497	0,7029	1,0111	1,4299	1,4150	0,0149	2,92	1,46	1,45	8,57E-03		
1501	9431	0,481	0,6802	0,9749	1,3787	1,3695	0,0092	2,82	1,41	1,41	4,84E-03		
1501	9431	0,475	0,6718	0,9615	1,3598	1,3524	0,0074	2,78	1,39	1,39	2,18E-03		
1501	9431	0,462	0,6534	0,9349	1,3221	1,3154	0,0067	2,74	1,37	1,35	1,98E-02		
1501	9431	0,453	0,6406	0,9143	1,2930	1,2898	0,0032	2,66	1,33	1,32	5,80E-03		
1501	9431	0,444	0,6279	0,8942	1,2646	1,2642	0,0004	2,60	1,30	1,30	1,82E-03		
1501	9431	0,431	0,6095	0,8641	1,2220	1,2272	0,0052	2,50	1,25	1,26	-1,06E-02		
1501	9431	0,420	0,5940	0,8422	1,1911	1,1959	-0,0049	2,46	1,23	1,23	1,22E-03		
1501	9431	0,411	0,5812	0,8220	1,1625	1,1703	-0,0078	2,38	1,19	1,20	-1,28E-02		
1501	9431	0,401	0,5671	0,8000	1,1314	1,1419	-0,0105	2,34	1,17	1,17	-3,84E-03		
1501	9431	0,395	0,5586	0,7874	1,1136	1,1248	-0,0112	2,30	1,15	1,16	-6,49E-03		
1501	9431	0,383	0,5416	0,7618	1,0773	1,0906	-0,0133	2,20	1,10	1,12	-2,18E-02		
1501	9431	0,374	0,5289	0,7453	1,0540	1,0650	-0,0110	2,18	1,09	1,10	-5,77E-03		
1501	9431	0,367	0,5190	0,7327	1,0362	1,0451	-0,0089	2,14	1,07	1,08	-5,53E-03		
1501	9431	0,354	0,5006	0,7076	1,0007	1,0081	-0,0074	2,06	1,03	1,04	-7,94E-03		
1501	9431	0,344	0,4865	0,6883	0,9734	0,9797	-0,0063	2,00	1,00	1,01	-9,03E-03		
1501	9431	0,333	0,4709	0,6679	0,9446	0,9484	-0,0038	1,94	0,97	0,98	-7,22E-03		
1501	9431	0,319	0,4511	0,6461	0,9137	0,9085	0,0052	1,88	0,94	0,94	3,26E-03		
1501	9431	0,307	0,4342	0,6298	0,8907	0,8744	0,0163	1,84	0,92	0,90	1,80E-02		
1501	9431	0,294	0,4158	0,6113	0,8645	0,8374	0,0271	1,78	0,89	0,86	2,55E-02		

**Tabela 14:** Tabela de registo dos valores referentes ao terceiro ensaio da variação da amplitude da corrente elétrica.

ENSAIO	Gama final para análise													
	(f ± 6) Hz	(w ± 6) s <sup>-1</sup>	(I <sub>mag</sub> ± 0,001) A	(I <sub>0</sub> ± 0,001) A	Log(i <sub>0</sub> )	Voltímetro				Osciloscópio				
	(V <sub>E0</sub> ± 0,0001) V	(V <sub>B</sub> ± 0,0001) V	Ajuste	Resíduos	Log(V <sub>E0</sub> )	(V <sub>E0+res</sub> ± 0,01) V	(V <sub>B</sub> ± 0,01) V	Ajuste	Resíduos	Log(V <sub>B</sub> )				
1	1501	9431	0,393	0,556	-0,255	0,7851	1,1103	1,1077	0,0026	0,0454	2,29	1,15	1,14	2,14E-03 5,88E-02
	1501	9431	0,412	0,583	-0,235	0,8272	1,1698	1,1672	0,0027	0,0681	2,40	1,20	1,20	-1,42E-03 7,92E-02
	1501	9431	0,428	0,605	-0,218	0,8624	1,2196	1,2172	0,0024	0,0862	2,50	1,25	1,25	-7,33E-04 9,69E-02
	1501	9431	0,439	0,621	-0,207	0,8868	1,2541	1,2516	0,0025	0,0983	2,58	1,29	1,28	5,36E-03 1,11E-01
	1501	9431	0,448	0,634	-0,198	0,9066	1,2821	1,2797	0,0024	0,1079	2,62	1,31	1,31	-2,38E-03 1,17E-01
	1501	9431	0,467	0,660	-0,180	0,9502	1,3438	1,3392	0,0046	0,1283	2,74	1,37	1,37	-9,39E-04 1,37E-01
	1501	9431	0,478	0,676	-0,170	0,9740	1,3774	1,3736	0,0039	0,1391	2,82	1,41	1,40	5,16E-03 1,49E-01
	1501	9431	0,486	0,687	-0,163	0,9904	1,4006	1,3986	0,0021	0,1463	2,86	1,43	1,43	4,99E-04 1,55E-01
	1501	9431	0,496	0,701	-0,154	1,0140	1,4340	1,4299	0,0042	0,1566	2,92	1,46	1,46	-3,23E-04 1,64E-01
	1501	9431	0,497	0,703	-0,153	1,0111	1,4299	1,4330	-0,0031	0,1553	2,92	1,46	1,46	-3,41E-03 1,64E-01
3	1501	9431	0,481	0,680	-0,167	0,9749	1,3787	1,3829	-0,0042	0,1395	2,82	1,41	1,41	-4,09E-03 1,49E-01
	1501	9431	0,475	0,672	-0,173	0,9615	1,3598	1,3642	-0,0044	0,1335	2,78	1,39	1,40	-5,60E-03 1,43E-01
	1501	9431	0,462	0,653	-0,185	0,9349	1,3221	1,3235	-0,0014	0,1213	2,74	1,37	1,36	1,45E-02 1,37E-01
	1501	9431	0,453	0,641	-0,193	0,9143	1,2930	1,2954	-0,0024	0,1116	2,66	1,33	1,33	2,21E-03 1,24E-01
	1501	9431	0,444	0,628	-0,202	0,8942	1,2646	1,2672	-0,0027	0,1019	2,60	1,30	1,30	-4,79E-05 1,14E-01
	1501	9431	0,431	0,610	-0,215	0,8641	1,2220	1,2266	-0,0046	0,0871	2,50	1,25	1,26	-9,98E-03 9,69E-02
	1501	9431	0,420	0,594	-0,226	0,8422	1,1911	1,1921	-0,0011	0,0759	2,46	1,23	1,23	3,93E-03 8,99E-02
	1501	9431	0,411	0,581	-0,236	0,8220	1,1625	1,1640	-0,0016	0,0654	2,38	1,19	1,20	8,33E-03 7,55E-02
	1501	9431	0,401	0,567	-0,246	0,8000	1,1314	1,1328	-0,0014	0,0536	2,34	1,17	1,17	2,49E-03 6,82E-02
	1501	9431	0,395	0,559	-0,253	0,7874	1,1136	1,1140	-0,0005	0,0467	2,30	1,15	1,15	9,80E-04 6,07E-02

**Tabela 15:** Tabela da gama experimental utilizada de modo a analisar os resultados da variação da amplitude da corrente elétrica

Ajuste V <sub>E0</sub> ao variar i - Voltímetro			
m	2,06	-0,02	b
s(m)	0,03	0,02	s(b)
r^2	0,997	0,01	s(y)

**Tabela 16:** Tabela da regressão Linear dos valores de V<sub>E0</sub> em função de i<sub>0</sub> do primeiro ensaio da amplitude, registado no voltímetro

Ajuste V <sub>E0</sub> para variar i - Osciloscópio			
m	2,06	0,01	b
s(m)	0,02	0,01	s(b)
r^2	0,998	0,01	s(y)

**Tabela 17:** Tabela da regressão Linear dos valores de V<sub>E0</sub> em função de i<sub>0</sub> do primeiro ensaio da amplitude, registado no osciloscópio

Ajuste V <sub>E0</sub> ao variar i - Voltímetro			
m	1,86	-0,06	b
s(m)	0,02	0,01	s(b)
r^2	0,9989	0,006	s(y)

**Tabela 18:** Tabela da regressão Linear dos valores de V<sub>E0</sub> em função de i<sub>0</sub> do segundo ensaio da amplitude, registado no voltímetro

Ajuste $V_{E0}$ para variar $i$ - Osciloscópio			
m	1,89	-0,05	b
s(m)	0,02	0,01	s(b)
r^2	0,998	0,007	s(y)

**Tabela 19:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  do segundo ensaio da amplitude, registado no osciloscópio

Ajuste $V_{E0}$ ao variar $i$ - Voltímetro			
m	2,01	0,0009	b
s(m)	0,03	0,0171	s(b)
r^2	0,996	0,01	s(y)

**Tabela 20:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  do terceiro ensaio da amplitude, registado no voltímetro

Ajuste $V_{E0}$ para variar $i$ - Osciloscópio			
m	2,04	0,01	b
s(m)	0,03	0,02	s(b)
r^2	0,996	0,01	s(y)

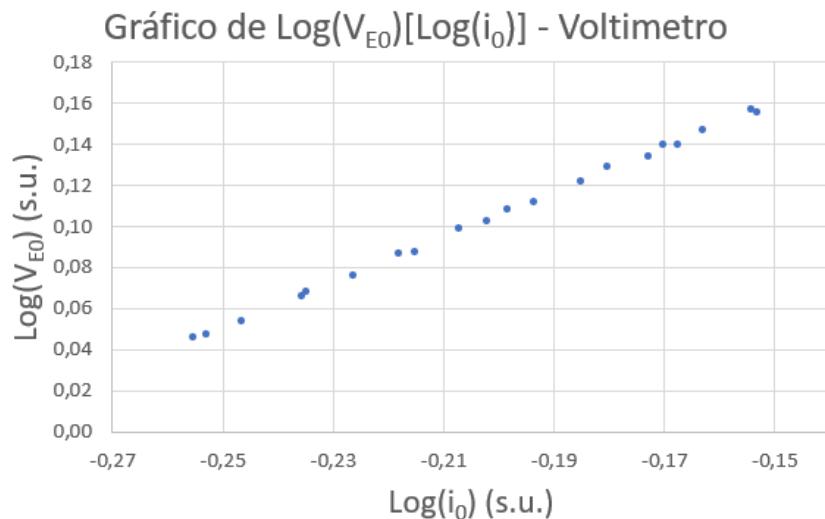
**Tabela 21:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  do terceiro ensaio da amplitude, registado no osciloscópio

Ajuste $V_{E0}$ ao variar $i$ - Voltímetro			
m	2,21	-0,1213	b
s(m)	0,02	0,0095	s(b)
r^2	0,9992	0,003	s(y)

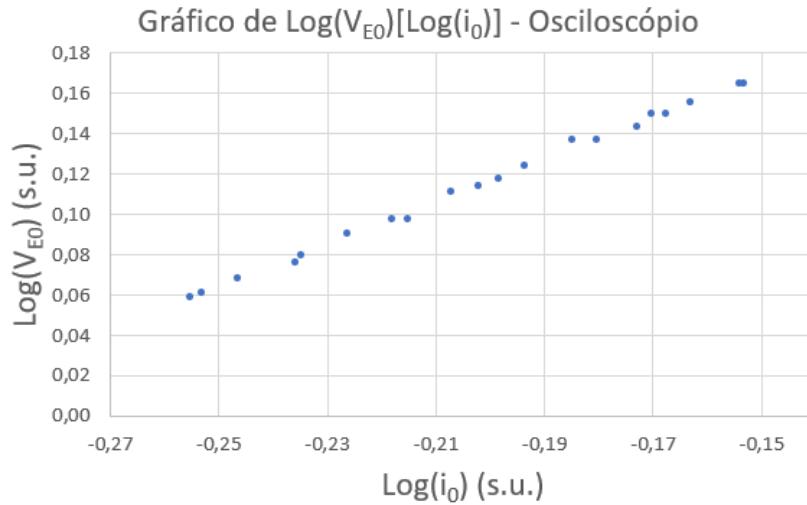
**Tabela 22:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  da gama final da amplitude, registado no voltímetro

Ajuste $V_{E0}$ ao variar $i$ - Osciloscópio			
m	2,18	-0,07	b
s(m)	0,03	0,02	s(b)
$r^2$	0,997	0,005	s(y)

**Tabela 23:** Tabela da regressão Linear dos valores de  $V_{E0}$  em função de  $i_0$  da gama final da amplitude, registado no osciloscópio



**Gráfico 44:** Gráfico de  $\log(V_{E0})$  em função de  $\log(i_0)$  para a gama final usando o Voltímetro



**Gráfico 45:** Gráfico de  $\log(V_{E_0})$  em função de  $\log(i_0)$  para a gama final usando o Osciloscópio

### 6 .3 Estudo da dependência de $VE_0$ em função de $n$

Bobinas	n	Log(n)	$(f \pm 1) \text{ Hz}$	$(w \pm 6) \text{ s}^{-1}$	$(i_{imp} \pm 0,001) \text{ A}$	$(i_c \pm 0,001) \text{ A}$	Voltímetro				Osciloscópio					
							$(V_{max} \pm 0,0001) \text{ V}$	$(V_{min} \pm 0,0001) \text{ V}$	Ajuste	Resíduos	$\log(V_{E_0})$	$(V_{pico \pm 0,01}) \text{ V}$	$(V_{E_0 \pm 0,01}) \text{ V}$	Ajuste	Resíduos	$\log(V_{E_0})$
1	300	2,477	1501	9431	0,498	0,704	1,0172	1,4385	1,4269	0,0117	0,1529	2,94	1,45	1,47	1,00E-03	1,67E-04
4	200	2,301	1501	9431	0,498	0,704	0,6832	0,9662	0,9579	0,0083	-0,0149	2,01	1,01	1,01	-3,50E-03	2,11E-03
5	100	2,000	1501	9431	0,496	0,701	0,3381	0,4781	0,4890	-0,0109	-0,3204	1,10	0,55	0,55	2,00E-03	2,60E-01
7	400	2,602	1501	9431	0,496	0,701	1,3372	1,8911	1,8957	-0,0046	0,2767	3,86	1,93	1,93	5,00E-04	2,86E-01
8	500	2,699	1501	9431	0,497	0,703	1,6689	2,3602	2,3646	-0,0044	0,3729	4,78	2,39	2,39	0,00E+00	3,78E-01

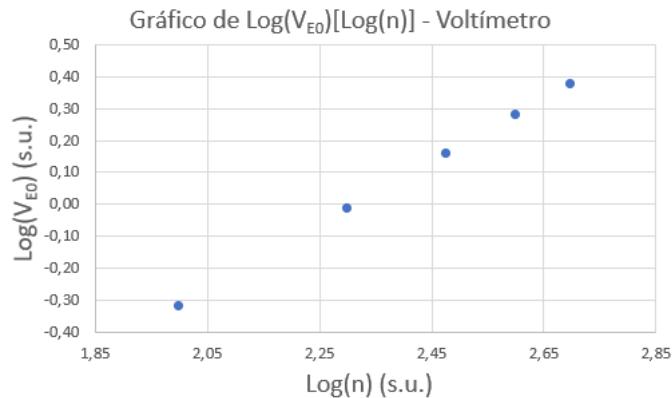
**Tabela 24:** Tabela da gama experimental utilizada de modo a analisar os resultados da variação de  $VE_0$  em função de  $n$

Ajuste $VE_0$ ao variar $n$ - Voltímetro			
m	0,00469	0,02	b
s(m)	0,00003	0,01	s(b)
r^2	0,9998	0,01	s(y)

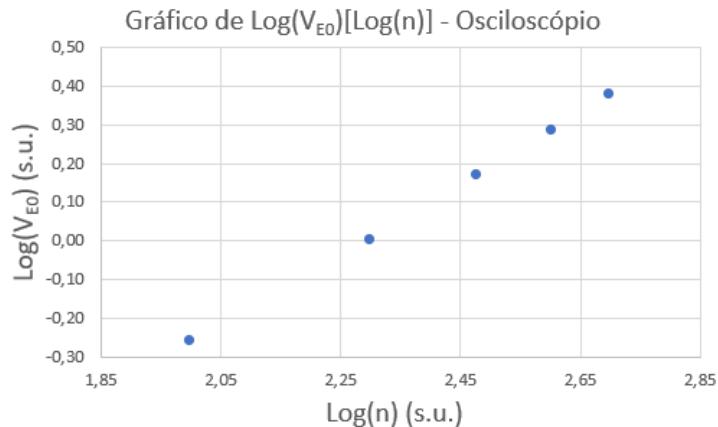
**Tabela 25:** Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $n$ , registado no voltímetro

Ajuste $VE_0$ para variar $n$ - Osciloscópio			
m	0,004605	0,088	b
s(m)	0,000008	0,003	s(b)
r^2	0,999992	0,002	s(y)

**Tabela 26:** Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $n$ , registado no osciloscópio



**Gráfico 46:**  $\log(V_{E0})$  em função de  $\log(n)$ , voltímetro



**Gráfico 47:**  $\log(V_{E0})$  em função de  $\log(n)$ , osciloscópio

#### 6 .4 Estudo da dependência de $V_{E0}$ em função de $S$

Bobinas	D (m)	$S (m^2)$	$\log(S)$	$(f \pm 1) \text{ Hz}$	$(\omega \pm 0) \text{ s}^{-1}$	$(I_m \pm 0,001) \text{ A}$	$(I_0 \pm 0,001) \text{ A}$	Voltímetro				Osciloscópio					
								$(V_{mig} \pm 0,0001) \text{ V}$	$(V_{EG} \pm 0,0001) \text{ V}$	Ajuste	Residuo	$\log(V_{E0})$	$(V_{picco \times picco} \pm 0,01) \text{ V}$	$(V_E \pm 0,01) \text{ V}$	Ajuste	Residuo	$\log(V_{E0})$
1	0,041	0,00132	-2,87934	1501	9431	0,497	0,703	1,0104	1,4289	1,4704	0,0415	0,1550	2,90	1,45	1,49	-0,04	0,16
2	0,033	0,00086	-3,06788	1501	9431	0,497	0,703	0,6636	0,9385	0,8374	0,1010	-0,0276	1,93	0,97	0,87	0,10	-0,02
3	0,026	0,00053	-3,27496	1501	9431	0,497	0,703	0,2378	0,3363	0,3958	-0,0595	-0,4733	0,76	0,38	0,44	-0,06	-0,42

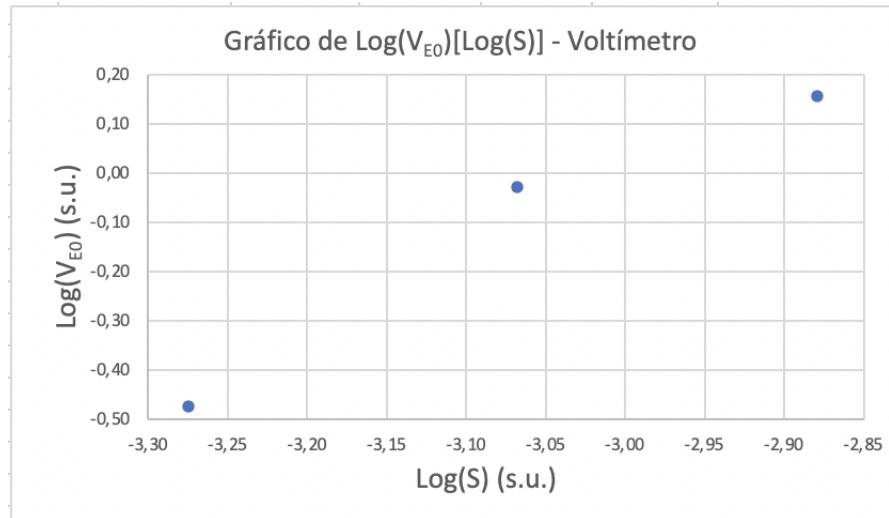
**Tabela 27:** Tabela da gama experimental utilizada de modo a analisar os resultados da variação de  $V_{E0}$  em função de  $S$

Ajuste VEO ao variar S - Voltímetro				
m	1361	-0,3	b	
s(m)	222	0,2	s(b)	
r^2	0,97	0,1	s(y)	

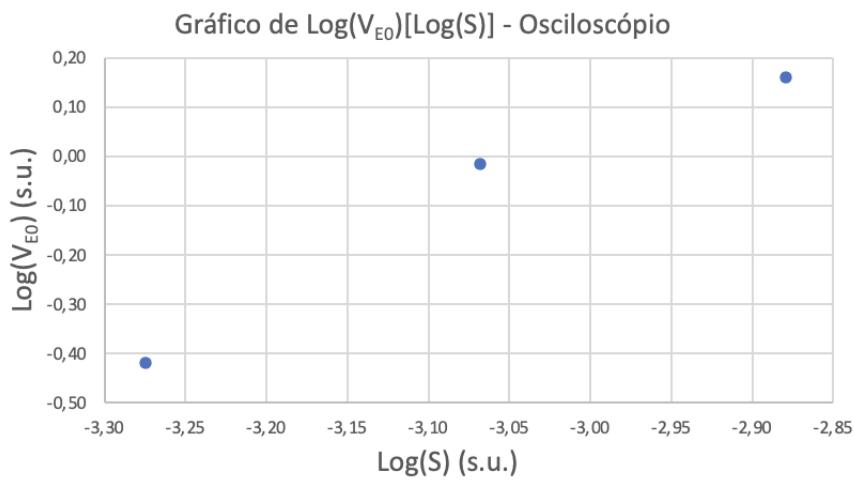
**Tabela 28:** Matriz de ajuste ao gráfico 34, voltímetro

Ajuste $V_{E0}$ para variar S - Osciloscópio			
m	1334	-0,3	b
s(m)	210	0,2	s(b)
$r^2$	0,98	0,1	s(y)

**Tabela 29:** Matriz de ajuste ao gráfico 36 osciloscópio



**Gráfico 48:**  $\log(V_{E0})$  em função de  $\log(S)$ , voltímetro



**Gráfico 49:**  $\log(V_{E0})$  em função de  $\log(S)$ , osciloscópio

## 6 .5 Estudo da dependência de $V_{E_0}$ em função de $\theta$

$(\theta \pm 7,5)^\circ$	$(\theta \pm 1)$ rad	$\cos(\theta)$	$w\cos(\theta)$	$(f \pm 1)$ Hz	$(w \pm 6) s^{-1}$	$(I_{max} \pm 0,001) A$	$(I_0 \pm 0,001) A$	$[V_{E_0} \pm 0,0001] V$	$[V_{E_0} \pm 0,001] V$	Voltímetro	Osciloscópio
0	0,0	1,000	0,000	0,000	1496	0,495	0,700	0,183	0,1673	1,0065	-0,0065 -0,7765
15	0,261	0,966	-0,005	0,000	1496	0,495	0,700	0,145	0,1673	1,0065	-0,0065 -0,7765
30	0,5	0,866	-0,005	-0,001	1496	0,495	0,700	0,122	0,1445	0,8656	0,0004 -0,8400
45	0,8	0,707	-0,005	-0,0151	1496	0,490	0,694	0,699	0,0836	0,7029	0,0042 -0,9273
60	1,0	0,500	-0,1113	-0,301	1496	0,490	0,693	0,697	0,0596	0,4842	0,0158 -1,0816
75	1,143	0,339	-0,301	-0,547	1496	0,490	0,693	0,697	0,0445	0,2475	0,0118 -1,3512
90	1,6	0,000	-0,1113	-0,301	1496	0,490	0,694	0,699	0,0270	0,0185	0,0185 -0,0185

Tabela 30: Tabela de registo dos valores referentes ao ensaio da variação do ângulo.

Ajuste VEO ao variar $\theta$ - Voltímetro			
$m$	0,161	0,005	$b$
$s(m)$	0,002	0,002	$s(b)$
$r^2$	0,9990	0,002	$s(y)$

Tabela 31: Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $\theta$ , registado no voltímetro

Ajuste VEO para variar $\theta$ - Osciloscópio			
$m$	0,148	0,026	$b$
$s(m)$	0,003	0,002	$s(b)$
$r^2$	0,998	0,003	$s(y)$

Tabela 32: Tabela da regressão linear de  $V_{E_0}$  em função de  $\theta$ , registado no osciloscópio

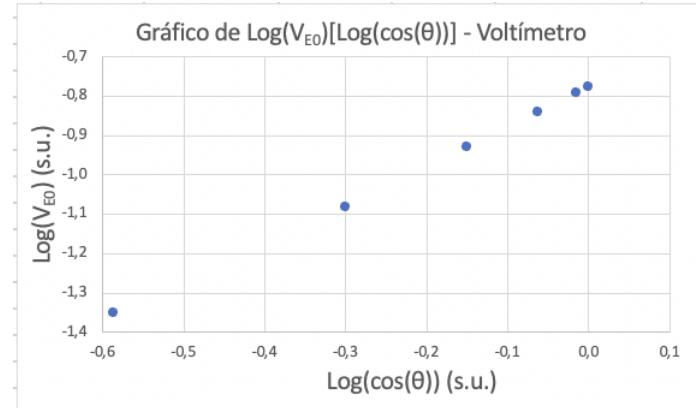
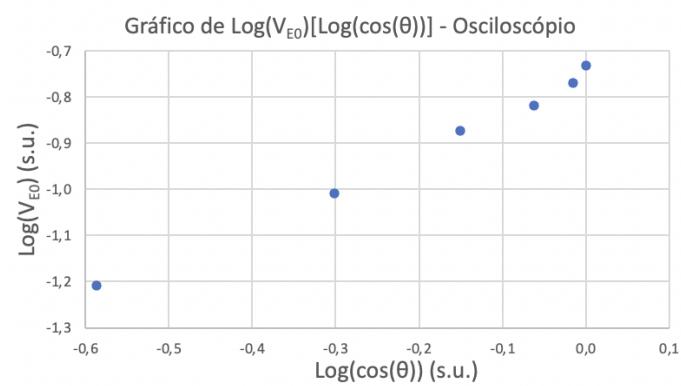


Gráfico 50:  $\log(V_{E_0})$  em função de  $\log(\cos(\theta))$ , voltímetro



**Gráfico 51:**  $\text{Log}(V_{E_0})$  em função de  $\text{Log}(\cos(\theta))$ , osciloscópio