

17.

Intensidade da luz vs Distância e atenuação de filtros

Carolina Griné, Maria Ribeiro, Emília Leite, Alexandre Miranda e
Miguel Neto

Departamento de Física e Astronomia, Faculdade de Ciências da
Universidade do Porto

Abril, 2023

1. Objetivos

- Verificar experimentalmente a proporcionalidade que a potência luminosa de uma fonte e o quadrado da distância ao detector são à fonte são inversamente proporcionais

- Determinar o coeficiente de absorção de filtros

* \rightarrow ??

2. Execução experimental

2.1. Montagem experimental

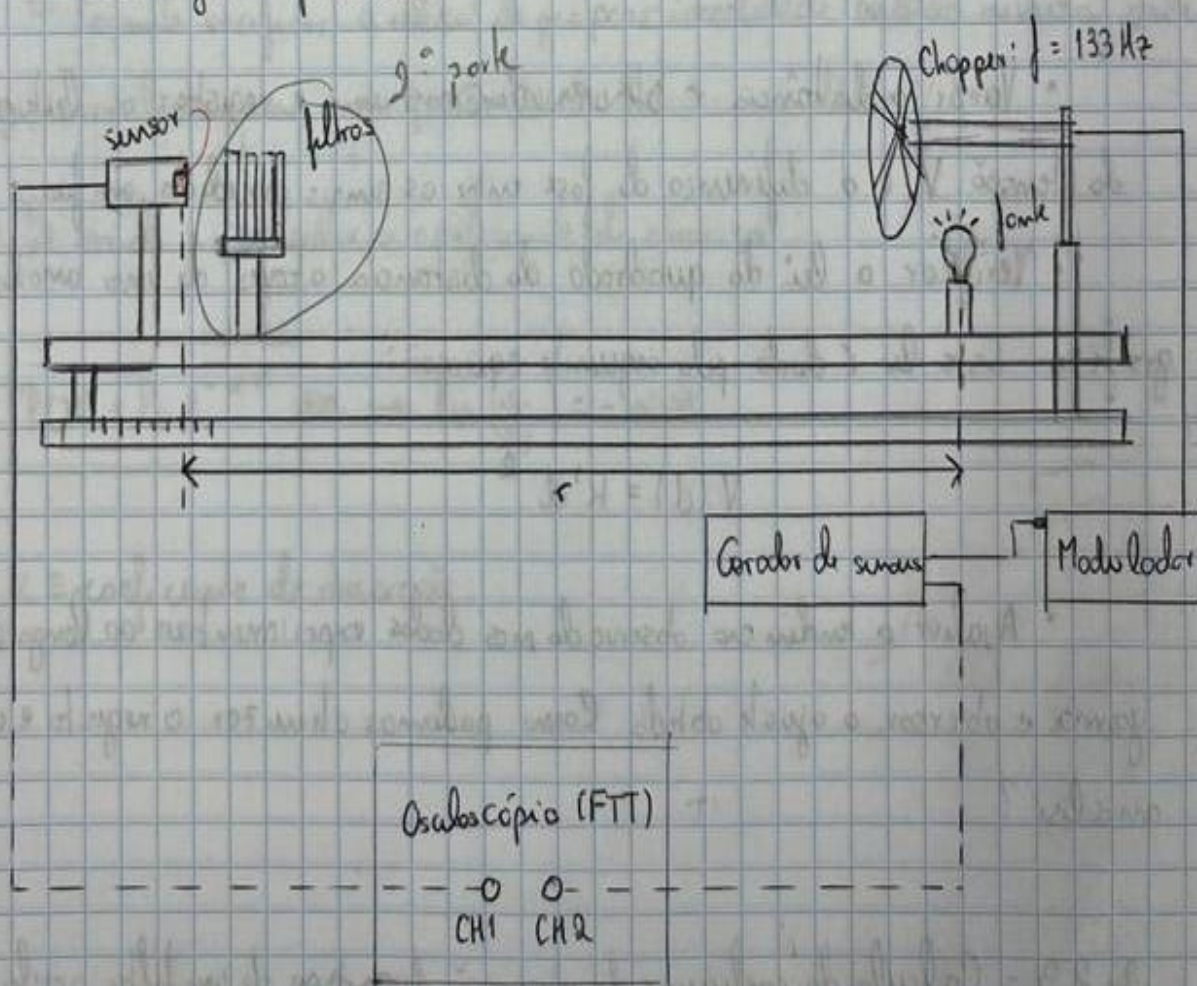


Figura 1 - Esquema da montagem experimental

Menos texto!

2.2 Procedimento

2.2.1 - Estudo para considerações experimentais

- Escolher uma frequência adequada para o modulador (entre 100 e 220 Hz)
- Realizar um varrimento em distâncias e determinar a melhor gama experimental para o estudo a realizar (§ 2.2.2)
- Observar no osciloscópio o sinal obtido no detector, em DC e AC, para uma distância $r \sim 20$ cm. Registrar e comentar observações
- Comentar os resultados

2.2.2 - Estudo da relação entre a potência luminosa de uma fonte pontual e a distância a esta:

- Variar a distância r atenuando máxima e registar as leituras do tensão V e a diferença de fase entre os sinais medidos em função de r
- Verificar a lei do quadrado da distância através de uma análise gráfica. Esta lei é dada pela seguinte equação:

$$V(d) = K'd^{-2}$$

- Avaliar a tendência observada nos dados experimentais ao longo da gama e observar o ajuste obtido. Como podemos diminuir o registo e a análise?

2.2.3 - Cálculo do coeficiente de absorção dum tipo de um filtro acrílico

- Colocar o suporte de filtros em frente do detector

- Registrar V em função do espessura total do filtro (d_{filtro})
- Elaborar o gráfico $\ln(V)$ em função de d_{filtro} e calcular o coeficiente de absorção do acrílico usado:

$$P(x) = P_0 e^{-\alpha x} \Rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\alpha x$$

$\alpha \rightarrow$ coeficiente de absorção

* Equações a verificar experimentalmente

- Lei do quadrado de distância:

$$\boxed{V(d) = k' d^{-2}} \rightarrow \log(V) = \log(k') - 2\log(d)$$

↳ Permite verificar a relação de proporcionalidade inversa entre a potência luminosa e o quadrado da distância ao diodo

- De modo a calcular o coeficiente de absorção:

$$\boxed{P(x) = P_0 e^{-\alpha x}} \Rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\alpha x$$

$\alpha \equiv$ coeficiente de absorção

MLSA
- w graphs
OK

3 Análise de dados

3.1 Determinação da relação de proporcionalidade inversa

3.1.1 1º Conjunto de dados

Neste primeiro conjunto de dados, obtiveram-se resultados através de um método experimental duvidoso que permitiu a reflexão da radiação eletromagnética proveniente da fonte luminosa pontual. Não obstante, obtivemos:

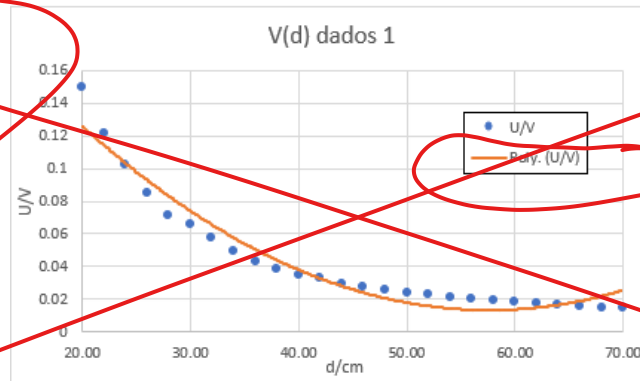


Figura 1: Gráfico $V(d)$ para o 1º conjunto de dados

Traçando o gráfico $\log(V)(\log(d))$, temos:

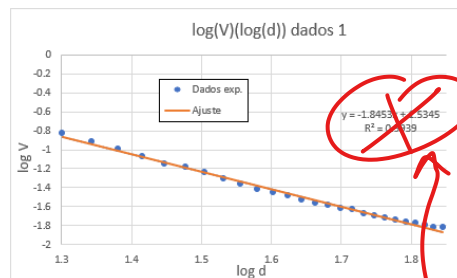


Figura 2: Gráfico $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 1º conjunto de dados

Obtemos o gráfico de resíduos:

Podemos assim dividir o nosso resultado experimental em duas gamas. Para a gama 1, vem:

m	-1.8453	1.534529	b
σ_m	0.029418	0.048066	σ_b
r2	0.993937	0.023734	σ_y

(*) quase TODOS os gráficos estão mal formatados

Gráficos demasiado pequenos!

Comentar a razão possível para a observação de duas gamas!

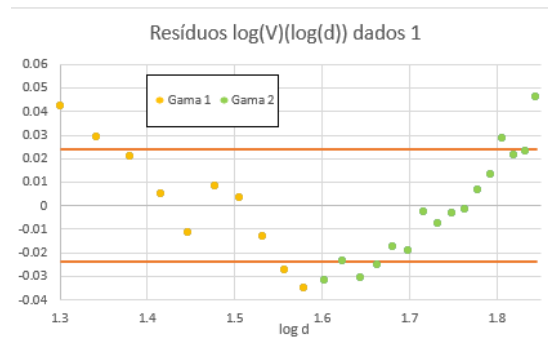


Figura 3: Gráfico de resíduos $\log(V)(\log(d))$ para o 1º conjunto de dados

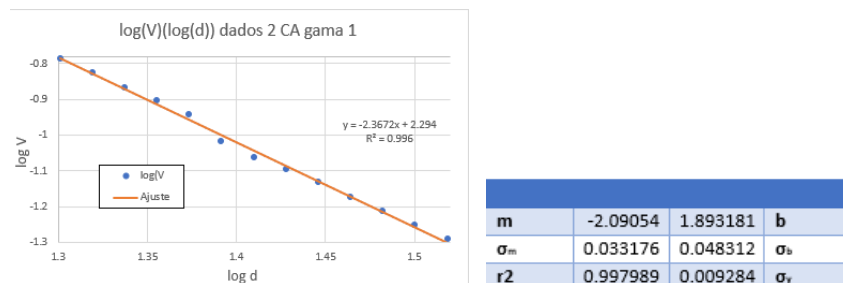


Figura 4: Gráfico $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 1º conjunto de dados na 1ª gama

Obtemos então o seguinte gráfico de resíduos:

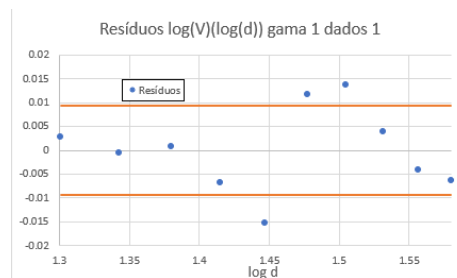


Figura 5: Gráfico de resíduos $\log(V)(\log(d))$ para a 1ª gama do 1º conjunto de dados

Para a 2ª gama de resultados, temos:
O gráfico de resíduos será:

Em alguns dos gráficos de RESÍDUOS:
- Faltam as barras de inc. exp.
- grandeza / unid., mas ordenadas

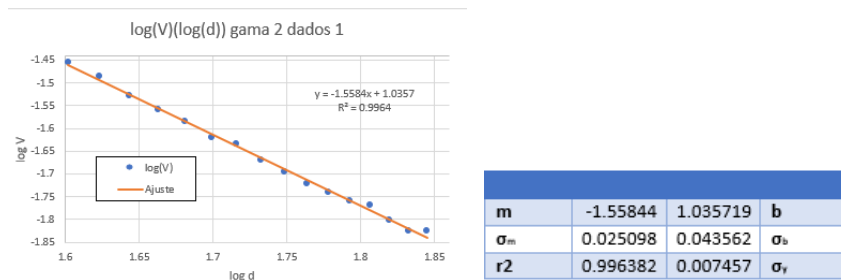


Figura 6: Gráfico $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 1º conjunto de dados da 2ª gama

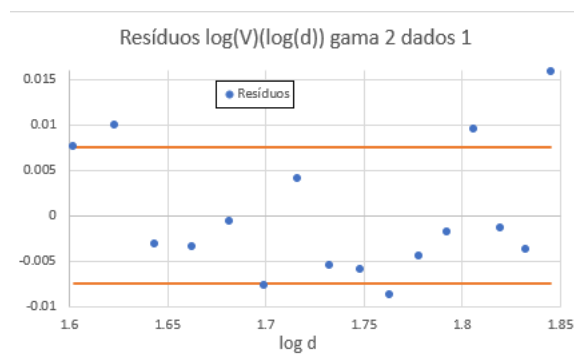


Figura 7: Gráfico de resíduos $\log(V)(\log(d))$ para a 2ª gama do 1º conjunto de dados

A partir da observação destes gráficos, concluímos que para a 1ª gama de resultados:

$$m = (-2.091 \pm 0.033) \quad (1)$$

dando uma incerteza relativa de

$$Inc(\%) = 1.58\% \quad (2)$$

Comparando com o valor teórico, que é -2 , o resultado apresenta um erro de $E_r = 0.048$, logo temos

$$E_r(\%) = 4.8\% \quad (3)$$

obviamente esperado pelas circunstâncias em que a experiência foi realizada.

Para a gama 2, o valor do declive é:

$$m = (-1.558 \pm 0.025) \quad (4)$$

onde a incerteza relativa é:

$$Inc(\%) = 1.60\% \quad (5)$$

apresentar em tabela!

com um erro por excesso dado por $E_r = 0.21$, logo

$$E_r(\%) = 21\% \quad (6)$$

3.1.2 2^a Conjunto de dados

Dividimos esta secção em corrente alternada e corrente contínua. Para a corrente alternada, vem:

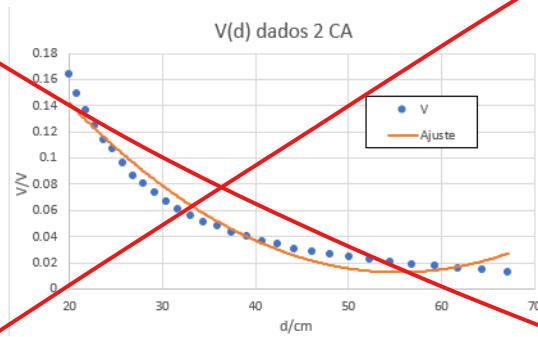


Figura 8: Gráfico $V(d)$ para o 2^a conjunto de dados em corrente alternada

Fazendo um ajuste $\log(V) \log(d)$, temos:

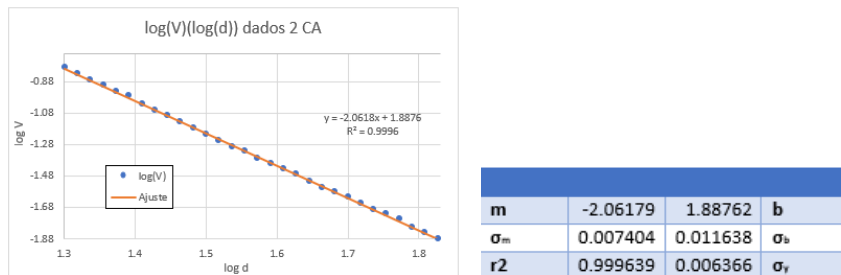


Figura 9: Gráfico $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 2^o conjunto de dados em CA

O gráfico de resíduos será:

Uma observação atenta, permite-nos distinguir os dados experimentais em duas gamas. Para a 1^a gama, temos:

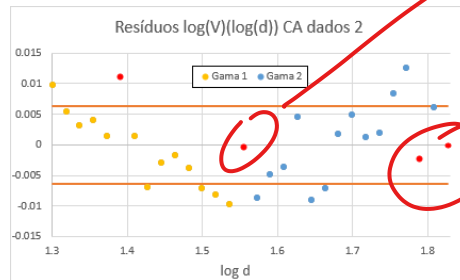


Figura 10: Gráfico de resíduos $\log(V)(\log(d))$ para corrente alternada

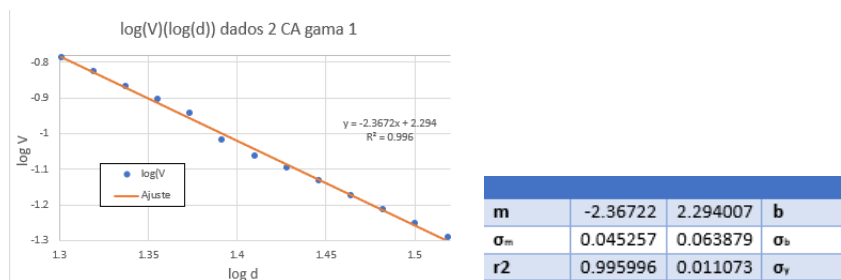


Figura 11: Gráfico $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 2º conjunto de dados em CA na 1ª gama

O seu gráfico de resíduos será:

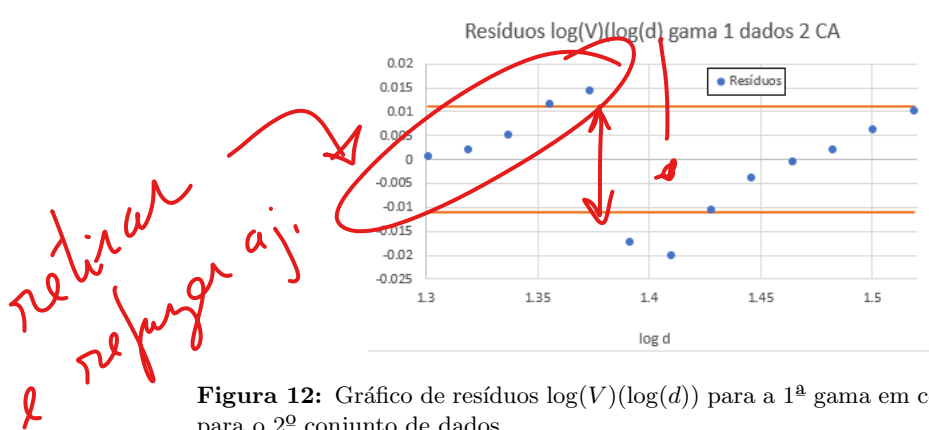


Figura 12: Gráfico de resíduos $\log(V)(\log(d))$ para a 1ª gama em corrente alternada para o 2º conjunto de dados

Para a gama 2 em corrente alternada, temos:

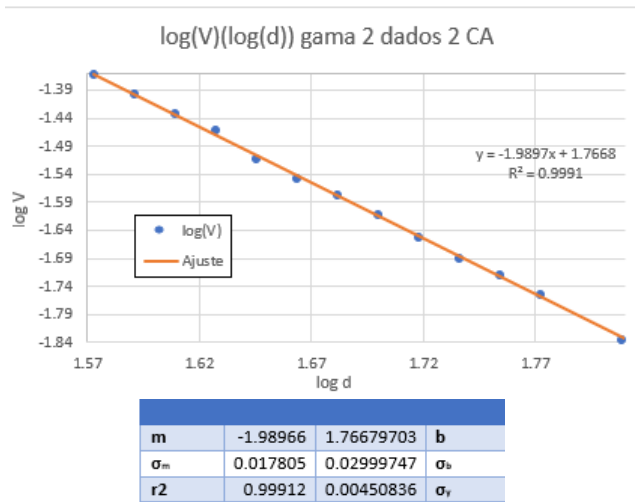


Figura 13: Gráfico $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 2º conjunto de dados em CA na 2ª gama

O gráfico de resíduos é:

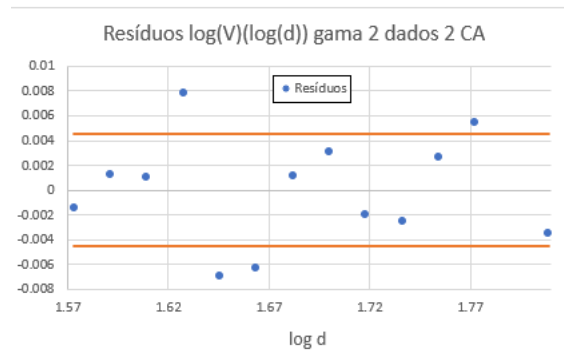


Figura 14: Gráfico de resíduos $\log(V)(\log(d))$ para a 2ª gama em corrente alternada

O valor do declive, em corrente alternada, para a 1ª gama é:

$$m = (-2.367 \pm 0.045) \quad (7)$$

com um incerteza relativa de:

$$Inc(\%) = 1.90\% \quad (8)$$

Em comparação com o valor esperado para o declive, o resultado tem um erro de $E_r = 0.184$, assim:

$$E_r(\%) = 18.4\% \quad (9)$$

Para a gama 2, o declive é:

$$m = (-1.990 \pm 0.018) \quad (10)$$

com uma incerteza relativa de

$$Inc(\%) = 0.90\% \quad (11)$$

onde o erro é $E_r = 0.005$, logo

$$E_r(\%) = 0.5\% \quad (12)$$

Em corrente contínua, temos:

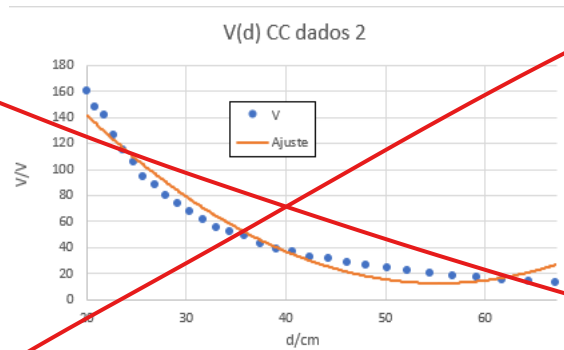


Figura 15: Gráfico $V(d)$ em corrente contínua para o conjunto de resultados 2

Fazendo um ajuste para verificar a dependência do quadrado da distância:

Note-se que, ao contrário do que se verificou em corrente contínua, em corrente alternada torna-se dispendioso temporalmente e inútil dividir em duas gamas, já que a sua execução recorreria à eliminação da maioria dos pontos, resultando em ajustes lineares duvidosos.

O valor do declive é:

$$m = (-2.072 \pm 0.008) \quad (13)$$

com uma incerteza relativa de

$$Inc(\%) = 0.39\% \quad (14)$$

onde o valor do erro é $E_r = 0.036$, logo

$$E_r(\%) = 3.6\% \quad (15)$$

Conclui-se então que a experiência foi concluída com sucesso.

Como valor final para o declive será considerado:

$$m = (-1.990 \pm 0.018), Inc(\%) = 0.90\%, E_r(\%) = 0.5\% \quad (16)$$

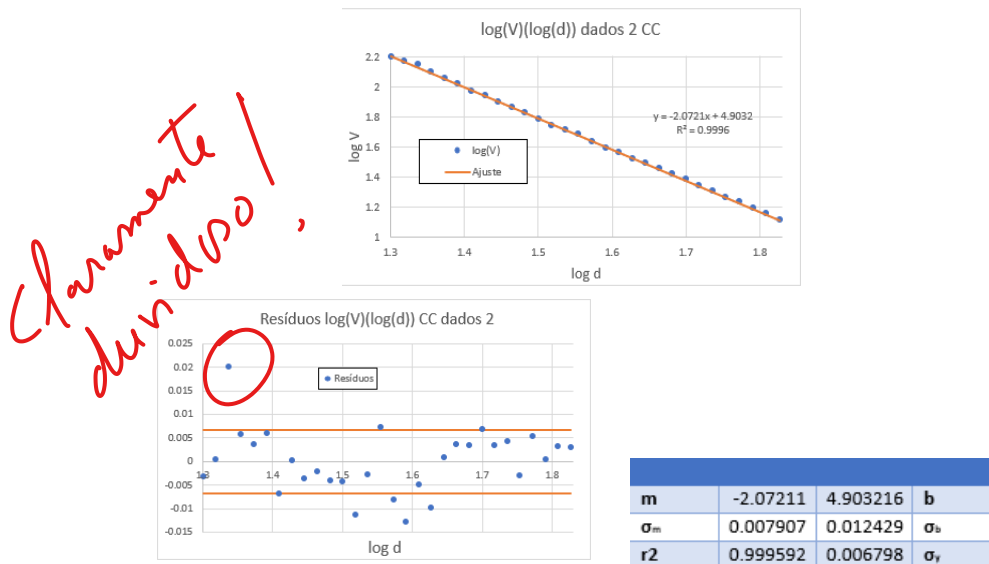


Figura 16: Gráfico e gráfico de resíduos de $\log(V)(\log(d))$ e suas estatísticas para o 2º conjunto de dados em CC

3.2 Cálculo do coeficiente de absorção de um acrílico

Nesta parte da atividade, foi calculado o coeficiente de absorção de um filtro acrílico. Para esse efeito, foi usado a equação:

$$P(x) = P_0 e^{-\alpha d} \Rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\alpha d \xrightarrow{\frac{P}{P_0} \propto V} \ln(V) = -\alpha d \quad (17)$$

Assim, $-\alpha = m$ = declive da regressão linear do gráfico $\ln(V)$ em função de d

Todos os filtros apresentam espessuras diferentes, pelo que foi estudada a relação entre V e a espessura total dos filtros ($d_{filtros}$).

As espessuras determinadas para cada filtro foram registadas na seguinte tabela:

Filtro	(Espessura $\pm 0,005$) mm
1	4,310
2	4,670
3	4,015
4	5,000
5	4,155
6	4,255

Figura 17: Tabela com as espessuras dos filtros

Foram realizados 5 ensaios, cada um com uma sequência de filtros diferente. Os dados obtidos em todos os ensaios foram representados no seguinte gráfico:

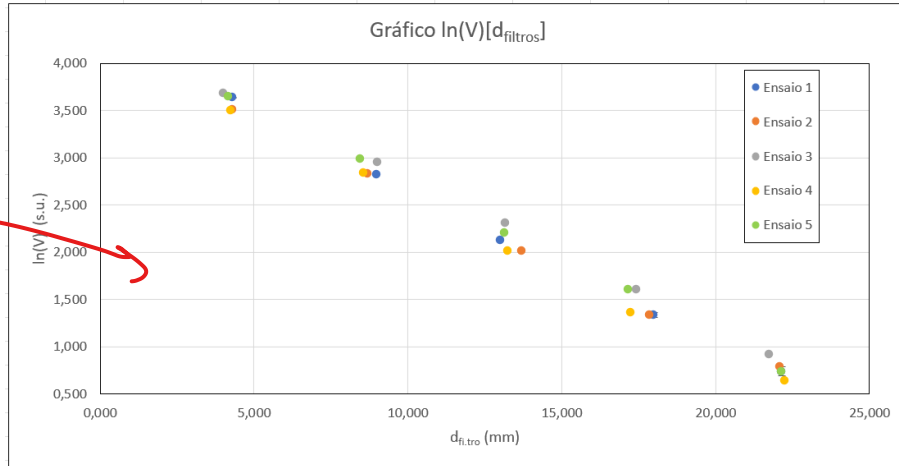


Figura 18: Gráfico $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear

Como é possível observar, todos os ensaios apresentam uma tendência semelhantes.

Também foram sobrepostos os gráficos dos resíduos:

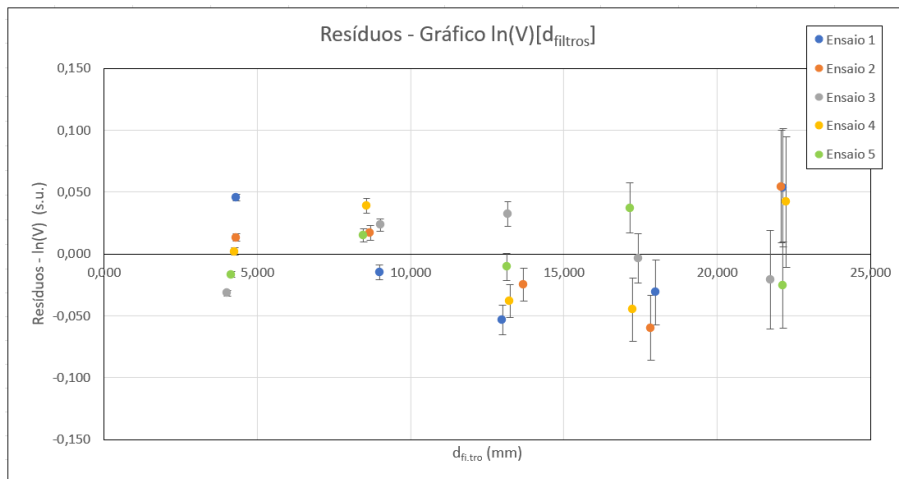


Figura 19: Gráfico dos resíduos, com representação de barras de erro

A expressão determinada por propagação de incertezas para calcular a incerteza associada a $\ln(V)$ é a seguinte:

NOTA: zero e mais
no gráfico das
escalas (gráficos)

$$u(\ln(V)) = \frac{u(V)}{V}, \quad \text{onde } u(V) = 0,1V \quad (18)$$

De seguida, foi realizada a análise de cada ensaio, ou seja, foi elaborado o gráfico $\ln(V)$ em função de $d_{filtros}$, a sua matriz de regressão linear e o respetivo gráficos dos resíduos.

Foi usado como valor de referência o valor obtido por outro grupo: $\alpha = 0,180mm^{-1}$

)) só 1 grupo
é má ideia!
(*)

3.2.1 Ensaio 1

Neste ensaio, os filtros foram colocados na seguinte ordem:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \quad (19)$$

Foi elaborado o gráfico de $\ln(V)$ em função de $d_{filtros}$, com representação do ajuste linear.

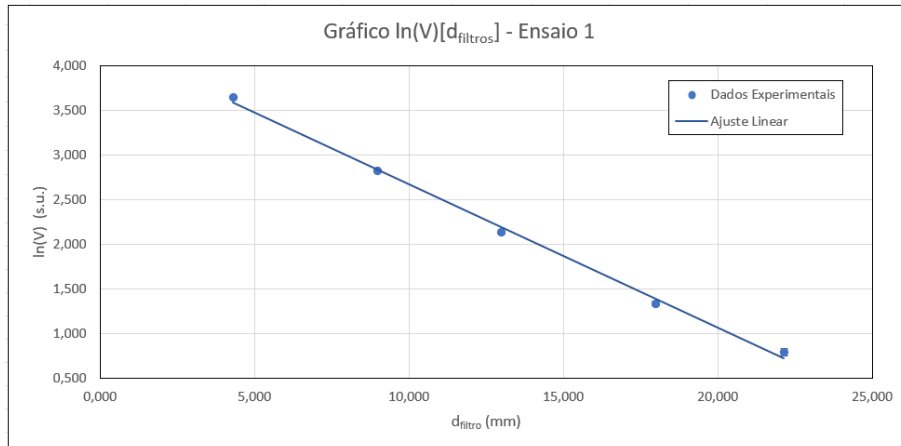


Figura 20: Gráfico $\ln(V)$ em função de $d_{filtros}$, com representação do ajuste linear, correspondente ao ensaio 1

Com a seguinte matriz de regressão linear:

Matriz de Regressão Linear 1			
m	-0,161	4,28	b
Δm	0,005	0,07	Δb
R^2	0,997	0,07	sy

Figura 21: Matriz de regressão linear, relativo ao ensaio 1

E o seguinte gráfico de resíduos, com representação das barras de incerteza associadas:



Figura 22: Gráfico dos resíduos correspondente ao ensaio 1, com representação das barras de erro

É possível verificar que os resíduos apresentam uma tendência parabólica. No entanto, como todos os dados se encontram dentro do intervalo de confiança $\pm 2sy$, não foi efetuado um novo ajuste.

Como $m = -\alpha$ e $u(\alpha) = u(m)$, temos:

$$m = (-0,161 \pm 0,005) \quad (20)$$

$$\alpha = (0,161 \pm 0,005)\text{mm}^{-1} \quad (21)$$

com incerteza relativa de $u(\alpha)(\%) = 3,08\%$ e um erro relativo de 9,41%.

3.2.2 Ensaio 2

Neste ensaio, os filtros foram colocados na seguinte ordem:

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \quad (22)$$

Foi elaborado o gráfico de $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear.

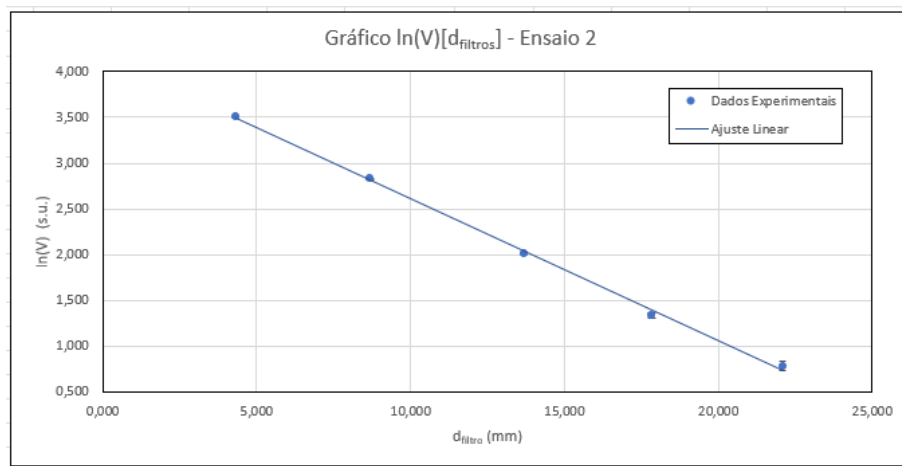


Figura 23: Gráfico $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear, correspondente ao ensaio 2

Com a seguinte matriz de regressão linear:

Matriz de Regressão Linear 2			
m	-0,155	4,16	b
Δm	0,004	0,05	Δb
R^2	0,998	0,05	sy

Figura 24: Matriz de regressão linear, relativo ao ensaio 2

E o seguinte gráfico de resíduos, com representação das barras de incerteza associadas:

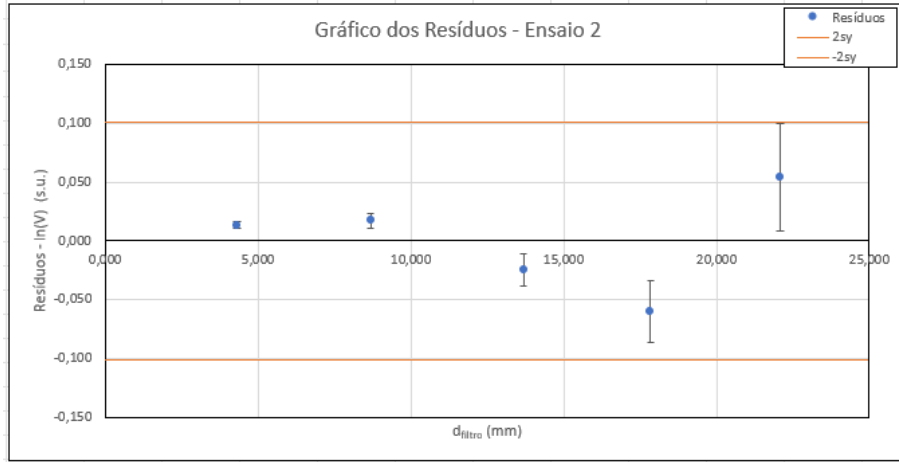


Figura 25: Gráfico dos resíduos correspondente ao ensaio 2, com representação das barras de erro

Podemos observar que todos os pontos se encontram distribuídos aleatoriamente, sendo que todos eles se encontram no intervalo de confiança $\pm 2sy$. Além disso, $R^2 \approx 1$, pelo que podemos concluir que se trata de um bom ajuste.

Como $m = -\alpha$ e $u(\alpha) = u(m)$, temos:

$$m = (-0,155 \pm 0,004) \quad (23)$$

$$\alpha = (0,155 \pm 0,004)\text{mm}^{-1} \quad (24)$$

com incerteza relativa de $u(\alpha)(\%) = 2,29\%$ e um erro relativo de $13,75\%$.

3.2.3 Ensaio 3

Neste ensaio, os filtros foram colocados na seguinte ordem:

$$3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \quad (25)$$

Foi elaborado o gráfico de $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear.

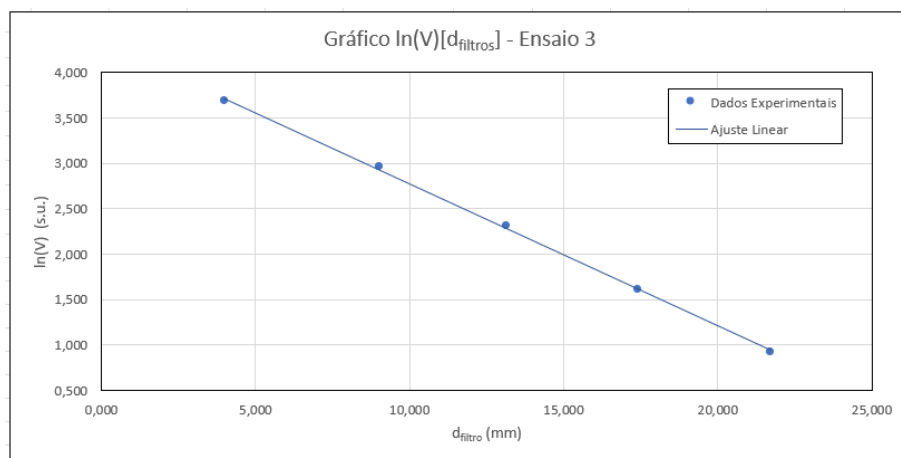


Figura 26: Gráfico $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear, correspondente ao ensaio 3

Com a seguinte matriz de regressão linear:

Matriz de Regressão Linear 3			
m	-0,157	4,35	b
Δm	0,002	0,03	Δb
R^2	0,9994	0,03	sy

Figura 27: Matriz de regressão linear, relativo ao ensaio 3

E o seguinte gráfico de resíduos, com representação das barras de incerteza associadas:

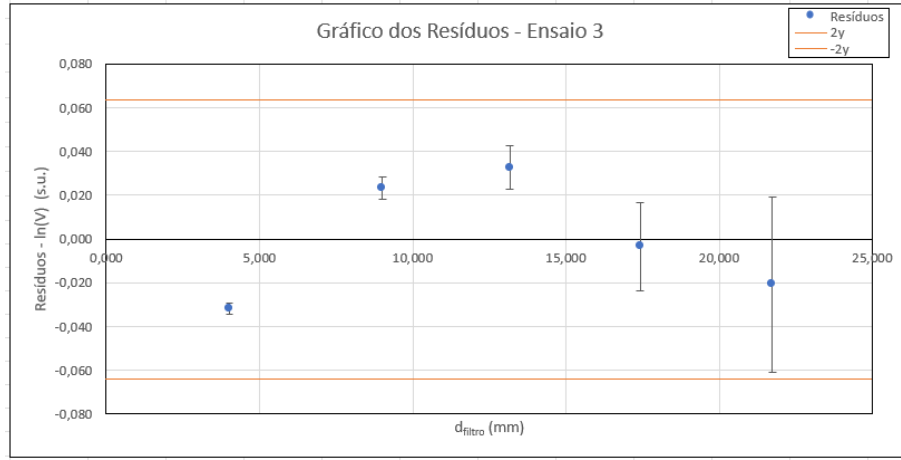


Figura 28: Gráfico dos resíduos correspondente ao ensaio 3, com representação das barras de erro

É possível verificar que os resíduos apresentam uma tendência parabólica. No entanto, como todos os dados se encontram dentro do intervalo de confiança $\pm 2sy$, não foi efetuado um novo ajuste.

Como $m = -\alpha$ e $u(\alpha) = u(m)$, temos:

$$m = (-0,157 \pm 0,002) \quad (26)$$

$$\alpha = (0,157 \pm 0,002)\text{mm}^{-1} \quad (27)$$

com incerteza relativa de $u(\alpha)(\%) = 1,99\%$ e um erro relativo de 10,44%.

3.2.4 Ensaio 4

Neste ensaio, os filtros foram colocados na seguinte ordem:

$$6 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \quad (28)$$

Foi elaborado o gráfico de $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear.

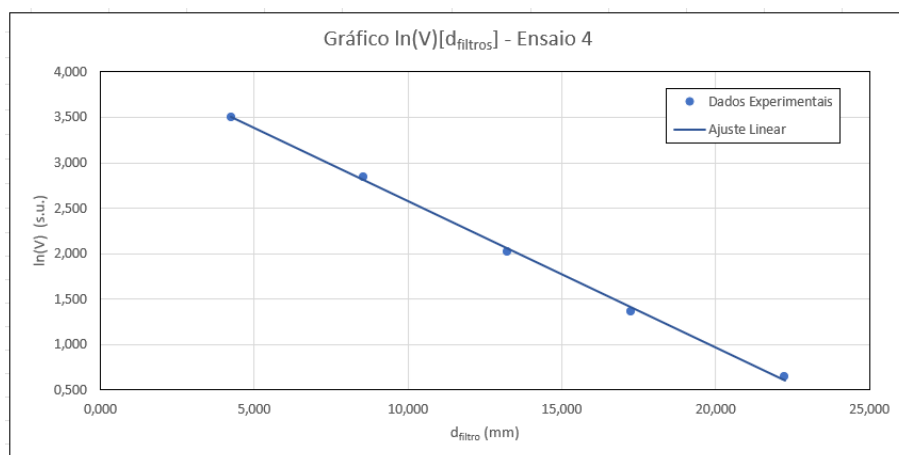


Figura 29: Gráfico $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear, correspondente ao ensaio 4

Com a seguinte matriz de regressão linear:

Matriz de Regressão Linear 4			
m	-0,161	4,19	b
Δm	0,003	0,05	Δb
R^2	0,9987	0,05	sy

Figura 30: Matriz de regressão linear, relativo ao ensaio 4

E o seguinte gráfico de resíduos, com representação das barras de incerteza associadas:

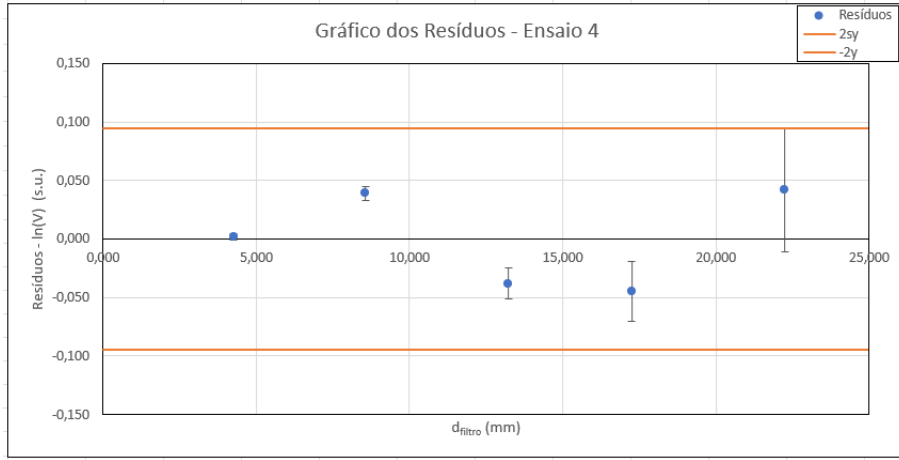


Figura 31: Gráfico dos resíduos correspondente ao ensaio 4, com representação das barras de erro

Podemos observar que todos os pontos se encontram distribuídos aleatoriamente, sendo que todos eles se encontram no intervalo de confiança $\pm 2sy$. Além disso, $R^2 \approx 1$, pelo que podemos concluir que se trata de um bom ajuste.

Como $m = -\alpha$ e $u(\alpha) = u(m)$, temos:

$$m = (-0,160 \pm 0,006) \quad (29)$$

$$\alpha = (0,160 \pm 0,006) \text{mm}^{-1} \quad (30)$$

com incerteza relativa de $u(\alpha)(\%) = 3,71\%$ e um erro relativo de 10,44%.

3.2.5 Ensaio 5

Neste ensaio, os filtros foram colocados na seguinte ordem:

$$5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \quad (31)$$

Foi elaborado o gráfico de $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear.

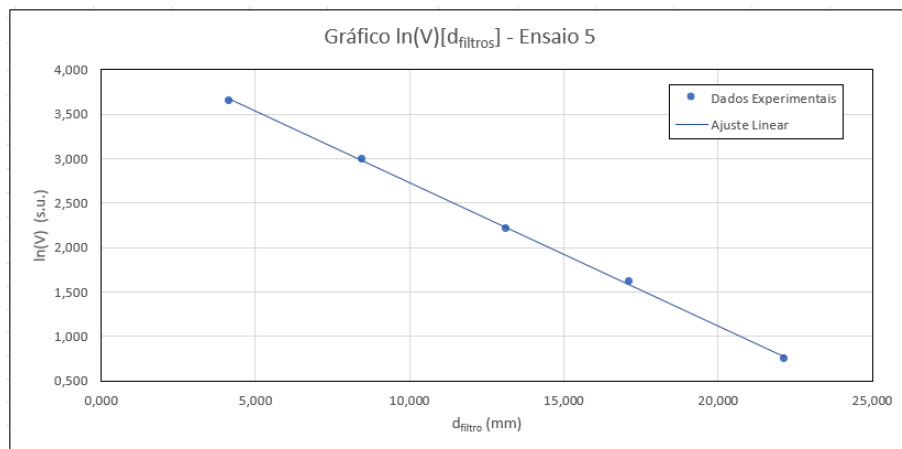


Figura 32: Gráfico $\ln(V)$ em função de d_{filtros} , com representação do ajuste linear, correspondente ao ensaio 5

Com a seguinte matriz de regressão linear:

Matriz de Regressão Linear 5			
m	-0,160	4,33	b
Δm	0,003	0,05	Δb
R^2	0,9987	0,05	sy

Figura 33: Matriz de regressão linear, relativo ao ensaio 5

E o seguinte gráfico de resíduos, com representação das barras de incerteza associadas:

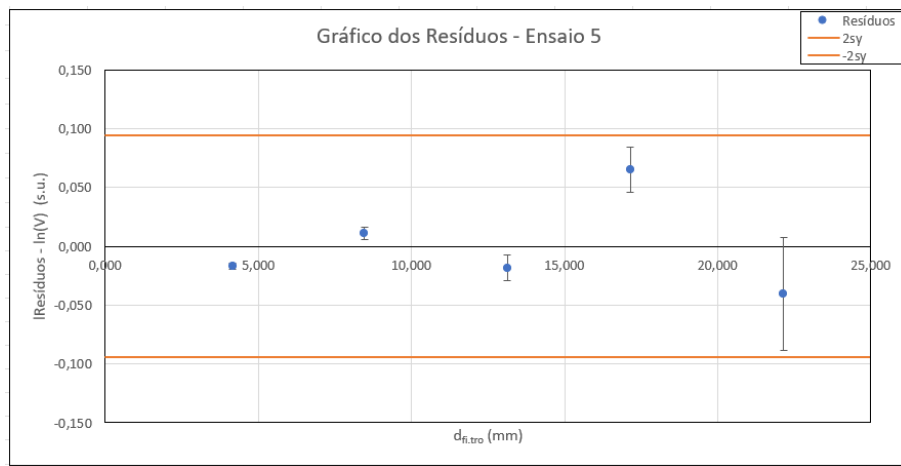


Figura 34: Gráfico dos resíduos correspondente ao ensaio 5, com representação das barras de erro

Podemos observar que todos os pontos se encontram distribuídos aleatoriamente, sendo que todos eles se encontram no intervalo de confiança $\pm 2sy$. Além disso, $R^2 \approx 1$, pelo que podemos concluir que se trata de um bom ajuste.

Como $m = -\alpha$ e $u(\alpha) = u(m)$, temos:

$$m = (-0,160 \pm 0,003) \quad (32)$$

$$\alpha = (0,160 \pm 0,003)\text{mm}^{-1} \quad (33)$$

com incerteza relativa de $u(\alpha)(\%) = 2,08\%$ e um erro relativo de 10,55%.

3.2.6 Resultados Finais - Determinação do coeficiente de absorção

De modo a determinar o valor final foi calculada a média dos valores obtidos nos 5 ensaios.

Assim:

$$\alpha = (0,159 \pm 0,001)\text{mm}^{-1} \quad (34)$$

com incerteza relativa de $u(\alpha)(\%) = 0,63\%$ e um erro relativo de 211,41%.

Todos os resultados obtidos nesta parte da experiência foram resumidos na seguinte tabela:

Resultados Finais	α (mm ⁻¹)	$u(\alpha)$ (mm ⁻¹)	$u(\alpha)\%$	Erro Relativo (%)
Ensaio 1	0,163	0,004	2,36	9,4
Ensaio 2	0,155	0,004	2,29	13,2
Ensaio 3	0,157	0,002	1,47	12,5
Ensaio 4	0,161	0,003	2,08	10,4
Ensaio 5	0,161	0,002	1,30	10,5
Valor Final	0,159	0,001	0,82	11,4

Figura 35: Valores determinados para o coeficiente de absorção, respetivas incertezas e erro relativo

4 Conclusões

- Na 1ª parte da experiência, foi verificada experimentalmente a relação $V \propto d^{-2}$, com uma incerteza ~~relativa~~ ^{de} baixa, $\pm 0,9\%$, e um erro ~~relativo~~ ^{de} também bastante baixo $E_{rel}(\%) = 0,5\%$
- No cálculo do coeficiente de absorção dos filtros obtivemos um resultado final de $\bar{\alpha} = (0,159 \pm 0,001)\text{mm}^{-1}$, com uma incerteza relativa percentual de $0,8\%$, e um erro relativo percentual de $20,27\%$, por defeito, o que é insatisfatório. O erro poderá ter sido causado pelo facto de existir sempre reflexão entre dois meios diferentes ou a diferentes condições de execução experimental, comparativamente com o outro grupo.

$$\bar{\alpha} \quad 1/\mu(\bar{\alpha})$$

$$NOVA : 1/\mu(\alpha_k) \approx \dots$$