

T1 - Coeficiente de viscosidade da água - Lei de Poiseuille

17.5

Matilde Marinho Palotti - up202108204 PL1 G1

18/04/2023

Objetivo:

- Determinar o coeficiente de viscosidade da água usando o ensaio num tubo capilar cilíndrico (equação 1).

Expressões a utilizar:

$$P = \rho g h \quad P - \text{pressão} ; g - \text{aceleração da gravidade} ; h - \text{altura diferença de alturas manométricas}$$

$$Q = \frac{V}{\Delta t} \quad Q - \text{caudal} ; V - \text{volume} ; \Delta t - \text{intervalo de tempo}$$

utilizar esta expressão pois a maior incerteza em Q do que em P

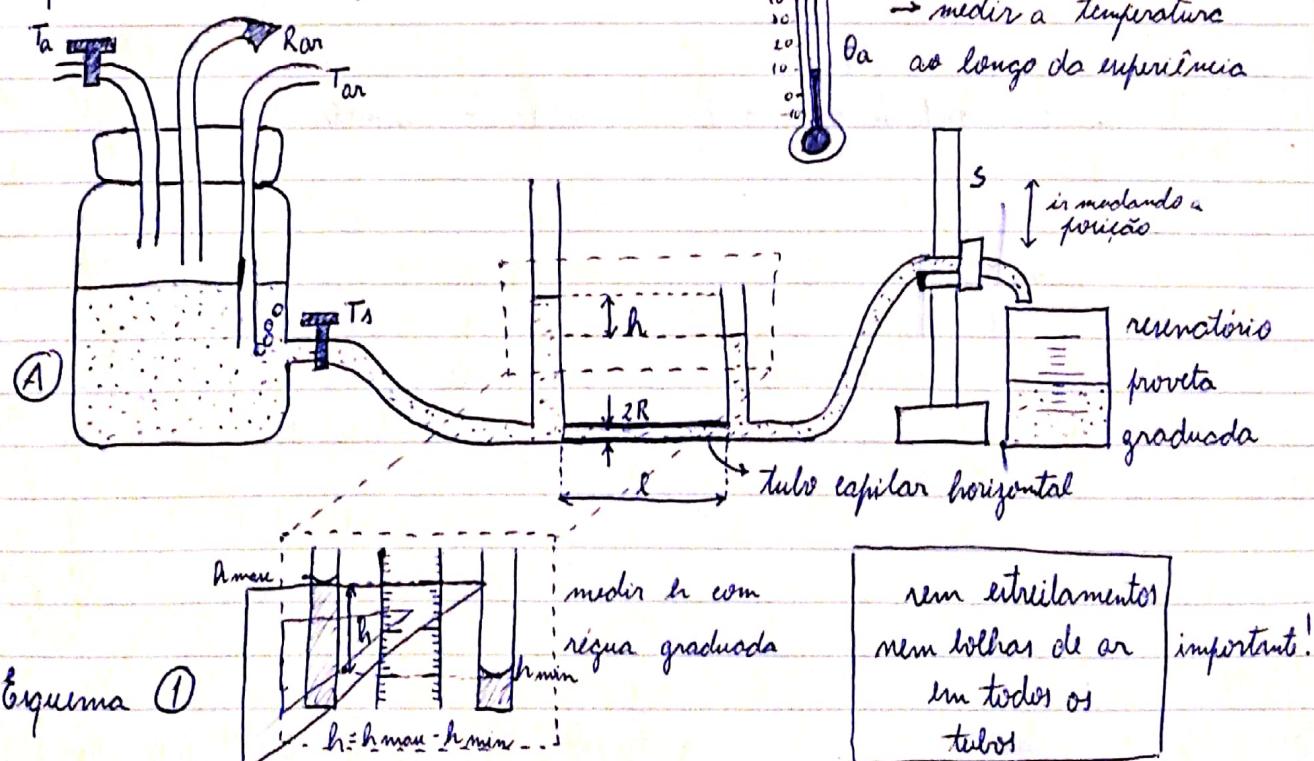
$$Q = \frac{\pi R^4}{8 \eta l} P \quad (1) \Leftrightarrow P = \eta \frac{8l}{\pi R^4} Q \quad \text{Lei de Poiseuille}$$

η - coeficiente de viscosidade

l - comprimento de um tubo cilíndrico

R - raio de um tubo cilíndrico

Esquema de montagem:



Checklist:

1. Depósito A do esquema 1 cheio a uma altura constante ($P_{\text{const. em } T_1}$) e a uma temperatura estabilizada θ_a .
 II

Para isso, A deve ser enchedo com algumas horas de antecedencia, retirando a rolha Rar e abrindo a torneira T_1 . Depois, fecha-se T_1 e coloca-se Rar com uma gordura vedante.

2. Registar R e l do tubo capilar indicados na banheira.
3. Esforço Abrir a torneira T_1 e verificar quando se atinge o regime estacionário - aparecem bolinhas no depósito A.
4. Para diferentes posições do suporte S fazer vários ensaios, registando h , V medido na fronteira graduada e A_t .
5. Registar a temperatura ambiente para cada posição de S e verificar se esta é constante.
6. Calcular P e Q para cada posição e valor de V .

Dados e Análise dos dados:

$g (\text{ms}^{-2})$	9,80665
(kg m^{-3})	997,98

Não entendo.
 → diâmetro?

tubo capilar	
$D/\pm 0,1 (\text{m})$	792
$l/\pm 0,5 (\text{mm})$	325

→ comprimento?

HL (S)
 vs gráfico
 ok

???
 engano!

Tabela 1 - constantes relativas à água.

Tabela 2 - dimensões do tubo capilar.

Durante a realização da experiência registou-se na seguinte tabela os dados experimentais. Para cada uma das 6 posições encolhidas para o suporte realizou-se 2 ou 3 ensaios, de acordo com a duração de cada ensaio. Para cada ensaio registou-se a temperatura da água θ_a .

Posição suporte	Ensaios	V/ $\pm 0,25$ (mL)	$h_{min}/\pm 0,05$ (cm)	$h_{max}/\pm 0,05$ (cm)	$h/\pm 0,07$ (cm)	t/ $\pm 0,1$ (s)	$\theta_0/\pm 0,1$ ($^{\circ}$ C)	P/ ± 1 (Pa)	P _{média} (Pa)	u(P _{média}) (Pa)	Q (mL/s)	u(Q) (mL/s)	Q _{média} (mL/s)	u(Q _{média}) (mL/s)
1	1	5,00	8,40	34,30	25,90	67,0	22,3	2535	2535	0,074	0,075	0,004	0,074	0,001
		10,00	8,40	34,30	25,90	134,8		2535			0,074	0,002		
		15,00	8,40	34,30	25,90	202,7		2535			0,074	0,001		
		20,00	8,40	34,30	25,90	270,3		2535			0,0740	0,0009		
		25,00	8,40	34,30	25,90	340,1		2535			0,0735	0,0007		
	2	5,00	8,40	34,30	25,90	66,4	22,5	2535	2535	0,074	0,075	0,004	0,074	0,001
		10,00	8,40	34,30	25,90	135,5		2535			0,074	0,002		
		15,00	8,40	34,30	25,90	204,1		2535			0,073	0,001		
		20,00	8,40	34,30	25,90	273,2		2535			0,0732	0,0009		
		25,00	8,40	34,30	25,90	341,7		2535			0,073	0,001		
2	1	5,00	13,80	34,70	20,90	84,2	22,6	2045	2046	6	0,059	0,003	0,060	0,001
		10,00	13,80	34,70	20,90	169,6		2045			0,059	0,001		
		15,00	13,80	34,70	20,90	254,7		2045			0,059	0,001		
		20,00	13,80	34,70	20,90	339,8		2045			0,0589	0,0007		
		25,00	13,80	34,70	20,90	422,3		2045			0,0592	0,0006		
	2	5,00	13,80	34,70	20,90	81,8	22,6	2045	2055	6	0,061	0,003	0,060	0,001
		10,00	13,80	34,70	20,90	166,8		2045			0,060	0,001		
		15,00	13,80	34,70	20,90	250,6		2045			0,0601	0,0008		
		20,00	13,80	34,70	20,90	332,8		2045			0,0598	0,0006		
		25,00	13,70	34,70	21,00	418,4		2055						
3	1	5,00	20,90	35,40	14,50	106,6	22,7	1419	1420	6	0,047	0,002	0,043	0,003
		10,00	20,90	35,40	14,50	228,8		1419			0,044	0,001		
		15,00	20,90	35,40	14,50	349,3		1419			0,0429	0,0007		
		20,00	20,90	35,40	14,50	469,9		1419			0,0426	0,0005		
		25,00	20,90	35,40	14,50	590,0		1419			0,0424	0,0004		
	2	5,00	20,90	35,40	14,50	110,8	22,8	1419	2914	16	0,045	0,002	0,087	0,003
		10,00	20,90	35,40	14,50	233,8		1419			0,043	0,001		
		15,00	20,80	35,40	14,60	350,8		1429			0,0428	0,0007		
		20,00	20,90	35,40	14,50	472,0		1419			0,0424	0,0005		
		25,00	20,90	35,40	14,50	590,7		1419			0,0423	0,0004		
4	1	5,00	3,70	33,70	30,00	55,6	22,8	2936	2914	16	0,090	0,004	0,087	0,003
		10,00	4,00	33,70	29,70	115,8		2907			0,086	0,002		
		15,00	4,00	33,70	29,70	175,4		2907			0,085	0,001		
		20,00	4,00	33,70	29,70	234,0		2907			0,085	0,001		
		25,00	4,00	33,70	29,70	293,2		2907			0,0853	0,0009		
	2	5,00	4,00	33,70	29,70	56,8	23	2907	2914	16	0,088	0,004	0,087	0,003
		10,00	4,00	33,70	29,70	113,9		2907			0,088	0,002		
		15,00	3,90	33,70	29,80	170,8		2916			0,088	0,001		
		20,00	3,90	33,70	29,80	230,8		2916			0,087	0,001		
		25,00	3,90	33,70	29,80	290,6		2916			0,0860	0,0009		
5	1	5,00	25,10	35,80	10,70	150,0	23	1047	1055	8	0,033	0,002	0,032	0,003
		10,00	25,10	35,80	10,70	305,3		1047			0,0328	0,0008		
		15,00	25,00	35,80	10,80	474,4		1057			0,0316	0,0005		
		20,00	25,00	35,80	10,80	626,4		1057			0,0319	0,0004		
		25,00	25,00	35,80	10,80	788,5		1057			0,0317	0,0003		
	2	5,00	25,00	35,80	10,80	152,6	23,2	1057	3239	8	0,033	0,002	0,096	0,003
		10,00	25,00	35,80	10,80	309,9		1057			0,0323	0,0008		
		15,00	25,00	35,80	10,80	464,9		1057			0,0323	0,0005		
		20,00	25,00	35,80	10,80	628,8		1057			0,0318	0,0004		
		25,00	25,00	35,80	10,80	789,1		1057			0,0317	0,0003		
6	1	5,00	0,30	33,40	33,10	52,8	23,4	3239	3239	8	0,095	0,005	0,096	0,003
		10,00	0,30	33,40	33,10	108,0		3239			0,093	0,002		
		15,00	0,30	33,40	33,10	157,0		3239			0,096	0,002		
		20,00	0,30	33,40	33,10	208,9		3239			0,096	0,001		
		25,00	0,30	33,40	33,10	260,1		3239			0,096	0,001		
	2	5,00	0,30	33,40	33,10	51,5	23,5	3239	3239	8	0,097	0,005	0,096	0,003
		10,00	0,30	33,40	33,10	104,7		3239			0,097	0,002		
		15,00	0,30	33,40	33,10	154,0		3239			0,097	0,001		
		20,00	0,30	33,40	33,10	206,5		3239			0,097	0,001		
		25,00	0,30	33,40	33,10	260,1		3239			0,096	0,001		
3	3	5,00	0,30	33,40	33,10	52,0	23,5	3239	3239	8	0,096	0,005	0,099	0,003
		10,00	0,30	33,40	33,10	101,1		3239			0,099	0,002		
		15,00	0,30	33,40	33,10	153,4		3239			0,098	0,002		
		20,00	0,30	33,40	33,10	205,5		3239			0,097	0,001		
		25,00	0,30	33,40	33,10	256,5		3239			0,097	0,001		

Tabela 3 - Registo de dados.

(+)

↓ tabela mal estruturada em vista o que quer devo fazer para controlar a experiência

Mas, considerou - os na mesma, na análise?

da tabela 3, os valores a vermelho no volume representam significam que houve gotas de água que resultaram para cima da linha de valor que se pretendia medir na prova, ~~podendo aí os resultados~~ \Rightarrow resultados c/ erro por defeito.

Algumas das incertezas na tabela foram medidas da seguinte forma:

$$u(h) = \sqrt{u(h_{\min})^2 + u(h_{\max})^2} = \sqrt{2 \times 0,05^2} = 0,07 \text{ em}$$

$$u(P) = \rho g u(h) = 1$$

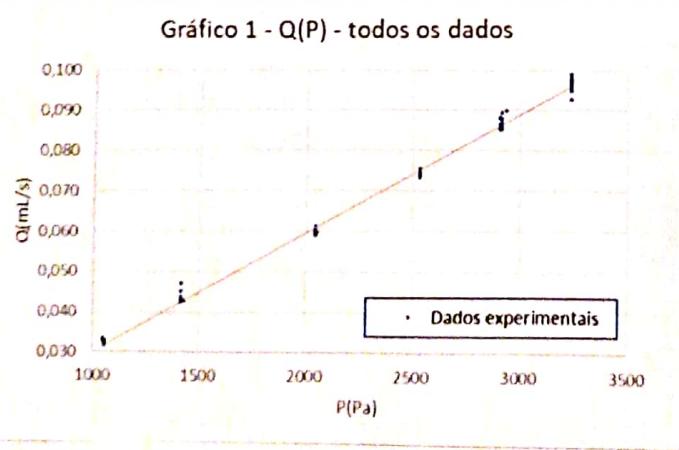
$u(P_{\text{média}})$ corresponde a 2 vezes o desvio padrão da amostra de P (incerteza num intervalo de confiança de 95%) - optei por não colocar no primeiro e último valor pois os primeiros medidos eram todas iguais

$$u(Q) = \sqrt{\left(\frac{u(V)}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{u(t)}}{t^2}\right)^2}$$

$u(Q_{\text{médio}})$ corresponde a 2 vezes o desvio padrão da amostra de Q.

As restantes incertezas correspondem às dos aparelhos.

De seguida encontra-se o gráfico obtido em tempo real com todos os dados de P e Q:

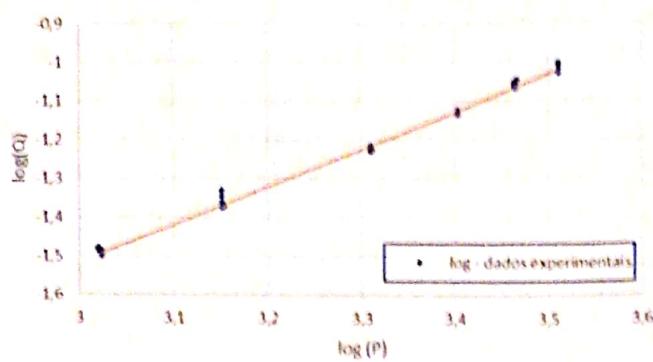


Os dados parecem ter uma relação linear, mas para o comprovar trazemos o gráfico de $\log(Q)$ ($\log(P)$) que se encontra de seguida.

(A linha laranja é uma linha de tendência.)

- * - demasiado pequeno
- vêem - se mal as linhas de grade e a graduação das escalas
- zero a + em
- falta identificar as f/s séries 5ml, 10ml, etc!
 (\leftrightarrow)

Gráfico 2 - $\log(Q)/(log(P))$

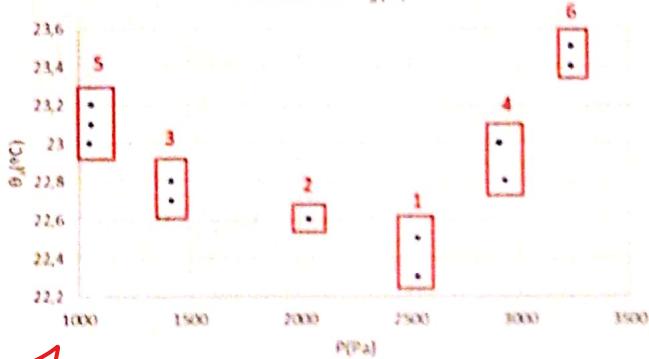


Como também a tendência linear se verifica neste gráfico, então a Lei de Raoult-Domaille deve verificar-se (deixe x).

(A linha laranja é uma linha de tendência.)

No gráfico 3 apresenta-se a variação da temperatura da água θ_a em função da pressão P :

Gráfico 3 - $\theta_a(P)$



No gráfico, não acidentalmente a vermelha as posições do depósito. Come não diminuimos sempre que aumentamos sempre a posição não há uma relação entre θ_a e P , mas θ_a aumenta à medida que o depósito se vai majorando (de 1 para 6).

Pode-se verificar que houve uma variação de 1,2°C ao longo da experiência, o que é bastante significativo uma vez que a viscosidade da água é fortemente dependente da temperatura. Se ao longo dos ensaios a temperatura variou, então o desenho dos gráficos é resultado de viscosidades da água para diferentes temperaturas e não para uma.

De seguida, apresento-se para cada volume o gráfico $\theta_a(P)$

Fazendo agora a análise para cada volume: → para quê?

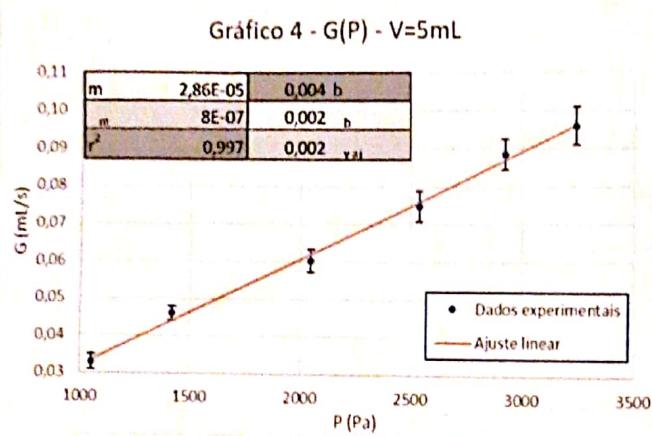
gráfico M ref p/ estas temperaturas?

$$V = 5 \text{ mL}$$

Nesta tabela apresentam-se P e Q para o volume de 5 mL para cada posição. P e Q são os valores médios dos 2 ou 3 ensaios realizados por posição.

V = 5 mL		
Posição	P (Pa)	Q (mL/s)
1	2535	0,075
2	2045	0,060
3	1419	0,046
4	2920	0,089
5	1052	0,033
6	3239	0,096

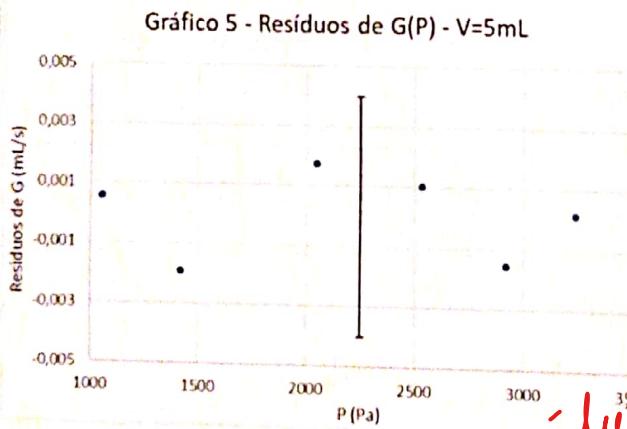
Tabela 4 - dados para $V=5\text{mL}$



As barras de incerteza dos pontos do gráfico correspondem à incerteza dos valores de Q .

Na matriz de ajuste linear a incerteza do desvio é 3% e desvio do desvio é 3%. e b é da ordem igual à sua incerteza ($2,5\%$) o que é um bom indicador pois a ordenada na origem deveria ser 0.

Além disso, r^2 é próximo de 1, logo a gráfica ajuste linear parece adequado.



No gráfico de resíduos nenhum valor é maior, em módulo, do que 20% (incerteza do ajuste num intervalo de confiança de 95%), logo não há pontos duvidosos.

que!

Os resíduos estão aleatoriamente distribuídos em volta de 0, logo ajuste linear parece adequado.

- É no gráfico de resíduos que devem aparecer as barras experim!
- Fazer num único gráfico de resíduos todos os volumes (faz séries, claro)

Qual o critério na escolha dos dados o usar na análise $\bar{Q}(\bar{P})$?

cálculo de η :

$$\eta \frac{8l}{\pi R^4} = m \Leftrightarrow \eta = \frac{\pi R^4 m}{8l}$$

$$u(R) = u(D)/2$$

$u(m) = 20m$ (int. confiança 95%)

Esta é a análise que interessa fazer!

$$u(\eta) = \sqrt{\left(\frac{4\pi R^3 m u(R)}{8l} \right)^2 + \left(\frac{\pi R^4 u(m)}{8l} \right)^2 + \left(\frac{\pi R^4 m u(l)}{8l^2} \right)^2}$$

$$\eta (V=5\text{ mL}) = (0,85 \pm 0,05) \text{ mPa.s}$$

inc. rel. $u(\eta) (\%) = 6\%$

$$V=10\text{ mL}$$

Nesta tabela apresentam-se P e Q para o volume de 10 mL para cada posição. P e Q calculados como para $V=5\text{ mL}$.

V = 10mL		
Posição	P (Pa)	Q (mL/s)
1	2535	0,074
2	2045	0,059
3	1419	0,043
4	2910	0,086
5	1052	0,033
6	3239	0,096

Tabela 5 - dados para $V=10\text{ mL}$

Gráfico 6 - $G(P)$ - $V=10\text{ mL}$

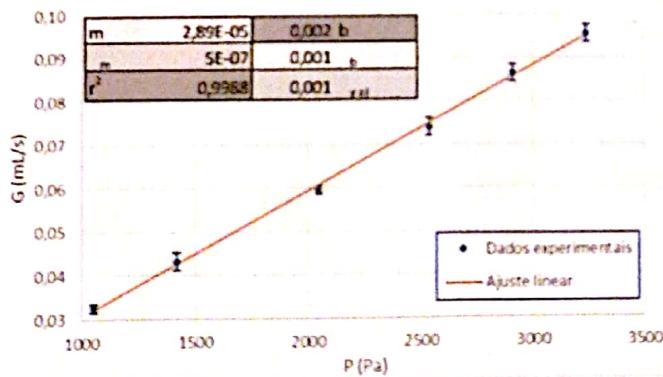
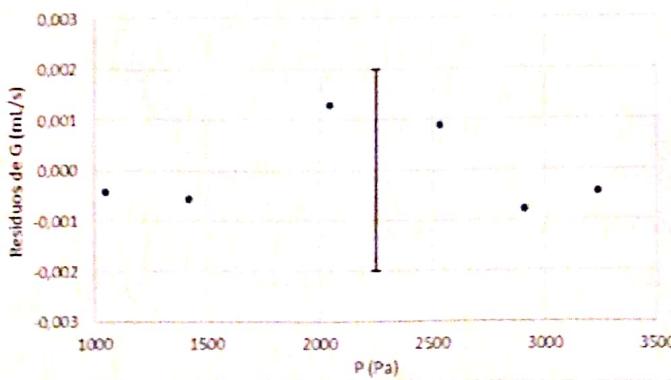


Gráfico 7 - Resíduos de $G(P)$ - $V=10\text{ mL}$



Os gráficos do ajuste e dos resíduos não são semelhantes aos de $V=5\text{ mL}$.

O desvio do desvio é 27% e b é igual à sua inversa e r^2 é próximo de 1.

As barras de erro dos dois gráficos representam o mesmo, logo não há pontos duvidosos.

O ajuste linear parece adequado.

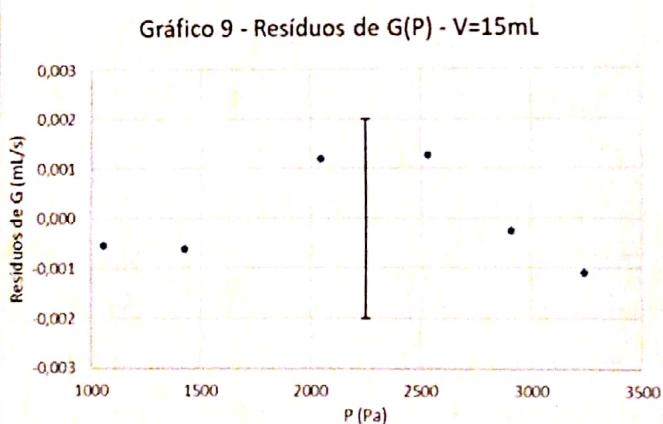
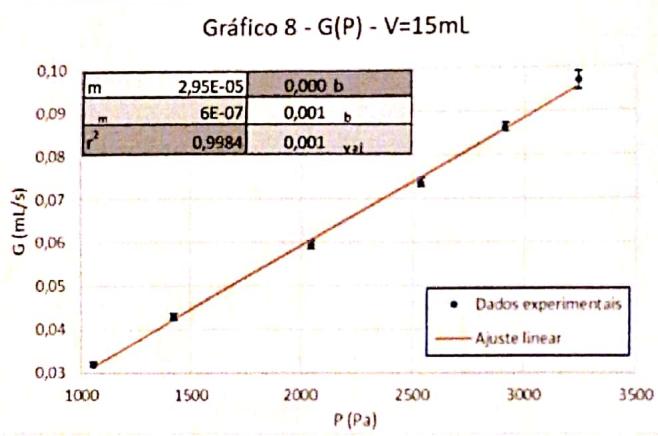
Cálculo de η : $\eta(V=10\text{ mL}) = (0,86 \pm 0,04) \text{ mPa}\cdot\text{s}$
 $u(\eta)(\%) = 5\%$

$V = 15\text{ mL}$

Nesta tabela apresentam-se P e Q para o volume de 15 mL , para cada posição (calculados como anteriormente).

V = 15mL		
Posição	P (Pa)	Q (mL/s)
1	2535	0,074
2	2045	0,059
3	1424	0,043
4	2913	0,086
5	1057	0,032
6	3239	0,097

Tabela 6 - dados para $V=15\text{ mL}$.



Os gráficos de ajuste e resíduos
não são semelhantes aos anteriores.

O desvio do desvio é 2%,
b é menor que a sua incerteza
 r^2 é muito próximo de 1.

As barra de erro em ambos
os gráficos representam o mesmo
logo não há pontos duvidosos.

O ajuste linear parece adequado.

Cálculo de η : $\eta(V=15\text{ mL}) = (0,88 \pm 0,04) \text{ mPa}\cdot\text{s}$
 $u(\eta)(\%) = 5\%$

$$V = 20 \text{ mL}$$

Nesta tabela apresentam - se P e Q para o volume de 20 mL, para cada posição (calculados como anteriormente).

V = 20mL		
Posição	P (Pa)	Q (mL/s)
1	2535	0,074
2	2045	0,059
3	1419	0,042
4	2913	0,087
5	1057	0,032
6	3239	0,097

Tabela 7 - dados para $V = 20 \text{ mL}$.

Gráfico 10 - $G(P) - V=20\text{mL}$

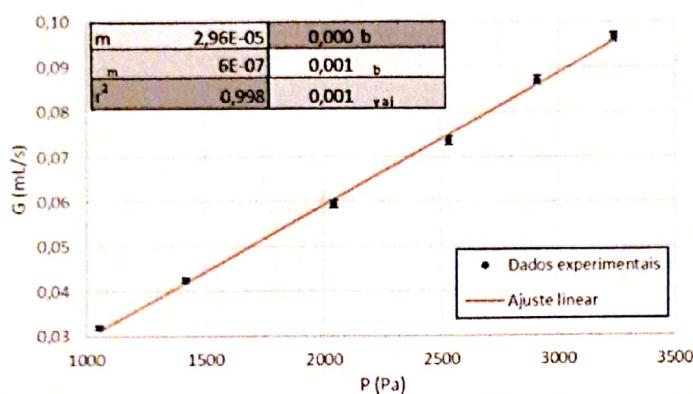
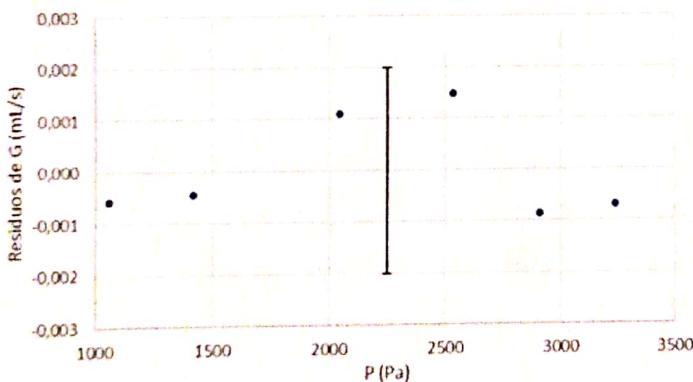


Gráfico 11 - Resíduos de $G(P) - V=20\text{mL}$



Cálculo de η : $\eta(V=20 \text{ mL}) = (0,88 \pm 0,04) \text{ mPa.s}$
 $u(\eta)(\%) = 5\%$

Os gráficos de ajuste e resíduos não remetem aos anteriores.

O desvio do desvio é 2%, b é menor que a sua incerteza e r^2 é muito próximo de 1.

As barras de erro representam o mesmo que anteriormente logo não há pontos divididos.

O ajuste parece adequado.

V = 25 mL

Nesta tabela apresentam-se P e Q para o volume de 25 mL, para cada posição / calculados como anteriormente:

V = 25 mL		
Posição	P (Pa)	Q (mL/s)
1	2535	0,073
2	2050	0,059
3	1419	0,042
4	2913	0,086
5	1057	0,032
6	3239	0,097

Tabela 8 - dados para V = 25 mL.

Gráfico 12 - G(P) - V=25mL

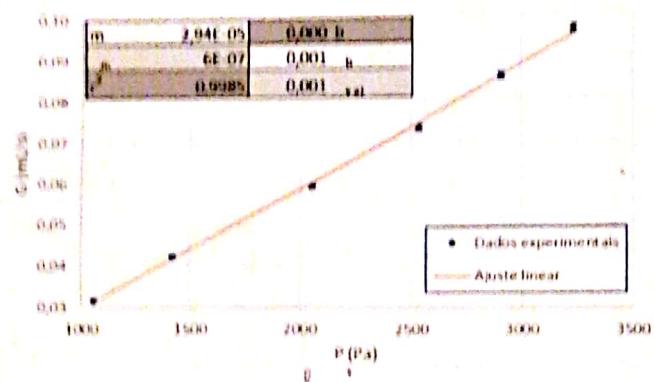
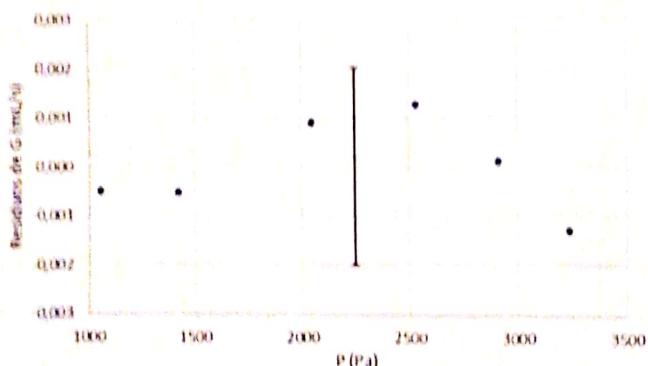


Gráfico 13 - Resíduos de G(P) - V=25mL



Os gráficos de ajuste e de resíduos não são semelhantes aos anteriores.

O desvio do declive é 2%, o que é menor que a sua incerteza e não é muito próximo de 1.

As barras de erro representam o mesmo que anteriormente, logo não há pontos divididos.

O ajuste linear parece adequado.

Cálculo Cálculo de η : $\eta(V=25\text{mL}) = (0,87 \pm 0,04)\text{ mPa.s}$
 $\mu(\eta)(1) = 5\%$

Valores médios | Dados

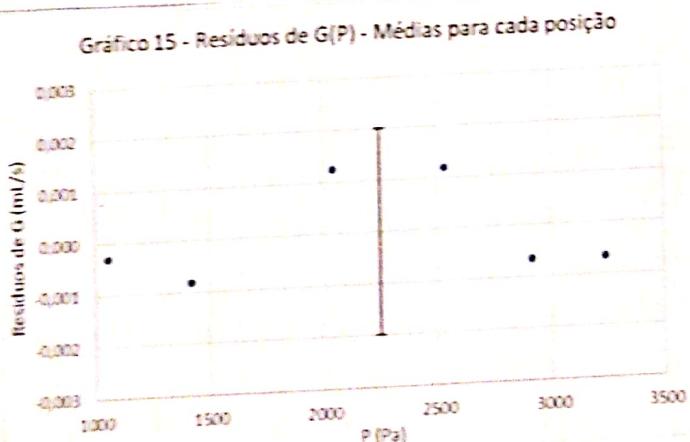
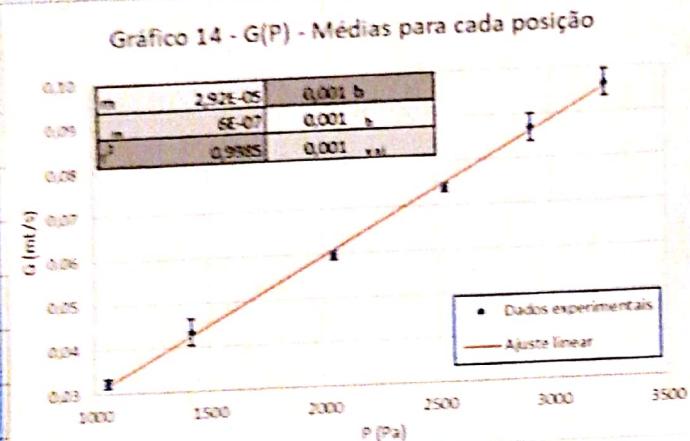
$$\bar{Q}(\bar{P})$$

incertezas?

Nesta tabela apresentam-se os valores médios das medições de P e Q para cada posição do rosto. Correspondem à P média e Q médio na tabela 1.

Posição	P (Pa)	Q (mL/s)
1	2535	0,074
2	2046	0,060
3	1420	0,043
4	2914	0,087
5	1055	0,032
6	3239	0,096

Tabela 9 - dados para as médias.



Valor de η : $\eta(\text{médias}) = (0,87 \pm 0,03) \text{ mPa.s}$
 $u(\eta)(\%) = 3\%$

É de notar que os gráficos de resíduos têm todos forma semelhante, o que salienta a forte semelhança entre os dados experimentais e os ajustes para os 5 volumes diferentes.

2

que pelo menos em parte a dispersão é um resultado de fs \bar{Q} serem determinados a fs θ !

Como a temperatura ao longo da experiência variou 1,2°C, entre 22,3°C e 23,5°C, é impossível definir um único η_{ref} , tendo de se definir uma gama de η_{ref} :

$$\eta(22,3^\circ) = 0,96 \text{--} 0,9465 \text{ mPa}\cdot\text{s} \Rightarrow \eta_{24} = [0,9202; 0,9465] \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

uma variação de $1,2^{\circ}\text{C}$ levou a uma variação de H_{ref} em 3%.

Comparando os coeficientes de viscosidade obtidos à gama de referência percebe-se que o erro não for deficitário. Assim, pode-se definir um erro máximo para $\eta_{ref}(T_{ref} = 22,8^\circ C) = 0,9465 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ e um erro mínimo para $\eta_{ref}(T_{ref} = 23,5^\circ C) = 0,9202 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.

Resultados finais:

Volume	η (mPa.s)	$u(\eta)$ (mPa.s)	$u(\eta)$ (%)	erro _{máx} (%)	erro _{mín} (%)
médias	0,87	0,03	3	8	6
5mL	0,85	0,05	6	10	8
10mL	0,86	0,04	4	9	7
15mL	0,88	0,04	5	7	5
20mL	0,88	0,04	5	7	4
25mL	0,87	0,04	5	8	5

— X)
São
mesmo ?

Tabela 10 - resultados finais:

Discussão e conclusão:

Linearida só qualificada com
 $\log Q$ ($\log P$)

Dede-se concluir que a Lei de Poiseuille foi demonstrada, pois no gráfico do log (Q) por log (P) os dados não lineares e o dílave é muito próximo de 1.

~~Determinou -se o coeficiente de viscosidade da água para valores médios de P e Q sendo $\eta = (0,87 \pm 0,03) \text{ mPa.s}$ com incerteza relativa igual a 3% e que compreendido em [6,8] % (por defeito).~~ [6]

Na determinação do coeficiente de viscosidade da água para diferentes volumes, verifica-se que os maiores erros e a maior incerteza relativa ocorrem para $V = 5 \text{ mL}$. Isto pode-se dever a terem caído mais gotas acima do traço da fronteira para 5 mL de água no momento da leitura.

do boro da proveta para 5 mL do que para os restantes volumes. (2 alguns em 10mL)
 Por fim, a precisão dos resultados foi alta (desvio máximo de 4%), mas a
 unidade poderia ser melhor (erros inferiores a 5%), o que se pode dever ao
 facto de a temperatura da água ter variado muito.