

# Cabo coaxial

## Laboratórios de Física II

17

Tomás Santos  
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto  
Departamento de Física e Astronomia

Turma: PL6  
Parceiros: Bruna Caetano, Nicolau Pereira, Francisco Santos  
Professora: Manuela Lopes dos Santos

### Resumo

Nesta atividade foram feitas 3 montagens envolvendo o cabo coaxial. As mesmas tinham como objetivo, estudar a amplitude do impulso refletido, em função da impedância ligada à linha coaxial, determinar a constante de atenuação  $\alpha$  e a velocidade de propagação  $v$  de fase na linha coaxial e por fim determinar a velocidade de propagação de sinal  $v$  numa linha coaxial variando a frequência do sinal à entrada.

isto não é resultados?

## 1 Introdução

### 1.1 Objetivos

Ao longo deste trabalho, tivemos como principais objetivos:

- Determinar o valor da impedância da carga ligada à linha,  $Z_L = Z_c$ , para a qual  $V_r(Z_l) = 0$ .
- Determinar  $\alpha$ , a partir da medição de amplitudes  $V_n$  dos  $n$  impulsos refletidos.
- Determinar a velocidade  $v$  de propagação de sinal numa linha coaxial, variando a frequência.

### 1.2 Introdução Teórica

As expressões usadas ao longo desta experiência foram:

- Coeficiente de reflexão  $\Gamma_L$ , pode ser determinado através da expressão:

$$\frac{Z_l - Z_c}{Z_l + Z_c}$$

Esta expressão descreve o comportamento da onda refletida em relação as impedâncias de cada ponta do cabo, onde se  $Z_l = Z_c$  o coeficiente de reflexão  $\Gamma = 0$  o que nos indica que não há reflexão da onda. Quando  $\Gamma = 1$  existe reflexão total da onda.

numerar as equações!

- Razão entre picos sucessivos, observado no osciloscópio:

$$\frac{V_{i+1}}{V_i} = \Gamma e^{-2\alpha l}$$



Esta expressão pode ser também rescrita utilizando uma escala logarítmica, obtemos então:

$$\ln\left(\frac{V_n}{V_1}\right) = [\ln(\Gamma) - 2\alpha l]n$$

Onde visualmente, estamos a comparar a onda refletida do pico número  $n$  com o valor de  $V$  da onda incidente.

- Dedução da expressão da velocidade  $v$ , obtida através da variação da frequência em função da fase:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\phi = kx \text{ onde } \phi_1 - \phi_2 = kx_1 - kx_2$$

$$\Delta\phi = k\Delta x$$

$$\text{Substituímos } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ e obtemos } \Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\Phi$$

Finalmente obtemos:

$$f = \frac{v}{2\pi l} \Delta\Phi$$

## 2 Material e Método Experimental

### 2.1 Material

- Fonte de tensão (atividade 1 e 2)
- Osciloscópio (Todas as atividades)
- Linha coaxial RG58 (Todas as atividades)
- Caixa de resistências (atividade 1)
- Gerador sinusoidal (atividade 3)

*manca / características ?*

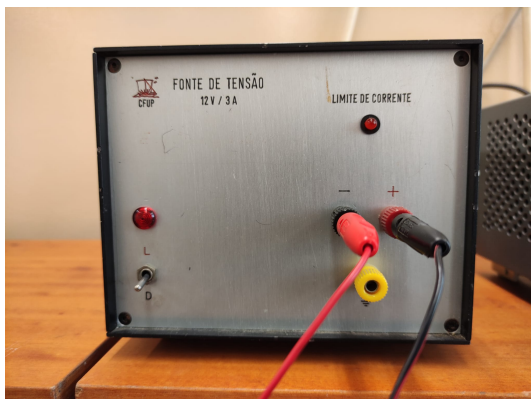


Figura 1: Fonte de tensão

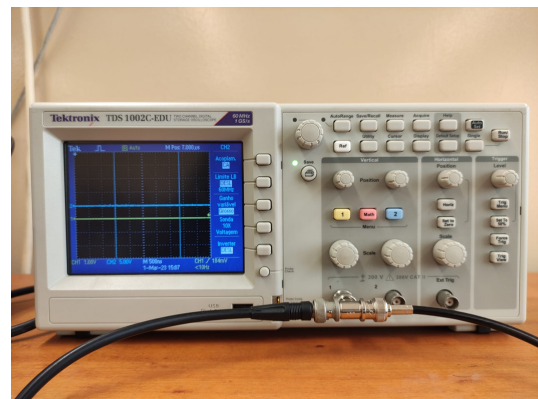


Figura 2: Osciloscópio

num artigo não se colocam fotos como estas!

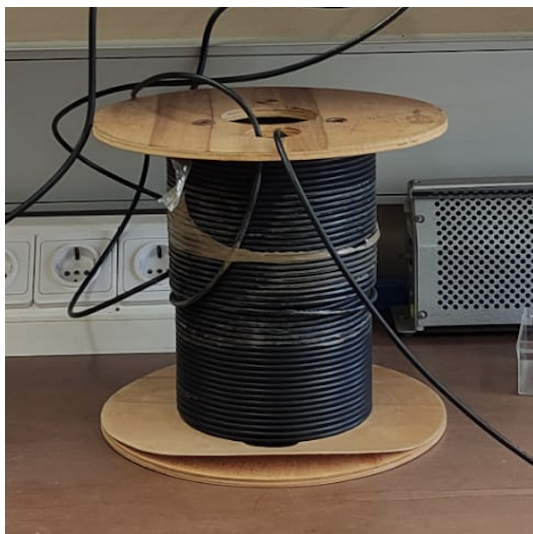


Figura 3: Linha de cabo coaxial



Figura 4: Caixa de resistências



Figura 5: Gerador de impulsos

## 2.2 Método Experimental

### 2.2.1 Estudo da amplitude do impulso refletido, em função da impedância da carga ligada à linha coaxial, $V_r(Z_l)$

Primeiramente, foi feita a montagem da figura 6 e ligado o osciloscópio, para o mesmo estabilizar a sua temperatura de funcionamento.

Em segundo lugar, foi assegurado que a resistência interna do gerador de impulsos era  $50 \Omega$  para que ocorram reflexões de ondas à saída do cabo.

Em terceiro lugar, foram variados os valores de resistências da caixa de resistências de cerca de  $0 \Omega$  (curto-circuito), até um valor de  $12800 \Omega$  (aproximação de circuito-aberto) e posteriormente anotado o valor de  $V_r$  obtido no osciloscópio com um ajuste feito no mesmo para melhor visualização dos resultados.

### 2.2.2 Determinação da constante de atenuação $\alpha$ do cabo coaxial e da velocidade $v$ e propagação de fase

Após ser trocado o esquema do circuito para o da figura 7, onde removemos a caixa de resistências e trocamos o valor da resistência interna do gerador de  $50\ \Omega$  para  $600\ \Omega$ , para que não haja reflexões à entrada do osciloscópio, obtendo através de uma estabilização da onda, um impulso refletido e os seus respectivos picos como desejado. Através de um ajuste com os dados experimentais determinamos os valores pretendidos.

### 2.2.3 Determinação da velocidade de propagação de sinal $v$ numa linha coaxial, variando a frequência do sinal à entrada

Foi novamente trocada a montagem para a da figura 8, onde as diferenças foram a maneira como ligamos os canais ao osciloscópio e que em vez de um gerador de impulsos utilizamos um gerador de sinais, onde pudemos variar livremente a gama de frequências de  $10\text{MHz}$  até  $1\text{KHz}$  como será desejado. Foi então possível analisar um movimento da onda no osciloscópio e posteriormente, retirar conclusões e dados.

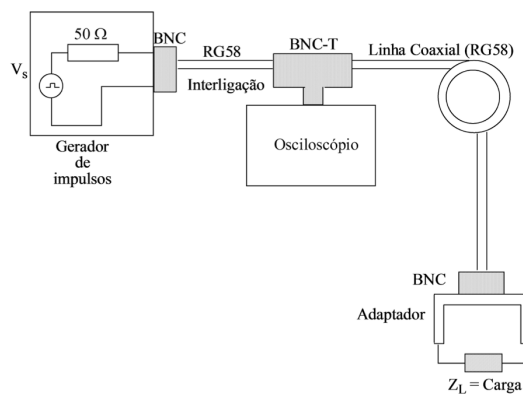


Figura 6: Montagem 1

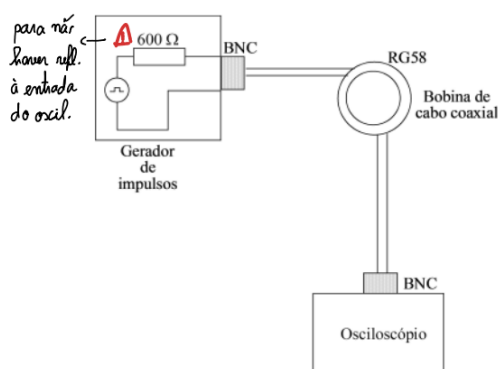


Figura 7: Montagem 2

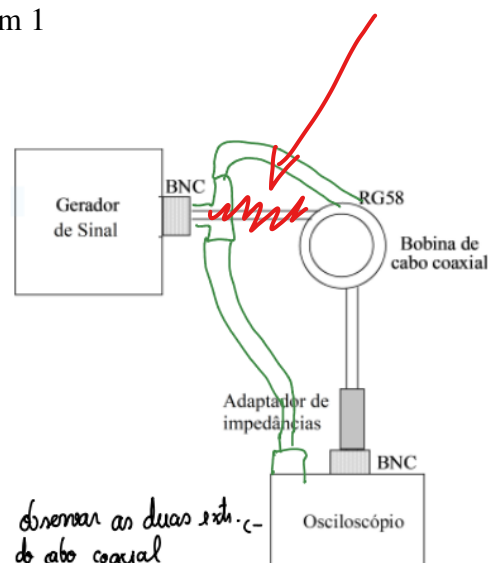


Figura 8: Montagem 3

### 3 Análise de Dados

#### 3.1 Estudo da amplitude do impulso refletido, em função impedância da carga ligada à linha coaxial, $V_r(Z_l)$

Ao variarmos o valor da resistência ( $Z_l$ ), através da caixa de resistências, deveríamos obter os esquemas, da figura 11 para o curto-circuito e o da figura 9 para o circuito aberto. Porém o que realmente obtemos foram os esquemas 12 e 10, onde estas diferenças significativas podem ter ocorrido devido a um defeito no cabo coaxial ou em algum elemento da montagem realizada.

Para uma resistência entre os valores de curto-circuito e circuito-aberto obtemos um esquema do tipo da figura 13.

Para chegar ao valor de  $V_r$  foram utilizados os cursores do osciloscópio e colocados como estão na figura 13, movendo-se o cursor 1 para o zero da onda e o cursor 2 para o respectivo pico da oscilação positiva da onda refletida, onde registamos o valor para  $V_+$ . Para obtermos  $V_-$ , tivemos de deslocar novamente o curso 2, mas agora para o pico negativo. Obtemos então  $V_r$  usando a soma de  $V_+ + V_-$ .

Para o curto circuito foi obtido um valor de  $V_r = -2,42$ , isto quando  $Z_l = 0$ .

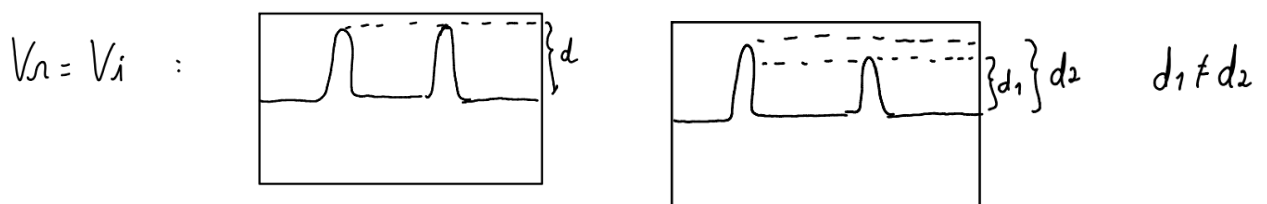


Figura 9: Circuito-aberto ideal

Figura 10: Circuito-aberto obtido

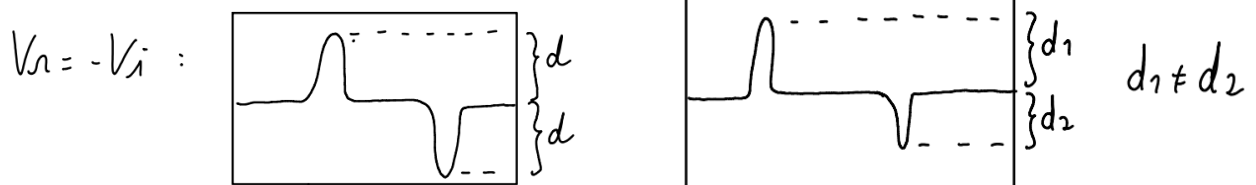


Figura 11: Curto-circuito ideal

Figura 12: Curto-circuito obtido

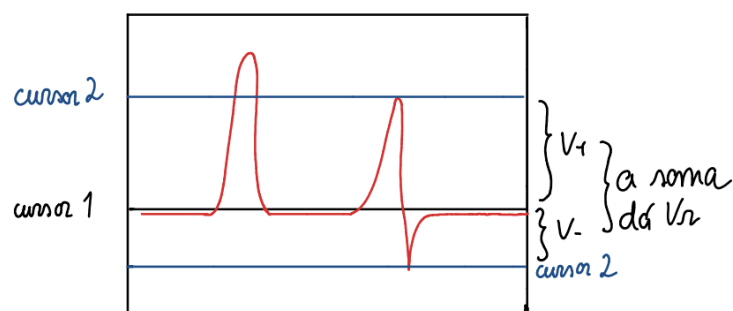


Figura 13: Cursores

Posteriormente, ao ser considerada uma gama experimental de  $1\Omega$  até  $12800\Omega$  e com  $V_r$ , a variar entre  $-2,42V$  a  $2,40V$  obtivemos o seguinte gráfico.

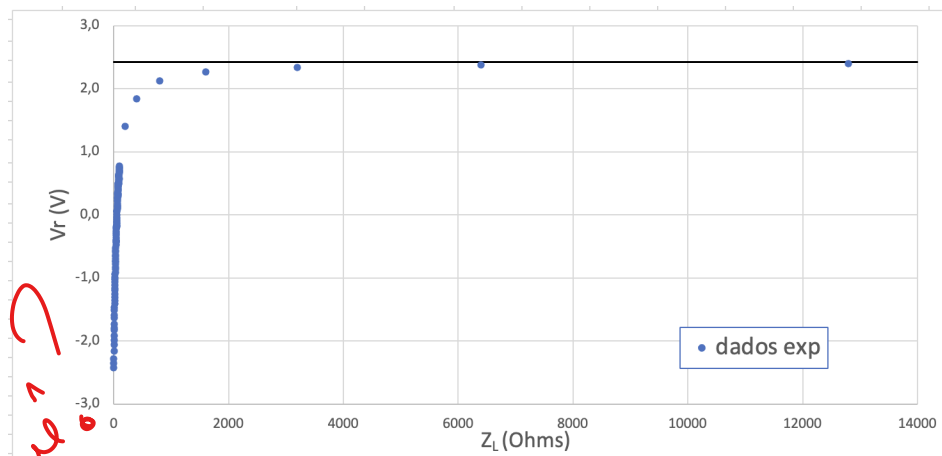


Figura 14:  $V_r$  em função de  $Z_l$

Como é possível ver pelo gráfico 14, se traçarmos uma reta do tipo  $y = 2,42$ , conseguimos observar uma tendência nos pontos quando  $Z_l \Rightarrow \infty$ , onde  $V_r$  posteriormente tende para o valor  $2,42V$  e  $\Gamma$  tende para o valor de circuito aberto ( $\Gamma_l = 1$ ). Quando  $Z_l \Rightarrow 0\Omega$  o valor de  $V_r$  tende para  $-2,42V$ , o valor em curto-circuito. Posteriormente  $\Gamma_l = -1$ .

Através do gráfico da figura 14, conseguimos determinar a impedância característica, onde  $Z_c$  será o valor onde a linha de ajuste se intercepta com o eixo  $V_r = 0V$ . Com os dados obtidos experimentalmente, conseguimos ver que para  $V_r = 0,000V$  temos uma  $Z_l = 56\Omega$  mas para confirmarmos tal valor temos de fazer um ajuste com os dados obtidos.

Através do gráfico na figura 15, verificamos que o ajuste é do tipo polinomial de quarto grau, onde consideramos apenas um intervalo de  $Z_l$ , que englobe  $Z_l = 56\Omega$  como por exemplo, entre  $12\Omega$  e  $100\Omega$  e  $V_r$  entre  $-1,513V$  e  $0,744V$  onde levamos em consideração uma igual distribuição de pontos tanto à esquerda como à direita de  $Z_l = 56\Omega$ , para que nenhuma das duas partes tenha uma maior influência sobre o resultado final.

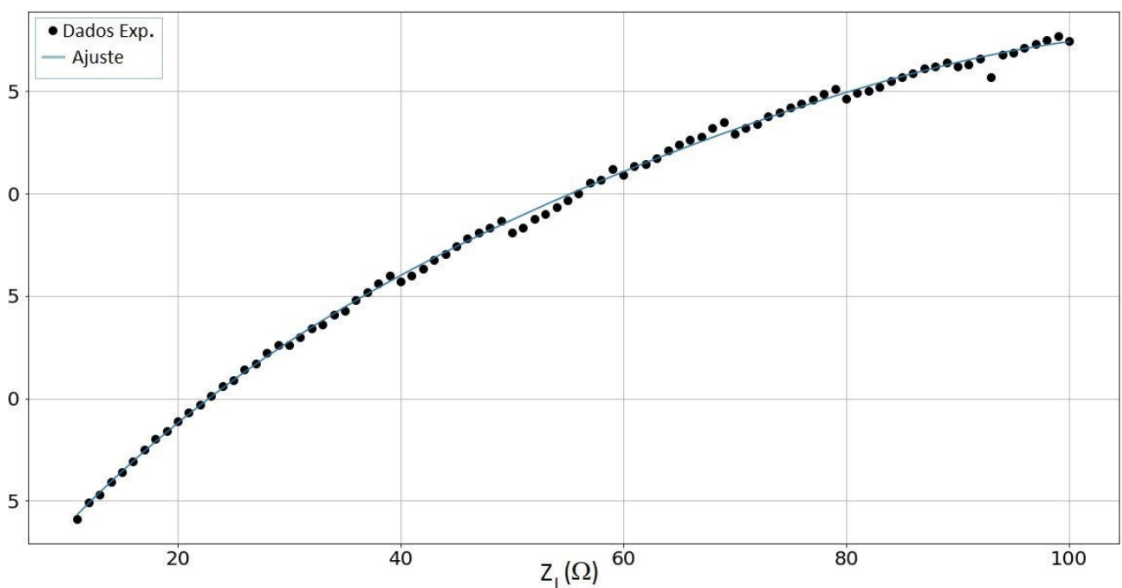


Figura 15:  $V_r$  em função de  $Z_l$



Temos a equação de ajuste do tipo:

$$b + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$$

onde os respectivos valores das incógnitas são:  $b = (-2,27 \pm 0,004)$  ;  $a_1 = (0,073 \pm 0,004)$  ;  $a_2 = (-0,0009 \pm 0,0001)$  ;  $a_3 = (8 \pm 2) \times 10^{-6}$  ;  $a_4 = (-3,3 \pm 0,8) \times 10^{-8}$ , sendo estes valores obtidos através do python, onde levamos em consideração os intervalos de valores previamente pressupostos.

Conseguimos também através do python e da equação polinomial, o valor de  $Z_c$  para  $V_r = 0$  ( $Z_l = Z_c$ ) sendo esse valor  $55,3\Omega$ . Ao compararmos este valor com o experimental obtemos um erro percentual de cerca de 1,2%. Foi posteriormente feito um gráfico de resíduos.

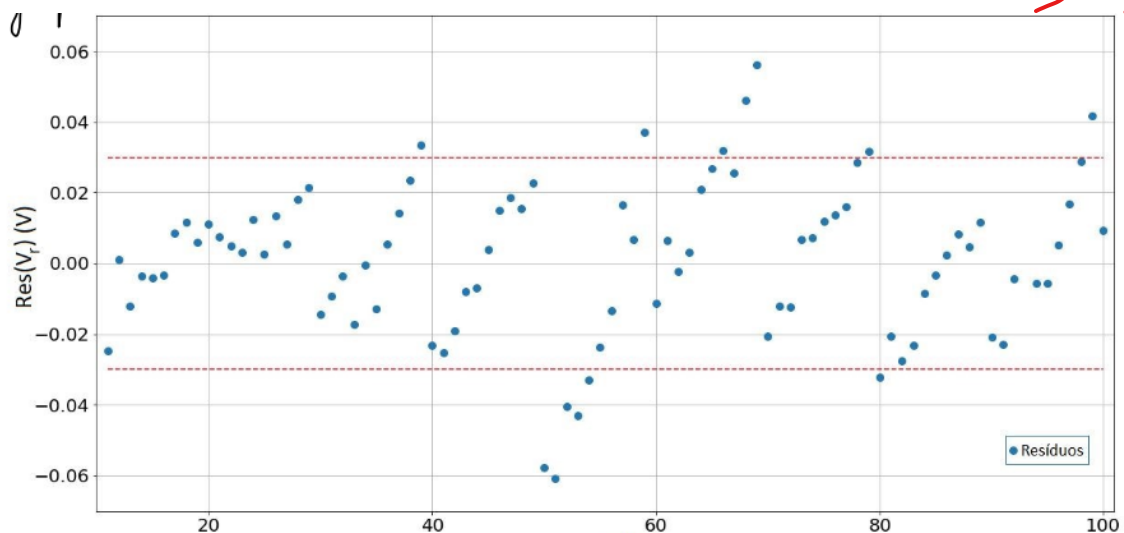


Figura 16: Resíduos  $V_r$  em função de  $Z_l$

Conseguimos também, através do gráfico da figura 16, ver que os resíduos apresentam uma tendência do tipo serra sendo maioritariamente compreendidos entre os limites do desvio padrão.

Esta tendência pode ter ocorrido devido a um erro sistemático na caixa de resistências, que ao chegarmos ao dígito 9, se fosse necessário aumentar uma escala aos valores da resistência, ocorria o salto que esta bem visível nos gráficos. Uma vez que esta tendência é universal por todo o ensaio, não foi escolhido tirar pontos duvidosos. Não foi feito mais nenhum ajuste, porque independentemente da gama que escolhemos, o erro sistemático estaria sempre presente.

As barras de incerteza estão colocadas mas não são visíveis, porque o valor é inferior ao valor mínimo da escala.

### 3.2 Determinação da constante de atenuação $\alpha$ e da velocidade $v$ de propagação da fase na linha coaxial

Primeiramente, antes de começarmos a realizar a segunda parte da experiência, trocamos a montagem que tínhamos inicialmente realizado, para a montagem na figura 7, onde removemos a caixa de resistências.

Após assegurarmos que a montagem foi bem realizada, trocamos também a  $R_{int}$  da fonte de tensão 1 para o valor de  $600\Omega$  (para que não ocorram reflexões à entrada do osciloscópio mas sim ao longo do cabo). Como o nosso objetivo principal seria determinar a constante de atenuação  $\alpha$  e a velocidade  $v$ , registamos os valores de  $V_n$  de cada pico de reflexão, onde o cursor 1 estaria no valor 0 da onda e o cursor 2 estaria a variar pico a pico, para conseguirmos determinar a relação de decaimento de  $V_n$  em relação ao respetivo pico, como está na imagem retirada através do osciloscópio 17.

(+)  $\Rightarrow$  **ERRADO!** porque se o que quer é calcular a atenuação a partir de um valor inicial com a razão  $\frac{V_{i+1}}{V_i}$ ?

Amplitude  
Origem CH1  
 $\Delta V$  3.74V  
Cursor 1 6.25V  
Cursor 2 9.98V

leitura a fazer, não

leitura pico a pico de  $V_n$

Figura 17: Leitura pico a pico de  $V_n$

Amplitude  
Origem CH1  
 $\Delta V$  3.74V  
Cursor 1 6.25V  
Cursor 2 9.98V

leitura a fazer, não

leitura pico a pico de  $V_n$

Figura 17: Leitura pico a pico de  $V_n$

Amplitude  
Origem CH1  
 $\Delta V$  3.74V  
Cursor 1 6.25V  
Cursor 2 9.98V

leitura a fazer, não

leitura pico a pico de  $V_n$

Figura 17: Leitura pico a pico de  $V_n$

Foi feita uma tabela com os valores obtidos para  $V_n$  e para o tempo, para cada pico.

### 3.2.1 Determinação do coeficiente $\alpha$

Para determinarmos  $\alpha$ , foi feito um gráfico de  $\ln(V_n)$  em função de  $n$ , para obtermos como resultado uma relação linear entre os dados experimentais.

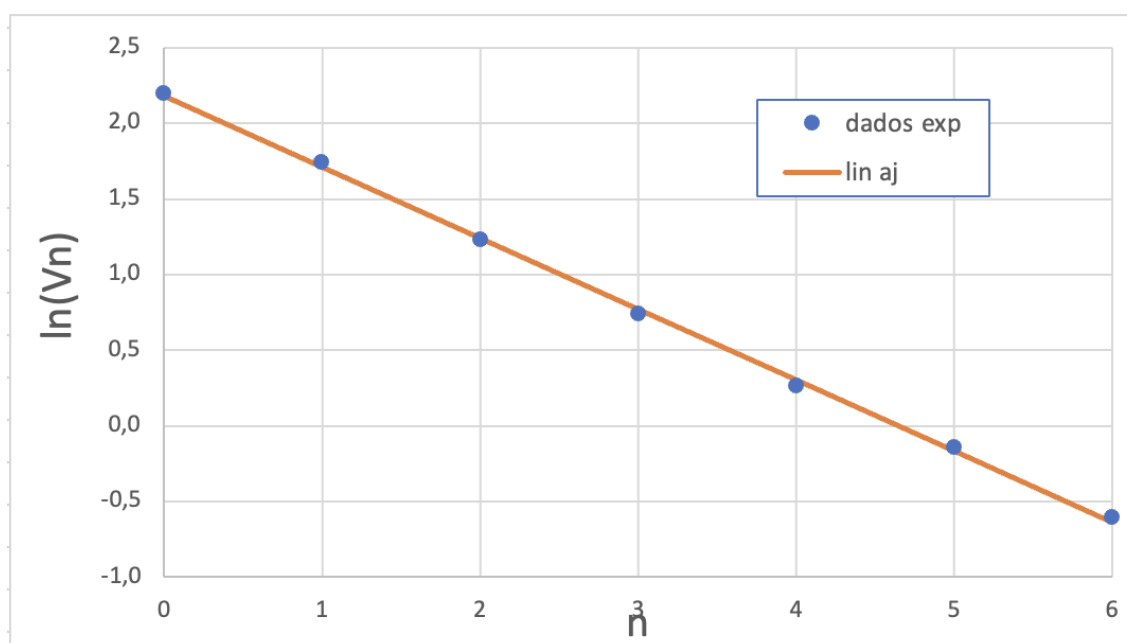


Figura 18:  $\ln(V_n)$  em função de  $n$



Através do gráfico 18, conseguimos ver que os pontos estão todos a seguir uma boa tendência linear como era desejado, sendo a gama experimental considera de -0,605 a 2,197 V para  $\ln(V_n)$  e de 0 a 6 picos para n, onde para n=0, temos a onda incidente.

Foi posteriormente, feito um gráfico de resíduos.

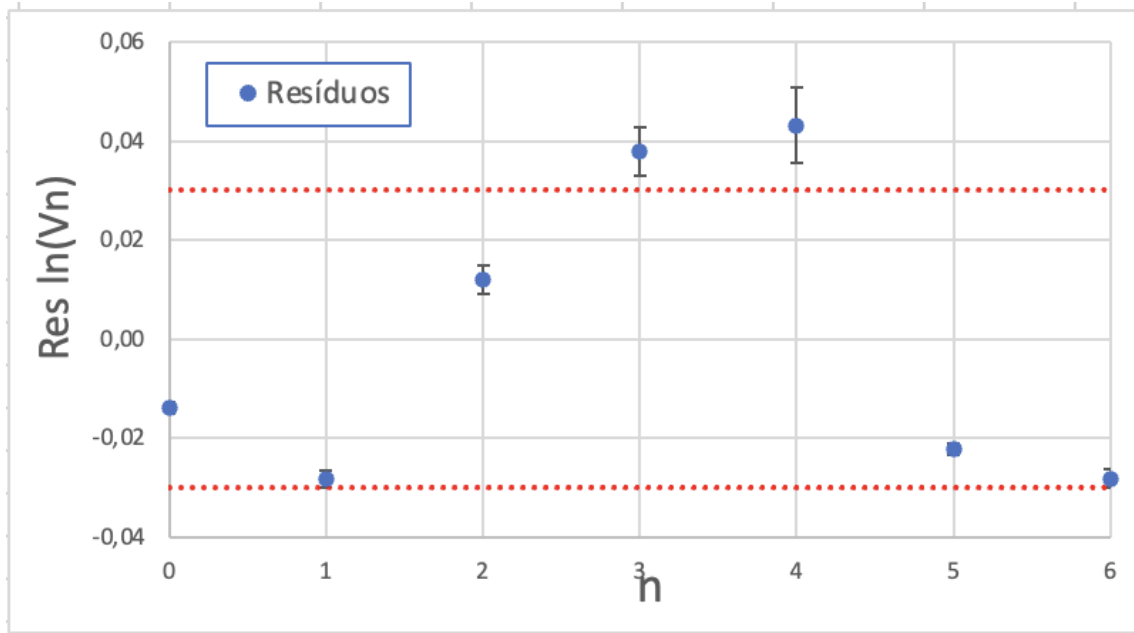


Figura 19: Resíduos de  $\ln(V_n)$  em função de n

No gráfico acima, os resíduos estão distribuídos de maneira aleatória, como era desejado. Apesar de existirem 2 pontos fora do limite do desvio padrão, não foi necessário serem removidos, para não ficarmos com poucos pontos em avaliação. As incertezas estão presentes no gráfico de ajuste, mas são muito pequenas e não se tornam visíveis, estando também presentes no gráfico de resíduos, cada uma com um valor diferente.

Através do gráfico 18 e das equações:

$$\ln\left(\frac{V_n}{V_1}\right) = [\ln(\Gamma) - 2\alpha]n$$

$$\Gamma = \frac{Z_0 - Z_c}{Z_0 + Z_c}$$

e considerando  $m = \ln(\Gamma) - 2\alpha$ , obtemos que  $\alpha = \frac{\ln(\Gamma) - m}{2l}$ .

Para determinar  $\Gamma$ , consideramos  $Z_c$  como sendo o valor obtido na experiência anterior e  $Z_0 = 600\Omega$  ( $R_{int}$  do gerador), onde obtemos  $\Gamma = (0,829 \pm 0,008)$ . Ao compararmos com o valor de referência, temos um erro de 2% e uma incerteza percentual de 1%.

Conseguimos então determinar  $\alpha$  e obtemos  $(2,29 \pm 0,09) \times 10^{-3} \text{ dB/m}^{-1}$  que está dentro dos parâmetros sugeridos no protocolo, onde nos era apresentado  $\alpha < 0,02 \text{ dB/m}^{-1}$ .

Apesar de não termos uma referência concreta, se compararmos com trabalhos de anos anteriores, como por exemplo, o valor obtido pelo grupo 7 da PL5 do ano de 2019, que foi  $\alpha = (2,61 \pm 0,03) \times 10^{-3} \text{ dB/m}^{-1}$ , temos então um erro de cerca de 12% com uma incerteza percentual de 4%.

Para a determinação da incerteza de  $\alpha$ , não foi levada em conta a incerteza da linha coaxial, uma vez que não tínhamos dados sobre o valor em questão.

### 3.2.2 Determinação da velocidade $v$

Como foi dito anteriormente, também registamos através do osciloscópio o tempo percorrido pela onda refletida pico a pico. Conseguimos também chegar à distância percorrida pela onda através da expressão  $d = 2nl$ .

Com estes valores, foi feito um gráfico de ajuste da distância percorrida em função do tempo.

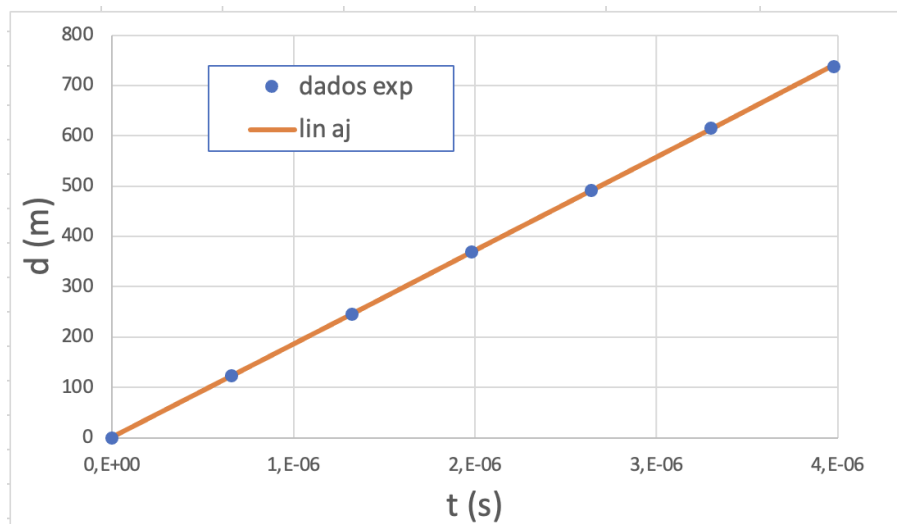


Figura 20: Distância percorrida em função do tempo

A gama experimental que consideramos para o ajuste, foi 0 a 738 m para a distância e 0 a  $3,98 \times 10^{-6}$  s para o tempo. Como conseguimos ver no gráfico 20, os pontos seguem uma boa tendência linear.

Foi seguidamente realizado o gráfico de resíduos:

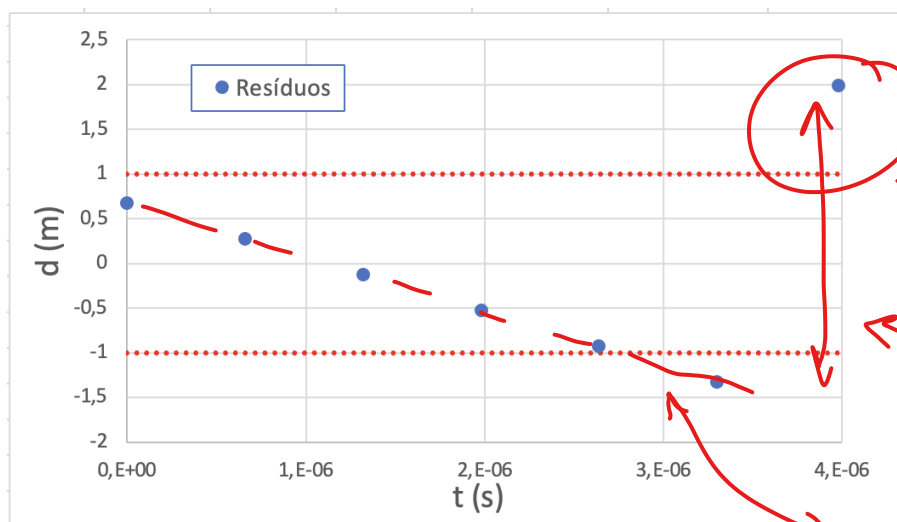


Figura 21: Resíduos da distância percorrida em função do tempo

*revisar  
pois a  
diferença  
e a tendência  
assim o exigem!*

info a indicar na legenda

não compor do!

Como conseguimos ver, os valores dos resíduos apresentam uma tendência, contudo, são muito pequenos em comparação aos valores obtidos experimentalmente. Por estarem muito próximos do valor do desvio padrão, não haverá necessidade de retirar nenhum valor, sendo que no gráfico do ajuste <sup>20</sup>, as barras de incerteza estão presentes, mas não são visíveis por serem muito pequenas. No gráfico de resíduos <sup>21</sup> as mesmas não foram colocadas, porque como já foi dito anteriormente não tivemos acesso ao valor da incerteza de  $l$ .

Para chegarmos ao valor da velocidade basta usarmos a equação  $v = \frac{d}{t}$  onde concluímos que o declive do gráfico <sup>20</sup> será  $v$ .

Obtemos então que  $v = (1,858 \pm 0,003) 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ , que ao compararmos com o valor  $v = (2,07 \pm 0,01) \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  obtido, pelo grupo 4 da PL6 de 2023, resulta num erro percentual de 10% e uma incerteza percentual de 0,2%.

### 3.3 Determinação da velocidade de propagação de sinal $v$ numa linha coaxial, variando a frequência do sinal à entrada

Na última montagem, trocamos o gerador de impulsos por um gerador de sinais. Tínhamos como objetivo determinar a velocidade de propagação de sinal  $v$ , onde fizemos variar a frequência do sinal de 1MHz até 1 kHz

Ao variarmos a frequência, consequentemente, fazíamos uma variação da fase do sinal refletido, em relação ao sinal incidente. Para chegarmos ao nosso objetivo, ao longo da variação da frequência, fomos anotando os respetivos valores de  $f \text{ (Hz)}$ , para os quais as ondas se encontravam em fase e anti-fase.

Durante a realização da experiência, conseguimos também verificar que para uma frequência menor que 120 kHz, as ondas ficariam sempre em fase para o resto da gamma experimental (até 1kHz). Com isto em mente e os valores retirados, foi feito o seguinte ajuste:

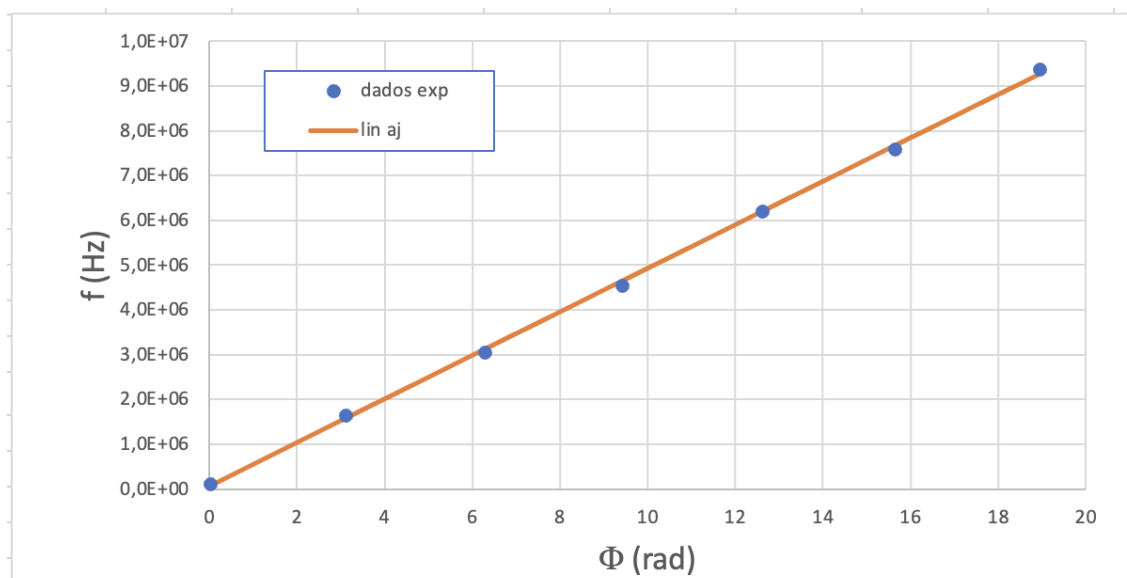


Figura 22: Frequência em função da fase

Através do gráfico <sup>22</sup>, conseguimos ver que os valores seguem uma tendência linear, sendo que não apresentam nenhum desvio significativo em relação a linha de ajuste, como era desejado.

Foi então feito um gráfico de resíduos:

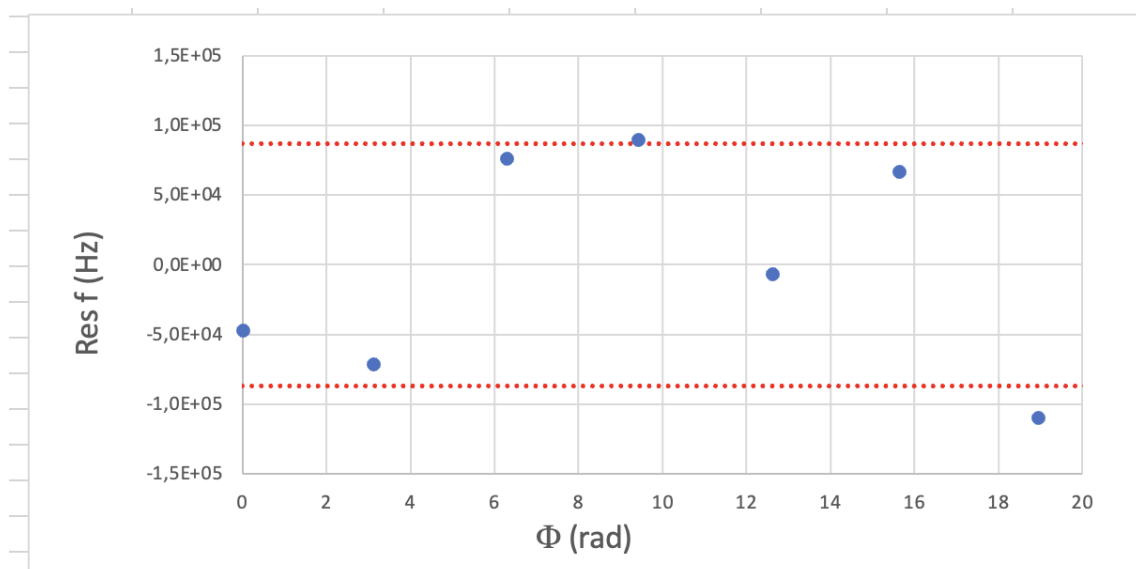


Figura 23: Resíduos da frequência em função da fase

Como conseguimos ver no gráfico de resíduos 23, os valores estão distribuídos aleatoriamente, tendo valores próximos do valor do desvio padrão mas não havendo nenhum que necessitamos de considerar duvidoso. Temos assim um bom ajuste.

As barras de erros estão presentes tanto no gráfico 22 como no gráfico 23, mas não são visíveis devido ao valor da incerteza ser muito menor que os valores da menor escala dos respectivos gráficos.

Através dos valores obtidos, conseguimos chegar ao valor pretendido  $v$ , onde para isso vamos necessitar da seguinte expressão:

$$f = \frac{v}{2\pi l} \Delta\phi$$

Onde o declive do gráfico 22 será igual a  $m = \frac{v}{2\pi l}$ , onde obtemos então através da igualdade.

$$v = ml2\pi$$

Ao substituírmos valores, obtemos o resultado  $v = (1,88 \pm 0,02) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ . Ao comparamos com o valor de  $v_{ref} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = 1,86 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , obtemos um erro percentual de 1% com uma incerteza percentual de 1%.

## 4 Resultados e Conclusão

Para a montagem sobre o estudo do impulso refletivo, obtive um valor para a impedância da linha de carga, sendo esse  $Z_c = 55,3 \Omega$ , onde não foi possível obter o valor da incerteza, porque o ajuste foi feito usando python, temos então um erro percentual de 1,2% sobre o valor experimental  $Z_c = 56 \Omega$  e um erro de 11% sobre o valor teórico  $Z_c = 50 \Omega$ . Através deste estudo, também conseguimos analisar e comparar o sinal refletido com o sinal incidente, sendo que o sinal refletido tinha sempre menor amplitude que o sinal incidente, como era de esperar. Seguindo um pensamento teórico, deveria ser possível ver para o circuito-aberto, a reflexão total da onda, contudo o mesmo não aconteceu, podendo a razão ser um defeito da linha coaxial. Para curto-circuito foi possível observar-se uma inversão do sinal.

No segundo estudo sobre a determinação da constante de atenuação  $\alpha$ , obtive o valor de  $\alpha = (2,29 \pm 0,09) \times 10^{-3} \text{ dB/m}^{-1}$ , que está dentro dos parâmetros apresentados no protocolo, onde  $\alpha < 0,02 \text{ dB/m}^{-1}$ . Ao compararmos com os valores do grupo 7 da PL5 de 2019, onde  $\alpha = (2,61 \pm 0,03) \times 10^{-3} \text{ dB/m}^{-1}$ , obtemos um erro de cerca de 12% com uma incerteza percentual de 4%. Também determinamos a velocidade  $v$  e obtivemos o valor  $v = (1,858 \pm 0,003) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , que ao compararmos com o valor obtido pelo grupo 4 da PL6 de 2023, obtemos um erro percentual de 10% e uma incerteza percentual de 0,2%. Conseguimos também ao longo da realização deste segundo estudo, ver no osciloscópio diversos picos, que representavam a onda refletida  $n$  vezes, por cada reflexão que ocorria. A amplitude diminuía significativamente em relação ao pico da onda incidente.

Por fim, no último estudo sobre a velocidade de propagação de sinal  $v$  numa linha coaxial, ao variarmos a frequência, obtivemos um valor de  $v = (1,88 \pm 0,02) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , com um erro percentual de 1% em relação ao valor de  $v_{\text{referência}} = 1,86 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , tendo também uma incerteza percentual de 1%. Também conseguimos analisar as diferentes posições de fase e anti-fase, tomadas pelas ondas ao longo da variação da frequência.

## 5 Anexos

### 5.1 Dados Experimentais

escala Vr	Z <sub>l</sub> (Ohms)	Vr (V)
600mv	0	-2,42
	1	-2,35
	2	-2,28
	3	-2,16
	4	-2,06
	5	-1,99
	6	-1,92
	7	-1,83
488mv	8	-1,795
	9	-1,735
436mv	10	-1,635
	11	-1,588
	12	-1,513
	13	-1,466
	14	-1,411
	15	-1,356
	16	-1,308
	17	-1,254
	18	-1,199
	19	-1,164
352mv	20	-1,114
	21	-1,066
	22	-1,028
	23	-0,990
	24	-0,942
	25	-0,914
288mv	26	-0,859
	27	-0,826
	28	-0,782
	29	-0,739
	30	-0,737
	31	-0,702
	32	-0,658
	33	-0,635
	34	-0,590
	35	-0,567
	36	-0,522
	37	-0,479
	38	-0,435

Figura 24: Tabela de dados experimentais  $V_r$  em função de  $Z_l$  14

	39	-0,402
	40	-0,427
240 mV	41	-0,400
	42	-0,365
	43	-0,326
	44	-0,297
	45	-0,259
	46	-0,221
280mv	47	-0,191
	48	-0,168
	49	-0,135
	50	-0,190
	51	-0,168
	52	-0,123
	53	-0,101
	54	-0,067
	55	-0,034
	56	0,000
332mv	57	0,053
	58	0,066
	59	0,119
	60	0,093
	61	0,133
	62	0,146
	63	0,173
	64	0,212
	65	0,239
	66	0,265
	67	0,279
	68	0,319
	69	0,345
236mv	70	0,293
	71	0,321
	72	0,340
	73	0,378
	74	0,397
	75	0,415
	76	0,435
	77	0,455
	78	0,485

Figura 25

	78	0,485
	79	0,505
	80	0,463
	81	0,491
	82	0,500
	83	0,519
	84	0,549
	85	0,569
	86	0,589
	87	0,609
	88	0,619
	89	0,639
	90	0,623
	91	0,634
	92	0,664
	93	0,574
	94	0,684
	95	0,694
	96	0,705
	97	0,725
	98	0,754
248mv	99	0,773
	100	0,744
456mv	200	1,40
	400	1,84
	800	2,12
	1600	2,27
	3200	2,34
	6400	2,38
	12800	2,40

Figura 26

n	Vn (V)	u(Vn) (V)	ln(Vn)	u (ln(Vn))	d (m)	t (s)	u(t) (s)	ln(Vn) <sub>aj</sub>	Res ln(Vn)
0	9,00	0,01	2,1972	0,0011	0	0	0	2,1834	-0,0139
1	5,71	0,01	1,7422	0,0018	123	6,60E-07	1,00E-09	1,7139	-0,0283
2	3,43	0,01	1,2326	0,0029	246	1,32E-06	1,00E-08	1,2444	0,0119
3	2,09	0,01	0,7372	0,0048	369	1,98E-06	1,00E-08	0,7750	0,0378
4	1,30	0,01	0,2624	0,0077	492	2,64E-06	1,00E-08	0,3055	0,0432
5	0,868	0,001	-0,1416	0,0012	615	3,30E-06	1,00E-08	-0,1639	-0,0224
6	0,546	0,001	-0,6051	0,0018	738	3,98E-06	1,00E-08	-0,6334	-0,0283

Figura 27: Tabela do Ajuste para  $\alpha$  18

d (m)	t (s)	u(t) (s)	d <sub>aj</sub> (m)	Res d (m)
0	0	0	0,6698598	0,6698598
123	6,60E-07	1,00E-09	123,26966	0,2696615
246	1,32E-06	1,00E-08	245,86946	-0,130537
369	1,98E-06	1,00E-08	368,46926	-0,530735
492	2,64E-06	1,00E-08	491,06907	-0,930933
615	3,30E-06	1,00E-08	613,66887	-1,331132
738	3,98E-06	1,00E-08	739,98382	1,9838156

Figura 28: Tabela para  $v$  20

m	-0,469	2,18	b
$\sigma_m$	0,006	0,02	$\sigma_b$
$r^2$	0,9991	0,03	$\sigma_{y_{aj}}$

Figura 29: Tabela do Ajuste para  $\alpha$  18

m	1,858E+08	0,7	b
$\sigma_m$	3E+05	0,8	$\sigma_b$
$r^2$	0,99998	1	$\sigma_{y_{aj}}$

Figura 30: Tabela para  $v$  20



f (Hz)	u(f) (Hz)	Φ (graus)	Φ (graus)	Φ (radianos)	f <sub>aj</sub> (Hz)	Res f <sub>aj</sub> (Hz)
9,3800E+06	1,0E+02	5,06	1085,06	18,938	9270281	-1,10E+05
7,6000E+06	1,0E+02	176	896	15,638	7667198	6,72E+04
6,2000E+06	1,0E+02	2,23	722,23	12,605	6193763	-6,24E+03
4,5500E+06	1,0E+02	179	539	9,407	4640114	9,01E+04
3,0500E+06	1,0E+02	0,439	360,439	6,291	3126055	7,61E+04
1,6500E+06	1,0E+02	178	178	3,107	1579114	-7,09E+04
1,2000E+05	1,0E+01	0,432	0,432	0,008	73475	-4,65E+04

Figura 31: Tabela do Ajuste para  $v$  através da variação de  $f$  18

m	485824	69812	b
σm	5210	59074	σb
r <sup>2</sup>	0,9994	86819	σ <sub>y aj</sub>

Figura 32: Tabela do Ajuste para  $v$  através da variação de  $f$  18

## 5.2 Equações de propagação de incerteza

- Incerteza Percentual:

$$u(v)\% = \frac{u(v)}{v} \cdot 100 \quad (1)$$

- Erro percentual:

$$Erro\% = \frac{valor_{ref} - valor_{obtido}}{valor_{ref}} \cdot 100 \quad (2)$$

- Incerteza de  $Z_c$ :

$$u(Z_c) = \sqrt{\left[\frac{\delta Z_c}{\delta m}\right]^2 \cdot u(m)^2 + \left[\frac{\delta Z_c}{\delta b}\right]^2 \cdot u(b)^2} \quad (3)$$

- Incerteza de  $\Gamma$ :

$$u(\Gamma) = \sqrt{\left[\frac{\delta \Gamma}{\delta Z_c}\right]^2 \cdot u(Z_c)^2} \quad (4)$$

- Incerteza de  $\alpha$ :

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{\delta \alpha}{\delta \Gamma}\right)^2 \cdot u(\Gamma)^2 + \left(\frac{\delta \alpha}{\delta m}\right)^2 \cdot u(m)^2} \quad (5)$$

- Incerteza de  $v$ :

$$u(v) = \sqrt{\left(\frac{\delta v}{\delta m}\right)^2 \cdot u(m)^2} \quad (6)$$