

Estudo da Transmissão por cabo coaxial

Laboratórios de Física II

Bruna Caetano

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Departamento de Física e Astronomia

Turma:

PL6

Parceiros: Francisco Santos, Nicolau Pereira, Tomás Santos

Professora: Manuela Lopes dos Santos

Resumo

Neste trabalho, estudou-se o comportamento da amplitude do impulso refletido V_r , em função da variação impedância de uma caixa de resistências, Z_L , ligada a um cabo coaxial e determinou-se, ainda, o valor da impedância para o qual ocorre adaptação da caixa de resistências à linha, sendo atingido para $Z_c = 55.3\Omega$. Obteve-se o valor do coeficiente de atenuação, $\alpha = (0.00245 \pm 0.00009) m^{-1}$, e a velocidade de propagação de fase, $v_{fase} = 186363636.36363600 \pm 0.00000001 m s^{-1}$, na linha. Para além disso, variando a frequência do sinal de entrada, calculou-se o valor da velocidade de propagação do sinal num cabo coaxial, $v = (1.88 \pm 0.04) \times 10^8 m s^{-1}$.

1 Introdução

1.1 Objetivos

- I. Analise da amplitude do impulso refletido, V_r , em função da impedância da carga, Z_L , ligada à linha coaxial;
 - Determinação do valor experimental da impedância característica do cabo coaxial, Z_c .
- II. Determinação da constante de atenuação, α , e a velocidade de propagação de fase, v_{fase} , na linha coaxial.
- III. Determinação da velocidade de propagação do sinal v numa linha coaxial (recorrendo à variação da frequência do sinal de entrada).

1.2 Introdução Teórica - Transmissão por cabo coaxial

Uma linha de transmissão consiste numa estrutura de dois condutores paralelos entre si, que permitem a transmissão de um sinal eletromagnético que sai de um gerador até a uma impedância de carga. Este sinal poderá ser refletido em condições específicas.

Um exemplo de linha de transmissão é o cabo coaxial, caracterizado por 4 grandezas fundamentais: coeficiente de autoindução por unidade de comprimento, capacidade por unidade de comprimento, resistência (série) por unidade de comprimento e condutância (paralela) por unidade de comprimento. Partindo destas, podemos determinar outros parâmetros do cabo coaxial:

- impedância característica, Z_c ;
- constante de atenuação, α ;
- velocidade de fase, v_{fase} ;
- velocidade de propagação da onda, v .

1.2.1 Impedância Característica

A impedância característica da linha corresponde ao valor da impedância de carga, Z_L para o qual não há reflexão do sinal transmitido. A partir deste valor, conseguimos calcular o coeficiente de reflexão, Γ , que também pode ser dada pela relação entre as amplitudes de tensão das ondas refletida, $V_r(z, t)$, e incidente $V_i(z, t)$:

- À saída da linha, tem-se $z = l$ (na sua extremidade):

$$\Gamma_L = \frac{V_r(l, t)}{V_i(l, t)} = -\frac{I_r(l, t)}{I_i(l, t)} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (1)$$

- À entrada da linha, tem-se $z = 0$:

$$\Gamma_0 = \frac{V'_r(0, t)}{V'_i(0, t)} = -\frac{I'_r(0, t)}{I'_i(0, t)} = \frac{Z_0 - Z_c}{Z_0 + Z_c} \quad (2)$$

em que $V'_i(0, t)$ - corresponde à amplitude de tensão da onda refletida pela carga na saída da linha

$V'_r(0, t)$ - corresponde à amplitude de tensão da onda refletida à entrada da linha

Z_0 - corresponde à impedância do gerador, no caso em que vamos estudar experimentalmente.

Perante estas expressões, pode-se retirar de 1 que:

- Para $Z_L = Z_c$ tem-se que : $\Gamma_L = 0$, isto é, a linha encontra-se adaptada face à impedância da carga na sua extremidade e portanto não ocorre reflexão à saída da linha;
- Para $Z_L = 0$: $\Gamma_L = -1$, desta modo a linha encontra-se em curto circuito, a tensão inverte o sinal, exceto a corrente;
- Para valores de $Z_L > Z_c$: $\Gamma_L > 0$, a corrente inverte o sinal, exceto a tensão;
- Para $Z_L \rightarrow \infty$: $\Gamma_L = 1$, encontrando-se a linha aberta.

As mesmas situações verificam-se para a expressão 2.

1.2.2 Constante de Atenuação

Quando há reflexão de um sinal num cabo coaxial, esse sinal sofre uma atenuação por um fator $e^{-\alpha L}$, ou seja,

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \Gamma e^{-2\alpha L} \quad (3)$$

em que L é o comprimento do cabo coaxial e α é a constante de atenuação e V_n é o pico de tensão do sinal que origina a reflexão e V_{n+1} o do sinal refletido.

Para $n \in [0, N]$, em que N é o número total de reflexões, podemos ter a expressão anterior em termos de V_0 , que é a tensão do impulso incidente, e de V_n , que é a tensão da n -ésima reflexão:

$$\frac{V_n}{V_0} = \Gamma^n e^{-2\alpha L n} \quad (4)$$

Linearizando esta expressão em termos de n , obtemos

$$\ln\left(\frac{V_n}{V_0}\right) = \ln(\Gamma^n e^{-2\alpha L n}) = [\ln(\Gamma) - 2\alpha L]n \quad (5)$$

Ou, equivalentemente:

$$\ln(V_n) = [\ln(\Gamma) - 2\alpha L]n + \ln(V_0) \quad (6)$$

1.2.3 Velocidade de Fase

A velocidade de fase das ondas incidente e refletida, v_{fase} , depende da relação do percurso total do sinal, $d = 2nL$, com tempo que o demora a percorrer, da seguinte forma

$$v_{\text{fase}} = \frac{d}{t} \quad (7)$$

1.2.4 Velocidade de Propagação da onda

Uma onda sinusoidal pode ser escrita da seguinte forma

$$y(x, t) = \sin(\omega t - \phi)$$

Para um sinal eletromagnético, sabemos que

$$y(x, t) = \sin(\omega t - kx)$$

Assim, das duas expressões anteriores, deduz-se que

$$\phi = kx$$

Seja Φ , a diferença de fase entre 2 ondas de igual frequência, então:

$$\Phi = k \Delta x \quad (8)$$

em que no caso a estudar $\Delta x = L$

Sabemos que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, ou seja, com $\lambda = \frac{v}{f}$

$$\Phi = \frac{2\pi L}{\frac{v}{f}} \quad (9)$$

E substituindo 8 em 9 obtém-se:

$$f = \frac{v}{2\pi L} \Phi \quad (10)$$

2 Experiência

2.1 Material

 *manca . . .*

- Gerador de impulsos (1)
- Comutador de resistência interna (relativa ao gerador de impulsos) (2)

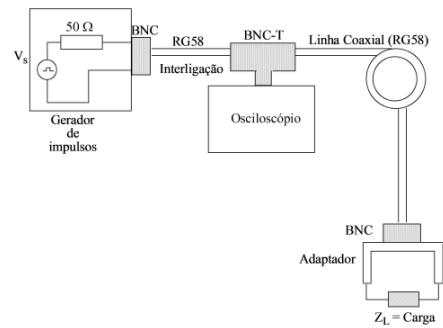
- Gerador de sinais (3)
- Osciloscópio (4)
- Bobina de cabo coaxial (5)
- Adaptador de impedâncias (6)
- Caixa de resistências (7)

2.2 Montagem experimental

2.2.1 Parte I. Estudo de $V_r(Z_L)$



(a) Montagem 1



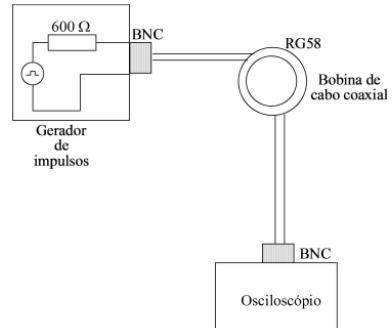
(b) Esquema do circuito 1

Figura 1

2.2.2 Parte II. Determinação de α e de v_{fase}



(a) Montagem 2



(b) Esquema do circuito 2

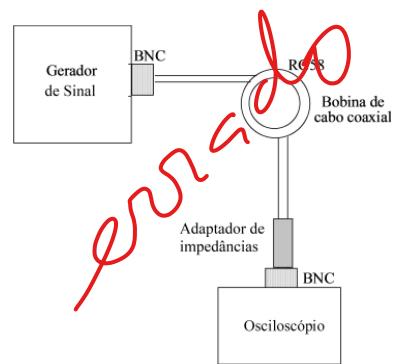
Figura 2

Nunca viigo mas é habitual colocar fotos (de montagem ou aparelhos) !

2.2.3 Parte III. Determinação de v



(a) Montagem 3



(b) Esquema do circuito 3

Figura 3

2.3 Método experimental

2.3.1 Parte I

- Montou-se o circuito indicado na figura 1
 - escolhendo 50Ω para valor de resistência à saída do gerador (de forma a não haver reflexões à saída do gerador);
- configurou-se do osciloscópio colocando as medidas que estamos interessados a ler e procedeu-se às medições dos valores utilizando-se o método de cursores - cursor 1, no valor de referência ($V=0$) e cursor 2, nos valores de V_R (picos de amplitude de do impulso refletido) a registar, como mostra a figura 23;
- Através da caixa de resistências, variou-se o valor de Z_L , e registou-se o valor de V_r correspondente:
 - Observou-se o e registou-se comportamento dos impulsos incidente e reflectido na carga Z_L , no osciloscópio, para o caso de circuito aberto ($Z_L = \infty$)- fig.22 e de curto-círcuito ($Z_L = 0$);
 - Retirou-se um conjunto de ponto de forma a garantir um igual número de pontos relativamente a $Z_L = 50 \Omega$;
- Determinou-se o valor de impedância característica da linha Z_c experimental, partindo da análise gráfica de $V_r(Z_L)$.

2.3.2 Parte II

- Alterou-se a montagem para o circuito apresentado na figura 2:

No qual se escolheu 600Ω no comutador do gerador de impulsos, evitando reflexões à entrada do osciloscópio;

- Utilizando o modo de cursores no tipo amplitude e no tipo tempo, recolheu-se para cada impulso:
 - valor de amplitude, V_n ;
 - tempo do impulso relativamente ao impulso incidente, t_n ;

- o número correspondente n ;
- distância do percurso feita, d ;
- Calculou-se valor de Γ_L e posteriormente o valor α pelo gráfico de $\ln \left(\frac{V_n}{V_0} \right) (n)$.

2.3.3 Parte III

- Montou-se outro circuito mostrado pela figura 3, tendo-se ligado no canal 1 do osciloscópio o sinal do gerador e no canal 2 o sinal refletido na linha coaxial.
- Variou-se a frequência do sinal do gerador, f , numa gama de $kHz - 10MHz$, de forma decrescente, registando-se tanto f como respetiva diferença de fase Φ entre os sinais, sempre que os sinais se encontrassem, aproximadamente, em fase ou antifase.
(A escolha desta gama advém do facto de para frequências abaixo de kHz os sinais mantinham-se em fase, e $10MHz$ é o valor máximo de frequência medido pelo gerador utilizado.)

3 Análise de Dados

3.0.1 Parte I

Ao longo da variação de Z_L , foi possível de se visualizar diferentes tipos de comportamento do sinal refletido:

- Para $Z_L = 0$, observou-se o perfil representado na figura 21. Verifica-se a inversão do sinal relativamente ao eixo horizontal, tendo o sinal refletido uma amplitude de 2,42V em módulo.
- Para $Z_L \rightarrow \infty$, obteve-se o perfil 22. O sinal de tensão refletido não se inverteu, tendo obtido uma amplitude de 2,42V, que por sua vez corresponde ao valor, em módulo, de V para situação de curto circuito, como era previsto.

Tanto para o perfil 21 como para o 22 era de esperar teoricamente que ambos os sinais (incidente e refletido) tivessem igual amplitude de tensão ($|V_i| = |V_r|$), no entanto isso não se aconteceu.

- Para diferentes valores de Z_L , entre o intervalo de 0Ω a 100Ω , exclusive, o perfil geral observado, 23, mostra que o segundo impulso apresenta 2 picos de tensão (um positivo outro negativo), e portanto para o valor de V_r obtido, neste caso, é a soma dos picos (V_{r1} , e V_{r2}).

Os dados experimentais obtidos estão representados nas tabelas 15. Os valores de Z_L não têm incerteza indicada, daí não serem apresentados nas tabelas.

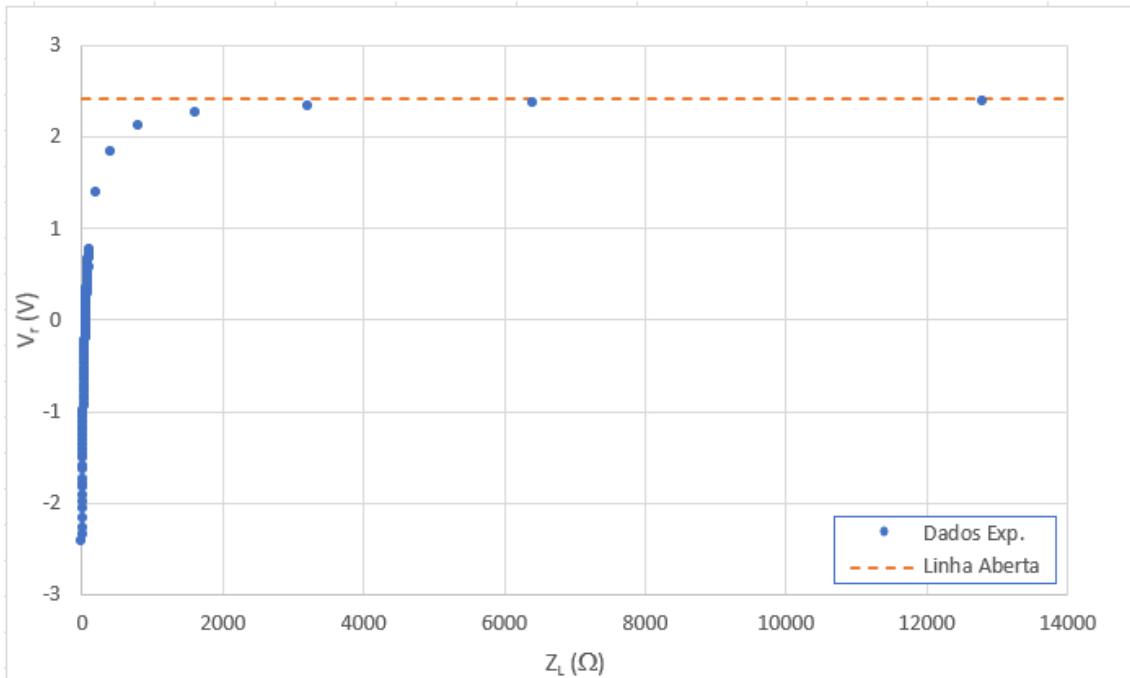


Figura 4: Gráfico de amplitude do impulso refletido V_r em ordem ao valor de impedância da carga Z_L)

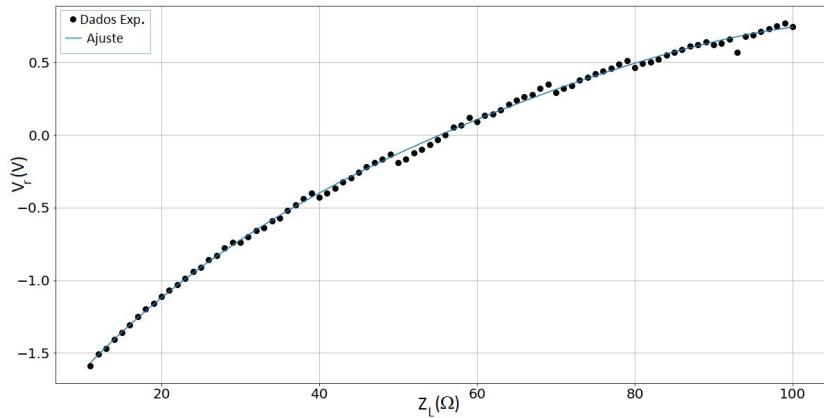
A gama experimental representada no gráfico é : $V_r \in [-2, 42; 2, 40]\Omega$ em $Z_L \in [0, 12800]\Omega$

O valor da amplitude de tensão do impulso refletido em linha aberta corresponde a 2,42 V, valor da reta assíntota representada em 4. É, então possível de observar que o valor de V_r tende para um determinado valor, quando $Z_L \rightarrow \infty$, como era esperado (20)

Consideremos agora, para a determinação experimental do valor de Z_c , a gama experimental de ajuste: $Z_L \in [12, 100]\Omega$.

Como foi mencionado na secção de Introdução Teórica, a impedância característica, Z_c , graficamente, representa o valor de Z_L tal que $V_r = 0$, pois embora se esperasse idealmente, para um cabo RG-58, que $Z_c = 50\Omega$, foi obtido um valor experimental de $Z_c = 56\Omega$, e de forma, assegurar a existência um igual número de pontos inferiores e superiores a $Z_L = 56\Omega$ (ponto em estudo), foi assim feita uma escolha preliminar da gama de ajuste.

Nesta análise, o ajuste polinomial experimental de 4º grau foi obtido pelo Python.



(a) Gráfico de amplitude de tensão do impulso refletido V_r em função da impedância da caixa de resistências, Z_L

	valor	$u(\text{valor})$
b	-2,26	0,04
a_1	0,073	0,004
a_2	-0,0009	0,0001
a_3	8E-06	2E-06
a_4	-3,3E-08	8E-09
$\sigma_{V_r \text{ aj}}$	0,02	
r^2	0,9987	

(b) matriz de parâmetros de ajuste polinomial de forma:
 $y = b + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$

Figura 5

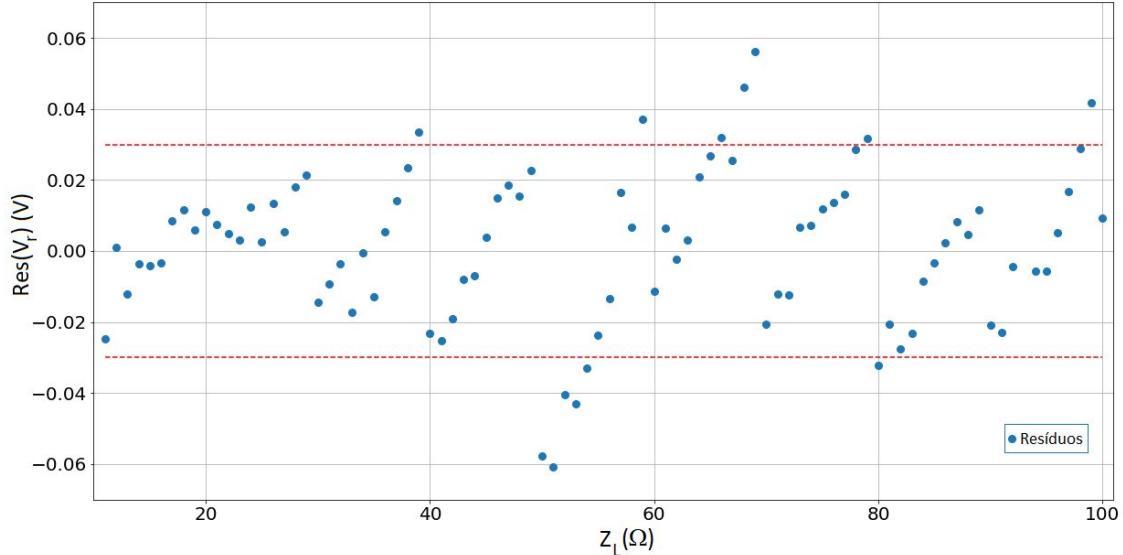


Figura 6: Gráfico de resíduos de $\text{res}(V_r)$ (Z_L)

No ajuste experimental foi considerada toda a gama de dados de $Z_L \in [12, 100]\Omega$ para $V_r \in [-1.51, 0.744]V$. Sendo que pela representação do gráfico 6, constatou-se a existência de um padrão nos resíduos, o que sugere a predominância do erro sistemático na obtenção dos dados experimentais. Este comportamento pode dever-se ao facto de que aquando da realização da experiência, cada vez que se mudava o valor das dezenas da impedância da caixa de resistências observavam-se "saltos" nos valores de V_r , como é visível em 5a e o que se verifica nos resíduos, traduzindo-se em uma "nova linha" para novo valor de dezenas de Z_L .

Partir da expressão do ajuste polinomial com coeficientes mostrados em 5b, onde x corresponde a Z_L e y a V_r , obteve-se o valor do zero da expressão contido na gama em estudo, que por sua vez é: $Z_c = 55.3\Omega$ tendo um erro percentual de 1%, comparativamente com o zero obtido experimentalmente, $Z_c = 56\Omega$, e um erro de 11%, por excesso, comparativamente com o valor teórico do protocolo $Z_c = 50\Omega$.

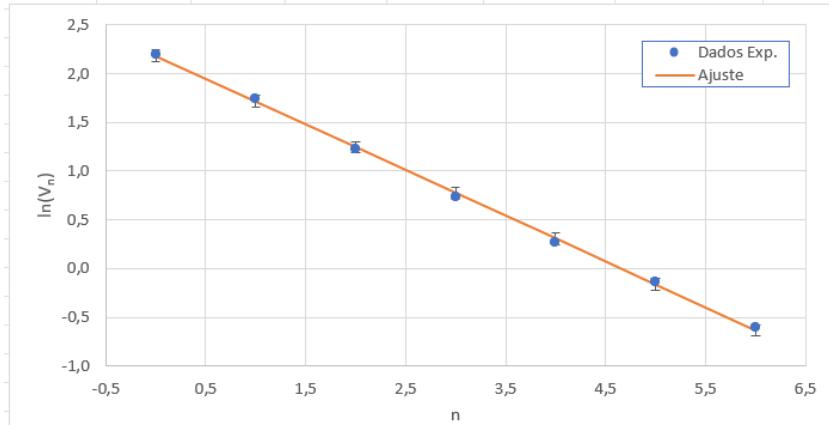
3.0.2 Parte II

- Determinação de coeficiente de atenuação, α

Na tabela 16 encontram-se representados os dados experimentais retirados numa gama de $n \in [0, 6]$ para valores de $V_n \in [0.546, 9.00]V$, isto é, $\ln(V_n) \in [-0.605, 2.197]$

Para o cálculo de d , utilizou-se o valor de comprimento do cabo coaxial, $L=61.5\text{ cm}$, que estava escrito na bobina de cabo, não tendo informação acerca da sua incerteza associada.

Todos os dados experimentais foram considerados na gama de ajuste.



(a) Gráfico de $\ln(V_n)$ em função do número de impulsos refletidos, n

m	-0,469	2,18	b
σ_m	0,006	0,02	σ_b
r^2	0,9991	0,03	$\sigma_{\ln(V_n) \text{ aj}}$
$u(\ln(V_n)_a) =$			0,06

(b) matriz de parâmetros de ajuste

Figura 7

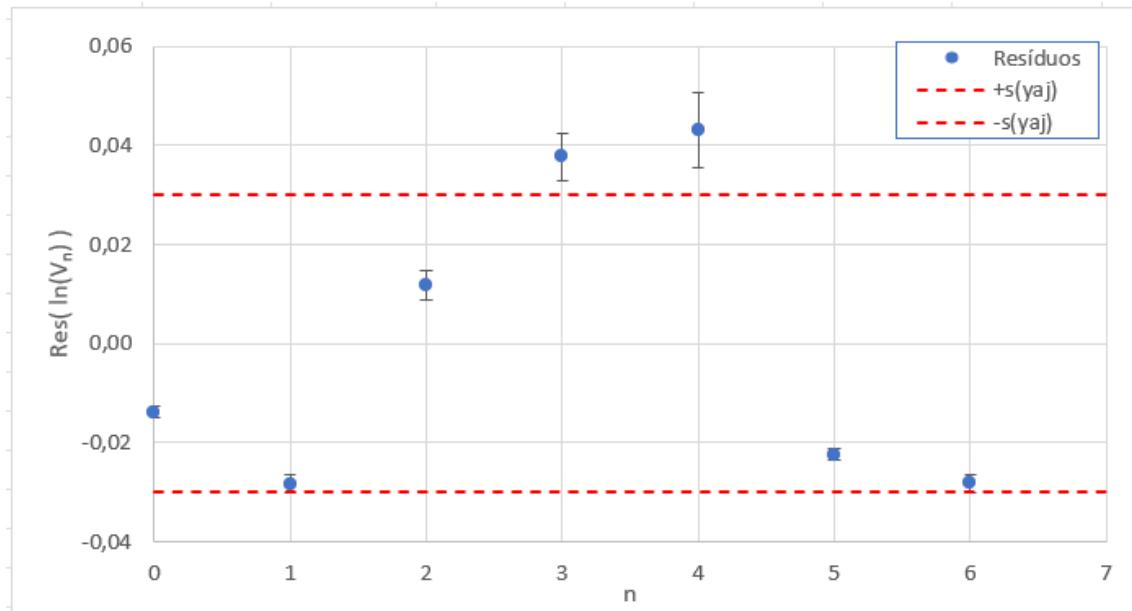


Figura 8: Gráfico de resíduos de $\text{res}(\ln(V_n)) (n)$

De acordo com os gráficos 7a e 8, os dados experimentais possuem uma tendência linear encontrando-se próximos do ajuste, dado que os valores dos resíduos são pequenos comparando com os respetivos valores de $\ln(V_n)$, e ainda estão distribuídos aleatoriamente em torno de zero estando maioria dos pontos dentro, e os restantes perto do intervalo de $-\sigma_{\ln(V_n) \text{ aj}}$ e $\sigma_{\ln(V_n) \text{ aj}}$.

Os tamanhos das barras de incerteza experimental representadas em 8 estão indicados na tabela 16.

Foi ainda representado o gráfico de $V_n(n)$,(9), de modo a visualizar -se o comportamento dos dados experimentais e do ajuste nas grandezas medidas diretamente.

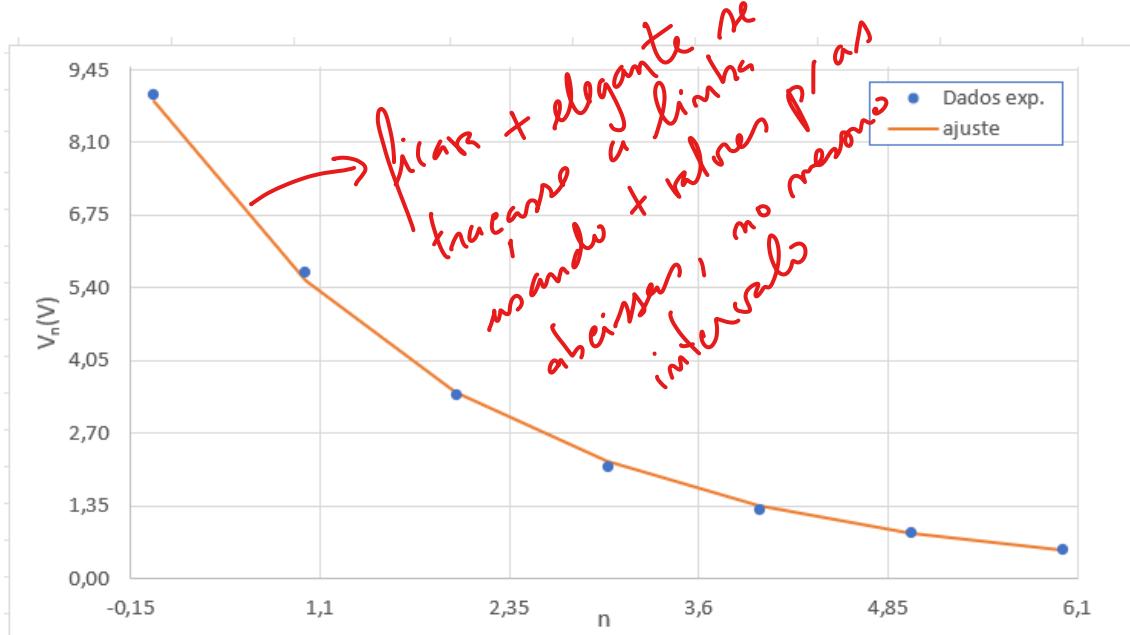


Figura 9: Gráfico de $V_n(n)$

Através da expressão 6, concluimos que $\ln(V_n)$ correspondendo a y e n correspondendo a x, temos que:

$$m = \ln(\Gamma) - 2\alpha L \iff \alpha = \frac{\ln(\Gamma) - m}{2L} \quad (11)$$

$$\text{e } b = \ln(V_0)$$

Usando o valor de $\Gamma = 0.846$, mostrado no protocolo, onde utilizei o valor proposto de $Z_c (= 50\Omega)$, uma vez que tanto o valor experimental de $Z_c = 56\Omega$ como o valor obtido analiticamente $Z_c = 55.3\Omega$ são valores com baixa exatidão, estando associada a estes um erro sistemático. De 11 tiramos que $\alpha = (0.00245 \pm 0.00009) m^{-1}$, com uma incerteza relativa de 4%, e um erro de 6%, por excesso, relativamente ao valor de $\alpha = (0.00261 \pm 0.00003) m^{-1}$, obtido pelo grupo 7 da PL5 de 2019.

- **Determinação de v_{fase}**

Os dados experimentais obtidos estão representados na tabela 16.

Na análise gráfica de $d(t)$ procedeu-se à realização de 2 ajustes lineares:

- Para o 1º ajuste (gráfico 19), foi considerada toda a gama experimental na gama de ajuste, de $t \in [0, 3.98 \times 10^{-6}] s$ e $d \in [0, 738] m$.

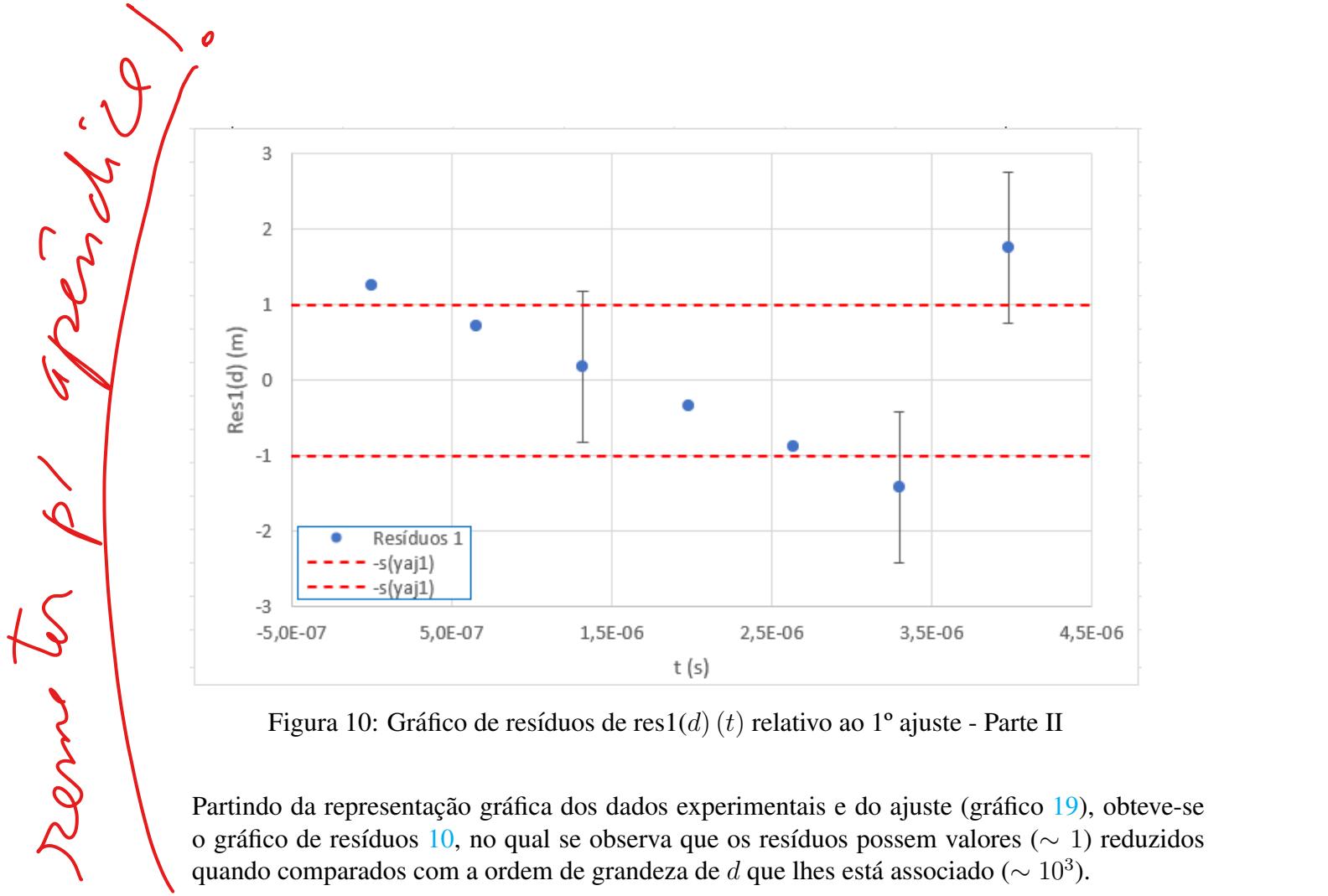
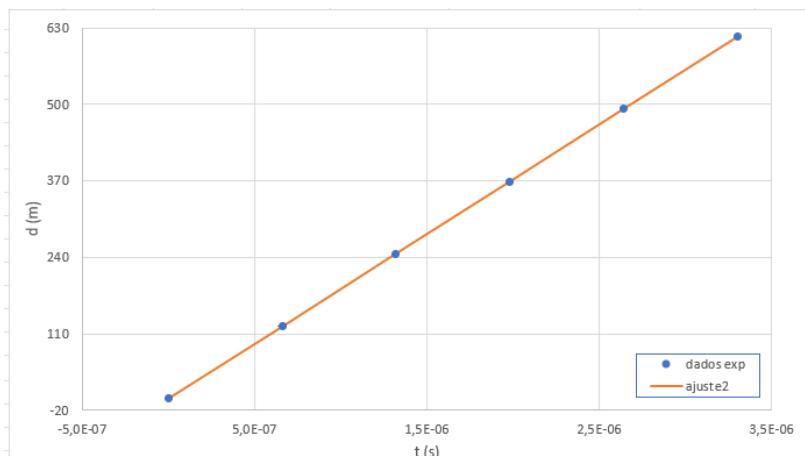


Figura 10: Gráfico de resíduos de $\text{res1}(d)$ (t) relativo ao 1º ajuste - Parte II

Partindo da representação gráfica dos dados experimentais e do ajuste (gráfico 19), obteve-se o gráfico de resíduos 10, no qual se observa que os resíduos possuem valores (~ 1) reduzidos quando comparados com a ordem de grandeza de d que lhes está associado ($\sim 10^3$).

Verifica-se também uma tendência linear dos valores de resíduos, com exceção do último ponto, que apresenta um desvio significativo relativamente aos restantes. Assim sendo, realizei um novo ajuste, retirando-se esse ponto (identificado a vermelho na tabela 17) da gama de ajuste. É de notar que as barras de incerteza experimental apresentadas em 10 são de igual tamanho ($= 1m$) em todos os dados, estando assim apenas presentes em pontos representativos.

- O 2º ajuste considerou-se uma gama experimental de : $t \in [0, 3.30 \times 10^{-6}]s$ e $d \in [0, 615]m$



(a) Gráfico de distância percorrida pelo impulso refletido d em função de tempo, t

m	186363636,36363600	-6E-14	b
σ_m	1E-08	2E-14	σ_b
r^2	1E+00	3E-14	$\sigma_{d_{k2}}$
$u(d_{k2})$		6E-14	

(b) matriz de parâmetros de ajuste com incerteza de ajuste experimental

Figura 11: 2º ajuste experimental de d (t)

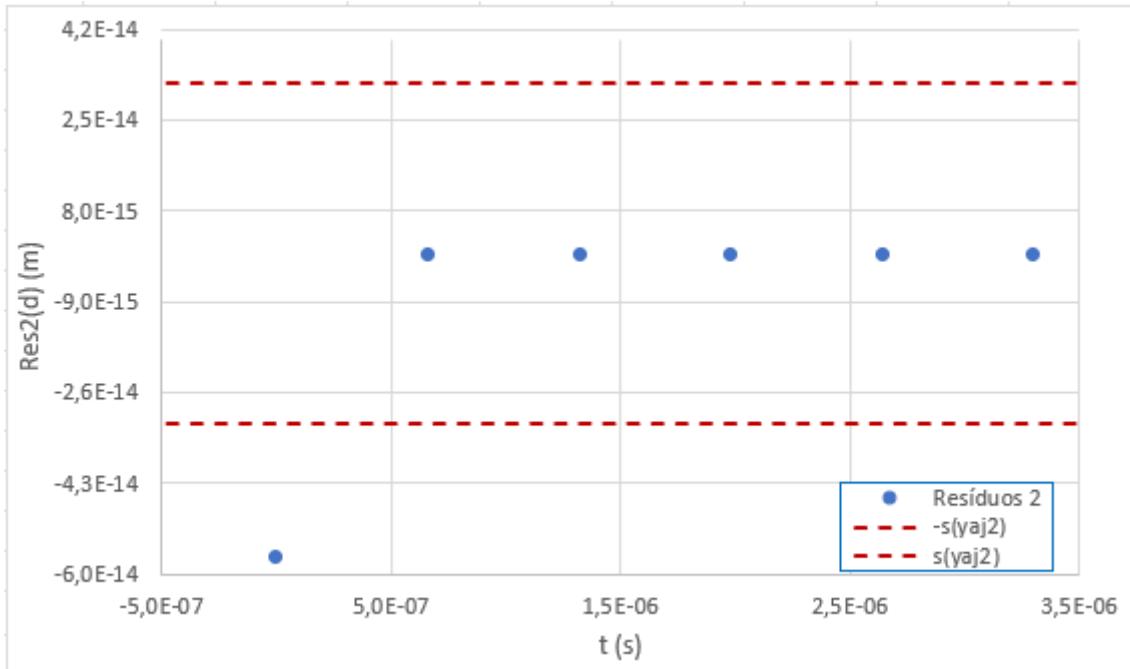


Figura 12: Gráfico de resíduos de $\text{res}(d)(t)$

Por observação dos gráficos 11 e 12, constata-se que o ajuste é uma excelente aproximação dos dados experimentais, verificando-se mesmo a coincidência de pontos do ajuste e de dados experimentais, traduzindo em resíduos de valor nulo, exceto o primeiro ponto, como podemos observar pelo gráfico 12, no entanto este é extremamente pequeno ($\sim 10^{-14}$) quando comparado com a ordem de grandeza de d ($\sim 10^3$) e encontra-se próximo de $\sigma_{d_{aj2}}$, e dentro do valor da incerteza $u(d_{aj2})$. Assim sendo, neste caso, não se justifica a remoção do ponto em causa.

No gráfico 12, as barras de erro experimental não foram representadas dado que para serem visualizadas na totalidade implicaria uma mudança de escala (na ordem de 1 m), já que o seu tamanho é muito superior à escala a utilizar.

A partir da matriz de parâmetros de ajuste, podemos retirar o declive, m , do ajuste, neste caso, sendo gráfico de d em função de t , o valor de m representa o valor da velocidade de fase no cabo coaxial, v_{fase} . Deste modo, temos que:

- Para 1º ajuste, segundo a matriz 19b:

$v_{fase} = 1,858 \pm 0,007 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ com uma incerteza percentual de 0,5%, e um erro de 10%, por defeito.

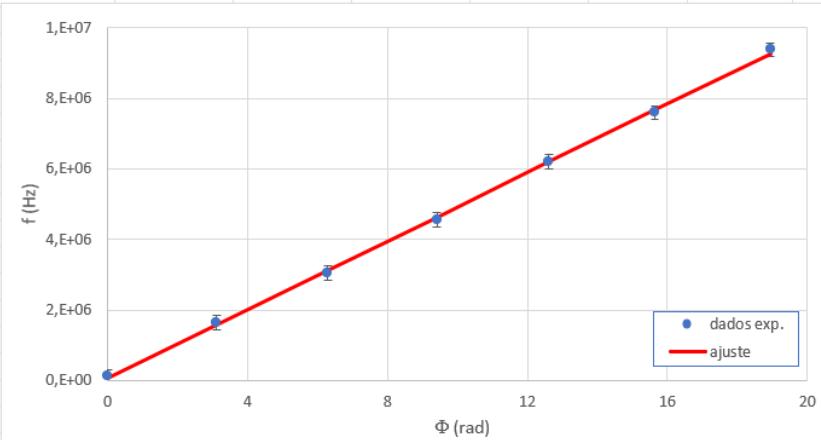
- Para 2º ajuste, segundo 11b:

$v_{fase} = 186363636.36363600 \pm 0.00000001 \text{ m s}^{-1}$ com uma incerteza percentual de $1 \times 10^{-14}\%$, e com um erro de 10%, por excesso.

Os valores dos erros percentuais foram calculados em relação ao valor $v_{fase_{ref}} = (2.07 \pm 0,01) \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, obtido pelo grupo 4 da PL6, de 2023.

3.0.3 Parte III

A gama experimental em estudo varia de $f \in [0.12000, 9.3800] \times 10^6 \text{ Hz}$ e $\Phi \in [0.432, 1085.06]^\circ$



(a) Gráfico da frequência emitida, f , em função da diferença de fase entre onda incidente e onda refletida, Φ

m	$4,86E+05$	$7E+04$	b
σ_m	$5E+03$	$6E+04$	σ_b
r^2	$0,9994$	$9E+04$	$\sigma_{f_{aj}}$
$u(f_{aj})$ (Hz) =			$2E+05$

(b) matriz de parâmetros de ajuste com incerteza associada ao ajuste

Figura 13

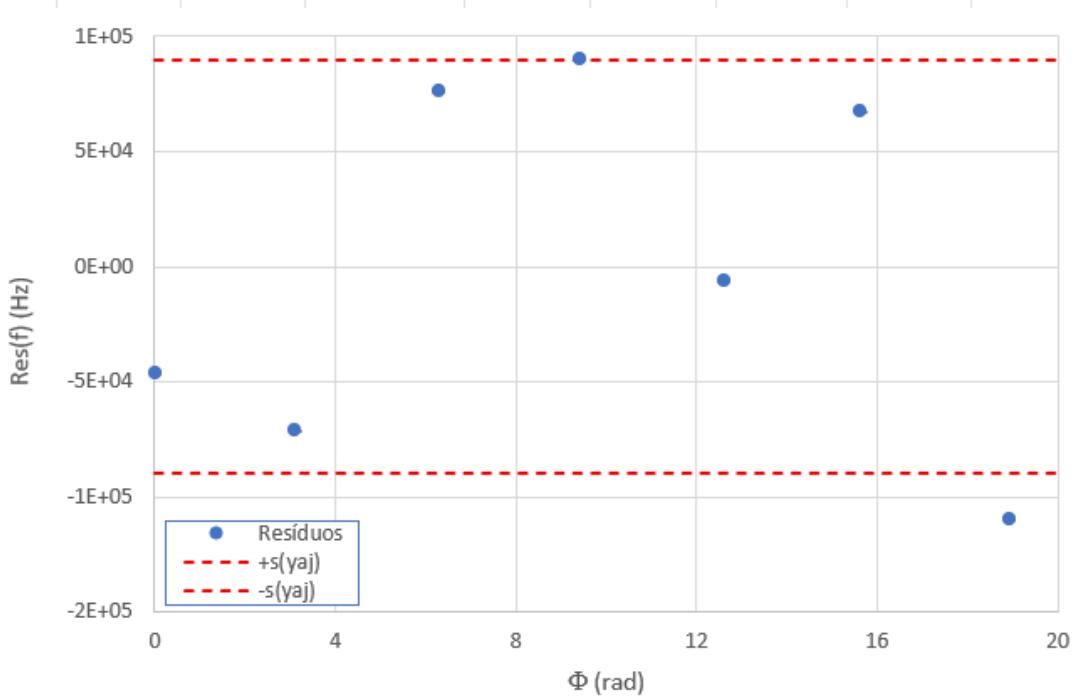


Figura 14: Gráfico de resíduos de $res(f)$ (Φ)

Observando o gráfico 13a, os dados experimentais possuem uma distribuição linear, seguindo o ajuste.

Quanto à aproximação do ajuste relativamente aos dados pode ser verificada mais concretamente no gráfico 14. Os resíduos têm um comportamento aleatório em torno do zero, para além de que são valores reduzidos e que estão contidos dentro do valor de $\sigma_{f_{aj}}$, exceto o último ponto, todavia, este está muito próximo do valor de $\sigma_{f_{aj}}$, e considero que o seu desvio relativamente aos restantes pontos não é significativo, daí não o retirar do ajuste.

Posto isto, o ajuste é adequado aos dados experimentais.

As barras de incerteza experimental não são visíveis, dado terem tamanhos com ordens de grandeza inferiores à escala apresentada.

O cálculo da velocidade de propagação de sinais, v , no cabo coaxial foi feito através da expressão 10, na qual identificamos como declive do ajuste (m) apresentado em 13 como sendo:

$$m = \frac{v}{2\pi L} \quad (12)$$

e portanto,

$$v = 2\pi L m \quad (13)$$

De 13 e de 18 retiramos que $v = (1.88 \pm 0.04) \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, com incerteza relativa de 2% e um erro de 5%, por defeito, comparando com o valor de referência dado no protocolo de $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = 1,977 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, com $\epsilon = 2.3 \epsilon_0$ e $\mu \approx \mu_0$.

4 Resultados experimentais

grandeza y	valor	$u(y)$	$u_{\text{rel}}(y) (\%)$	$\varepsilon (\%)$
$Z_c (\Omega)$	55.3			11
$\alpha (m^{-1})$	0.00245	0.00009	4	6
$v_{\text{fase}} (\text{m s}^{-1})$	186363636.36363600	0.00000001	1×10^{-14}	10
$v (\text{m s}^{-1})$	1.88	0.04	2	5

Tabela 1: Tabela com os resultados finais.

5 Conclusão

Na parte I da experiência, conseguiu-se observar, no osciloscópio, diferentes perfis de V_r para quando $Z_L = 0$ e $Z_L \rightarrow \infty$, no entanto, não se verificou a condição $|V_i| = |V_r|$, mas sim a amplitude do impulso refletido, V_r , menor que a do impulso incidente, $|V_i|$. Uma possível explicação pode estar na ligação entre o BNC e o cabo coaxial. Para além disso, pela representação gráfica de $V_r (Z_L)$, obteve-se o perfil esperado e determinou-se, através do ajuste polinomial, o valor de impedância característica do cabo, $Z_c = 55.3\Omega$ com um erro de 11%, por excesso, tendo como referência o valor proposto no PROTOCOLO para o cabo coaxial RG58, $Z_C = 50\Omega$. Perante este erro, conclui-se que o valor de Z_c obtido é de baixa exatidão, algo que se pode dever à má calibração da caixa de resistências, essencialmente, no botão das dezenas.

Na parte II, partindo na análise gráfica de $\ln(V_n)(n)$, obteve-se o valor de coeficiente de atenuação de $(0.00245 \pm 0.00009) \text{ m}^{-1}$ com uma incerteza relativa de 4% a menos de 6% comparativamente com o valor de referência de $\alpha = (0.00261 \pm 0.00003) \text{ m}^{-1}$. E portanto, daqui retira-se que o resultado apresenta uma boa precisão e exatidão, o que é um bom indicativo da reproduzibilidade da experiência, já que o valor de referência foi obtido por outro grupo em 2019. E ainda pela análise do gráfico de $(d)(t)$, retirou-se o valor de velocidade de propagação de fase na linha sendo igual a $186363636.36363600 \pm 0.00000001 \text{ m s}^{-1}$ com uma incerteza de $1 \times 10^{-14}\%$, isto é, de aproximadamente 0% comparando a ordem de grandeza do erro com o resultado experimental em causa, e com um erro de 10% relativamente ao valor de $v_{\text{fase}_{\text{ref}}} = 2.07 \pm 0,01 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$. Apesar deste resultado ser de elevada confiança, é um valor pouco exato. Perante isto, deveria-se averiguar se o erro se mantém quando comparado com os valores de diversos grupos.

Na parte III da experiência, representou-se o gráfico de $f(\Phi)$ no qual se determinou a velocidade de propagação do sinal no cabo com um valor de $v = (1.88 \pm 0.04) \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, e uma incerteza percentual de 2% e um erro de 5% comparando com o valor de $1,977 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$. Assim sendo, o valor de v obtido é de grande confiança e exatidão.

6 Referências

Protocolo experimental "T4" da unidade curricular FIS2025.

A Anexos

A.1 Tabelas de dados experimentais e gráficos auxiliares

$Z_L (\Omega)$	$V_r (V)$	$u(V_r) (V)$	$V_{r,aj} (V)$	$Res(V_{r,aj}) (V)$
0	-2,42	0,01		
1	-2,35	0,01		
2	-2,28	0,01		
3	-2,16	0,01		
4	-2,06	0,01		
5	-1,99	0,01		
6	-1,92	0,01		
7	-1,83	0,01		
8	-1,80	0,01		
9	-1,74	0,01		
10	-1,64	0,01		
11	-1,59	0,01		
12	-1,51	0,01	-1,51	0,01
13	-1,47	0,01	-1,45	0,01
14	-1,41	0,01	-1,40	0,01
15	-1,36	0,01	-1,35	0,004
16	-1,31	0,01	-1,30	0,01
17	-1,25	0,01	-1,25	0,0003
18	-1,20	0,01	-1,21	-0,01
19	-1,16	0,01	-1,16	0,004
20	-1,11	0,01	-1,12	-0,001
21	-1,07	0,01	-1,07	-0,01
22	-1,03	0,01	-1,03	-0,001
23	-0,99	0,01	-0,99	0,003
24	-0,94	0,01	-0,95	-0,004
25	-0,91	0,01	-0,91	0,01
26	-0,86	0,01	-0,87	-0,01
27	-0,83	0,01	-0,83	-0,002
28	-0,78	0,01	-0,79	-0,01
29	-0,74	0,01	-0,75	-0,01
30	-0,74	0,01	-0,72	0,02
31	-0,70	0,01	-0,68	0,02
32	-0,66	0,01	-0,65	0,01
33	-0,64	0,01	-0,61	0,02
34	-0,59	0,01	-0,58	0,01

$Z_L (\Omega)$	$V_r (V)$	$u(V_r) (V)$	$V_{r,aj} (V)$	$Res(V_{r,aj}) (V)$
35	-0,57	0,01	-0,55	0,02
36	-0,52	0,01	-0,52	0,01
37	-0,48	0,01	-0,48	-0,01
38	-0,44	0,01	-0,45	-0,02
39	-0,40	0,01	-0,42	-0,02
40	-0,427	0,001	-0,39	0,03
41	-0,400	0,001	-0,36	0,04
42	-0,365	0,001	-0,34	0,03
43	-0,326	0,001	-0,31	0,02
44	-0,297	0,001	-0,28	0,02
45	-0,259	0,001	-0,25	0,01
46	-0,221	0,001	-0,22	0,00
47	-0,191	0,001	-0,20	-0,01
48	-0,168	0,001	-0,17	-0,003
49	-0,135	0,001	-0,15	-0,01
50	-0,190	0,001	-0,12	0,07
51	-0,168	0,001	-0,09	0,07
52	-0,123	0,001	-0,07	0,05
53	-0,101	0,001	-0,05	0,06
54	-0,067	0,001	-0,02	0,05
55	-0,034	0,001	0,00	0,04
56	0,000	0,001	0,03	0,03
57	0,053	0,001	0,05	-0,004
58	0,066	0,001	0,07	0,01
59	0,119	0,001	0,09	-0,02
60	0,093	0,001	0,12	0,02
61	0,133	0,001	0,14	0,01
62	0,146	0,001	0,16	0,02
63	0,173	0,001	0,18	0,01
64	0,212	0,001	0,20	-0,01
65	0,239	0,001	0,22	-0,01
66	0,265	0,001	0,25	-0,02
67	0,279	0,001	0,27	-0,01
68	0,32	0,01	0,29	-0,03
69	0,35	0,01	0,31	-0,04

$Z_L (\Omega)$	$V_r (V)$	$u(V_r) (V)$	$V_{r,aj} (V)$	$Res(V_{r,aj}) (V)$
70	0,293	0,001	0,33	0,03
71	0,321	0,001	0,34	0,02
72	0,340	0,001	0,36	0,02
73	0,378	0,001	0,38	0,004
74	0,397	0,001	0,40	0,004
75	0,42	0,01	0,42	0,004
76	0,44	0,01	0,44	0,002
77	0,46	0,01	0,45	-0,001
78	0,49	0,01	0,47	-0,01
79	0,51	0,01	0,49	-0,02
80	0,463	0,001	0,50	0,04
81	0,491	0,001	0,52	0,03
82	0,500	0,001	0,54	0,04
83	0,52	0,01	0,55	0,03
84	0,55	0,01	0,57	0,02
85	0,57	0,01	0,58	0,01
86	0,59	0,01	0,59	0,004
87	0,61	0,01	0,61	-0,002
88	0,62	0,01	0,62	0,001
89	0,64	0,01	0,63	-0,01
90	0,62	0,01	0,64	0,02
91	0,63	0,01	0,66	0,02
92	0,66	0,01	0,67	0,002
93	0,57	0,01	0,68	0,1
94	0,68	0,01	0,69	0,002
95	0,69	0,01	0,69	0,001
96	0,71	0,01	0,70	-0,002
97	0,73	0,01	0,71	-0,01
98	0,75	0,01	0,72	-0,04
99	0,77	0,01	0,72	-0,05
100	0,744	0,001	0,73	-0,02
200	1,40	0,01		
400	1,84	0,01		
800	2,12	0,01		
1600	2,27	0,01		
3200	2,34	0,01		
6400	2,38	0,01		
12800	2,40	0,01		

Figura 15: Tabela de dados experimentais - Parte I

n	$V_n (V)$	$u(V_n) (V)$	$\ln(V_n)$	$u(\ln(V_n))$	$\ln(V_{n,aj})$	$Res(\ln(V_n))$	$(V_n)_{aj} (V)$	$u((V_n)_{aj}) (V)$
0	9,00	0,01	2,197	0,001	2,18	-0,01	8,9	0,2
1	5,71	0,01	1,742	0,002	1,71	-0,03	5,6	0,2
2	3,43	0,01	1,233	0,003	1,24	0,01	3,5	0,2
3	2,09	0,01	0,737	0,005	0,77	0,04	2,2	0,2
4	1,30	0,01	0,262	0,008	0,31	0,04	1,4	0,3
5	0,868	0,001	-0,142	0,001	-0,16	-0,02	0,8	0,3
6	0,546	0,001	-0,605	0,002	-0,63	-0,03	0,53	0,05

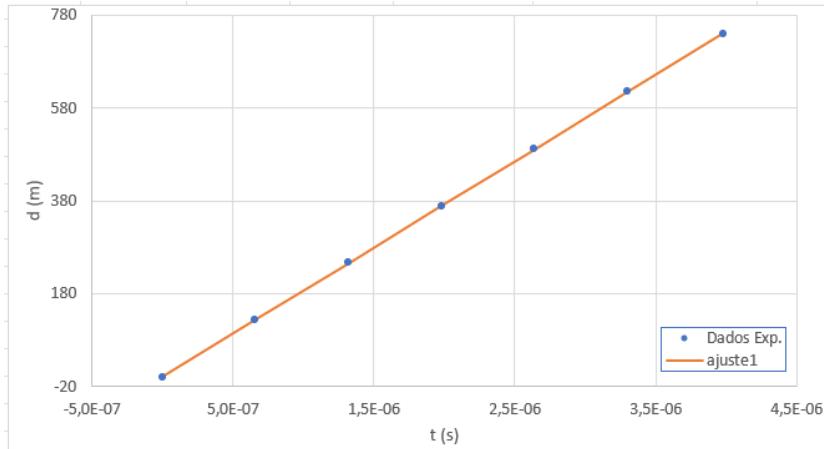
Figura 16: Tabela de dados experimentais para determinação de α - Parte II

$d (\pm 1 \text{ m})$	$t (\text{s})$	$u(t) (\text{s})$	$d_{aj1} (\text{m})$	$Res1(d) (\text{m})$	$d_{aj2} (\text{m})$	$res2(d)(\text{m})$
0	0	-	1	1	0	-5,68E-14
123	6,60E-07	1E-09	123	0,3	123	0,00E+00
246	1,32E-06	1E-08	246	-0,1	246	0,00E+00
369	1,98E-06	1E-08	368	-0,5	369	0,00E+00
492	2,64E-06	1E-08	491	-0,9	492	0,00E+00
615	3,30E-06	1E-08	614	-1	615	0,00E+00
738	3,98E-06	1E-08	740	2	-	-

Figura 17: Tabela de dados experimentais para determinação de v_{fase} - Parte II

f (Hz)	u(f) (Hz)	Φ_{lida} (graus)	Φ_{real} (graus)	Φ_{real} (rad)	f_{aj} (Hz)	Res(f) (Hz)
9,3800E+06	100	5,06	1085,06	18,94	9,3E+06	-1E+05
7,6000E+06	100	176	896	16	7,7E+06	7E+04
6,2000E+06	100	2,23	722,23	12,61	6,2E+06	-6E+03
4,5500E+06	100	179	539	9	4,6E+06	9E+04
3,0500E+06	100	0,439	360,439	6,291	3,1E+06	8E+04
1,6500E+06	100	178	178	3	1,6E+06	-7E+04
1,2000E+05	10	0,432	0,432	0,008	7,3E+04	-5E+04

Figura 18: Tabela de dados experimentais para determinação de v - Parte III



(a) Gráfico de distância percorrida pelo impulso refletido d em função de tempo, t

m	1,859E+08	0,7 b
σ_m	3E+05	0,8 σ_b
r^2	0,99998	$1 \sigma_{\delta_{B1}} $
$u(d_{aj}) =$		
2		

(b) matriz de parâmetros de ajuste com incerteza de ajuste experimental

Figura 19: 1º ajuste experimental de $d(t)$ - Parte II

A.2 Expressões

A.2.1 Parte I

A.2.2 Parte II

- Incerteza de $\ln(V_n)$:

$$\ln(V_n) = \frac{u(V_n)}{V_n} \quad (14)$$

- Incerteza de $u(V_{n_{aj}})$:

$$u(V_{n_{aj}}) = \sqrt{\frac{u(\ln(V_{n_{aj}}))^2 V_{n_{aj}}^2}{\ln(V_{n_{aj}})^2}} \quad (15)$$

- Incerteza de α :

$$u(\alpha) = \sqrt{\frac{u(m)^2}{4L^2}} \quad (16)$$

- Incerteza de v_{fase} :

$$u(v_{fase}) = u(m) = 2\sigma_m \quad (17)$$

- Incerteza de v :

$$u(v) = \frac{u(m)}{(m)} v \quad (18)$$

para $u(m) = 2\sigma_m$

A.2.3 Parte III

A.3 Figuras e fotos do material utilizado

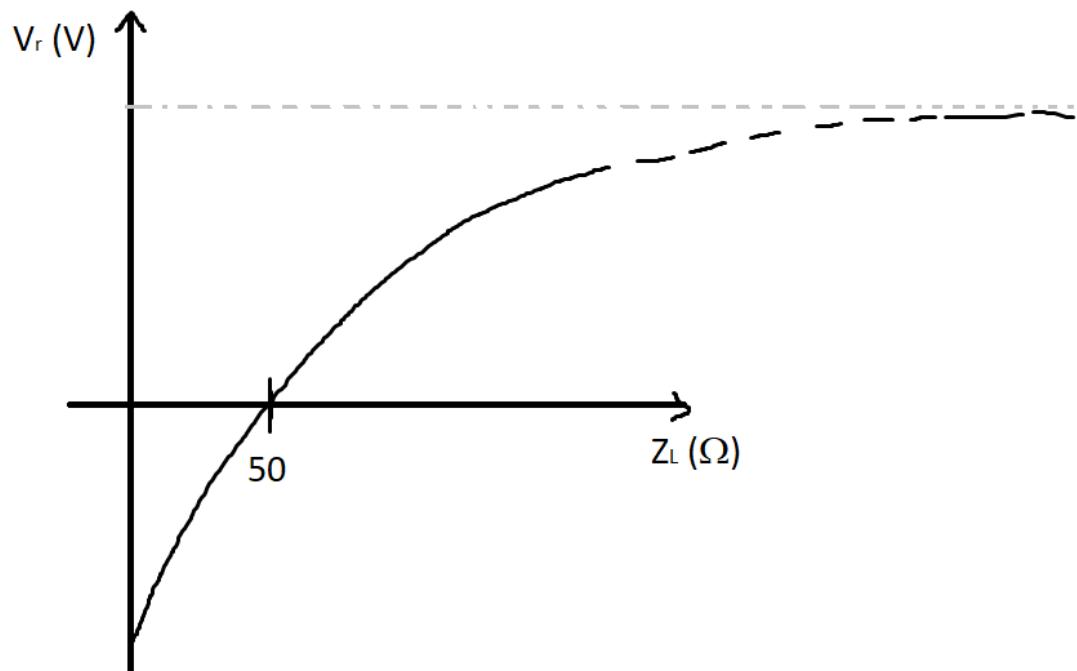


Figura 20: Perfil esperado na representação gráfica de $V_r(Z_L)$

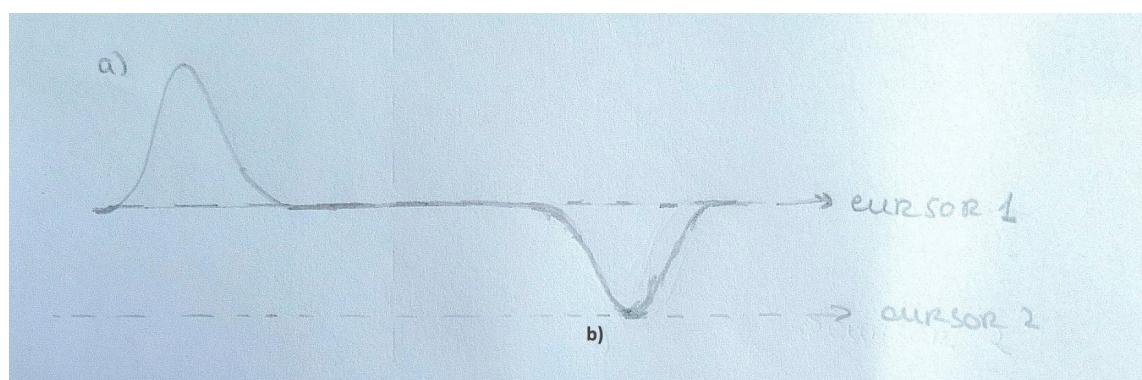


Figura 21: Perfil observado no osciloscópio para quando $Z_L = 0$: a) Sinal incidente b) Sinal refletido

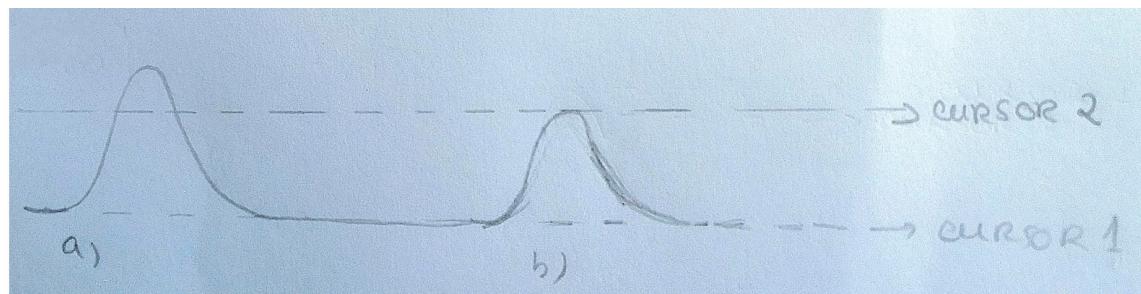


Figura 22: Perfil observado no osciloscópio para quando $Z_L \rightarrow \infty$: a) Sinal incidente b) Sinal refletido

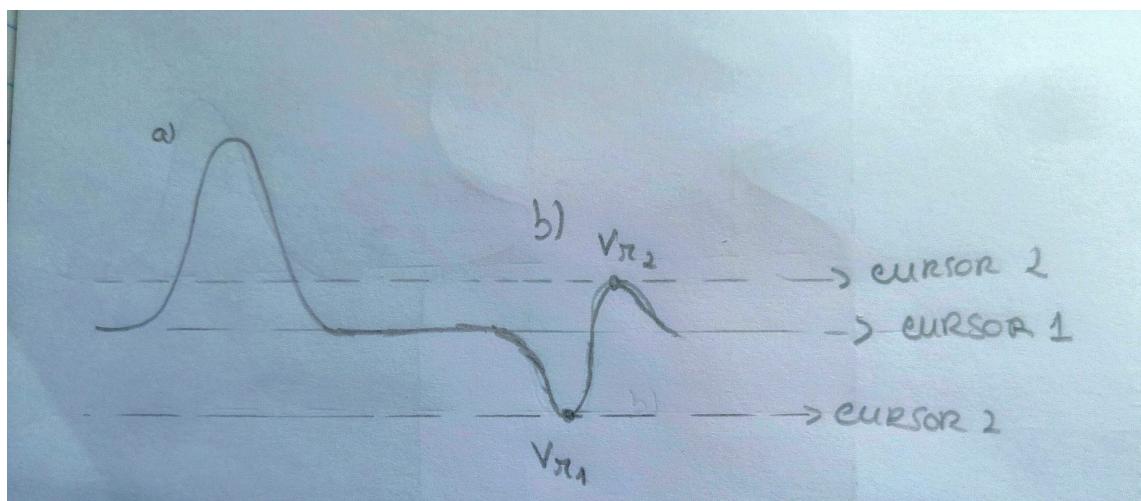


Figura 23: Perfil geral observado no osciloscópio com variação de Z_L : a) Sinal incidente b) Sinal refletido



Figura 24: Gerador de impulsos



Figura 25: Comutador de resistência interna



Figura 26: Gerador de sinais

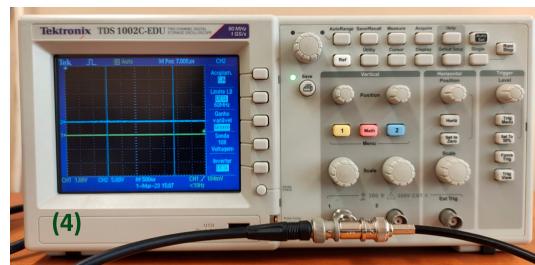


Figura 27: Osciloscópio

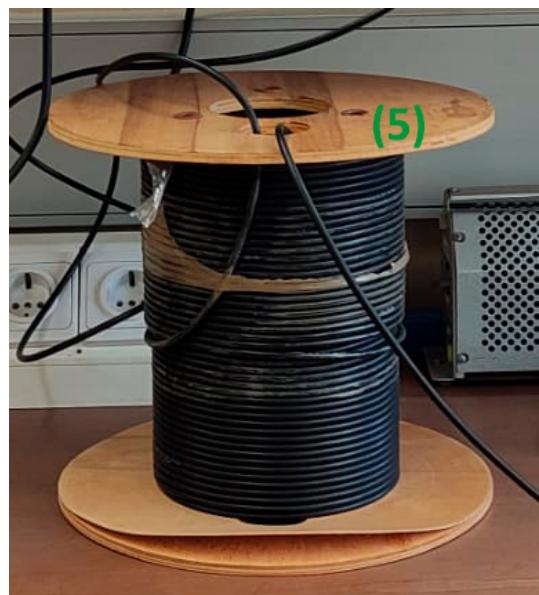


Figura 28: Bobina de cabo coaxial

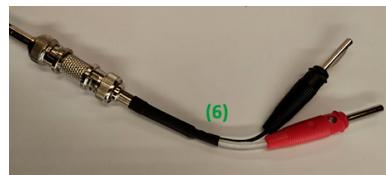


Figura 29: Adaptador de impedâncias



Figura 30: Caixas de resistências