

Indução magnética

Pedro Oliveira, 202708428, Gr. 1, PL5

18.F

Objetivos

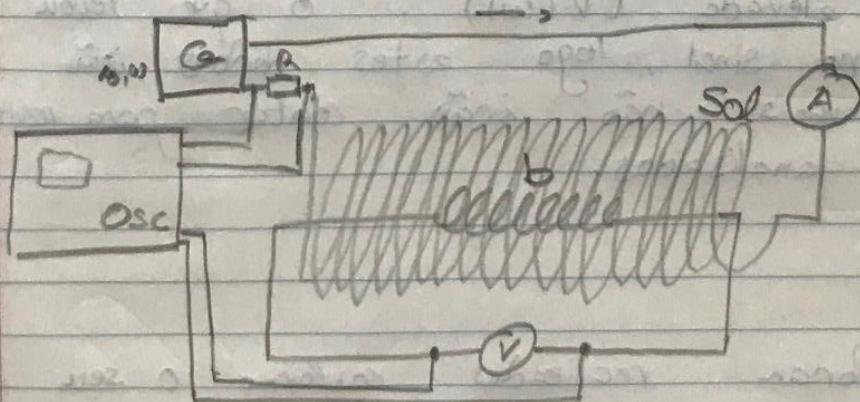
- Verificar a existência de indução magnética
- Verificar a relação entre a amplitude do sinal de tensão V_E induzido na bobina de prova e: os parâmetros associado à bobina de prova; a intensidade de corrente que alimenta o solenoide e a frequência desse sinal
- Calcular o valor da permeabilidade magnética do vácuo, μ_0 .

Fórmulas

$$V_E = \frac{\mu_0 N n S \cos(\theta) w i_0}{l}$$

Procedimento Experimental

Montagem:



Sol - solenoide

Osc - osciloscópio

G - gerador de sinal
sinusoidal de frequência
variável

R - resistência

Figura 1 - Esquema de montagem

Nota:

- Devemos-nos certificar que as bobinas ficam ~~alinhadas~~ com os eixos e verificar se existem suportes partidos.

1
alinhados)

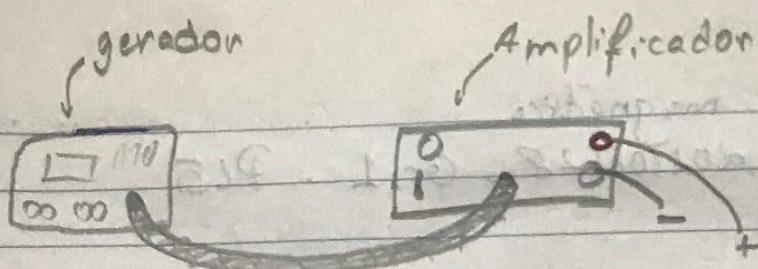


Figura 2 - Ligação do gerador ao amplificador



Figura 3 - Detalhe da montagem da resistência em série no solenoide

$$N = (361 \pm 1) \rightarrow \text{número de espiras}$$

$$L = 75,0$$

É de salientar que na primeira experiência a corrente estava muito elevarada ($V_{(w)}$), o que levou a alguma distorção no sinal, logo estes dados não ser apresentados, mas não não contar para resultados e não não ser analisados.

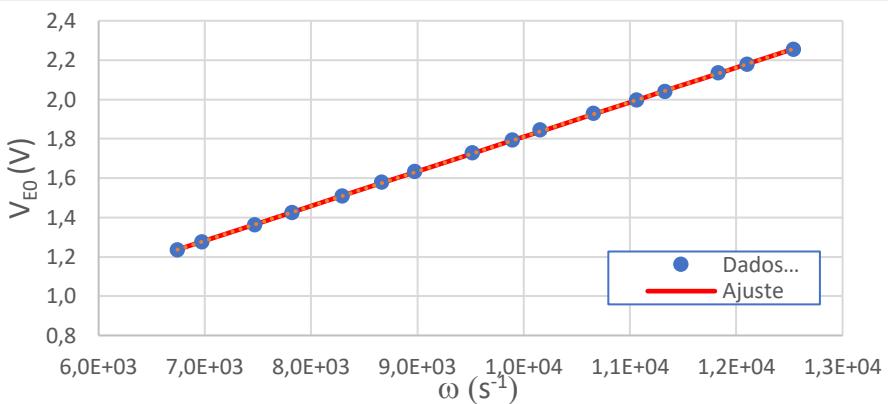
Análise de dados

As experiências foram realizadas conforme o seu grau de importância, tendo em conta que tanto no V em função de w e V em função de $\$i$ foram realizadas mais que um ensaio, visto que existiram alguns problemas com a distorção.

1º ensaio - $V(\omega)$ - dados retirados com distorção do sinal, não serão analisados

V_{RMS} ($\pm 0,0001$ V)	V_{E0} ($\pm 0,0001$ V)	f (± 1 Hz)	ω (s^{-1})	$u(\omega)$ (s^{-1})	i_{RMS} (A) $\pm 0,001$	i_0 (A) $\pm 0,001$	$V_{E0\text{aj}}$ (V)	Res V_{E0} (V)
0,8732	1,2349	1073	6,742E+03		6	0,585	0,827	1,236
0,9014	1,2748	1110	6,974E+03		6	0,585	0,827	1,277
0,9631	1,3620	1189	7,471E+03		6	0,585	0,827	1,365
1,0072	1,4244	1245	7823		6	0,585	0,827	1,427
1,0667	1,5085	1320	8294		6	0,585	0,827	1,509
1,1158	1,5780	1379	8665		6	0,585	0,827	1,575
1,1549	1,6333	1429	8979		6	0,585	0,827	1,630
1,2213	1,7272	1515	9519		6	0,585	0,827	1,725
1,2676	1,7927	1575	9896		6	0,585	0,827	1,792
1,3034	1,8433	1616	10154		6	0,585	0,827	1,837
1,3637	1,9286	1696	10656		6	0,585	0,827	1,925
1,4121	1,9970	1761	11065		6	0,585	0,827	1,997
1,4426	2,0401	1803	11329		6	0,585	0,827	2,044
1,5085	2,1333	1883	11831		6	0,585	0,827	2,132
1,5398	2,1776	1926	12101		6	0,585	0,827	2,180
1,5934	2,2534	1996	12541		6	0,585	0,827	2,257

Tabela 1 - Dados experimentais retirados



m	1,761E-04	0,049	b
σ_m	4E-07	0,004	σ_b
r^2	0,99992	0,003	σ_{yb}

Grafico 2 - Matriz de ajuste linear

Grafico 1 - V_{E0} em função de ω , com o respetivo ajuste

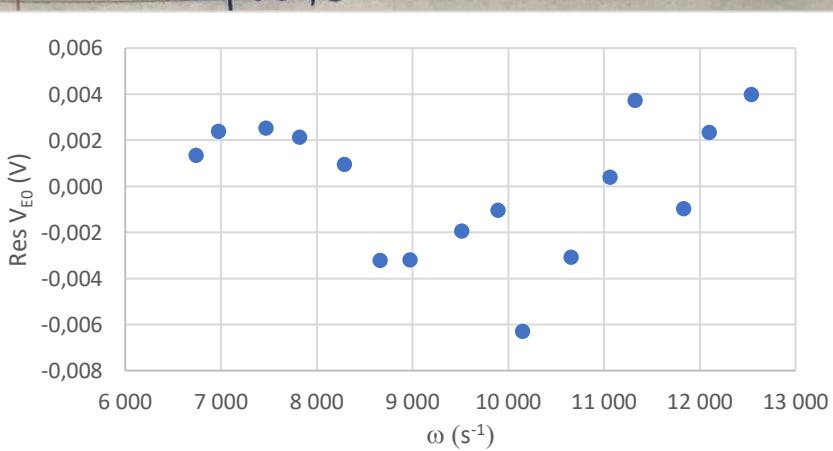


Grafico 3 - Resíduos de V_{E0} em função de ω

2º ensaio - $V(\omega)$, dados retirados sem distorção

Primeiro irei apresentar a tabela de dados retirados, juntamente com o gráfico com escalas log-log para verificar a linearidade entre os valores

$n =$	300	$N \pm 1 =$	361	$S (\text{mm}^2) =$	1320	$S (\text{m}^2)$	0,001320	
$\theta (\text{graus}) =$	0	$L (\text{m}) =$	0,75	$u(d)(\text{mm})$	0,01	$u(S)(\text{m}^2)$	0,000001	
$V_{\text{RMS}} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$V_{\text{E0}} (\pm 0,0001 \text{ V})$	$f (\pm 1 \text{ Hz})$	$\omega (\text{s}^{-1})$	$u(\omega) (\text{s}^{-1})$	$i_{\text{RMS}} (\text{A}) \pm 0,001$	$i_0 (\text{A}) \pm 0,001$	$V_{\text{E0 aj}} (\text{V})$	Res $V_{\text{E0}} (\text{V})$
0,6197	0,8764	1141	7169	6	0,403	0,570	0,874	-0,003
0,6617	0,9358	1217	7647	6	0,403	0,570	0,931	-0,004
0,7434	1,0513	1378	8658	6	0,403	0,570	1,053	0,002
0,7823	1,1063	1448	9098	6	0,403	0,570	1,107	0,000
0,8401	1,1881	1560	9802	6	0,403	0,570	1,191	0,003
0,8778	1,2414	1630	10242	6	0,403	0,570	1,245	0,003
0,9271	1,3111	1724	10832	6	0,403	0,570	1,316	0,005
0,9675	1,3683	1797	11291	6	0,403	0,570	1,371	0,003
0,9913	1,4019	1838	11548	6	0,403	0,570	1,402	0,000
1,0407	1,4718	1925	12095	6	0,403	0,570	1,468	-0,003
1,0729	1,5173	1981	12447	6	0,403	0,570	1,511	-0,007

Tabela 3 - ~~Melhor Dados~~ experimentais retirados

Log(V)	$u(\text{Log}(V))$	Log(ω)	$u(\text{Log}(\omega))$	Log(V) aj	Resíduos log(V)
-0,05730	0,00005	3,8555	0,0004	-0,05818	0,00088
-0,02882	0,00005	3,8835	0,0004	-0,03048	0,00166
0,02174	0,00004	3,9374	0,0003	0,02289	-0,00116
0,04389	0,00004	3,9589	0,0003	0,04418	-0,00029
0,07485	0,00004	3,9913	0,0003	0,07619	-0,00134
0,09391	0,00003	4,0104	0,0003	0,09504	-0,00113
0,11764	0,00003	4,0347	0,0003	0,11913	-0,00149
0,13617	0,00003	4,0527	0,0002	0,13695	-0,00078
0,14672	0,00003	4,0625	0,0002	0,14664	0,00008
0,16784	0,00003	4,0826	0,0002	0,16651	0,00133
0,18107	0,00003	4,0951	0,0002	0,17883	0,00225

Tabela 4 - Dados de logaritmos de V e ω para comprovar a linearidade

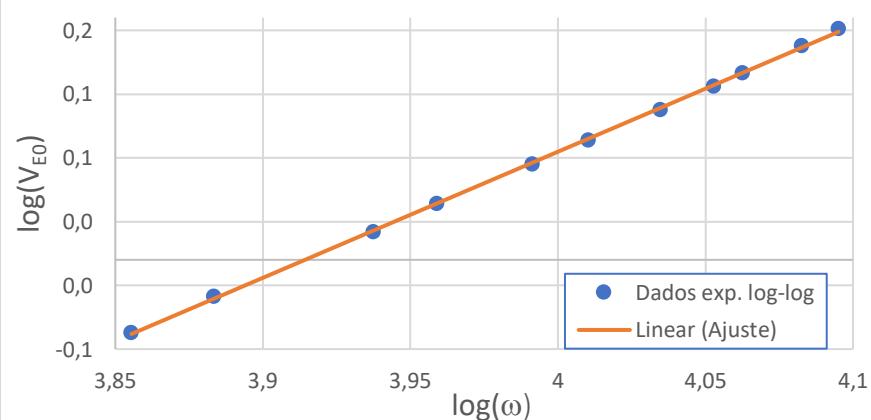


Gráfico 3 - Gráfico log-log de $V(\omega)$

m	0,989	-3,87	b
σ_m	0,006	0,02	σ_b
r^2	0,9997	0,001	$\sigma_{v_{\text{aj}}}$

Tabela 5 - Materiais de ajuste

Em todos os gráficos de resíduos faltam as barras de erro.

através da matriz de ajuste conseguimos ver que o declive da reta é muito próximo de 1, sendo este:

$$m = (0,989 \pm 0,006)$$

$$u(m) (\%) = 0,6\%$$

Com um erro relativo

ou a razão porque não aparecem (m o dig bem para a frente)

$$E_x (\%) = 1\%$$

Desta maneira fica comprovada a dependência linear, sendo o único ponto negativo os resíduos que parecem apresentar uma tendência no fim, no entanto esta será explicada mais à frente

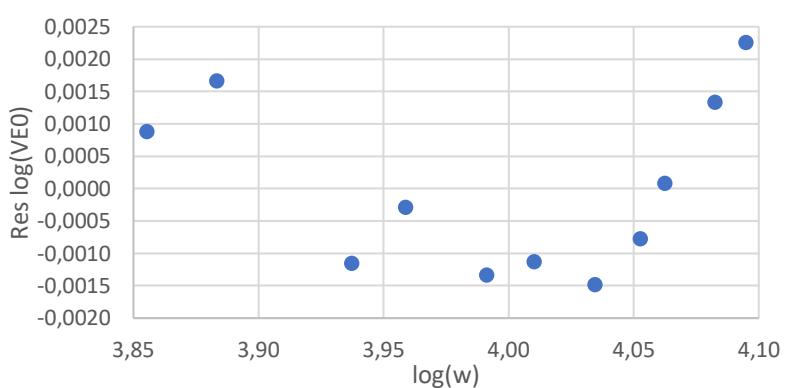


Gráfico 4 - Resíduos log-log

Uma vez comprovada a linearidade podemos então passar à análise dos dados de forma a obtermos o declive da reta de ajuste através da fórmula

$$V_{60} = m w$$

$$m = \frac{M_0 N n S \cos(\theta)}{2}$$

$$\Rightarrow M_0 = \frac{2m}{N n S \cos(\theta)}$$

Tendo em conta que o valor que queremos confirmar com o teórico é o da permeabilidade magnética no vazio, usamos o declive obtido experimentalmente, assim como os outros parâmetros, para ficarmos com $(M_0)_{exp}$

Para o cálculo da incerteza deste irremos fazê-lo da seguinte forma

$$u^*(M_0) = M_0 \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(c)}{c}\right)^2 + \left(\frac{u(s)}{s}\right)^2 + \left(\frac{u[\cos(\theta)]}{\cos(\theta)}\right)^2 + \left(\frac{u(n)}{n}\right)^2 + \left(\frac{u(r)}{r}\right)^2}$$

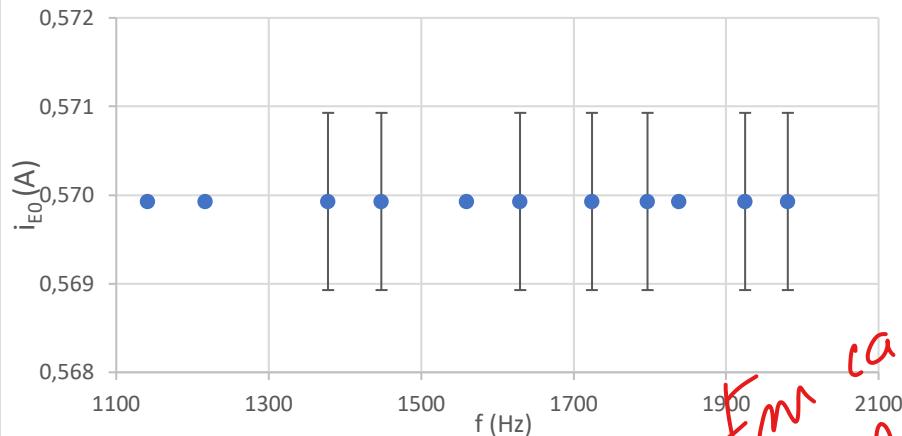


Gráfico 5 - I_{E0} em função de f

Este gráfico serve para mostrar que não existiu variação do corrente, conforme se foi aumentando a frequência. Isto foi um dos motivos pelo qual esta foi ~~uma~~ parte da experiência mais denodada, pois ajustar a ~~freqüência~~ do amplificador de forma a ter os sempre a mesma corrente era complexo (o mínimo torque nos controles provocava um grande desvio do valor pretendido).

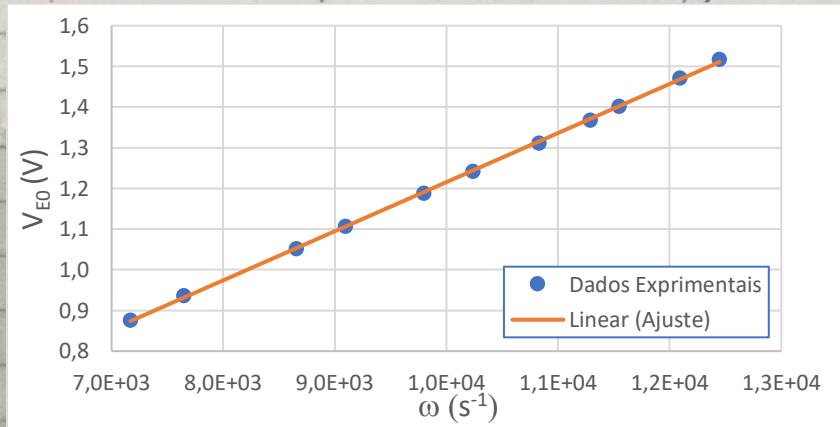


Gráfico 6 - V_o em função de ω

E' então possível verificar que a reta de ajuste apresenta uma boa tendência, sendo o r² elevado e sendo as incertezas dos parâmetros tão baixas.

não sei para calcular mas assume-se

Em cada $u(M_0)$ qual é a contribuição?

m	0,0001207	0,008	b
σ_m	0,0000007	0,007	σ_b
r^2	0,9997	0,004	$\sigma_{y_{aj}}$

Tabela 6 - Matrizes de ajuste do gráfico

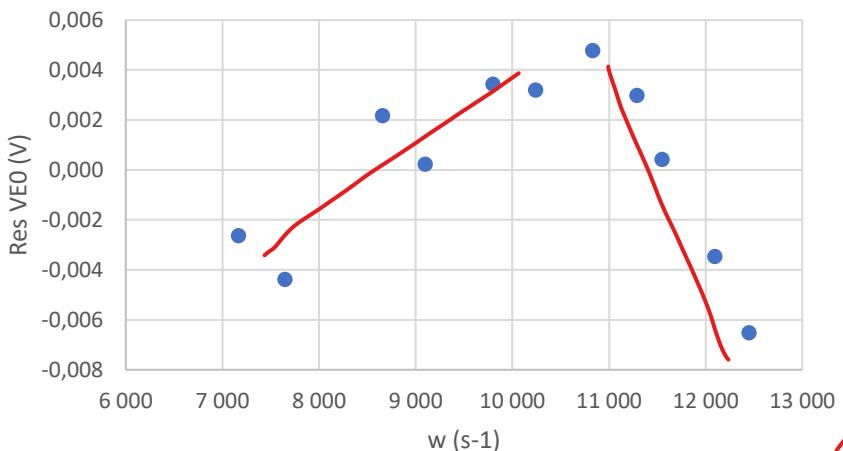


Gráfico 3 - Resíduos $\%(\omega)$

Estes resíduos apresentam apresentar uma ligeira tendência nos últimos três pontos, no entanto estes encontram-se todos no intervalo $[-2\%, 2\%]$, logo não os retirei para o cálculo dos valores \rightarrow comparar e/ borrar de inc. exp. !

E também é importante mostrar que para a frequência mais elevada estes valores não apresentam qualquer tipo de distorção como indica a seguinte figura

aqui pode - se confirmar a dif. de fase = $\frac{\pi}{2}$
 (sinal solenóide/bobina de prova)

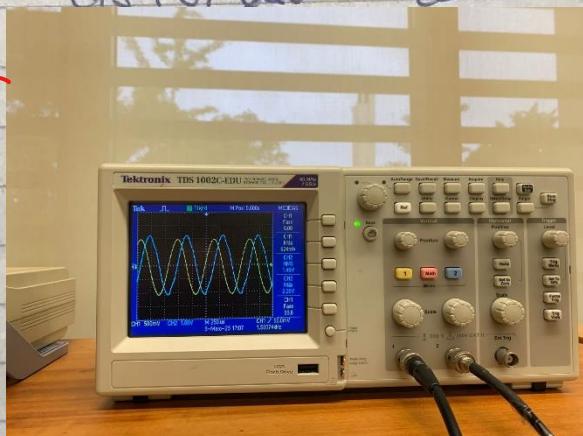


Figura 4 - Imagen do osciloscópio para frequências elevadas

Com isto em conta podemos calcular o valor de $(\mu_0)_{\text{exp}}$:

$$(\mu_0)_{\text{exp}} = (111 \pm 2) \times 10^{-8} \text{ H m}^{-1} \quad \mathcal{U}(\mu_0)(z) = 2\%$$

$$(\mu_0)_{\text{ref}} = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$$

$E_{\mu}(z) = 12\%$, por de feito

Nos dois seguintes ensaios os pontos de Volio) não estar sublinhados a vermelho, pois foram escolhida uma gama de **frequências** corrente demasiado baixa inicialmente, levando a ambos os graficos de resíduos terem uma tendência que se parece com uma parábola. Desta maneira não se considerou estes ensaios para os resultados finais, mas para esgotar a gama de correntes utilizada.

1º ensaio - $V_o(i_o)$

f (Hz)	$u[f]$ (Hz)	ω (rad/s)	$u[\omega]$ (rad/s)	D (m) + 1E-3	S (m^2)	$u[S]$ (m^2)	n	L (m) + 1E-3	N	θ	$u[\theta]$
1501	1	9431,061	6,283185	4,10E-02	1,32E-03	6,44E-07	300	7,50E-01	361	0	0
ddf (º)	$u[ddf]$ (º)	V_{RMS} (V)	$u[V_{RMS}]$ (V)	V (V)	$u[V]$ (V)	I_{RMS} (A)	$u[I_{RMS}]$ (A)	I (A)	$u[I]$ (A)	Ajuste (V)	Resíduos (V)
89,6	0,1	0,5086	0,0001	0,7193	0,0001	0,210	0,001	0,297	0,001	0,68204	0,03723
89,6	0,1	0,5374	0,0001	0,7600	0,0001	0,229	0,001	0,324	0,001	0,72895	0,03105
89,6	0,1	0,5682	0,0001	0,8036	0,0001	0,255	0,001	0,361	0,001	0,79314	0,01041
89,6	0,1	0,5936	0,0001	0,8395	0,0001	0,278	0,001	0,393	0,001	0,84993	-0,01045
89,6	0,1	0,6225	0,0001	0,8803	0,0001	0,300	0,001	0,424	0,001	0,90425	-0,02390
89,6	0,1	0,6616	0,0001	0,9356	0,0001	0,327	0,001	0,462	0,001	0,97091	-0,03527
89,6	0,1	0,7168	0,0001	1,0137	0,0001	0,358	0,001	0,506	0,001	1,04745	-0,03374
89,6	0,1	0,7503	0,0001	1,0611	0,0001	0,375	0,001	0,530	0,001	1,08942	-0,02834
89,6	0,1	0,7973	0,0001	1,1276	0,0001	0,398	0,001	0,563	0,001	1,14621	-0,01866
89,6	0,1	0,8357	0,0001	1,1819	0,0001	0,416	0,001	0,588	0,001	1,19065	-0,00880
89,6	0,1	0,8734	0,0001	1,2352	0,0001	0,433	0,001	0,612	0,001	1,23263	0,00255
89,6	0,1	0,9234	0,0001	1,3059	0,0001	0,456	0,001	0,645	0,001	1,28941	0,01647
89,6	0,1	0,9474	0,0001	1,3398	0,0001	0,466	0,001	0,659	0,001	1,31410	0,02572
89,6	0,1	0,9824	0,0001	1,3893	0,0001	0,482	0,001	0,682	0,001	1,35361	0,03571

Tabela 7 - Dados retirados durante a experiência

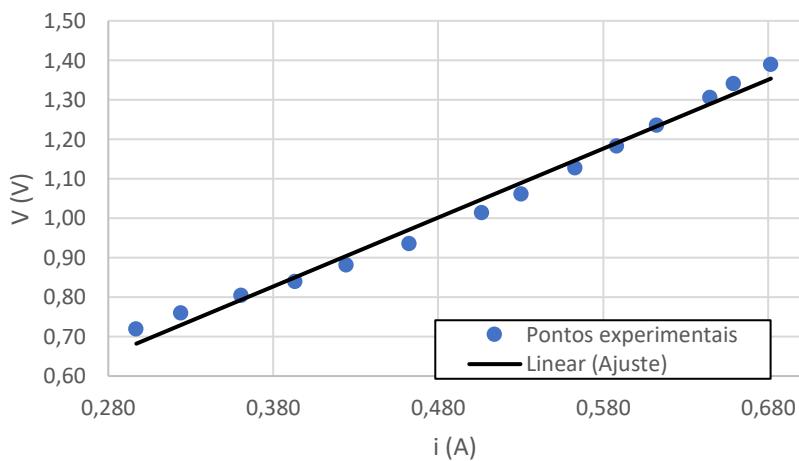


Grafico 8 - Valores de V_o em função de i_o com o seu ajuste

m	1,75	0,16	b
$u[m]$	0,06	0,03	$u[b]$
R^2	0,986	0,03	S_y

Tabela 8 - Matriz de ajuste de $V_o(i_o)$

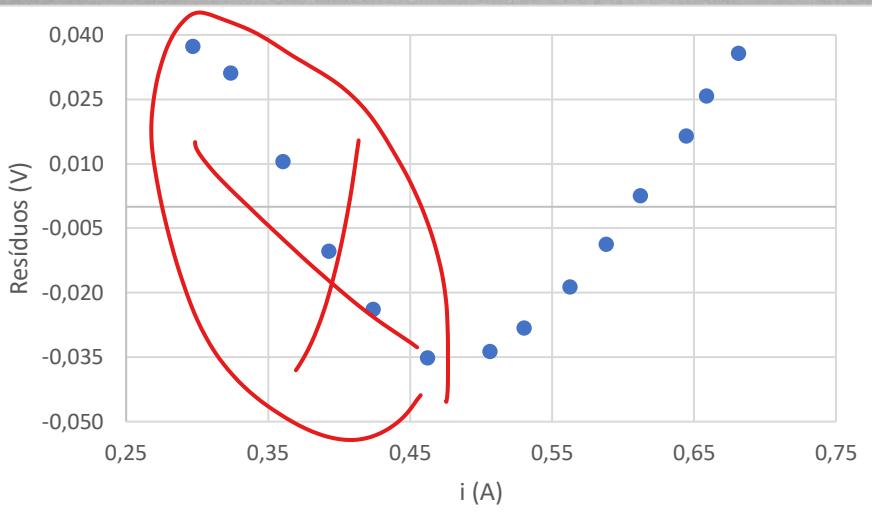
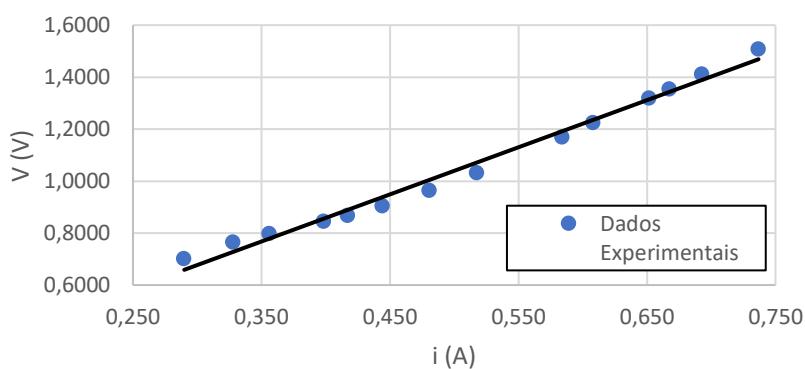


Gráfico 9 - Resíduos de $V_0(i_0)$

2º ensaio - $V_0(i_0)$

f (Hz)	$u[f]$ (Hz)	ω (rad/s)	$u[\omega]$ (rad/s)	D (m) + 1E-5	S (m^2)	$u[S]$ (m^2)	n	L (m) + 1E-3	N	θ	$u[\theta]$	
1499	1	9418		6	4,10E-02	1,32E-03	6,44E-07	300	7,50E-01	361	0	0
ddf (°)	$u[ddf]$ (°)	V_{RMS} (V)	$u[V_{RMS}]$ (V)	V (V)	$u[V]$ (V)	I_{RMS} (A)	$u[I_{RMS}]$ (A)	I (A)	$u[I]$ (A)	Ajuste (V)	Resíduos (V)	
89,6	0,1	0,4967	0,0001	0,7024	0,0001	0,205	0,001	0,290	0,001	0,6586	0,0439	
89,6	0,1	0,5406	0,0001	0,7645	0,0001	0,232	0,001	0,328	0,001	0,7278	0,0367	
89,6	0,1	0,5639	0,0001	0,7975	0,0001	0,252	0,001	0,356	0,001	0,7791	0,0184	
89,6	0,1	0,5970	0,0001	0,8443	0,0001	0,282	0,001	0,399	0,001	0,8560	-0,0117	
89,6	0,1	0,6142	0,0001	0,8686	0,0001	0,295	0,001	0,417	0,001	0,8893	-0,0207	
89,6	0,1	0,6399	0,0001	0,9050	0,0001	0,314	0,001	0,444	0,001	0,9380	-0,0331	
89,6	0,1	0,6822	0,0001	0,9648	0,0001	0,340	0,001	0,481	0,001	1,0047	-0,0399	
89,6	0,1	0,7300	0,0001	1,0324	0,0001	0,366	0,001	0,518	0,001	1,0714	-0,0390	
89,6	0,1	0,8271	0,0001	1,1697	0,0001	0,413	0,001	0,584	0,001	1,1919	-0,0222	
89,6	0,1	0,8661	0,0001	1,2249	0,0001	0,430	0,001	0,608	0,001	1,2355	-0,0106	
89,6	0,1	0,9334	0,0001	1,3200	0,0001	0,461	0,001	0,652	0,001	1,3150	0,0051	
89,6	0,1	0,9574	0,0001	1,3540	0,0001	0,472	0,001	0,668	0,001	1,3432	0,0108	
89,6	0,1	0,9985	0,0001	1,4121	0,0001	0,490	0,001	0,693	0,001	1,3893	0,0228	
89,6	0,1	1,0666	0,0001	1,5084	0,0001	0,521	0,001	0,737	0,001	1,4688	0,0396	

Tabela 9 Dados retirados durante a



m	1,81	0,13	b
$u[m]$	0,06	0,03	$u[b]$
R^2	0,988	0,03	Sy

Tabela 10 Matriz de ajuste de V_0

Gráfico 10 Valores de V_0 em função de i_0 com o seu

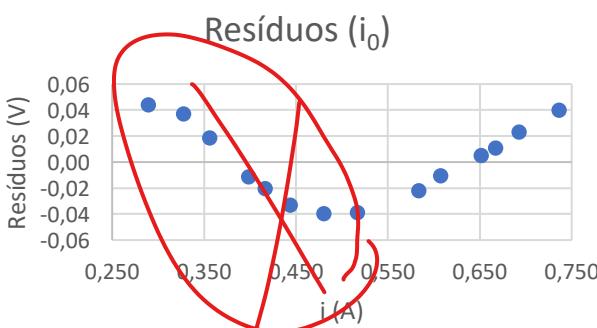


Gráfico 11 – resíduos de $V_0(i_0)$

Ensaios - Voltagem

Para este ensaio já se utilizaram uma gama de valores correta, podendo isso ser observado no gráfico de resíduos

f (Hz)	u[f] (Hz)	ω (rad/s)	u[ω] (rad/s)	D (m) + 1E-5	S (m ²)	u[S] (m ²)	n	L (m) + 1E-3	N	θ	u[θ]
1311	1	8237	6	4,10E-02	0,001320	0,000001	300	7,50E-01	361	0	0

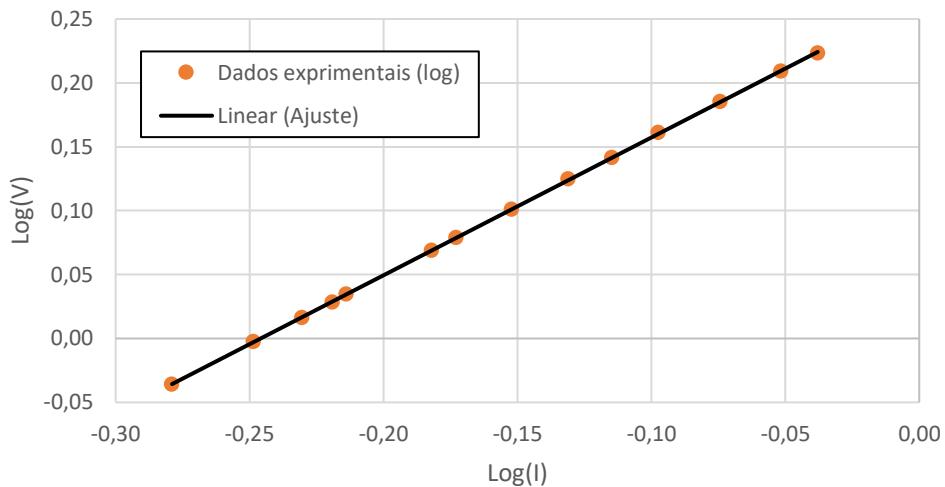
ddf (º)	u[ddf] (º)	V _{RMS} (V)	u[V _{RMS}] (V)	V (V)	u[V] (V)	I _{RMS} (A)	u[I _{RMS}] (A)	I (A)	u[I] (A)	Ajuste (V)	Resíduos (V)
89,6	0,1	0,6510	0,0001	0,9207	0,0001	0,372	0,001	0,526	0,001	0,9181	0,0026
89,6	0,1	0,7028	0,0001	0,9939	0,0001	0,399	0,001	0,564	0,001	0,9920	0,0019
89,6	0,1	0,7342	0,0001	1,0383	0,0001	0,416	0,001	0,588	0,001	1,0385	-0,0002
89,6	0,1	0,7547	0,0001	1,0673	0,0001	0,427	0,001	0,604	0,001	1,0686	-0,0013
89,6	0,1	0,7655	0,0001	1,0826	0,0001	0,432	0,001	0,611	0,001	1,0823	0,0003
89,6	0,1	0,8284	0,0001	1,1715	0,0001	0,465	0,001	0,658	0,001	1,1726	-0,0011
89,6	0,1	0,8479	0,0001	1,1991	0,0001	0,475	0,001	0,672	0,001	1,2000	-0,0009
89,6	0,1	0,8923	0,0001	1,2619	0,0001	0,498	0,001	0,704	0,001	1,2630	-0,0011
89,6	0,1	0,9422	0,0001	1,3325	0,0001	0,523	0,001	0,740	0,001	1,3314	0,0011
89,6	0,1	0,9796	0,0001	1,3854	0,0001	0,543	0,001	0,768	0,001	1,3861	-0,0008
89,6	0,1	1,0248	0,0001	1,4493	0,0001	0,565	0,001	0,799	0,001	1,4463	0,0029
89,6	0,1	1,0829	0,0001	1,5315	0,0001	0,596	0,001	0,843	0,001	1,5312	0,0003
89,6	0,1	1,1446	0,0001	1,6187	0,0001	0,628	0,001	0,888	0,001	1,6188	-0,0001
89,6	0,1	1,1823	0,0001	1,6720	0,0001	0,648	0,001	0,916	0,001	1,6735	-0,0015

Tabela 11 - Dados retirados durante esta parte do estudo

Log(V)	u(Log(V))	Log(i)	u(Log(i))	Log(V) aj	Resíduos log(V)
-0,03590	0,00005	-0,2789	0,0008	-0,03569	-0,00022
-0,00265	0,00004	-0,2485	0,0008	-0,00287	0,00022
0,01633	0,00004	-0,2304	0,0007	0,01667	-0,00034
0,02829	0,00004	-0,2191	0,0007	0,02889	-0,00060
0,03446	0,00004	-0,2140	0,0007	0,03434	0,00012
0,06876	0,00004	-0,1820	0,0007	0,06882	-0,00006
0,07886	0,00004	-0,1728	0,0006	0,07878	0,00008
0,10103	0,00003	-0,1523	0,0006	0,10093	0,00010
0,12466	0,00003	-0,1310	0,0006	0,12387	0,00079
0,14156	0,00003	-0,1147	0,0006	0,14144	0,00012
0,16115	0,00003	-0,0974	0,0005	0,16004	0,00111
0,18510	0,00003	-0,0742	0,0005	0,18506	0,00005
0,20917	0,00003	-0,0515	0,0005	0,20955	-0,00038
0,22324	0,00003	-0,0379	0,0005	0,22423	-0,00099

Tabela 12 - Dados log dos valores retirados durante a experiência

Para todos os ensaios iremos provar a linearidade então a tabela 12 é necessária. Para tal é trazido-se o gráfico com escalas log-log como anteriormente e verifica-se o declive.



Como se pode ver existe-se facto uma tendência, sendo esta comprovada pela tabela 13, onde temos um declive igual a ~~1,078 ± 0,002~~
 $m = (1,078 \pm 0,002)$

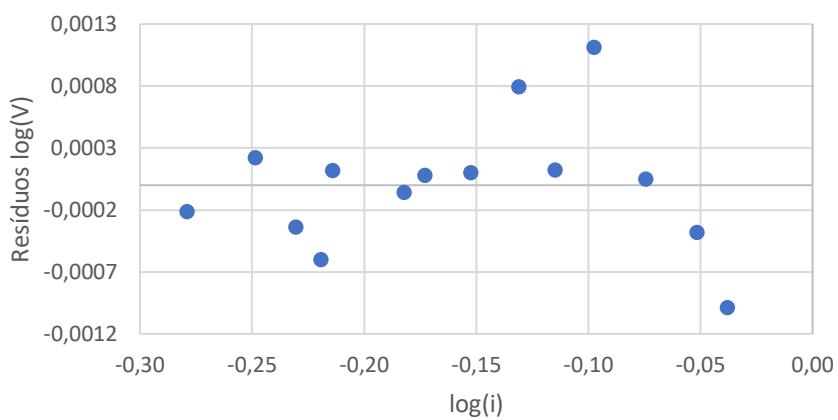
Gráfico 12 - $V(i_0)$ em escalas log-log

m	1,078	0,2651	b
$u[m]$	0,002	0,0003	$u[b]$
R^2	0,99996	0,0005	S_y

$$m_{ref} = 1$$

$$(m)_{exp} = (1,078 \pm 0,002) \quad u(m)(\%) = 0,2\%$$

Tabela 13 - Matriz de ajuste do gráfico 12



$$Ex(x) = 8\% \quad \text{valores ?}$$

Os resíduos não apresentam nenhuma tendência, sendo que as barras de erro não são apresentados, visto que são extremamente pequenas.

Desta maneira fica então comprovada a existência de uma dependência linear.

Com isto apresento então a matriz de ajuste dos dados exponenciais de $V(i_0)$, de forma a encontrar o valor de μ_0 através da seguinte expressão:

$$\mu_0 = \frac{m^2}{N n S \cos(\theta) w}$$

$$u(\mu_0) = \mu_0 \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(n)}{n}\right)^2 + \left(\frac{u(S)}{S}\right)^2 + \left(\frac{u(w)}{w}\right)^2 + \left(\frac{u(\cos(\theta))}{\cos(\theta)}\right)^2}$$

m	1,935	-0,100	b
u[m]	0,007	0,005	u[b]
R ²	0,99993	0,002	Sy

Tabela 1h - Matriz de ajuste Vol(i)

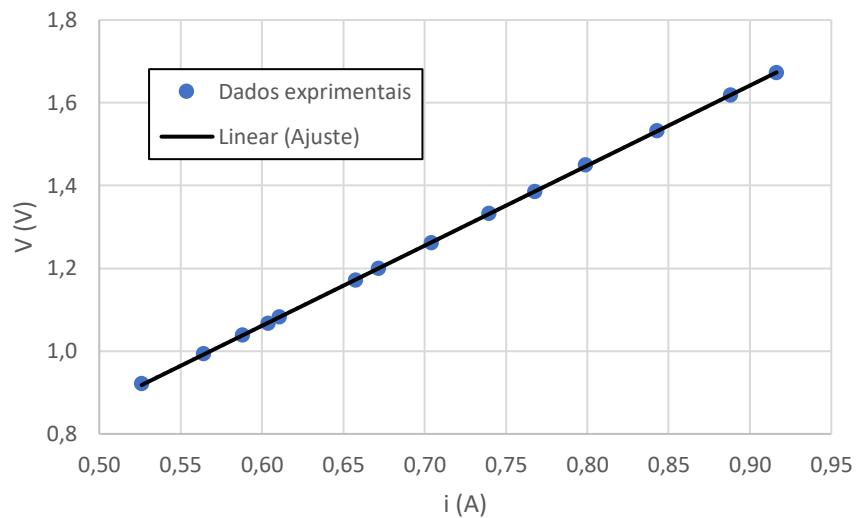


Gráfico 14 - Valores Vol(i) com o seu respetivo ajuste

Como podemos verificar *apenas*, os resíduos não apresentam nenhuma tendência, sendo que são parecidos ao da escala log-log. Podemos também visualizar uma excelente linearidade pelo o elevado r² e a ausência de erros sistemáticos.

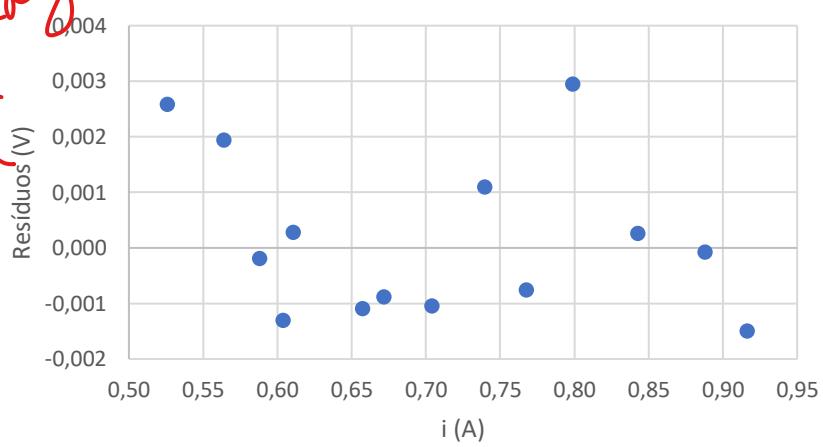


Gráfico 15 - Resíduos de Vol(i)

Desta maneira calcula-se então os valores:

$$(\mu_0)_{\text{exp}} = (123 \pm 2) \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0) (\%) = 2\%$$

$$(\mu_0)_{\text{ref}} = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$E_x (\%) = 2\%$$

V(0)

A partir de agora não temos experiências em que a confiança é a mesma que as anteriores, por estarmos limitados a obter menos pontos. No entanto irei fazer a sua análise na mesma.

Para esta parte não irei fazer o gráfico na escala log-log, porque temos poucos pontos, e não temos todos os pontos diferentes de zero, o que leva a uma indeterminação e a uma inconsistência nos dados utilizados.

I_{RMS} (A)	$u[I_{RMS}]$ (A)	I (A)	$u[I]$ (A)	D (m) + - 1E-5	S (m^2)	$u[S]$ (m^2)	n	L (m) + - 1E-3	N	ω (rad/s)	$u[\omega]$ (rad/s)	
0,507	0,001	0,717	0,001	2,600E-02	5,309E-04	4E-07	100	7,50E-01	361	8237		6
V_{RMS} (V)	$u[V_{RMS}]$ (V)	V (V)	$u[V]$ (V)	$\theta(^{\circ})$		$u[\theta]$	$\cos(\theta)$	$u[\cos(\theta)]$	Ajuste (V)	Resíduos (V)		
0,1083	0,0001	0,1532	0,0001			0	8	1,0	0,1	0,1519	0,0013	
0,1038	0,0001	0,1468	0,0001			15	8	1,0	0,1	0,1467	0,0001	
0,0929	0,0001	0,1314	0,0001			30	8	0,9	0,1	0,1314	0,0000	
0,0755	0,0001	0,1068	0,0001			45	8	0,7	0,1	0,1070	-0,0002	
0,0516	0,0001	0,0730	0,0001			60	8	0,5	0,1	0,0753	-0,0023	
0,0269	0,0001	0,0380	0,0001			75	8	0,3	0,1	0,0383	-0,0002	
0,0000	0,0001	0,0000	0,0001			90	8	0,0	0,1	-0,0014	0,0014	

Tabela 15 - Dados retirados para $V_0 \cos(\theta)$

Para calcular μ_0 usaremos a fórmula:

$$\mu_0 = \frac{mL}{NnS\cos\theta}$$

$$U^2(\mu_0) = \mu_0 \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(N)}{N}\right)^2 + \left(\frac{u(n)}{n}\right)^2 + \left(\frac{u(S)}{S}\right)^2 + \left(\frac{u(\cos\theta)}{\cos\theta}\right)^2}$$

Para tal faz-se novamente o ajuste

m	0,153	-0,001	b
$u[m]$	0,001	0,001	$u[b]$
R^2	0,9996	0,001	Sy

Tabela 16 - Matriz de ajuste

(log)

log

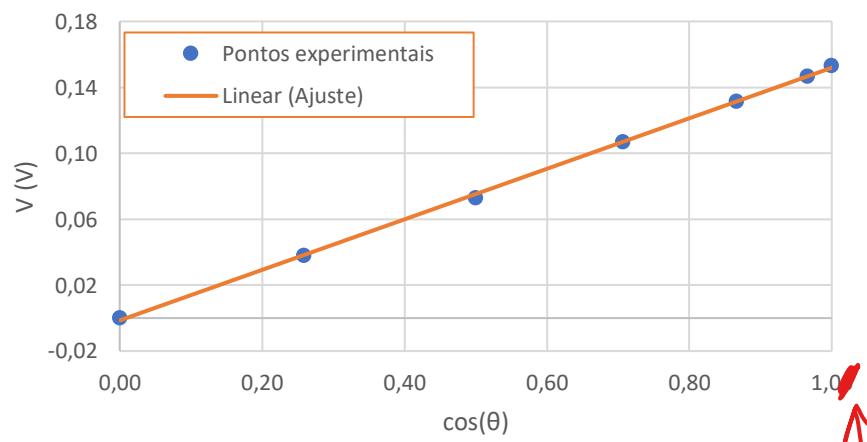


Gráfico 16 - Valores $V_0 \cos(\theta)$ com o seu respectivo ajuste

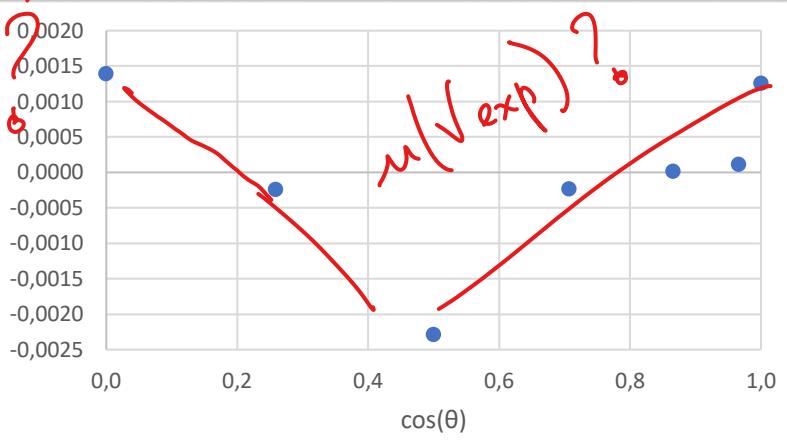


Gráfico 17- Gráfico de Resíduos

Pela tabela 16 podemos ainda ver um bom r^2 e que também mostra a linearidade dos pontos.

Calculando os valores ficamos então com

$$\mu_0 = (102 \pm 2) \times 10^{-8} \text{ H m}^{-1} \quad u(\mu_0) (\%) = 2\%$$

$$E_x = 19\%, \text{ por de feito}$$

Pode-se verificar um erro percentual muito grande, o que visualizando a tendência, e sendo os resíduos aleatórios, concluimos que durante todo o processo de retirar os dados ou foi cometido sempre o mesmo erro de medição, ou a bobina utilizada tem algum defeito. De qualquer das maneiras estas próximas análises, incluindo esta, não são para tirar resultados conclusivos, mas mais para demonstrar a dependência de μ_0 aos seus parâmetros.

Como se pode verificar os resíduos não apresentam nenhuma tendência. Contudo a quantidade de pontos é muito reduzida, pelo que a confiança nesta análise é menor. Ainda assim consegue-se verificar a tendência de uma forma mais qualitativa.

V(n)

I _{RMS} (A)	u[I _{RMS}] (A)	I (A)	u[I] (A)	D (m) + 1e-3	S (m ²)	u[S] (m ²)	ω (rad/s)	u[ω] (rad/s)	L (m) + 1e-3	N	θ	u[θ]	f(Hz)	u[f] (Hz)
0,507	0,001	0,7170063	0,001414	4,10E-02	1,32E-03	6,44E-07	8230,97275	6,2831853	7,50E-01	364	0	0	1310	1
V _{RMS} (V)	u[V _{RMS}] (V)	V (V)	u[V] (V)	n			Ajuste (V)							Resíduos (V)
0,9108	0,0001	1,2881	0,0001		300		1,2219							0,0661
0,6123	0,0001	0,8659	0,0001		200		0,8476							0,0183
0,3071	0,0001	0,4343	0,0001		100		0,4732							-0,0389
1,2041	0,0001	1,7029	0,0001		442		1,7535							-0,0507
1,5083	0,0001	2,1331	0,0001		542		2,1279							0,0052

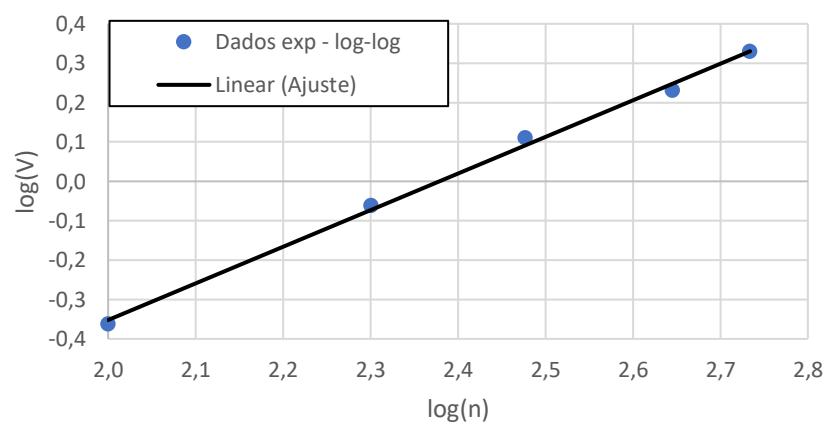
Tabela 17 - Dados reforçados

Log(V)	u(Log(V))	Log(n)	u(Log(n))	Log(V) aj	Resíduos log(V)
0,10994	0,00003	2,477	0,001	0,09147	0,01846
-0,06252	0,00005	2,301	0,002	-0,07222	0,00970
-0,3622	0,0001	2,000	0,004	-0,3520	-0,0102
0,23118	0,00003	2,645	0,001	0,24792	-0,01674
0,32900	0,00002	2,7340	0,0008	0,33026	-0,00126

Tabela 18 - Dados para verificação de dependência linear

m	0,93	-2,21	b
u[m]	0,03	0,07	u[b]
R ²	0,997	0,02	Sy

Tabela 19 - Matriz de ajuste log-log



Como se pode verificar nestes gráficos e matriz de ajuste o declive é próximo de 1, logo este comprova a dependência linear

Gráfico # 18 - $\log(V_0)[\log(n)]$

$$m_{\text{emp}} = (0,93 \pm 0,03) \\ E_n (\%) > f \%$$

$$m_{\text{ref}} = 1$$

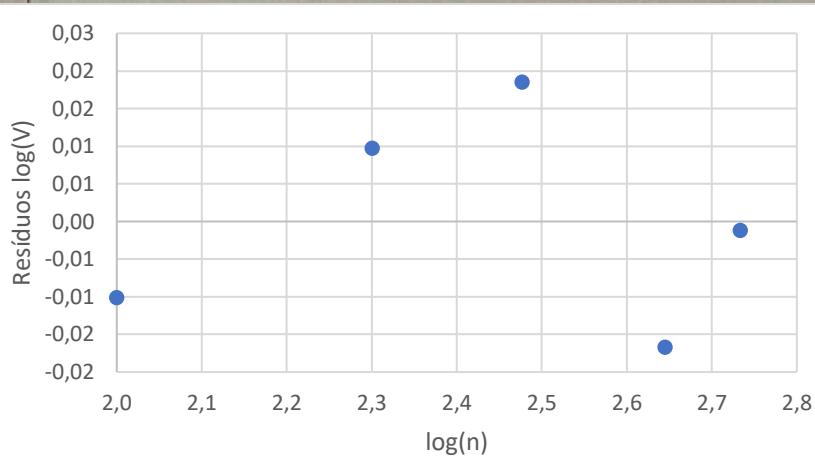


Grafico 19 - Resíduos

m	0,0037	0,10	b
$u[m]$	0,0002	0,05	$u[b]$
R^2	0,995	0,05	Sy

Tabela 20 - Matriz de ajuste $V_0(n)$

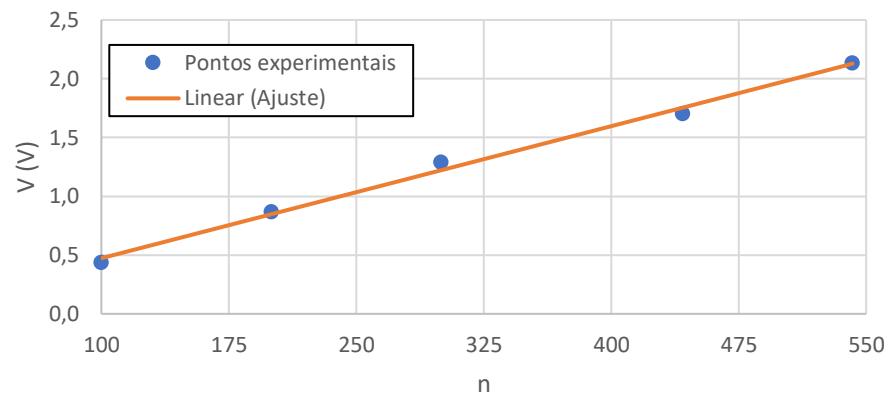


Grafico 20 - Dados experimentais com o seu respetivo ajuste

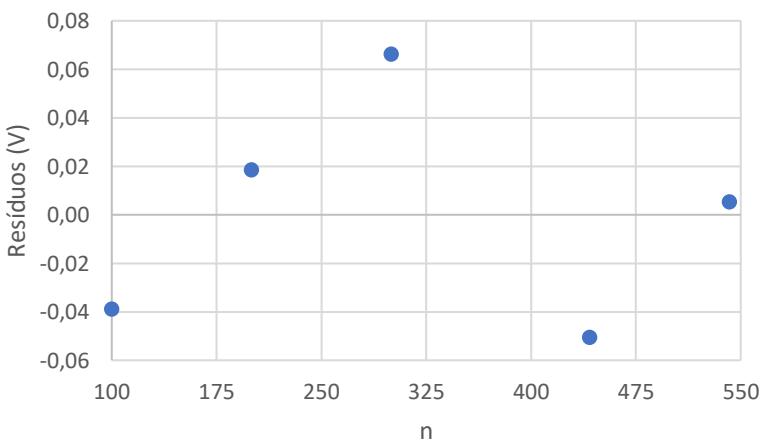


Grafico 21 - Resíduos $V(n)$

Nóramente em ambos os gráficos dos resíduos não existe nenhuma tendência, procedemos então ao cálculo de μ_0 :

$$\mu_0 = (222 \pm 4) \times 10^{-8} \text{ Hm}^{-2} \quad u(\mu_0) (\%) = 21\%$$

$$Ex(\%) = 21\%$$

V(5)

Para estes valores fez-se um ajuste com apenas ~~três~~ 3 pontos, o que não é significativo o suficiente para apresentar como resultado, logo só irei mostrar os valores.

I_{RMS} (A)	$u[I_{RMS}]$ (A)	I (A)	$u[I]$ (A)	ω (rad/s)	$u[\omega]$ (rad/s)	n	L (m) + 1E-3	N	θ	$u[\theta]$
0,506	0,001	0,716	0,001	8237	6	300	7,50E-01	361	0	0
V_{RMS} (V)	$u[V_{RMS}]$ (V)	V (V)	$u[V]$ (V)	D (m) + 1E-5	S (m^2)	$u[S]$ (m^2)	Ajuste (V)	Resíduos (V)		
0,9115	0,0001	1,2891	0,0001	4,10E-02	1,32E-03	6,44E-07	1,31E+00	-0,0255203		
0,5973	0,0001	0,8447	0,0001	3,30E-02	8,55E-04	5,18E-07	7,83E-01	0,06210138		
0,2651	0,0001	0,3749	0,0001	2,60E-02	5,31E-04	4,08E-07	4,11E-01	-0,0365811		

Tabela 21 - Dados retinândos

m	1144	-0,2	b
$u[m]$	136	0,1	$u[b]$
R^2	0,986	0,08	Sy

Tabela 22 - Matrizes de ajuste

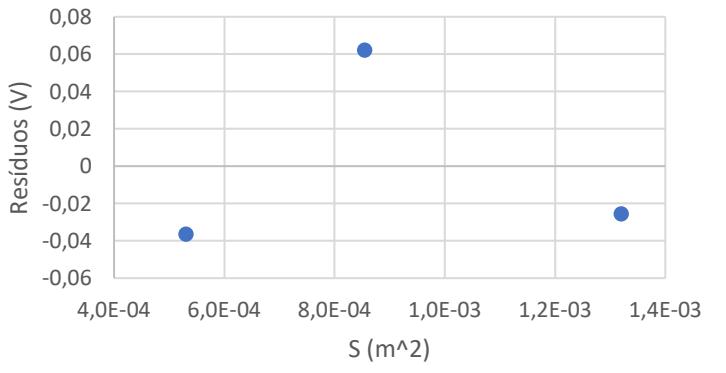
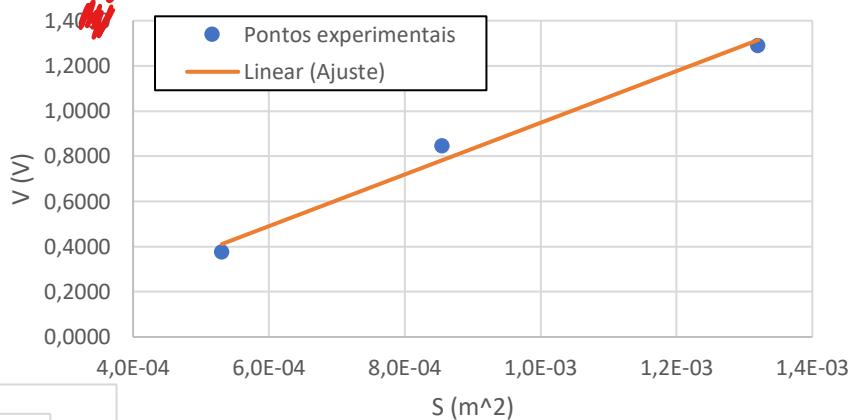


Gráfico 22 - V_0 (S)

Resíduos - Gráfico 23

$$\mu_0 = (13 \pm 2) \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0) (\%) = 12\%$$

Estatística

Resultados

(em tabela !)

$$V_0(w) \rightarrow \mu_0 = (711 \pm 2) \times 10^{-8} \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0)(\%) = 2\%$$

$E_x = 12\%$, por defeito

$$V_0(i_0) \rightarrow \mu_0 = (123 \pm 2) \times 10^{-8} \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0)(\%) = 2\%$$

$E_x(\%) = 2\%$, por defeito

$$V_0(\cos(0)) \rightarrow \mu_0 = (102 \pm 2) \times 10^{-8} \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0)(\%) = 2\%$$

$E_x(\%) = 19\%$, por defeito

$$V_0(n) \rightarrow \mu_0 = (100 \pm 4) \times 10^{-8} \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0)(\%) = 4\%$$

$E_x(\%) = 21\%$, por defeito

$$V_0(S) \rightarrow \mu_0 = (113 \pm 2) \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1} \quad u(\mu_0)(\%) = 12\%$$

$E_x = 7\%$, por excesso

Falta a parte dos resultados sobre a linearidade
conclusão
mas dig qual é! ↗

Começou por realçar que as ~~ervas de incerteza~~ incertezas não apareceram em grande parte dos gráficos, pois a incerteza da medição de V_0 é muito pequena comparada com os valores. Também é importante dizer que os resultados com maior confiança (μ_0 e $V_0(i_0)$), pois são os que ~~apresentam~~ permitem a área de $V_0(i_0)$ de ~~maior~~ menor ~~quantidade~~ área de ~~dados exp?~~ dados exp?

Escolhendo o melhor resultado teria que dizer que é o quanto maior! ~~dependência~~ pois é o que apresenta uma melhor linear, a menor incerteza $u(\mu_0) = 2\%$ e o menor $E_x(\%) = 2\%$ (por defeito). Um dos motivos pelo qual este também pode ser melhor em compara-

(~) com V_0 (A) é pelo facto de este ser muito mais complicado de estabilizar a corrente, sendo que esta fica a oscilar durante um momento, causando uma medição ~~comprimento preciso~~ menos preciso. Desta maneira tomo como resultado final

$$V_{0\text{last}} \rightarrow I_0 = (123 \pm 2) \times 10^{-8} \text{ H m}^{-1}$$

Vou ainda reforçar o facto dos resultados em comparação com anos anteriores ~~estar~~ permanecerem consistentes, tanto em valores, como estes ~~estarem~~ erros deficitários, o que indica que ou as bobinas têm algum problema, ou a bobina solenoide, ou ambos.

?

,

?

?