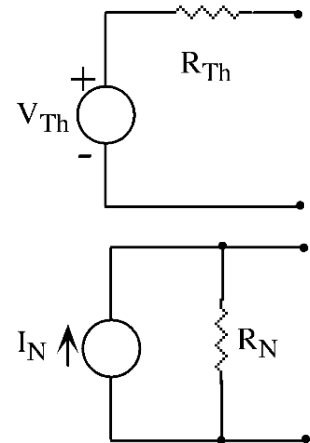


CIRCUITOS EQUIVALENTES DE THÉVENIN E DE NORTON

0. Introdução

Considerando circuitos em corrente contínua:

- O teorema de Thévenin diz que todo o circuito linear com dois terminais (A, B) é equivalente a uma fonte de tensão em série com uma resistência, ligadas a esses terminais.
- O teorema de Norton diz que todo o circuito linear com dois terminais (A, B) é equivalente a uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência, ligadas a esses terminais.

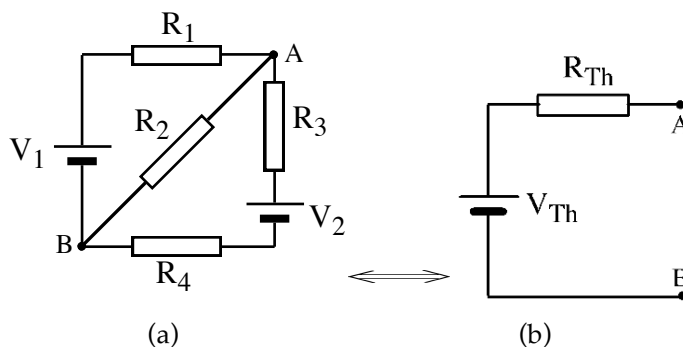


Em corrente alternada, em vez de resistências, os modelos de Thévenin e de Norton incluem impedâncias (resistivas, capacitivas, indutivas ou complexas).

No seguinte, considera-se, por simplicidade, apenas o caso de corrente contínua.

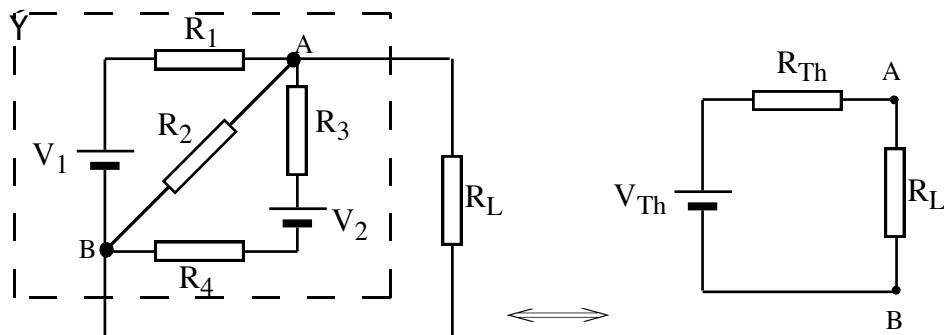
1. Teorema de Thévenin

Um conjunto de fontes e resistências, ligadas entre dois pontos (A,B), pode ser substituído por uma fonte de tensão (V_{Th}) em série com uma resistência (R_{Th}).



Equivalência de circuitos: o circuito (b) é o circuito equivalente de Thévenin do circuito (a), para os terminais A, B.

Assim, o efeito de uma ligação extra da resistência R_L ao referido circuito, entre os terminais (A, B), é facilmente analisável usando o modelo de Thévenin:



$$V_L = V_{Th} \frac{R_L}{R_L + R_{Th}} \quad ; \quad I_L = \frac{V_{Th}}{R_L + R_{Th}}$$

Para determinar teoricamente os valores de R_{Th} e V_{Th} bastaria calcular:

V_{Th} : valor da tensão entre os terminais, quando em circuito aberto

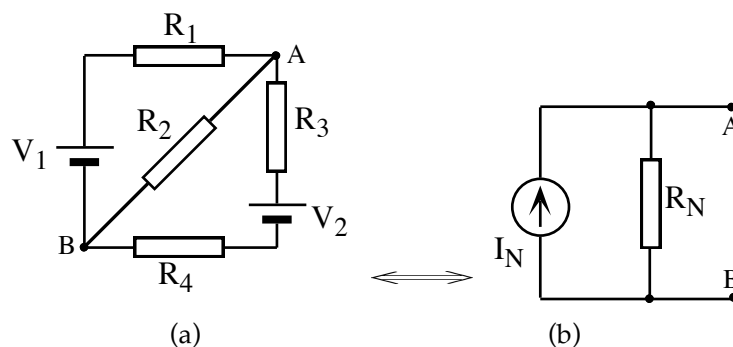
R_{Th} : obtido a partir da corrente de curto circuito

$$\begin{aligned} V_{Th} &= V(\text{circuito aberto}) \\ R_{Th} &= \frac{V(\text{circuito aberto})}{I(\text{curto-circuito})} \end{aligned}$$

As técnicas habituais de análise de circuitos, baseadas nas leis de Kirchhoff, são utilizadas para calcular (V_{Th} , R_{Th}) a partir do esquema do circuito dado.

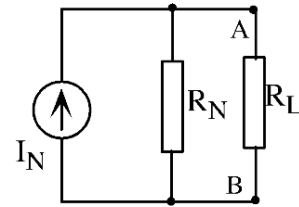
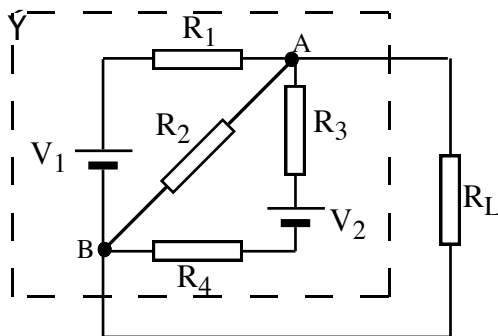
2. Teorema de Norton

Um conjunto de fontes e resistências, ligadas entre dois pontos, pode ser substituído por uma fonte de corrente (I_N) em paralelo com uma resistência (R_N).



Equivalência de circuitos: o circuito (b) é o circuito equivalente de Norton do circuito (a), para os terminais A, B.

Tal como no caso do modelo de Thévenin, o modelo de Norton facilita a análise de correntes e tensões numa resistência externa R_L .



$$V_L = I_N \frac{R_L R_N}{R_L + R_N} \quad ; \quad I_L = I_N \frac{R_N}{R_L + R_N}$$

Para determinar teoricamente os valores de R_N e I_N calculamos:

I_N : valor da corrente de curto circuito

R_N : obtido a partir do valor da tensão entre os terminais, quando em circuito aberto

$$\begin{aligned} I_N &= I(\text{curto circuito}) \\ R_N &= \frac{V_{(\text{circuito aberto})}}{I_{(\text{curto-circuito})}} \end{aligned}$$

3. Dualidade

A passagem do equivalente de Thévenin para o equivalente de Norton é extremamente simples:

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \quad R_N = R_{Th} \quad V_{Th} = I_N \cdot R_N$$

4. Determinação experimental dos modelos

Estas regras para cálculo dos equivalentes de Thévenin e de Norton não devem, em geral, ser aplicadas experimentalmente, pois ao curto-circuitarmos um circuito podem resultar danos (quer no circuito, quer nos aparelhos de medida).

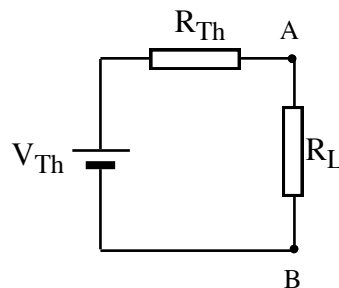
Como exemplo, vejamos a situação experimental de medir uma fonte de alimentação de 5 V (R_{Th} típica de $10^{-3} \Omega$) com um amperímetro (R_{int} típica de 0.1Ω na escala de ampere). Nesta situação, a corrente de curto-circuito seria da ordem de $5/0.101 \approx 50$ A. Esta corrente certamente que daria origem a, pelo menos, um dos seguintes efeitos: danificar a fonte de alimentação por aquecimento excessivo; danificar o amperímetro, que poderia não dissipar a potência dissipada na sua resistência

interna; ou aquecimento exagerado dos fios de ligação, se não estivessem convenientemente dimensionados.

A determinação experimental dos circuitos equivalentes de Thévenin e Norton pode fazer-se como detalhado na secção seguinte.

5. Diagrama tensão-corrente na carga R_L e determinação experimental do modelo

Seja o modelo de Thévenin de um circuito, e a respectiva carga R_L .



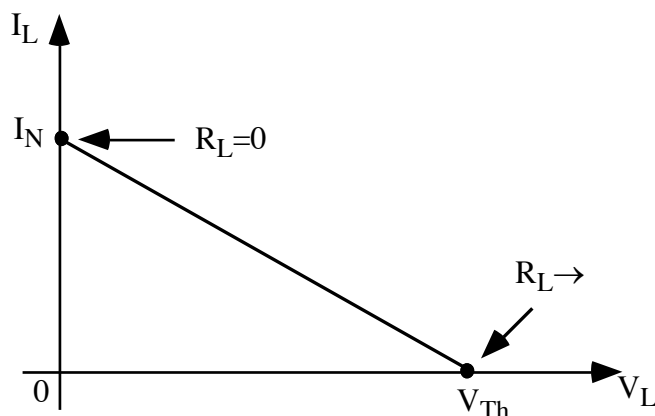
A tensão na carga vale:

$$V_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} V_{Th} = \frac{1}{1 + R_{Th}/R_L} V_{Th}$$

e a corrente toma o valor:

$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_L + R_{Th}} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \cdot \frac{1}{1 + R_L/R_{Th}} = I_N \cdot \frac{1}{1 + R_L/R_{Th}}$$

Quando R_L varia, tem-se a situação representada na figura $\left(I_L = I_N - \frac{I_N}{V_{Th}} \cdot V_L \right)$



Deste gráfico resulta:

I_N, V_{Th}
(intersecções com os eixos)

$R_N = R_{Th} = \frac{V_{Th}}{I_N}$
(a partir do declive da recta)

Experimentalmente, por variação de R_L (sem atingir o limite $R_L=0$), são determinados pontos (V_L , I_L). e daí a recta, por ajuste.

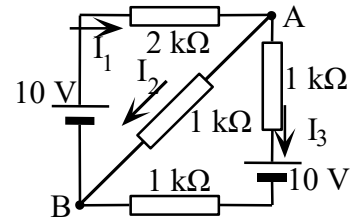
6. Exemplo de cálculo

Considerando o circuito da figura, definindo arbitrariamente o sentido das correntes de acordo com o esquema junto, teremos para o nodo A:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Na malha exterior, teremos:

$$10 - 2000 \cdot I_1 - 1000 \cdot I_3 - 10 - 1000 \cdot I_3 = 0$$



Uma malha incluindo a resistência interior dará origem a:

$$10 - 2000 \cdot I_1 - 1000 \cdot I_2 = 0$$

Temos, assim, um sistema de três equações a três incógnitas:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 10 - 2000 \cdot I_1 - 1000 \cdot I_3 - 10 - 1000 \cdot I_3 = 0 \\ 10 - 2000 \cdot I_1 - 1000 \cdot I_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = 2 \cdot I_1 \\ I_1 = -I_3 \\ I_1 = 2.5 \cdot 10^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 2.5 \text{ mA} \\ I_2 = 5 \text{ mA} \\ I_3 = -2.5 \text{ mA} \end{cases}$$

V_{Th} será igual à queda de tensão na resistência de $1 \text{ k}\Omega$ (igual a $I_2 \times 1000$): $V_{Th} = 5 \text{ V}$

A corrente de curto circuito será calculada introduzindo uma resistência de valor nulo entre os pontos A e B e calculando a corrente que a atravessa. Isto é equivalente a substituir o valor da resistência interior por zero e calcular o novo valor de I_2 . Teremos, assim, um novo sistema de equações:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 10 - 2000 \cdot I_1 - 1000 \cdot I_3 - 10 - 1000 \cdot I_3 = 0 \\ 10 - 2000 \cdot I_1 - 0 \cdot I_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = 2 \cdot I_1 \\ I_1 = -I_3 \\ I_1 = 5 \cdot 10^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 5 \text{ mA} \\ I_2 = 10 \text{ mA} \\ I_3 = -5 \text{ mA} \end{cases}$$

O valor da resistência de Thévenin será igual a:

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{I_{cc}} = \frac{5}{10 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ } \Omega$$

A fonte de corrente I_N do modelo de Norton vale $I_N = V_{Th}/R_{Th} = 10 \text{ mA}$ e $R_N = R_{Th}$.

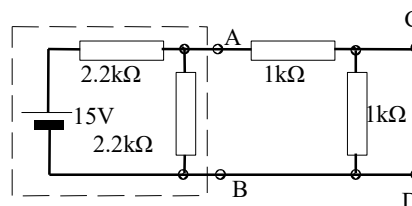
EXECUÇÃO DO TRABALHO

Objectivos

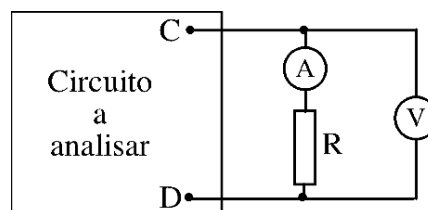
Pretende-se determinar experimentalmente os circuitos equivalentes de Thévenin e de Norton de um circuito eléctrico simples em corrente contínua.

Operação

Monte o circuito indicado na figura, usando a placa de montagem, resistências do armazém de componentes e a fonte de alimentação.



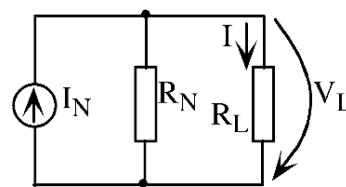
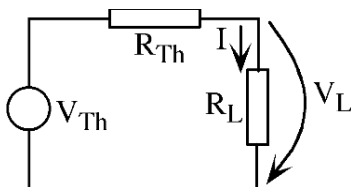
Como a determinação directa da corrente de curto-circuito poderá provocar danos (ver a secção Determinação Experimental dos Modelos), utiliza-se um método indirecto para a determinação da resistência interna do circuito. Este método consiste, essencialmente, na medição da tensão e da corrente num elemento externo (resistência de carga) ligado ao circuito.



A tensão (V_L) e a corrente de saída (I_L) estão relacionadas por uma das seguintes equações:

$$V_L = V_{Th} - R_{Th} \cdot I_L$$

$$I_L = I_N - \frac{V_L}{R_N}$$



1. Com o circuito montado, determine pontos experimentais (V_L , I_L), estimando os valores de R_L que deve utilizar (note que valores baixos de R_L poderão conduzir ao problema atrás referido de correntes elevadas).
2. Trace o gráfico (V_L , I_L) por ajuste dos pontos experimentais.
3. Determine V_{Th} , I_N , R_{Th} e R_N a partir do gráfico.
4. Uma parte de um circuito linear pode ser sempre substituída pelo seu equivalente de Thévenin/Norton. Calcule o circuito equivalente da parte à esquerda de A e B (a tracejado).

5. Usando uma fonte de tensão variável (V_{ThAB}) e uma resistência (R_{ThAB}) (uma associação de resistências, ou uma resistência variável), implemente esse circuito equivalente de Thévenin calculado em 4, e ligue-o à parte restante do circuito original.
6. Verifique que o comportamento é idêntico ao determinado anteriormente.

Questões:

- i) Dos quatro parâmetros a determinar (V_{Th} , I_N , R_{Th} , e R_N), quais são aqueles que poderia medir diretamente sem grandes problemas?
- ii) No final de contas qual o interesse e utilidade dos circuitos equivalentes?