

# Verificação da lei de Stefan-Boltzmann utilizando o cubo de Leslie e uma lâmpada

## Laboratórios de Física II

12

Pedro Oliveira

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Departamento de Física e Astronomia

Turma:

PL5

Grupo:

1

Parceiros: Alexandre Reis, António Pedro, Gonçalo Teixeira

Professora:

Manuela Lopes dos Santos

### Resumo

Esta experiência foi dividida em duas partes, sendo que na primeira foi usado um sensor e o cubo de Leslie para verificar qualitativamente a emissividade de vários materiais, e na segunda foi usado também um sensor, juntamente com uma lâmpada de Stefan-Boltzmann para verificar a lei de Stefan-Boltzmann. Foi obtido um declive de  $\bar{m} = 0,253 \pm 0,007$ , com um erro relativo por exceção de  $E_r(\%) = 1\%$  e uma incerteza de  $u(\%) = 3\%$

Usando um  
verifica-  
se

verifica-  
se que o expoente é foi ob-  
tido  
a menos de ...% inc e ...% erro

# 1 Introdução

## 1.1 Objetivos

- Apreciação qualitativa de vários materiais;
- Verificação da lei de Stefan-Boltzmann.

Analisar comparativamente a emissividade de ~~dos~~ materiais das faces de um cubo de Leslie

## 1.2 Introdução Teórica

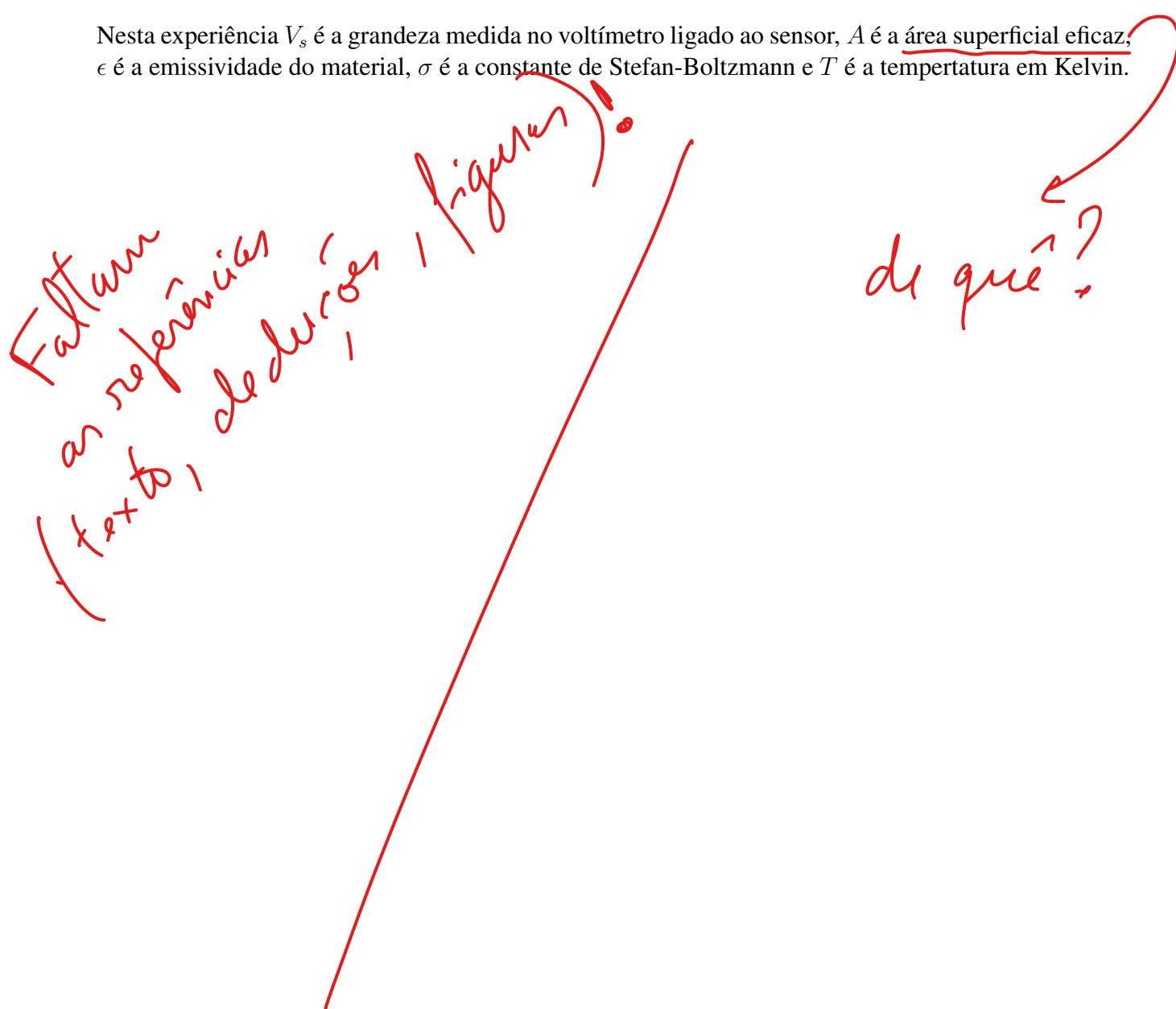
- Relação entre  $V_s$  e  $T^4$ , proveniente da lei de Stefan-Boltzmann:

$$V_s = A\epsilon\sigma T^4 \quad (1)$$

- Relação entre  $P$  (potência) e  $V_s$ , onde  $C = A\epsilon\sigma$ :

$$P = CV_s \quad (2)$$

Nesta experiência  $V_s$  é a grandeza medida no voltímetro ligado ao sensor,  $A$  é a área superficial eficaz,  $\epsilon$  é a emissividade do material,  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann e  $T$  é a temperatura em Kelvin.



## 2 Método experimental

### 2.1 Cubo de Leslie

- Começou-se por garantir a montagem do esquema da figura 1;

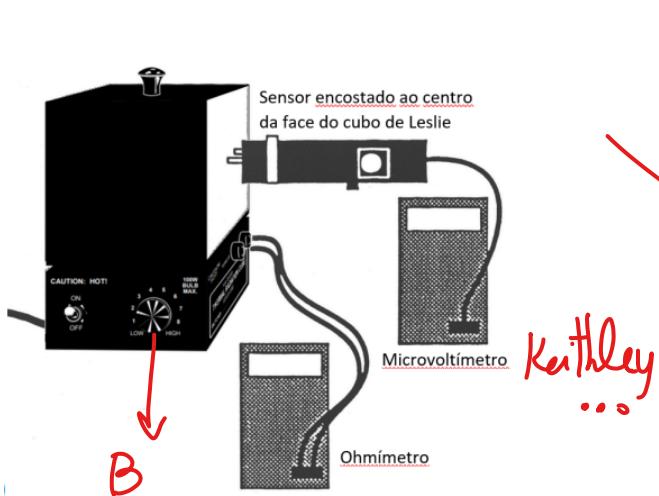


Figura 1: Esquema da montagem experimental

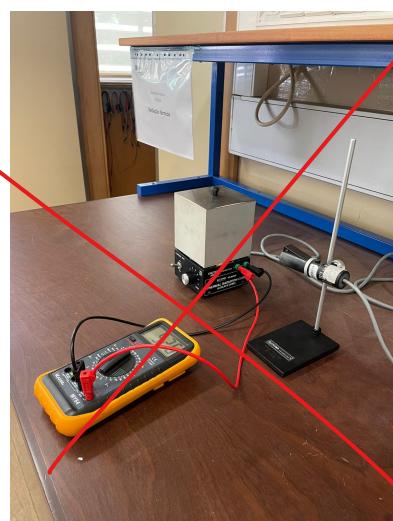


Figura 2: Montagem experimental obtida

- Ligou-se o multímetro na função de ohmímetro aos terminais do termistor do cubo de Leslie e iniciou-se o seu aquecimento, utilizando a potência máxima HIGH;
- Enquanto foi realizada a segunda parte da experiência (Lâmpada de Stefan-Boltzmann), foi-se vigiando o ohmímetro até este chegar a  $40K\Omega$ , colocando o termistor na posição 5 uma vez que tal aconteça;
- Foram retiradas medidas em aquecimento da resistência dos valores da posição 5 até à posição 8,5 do termistor e da intensidade  $V_s$  medida no voltímetro ligado ao sensor. Para cada face do cubo (preta, branca, metalizada, baça) foi encostado o sensor sensivelmente ao centro do cubo e retirou-se uma medida da resistência e outra da intensidade;
- As medidas foram retiradas o mais depressa possível para evitar oscilações na temperatura.  
*entre as faces para cada posição do botão B (fig 1)*

### 2.2 Lâmpada de Stefan-Boltzmann

- cuidados na montagem exp., explícita da esquematizado*
- Começou-se por assegurar a montagem da figura 3, com o circuito demonstrado na figura 5; e os
  - Antes de iniciar a experiência foi feito um estudo da temperatura ambiente  $R_{amb}$ . Para tal foram retirados diversos valores do voltímetro e do amperímetro ligados no circuito da lâmpada para valores de  $V < 1V$ . Uma vez que se tenha uma certa quantidade de valores fez-se um ajuste polinomial de grau 2, e viu-se o declive dessa reta quando  $V = 0$ , assumindo esse valor como sendo o  $R_{amb}$ ;  
*com o intuito de obter experim.*
- Limite demarcado grande*

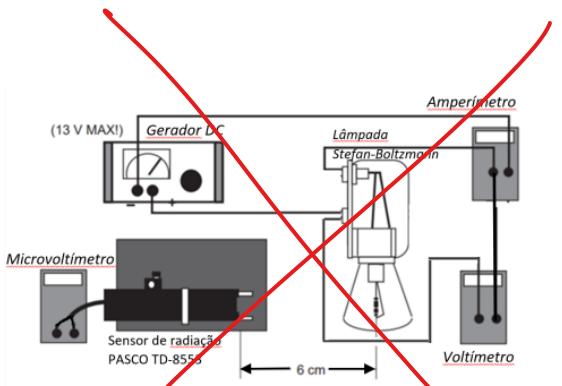


Figura 3: Esquema da montagem experimental



Figura 4: Montagem experimental obtida

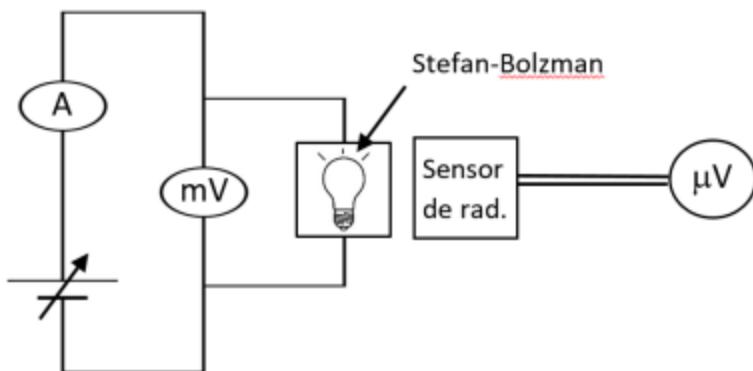


Figura 5: Esquema da montagem experimental

- É importante notar que a lâmpada suporta uma tensão máxima de 13V, logo não se aumentou a fonte de tensão além dos 12V;
- Ajustou-se a altura do sensor de forma a este estar alinhado com o filamento de tungsténio da lâmpada, colocando o sensor a aproximadamente 6cm deste; *e mantendo esse distância durante a execução da exp.*

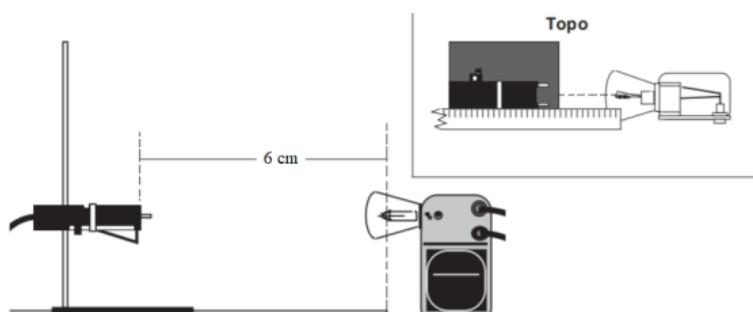


Figura 6: Alinhamento do sensor com o filamento da lâmpada

- Na gama de valores de 1V a 12V foram registados, tanto em aquecimento como em arrefecimento, trios de valores de  $(V, I, V_s)$ , onde  $V$  e  $I$  são os valores lidos no voltímetro e amperímetro no circuito da lâmpada, e  $V_s$  é a tensão lida no voltímetro ligado ao sensor;
- À medida que se foi retirando os valores, sempre que era aumentada/diminuída a tensão foi colocada uma tábua de madeira entre o sensor e a lâmpada. *pura evitar o aquecimento do sensor devido à proximidade da lâmpada*

### 3 Análise de Dados

Antes de começar qualquer tipo de análise em relação aos dados das experiências irei demonstrar o gráfico dos dados que permitem obter a temperatura ambiente. Para tal foi usado o método já referido da montagem experimental. Foram retirados valores com intervalos de  $\sim 0,2V$  e foi feita um ajuste polinomial de grau 2 como está indicado no gráfico seguinte.

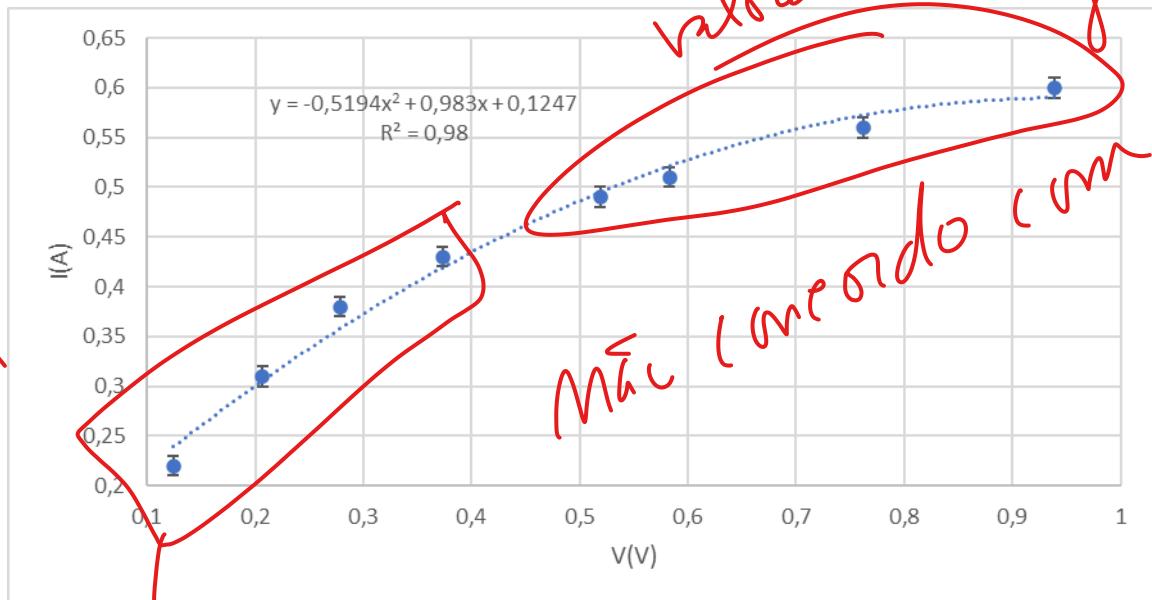


Figura 7: Gráfico usado para calcular  $R_{amb}$

Aliás, se considerar apenas estes termos

Para determinar agora  $R_{amb}$  é necessário derivar esta reta e fazer  $x = 0$ . No entanto como o excel não dá a incerteza dos coeficientes não irei apresentá-la. Considerando isto temos:

$$R_{amb} = 0,983\Omega$$

$R_{amb} \neq \epsilon$   
de maior  
confiança

#### 3.1 Cubo de Leslie

apresentar

Começo então por demonstrar, no gráfico 8, os dados retirados durante esta parte da experiência. Como se pode ver já através deste gráfico os pontos da face preta e branca estão quase coincidentes, enquanto que os pontos da face metalizada e baça encontram-se mais em baixo. Apesar desta parte da experiência ter um carácter muito mais qualitativo decidi, considerando a emissividade da face preta  $\epsilon \approx 1$ , fazer ajustes lineares para todos os gama de valores  $\epsilon$ , e, dando uso à fórmula 1, dividir o declive de cada uma das retas de ajuste para obter uma relação entre cada um dos valores. Como o declive de cada uma das retas será  $m = A\epsilon\sigma$ , então ao dividir um declive pelo outro (neste caso  $\frac{m_i}{m_{preto}}$ ) as constantes  $\sigma$  e  $A$  vão se anular, e apenas iremos ficar com a relação  $\frac{\epsilon_i}{\epsilon_{preto}}$ .

Tem curvatura nas linhas  $V_s(T)$

→ Mas para o fazer deve considerar 2 gamas:  

- 4 pontos a  $T <$
- 4 pontos (ou 3) a  $T >$

Só depois fazer a comparação das emissividades

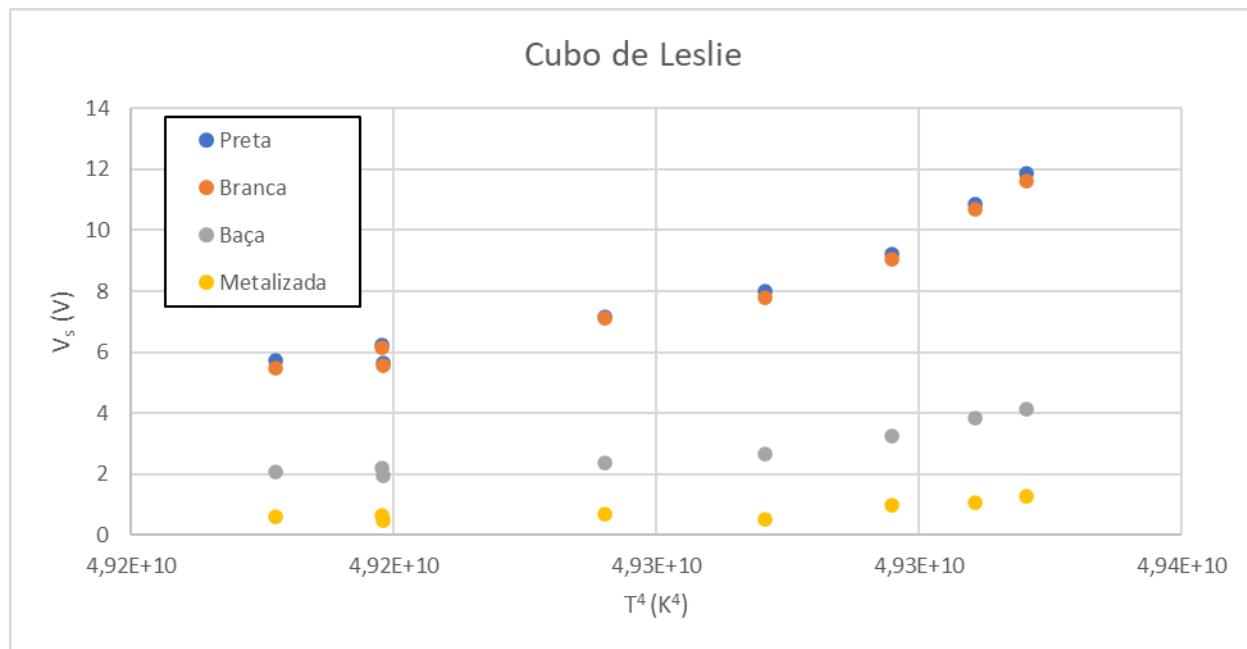


Figura 8: Gráfico dos diversos pontos experimentais

No entanto antes de fazer o ajuste é de notar que existe um ponto correspondente à posição 6 do termistor que está sobreposto à posição 5,5. Isto deve-se possivelmente a não ter esperado o tempo devido para este estabilizar e então o ponto ter apresentado resultados falsos. Como este ponto apresenta praticamente o mesmo resultado que o ponto ao qual este está sobreposto, não iria afetar muito as retas de ajustes, no entanto como se pretende fazer uma boa análise do cubo de Leslie em aquecimento este foi retirado.

Matriz de ajuste - Metalizada			
m	4E-09	-193	b
$\sigma_m$	1E-09	69	$\sigma_b$
$r^2$	0,6	0,2	sy

Figura 9: Matriz de ajuste da face metalizada

Matriz de ajuste - Baça			
m	1,4E-08	-674	b
$\sigma_m$	2E-09	120	$\sigma_b$
$r^2$	0,9	0,3	sy

Figura 10: Matriz de ajuste da face baça

Matriz de ajuste - Branca			
m	3,9E-08	-1929	b
$\sigma_m$	5E-09	265	$\sigma_b$
$r^2$	0,91	0,7	sy

Figura 11: Matriz de ajuste da face branca

Matriz de ajuste - Preta			
m	4,0E-08	-1947	b
$\sigma_m$	6E-09	273	$\sigma_b$
$r^2$	0,91	0,8	sy

Figura 12: Matriz de ajuste da face preta

Através destas matrizes de ajuste já se podem fazer alguns comentários relativos aos resultados:

- Começo por salientar que nenhum dos  $r^2$  estão muito elevados, sendo que o que equivale à face metalizada está demasiado baixo. Isto pode-se dever ao cubo na parte metalizada estar numa posição mais inacessível e o sensor não ter sido encostado consistentemente no meio, ou não ter sido colocado na perpendicular com a face;

- Outro motivo pelo qual os resultados podem não ter sido os melhores foi pelo sítio onde o cubo se encontrava. Esta estava posicionado perto de uma porta onde existia bastante movimento e por isso às vezes criava-se correntes de ar que podiam afetar as medições feitas pelo sensor.

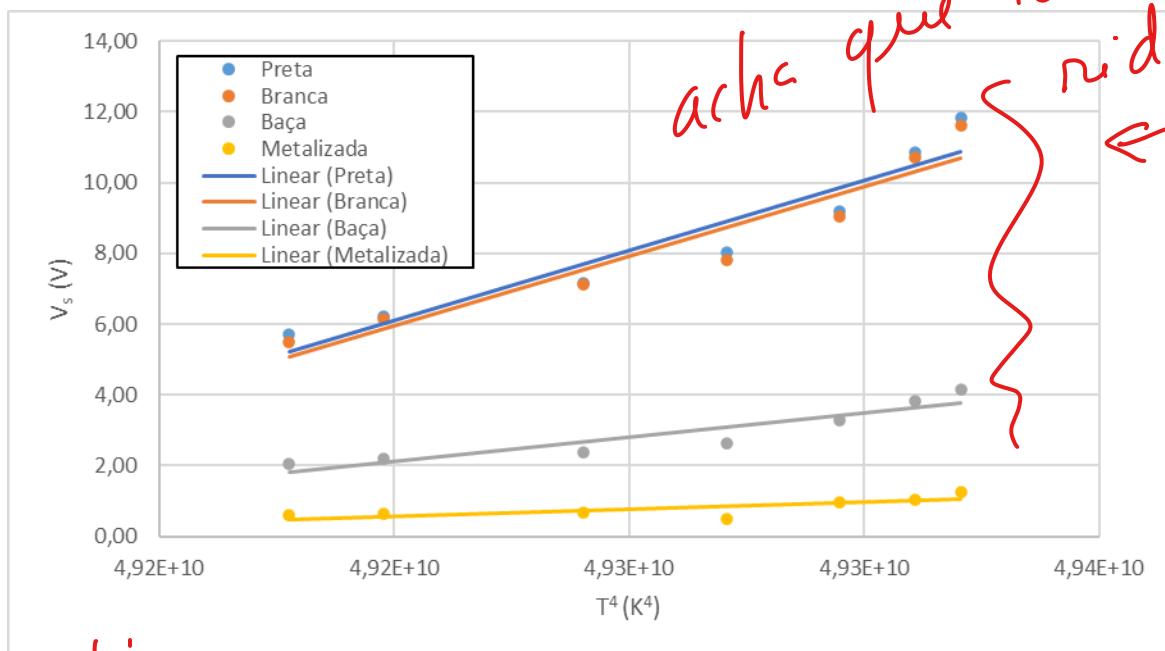


Figura 13: Gráfico dos dados linearizados

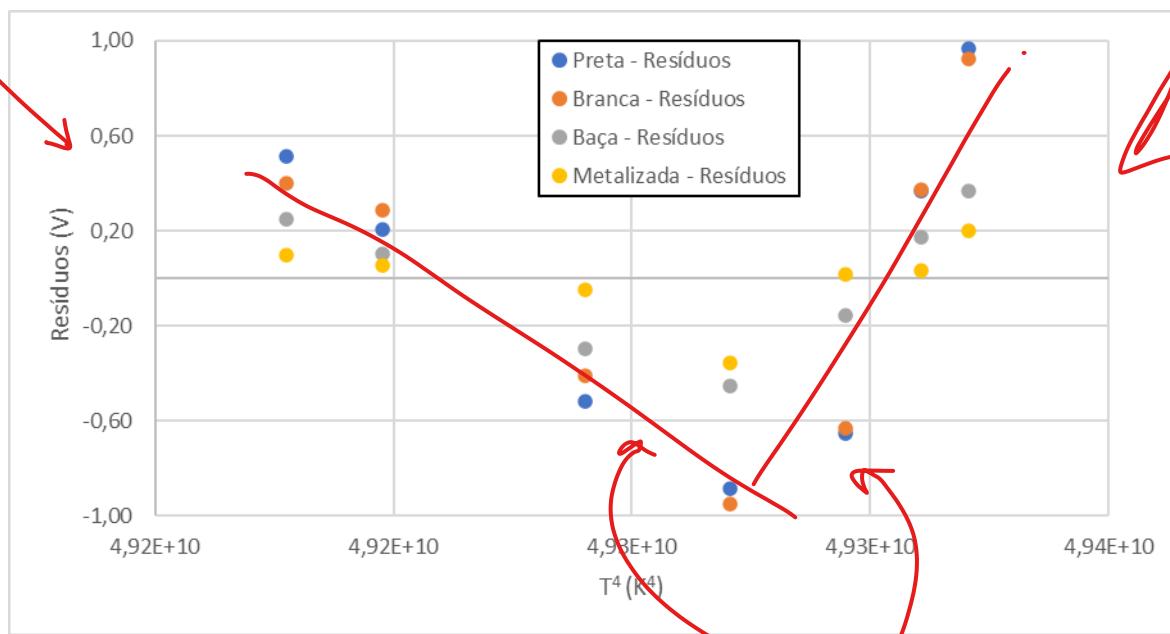


Figura 14: Gráfico de resíduos

Como se pode ver os valores dos resíduos ainda estão consideravelmente grandes e apresentam uma tendência na forma de uma parábola, o que confirma a hipótese de existirem erros sistemáticos durante a medição, mas como esta análise de dados se trata mais de um análise qualitativa e não quantitativa irei comentar mais o significado dos dados.

Que erros poderão estar a ser cometidos?  
Tem a obrigação de os saber identificar!

Nesta experiência o cubo de Leslie tem paredes de alumínio e dentro uma lâmpada que é o que aquece. As paredes do lado de fora são revestidas de tinta (preta e branca) e outros materiais, explicando isto o motivo pelo qual os declives da face preta e branca são basicamente iguais: Tendo isto em conta, e considerando  $\epsilon_{preto} \approx 1$  como já foi mencionado, os resultados obtidos de cada  $\epsilon$  são os seguintes:

$$\epsilon_{branca} = 1,0 \pm 0,2$$

$$\epsilon_{baca} = 0,35 \pm 0,08$$

$$\epsilon_{metalizada} = 0,10 \pm 0,04$$

Estes resultados indicam que a emissividade da tinta tanto preta como branca são similares e tanto a face baça como metalizada são constituídos de materiais diferentes. Comparando estes resultados a outros feitos por outras pessoas, podemos dizer que eles se encontram com esperado.

### 3.2 Lâmpada de Stefan-Boltzmann

Para a análise da lâmpada de Stefan-Boltzmann vou começar por apresentar os dados da potência e de  $T^4$  em função de  $V_s$ . Farei isto para demonstrar uma linearidade entre ambos esses parâmetros e explicar o porquê de não se verificar uma boa linearidade para toda a gama de pontos. Nos gráficos das figuras 17 e 18 temos o caso do aquecimento e arrefecimento respectivamente, onde foi colocado a potência nos eixos dos yys pois a incerteza de medição iria ser maior, dado que esta tinha que ser calculada através dos parâmetros  $V$  e  $I$ .

Matriz de ajuste - $P(V_s)$			
$m$	1,67	2,20	b
$\sigma_m$	0,01	0,07	$\sigma_b$
$r^2$	0,9992	0,2	$s_y$

Figura 15: Matriz de ajuste de  $P(V_s)$  para o aquecimento

Matriz de ajuste - $P(V_s)$			
$m$	1,76	1,52	b
$\sigma_m$	0,01	0,08	$\sigma_b$
$r^2$	0,9990	0,2	$s_y$

Figura 16: Matriz de ajuste  $P(V_s)$  para o arrefecimento

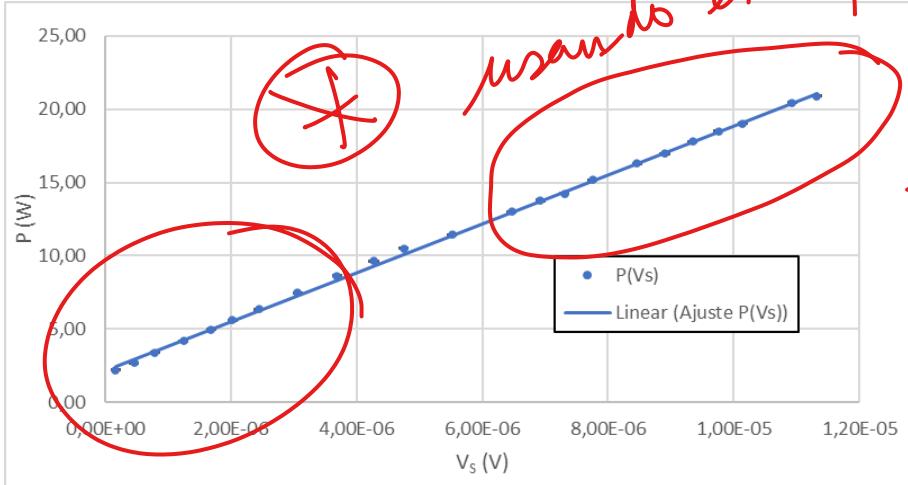


Figura 17: Gráfico de  $P(V_s)$  para o aquecimento

↓ importante ler "..." concluir porquê ↑

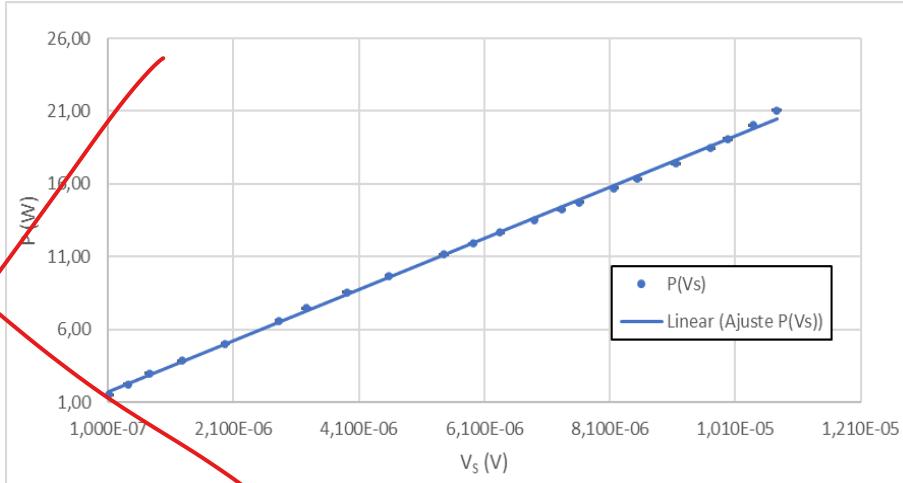


Figura 18: Gráfico  $P(V_s)$  para o arrefecimento

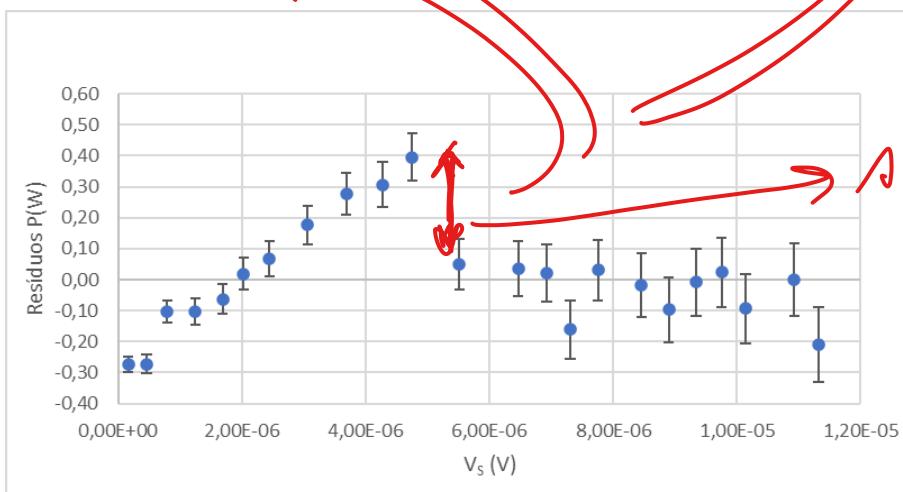


Figura 19: Resíduos dos dados de  $P(V_s)$  para o aquecimento

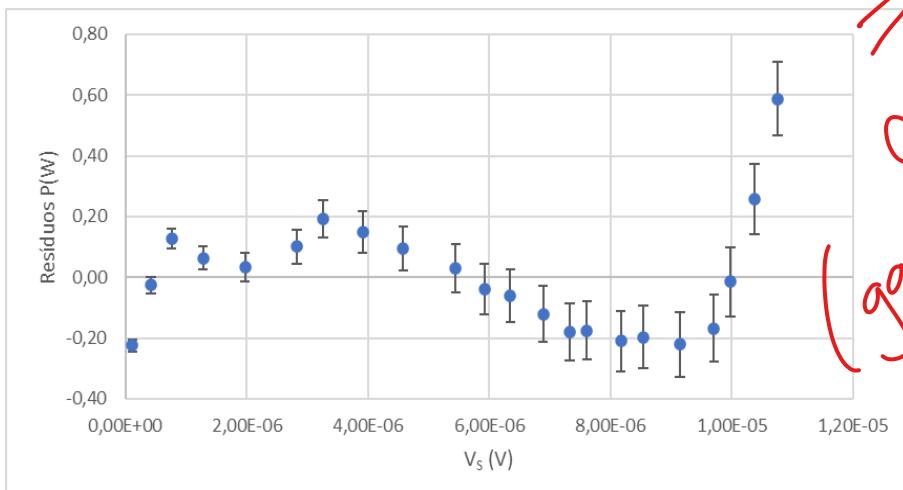


Figura 20: Resíduos dos dados de  $P(V_s)$  para o arrefecimento

Em APÉNDICE 9  
se estes mês<sup>9</sup> saú os ajustes finais!

*absorção (referência?)*

A partir dos gráficos das figuras 19 e 20 podemos já observar uma tendência nestes resíduos, e as mais acentuadas são verificadas para valores mais baixos da potência. Isto deve-se possivelmente ao facto de para potências mais baixas (valores de tensão e corrente proporcionalmente mais baixos) e consequentemente temperaturas mais baixas, a intensidade da radiação não ser tão grande. Isto porque entre o filamento e o sensor, a radiação atravessa o vidro da lâmpada podendo isto causar uma ~~disfraçao~~ *enady* desta, e por isso quando temos maiores intensidades temos mais erros aleatórios e menos sistemáticos. Também é de notar que pode ter ocorrido um movimento do sensor, julgando pelo gráfico 19, contudo esta gama de valores não irá ser utilizada pois ~~representa temperaturas mais baixas~~ *a lei de Stefan - Boltzmann só se verifica para T elevado*

Matriz de ajuste - $T^4(V_s)$			
m	3,75E+11	2,5E+11	b
$\sigma_m$	3E+09	1E+10	$\sigma_b$
$r^2$	0,9992	3E+10	sy

Figura 21: Matriz de ajuste de  $T^4(V_s)$  para o aquecimento

Matriz de ajuste - $T^4(V_s)$			
m	3,94E+11	9E+10	b
$\sigma_m$	4E+09	3E+10	$\sigma_b$
$r^2$	0,998	5E+10	sy

Figura 22: Matriz de ajuste  $T^4(V_s)$  para o arrefecimento

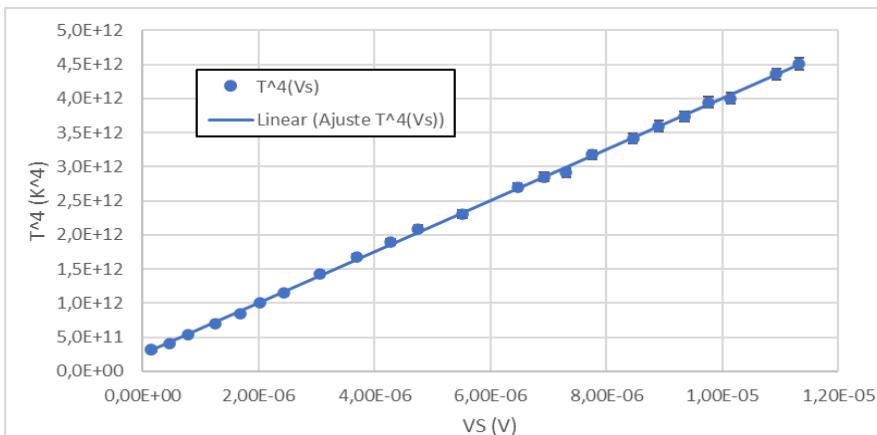


Figura 23: Resíduos dos dados de  $P(V_s)$  para o arrefecimento

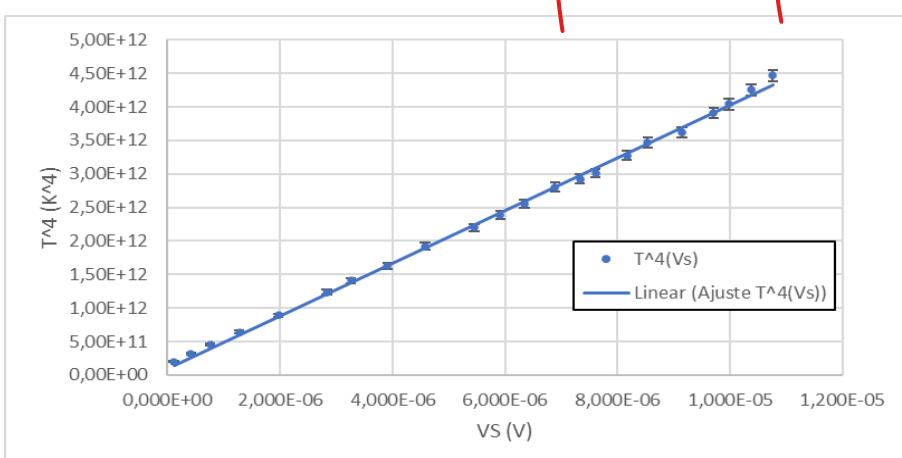


Figura 24: Resíduos dos dados de  $P(V_s)$  para o arrefecimento

Que grande confusão na análise efectuada! Parece que não sabe muito bem o que fazer e porquê!

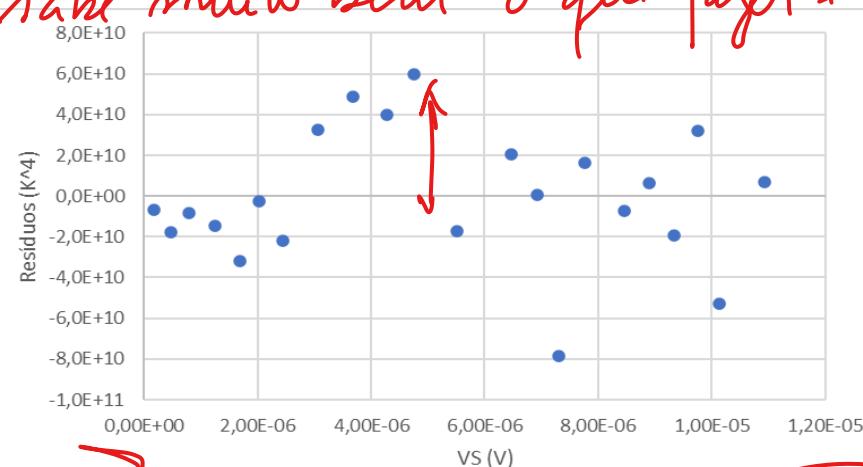


Figura 25: Resíduos dos dados de  $P(V_s)$  para o aquecimento

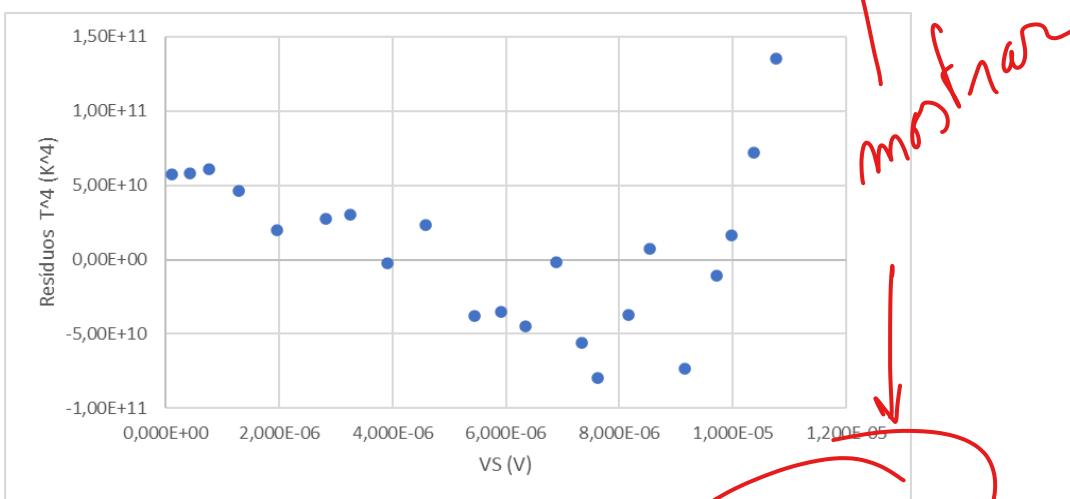


Figura 26: Resíduos dos dados de  $P(V_s)$  para o arrefecimento

Para estes gráficos a análise é a mesma feita anteriormente, porém irei calcular a área eficaz do sensor usando os declives da reta de ajuste destes. Através da equação 1 podemos verificar a seguinte igualdade:

$$A = \frac{1}{\sigma \epsilon m}$$

Usando isto, e o facto de um filamento de tungsténio "aged" ter emissividade  $\sim [0.035, 0.5]$  e a constante de Stefan-boltzmann ser  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$ , conseguimos calcular a área eficaz do sensor.

$$\left. \begin{aligned} A_{aquecimento} &= 1,34 \times 10^{-3} m^2 \\ A_{arrefecimento} &= 1,28 \times 10^{-3} m^2 \end{aligned} \right\}$$

Agora irei fazer uma análise na escala log-log dos gráficos das figuras 23 e 24. Com isto pretendemos verificar que  $4\log(T) = \log(V_s)$ , logo o declive esperado destas retas é 0,25. Começarei por comentar os gráficos do aquecimento apesar destes terem sido feitos por último.

Matriz de ajuste (1) - $\log(T)[\log(V_s)]$			
m	0,172	3,995	b
$\sigma_m$	0,007	0,040	$\sigma_b$
$r^2$	0,97	0,01	$s_y$

Figura 27: Matriz de ajuste para os valores retirados no aquecimento  $\log(T)[\log(V_s)]$

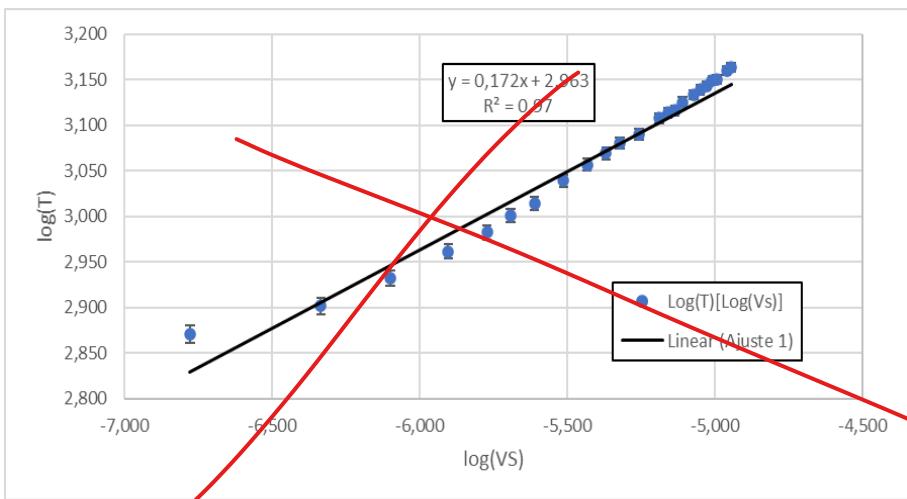


Figura 28: Gráfico de  $\log(T)[\log(V_s)]$  com escalas log-log e respetivo ajuste - aquecimento

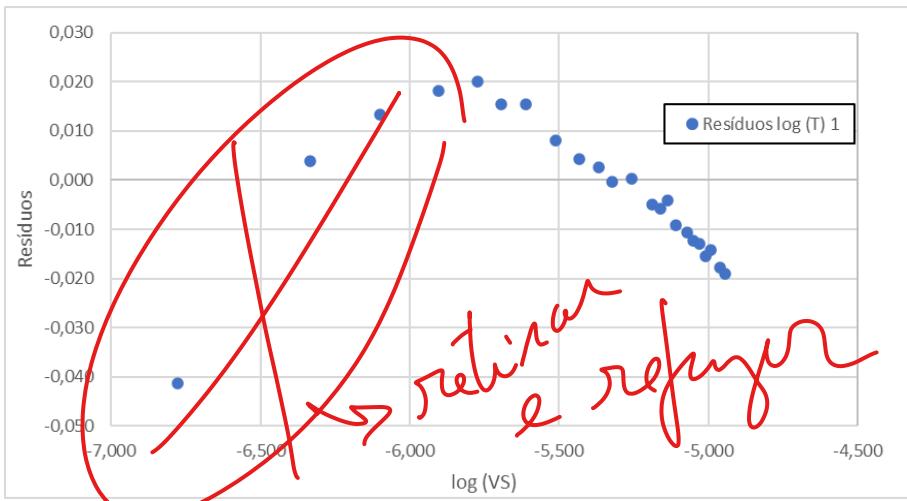


Figura 29: Resíduos dos dados de  $\log(T)[\log(V_s)]$  para o aquecimento

Estes gráficos apenas servem para mostrar todos os dados em bruto e também para demonstrar o porquê de não se usar a gama completa de valores. Contudo ao traçar o gráfico da figura 30 reparei numa tendência interessante para as temperaturas mais altas. Os pontos sublinhados apresentam uma tendência diferente de todos os outros, o qual eu conclui que fosse devido a um toque no sensor que o desviou ou moveu de sítio. Desta maneira para o segundo ajuste já não foram usados esses pontos.

*Mal formado*

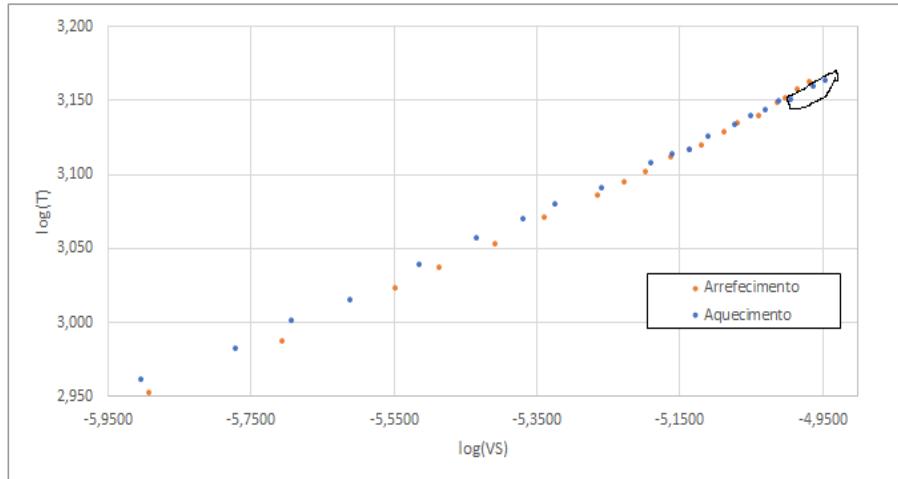


Figura 30: Gráfico de  $\log(T)[\log(V_s)]$  para o aquecimento e arrefecimento

Desta maneira, ficamos com os seguintes resultados para os dados do aquecimento.

Matriz de ajuste (2) - $\log(T)[\log(V_s)]$			
$m$	0,233	4,317	$b$
$\sigma_m$	0,008	0,040	$\sigma_b$
$r^2$	0,993	0,001	$s_y$

Figura 31: Matriz do segundo ajuste para os valores retirados no aquecimento  $\log(T)[\log(V_s)]$

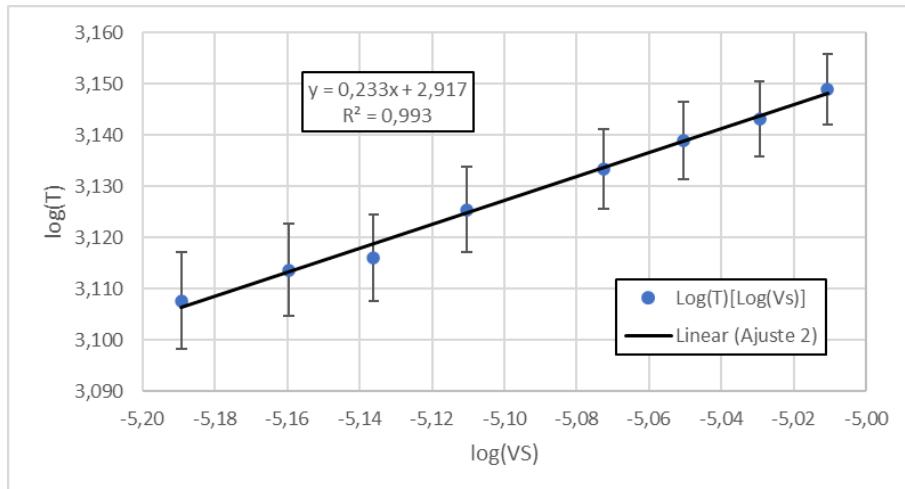


Figura 32: Gráfico de  $\log(T)[\log(V_s)]$  para o aquecimento - gama escolhida

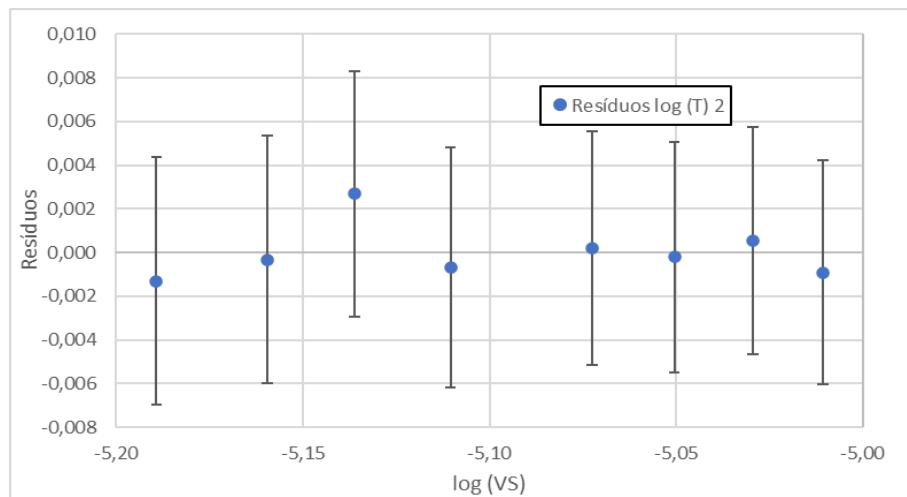


Figura 33: Gráfico de resíduos  $\log(T)[\log(V_s)]$  para o aquecimento - gama escolhida

Como podemos ver estes resíduos não apresentam nenhum tipo de tendência, sendo todos os pontos menores que a incerteza de  $\log(T)$ . Tendo apresentado estes dados, vou então fazer a mesma análise para o arrefecimento, sendo que estes dados foram retirados antes do toque do sensor, logo estão consistentes com a gama de valores escolhida para os valores do aquecimento.

Matriz de ajuste (1) - $\log(T)[\log(V_s)]$		
$m$	0,228	4,29   b
$\sigma_m$	0,003	0,01   $\sigma_b$
$r^2$	0,997	0,003   $s_y$

Figura 34: Matriz de ajuste para os valores retirados no arrefecimento  $\log(T)[\log(V_s)]$

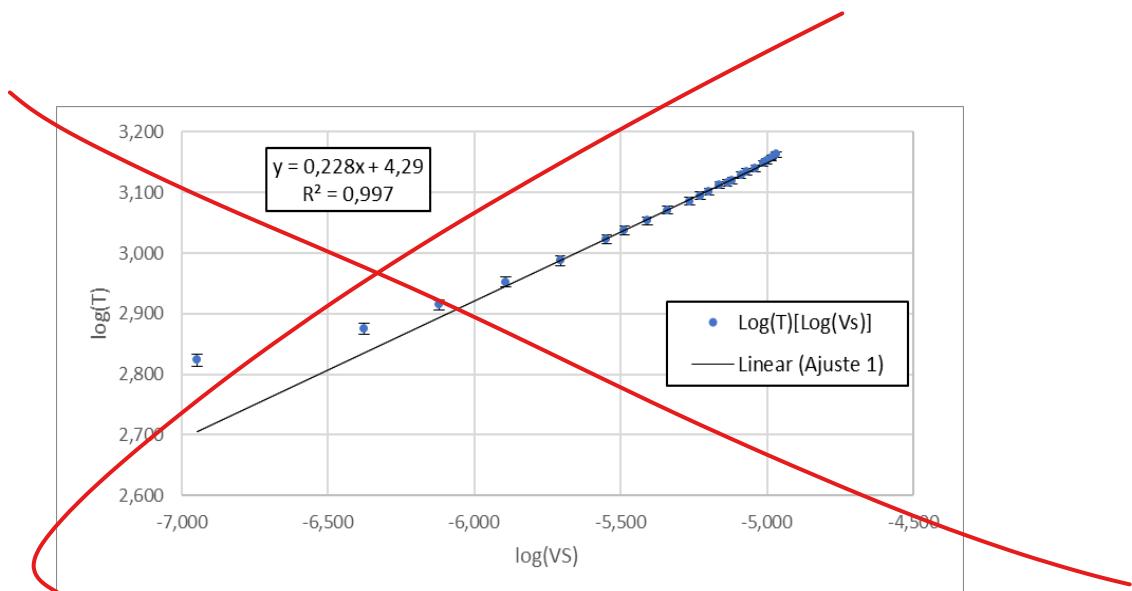


Figura 35: Gráfico de  $\log(T)[\log(V_s)]$  com escalas log-log e respetivo ajuste - arrefecimento

**GRÁFICOS RELEVANTES :**

Juntar nestes os dados de aq. e os de arref. em duas séries  $\neq$

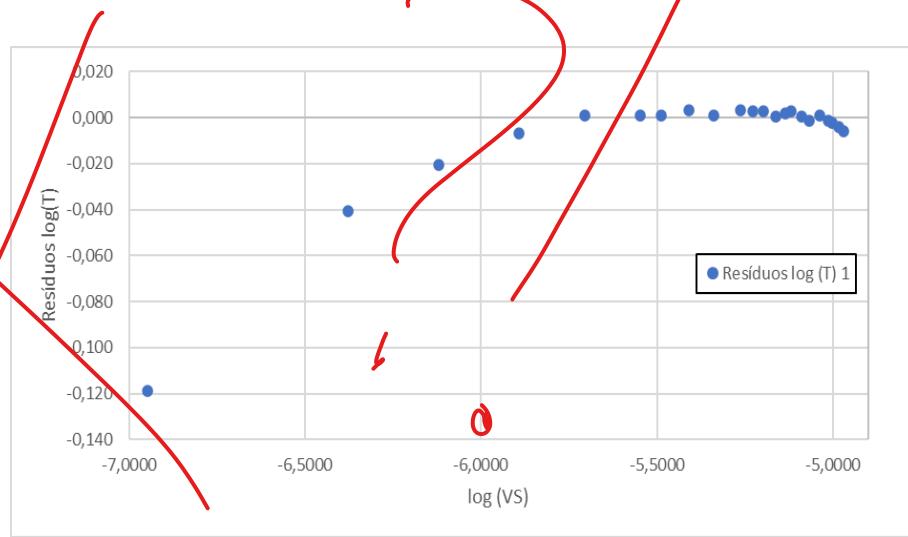


Figura 36: Resíduos dos dados de  $\log(T)[\log(V_s)]$  para o arrefecimento

Nestes dados ainda se nota uma tendência mais acentuada devido a terem sido tirados mais valores na gama de temperaturas mais altas, e por isso os resíduos para toda a gama experimental encontram-se com um desvio maior para  $\log(V_s)$  mais pequenos. Fez-se então a escolha da gama que vai ser analisada.

Matriz de ajuste (2) - $\log(T)[\log(V_s)]$			
$m$	0,272	4,51	b
$\sigma_m$	0,007	0,04	$\sigma_b$
$r^2$	0,995	0,001	$s_y$

Figura 37: Matriz do 2º ajuste para os valores retirados no arrefecimento  $\log(T)[\log(V_s)]$

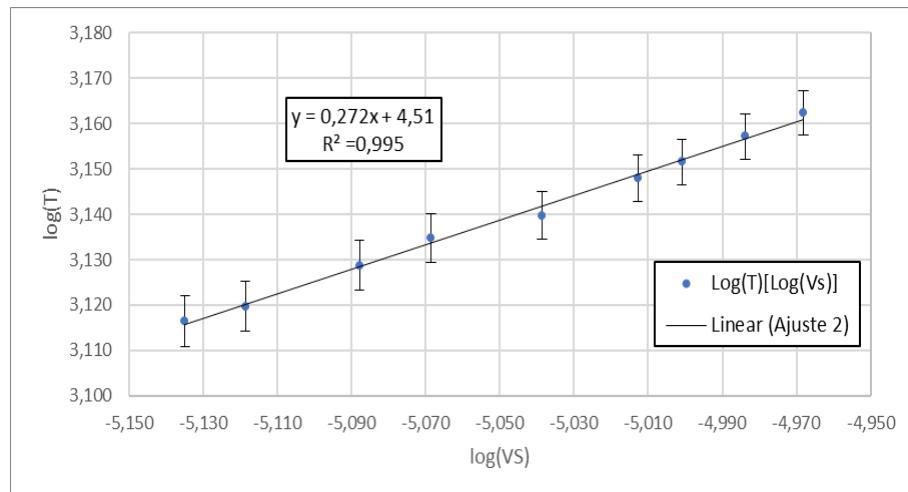


Figura 38: Gráfico de  $\log(T)[\log(V_s)]$  com escalas log-log e respetivo ajuste - arrefecimento

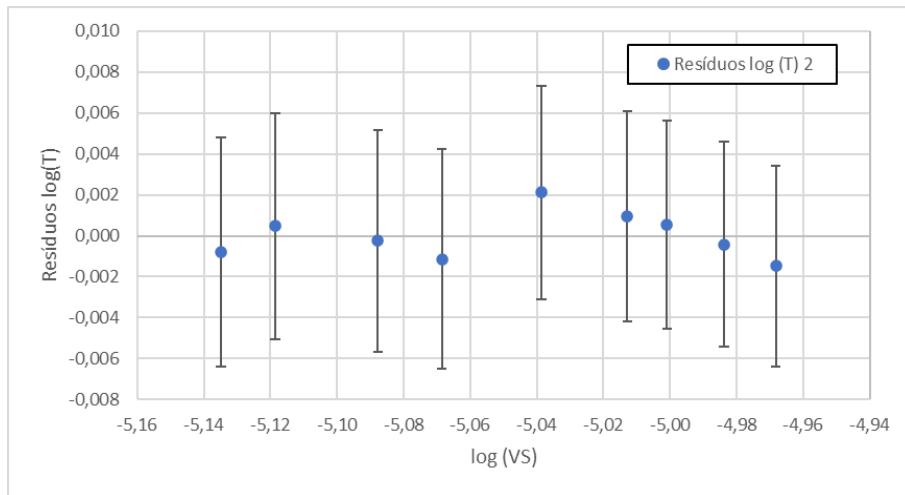


Figura 39: Resíduos dos dados de  $\log(T)[\log(V_s)]$  - arrefecimento

Novamente visualizando o gráfico de resíduos não temos nenhuma tendência apresentando apenas alguns erros aleatórios, mas nada significativo, tendo em conta as incertezas de  $\log(T)$ . Tendo verificado os dados individualmente, podemos agora demonstrar ambas as retas no mesmo gráfico e fazer uma comparação de ambos os declives dos ajustes.

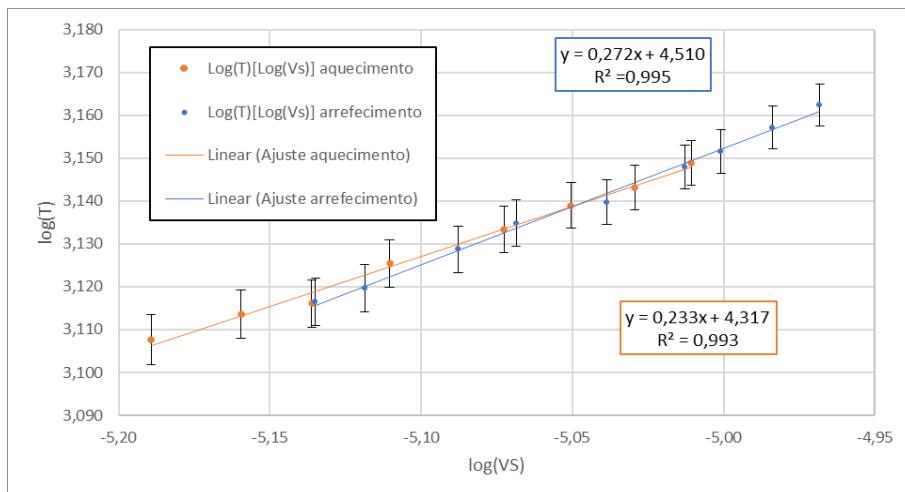


Figura 40: Gráficos dos ajustes de ambos os dados  $\log(T)[\log(V_s)]$

Como os valores de  $V_s$  retirados para o aquecimento e arrefecimento não são os mesmos, não é possível fazer a média de cada ponto e retirar o declive a partir daí. Desta maneira decidi fazer ambos os ajustes e a média dos declives destes para obter os resultados pretendidos. Isto pode levar à existência de um leve desvio no declive que pode afetar os resultados. Então realizando a média de ambos os declives obtemos o seguinte resultado:

$$\bar{m} = 0,253 \pm 0,007$$

A obter o expoente  $\bar{m}$  =  ~~$0,253 \pm 0,007$~~  ma lei S-B!

## 4 Resultados

### 4.1 Cubo de Leslie

$$\epsilon_{preta} \simeq 1$$

$$\epsilon_{branca} = 1,0 \pm 0,2$$

$$\epsilon_{baca} = 0,35 \pm 0,08$$

$$\epsilon_{metalizada} = 0,10 \pm 0,04$$

### 4.2 Lâmpada de Stefan-Boltzmann

$$A_{aquecimento} = 1,34 \times 10^{-3} m^2$$

$$A_{arrefecimento} = 1,28 \times 10^{-3} m^2$$

$$\bar{m} = 0,253 \pm 0,007$$

$$u(\%) = 3\%$$

$$m_{ref} = 0,25$$

$$E_r(\%) = 1\%$$

errados

~~$m = 0,253 \pm 0,007$   
 $u(\%) = 3\%$   
 $m_{ref} = 0,25$   
 $E_r(\%) = 1\%$~~

Exponente

~~$\circ \circ \circ \circ$~~

~~$\circ \circ \circ \circ$~~

~~$m$~~

~~"final"~~  
~~"0"~~  
~~"máx"~~  
~~"máx foram bora"~~  
~~"obrigado"~~

## 5 Conclusão

- Não se apresentam referências nc*
- No estudo com o cubo de Leslie, apesar de terem existido alguns problemas de otimização da experiência (neste caso o cubo não ter sido isolado da melhor forma, e não ter sido estabilizado uma das temperaturas que causou a um ponto mal retirado), através do cálculo das emissividades, conseguimos verificar que a emissividade da face preta e da face branca são bastante similares,  $\epsilon_{branca} \approx \epsilon_{preta}$ , enquanto que as faces baças e metalizadas são relativamente menores,  $\epsilon_{preta} \sim 3\epsilon_{baça}$  e  $\epsilon_{baça} \sim 3\epsilon_{metalizada}$ . Foram ainda feitas duas comparações com estes valores, uma através do site [pt.wikipedia.com](http://pt.wikipedia.com) onde verificamos que tintas têm emissividade  $\epsilon > 0,90$ , e alumínio altamente polido tem uma emissividade de  $\epsilon = 0,04$ , o que nos indica, como previsto, que as emissividades das tintas tanto branca, como preta não dependem tanto da cor mas dos seus componentes, e que o cubo era de facto composto de alumínio, pois a face metalizada tem aproximadamente a mesma emissividade que alumínio altamente polido. A outra foi através de um trabalho do colega Diogo Baptista, que obteve, através de uma análise bastante similar,  $\epsilon_{branca} = 0,913$ ,  $\epsilon_{baça} = 0,253$  e  $\epsilon_{metalizada} = 0,102$ , que são resultados aproximados aos que foram obtidos durante a minha experiência.
  - Para a verificação da lei de Stefan-Boltzmann foi obtido um declive da reta de ajuste para temperaturas altas  $\bar{m} = 0,253 \pm 0,007$ , tendo uma incerteza percentual de 3% e um erro percentual de 1%, por excesso. Isto indica-nos que tanto a nível de precisão como de exatidão, através da proporcionalidade  $\log(T) \propto \frac{1}{4}\log(V_s)$ , foram obtidos bons resultados. É ainda importante salientar que no ínicio da experiência começou-se por retirar de uma forma errada os valores, não colocando a tábua de madeira entre medições, e sendo então necessário repeti-la. Isto pode ter causado algum erro na parte do arrefecimento pois o sensor pode ter aquecido durante esse primeiro ensaio. Os resultados também podem ter sido alterados devido a não se ter esperado  $\sim 20s$  entre medições de forma a diminuir o "drift". Tendo isto em conta acredito que a experiência obteve os resultados esperados e em geral foi bem sucedida.

*Não considero aceitável a estrutura e  
análise científicas usadas neste trabalho  
(Lembrai -se que é um "relatório")  
Parece -me um pouco "perdido" no que  
diz respeito à análise , tendo em vista  
os objectivos corretos.*

## 6 Anexos

### 6.1 Dados Experimentais

#### 6.1.1 Tabela Temperatura ambiente

V (V)	$\Delta V$ (V)	I(A)	$\Delta I$ (A)
0,1245	0,0001	0,22	0,01
0,2784	0,0001	0,38	0,01
0,3731	0,0001	0,43	0,01
0,583	0,001	0,51	0,01
0,762	0,001	0,56	0,01
0,939	0,001	0,60	0,01
0,519	0,001	0,49	0,01
0,207	0,001	0,31	0,01

Figura 41: Tabela da corrente e tensão medidas com as respetivas incertezas

#### 6.1.2 Dados Cubo de Leslie

Posição do alimentador	Temperatura						
	R <sub>i</sub> ( $\Omega$ )	$\Delta R_i$ ( $\Omega$ )	R ( $\Omega$ )	$\Delta R$ ( $\Omega$ )	T ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\Delta T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$T^4$ ( $\text{K}^4$ )
5	10,79	0,01	9,81	0,01	197,7643	0,0005	4,92E+10
5,5	9,82	0,01	8,84	0,01	197,8123	0,0005	4,92E+10
6	9,81	0,01	8,83	0,01	197,8128	0,0005	4,92E+10
6,5	6,30	0,01	5,32	0,01	197,9869	0,0005	4,93E+10
7	7,77	0,01	6,79	0,01	197,9139	0,0005	4,92E+10
7,5	4,37	0,01	3,39	0,01	198,0827	0,0005	4,93E+10
8	5,14	0,01	4,16	0,01	198,0444	0,0005	4,93E+10
8,5	3,90	0,01	2,92	0,01	198,106	0,0005	4,93E+10

Figura 42: Tabela de dados retirados durante a experiência

$V_s$ (V), para face							
preta	u(preta)	branca	u(branca)	baça	u(baça)	metalizada	u(metalizada)
5,724	0,001	5,485	0,001	2,063	0,001	0,591	0,001
6,214	0,001	6,157	0,001	2,193	0,001	0,628	0,001
5,657	0,001	5,565	0,001	1,935	0,001	0,465	0,001
8,020	0,001	7,795	0,001	2,642	0,001	0,503	0,001
7,175	0,001	7,134	0,001	2,379	0,001	0,691	0,001
10,864	0,001	10,693	0,001	3,819	0,001	1,048	0,001
9,205	0,001	9,056	0,001	3,267	0,001	0,968	0,001
11,848	0,001	11,627	0,001	4,147	0,001	1,257	0,001

Figura 43: Dados retirados da tensão lida no sensor com a respetiva incerteza

$V_s$ preta (V) - aj.	Resíduos	$V_s$ branca (V) - aj.	Resíduos	$V_s$ baça (V) - aj.	Resíduos	$V_s$ metalizada (V) - aj.	Resíduos
5,21	5,14E-01		5,082	0,403		1,814	0,249
6,01	2,07E-01		5,872	0,285		2,089	0,104
8,90	-8,83E-01		8,741	-0,946		3,092	-0,450
7,69	-5,18E-01		7,542	-0,408		2,673	-0,294
10,49	3,69E-01		10,318	0,375		3,643	0,176
9,86	-6,55E-01		9,689	-0,633		3,423	-0,156
10,88	9,65E-01		10,703	0,924		3,777	0,370

Figura 44: Dados provenientes das matrizes de ajuste apresentadas

### 6.1.3 Dados Lâmpada de Stefan-Boltzmann

V (v)	$\Delta V$ (v)	I (A)	$\Delta I$ (A)	$V_s$ ( $\mu$ V)	$\Delta V_s$ ( $\mu$ V)	$V_s$ (V)	$\Delta V_s$ (V)	R ( $\Omega$ )	$\Delta R$ ( $\Omega$ )	R/Ramb	$\Delta R/Ramb$	T (K)	$\Delta T$ (K)
2,597	0,001	0,85	0,01	0,167	0,001	1,67E-07	1E-09	3,06	0,04	3,11	0,04	743	7
3,001	0,001	0,90	0,01	0,463	0,001	4,63E-07	1E-09	3,33	0,04	3,39	0,04	798	7
3,529	0,001	0,97	0,01	0,795	0,001	7,95E-07	1E-09	3,64	0,04	3,70	0,04	857	7
4,06	0,01	1,03	0,01	1,249	0,001	1,249E-06	1E-09	3,94	0,04	4,01	0,04	916	8
4,55	0,01	1,09	0,01	1,691	0,001	1,691E-06	1E-09	4,17	0,04	4,25	0,04	961	8
4,96	0,01	1,13	0,01	2,029	0,001	2,029E-06	1E-09	4,39	0,04	4,47	0,04	1002	8
5,38	0,01	1,18	0,01	2,446	0,001	2,446E-06	1E-09	4,56	0,04	4,64	0,04	1034	8
6,04	0,01	1,24	0,01	3,065	0,001	3,065E-06	1E-09	4,87	0,04	4,96	0,04	1094	8
6,64	0,01	1,30	0,01	3,689	0,001	3,689E-06	1E-09	5,11	0,04	5,20	0,04	1139	8
7,14	0,01	1,35	0,01	4,276	0,001	4,276E-06	1E-09	5,29	0,04	5,38	0,04	1173	7
7,57	0,01	1,39	0,01	4,752	0,001	4,752E-06	1E-09	5,45	0,04	5,54	0,04	1203	7
8,01	0,01	1,43	0,01	5,519	0,001	5,519E-06	1E-09	5,60	0,04	5,70	0,04	1232	7
8,74	0,01	1,49	0,01	6,467	0,001	6,467E-06	1E-09	5,87	0,04	5,97	0,04	1281	7
9,06	0,01	1,52	0,01	6,925	0,001	6,925E-06	1E-09	5,96	0,04	6,06	0,04	1299	7
9,24	0,01	1,54	0,01	7,309	0,001	7,309E-06	1E-09	6,00	0,04	6,10	0,04	1306	7
9,66	0,01	1,57	0,01	7,755	0,001	7,755E-06	1E-09	6,15	0,04	6,26	0,04	1335	7
10,12	0,01	1,61	0,01	8,461	0,001	8,461E-06	1E-09	6,29	0,04	6,39	0,04	1360	7
10,40	0,01	1,63	0,01	8,903	0,001	8,903E-06	1E-09	6,38	0,04	6,49	0,04	1377	7
10,71	0,01	1,66	0,01	9,345	0,001	9,345E-06	1E-09	6,45	0,04	6,56	0,04	1390	7
11,01	0,01	1,68	0,01	9,757	0,001	9,757E-06	1E-09	6,55	0,04	6,67	0,04	1409	7
11,19	0,01	1,70	0,01	10,143	0,001	1,0143E-05	1E-09	6,58	0,04	6,70	0,04	1414	7
11,74	0,01	1,74	0,01	10,929	0,001	1,0929E-05	1E-09	6,75	0,04	6,86	0,04	1445	7
11,93	0,01	1,75	0,01	11,324	0,001	1,1324E-05	1E-09	6,82	0,04	6,94	0,04	1458	7

Figura 45: Dados retirados durante o aquecimento

V (v)	$\Delta V$ (v)	I (A)	$\Delta I$ (A)	$V_s$ ( $\mu$ V)	$\Delta V_s$ ( $\mu$ V)	$V_s$ (V)	$\Delta V_s$ (V)	R ( $\Omega$ )	$\Delta R$ ( $\Omega$ )	R/Ramb	$\Delta R/Ramb$	T (K)	$\Delta T$ (K)
11,96	0,01	1,76	0,01	10,76	0,01	1,076E-05	1E-08	6,80	0,04	6,91	0,04	1454	7
11,59	0,01	1,73	0,01	10,38	0,01	1,038E-05	1E-08	6,70	0,04	6,82	0,04	1436	7
11,22	0,01	1,70	0,01	9,98	0,01	9,98E-06	1E-08	6,60	0,04	6,71	0,04	1418	7
10,98	0,01	1,68	0,01	9,71	0,01	9,71E-06	1E-08	6,54	0,04	6,65	0,04	1406	7
10,55	0,01	1,65	0,01	9,15	0,01	9,15E-06	1E-08	6,39	0,04	6,50	0,04	1380	7
10,16	0,01	1,61	0,01	8,54	0,01	8,54E-06	1E-08	6,31	0,04	6,42	0,04	1364	7
9,87	0,01	1,59	0,01	8,17	0,01	8,17E-06	1E-08	6,21	0,04	6,31	0,04	1345	7
9,45	0,01	1,56	0,01	7,61	0,01	7,61E-06	1E-08	6,06	0,04	6,16	0,04	1317	7
9,25	0,01	1,54	0,01	7,33	0,01	7,33E-06	1E-08	6,01	0,04	6,11	0,04	1308	7
8,96	0,01	1,51	0,01	6,89	0,01	6,89E-06	1E-08	5,93	0,04	6,04	0,04	1294	7
8,54	0,01	1,48	0,01	6,35	0,01	6,35E-06	1E-08	5,77	0,04	5,87	0,04	1264	7
8,21	0,01	1,45	0,01	5,92	0,01	5,92E-06	1E-08	5,66	0,04	5,76	0,04	1243	7
7,85	0,01	1,42	0,01	5,45	0,01	5,45E-06	1E-08	5,53	0,04	5,62	0,04	1218	7
7,17	0,01	1,35	0,01	4,58	0,01	4,58E-06	1E-08	5,31	0,04	5,40	0,04	1177	8
6,58	0,01	1,30	0,01	3,91	0,01	3,91E-06	1E-08	5,06	0,04	5,15	0,04	1130	7
6,01	0,01	1,24	0,01	3,26	0,01	3,26E-06	1E-08	4,85	0,04	4,93	0,04	1089	8
5,55	0,01	1,19	0,01	2,83	0,01	2,83E-06	1E-08	4,66	0,04	4,74	0,04	1054	8
4,61	0,01	1,09	0,01	1,97	0,01	1,97E-06	1E-08	4,23	0,04	4,30	0,04	971	8
3,84	0,01	1,00	0,01	1,28	0,01	1,28E-06	1E-08	3,84	0,04	3,91	0,04	896	8
3,212	0,001	0,93	0,01	0,76	0,01	7,60E-07	1E-08	3,45	0,04	3,51	0,04	821	7
2,631	0,001	0,85	0,01	0,42	0,01	4,20E-07	1E-08	3,10	0,04	3,15	0,04	751	7
1,997	0,001	0,75	0,01	0,113	0,001	1,13E-07	1E-09	2,66	0,04	2,71	0,04	666	7

Figura 46: Dados retirados durante o arrefecimento

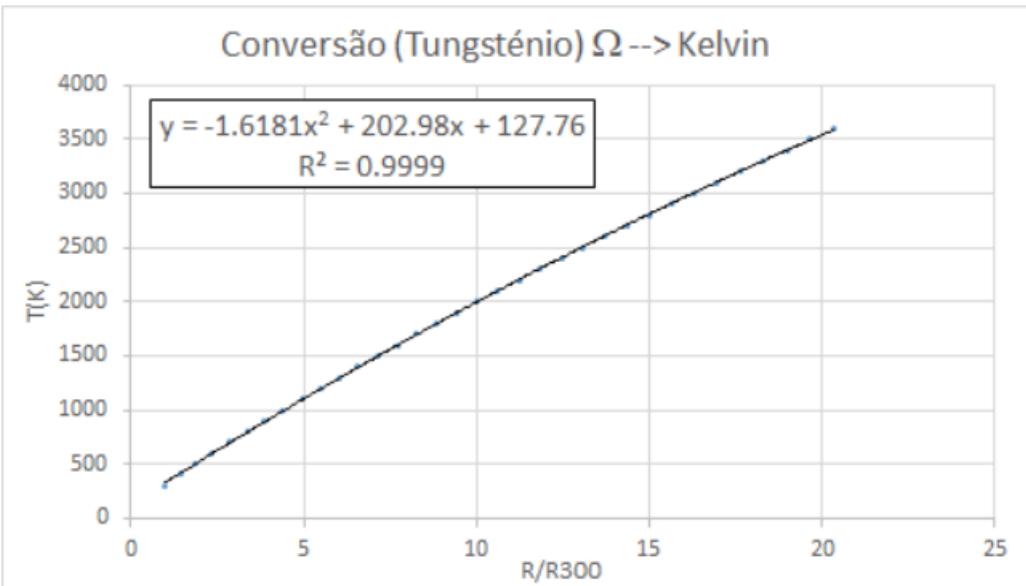


Figura 47: Gráfico de conversão de Resistência em Temperaturas

T (K)	$\Delta T$ (K)	$T^4$ ( $K^4$ )	$\Delta T^4$ ( $K^4$ )	P (W)	$\Delta P$ (W)	P ajuste (W)	Resíduos (W)	$T^4$ ajuste ( $K^4$ )	Resíduos ( $K^4$ )
743	7	3,0E+11	1E+10	2,21	0,03	2,48	-0,27	3,1E+11	-6,6E+09
798	7	4,0E+11	1E+10	2,70	0,03	2,97	-0,27	4,2E+11	-1,8E+10
857	7	5,4E+11	2E+10	3,42	0,04	3,53	-0,10	5,5E+11	-8,0E+09
916	8	7,0E+11	2E+10	4,18	0,04	4,28	-0,10	7,2E+11	-1,4E+10
961	8	8,5E+11	3E+10	4,96	0,05	5,02	-0,06	8,8E+11	-3,2E+10
1002	8	1,0E+12	3E+10	5,60	0,05	5,59	0,02	1,0E+12	-2,6E+09
1034	8	1,14E+12	3E+10	6,35	0,06	6,28	0,07	1,17E+12	-2,17E+10
1094	8	1,43E+12	4E+10	7,49	0,06	7,31	0,18	1,40E+12	3,27E+10
1139	8	1,68E+12	4E+10	8,63	0,07	8,35	0,28	1,63E+12	4,86E+10
1173	7	1,89E+12	5E+10	9,64	0,07	9,33	0,31	1,85E+12	4,00E+10
1203	7	2,09E+12	5E+10	10,52	0,08	10,13	0,40	2,03E+12	6,01E+10
1232	7	2,30E+12	6E+10	11,45	0,08	11,41	0,05	2,32E+12	-1,70E+10
1281	7	2,70E+12	6E+10	13,02	0,09	12,99	0,04	2,68E+12	2,04E+10
1299	7	2,85E+12	6E+10	13,77	0,09	13,75	0,02	2,85E+12	5,04E+08
1306	7	2,91E+12	7E+10	14,23	0,09	14,39	-0,16	2,99E+12	-7,85E+10
1335	7	3,18E+12	7E+10	15,2	0,1	15,13	0,03	3,16E+12	1,63E+10
1360	7	3,42E+12	7E+10	16,3	0,1	16,31	-0,02	3,42E+12	-7,34E+09
1377	7	3,60E+12	8E+10	17,0	0,1	17,05	-0,10	3,59E+12	6,52E+09
1390	7	3,74E+12	8E+10	17,8	0,1	17,79	-0,01	3,76E+12	-1,93E+10
1409	7	3,94E+12	8E+10	18,5	0,1	18,47	0,02	3,91E+12	3,23E+10
1414	7	4,00E+12	8E+10	19,0	0,1	19,12	-0,09	4,05E+12	-5,28E+10
1445	7	4,36E+12	9E+10	20,4	0,1	20,43	0,00	4,35E+12	6,94E+09
1458	7	4,51E+12	9E+10	20,9	0,1	21,09	-0,21	4,50E+12	1,60E+10

Figura 48: Dados usados para os gráficos e ajustes de  $P$  e  $T^4$  durante o aquecimento

T (K)	$\Delta T$ (K)	$T^4$ (K $^4$ )	$\Delta T^4$ (K $^4$ )	P (W)	$\Delta P$ (W)	P ajuste (W)	Resíduos (W)	$T^4$ ajuste (K $^4$ )	Resíduos (K $^4$ )
1454	7	4,46E+12	9E+10	21,0	0,1	20,46	0,59	4,33E+12	1,35E+11
1436	7	4,25E+12	8E+10	20,1	0,1	19,79	0,26	4,18E+12	7,20E+10
1418	7	4,04E+12	8E+10	19,1	0,1	19,09	-0,02	4,02E+12	1,66E+10
1406	7	3,91E+12	8E+10	18,4	0,1	18,61	-0,17	3,92E+12	-1,06E+10
1380	7	3,62E+12	8E+10	17,4	0,1	17,63	-0,22	3,70E+12	-7,33E+10
1364	7	3,46E+12	7E+10	16,4	0,1	16,55	-0,20	3,46E+12	7,26E+09
1345	7	3,27E+12	7E+10	15,7	0,1	15,90	-0,21	3,31E+12	-3,71E+10
1317	7	3,01E+12	7E+10	14,7	0,1	14,92	-0,18	3,09E+12	-7,96E+10
1308	7	2,92E+12	7E+10	14,25	0,09	14,42	-0,18	2,98E+12	-5,57E+10
1294	7	2,80E+12	6E+10	13,53	0,09	13,65	-0,12	2,81E+12	-1,88E+09
1264	7	2,55E+12	6E+10	12,64	0,09	12,70	-0,06	2,59E+12	-4,50E+10
1243	7	2,39E+12	6E+10	11,90	0,08	11,94	-0,04	2,42E+12	-3,54E+10
1218	7	2,20E+12	5E+10	11,15	0,08	11,12	0,03	2,24E+12	-3,78E+10
1177	8	1,92E+12	5E+10	9,68	0,07	9,58	0,10	1,90E+12	2,36E+10
1130	7	1,63E+12	4E+10	8,55	0,07	8,41	0,15	1,63E+12	-2,66E+09
1089	8	1,41E+12	4E+10	7,45	0,06	7,26	0,19	1,38E+12	3,02E+10
1054	8	1,24E+12	4E+10	6,60	0,06	6,50	0,10	1,21E+12	2,78E+10
971	8	8,9E+11	3E+10	5,02	0,05	4,99	0,03	8,7E+11	2,0E+10
896	8	6,4E+11	2E+10	3,84	0,04	3,78	0,06	6,0E+11	4,6E+10
821	7	4,5E+11	2E+10	2,99	0,03	2,86	0,13	3,9E+11	6,1E+10
751	7	3,2E+11	1E+10	2,24	0,03	2,26	-0,03	2,6E+11	5,8E+10
666	7	1,96E+11	8E+09	1,50	0,02	1,72	-0,22	1,39E+11	5,77E+10

Figura 49: Dados usados para os gráficos e ajustes de  $P$  e  $T^4$  durante o arrefecimento

og ( $V_s$ )	log(T)	$\Delta \log (V_s)$	$\Delta \log (T)$	log (T) aj 1	Resíduos log (T) 1
-6,777	2,871	0,006	0,009	2,830	-0,041
-6,334	2,902	0,002	0,009	2,906	0,004
-6,100	2,933	0,001	0,008	2,946	0,013
-5,9034	2,962	0,0008	0,008	2,980	0,018
-5,7719	2,983	0,0006	0,008	3,003	0,020
-5,6927	3,001	0,0005	0,008	3,016	0,015
-5,6115	3,015	0,0004	0,007	3,030	0,015
-5,5136	3,039	0,0003	0,007	3,047	0,008
-5,4331	3,056	0,0003	0,007	3,061	0,004
-5,3690	3,069	0,0002	0,006	3,072	0,003
-5,3231	3,080	0,0002	0,006	3,080	0,000
-5,2581	3,091	0,0002	0,006	3,091	0,000
-5,1893	3,108	0,0002	0,006	3,103	-0,005
-5,1596	3,114	0,0001	0,006	3,108	-0,006
-5,1361	3,116	0,0001	0,006	3,112	-0,004
-5,1104	3,125	0,0001	0,005	3,116	-0,009
-5,0726	3,133	0,0001	0,005	3,123	-0,011
-5,0505	3,139	0,0001	0,005	3,127	-0,012
-5,0294	3,143	0,0001	0,005	3,130	-0,013
-5,0107	3,149	0,0001	0,005	3,133	-0,015
-4,9938	3,151	0,0001	0,005	3,136	-0,014
-4,9614	3,160	0,0001	0,005	3,142	-0,018
-4,9460	3,164	0,0001	0,005	3,145	-0,019

Figura 50: Dados usados para os gráficos e ajuste de  $\log(T^4)$  durante o aquecimento

$\log(V_s)$	$\log(T)$ aj 2	$\Delta \log(V_s)$	$\Delta \log(T)$	Resíduos $\log(T)$ 2
-5,1893	3,106	0,0002	0,006	-0,001
-5,1596	3,113	0,0001	0,006	0,000
-5,1361	3,119	0,0001	0,006	0,003
-5,1104	3,125	0,0001	0,005	-0,001
-5,0726	3,134	0,0001	0,005	0,000
-5,0505	3,139	0,0001	0,005	0,000
-5,0294	3,144	0,0001	0,005	0,001
-5,0107	3,148	0,0001	0,005	-0,001

Figura 51: Dados usados para o gráfico do 2º ajuste  $\log(T^4)$  durante o aquecimento

$\log(V_s)$	$\log(T)$	$\Delta \log(V_s)$	$\Delta \log(T)$	$\log(T)$ aj1	Resíduos $\log(T)$ 1
-4,9682	3,162	0,0009	0,005	3,157	-0,006
-4,984	3,157	0,001	0,005	3,153	-0,004
-5,001	3,152	0,001	0,005	3,149	-0,002
-5,013	3,148	0,001	0,005	3,146	-0,002
-5,039	3,140	0,001	0,005	3,141	0,001
-5,069	3,135	0,001	0,005	3,134	-0,001
-5,088	3,129	0,001	0,005	3,129	0,001
-5,119	3,120	0,001	0,006	3,122	0,003
-5,135	3,116	0,001	0,006	3,118	0,002
-5,162	3,112	0,001	0,006	3,112	0,000
-5,197	3,102	0,002	0,006	3,104	0,003
-5,228	3,095	0,002	0,006	3,097	0,003
-5,264	3,086	0,002	0,006	3,089	0,003
-5,339	3,071	0,002	0,006	3,072	0,001
-5,408	3,053	0,003	0,007	3,056	0,003
-5,487	3,037	0,003	0,007	3,038	0,001
-5,548	3,023	0,004	0,007	3,024	0,001
-5,706	2,987	0,005	0,008	2,988	0,001
-5,893	2,952	0,008	0,009	2,945	-0,007
-6,12	2,914	0,01	0,009	2,894	-0,021
-6,38	2,876	0,02	0,009	2,835	-0,041
-6,947	2,82	0,009	0,01	2,705	-0,119

Figura 52: Dados usados para o gráfico e ajuste de  $\log(T^4)$  durante o arrefecimento

$\log(V_s)$	$\log(T)$ aj2	$\Delta \log(V_s)$	$\Delta \log(T)$	Resíduos $\log(T)$ 2
-4,9682	3,161	0,0009	0,005	-0,001
-4,984	3,157	0,001	0,005	0,000
-5,001	3,152	0,001	0,005	0,001
-5,013	3,149	0,001	0,005	0,001
-5,039	3,142	0,001	0,005	0,002
-5,069	3,134	0,001	0,005	-0,001
-5,088	3,128	0,001	0,005	0,000
-5,119	3,120	0,001	0,006	0,000
-5,135	3,116	0,001	0,006	-0,001

Figura 53: Dados usados para o gráfico 2º do segundo ajuste de  $\log(T^4)$  durante o arrefecimento

## 6.2 Fórmulas de Incertezas

Incerteza da emissividade de cada face no cubo de Leslie:

$$u(\epsilon_i) = \frac{1}{m_{preto}} \sqrt{u^2(m_i) + \left( \frac{m_i}{m_{preto}} u(m_{preto}) \right)^2}$$

Incerteza de  $R$  para lâmpada de Stefan-Boltzmann:

$$u(R) = \frac{1}{I} \sqrt{u^2(V) + \left( \frac{V}{I} u(I) \right)^2}$$

Incerteza de da potência ( $P$ ):

$$u(P) = \sqrt{I^2 u^2(V) + V^2 u^2(I)}$$

Incerteza do declive médio das retas:

$$u(\bar{m}) = \frac{1}{2} \sqrt{[(m_1 + 1)u(m_2)]^2 + [(m_2 + 1)u(m_1)]^2}$$