

16

Ressonâncias acústicas em tubos ocos

Relatório de atividade laboratorial

Não respeitou o formato exigido

Maria Beatriz Teles Correia Pacheco de Carvalho

up202106228

Departamento de Física e Astronomia

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Licenciatura em Engenharia Física

Laboratórios de Física II

Turma PL5 - Grupo 4B

1 ÍNDICE

1	Índice.....	1
2	Resumo da atividade.....	2
3	Objetivos da atividade.....	2
4	Introdução teórica.....	3
4.1	Frequências de ressonâncias em tubos com uma extremidade fechada	3
4.2	Frequências de ressonância em tubos com as duas extremidades fechadas	4
4.3	Correções às expressões referidas.....	4
4.4	Velocidade de propagação do som no ar	4
5	Procedimento experimental	5
5.1	Materiais necessários	5
5.2	Esquemas importantes	5
5.3	Método.....	5
5.3.1	Ressonância de tubos fechados numa extremidade	6
5.3.2	Ressonância de tubos fechados nas duas extremidades.....	7
6	Análise de dados.....	8
6.1	Ressonância de tubos fechados numa extremidade.....	8
6.2	Ressonância de tubos fechados nas duas extremidades	14
6.3	Análise dos resultados obtidos para a velocidade	16
7	Resultados finais e conclusão.....	17
7.1	Resultados finais	17
7.2	Conclusão	17
8	Bibliografia	18
9	Apêndice.....	19
9.1	Tabelas de dados.....	19
9.2	Dedução de expressões	21
9.2.1	Cálculo de Δy através do ajuste de $l(1/f)$:.....	21
9.2.2	Propagação de incertezas	21

~~2~~ RESUMO DA ATIVIDADE

Utilizando o programa *Audacity*, observaram-se os espectros de frequências de ressonância de sons emitidos em tubos ocos com uma ou as duas extremidades fechadas. Foi possível determinar experimentalmente o valor da velocidade da propagação do som no ar, tendo em conta as condições do laboratório. Obtivemos como valor final: $v_{exp} = (346,9 \pm 0,9) \text{ ms}^{-1}$ tendo um erro de 0,5%, por defeito, e uma incerteza de 0,3%. Estimou-se o erro Δy no comprimento da coluna de ar em vibração, obtendo-se como valor final: $\Delta y_{exp} = (1,4 \pm 0,7) \times 10^{-3} \text{ m}$ tendo um erro de 51%, por defeito, e uma incerteza de 49%.

resultado coerente

$\Delta \neq \Delta P$

incluir

nc
"Introduce"

~~3~~ OBJETIVOS DA ATIVIDADE

- Observar os espectros de frequência de ressonâncias acústicas em diferentes tubos com um ou os dois extremos fechados;
- Determinar a velocidade de propagação do som no ar.

1. 4 INTRODUÇÃO ~~TEÓRICA~~

Quando estudamos a propagação do som vemos que, em muitas situações, a existência de condições de fronteira reforça a vibração em frequências bem definidas - frequências de ressonância - que se traduzem em modos próprios de vibração.

4.1 FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIAS EM TUBOS COM UMA EXTREMIDADE FECHADA

Considere-se a Figura 1 como referência esquemática dos tubos em estudo e que se trata de um sistema unidimensional, na direção do eixo dos yy . Iremos supor também que as intensidades sonoras são baixas, ou seja, as variações de pressão no ar causadas pelo som são muito inferiores à pressão atmosférica.

Produzindo uma perturbação no ar do tubo através de uma ação externa, como o fluxo de ar junto à sua abertura, irá haver propagação de ondas de pressão no interior deste. Neste sistema em estudo, teremos como condições de fronteira:

- em $y = 0$, não existe vibração, logo existe um nodo de vibração;
- em $y = l$, a vibração é máxima, portanto existe um antinodo de vibração.

Podemos relacionar, então, o comprimento do tubo, l , com o comprimento de onda do som, λ , sendo que este se relaciona com a velocidade de propagação, v , e com frequência do som, f . Assim, obtemos a seguinte expressão:

$$l = \frac{\lambda}{2}n + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow f = \frac{v}{2l}n + \frac{v}{4l} \quad \text{Eq. (1)}$$

Sendo n é o número de modo de vibração.

Deste modo, se soubermos a frequência e o respetivo modo de vibração, podemos obter a velocidade do som.

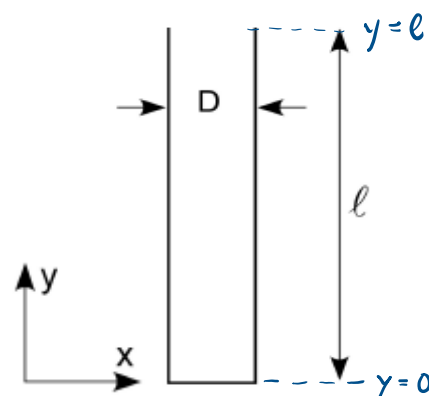


Figura 1 - Esquema do tubo fechado numa extremidade

faltam as referências

4.2 FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA EM TUBOS COM AS DUAS EXTREMIDADES FECHADAS

Neste caso, iremos ter dois nodos em cada uma das extremidades e um ou mais antinodos (ventres) dependendo do modo de vibração. Pela mesma lógica aplicada anteriormente, conseguimos relacionar a frequência de ressonância com o número do modo de vibração, de onde poderemos depois obter a velocidade de propagação do som. Essa relação é a seguinte:

$$f = \frac{v}{2l}n + \frac{v}{2l} \quad \text{Eq. (2)}$$

4.3 CORREÇÕES ÀS EXPRESSÕES REFERIDAS

Ambas as equações anteriormente referidas pressupõem que os nodos e antinodos se formam exatamente nas extremidades do tubo. Isto verifica-se para os extremos fechados se o material que os constituiu for indeformável. Já no caso do extremo aberto, a variação da densidade com y não pode ser igual a zero, algo esperado por ser um antinodo, pois existe propagação de som para o exterior do tubo. Assim, a correção necessária pode ser vista como a passagem de uma frente de onda plana para uma onda esférica. Este ajuste consiste em considerarmos o tubo ligeiramente mais comprido de um valor Δy , ficando então com uma nova expressão para a relação da frequência com os modos de vibração no caso do tubo com apenas um extremo fechado:

$$f = \frac{v}{2(l + \Delta y)}n + \frac{v}{4(l + \Delta y)} \quad \text{Eq. (3)}$$

Para tubos de secção circular, podemos considerar para valor de referência $\Delta y = 0,305 D$, sendo D o diâmetro do tubo.

4.4 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DO SOM NO AR

Podemos aproximar a velocidade de propagação do som no ar através da seguinte expressão:

$$v_{som} = 331,4 + 0,607(T - 273,15) + 0,08\rho_{v_{H_2O}} \quad \text{Eq. (4)}$$

Sendo T a temperatura ambiente em Kelvin e $\rho_{v_{H_2O}}$ a pressão de vapor de água em milímetros de mercúrio (mmHg).

5 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Experiência

5.1 MATERIAIS NECESSÁRIOS

- Computador (com a possibilidade de entrada e saída de som simultânea)
- Programa Audacity instalado
- Tubos de diferentes comprimentos, com ambas as extremidades abertas
- Um tubo com ambas as extremidades fechadas, uma ligada a um altifalante e outra a um microfone
- Microfone externo
- Termómetro

5.2 ESQUEMAS IMPORTANTES

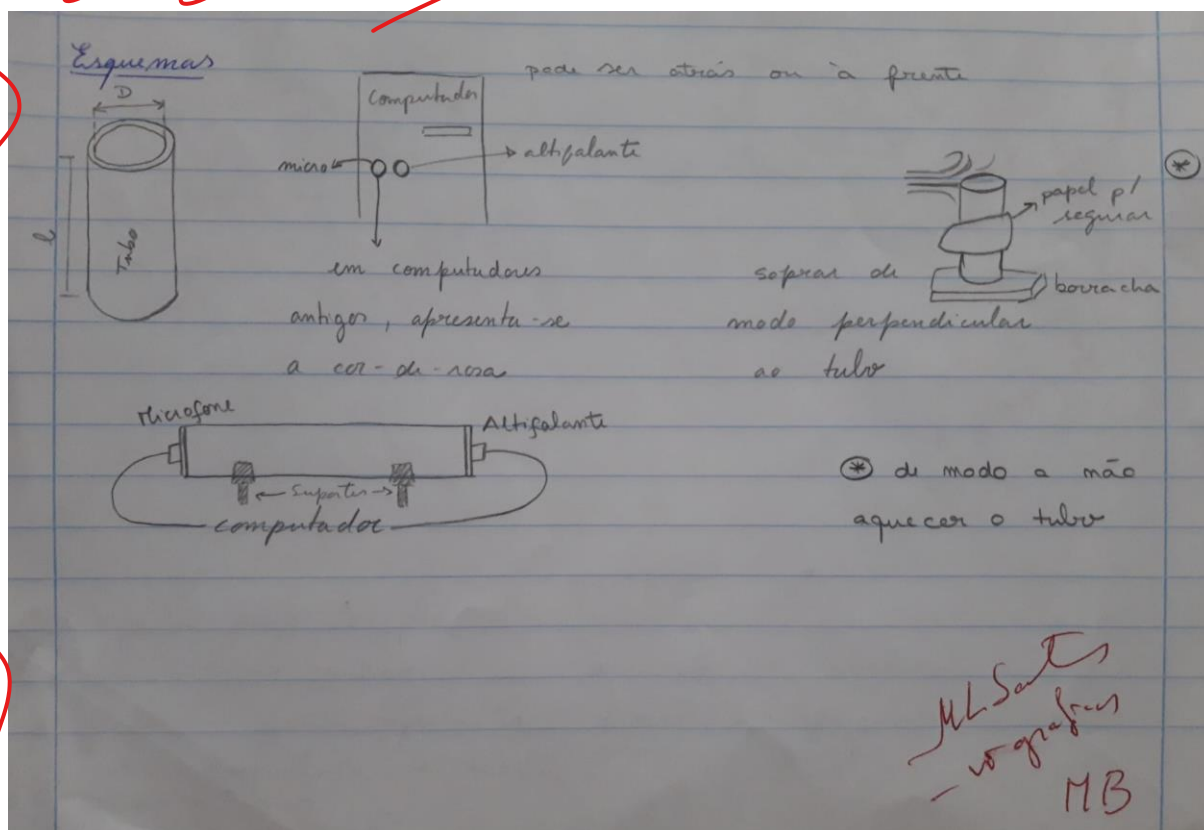


Figura 2 - Esquemas importantes para a execução experimental

5.3 MÉTODO

Antes de iniciar o registo dos dados:

- Verificar que o microfone de mesa está ligado aos terminais corretos do computador, na parte traseira deste, normalmente apresenta-se a cor-de-rosa;

Conj. de instruções de realização exp. e
inadequado num relatório

- Verificar que o programa *Audacity* reconhece o microfone;
- Fazer algumas gravações com o microfone, de modo a familiarizar-se com este programa, fazendo também a respetiva análise espectral;

Nota: Se alterar as ligações dos fios, reinicie o programa, para garantir que este reconhece o microfone.

5.3.1 Ressonância de tubos fechados numa extremidade

Para cada tubo escolhido (cerca de 4 ou 5 tubos diferentes):

1. Medir o comprimento e diâmetro do tubo
2. Medir a temperatura ambiente, em Kelvin, e correspondente valor de pressão de vapor de água, $p_{v_{H_2O}}$ (mmHg)
3. Tapar uma das extremidades do tubo com uma borracha

Nota: deve-se utilizar um material que não deforme muito, de modo a não alterar o comprimento do tubo e a ter esta extremidade perpendicular às paredes do tubo. Utilizar também um papel, ou semelhante, para segurar no tubo para que não haja aquecimento deste através da mão.

4. Iniciar a gravação e soprar no tubo, de acordo com os esquemas acima
5. Terminar a gravação e seleccionar a secção com a melhor produção do som
6. No programa, ir a *Analisar* -> *Desenhar Espectro de Frequências* (*Plot spectrum*)
7. Aumentar o tamanho da janela para obter uma boa visualização da sequência de picos no espectro.
8. Escolher a gama de frequências mais adequada de representação do espectro, indo a *Tracks* (*Faixa*) -> *Resample*
9. Escolher a visualização pretendida: representação logarítmica para frequências baixas e linear para as restantes (é preferível a utilização da representação linear)
10. Assinalar, com o cursor, os picos visualizados, registando a frequência correspondente (apresentada no canto inferior esquerdo)

Nota: estes picos representam as frequências de ressonância do tubo.

ATENÇÃO: o primeiro pico, contado a partir da menor frequência, não deve ser considerado pois é o *feedback* característico do microfone.

11. Elaborar uma tabela com todos os dados recolhidos, dados do tubo, número do modo de vibração e frequência de ressonância.
12. Traçar um gráfico da frequência, f , em função da ordem, n , do modo

13. Traçar um gráfico do comprimento, l , dos tubos em função do inverso da frequência, $1/f$, para modos com o mesmo número.

5.3.2 Ressonância de tubos fechados nas duas extremidades

1. Ligar o microfone e o altifalante do tubo de ressonância aos terminais corretos do computador
2. Verificar que o programa os reconhece
3. Criar um ruído branco, no menu de geração, com algumas dezenas de segundos de duração
4. Começar a gravação, automaticamente vai ser reproduzido o som pelo altifalante e gravado pelo microfone
Nota: o volume de saída não deve ser muito alto pois pode introduzir realimentação no altifalante, gerando batimentos
5. Terminar a gravação e selecionar a secção correspondente à melhor reprodução do som
6. Selecionar a função *desenhar espectro de frequência*, ajustando a janela para obter uma boa visualização
7. Selecionar o maior número possível de pontos a ser utilizados para a análise, utilizando o cursor para obter os valores da frequência
8. Registrar todos os dados numa tabela
9. Traçar um gráfico da frequência em função da ordem do modo

Nota: Este conjunto microfone-altifalante tem uma ressonância própria perto de 1000Hz, muito facilmente visível no espectro, que não deve ser confundida com a ressonância da coluna de ar.

6 ANÁLISE DE DADOS

Durante o procedimento experimental, foram registradas diferentes temperaturas ambientais, que ^{vão} afetar os valores de referência para a velocidade de propagação do som no ar. Por isso, construímos a seguinte tabela:

T (C)	$p_{v_{H_2O}}$ (mmHg)	v_{ref} (ms ⁻¹)
24,4	23,076	348,1
25,0	23,770	348,5
25,5	24,490	348,8

Tabela 1 - Valores de referência para a velocidade

O mesmo se sucedeu para os valores esperados de Δy , dado que cada tubo tem um diâmetro, D, diferente, mas para facilitar a análise posterior, agruparam-se os tubos com os diâmetros próximos. Obteve-se, então, a tabela 2:

D (mm)	\bar{D} (mm)	\bar{D} (m)	$u(\bar{D})$ (m)	Δy_{ref}
10,44	10,29	0,01029	0,00015	0,003138
10,14				
9,72	9,59	0,00959	0,00013	0,002925
9,46				

Tabela 2 - Valores de referência para Δy

Utilizando a equação 3 da introdução teórica, vemos que é possível obter a velocidade experimental, v_{exp} , através do declive do ajuste do gráfico da frequência em função do modo de vibração ou através da sua ordenada na origem. A opção que nos permite obter resultados mais fiáveis é calcular a velocidade a partir do declive, pois é na ordenada da origem do ajuste que se acumulam os erros sistemáticos.

6.1 RESSONÂNCIA DE TUBOS FECHADOS NUMA EXTREMIDADE

Escolheram-se 4 tubos diferentes para realizar esta parte da experiência, dos quais se retiraram os valores do comprimento e diâmetro e posteriormente das suas frequências de ressonância e respetivas incertezas, estimadas a partir da distância média do pico observado. Com estes dados foi possível projetar o gráfico da frequência em função do número do modo de vibração (Gráfico 1):

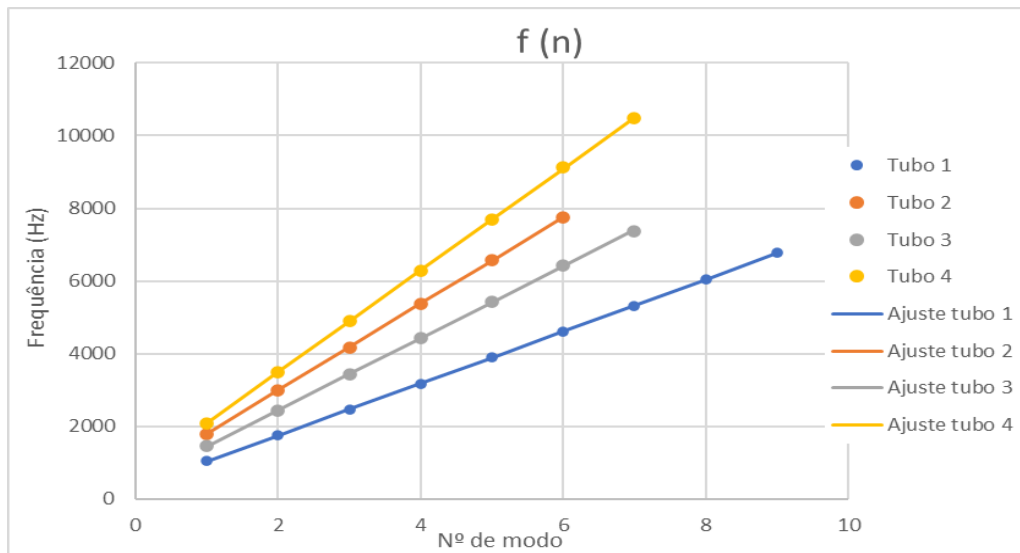


Gráfico 1 - Frequência em função do nº de modo para todos os tubos considerados

Obtivemos as seguintes tabelas dos respectivos ajustes lineares para cada um dos tubos:

m	715	326	b
$\sigma(m)$	1	6	$\sigma(b)$
r^2	0,99998	8	σ

Tabela de ajuste do Tubo 1

m	1193	603	b
$\sigma(m)$	2	6	$\sigma(b)$
r^2	0,99999	6	σ

Tabela de ajuste do Tubo 2

m	992	4,6E+02	b
$\sigma(m)$	3	1E+01	$\sigma(b)$
r^2	0,99995	2E+01	σ

Tabela de ajuste do Tubo 3

m	1401	6,9E+02	b
$\sigma(m)$	3	1E+01	$\sigma(b)$
r^2	0,99998	2E+01	σ

Tabela de ajuste do Tubo 4

Seguidamente avaliamos os gráficos de resíduos de modo a verificar a qualidade do ajuste realizado.

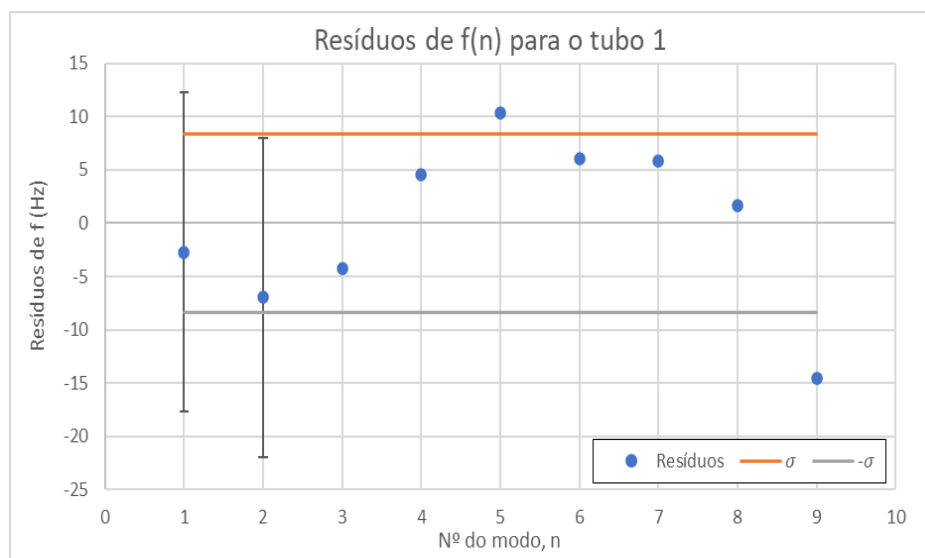


Gráfico 2 - Resíduos do ajuste para o tubo 1

Note-se que neste gráfico existe uma certa tendência polinomial, algo que é possível observar mesmo retirando alguns valores do ajuste. E comparando com a ordem de

idem p/ os restantes tubos

Não
estimar
 $n(f)$?

$n(f)$?
(todos os
pontos)

~~errado!~~

~~Comparando~~ comparando com a f vê-se que não há tendência e $\sigma_y \propto n(f)$!

grandeza dos valores obtidos para a frequência de cada modo, estes resíduos têm valores reduzidos, logo podemos considerar que este foi um bom ajuste dos valores experimentais.

Optou-se por apenas colocar as barras de incerteza nos primeiros dois pontos dado que todos eles tiveram aproximadamente a mesma incerteza de medida e de que esta foi sobrestimada. Por esta razão, optou-se também por não representar as barras de incerteza nos dois seguintes gráficos, pois dificultava a visualização dos valores de resíduos obtidos por serem tão elevadas.

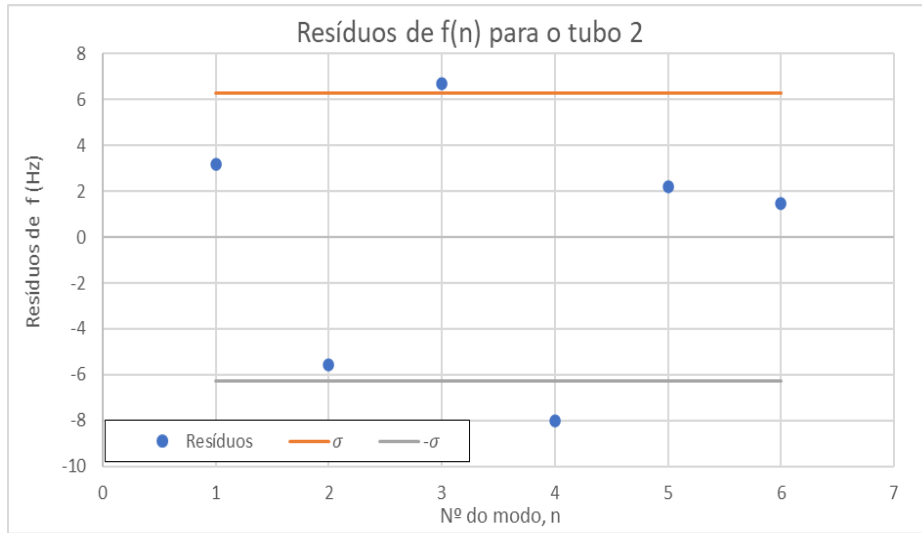


Gráfico 4 - Resíduos para o ajuste do tubo 2

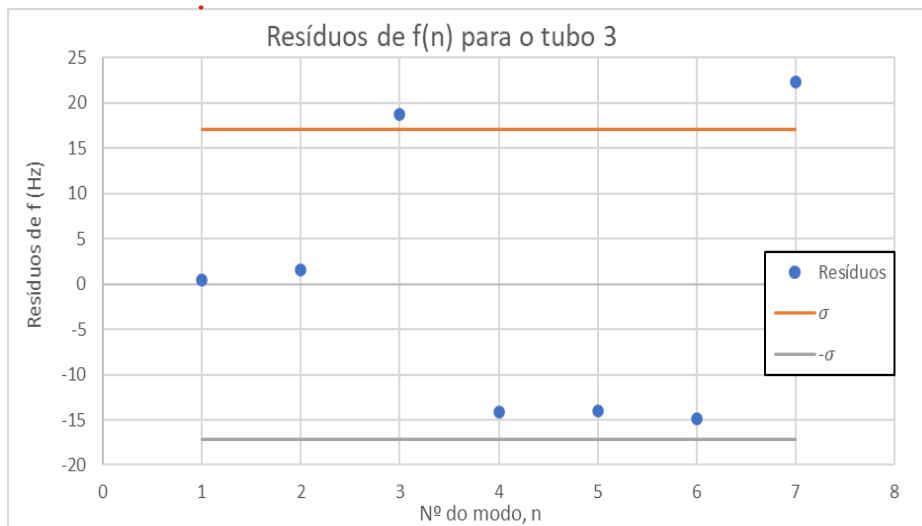


Gráfico 3 - Resíduos para o ajuste do tubo 3

Observamos uma aleatoriedade em ambos os gráficos, portanto estes resíduos devem-se a erros aleatórios.

info que deve constar no legende do gráfico!

(A)
 como
 estimar v/f ?

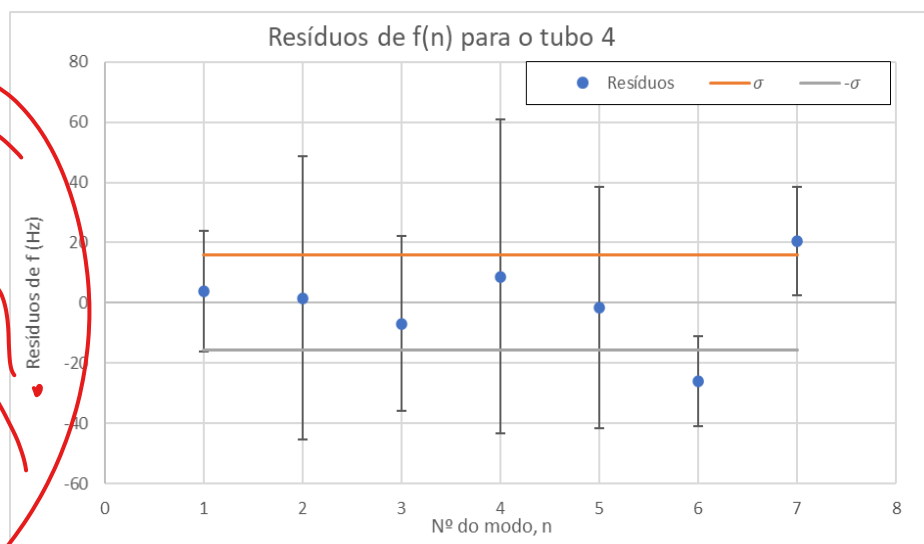


Gráfico 5 - Resíduos para o ajuste do tubo 4

Neste último caso, representaram-se as incertezas de medida não só por serem muito diferentes entre si, mas também por ser possível visualizar na mesma os resíduos. Também neste gráfico vemos a aleatoriedade dos valores obtidos, sendo que em nenhum destes gráficos foi necessário retirar pontos duvidosos. Podemos também verificar que para todos os tubos se obteve um valor de r^2 muito próximo de 1, portanto podemos concluir que todos foram bons ajustes.

Assim, foi-nos possível calcular os valores experimentais obtidos para a velocidade de propagação do som no ar. Obtivemos os seguintes valores:

	Tubo 1	Tubo 2	Tubo3	Tubo 4
	$l = 23,95 \text{ cm}$	$l = 14,11 \text{ cm}$	$l = 17,05 \text{ cm}$	$l = 12,05 \text{ cm}$
$v_{s_{exp}} (m s^{-1})$	346,9	344	344	346
$\sigma(v_{s_{exp}})$	0,9	1	1	2
$\sigma(v_{s_{exp}})\%$	0,3%	0,4%	0,4%	0,5%
erro %	0,5%	1%	1%	0,7%

Tabela 3 - Valores experimentais obtidos para $v_{s_{exp}}$

De seguida, estudamos a dependência entre o comprimento dos tubos e do inverso da frequência, projetando o gráfico de $l(1/f)$, pois, a partir deste gráfico conseguimos obter os valores experimentais da correção efetuada ao comprimento dos tubos, Δy_{exp} , calculando a ordenada na origem do ajuste linear dos dados recolhidos. Note-se que esta análise foi feita para frequências com o mesmo modo de vibração. Obtivemos, então, o seguinte gráfico:

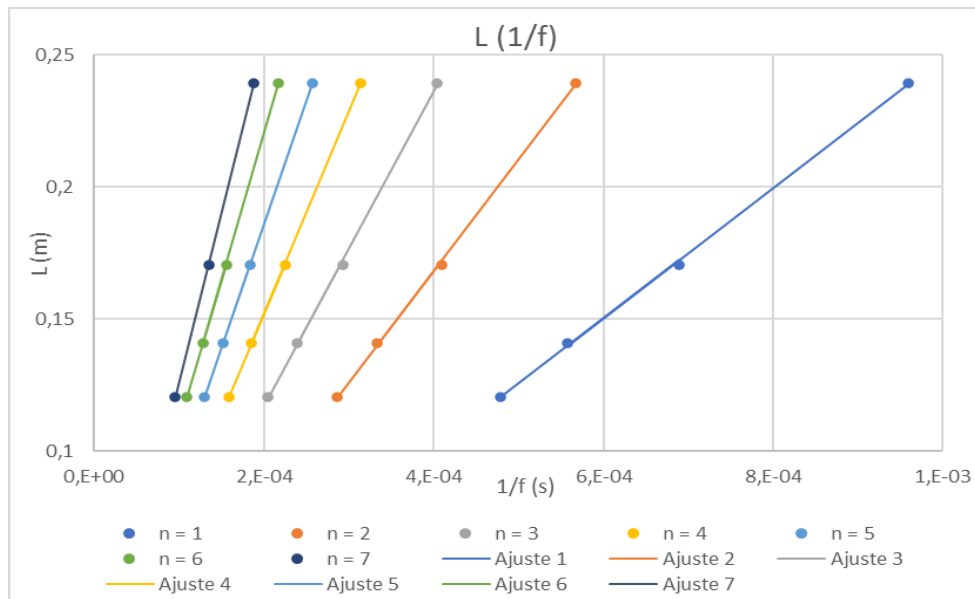


Gráfico 6 - Comprimento do tubo em função do inverso da frequência de ressonância

De onde obtivemos as seguintes tabelas dos ajustes de cada modo de vibração:

m	247	0,002	b
$\sigma(m)$	5	0,003	$\sigma(b)$
r^2	0,99930	0,002	σ

Tabela de ajuste para n=1

m	422	-0,001	b
$\sigma(m)$	7	0,003	$\sigma(b)$
r^2	0,99948	0,001	σ

Tabela de ajuste para n=2

m	5,9E+02	-0,002	b
$\sigma(m)$	1E+01	0,003	$\sigma(b)$
r^2	0,99938	0,002	σ

Tabela de ajuste para n=3

m	765	-0,001	b
$\sigma(m)$	4	0,0008	$\sigma(b)$
r^2	0,99996	0,0004	σ

Tabela de ajuste para n=4

m	936	-0,0014	b
$\sigma(m)$	4	0,0007	$\sigma(b)$
r^2	0,99997	0,0004	σ

Tabela de ajuste para n=5

m	1110	-0,002	b
$\sigma(m)$	7	0,001	$\sigma(b)$
r^2	0,99992	0,0006	σ

Tabela de ajuste para n=6

m	1,29E+03	-0,003	b
$\sigma(m)$	2E+01	0,003	$\sigma(b)$
r^2	0,99978	0,001	σ

Tabela de ajuste para n=7

Observemos os respectivos gráficos de resíduos para os diferentes ajustes. Optou-se por representar os resíduos do modo n=7 num gráfico à parte dado que estes valores impossibilitavam uma boa interpretação dos restantes resultados.

Faltam as
barras $\mu(l)$

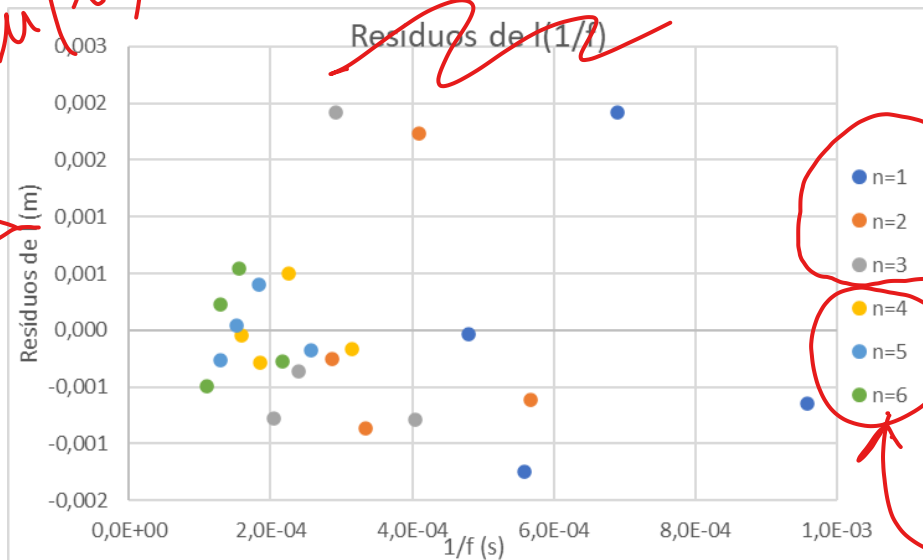


Gráfico 8 - Resíduos para os ajustes de $l(1/f)$

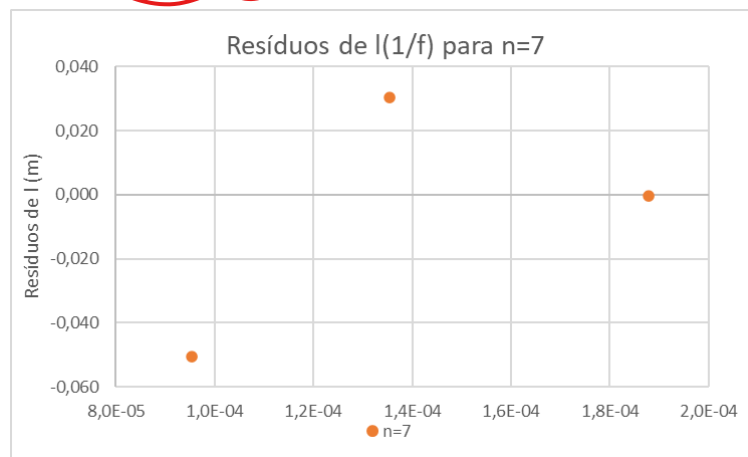


Gráfico 7 - Resíduos para o ajuste de $n=7$

Vemos que todos os pontos são aleatórios e que não há nenhuma tendência em nenhum dos conjuntos de resíduos, logo seriam todos bons ajustes. No entanto, vemos uma grande discrepância nos resíduos do modo $n=7$: por muito que tenhamos um valor quase a zero, os outros dois valores estão completamente fora da gama $[-2\sigma; 2\sigma]$, logo irão apresentar grandes erros no cálculo de Δy . Algo semelhante se pode dizer dos resíduos de $n=1$, $n=2$ e $n=3$: mesmo estando contidos na gama $[-\sigma; \sigma]$, estes resíduos são demasiado elevados, tendo em conta a ordem de grandeza do valor que queremos calcular. Concluimos, então, que os melhores ajustes são os dos modos $n=4$, $n=5$ e $n=6$.

De qualquer forma, calculamos todos os valores de Δy_{exp} obtido de modo a conseguirmos fazer uma avaliação geral dos erros e incertezas obtidas em cada um dos valores. Assim, construímos o seguinte gráfico de $\Delta(\Delta y_{ref} - \Delta y_{exp})$ em função do número do modo.

NOTA : os gráficos são "figuras"!

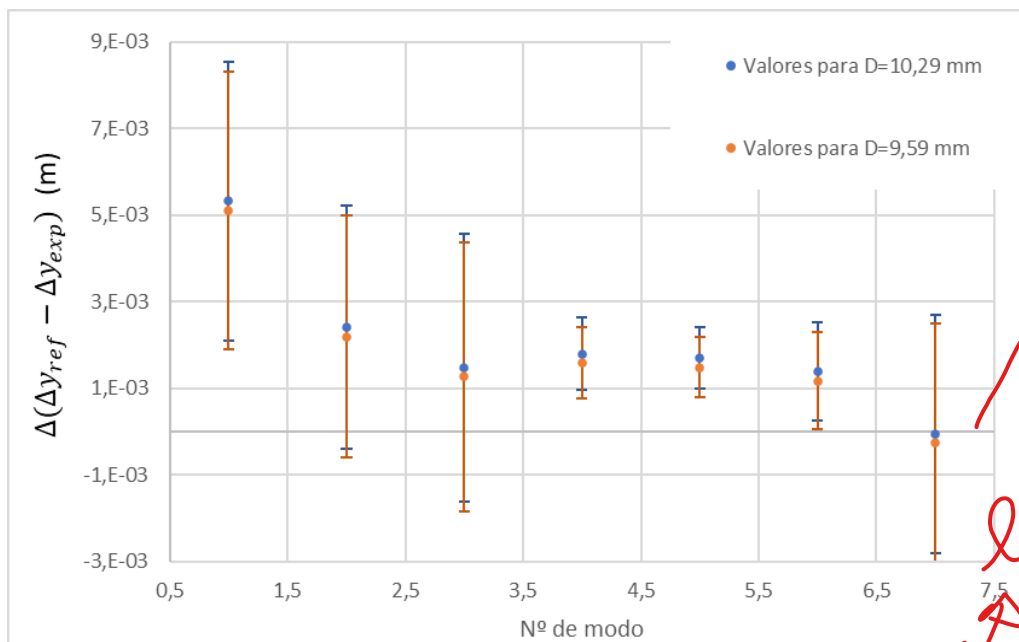


Gráfico 9 - Comparação dos resultados obtidos para Δy

Estão representadas dois conjuntos de dados, pois, como dito inicialmente, os diâmetros dos tubos são diferentes, portanto temos mais do que um valor de referência para Δy .

Vemos que todos os valores referentes a $D = 9,59$ mm têm menor erro relativamente ao seu valor de referência, $\Delta y = 2,9 \times 10^{-3}$, por isso, iremos utilizar um desses valores para considerar como final. Vemos depois que para os modos 1, 2 e 3 temos erros e incertezas bastante elevadas, tal como tínhamos indicado anteriormente. Também no modo 7, vemos que, por muito que seja o modo com menor erro, tem uma incerteza associada elevada, logo também não poderá ser este o valor final. Dos 3 modos restantes, todos têm erros bastante próximos, logo o valor mais indicado para considerar como final é o do modo 5, pois tem a menor incerteza associada. Note-se, mesmo assim, que para todos estes valores o erro e incerteza percentuais são elevados, dado que estamos a trabalhar com valores milimétricos.

6.2 RESSONÂNCIA DE TUBOS FECHADOS NAS DUAS EXTREMIDADES

Analisando agora os dados recolhidos para o tubo fechado nas duas extremidades, obtivemos o seguinte gráfico com as suas frequências de ressonância:

Uso todos os dados no ajuste final (é este?)? Se sim, acho a análise incompleta.

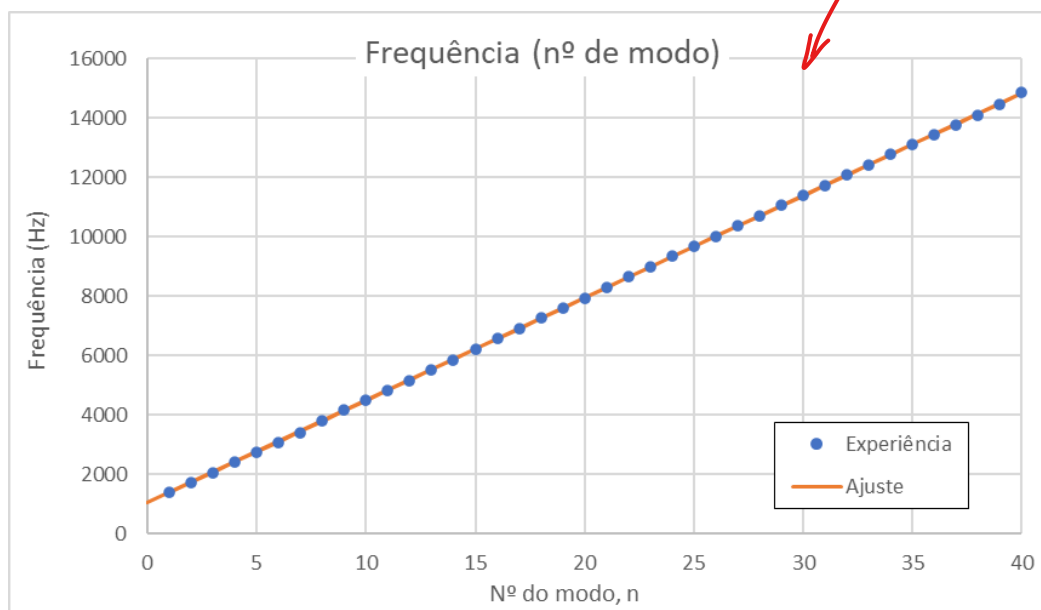


Gráfico 10 - Frequências de ressonância para o tubo fechado nas duas extremidades

Obtivemos, então, a tabela de ajuste para este gráfico e o respetivo gráfico de resíduos:

m	345,2	1029	b
$\sigma(m)$	0,3	7	$\sigma(b)$
r^2	0,99997	2E+01	σ

Tabela de ajuste

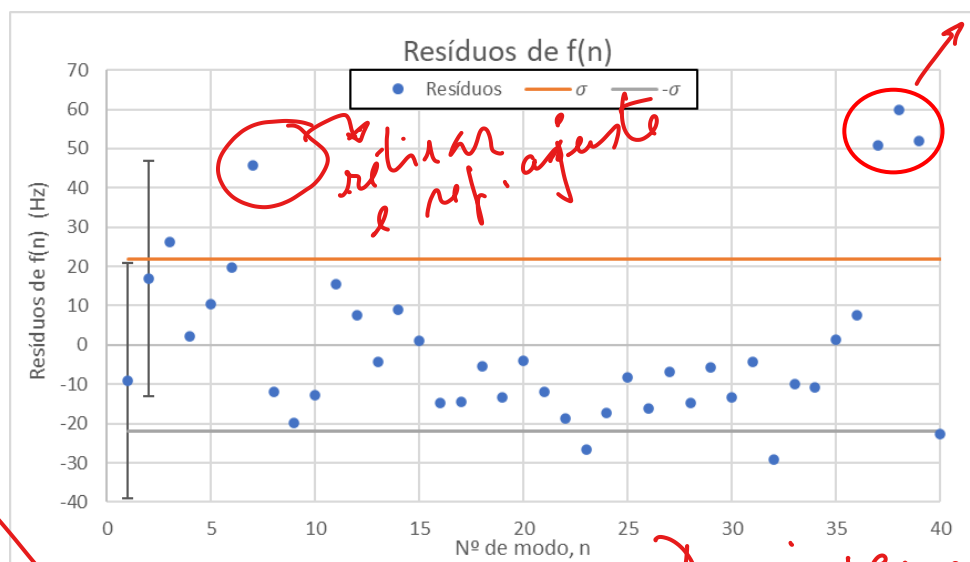


Gráfico 11 - Resíduos de $f(n)$

Vemos que as barras de incerteza, apresentadas nos dois primeiros dois pontos, estão sobrestimadas e, por isso, decidi-se não que seria melhor não as representar nos restantes pontos. Podemos também fazer referência aos 3 pontos rodeados a vermelho que se poderiam considerar estranhos, mas tendo em conta que estes pontos têm uma incerteza bastante elevada, que os faz ficar dentro da gama experimental $[-\sigma; \sigma]$, e de que a sua

→ não concordo! 15 Depende da qualidade do espetro (anexo?)

remoção não altera significativamente os resultados obtidos, de facto estes pontos não são estranhos.

Para além disto, vemos que o valor obtido para a ordenada na origem não é o que seria esperado - $v_{exp}/2l$. Isto indica que não consideramos os valores corretos dos modos de vibração, algo que não interfere com a determinação da velocidade experimental. De facto, foi-nos possível ver que, na realidade, o primeiro modo que consideramos é o terceiro modo de vibração - o valor que deveríamos ter obtido para $n=1$ seria $f = 690 \text{ Hz}$.

Assim, obtivemos o valor de $v_{s_{exp}}$ para este tubo fechado:

$v_{ref}(ms^{-1})$	348,1
$v_{s_{exp}}(m s^{-1})$	345,2
$\sigma(v)$	0,5
$\sigma(v) \%$	0,1%
erro %	0,8%

Tabela 4 - Valor experimental obtido

6.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A VELOCIDADE

Para determinarmos qual foi o melhor resultado obtido para a velocidade de propagação do som no ar, realizamos um gráfico de $\Delta(v_{s_{ref}} - v_{s_{exp}})$.

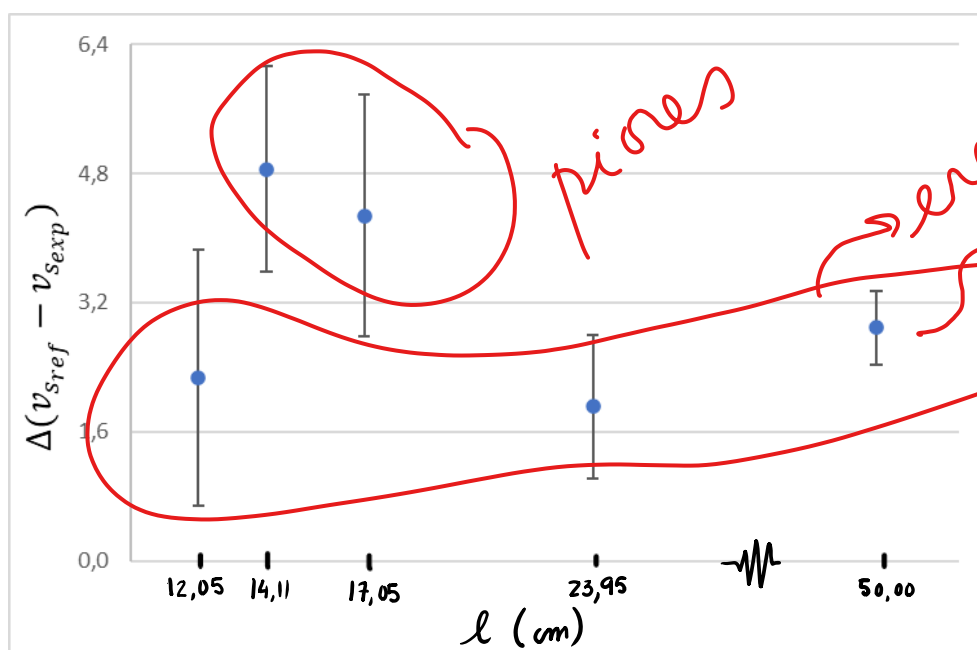


Gráfico 12 - Comparação dos valores obtidos para v_{som}

Avaliando os erros e incertezas de cada valor, vemos que para $l = 50,00 \text{ cm}$ temos a menor incerteza, mas é em $l = 23,95 \text{ cm}$ que temos o menor erro, sendo que a sua incerteza também é reduzida. Concluimos, então, que este é o valor a considerar como final.

7 RESULTADOS FINAIS E CONCLUSÃO

7.1 RESULTADOS FINAIS

- $v_{s_{exp}} = (346,9 \pm 0,9) \text{ ms}^{-1}$
 - $\sigma(v_{s_{exp}}) \% = 0,3\%$
 - $erro \% = 0,5\%$
- $\Delta y_{exp} = (1,4 \pm 0,7) \times 10^{-3} \text{ m}$
 - $\sigma(\Delta y_{exp}) \% = 49\%$
 - $erro \% = 51\%$

7.2 CONCLUSÃO

Nesta experiência foi possível calcular a velocidade de propagação do som no ar recorrendo às vibrações da coluna de ar em tubos com uma ou as duas extremidades fechadas. Em todos os casos, obtivemos valores excelentes com erro $\approx 1\%$ e incertezas $< 1\%$, havendo o mesmo nível de qualidade entre os dois tipos de tubos fechados. Deste modo, obtivemos o valor final $v_{s_{exp}} = (346,9 \pm 0,9) \text{ ms}^{-1}$ com uma incerteza de 0,3% e um erro percentual de 0,5%, por defeito.

Foi também possível estimar a correção Δy feita para os tubos com uma extremidade fechada. Para todos eles, obtiveram-se valores bastante elevados tanto para o erro como para a incerteza percentuais: $> 40\%$. Isto deve-se não só ao facto de estes valores serem extremamente pequenos, mas também à grande incerteza de medida dos valores das frequências de ressonância registada.

mas está bem discutido

8 BIBLIOGRAFIA

Departamento de Física e Astronomia, FCUP. Protocolo 2ª: Ressonâncias acústicas em tubos. Laboratórios de Física II - 2022/2023.

Calculator: Saturated Steam Table by Temperature, *site*.
<https://www.tlv.com/global/BR/calculator/steam-table-temperature.html> . Acedido às 18h45 de dia 16 de maio de 2023.

9 APÊNDICE

9.1 TABELAS DE DADOS

Tubo	T(°C)	L (cm)	D (mm)	nº de modo	f (Hz)	u (f)
1	25,5	23,95	10,44	1	1043	15
				2	1762	15
				3	2474	20
				4	3180	30
				5	3889	20
				6	4608	15
				7	5323	20
				8	6042	20
				9	6773	25
2	25	14,11	9,46	1	1793	30
				2	2995	30
				3	4176	30
				4	5384	50
				5	6567	30
				6	7761	40
3	25	17,05	9,72	1	1450	30
				2	2441	50
				3	3416	20
				4	4441	30
				5	5433	40
				6	6426	30
				7	7381	30
4	25	12,05	10,14	1	2087	20
				2	3490	47
				3	4899	29
				4	6284	52
				5	7695	40
				6	9120	15
				7	10474	18

L	0,05 cm
D	0,01 mm
T	0,5 °C

Tabela de incertezas

Anexo 1 - Dados recolhidos na 1ª parte da experiência

Tubo	L (m)	1/f (s)						
		n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7
1	0,2395	9,6E-04	5,7E-04	4,0E-04	3,1E-04	2,6E-04	2,2E-04	1,9E-04
2	0,1705	6,9E-04	4,1E-04	2,9E-04	2,3E-04	1,8E-04	1,6E-04	1,4E-04
3	0,1205	4,8E-04	2,9E-04	2,0E-04	1,6E-04	1,3E-04	1,1E-04	9,5E-05
4	0,1411	5,6E-04	3,3E-04	2,4E-04	1,9E-04	1,5E-04	1,3E-04	

Anexo 2 - Dados para o gráfico de l (1/f)

nº de modo	f (Hz)	u (f)
1	1383	30
2	1702	30
3	2038	30
4	2407	30
5	2744	30
6	3080	30
7	3399	30
8	3802	40
9	4155	30
10	4493	40
11	4810	30
12	5163	30
13	5520	40
14	5852	40
15	6205	20
16	6566	30
17	6911	30
18	7247	30
19	7600	40
20	7936	50
21	8289	40
22	8641	40
23	8994	40
24	9330	50
25	9666	40
26	10019	40
27	10355	30
28	10708	50
29	11044	50
30	11397	50
31	11733	30
32	12103	40
33	12429	50
34	12775	20
35	13108	40
36	13447	60
37	13749	80
38	14085	100
39	14438	100
40	14858	20

Anexo 5 - Dados para a 2ª parte da experiência

Δy_{ref}	Modo	Δy_{exp}	$\sigma(\Delta y_{exp})$	$\Delta(\Delta y_{ref} - \Delta y_{exp})$
0,0031	1	-0,002	0,003	0,0053
	2	0,001	0,003	0,0024
	3	0,002	0,003	0,0015
	4	0,0013	0,0008	0,0018
	5	0,0014	0,0007	0,0017
	6	0,002	0,001	0,0014
	7	0,003	0,003	-0,0001
0,0029	1	-0,002	0,003	0,0051
	2	0,001	0,003	0,0022
	3	0,002	0,003	0,0013
	4	0,0013	0,0008	0,0016
	5	0,0014	0,0007	0,0015
	6	0,002	0,001	0,0012
	7	0,003	0,003	-0,0003

Anexo 3 - Valores para o gráfico de $\Delta(\Delta y_{ref} - \Delta y_{exp})$

l (m)	v_{sref}	v_{sexp}	$\sigma(v_{sexp})$	$\Delta(v_{sref} - v_{sexp})$
23,95	348,8	346,9	0,9	1,9
14,11	348,5	344	1	4,9
17,05	348,5	344	1	4,3
12,05	348,5	346	2	2,3
50	348,1	345,2	0,5	2,9

Anexo 4 - Dados para o gráfico de $\Delta(v_{sref} - v_{sexp})$.

9.2 DEDUÇÃO DE EXPRESSÕES

9.2.1 Cálculo de Δy através do ajuste de $l(1/f)$:

Tendo a expressão inicial:

$$f = \frac{v}{l + \Delta y} \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4} \right)$$

Rearranjando as variáveis, ficamos com:

$$l = v \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{1}{f} - \Delta y$$

9.2.2 Propagação de incertezas

Para uma função genérica $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$, a sua incerteza será:

$$\sigma^2(f) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma(x_i) \right)^2$$