

Indução magnética

Salomé Gomes
Grupo 2B, PL2

Departamento De Física e Astronomia, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Maio 2023

Resumo

Neste trabalho foram utilizadas diversas bobinas de prova e um solenóide para verificar a ocorrência de indução magnética e calcular o valor da constante de permeabilidade magnética no vazio, μ_0 , com uma incerteza de 0.3%.

Conteúdo

1	Introdução	2
1.1	Objetivos	2
1.2	Teoria	2
2	Experiência	5
2.1	Método experimental	5
2.2	Resultados experimentais e Análise	6
2.2.1	Variação da frequência (ω)	6
2.2.2	Variação da corrente (i_0)	13
2.2.3	Variação do número de espiras da bobina de prova (n) . .	20
2.2.4	Variação da área da secção reta da bobina de prova (S) .	24
2.2.5	Variação do ângulo entre os eixos da bobina de prova e do solenóide (θ)	29
3	Discussão de resultados	34
4	Conclusão	35

1 Introdução

1.1 Objetivos

1. Observar a ocorrência de indução magnética.
2. Verificar a relação entre a amplitude do sinal de tensão induzido na bobina de prova e os seguintes parâmetros:
 - frequência do sinal que alimenta o solenóide (ω);
 - intensidade da corrente que alimenta o solenóide (i_0);
 - número de espiras da bobina de prova (n);
 - área da secção reta da bobina de prova (S);
 - ângulo entre os eixos da bobina de prova e do solenóide (θ).
3. Determinar experimentalmente o valor da permeabilidade magnética do vazio.

1.2 Teoria

Segundo a lei de Faraday, a variação da do fluxo magnético (ϕ_B) induz um campo elétrico [1]. Isto significa que, quando varia o fluxo magnético que atravessa um circuito fechado origina-se uma força eletromotriz (\vec{v}_E) nesse circuito e, conseqüentemente, uma corrente que varia também no tempo. Matematicamente esta lei é expressa pela seguinte equação:

$$\vec{v}_E = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (1)$$

O sinal na equação 1 está relacionado com o sentido da corrente induzida no circuito. Segundo a lei de Lenz, a corrente induzida tem um efeito restaurador, na medida em que tenta contrariar variações do campo magnético indutor.

A variação do fluxo magnético pode ser causada pela variação da posição do dito circuito em relação ao campo magnético ou pela variação do campo magnético no tempo.

No interior de um solenóide ao qual é fornecido uma corrente, origina-se um campo aproximadamente uniforme, com exceção das pontas, em que temos efeitos de borda, conforme vemos na figura 1. No entanto, experimentalmente, podemos desprezar este efeito para solenóides longos, com um elevado número de espiras, desde que não utilizemos as suas extremidades.

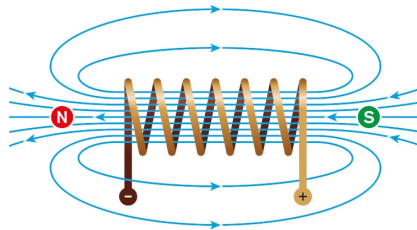


Figura 1: Campo magnético no interior de um solenóide. Nas suas extremidades o campo não é uniforme - efeitos de borda.

Ao fornecermos ao solenóide um sinal de tensão variável, a intensidade do campo magnético (\vec{B}), vai variar ao longo do tempo. De acordo com a lei de Biot-Savart, temos [2]:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2} \quad (2)$$

em que μ_0 é a constante de permeabilidade magnética no vazio, R o raio das espiras do solenóide e i a corrente que as atravessa.

A constante de permeabilidade magnética no vazio tem valor:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad (3)$$

A partir desta lei, podemos deduzir a expressão do campo magnético no eixo do solenóide. Seja L o comprimento de solenóide e N o seu número de espiras. Os ângulos θ_1 e θ_2 estão representados na figura 2.

Temos, portanto, para um solenóide que se encontra entre $z = -L/2$ e $z = L/2$:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu_0 N i}{2} \hat{z} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} dz \\ &= -\frac{\mu_0 N i}{2L} \hat{z} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{\mu_0 N i}{2L} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \hat{z} \end{aligned} \quad (4)$$

Para um solenóide muito longo (aproximadamente infinito), temos $\theta_2 \approx 0$ e $\theta_1 \approx \pi$ pelo que obtemos, finalmente:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{L} \hat{z} \quad (5)$$

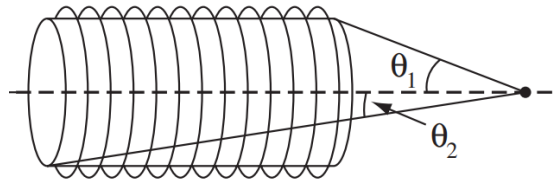


Figura 2: Representação de um solenóide e do seu respetivo eixo.

Fonte: [1]

Conseguimos ainda calcular o campo magnético no interior e no exterior do solenóide, a partir da lei de Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{int} \quad (6)$$

Considerando diferentes percursos retangulares no interior do solenóide, conforme indicado na figura 3, vemos que:

- para C_1 , $i_{int} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 N i}{L} \hat{z}$;
- para C_2 , $i_{int} = \frac{N i}{L} \Rightarrow \vec{B}_4$

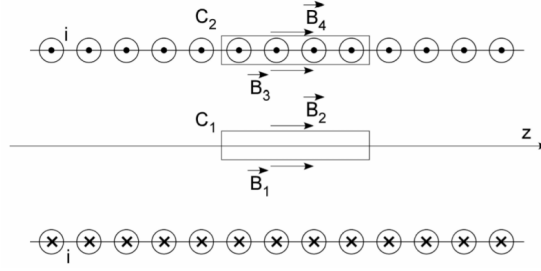


Figura 3: Corte transversal do solenóide, em que estão assinalados os percursos retangulares considerados.

Fonte: [2]

Assim, concluímos que o campo magnético no interior do solenóide é dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{L} \hat{z} \quad (7)$$

Para a execução da experiência, foi colocada uma bobina de prova com n espiras e área de secção reta S no interior do solenóide, de forma a que os eixos dos dois fizessem um ângulo θ . O fluxo através desta é dado por:

$$\begin{aligned} \phi_B &= n \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= \mu_0 \frac{n N S \cos(\theta) i}{L} \end{aligned} \quad (8)$$

Substituindo na equação 1, obtemos:

$$v_E = -\mu_0 \frac{n N S \cos(\theta)}{L} \frac{di}{dt} \quad (9)$$

Ao fornecermos ao sinusóide um sinal de tensão sinusoidal, a corrente i é dada por:

$$i = i_0 \sin(\omega t) \quad (10)$$

Portanto, temos:

$$v_E = -\mu_0 \frac{n N S \cos(\theta) \omega i_0}{L} \cos(\omega t) \quad (11)$$

Assim, a amplitude da tensão nos terminais da bobina de prova, em módulo, é dada por:

$$\boxed{V_{E_0} = \mu_0 \frac{n N S \cos(\theta) \omega i_0}{L}} \quad (12)$$

Note-se que está ausente o sinal negativo porque tanto V_{E_0} como i_0 se tratam dos módulos dos respectivos valores, já que são os módulos que medimos experimentalmente.

É possível obter o valor de ω a partir da frequência angular, com a seguinte equação:

$$\omega = 2\pi f \quad (13)$$

2 Experiência

2.1 Método experimental

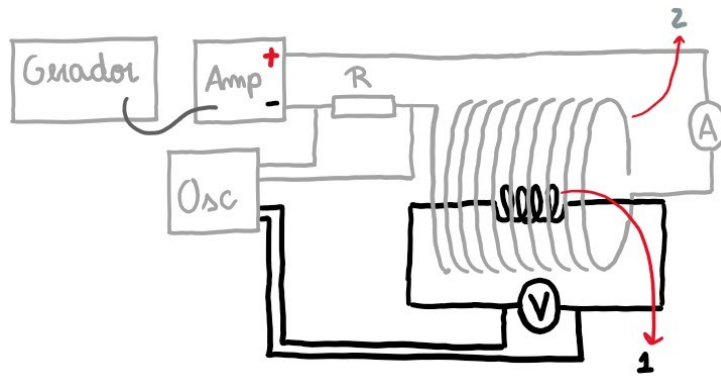


Figura 4: Representação esquemática de um circuito em que ocorre indução magnética. A bobina 1 é a bobina de prova, enquanto a 2 é o solenóide. O gerador de sinais fornece ao solenóide um sinal sinusoidal, que gera um campo magnético variável no seu interior, havendo indução magnética na bobina de prova.

1. Realizou-se a montagem da figura 4, fornecendo um sinal de tensão sinusoidal ao solenóide, usando o gerador de sinais.
2. Ao longo de toda a execução, foi observado, no osciloscópio, o valor da diferença de fase entre o sinal fornecido ao solenoide e o sinal induzido na bobina de prova.
3. Utilizando a bobina de prova 1, variou-se o valor da frequência do sinal fornecido ao solenóide e registou-se o valor de f e de V_{E_0} . Notemos que a corrente, i_0 , variou, ao contrário do pretendido, tendo sido necessário variar a amplitude no gerador de sinais até obter um valor próximo de corrente. Não sendo possível ajustar a corrente sempre para o mesmo valor, registou-se também a sua variação ao longo deste ensaio.
4. Utilizando a bobina de prova 1, variou-se a amplitude no gerador de sinais, de forma a variar a corrente que alimenta o solenoide, e registou-se i_0 e V_{E_0} .
5. Variou-se n , utilizando as bobinas de prova 1, 4, 5, 7 e 8 (que têm o mesmo S) e registou-se V_{E_0} .

6. Variou-se S , utilizando as bobinas de prova 1, 2 e 3 (que têm o mesmo n) e registou-se V_{E_0} .
7. Utilizando a bobina de prova 6, variou-se o ângulo entre os eixos da bobina de prova e do solenóide e registou-se este valor e o de V_{E_0} .

Notemos que foram realizadas 2 medições para cada valor de V_{E_0} , uma com o osciloscópio e outra com voltímetro. No osciloscópio, foi medido o valor pico a pico (V_{pp}), enquanto no voltímetro foi medido o valor eficaz (V_{rms}), tendo se obtido o valor pretendido a partir destes. Também para a corrente foi medido o valor eficaz (i_{rms}) no amperímetro.

Abaixo encontram-se os valores referentes às diferentes bobinas utilizadas.

Bobina	D /m	n /s.u.
1	0.041	300
2	0.033	300
3	0.026	300
4	0.041	200
5	0.041	100
6	0.026	100
7	0.041	400
8	0.041	500

Figura 5: Número de espiras, n , e diâmetro, D , de cada uma das bobinas utilizadas.

2.2 Resultados experimentais e Análise

Perante a grande quantidade de dados recolhidos, encontra-se no anexo um código QR com acesso a uma drive com todos os valores utilizados para a análise abaixo.

Para valor de referência de μ_0 , foi utilizado o valor referido na Introdução.

O valor considerado para o comprimento do solenóide foi o fornecido pelo protocolo [2], $L = 0.750cm$, e o número de espiras foi o indicado na montagem experimental em aula, $N = 631 \pm 1$.

Ao longo de toda a experiência, a diferença de fase do sinal do canal 2 do osciloscópio em relação ao sinal do canal 1 manteve-se em cerca de $-\pi/2$ radianos. Isto acontece porque o sinal observado no canal 1 osciloscópio está em fase com a corrente, já que corresponde à tensão medida nos terminais da resistência. Por outro lado, o sinal observado no canal 2 é proporcional à derivada da corrente (equação 9), pelo que tem uma diferença de fase $\varphi = -\pi/2$ em relação à corrente e, consequentemente, em relação ao sinal do canal 1.

De forma a verificar a relevância do efeito de borda, movimentámos a bobina 2 ao longo do solenóide, verificando que apenas havia variação dos valores medidos quando parte da bobina começava a sair de dentro do solenóide. Assim, concluímos que o solenóide usado era longo o suficiente para que os nossos resultados não tenham sido afetados pelo efeito de borda.

2.2.1 Variação da frequência (ω)

Não sendo possível medir diretamente o valor de ω , este foi obtido a partir dos valores de frequência, f , do sinal transmitido pelo gerador, utilizando a equação 13.

Nesta parte da experiência, foi utilizada a bobina de prova 1, com uma área de secção reta $S = 1.320 \times 10^{-3} m^2$ e número de espiras $n = 300$, fazendo o seu eixo um ângulo $\theta = 0 \text{ rads}$ com o eixo do soleóide. Para o valor da corrente, i_0 , foi utilizado o valor médio de todos os valores registados ao longo desta parte da execução, obtendo-se $i_0 = (432 \pm 3) \text{ mA}$.

Foram realizados os ajustes de $V_{E_0}(\omega)$, tanto para os dados recolhidos com o voltímetro como para os recolhidos com o osciloscópio, sendo obtidos os resíduos apresentados nas figuras 6 e 7, respetivamente. Os gráficos e matrizes de ajuste relativos a estes ajustes encontram-se em anexo (figuras 56 e 57, tabelas 22 e 23), já que, como veremos em seguida, não se tratam dos ajustes finais.

De forma a verificar a relação linear de V_{E_0} e ω , foram ainda realizados, para os mesmos valores, os ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$ (anexo - figuras 58 e 59, tabelas 24 e 25), cujos resíduos se encontram representados nas figuras 8 e 9.

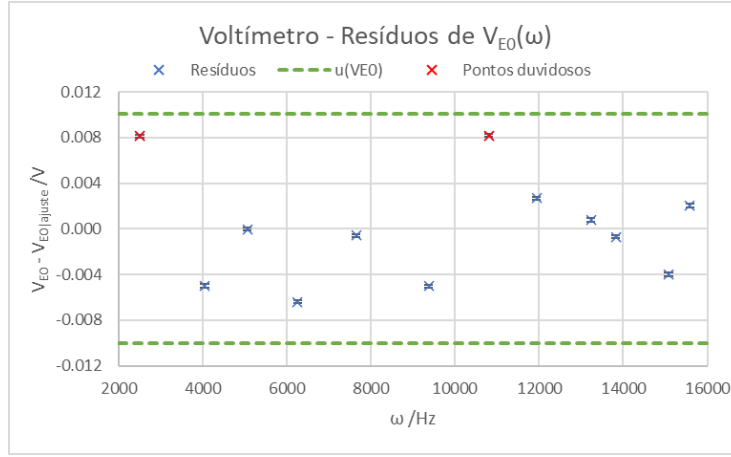


Figura 6: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de ω para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

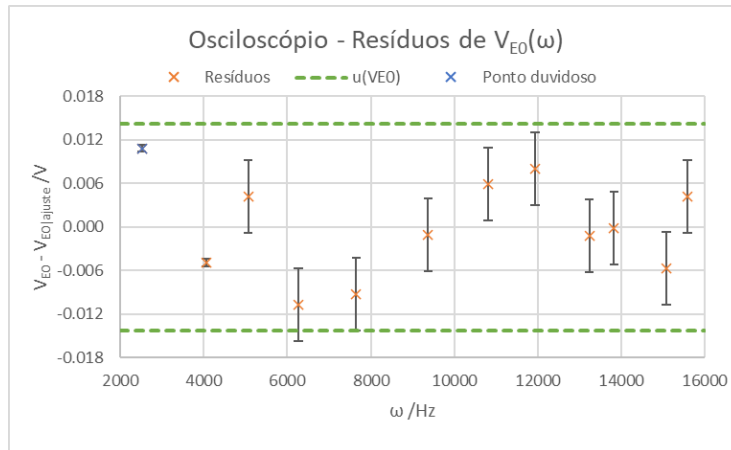


Figura 7: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de ω para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

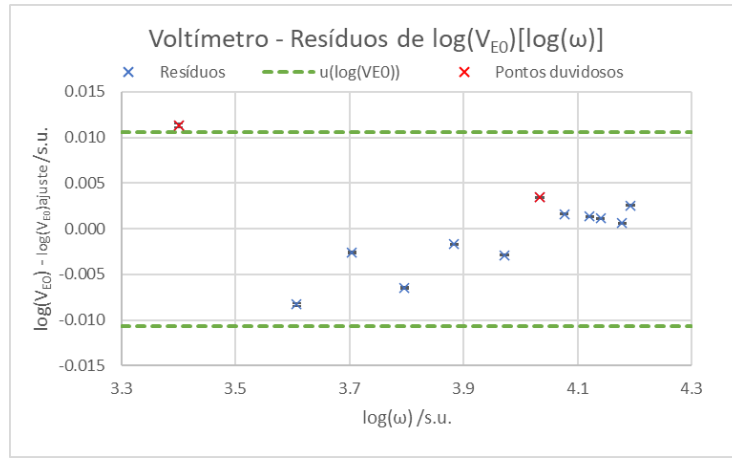


Figura 8: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(\omega)$ para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

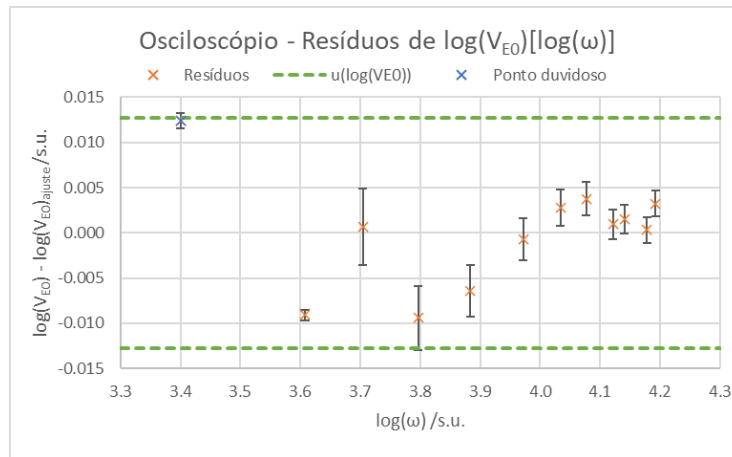


Figura 9: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(\omega)$ para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

Observando a representação gráfica da figura 8, vemos que os resíduos têm tendência linear, com um ponto duvidoso fora desta tendência. Vemos na representação gráfica da figura 6 que há um outro ponto com resíduo de valor semelhante a este primeiro, pelo que se optou por excluir os dois (ambos assinalados como pontos duvidosos) para fazer um novo ajuste.

A partir da representação gráfica da figura 9, vemos que, mais uma vez, temos um ponto duvidoso, que se encontra assinalado nesta figura e na figura 7.

Os novos ajustes, realizados sem os pontos duvidosos, estão representados graficamente nas figuras 10 e 12 e os seus resíduos nas figuras 11 e 13. Nas tabelas 1 e 2, temos as matrizes de ajuste correspondentes a estes ajustes.

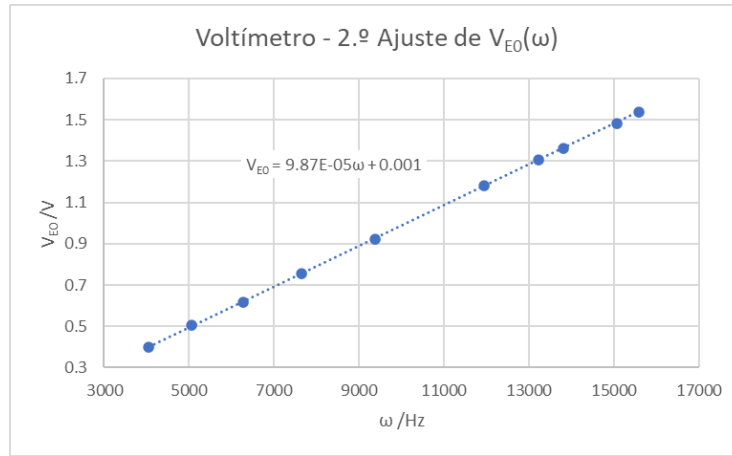


Figura 10: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste. Foram excluídos os pontos duvidosos assinalados na figura 6.

Voltímetro - $V_{E_0}(\omega)$			
m	9.86E-05	0.001	b
s_m	2E-07	0.003	s_b
r^2	0.99995	0.003	s_y

Tabela 1: Matriz do 2.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o voltímetro.

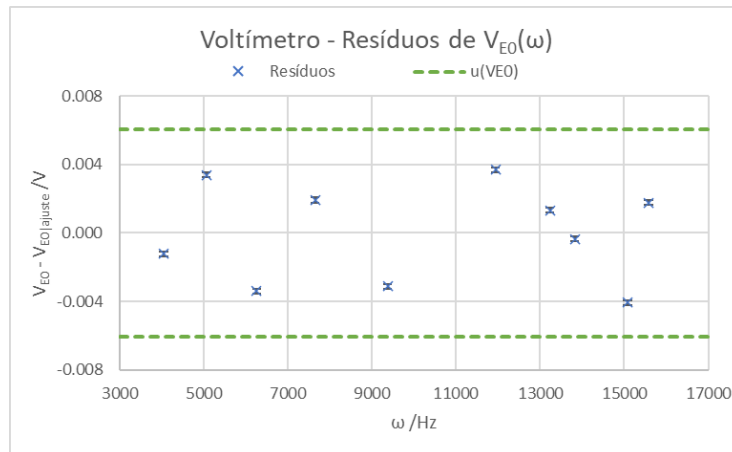


Figura 11: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de ω para o 2.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

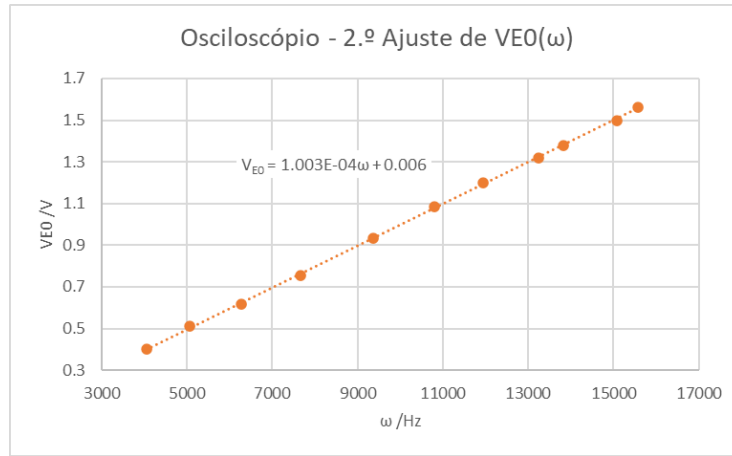


Figura 12: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste. Foi excluído o ponto duvidoso assinalado na figura 7.

Osciloscópio - $V_{E_0}(\omega)$			
m	1.003E-04	-0.006	b
s_m	5E-07	0.005	s_b
r^2	0.9998	0.006	s_y

Tabela 2: Matriz do 2.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o osciloscópio.

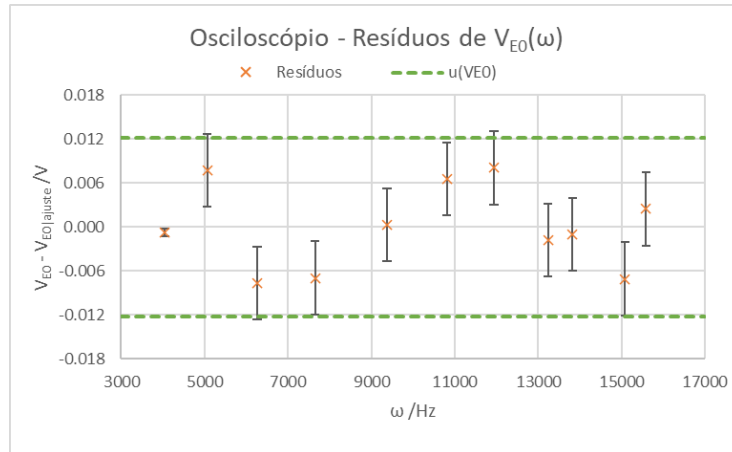


Figura 13: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de ω para o 2.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Para ambos os conjuntos de dados, temos agora resíduos aleatórios. Para além disso, temos incertezas baixas para os vários parâmetros dos ajustes e valores elevados de r^2 , pelo que estes parecem ser bons ajustes.

Já os novos ajustes de $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$ têm os seus parâmetros de ajuste nas tabelas 3 e 4, e encontram-se representados graficamente nas figuras 14 e 16. Temos ainda os resíduos destes ajustes representados nas figuras 15 e 17.

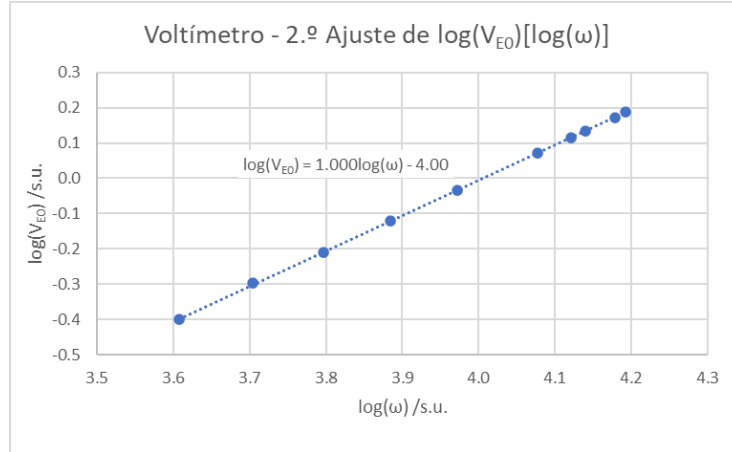


Figura 14: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste. Foram excluídos os pontos duvidosos assinalados na figura 8.

Voltímetro - $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$			
m	1.000	-4.00	b
s_m	0.003	0.01	s_b
r^2	0.99991	0.002	s_y

Tabela 3: Matriz do 2.º ajuste dos valores de $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o voltímetro.

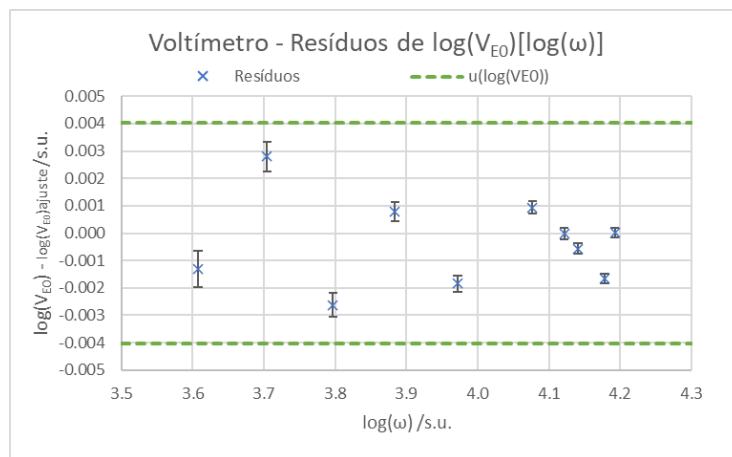


Figura 15: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(\omega)$ para o 2.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

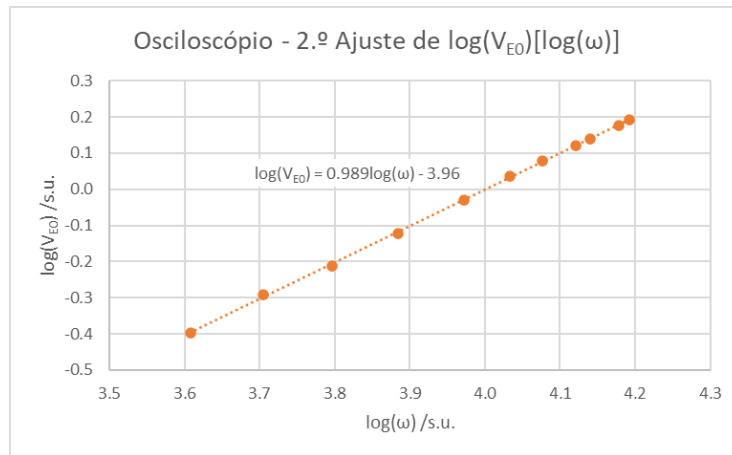


Figura 16: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste. Foi excluído o ponto duvidoso assinalado na figura 9.

Osciloscópio - $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$			
m	1.007	-4.03	b
s_m	0.005	0.02	s_b
r^2	0.9997	0.003	s_y

Tabela 4: Matriz do 2.º ajuste dos valores de $\log(V_{E0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o osciloscópio.

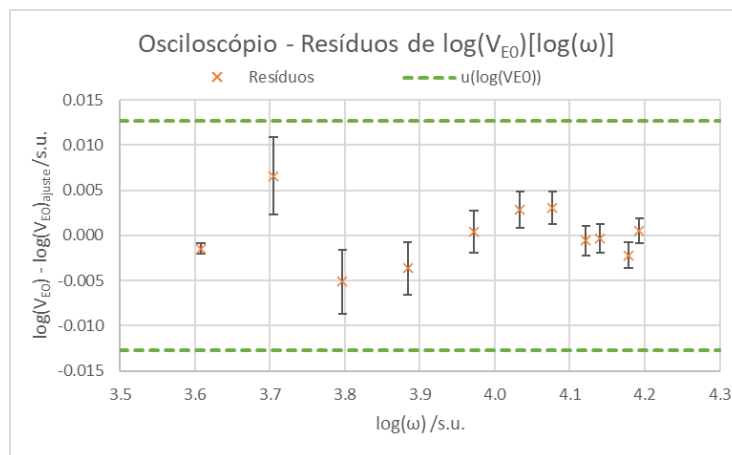


Figura 17: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(\omega)$ para o 2.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Observando as representações gráficas dos resíduos, estes parecem ter distribuições aleatórias. Os parâmetros dos ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$ para o voltímetro e o osciloscópio têm incertezas reduzidas e os declives têm valores próximos do resultado esperado (1), com erros de 0.02% e 0.7%, respetivamente. Assim, podemos concluir que se verifica a relação linear entre V_{E_0} .

A partir da equação 12, obtemos, para este ajuste:

$$m = \mu_0 \frac{NnSi_0 \cos(\theta)}{L} \Leftrightarrow \mu_0 = \frac{Lm}{NnSi_0 \cos(\theta)} \quad (14)$$

Utilizando os valores das tabelas 1 e 2 para calcular valores de μ_0 , obtemos:

- **Voltímetro:** $\mu_0 = 1.197 \times 10^{-6} H/m \pm 0.7\%$, $Er\%(\mu_0) = 4.72\%$
- **Osciloscópio:** $\mu_0 = 1.218 \times 10^{-6} H/m \pm 0.8\%$, $Er\%(\mu_0) = 3.07\%$

2.2.2 Variação da corrente (i_0)

Para este ensaio, utilizou-se novamente a bobina de prova 1, colocada de forma a que o seu eixo fizesse um ângulo $\theta = 0 \text{ rads}$ com o eixo do solenóide. Foi utilizada a frequência $f = (1500 \pm 1) \text{ Hz}$, ou seja, temos $\omega = (9425 \pm 1) \text{ Hz}$.

Realizando ajustes de $V_{E_0}(i_0)$ e $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ para os dados recolhidos com o voltímetro e o osciloscópio, obtiveram-se os resíduos representados graficamente nas figuras 18, 19, 20 e 21. Os gráficos e matrizes de ajuste que deram origem a estes resíduos encontram-se no anexo (figuras 60, 61, 62 e 63 e tabelas 26, 27, 28 e 29).

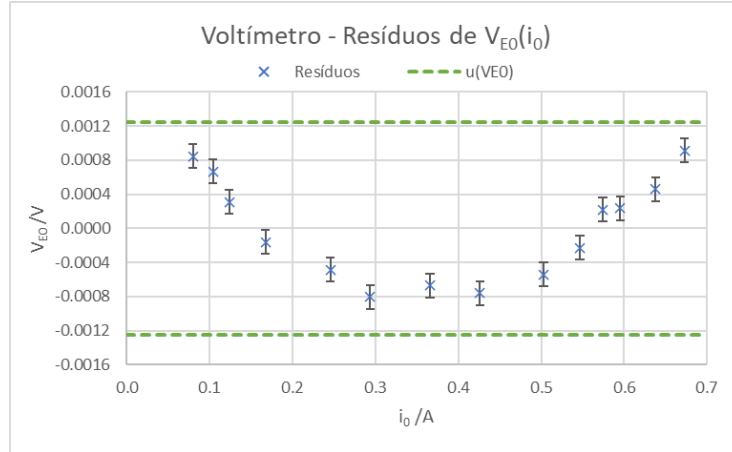


Figura 18: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de i_0 para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

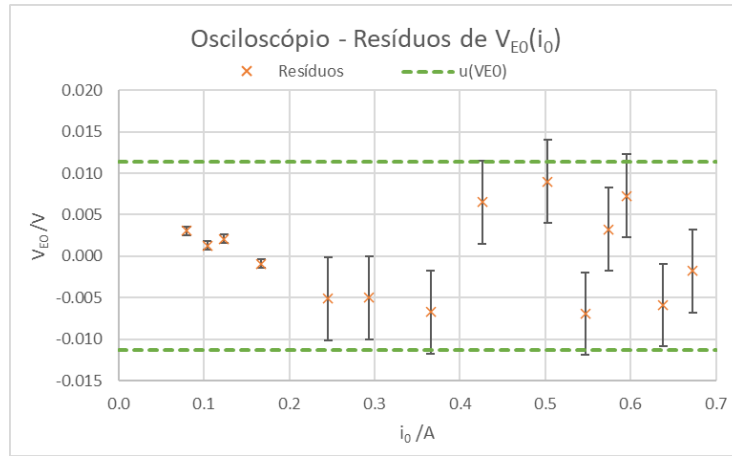


Figura 19: Representação gráfica dos resíduos de V_{E0} em função de i_0 para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

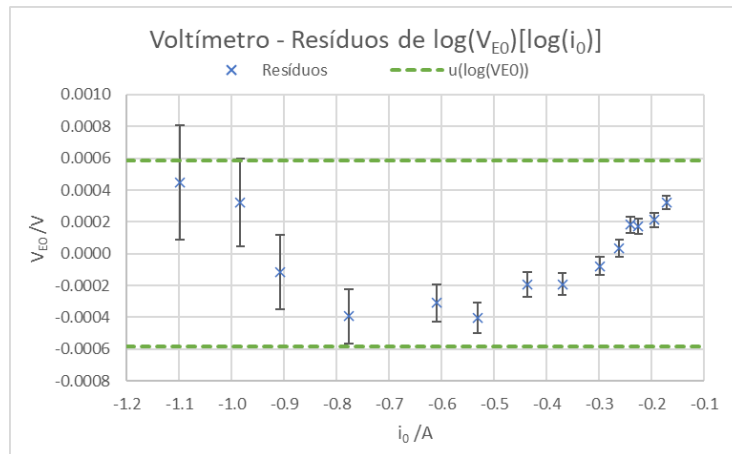


Figura 20: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(i_0)$ para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

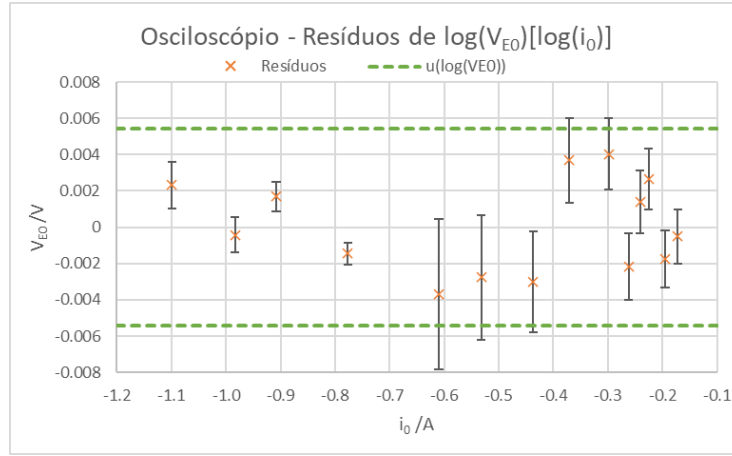


Figura 21: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(i_0)$ para o 1.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Observando as figuras 18 e 20, vemos que estes resíduos têm tendência parabólica. Assim, com base, principalmente, na primeira figura referida, optou-se por separar este conjunto de pontos em duas gamas - a gama 1 com os primeiros 6 pontos e a gama 2 com os últimos 7 pontos, sendo excluído o ponto central.

Ao realizar os mesmos ajustes para estas duas gamas, verificou-se um melhor ajuste para a gama 2, pelo que esta foi a utilizada, enquanto as representações gráficas referentes à gama 1 se apresentam apenas no anexo (figuras 64, 65, 66, 67 e tabelas 30 e 31).

Observando a figura 19 vemos também que os primeiros pontos apresentam tendência aproximadamente linear. Assim, tendo em conta que os últimos pontos apresentam maior dispersão, optou-se por realizar novos ajustes, utilizando apenas os primeiros 7 pontos.

Os novos ajustes de $V_{E0}(i_0)$, realizados conforme descrito acima, estão representados nas figuras 22 e 24. Os parâmetros destes ajustes encontram-se nas tabelas 5 e 6 e os seus resíduos nas figuras 23 e 25.

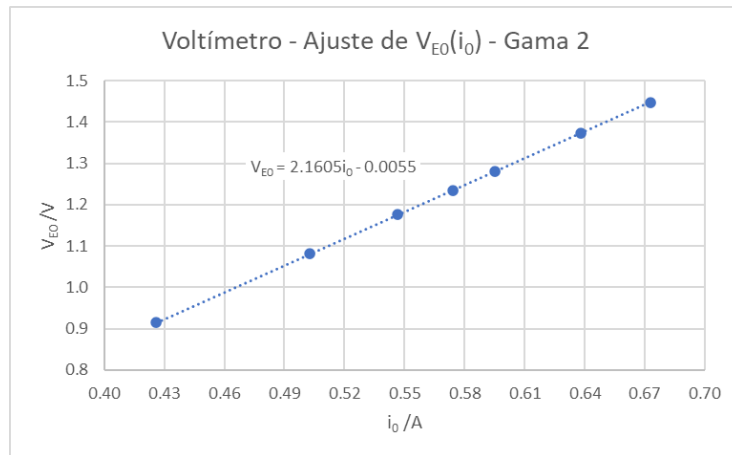


Figura 22: Representação gráfica dos valores da gama 2 de $V_{E0}(i_0)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E0}(i_0)$			
m	2.1605	-0.0055	b
i_m	0.0007	0.0004	s_b
r^2	0.9999995	0.0001	s_y

Tabela 5: Matriz do ajuste dos valores da gama 2 de $V_{E0}(i_0)$ recolhidos com o voltímetro.

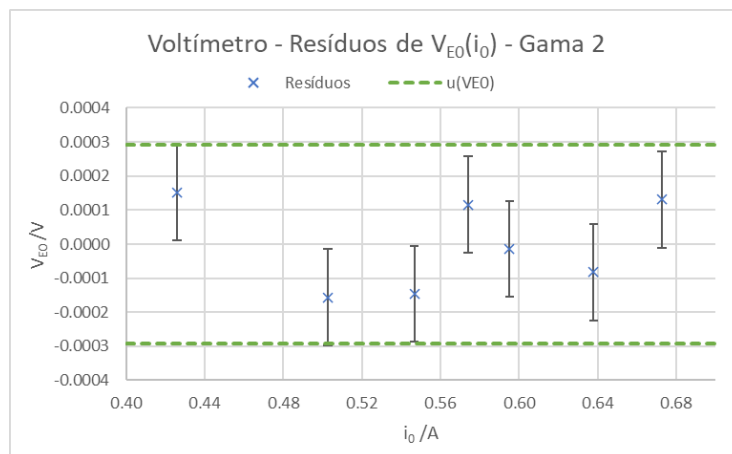


Figura 23: Representação gráfica dos resíduos de V_{E0} em função de i_0 para o ajuste realizado com a gama 2 dos valores da recolhidos com o voltímetro.

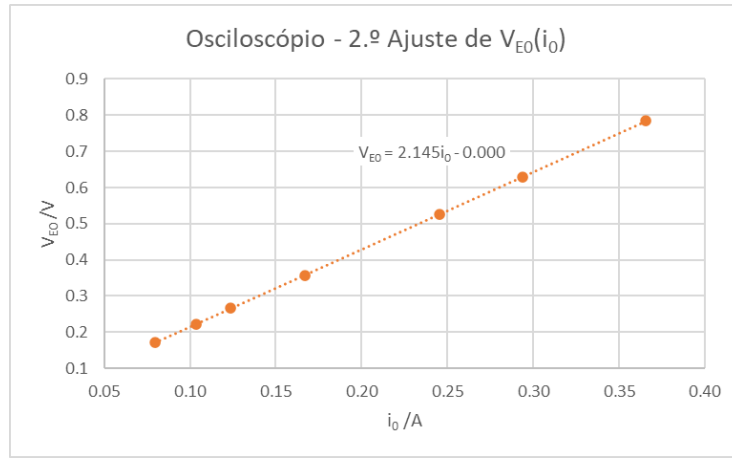


Figura 24: Representação gráfica da gama dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $V_{E_0}(i_0)$			
m	2.145	0.000	b
s_m	0.004	0.001	s_b
r^2	0.99998	0.001	s_y

Tabela 6: Matriz do 2.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o osciloscópio.

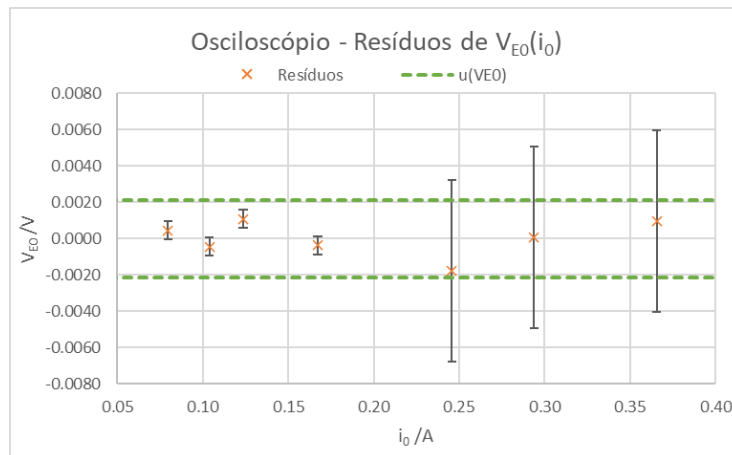


Figura 25: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de i_0 para o 2.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Os resíduos obtidos para os novos ajustes parecem aleatórios. Para além disso, os parâmetros dos dois ajustes têm incertezas baixas, pelo que estes parecem bons ajustes.

Quanto aos novos ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$, estão representados graficamente na figuras 26 e 28. Os seus ajustes estão nas tabelas 7 e 8 e os respetivos

resíduos encontram-se representados graficamente nas figuras 27 e 29.

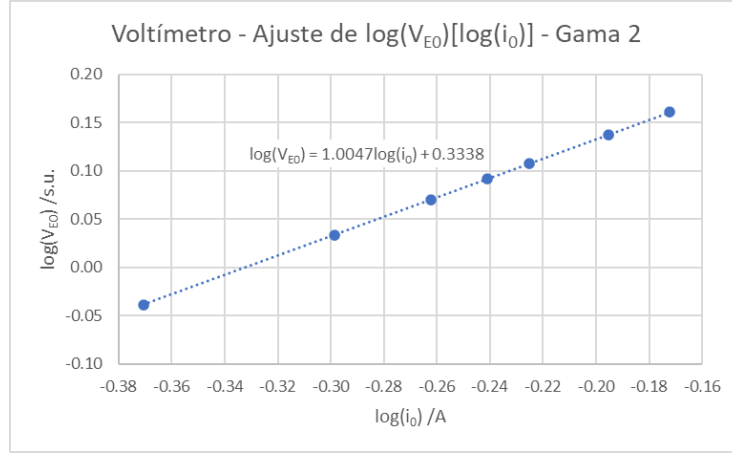


Figura 26: Representação gráfica da gama 2 dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$			
m	1.0047	0.3338	b
s_m	0.0003	0.0001	s_b
r^2	0.9999997	0.00004	s_y

Tabela 7: Matriz do ajuste dos valores da gama 2 de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o voltímetro.

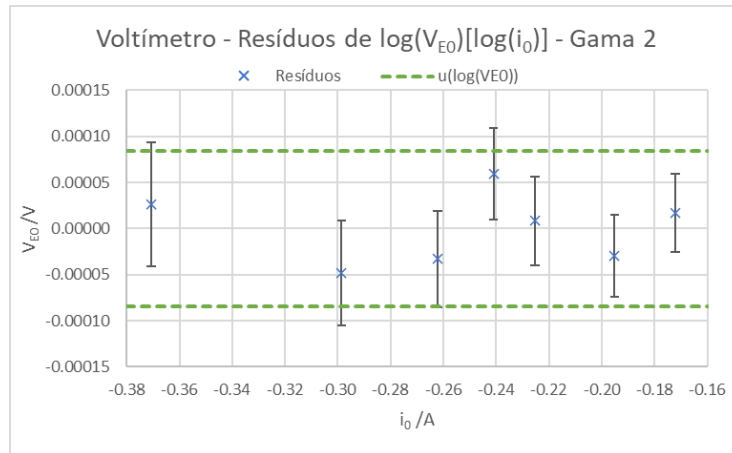


Figura 27: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E_0})$ em função de $\log(i_0)$ para o ajuste realizado com a gama 2 dos valores recolhidos com o voltímetro.

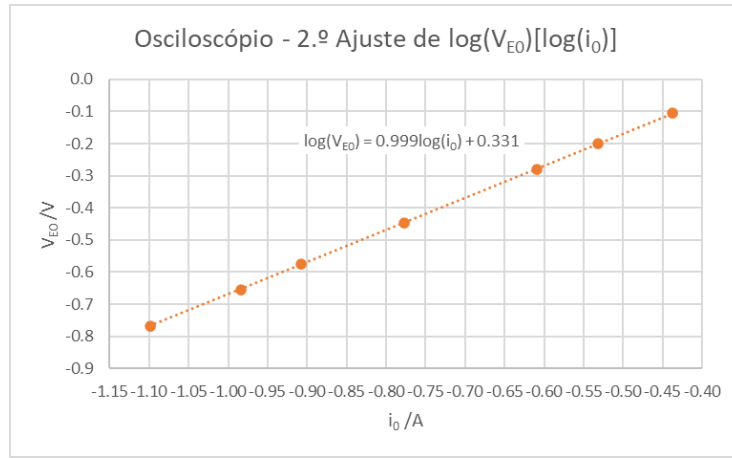


Figura 28: Representação gráfica da gama escolhida dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$			
m	0.999	0.331	b
s_m	0.002	0.002	s_b
r^2	0.99998	0.001	s_y

Tabela 8: Matriz do 2.º ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o osciloscópio.

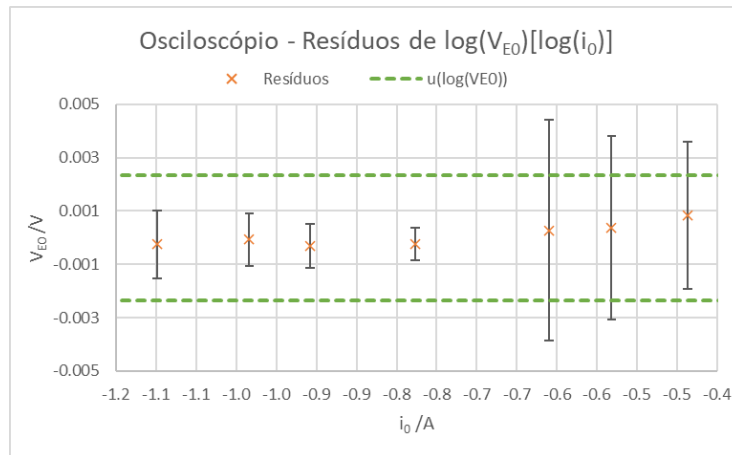


Figura 29: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E_0})$ em função de $\log(i_0)$ para o 2.º ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Para estes novos ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$, temos resíduos aleatórios. Relativamente ao declive esperado (1), temos erros de 0.5% e 0.05%, para os dados recolhidos com o voltímetro e o osciloscópio, respetivamente, pelo que podemos concluir que se verifica a relação linear entre V_{E_0} e i_0 .

Para os ajustes de $V_{E_0}(i_0)$, obtemos, a partir da equação 12:

$$m = \mu_0 \frac{NnS\omega \cos(\theta)}{L} \Leftrightarrow \mu_0 = \frac{mL}{NnS\omega \cos(\theta)} \quad (15)$$

A partir dos valores das tabelas 7 e 8, obtemos:

- **Voltímetro:** $\mu_0 = 1.202 \times 10^{-6} \pm 0.3\%$, $Er\%(\mu_0) = 4.31\%$
- **Osciloscópio** $\mu_0 = 1.194 \times 10^{-6} \pm 0.3\%$, $Er\%(\mu_0) = 4.98\%$

2.2.3 Variação do número de espiras da bobina de prova (n)

Nesta parte da experiência, foram usadas 5 bobinas de prova (1, 4, 5, 7, 8) com a mesma área de secção reta, $S = 1.320 \times 10^{-03} m^2$, e diferentes números de espiras. Em todos os casos, o ângulo entre os eixos das bobinas de prova e do solenóide foi $\theta = 0 \text{ rads}$.

A frequência foi mantida constante em $f = (1500 \pm 1) Hz$, de tal forma que $\omega = (9425 \pm 6) Hz$, e a corrente manteve-se com o valor $i_{rms} = (470.9 \pm 0.1) mA$, do qual obtemos $i_0 = (666.0 \pm 0.1) mA$.

Para calcular valores experimentais para μ_0 , recorreu-se a um processo de análise semelhante aos anteriores. Assim, nas figuras 30 e 32 temos uma representação gráfica dos ajustes de $V_{E_0}(n)$, cujos parâmetros se encontram nas tabelas 9 e 10. Os resíduos obtidos para estes ajustes encontram-se nos gráficos 31 e 33.

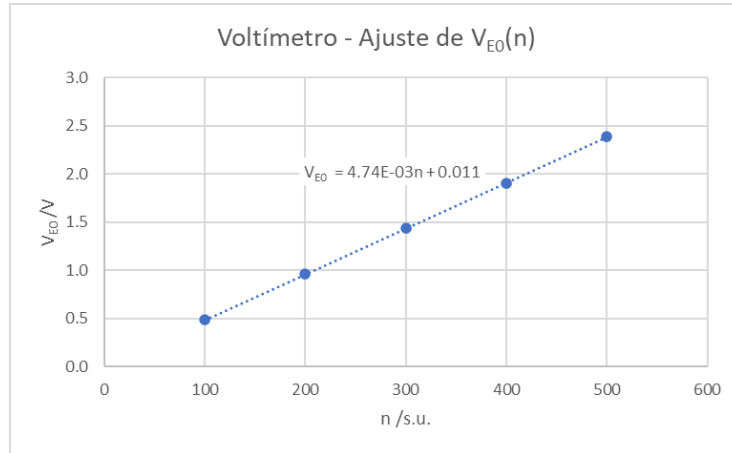


Figura 30: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(n)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E_0}(n)$			
m	4.74E-03	0.011	b
s_m	2E-05	0.007	s_b
r^2	0.99995	0.006	s_y

Tabela 9: Matriz do ajuste dos valores de $V_{E_0}(n)$ recolhidos com o voltímetro.

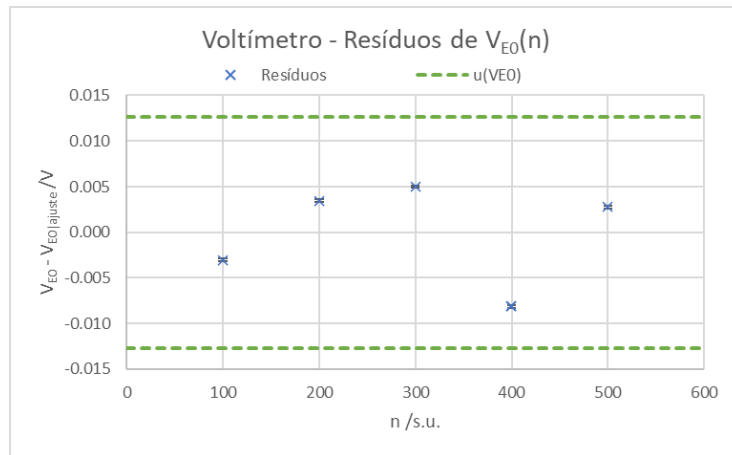


Figura 31: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de n para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

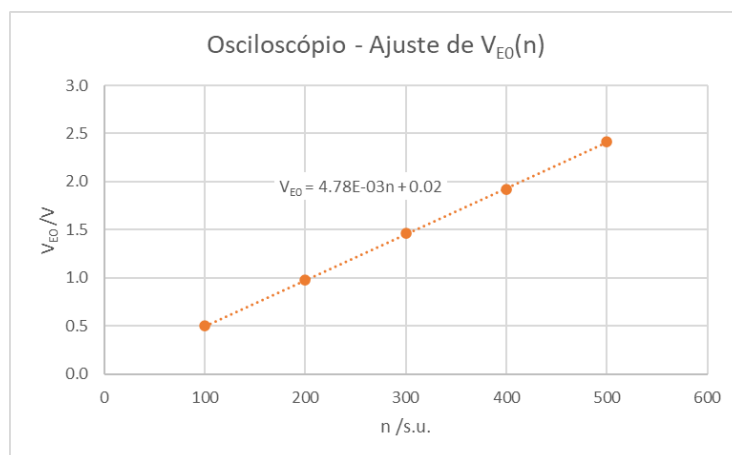


Figura 32: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(n)$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $V_{E_0}(n)$			
m	4.78E-03	0.02	b
s_m	3E-05	0.01	s_b
r^2	0.99988	0.010	s_y

Tabela 10: Matriz do ajuste dos valores de $V_{E_0}(n)$ recolhidos com o osciloscópio.

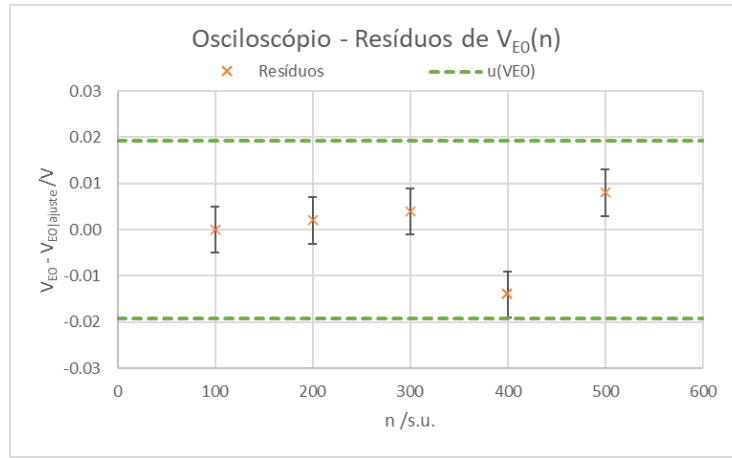


Figura 33: Representação gráfica dos resíduos de V_{E0} em função de n para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Para os dados recolhidos com o voltímetro (figura 31), parece haver um ponto duvidoso para $n = 400$. No entanto, devido à escassez de pontos e já que o ajuste tem um valor elevado de r^2 e incertezas baixas, optou-se por utilizar este ajuste ao invés de fazer um novo sem este ponto.

Realizaram-se também os ajustes de $\log(V_{E0})[\log(n)]$, representados graficamente nas figuras 34 e 36 e cujos parâmetros de ajuste se encontram nas tabelas 11 e 12. Os seus resíduos encontram-se ainda nas figuras 35 e 37.

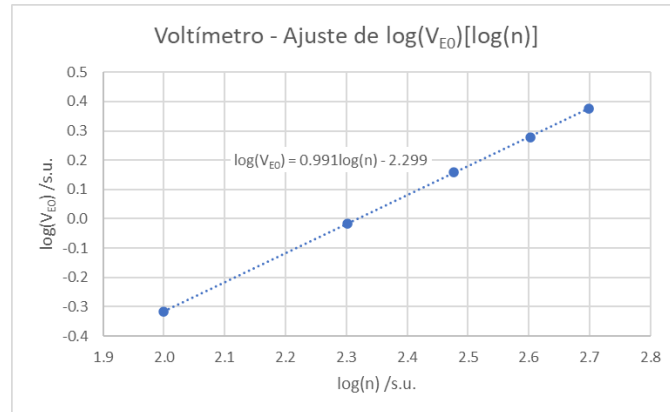


Figura 34: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E0})[\log(n)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E0})[\log(n)]$			
m	0.991	-2.299	b
s_m	0.003	0.007	s_b
r^2	0.99997	0.002	s_y

Tabela 11: Matriz do ajuste dos valores de $\log(V_{E0})[\log(n)]$ recolhidos com o voltímetro.

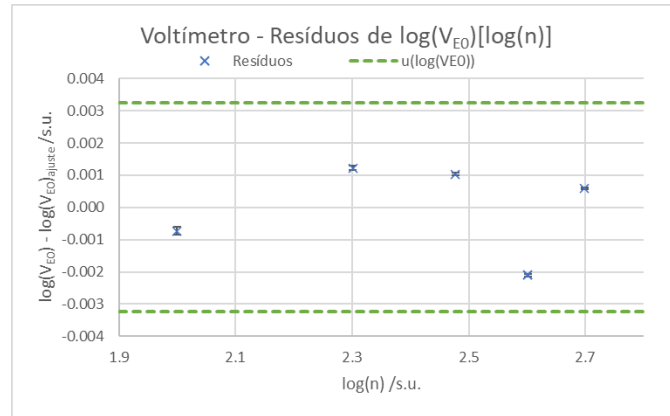


Figura 35: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E_0})$ em função de $\log(n)$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

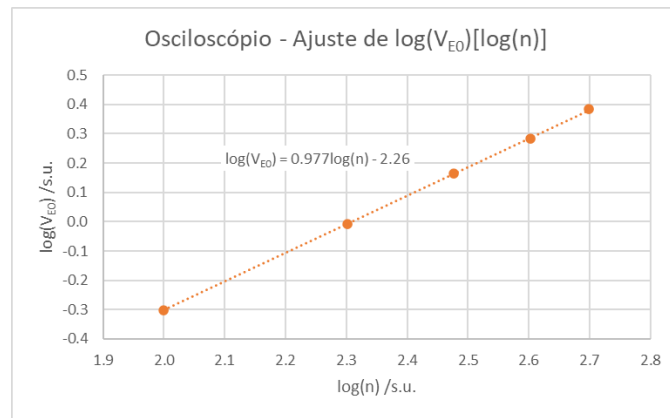


Figura 36: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(n)]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $\log(V_{E_0})[\log(n)]$			
m	0.977	-2.26	b
s_m	0.005	0.01	s_b
r^2	0.99994	0.003	s_y

Tabela 12: Matriz do ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(n)]$ recolhidos com o osciloscópio.

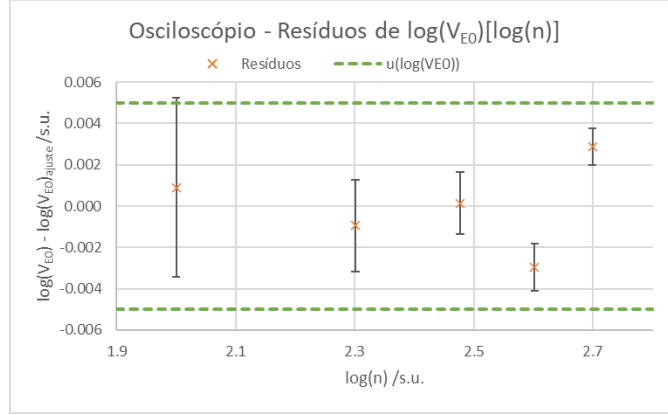


Figura 37: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(n)$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Mais uma vez, vemos um possível ponto duvidoso na figura 35, que não foi excluído pelas razões anteriormente referidas.

Analisando estes ajustes, podemos considerar que foi verificada a relação linear entre V_{E0} e n , já que, mais uma vez se obtiveram declives próximos de 1, com erros de 0.9% e 2%, para o voltímetro e o osciloscópio, respetivamente.

Podemos calcular o valor de μ_0 com os parâmetros das tabelas 9 e 10, utilizando a seguinte equação, obtida a partir da equação 12:

$$m = \mu_0 \frac{NS\omega i_0 \cos(\theta)}{L} \Leftrightarrow \mu_0 = \frac{mL}{NS\omega i_0 \cos(\theta)} \quad (16)$$

Ficamos, portanto, com:

- **Voltímetro:** $\mu_0 = 1.189 \times 10^{-6} \text{ H/m} \pm 0.5\%$, $Er\%(\mu_0) = 5.39\%$
- **Osciloscópio:** $\mu_0 = 1.198 \times 10^{-6} \text{ H/m} \pm 0.7\%$, $Er\%(\mu_0) = 4.63\%$

2.2.4 Variação da área da secção reta da bobina de prova (S)

Para a variar S , foram utilizadas 3 bobinas de prova (1, 2, 3) com igual numero de espiras, $n = 300$, e diferentes diâmetros, D . A área de secção reta foi calculada a partir do diâmetro, usando a equação $S = \pi \times (D/2)^2$. Mais uma vez, o ângulo entre os eixos das bobinas de prova e do solenóide foi $\theta = 0 \text{ rads}$.

A frequência manteve-se em $f = (1001 \pm 1) \text{ Hz}$, ou seja, $\omega = (6289 \pm 6) \text{ Hz}$, e a corrente foi calculada a partir da média dos valores de i_{rms} registados ao longo da experiência, obtendo-se $i_0 = (312.9 \pm 0.3) \text{ mA}$.

Mais uma vez, realizaram-se ajustes de $V_{E0}(S)$ para os valores recolhidos com o voltímetro e com o osciloscópio, que se encontram representados graficamente nas figuras 38 e 40. Os seus parâmetros de ajuste estão apresentados nas tabelas 13 e 14 e os respetivos resíduos nas figuras 39 e 41.

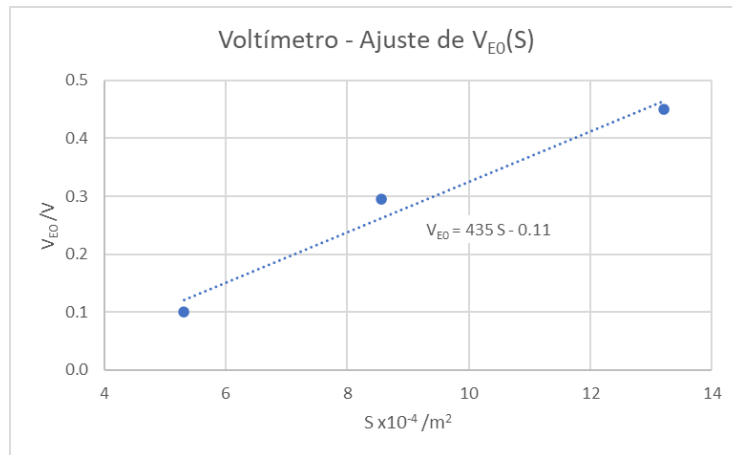


Figura 38: Representação gráfica dos valores de $V_{E0}(S)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E0}(S)$			
m	435	-0.11	b
s_m	75	0.07	s_b
r^2	0.97	0.04	s_y

Tabela 13: Matriz do ajuste dos valores de $V_{E0}(S)$ recolhidos com o voltímetro.

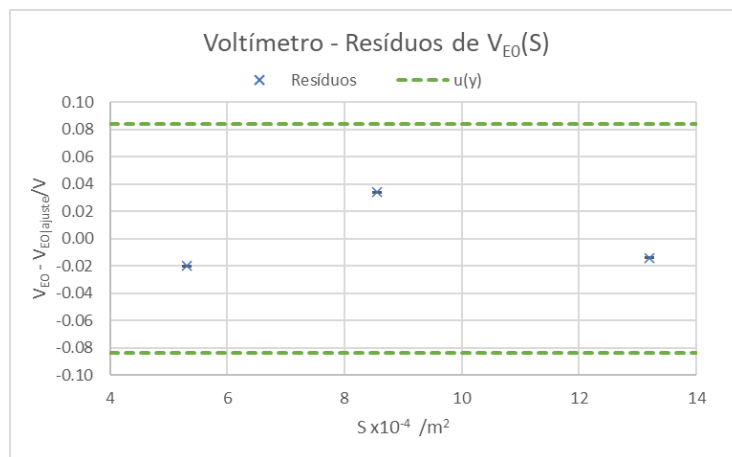


Figura 39: Representação gráfica dos resíduos de V_{E0} em função de S para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

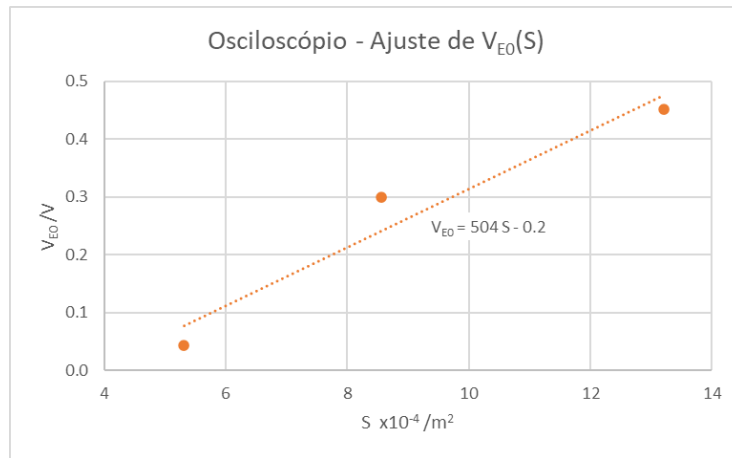


Figura 40: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(S)$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $V_{E_0}(S)$			
m	504	-0.2	b
s_m	128	0.1	s_b
r^2	0.94	0.07	s_y

Tabela 14: Matriz do ajuste dos valores de $V_{E_0}(S)$ recolhidos com o osciloscópio.

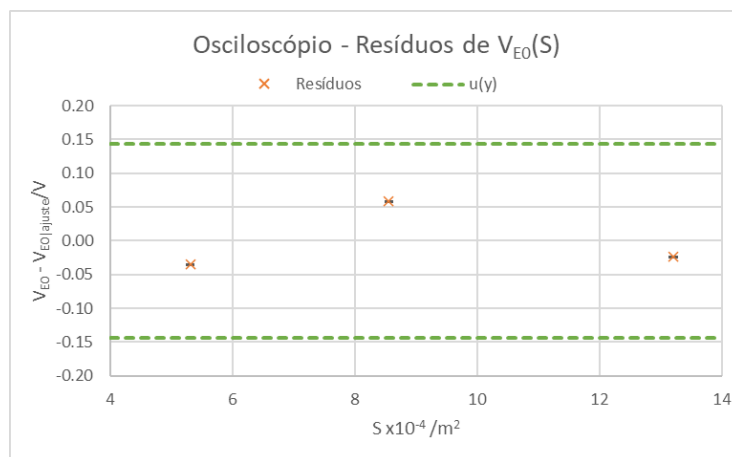


Figura 41: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de S para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Neste caso, as incertezas relativas aos parâmetros os ajustes são bastante elevadas, comparando com os ajustes nas outras secções. No entanto, não é possível melhorar este ajuste, já que é realizado com apenas 3 pontos e, portanto, não podemos remover nenhum deles. A única forma de obter um ajuste melhor seria a recolha de mais dados, para outras bobinas de prova, o que não foi

possível por não estarem disponíveis mais bobinas com o mesmo número de espiras.

Realizando ainda os ajustes de $\log(V_{E0})[\log(S)]$, (figuras 42 e 44) foram obtidas as matrizes de ajuste das tabelas 15 e 16 e os resíduos representados graficamente nas figuras 43 e 45.

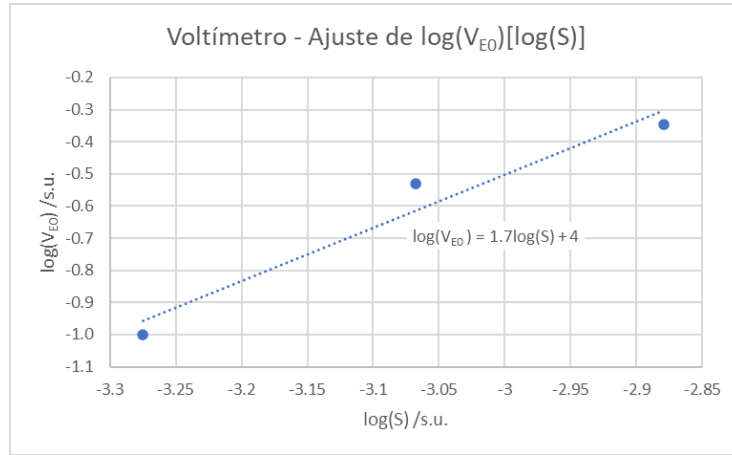


Figura 42: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E0})[\log(S)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E0})[\log(S)]$			
m	1.7	4	b
s_m	0.4	1	s_b
r^2	0.95	0.1	s_y

Tabela 15: Matriz do ajuste dos valores de $\log(V_{E0})[\log(S)]$ recolhidos com o voltímetro.

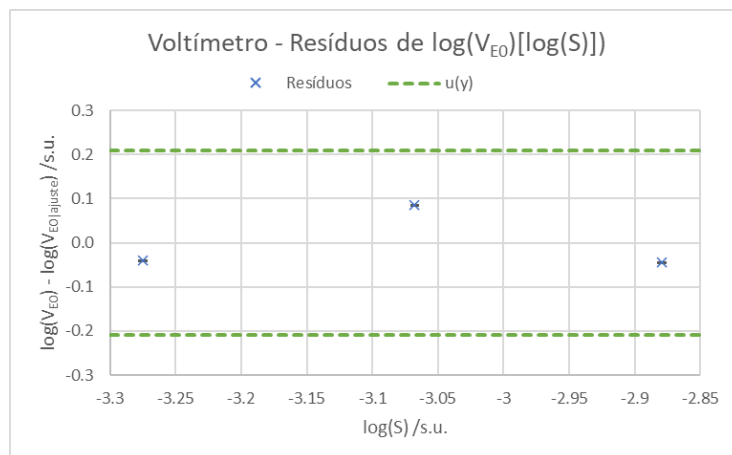


Figura 43: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(S)$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

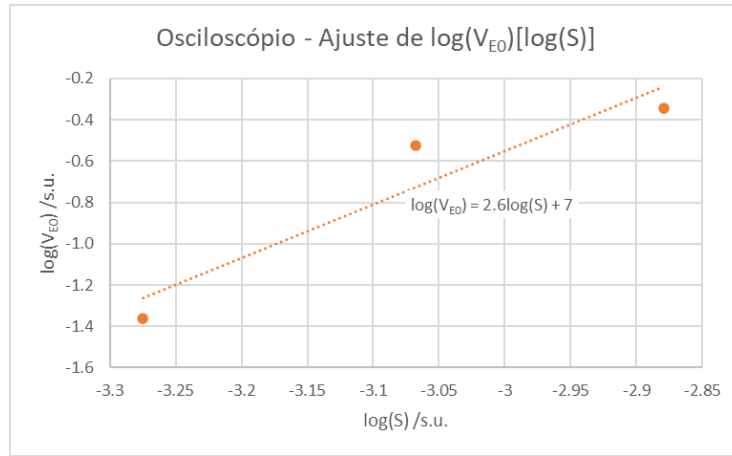


Figura 44: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(S)]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $\log(V_{E_0})[\log(S)]$			
m	2.6	7	b
s_m	0.9	3	s_b
r^2	0.89	0.2	s_y

Tabela 16: Matriz do ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(S)]$ recolhidos com o osciloscópio.

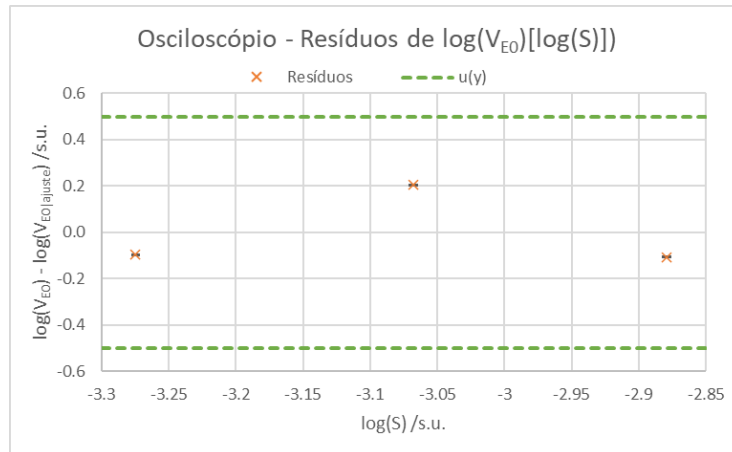


Figura 45: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E_0})$ em função de $\log(S)$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Analisando os ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(S)]$, chegamos mais uma vez à conclusão de que temos poucos pontos para realizar bons ajustes. Já que o declive esperado seria 1 e temos erros por excesso de 65.8% e 159% para os dados recolhidos com o voltímetro e o osciloscópio, respetivamente, poderão ter sido

realizadas medições por excesso dos valores de V_{E_0} . No entanto, como os pontos apresentam tendências semelhantes para ambos os conjuntos de dados e as medições deste ensaio foram realizadas com os mesmos instrumentos de medição que as dos ensaios anteriores, é mais provável que estejam errados (por defeito) os valores tabelados para os diâmetros das bobinas de prova 2 e 3 (já que foram obtidos bons resultados utilizando a bobina 1 em ensaios anteriores).

Para além de se ter já concluído que os ajustes realizados não são bons, devido à impossibilidade de os melhorar, para estes conjuntos de dados, iremos utilizar os parâmetros das tabelas 13 e 14 para calcular os valores de μ_0 , utilizando a equação abaixo (obtida a partir da equação 12).

$$m = \mu_0 \frac{Nn\omega i_0 \cos(\theta)}{L} \Leftrightarrow \mu_0 = \frac{mL}{Nn\omega i_0 \cos(\theta)} \quad (17)$$

Obtemos, portanto:

- **Voltímetro:** $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-6} \text{ H/m} \pm 17\%$, $Er\%(\mu_0) = 21.81\%$
- **Osciloscópio:** $\mu_0 = 1.8 \times 10^{-6} \text{ H/m} \pm 25\%$, $Er\%(\mu_0) = 41.19\%$

2.2.5 Variação do ângulo entre os eixos da bobina de prova e do solenóide (θ)

Para a execução desta parte da experiência, foi utilizada a bobina 6 com área de secção reta $S = 5.309 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ e número de espiras $n = 100$.

Utilizou-se uma frequência $f = (1000 \pm 1) \text{ Hz}$, ou seja, $\omega = (6283 \pm 6) \text{ Hz}$ e para a corrente foi considerada, mais uma vez, a média dos valores registados ao longo da experiência, obtendo-se, portanto, $i_0 = (507 \pm 1) \text{ mA}$.

Neste caso, foram realizados, para os valores recolhidos com o voltímetro e o osciloscópio, ajustes de $V_{E_0}(\cos(\theta))$, já que V_{E_0} tem uma relação linear com $\cos(\theta)$ e não com θ . Estes ajustes estão representados graficamente nas figuras 46 e 48, os seus parâmetros de ajuste nas tabelas 17 e 18 e os respetivos resíduos nas figuras 47 e 49.

Vale a pena referir que, para os primeiros 3 ângulos medidos, o valor de $\sin(\theta)$ é muito pequeno e, portanto, não faz sentido calcular a incerteza de $\cos(\theta)$ a partir da propagação de incertezas. Assim sendo, como que $\sin(\theta) \approx \theta$, para estes valores, foi considerada $u(\cos(\theta)) = u(\theta)$.

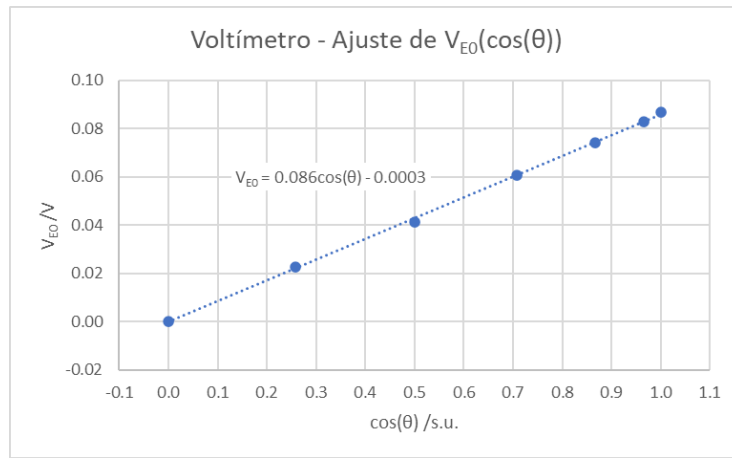


Figura 46: Representação gráfica dos valores de $V_{E0}(\cos(\theta))$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E0}(\cos(\theta))$			
m	0.086	-0.0003	b
s_m	0.001	0.0007	s_b
r^2	0.9994	0.0009	s_y

Tabela 17: Matriz do ajuste dos valores de $V_{E0}(\cos(\theta))$ recolhidos com o voltímetro.

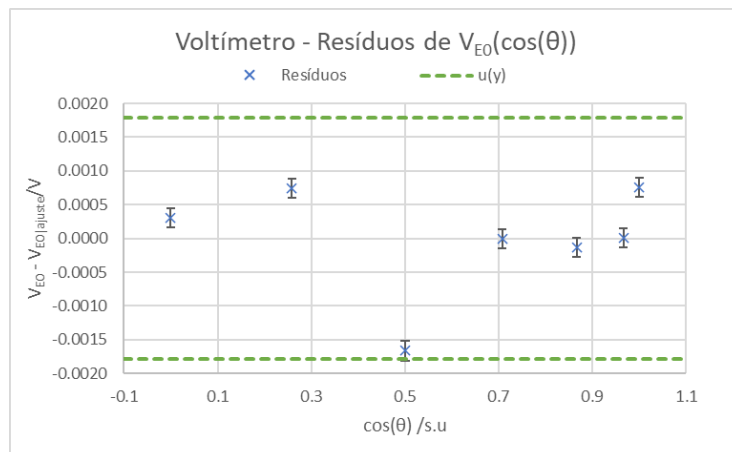


Figura 47: Representação gráfica dos resíduos de V_{E0} em função de $\cos(\theta)$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

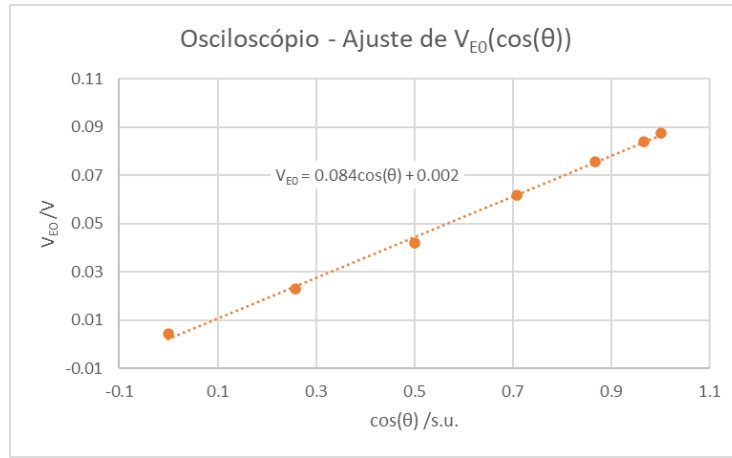


Figura 48: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(\cos(\theta))$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $V_{E_0}(\cos(\theta))$			
m	0.084	0.002	b
s_m	0.002	0.001	s_b
r^2	0.998	0.002	s_y

Tabela 18: Matriz do ajuste dos valores de $V_{E_0}(\cos(\theta))$ recolhidos com o osciloscópio.

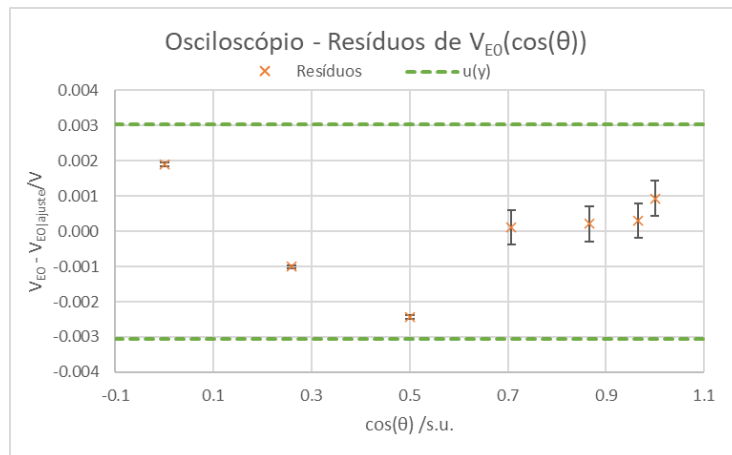


Figura 49: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de $\cos(\theta)$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Observando a figura 47, parece haver um ponto duvidoso, que se encontra ligeiramente desviado dos restantes. No entanto, como temos um número reduzido de pontos e este parece ser um bom ajuste, com resíduos aleatórios e incertezas baixas para os parâmetros de ajuste, optou-se por mantê-lo. Quanto

aos dados recolhidos pelo osciloscópio, os resíduos na figura 49 parecem apresentar tendência, mas não é possível tirar grandes conclusões, devido, mais uma vez, ao número reduzido de pontos, pelo que se manteve este ajuste.

Nas figuras 50 e 52 estão representados os ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(\theta)]$ para os dados recolhidos com o voltímetro e o osciloscópio, respetivamente. Os parâmetros destes ajustes apresentam-se nas tabelas 19 e 20 e os seus resíduos estão representados graficamente nos gráficos 51 e 53. Como temos $\cos(\pi/2) = 0$, não é possível calcular o logaritmo deste valor, pelo que o último ponto dos 2 conjuntos de dados foi excluído para estes ajustes.

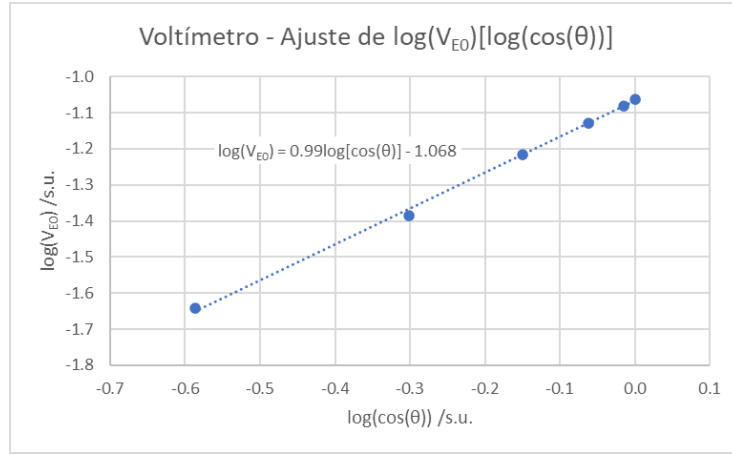


Figura 50: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$			
m	0.99	-1.068	b
s_m	0.02	0.006	s_b
r^2	0.998	0.01	s_y

Tabela 19: Matriz do ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$ recolhidos com o voltímetro.

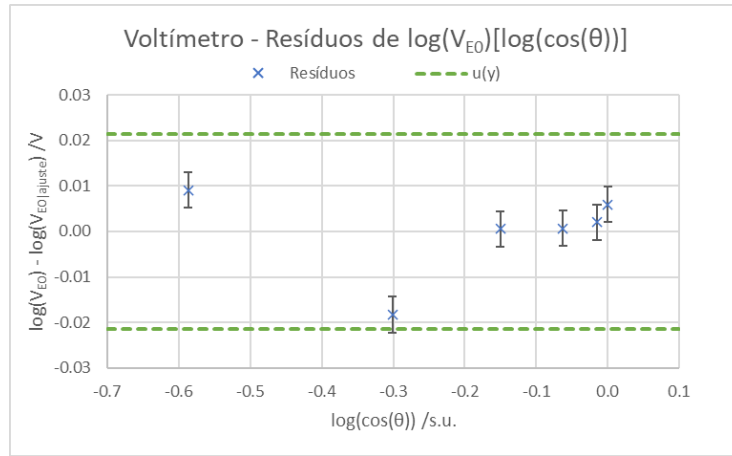


Figura 51: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E_0})$ em função de $\log(\cos(\theta))$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o voltímetro.

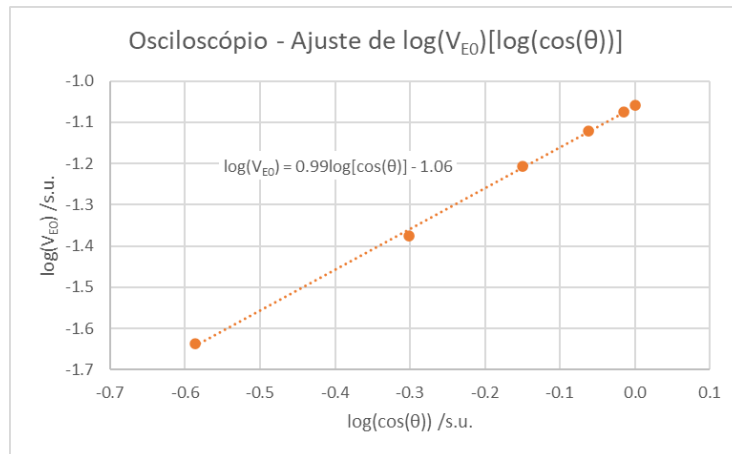


Figura 52: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$			
m	0.99	-1.06	b
s_m	0.02	0.01	s_b
r^2	0.9986	0.01	s_y

Tabela 20: Matriz do ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$ recolhidos com o osciloscópio.

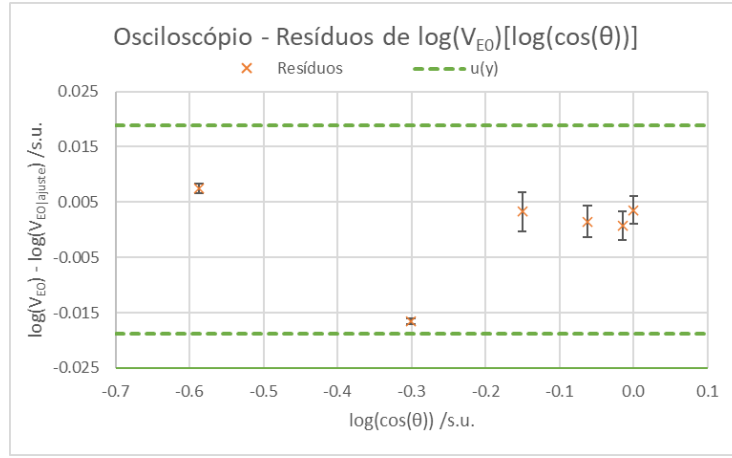


Figura 53: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E_0})$ em função de $\log(\cos(\theta))$ para o ajuste realizado com os valores recolhidos com o osciloscópio.

Em ambos os gráficos de resíduos dos ajustes de $\log(V_{E_0})[\log(\cos(\theta))]$, o segundo ponto apresentado parece estar desviado em relação aos restantes, mas, pelas razões já referidas anteriormente, optou-se por manter estes ajustes. Para além disso, sendo 1 o valor esperado para os declives, temos erros de 0.5% e 0.8% para os valores recolhidos para o voltímetro e para o osciloscópio, respetivamente, pelo que podemos considerar que se verifica a relação linear entre V_{E_0} e $\cos(\theta)$.

Para este caso, temos, a partir da equação 12:

$$m = \mu_0 \frac{NnS\omega i_0}{L} \Leftrightarrow \mu_0 = \frac{mL}{NnS\omega i_0} \quad (18)$$

Utilizando os valores das tabelas 17 e 18, ficamos com:

- **Voltímetro:** $\mu_0 = 1.06 \times 10^{-6} H/m \pm 1\%$, $Er\%(\mu_0) = 15.72\%$
- **Osciloscópio** $\mu_0 = 1.03 \times 10^{-6} H/m \pm 2\%$, $Er\%(\mu_0) = 17.64\%$

3 Discussão de resultados

Na tabela 21, encontram-se sumariados todos os resultados obtidos, que estão representados graficamente na figura 54.

Ensaio	Variável	Voltímetro				Osciloscópio			
		$\mu_0 \times 10^{-6} / Hm^{-1}$	$u(\mu_0) \times 10^{-6} / Hm^{-1}$	$u\%(\mu_0)$	$Er\%(\mu_0)$	$\mu_0 \times 10^{-6} / Hm^{-1}$	$u(\mu_0) \times 10^{-6} / Hm^{-1}$	$u\%(\mu_0)$	$Er\%(\mu_0)$
1	ω	1.197	9E-03	0.7	4.72	1.22	1E-02	0.8	3.07
2	i_0	1.202	3E-03	0.3	4.31	1.194	4E-03	0.3	4.98
3	n	1.189	6E-03	0.5	5.39	1.198	8E-03	0.7	4.63
4	S	1.5	3E-01	17	21.81	1.8	5E-01	25	41.19
5	θ	1.06	1E-02	1	15.72	1.03	2E-02	2	17.64

Tabela 21: Resultados finais obtidos para cada ensaio.

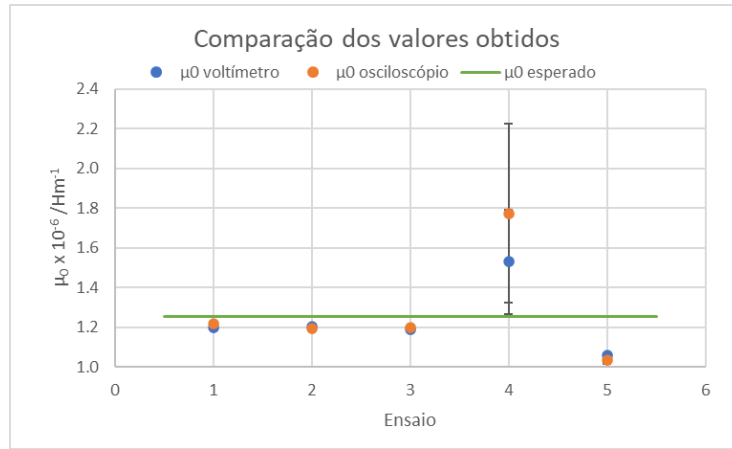


Figura 54: Representação gráfica dos resultados obtidos para cada ensaio e do valor esperado.

Podemos ver claramente que as incertezas para os valores obtidos com os dados do voltímetro são menores, o que se deverá ao facto de os valores obtidos com o voltímetro terem maior número de algarismos significativos e, consequentemente, menores incertezas.

Os erros obtidos estarão relacionados, por exemplo, com pequenas variações que possam ter ocorrido para parâmetros que deveriam manter-se constantes. Os mais elevados, obtidos para os últimos dois ensaios, poderão dever-se à reduzida quantidade de dados ou, para o caso da variação de S , a erros nos valores tabelados.

O valor com menor incerteza para μ_0 foi obtido para o ensaio em que se variou o valor de i_0 , já que a corrente é o valor mais difícil de manter constante nos restantes ensaios. Assim, o nosso valor final de μ_0 será o valor obtido neste ensaio, com os dados do voltímetro.

4 Conclusão

- Foi possível observar a ocorrência de indução magnética.
- Verificou-se a relação linear de V_{E_0} com ω , i_0 , n e $\cos(\theta)$. Não foi possível verificar essa relação com S devido ao reduzido número de valores recolhidos.
- O ensaio em que se obteve um valor para μ_0 com menor incerteza foi aquele em que variámos os valores de i_0 .
- O valor final obtido para a constante de permeabilidade magnética do vazio foi $\mu_0 = 1.202 \times 10^{-6} \text{ H/m} \pm 0.3\%$, com um erro de 4.31%.

Referências

- [1] David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Pearson. ISBN: 978-0-321-85656-2.
- [2] responsáveis pela unidade curricular FIS2025. “T3B) Estudo da indução magnética”. Em: (2023).

Cálculo de incertezas

$$u(\log(a)) = \frac{1}{\ln(10)a} u(a)$$

$$u(i_0) = \sqrt{2} u(i_{rms})$$

$$\text{Voltímetro: } u(VE_0) = \sqrt{2} u(V_{rms})$$

$$\text{Osciloscópio: } u(V_{E_0}) = \frac{u(V_{pp})}{2}$$

Variação de ω

$$u(\mu_0) = \sqrt{\left(\frac{Lu(m)}{NnSi_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(N)}{N^2nSi_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(i_0)}{NnSi_0^2 \cos(\theta)}\right)^2}$$

Variação de i_0

$$u(\mu_0) = \sqrt{\left(\frac{Lu(m)}{NnS\omega \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(N)}{N^2nS\omega \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(\omega)}{NnS\omega^2 \cos(\theta)}\right)^2}$$

Variação de n

$$u(\mu_0) = \sqrt{\left(\frac{Lu(m)}{NS\omega i_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(N)}{N^2S\omega i_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(\omega)}{NS\omega^2 i_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(i_0)}{NS\omega i_0^2 \cos(\theta)}\right)^2}$$

Variação de S

$$u(\mu_0) = \sqrt{\left(\frac{Lu(m)}{Nn\omega i_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(N)}{N^2n\omega i_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(\omega)}{Nn\omega^2 i_0 \cos(\theta)}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(i_0)}{Nn\omega i_0^2 \cos(\theta)}\right)^2}$$

Variação de θ

$$u(\mu_0) = \sqrt{\left(\frac{Lu(m)}{NnS\omega i_0}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(N)}{N^2nS\omega i_0}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(\omega)}{NnS\omega^2 i_0}\right)^2 + \left(-\frac{Lmu(i_0)}{NnS\omega i_0^2}\right)^2}$$

Anexo

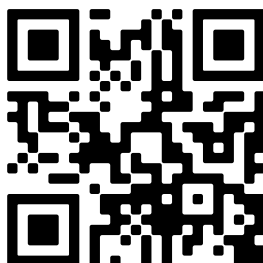


Figura 55: Código QR com acesso aos dados recolhidos e analisados.

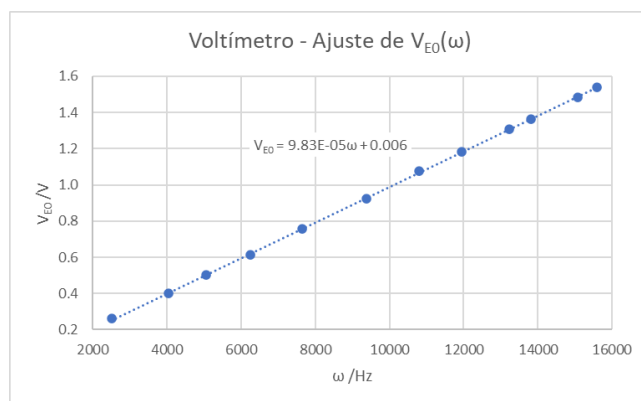


Figura 56: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E_0}(\omega)$			
m	9.83E-05	0.006	b
s_m	3E-07	0.004	s_b
r^2	0.99988	0.005	s_y

Tabela 22: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o voltímetro.

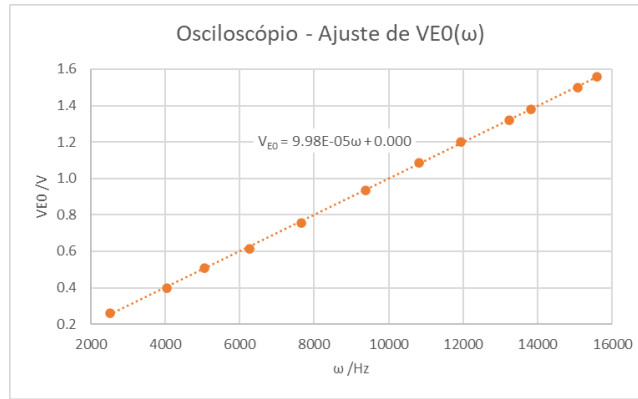


Figura 57: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $V_{E_0}(\omega)$			
m	9.98E-05	0.000	b
s_m	5E-07	0.005	s_b
r^2	0.9998	0.007	s_y

Tabela 23: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(\omega)$ recolhidos com o osciloscópio.

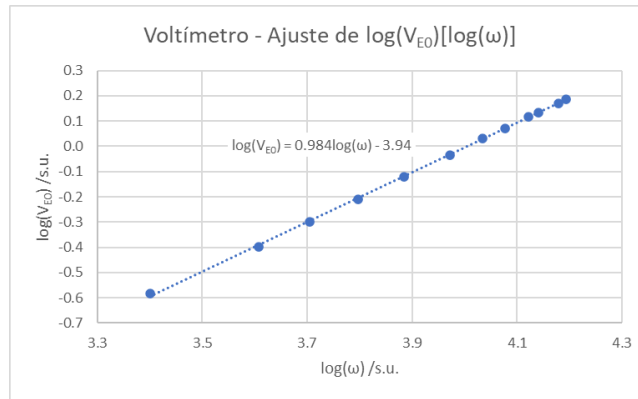


Figura 58: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$			
m	0.984	-3.94	b
s_m	0.006	0.02	s_b
r^2	0.9996	0.005	s_y

Tabela 24: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o voltímetro.

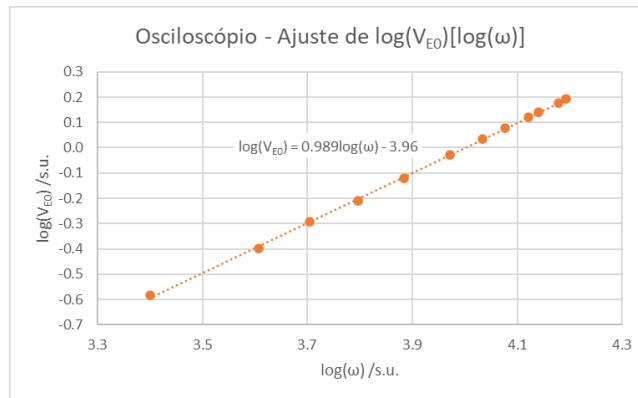


Figura 59: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$			
m	0.989	-3.96	b
s_m	0.008	0.03	s_b
r^2	0.9994	0.006	s_y

Tabela 25: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(\omega)]$ recolhidos com o osciloscópio.

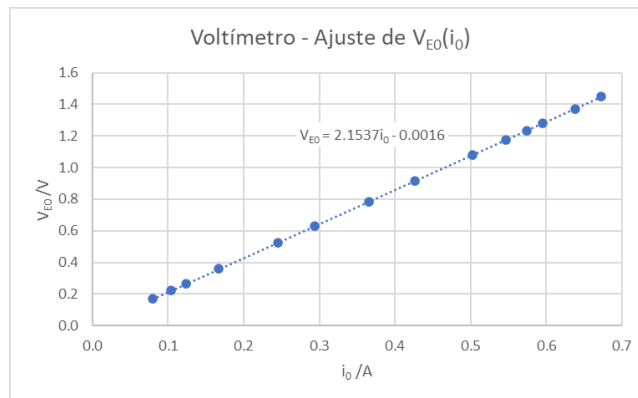


Figura 60: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E_0}(i_0)$			
m	2.1537	-0.0016	b
s_m	0.0008	0.0004	s_b
r^2	0.999998	0.0006	s_y

Tabela 26: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o voltímetro.

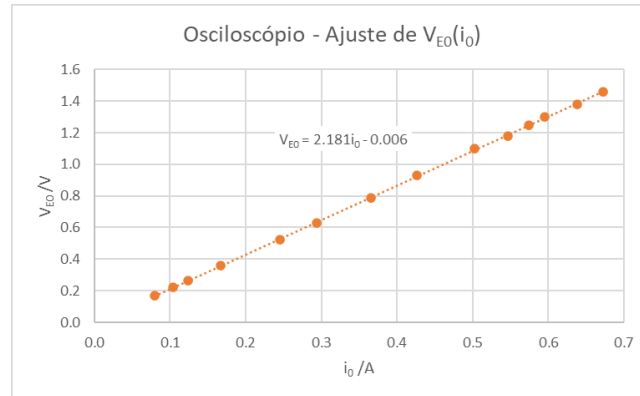


Figura 61: Representação gráfica dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $V_{E_0}(i_0)$			
m	2.181	-0.006	b
s_m	0.007	0.003	s_b
r^2	0.99986	0.006	s_y

Tabela 27: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o osciloscópio.

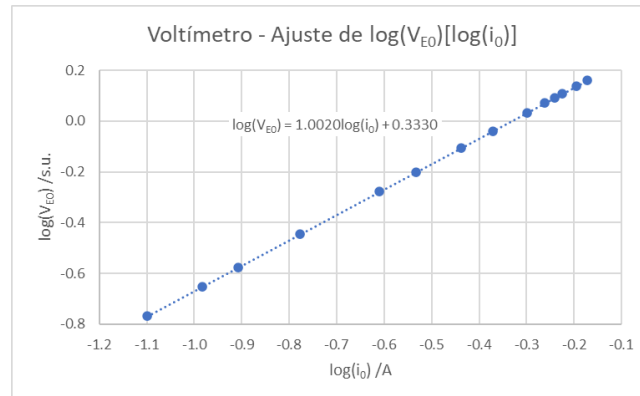


Figura 62: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$			
m	1.0020	0.3330	b
s_m	0.0003	0.0002	s_b
r^2	0.9999992	0.0003	s_y

Tabela 28: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o voltímetro.

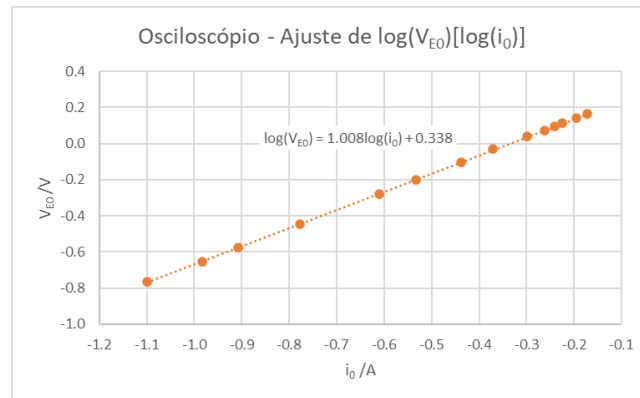


Figura 63: Representação gráfica dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o osciloscópio e respetivo ajuste.

Osciloscópio - $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$			
m	1.008	0.338	b
s_m	0.002	0.001	s_b
r^2	0.99993	0.003	s_y

Tabela 29: Matriz do 1.º ajuste dos valores de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o osciloscópio.

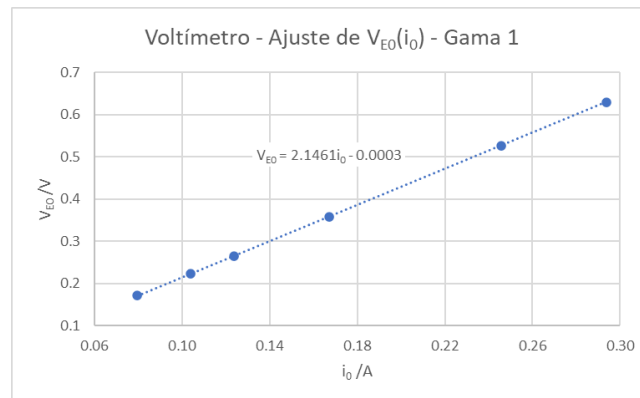


Figura 64: Representação gráfica da gama 1 dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $V_{E_0}(i_0)$			
m	2.1461	-0.0003	b
s_m	0.0008	0.0002	s_b
r^2	0.9999994	0.0002	s_y

Tabela 30: Matriz do ajuste da gama 1 dos valores de $V_{E_0}(i_0)$ recolhidos com o voltímetro.

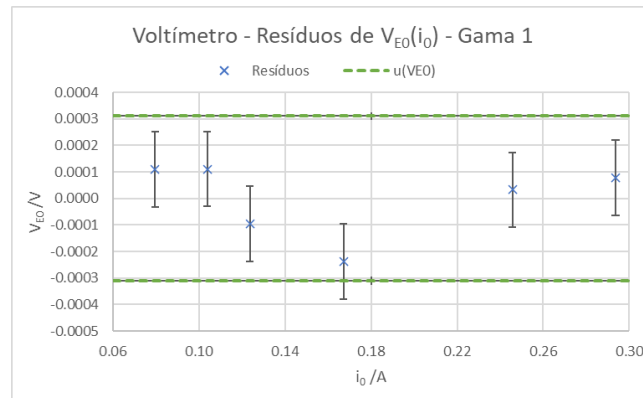


Figura 65: Representação gráfica dos resíduos de V_{E_0} em função de i_0 para o ajuste realizado com a gama 1 dos valores recolhidos com o voltímetro.

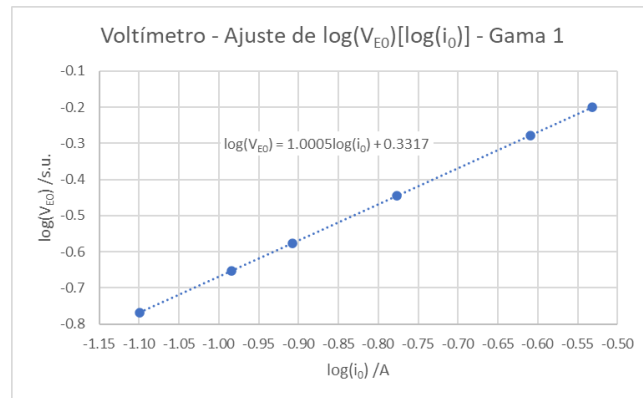


Figura 66: Representação gráfica dos valores da gama 1 de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o voltímetro e respetivo ajuste.

Voltímetro - $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$			
m	1.0005	0.3317	b
i_m	0.0004	0.0003	s_b
r^2	0.9999994	0.0002	s_y

Tabela 31: Matriz do ajuste dos valores da gama 1 de $\log(V_{E_0})[\log(i_0)]$ recolhidos com o voltímetro.

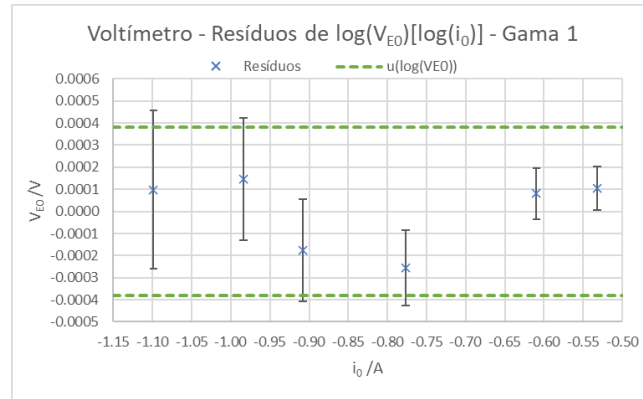


Figura 67: Representação gráfica dos resíduos de $\log(V_{E0})$ em função de $\log(i_0)$ para o ajuste realizado com a gama 1 dos valores recolhidos com o voltímetro.