

T4B - Barra encastreada e Pêndulo de torsão

M^o Beatriz Pacheco da Carvalho, up202106228, PL5 G4B

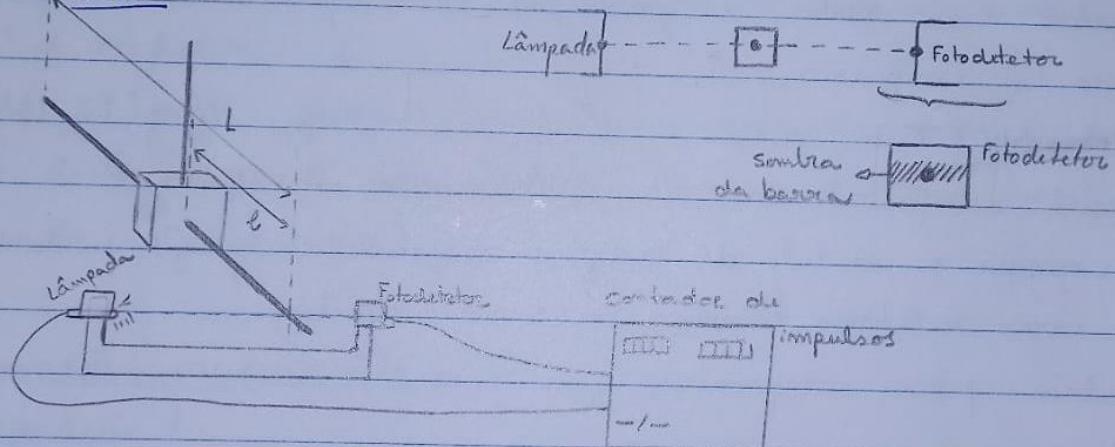
17

Objetivos

- Determinar o módulo de Young do material de uma barra através do método de vibrações da barra encastreada;
- Calcular os momentos de inércia das peças suspensas no pêndulo de torsão;
- Determinar o módulo de rigidez do material do fio de suspensão

Montagem experimental

→ Parte 1

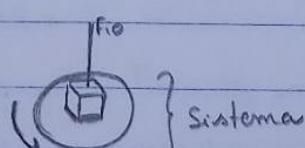
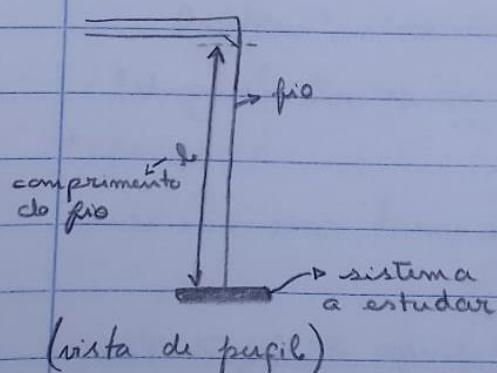


$L \rightarrow$ comprimento total da barra

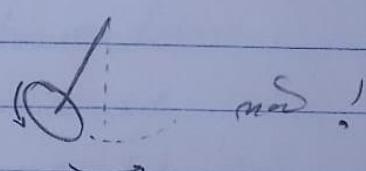
$l \rightarrow$ comprimento da barra em vibração

$L \rightarrow$ m^o!

→ Parte 2



rotação apenas angular

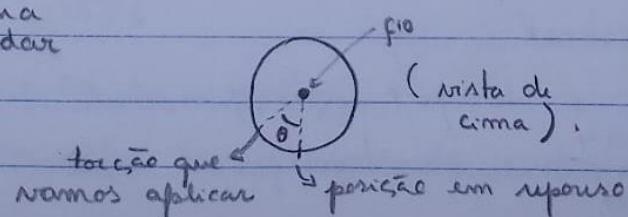


rotação angular

e transversal

não pode

acontecer!



torsão que
nós podemos aplicar

fio

(visão da
cima).

posição em repouso

Procedimento

→ Parte 1

1. Montar o esquema respetivo, indicado anteriormente.
2. Escolher a barra que se vai estudar
3. Medir as características desta: diâmetro, massa, comprimento (respectivamente: D , m , L)
4. Ligar o sistema fotogate e premir o botão "Reset"
5. Escolher o número de impulsos ~~unidades~~ ($i = \frac{51}{100}, 101 \pm 151$) cujo tempo vamos medir
6. Fazer a barra oscilar verticalmente, evitando ao máximo que haja oscilações transversais
7. Escolher a gama experimental a ser usada, através da equação 1
8. Registar numa tabela as grandezas de comprimento, l , Tempo, t , e número de impulsos, i
9. Representar T em função de l^2 pq $\log_{10} T$ ($\log_{10} l$)?
não só para assegurar uma boa distribuição dos dados \Rightarrow
10. Determinar o módulo de Young e respetiva incerteza juntamente com os erros relativos do módulo e da incerteza
 $\textcircled{*}$ mas também para comprovar que $T \propto l^2$.

→ Parte 2

1. Medir o comprimento do fio, l , e o seu diâmetro d
2. Medir diâmetro, D , e massa, m , de todos os objetos a utilizar
3. Suspender sucessivamente:
 - 3.1. Disco e prisma, com o eixo maior na vertical
 - 3.2. Disco e prisma, com o eixo maior na horizontal
 - 3.3. Disco e coroa cilíndrica
 - 3.4. Disco, a coroa cilíndrica e prisma com o eixo maior na vertical
4. Determinar o tempo, t , correspondente a 10 oscilações completas para $\textcircled{3.1 \text{ a } 3.4}$ para valores iniciais da

amplitude, θ_{\max} , de 90° , 180° e 270°

5. Calcular o momento de inércia, I , do corpo usado

6. Calcular o módulo de rigidez, μ , através da análise gráfica de $I(T)$ pela equação 2.

Cuidados a ter!

⇒ o movimento oscilatório tem de ser apenas de torção.

Para isso, não podemos lançar o pêndulo, mas sim largá-lo.

Notas:

Na 1^a parte, devemos escolher os valores $i = \underline{51}$, 101 e $\underline{151}$ para o n^o de impulsos a utilizar-se em cada ensaio. A contagem de tempo ~~começa~~ começa na 1^a interrupção do feixe e acaba quando o n^o de impulsos = i

Na 2^a parte, devemos medir em diferentes pontos do fio o diâmetro deste, fazendo uma média depois, \bar{d} , que será o valor usado no estudo.

Equações importantes:

• equação 1:

$$\bar{T}^2 = 5,029 \frac{\pi^2 \rho}{Y D^2} l^4$$

sendo : \bar{T} → valor médio do período de oscilação para um dado l
~~valor~~ D → diâmetro da barra

ρ → densidade do material que constitui a barra

Y → módulo de Young

• equação 2:

$$I = \frac{D^4 \mu}{128 \pi l} T^2$$

sendo : μ → módulo de rigidez

I → momento de inércia do corpo em estudo

$\bar{T} \rightarrow$ valor médio de período de oscilação

$l \rightarrow$ comprimento do fio

$D \rightarrow$ diâmetro do fio

• Momentos de inércia:

$$\text{eq. 3. } I_d = \frac{\pi D^2}{8} \text{ (disco)}$$

$$\text{eq. 4. } I_{cc} = \frac{\pi}{8} (D_1^2 + D_2^2) \text{ (coroa cilíndrica)}$$

$$\text{eq. 5. } I_{P_{\text{menor}}} = \frac{\pi b^2}{12} \text{ (Prisma triângular relativamente ao eixo menor } b)$$

$$\text{eq. 6. } I_{P_{\text{menor}}} = \frac{\pi (2h^2 + b^2)}{24} \text{ (Prisma triângular relativamente ao eixo menor } b)$$

Dados recolhidos - 1^a Parte

D (mm)	u (D)	D_média (mm)	u (D_m)
1,97			
1,97			
1,99			
1,98			
1,975			
1,97	0,005	1,976	0,002
1,97			
1,975			
1,99			
1,97			

MST
não é
MB

Tabela 1 - Diâmetro da barra utilizada

São realizadas várias medições do diâmetro da barra ao longo dista para obtermos um valor mais aproximado da realidade.

outros parâmetros	u ()
m(g)	21,6
L(cm)	89,7
p(g/cm³)	7,85
p(kg/m³)	7852

Tabela 2 - Outros parâmetros importantes

As incertezas são calculadas maioritariamente pela propa gação destas.

Em específico, para $u(\rho)$:

$$\rho = \frac{m}{\pi (D_2)^2 \cdot L}$$

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} u(m) \right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial D} u(D) \right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial L} u(L) \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4u(m)}{\pi DL} \right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 4u(D)}{\pi D^3 \cdot L} \right)^2 + \left(\frac{4u(L)}{\pi D^2 L^2} \right)^2} \approx 40 \text{ kg m}^{-3}$$

$I (\pm 0,05 \text{ cm})$	i	$t (\pm 0,01 \text{ s})$	$T_{loop} (\text{s})$	$u(T_{loop})$	$T (\pm 0,00016 \text{ s})$	$I^2 (\text{m}^2)$	$u(I^2)$	$\log_{10}(T)$	$u(\log_{10}(T))$	$\log_{10}(I)$	$u(\log_{10}(I))$
43,95	51	3,48	0,1392	0,0004	0,13913	0,1932	0,0004	-0,8566	0,0005	1,64296	0,00005
	101	6,95	0,1390	0,0002							
	151	10,44	0,1392	0,0001							
55,30	51	5,46	0,2184	0,0004	0,21844	0,3058	0,0006	-0,6607	0,0003	1,74273	0,00004
	101	10,92	0,2184	0,0002							
	151	16,39	0,2185	0,0001							
40,20	51	2,89	0,1156	0,0004	0,11549	0,1616	0,0004	-0,9375	0,0006	1,60423	0,00005
	101	5,77	0,1154	0,0001							
	151	8,66	0,1155	0,0001							
31,80	51	1,81	0,0724	0,0004	0,07240	0,1011	0,0003	-1,1403	0,0009	1,50243	0,00007
	101	3,62	0,0724	0,0001							
	151	5,43	0,0724	0,0001							
22,80	51	0,96	0,0384	0,0004	0,03809	0,0520	0,0002	-1,4192	0,0018	1,35793	0,00010
	101	1,90	0,0380	0,0001							
	151	2,84	0,0379	0,0001							
49,00	51	4,29	0,1716	0,0004	0,17160	0,2401	0,0005	-0,7655	0,0004	1,69020	0,00004
	101	8,58	0,1716	0,0001							
	151	12,87	0,1716	0,0001							
59,70	51	6,36	0,2544	0,0004	0,25451	0,3564	0,0006	-0,5943	0,0003	1,77597	0,00004
	101	12,73	0,2546	0,0001							
	151	19,09	0,2545	0,0001							
37,30	51	2,51	0,1004	0,0004	0,10047	0,1391	0,0004	-0,9980	0,0007	1,57171	0,00006
	101	5,03	0,1006	0,0001							
	151	7,53	0,1004	0,0001							
28,00	51	1,50	0,0600	0,0004	0,07613	0,0784	0,0003	-1,1184	0,0009	1,44716	0,00008
	101	3,94	0,0788	0,0001							
	151	6,72	0,0896	0,0001							

Tabela 3 - Dados da vibração da barra

$i \rightarrow$ impulsos lidos pelo cronómetro

Obteve-se T pela expressão: $\frac{2t}{i-1}$

\rightarrow as gamas experimentais em estudo são:

- $I^2 \in [0,05 ; 0,36] \text{ m}^2$
- $T \in [0,038 ; 0,2545] \text{ s}$
- $\log_{10} I \in [1,35 ; 1,80]$
- $\log_{10} T \in [-1,42 ; -0,55]$

Os dados a vermelho foram considerados como duvidosos
análise mais cuidada destes mesmos dados.

Parte 2

Antes de se realizar a experiência, retiraram-se os dados de cada um dos componentes: fio; disco; prisma e coroa cilíndrica

D (mm)	u (D)	D_médio (mm)	u (D_m)
0,840	0,005	0,863	0,002
0,870			
0,865			
0,850			
0,865			
0,860			
0,875			
0,880			
L ($\pm 0,05$ cm)		109,50	

Tabela 4 - Dados do fio

Dimensões (m)					
prisma		coroa		disco	
h	0,1990	D1	0,1990	diametro	0,2000
h_base	0,0240	u (D1)	0,0005		
b	0,0270	D2	0,1887	u (d)	0,0005
u ()	0,0005	u (D2)	0,0005		

Tabela 5 - Dimensões dos componentes

massa ($\pm 0,0001$ kg)		
prisma	coroa	disco
0,6837	0,4871	0,8075

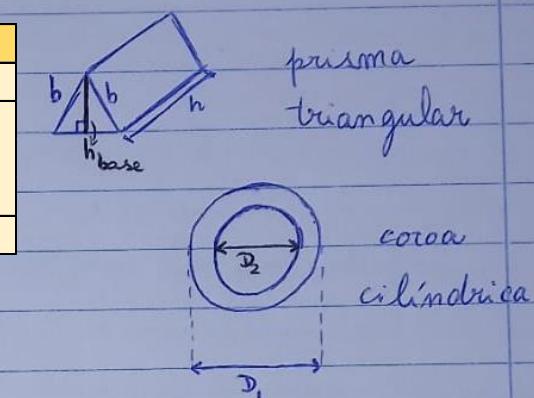
Tabela 6 - Massas dos componentes

Com estes dados calculamos as inércias dos diferentes componentes recorrendo às equações 3 a 6.

Note-se que na eq. 5 ($I_{p_{maior}}$), b representa h; na equação 6, ($I_{p_{menor}}$), h~~*~~ representa h_{base}

Inércias (kg m^2)			
I_discos	0,00404	I_pmenor	0,000054
u (I_d)	0,00002	u (I_pme)	0,000002
I_pmaior	0,00226	I_corda	0,00458
u (I_pma)	0,00001	u (I_cc)	0,00002

Tabela 7 - Inércias calculadas



Para o cálculo das incertezas usamos a expressão geral:

$$u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial n_i} u(n_i) \right)^2}$$

sendo $f(n_1, n_2, \dots, n_N)$.

Conj.	I_conj (kg m^2)	u (I_conj)	θ_max (graus)	t=10T (±0,01 s)	T (±0,001 s)	T_média (s)	u (T_m)
dis + pme	0,00409	0,00002	90	70,86	7,086	7,0892	0,0004
				70,89	7,089		
			180	70,70	7,070		
				70,93	7,093		
			270	70,90	7,090		
				71,07	7,107		
dis + pma	0,00629	0,00002	90	88,33	8,833	8,8108	0,0004
				87,71	8,771		
			180	88,11	8,811		
				88,32	8,832		
			270	88,22	8,822		
				87,96	8,796		
dis + cc	0,00862	0,00003	90	101,33	10,133	10,1750	0,0004
				101,80	10,180		
			180	102,13	10,213		
				102,09	10,209		
			270	101,66	10,166		
				101,49	10,149		
dis+pma+cc	0,01087	0,00003	90	114,53	11,453	11,4850	0,0004
				115,64	11,564		
			180	114,75	11,475		
				114,75	11,475		
			270	114,84	11,484		
				114,59	11,459		

Tabela 8 - Dados experimentais obtidos e respectivas incertezas

Note-se que os valores da inércia foram calculados com as unidades SI para não ser necessário fazer conversões no final da atividade.

Análise de dados

Parte 1 - Barra Encantada

Com os dados da tabela 3, especificamente os valores de $\log_{10}(l)$ e $\log_{10}(T)$, obtivemos o seguinte gráfico:

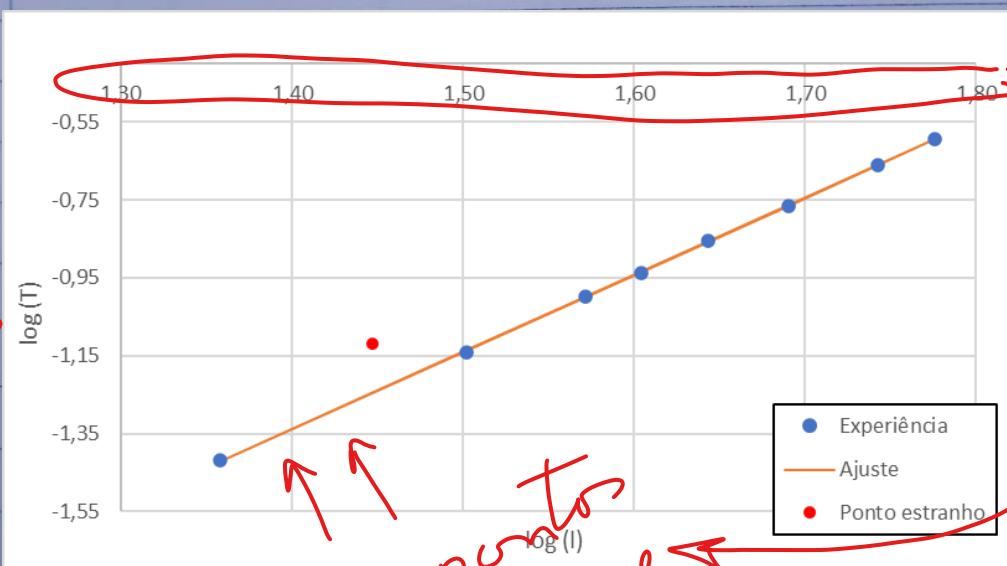


gráfico mal formado
Gráfico 1 - $\log_{10}(T)$ em função de $\log_{10}(l)$

+ 2 Punto
esta zona tenha peso estatístico

Menos texto !!

Construir-se este gráfico para podermos assegurar uma boa distribuição dos ~~dos~~ valores medidos enquanto realizávamos a experiência.

Note-se que o ajuste do gráfico 1 não inclui o ponto obviamente estranho, pois ao ~~fazermos~~ ^{incluirmos} esse ~~ponto~~ obtivemos o seguinte gráfico de resíduos:

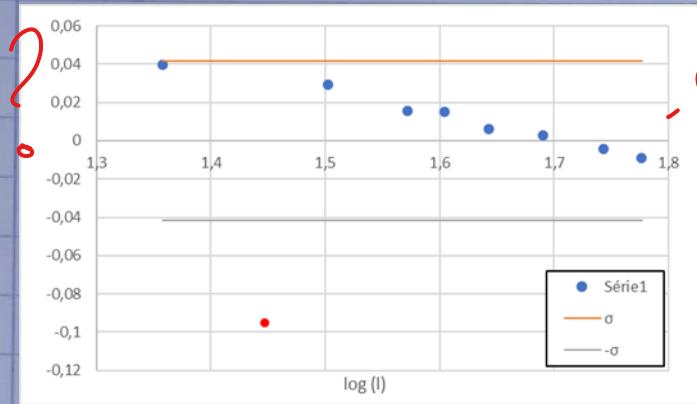


Gráfico 2 - Resíduos da $\log T (\log l)$ se considerarmos o ponto anidioso

mal formado \rightarrow inití! !

Vemos, perfeitamente, que o ponto a vermelho é anidioso, não só por se encontrar totalmente fora da gama experimental, mas também por influenciar

o ajuste de modo a que foi possível verificar-se uma tendência linear nos restantes resíduos.

Optamos, então, por não considerar este ponto em toda a análise de dados desta experiência, pois se ia verificar que este ponto estava sempre fora da gama experimental. (Esta análise foi de facto efectuada e foi exatamente isso que se verificou).

Note-se também que foram utilizados os valores médios do período obtido, não só nestes gráficos, mas também no resto da experiência. Isto justifica-se pela representação, num gráfico (gráfico 3), da dependência dos períodos em relação ao comprimento do quadrado da barra em oscilação, com parândo as diferenças de quando fazemos a medição de 51, 101 ou 151 impulsos.

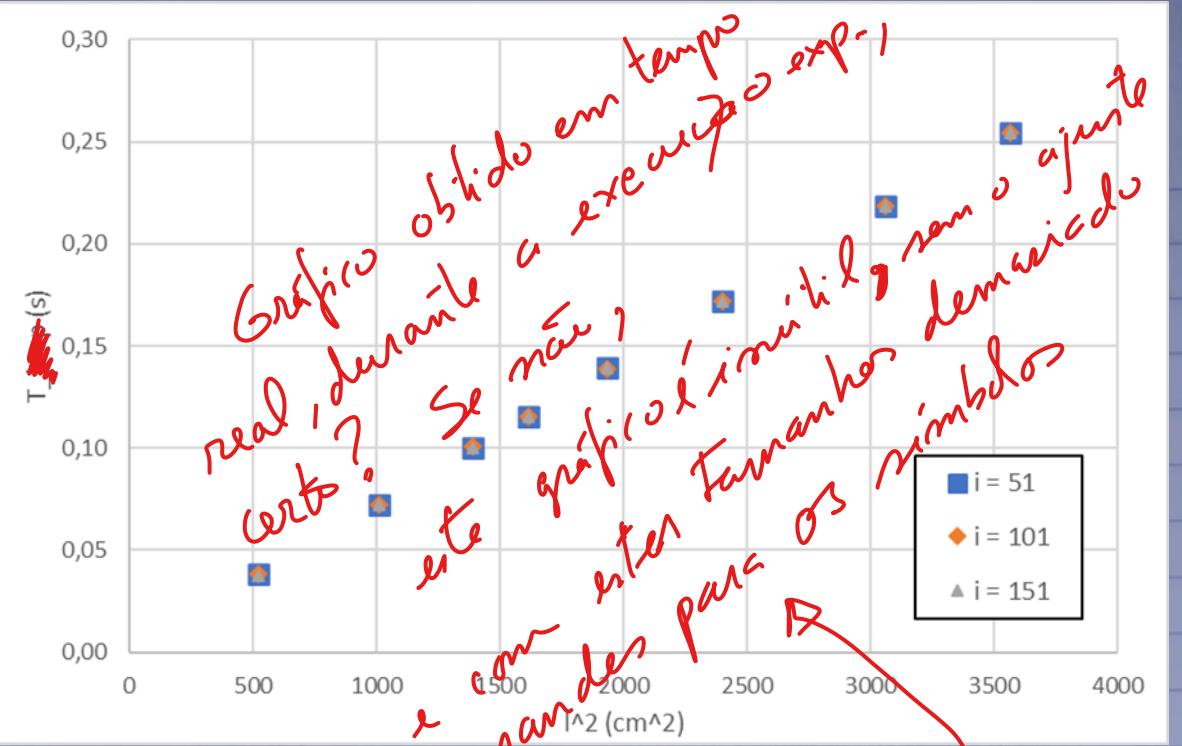


Gráfico 3 - Comparação das medições quando $i = 51, 101, 151$

Optou-se por usar diferentes formas para as diferentes séries para que fosse mais visível as diferenças. Como podemos observar, mesmo assim, é difícil distinguir os pontos pois encontram-se todos quase inteiramente sobrepostos e, por isso, concluimos que é desejável usar a média destes valores para a análise dos mesmos.

Podemos acrescentar ainda que se for realizado o ajuste de cada conjunto destes pontos os declives obtidos apenas têm uma diferença máxima da ordem de 10^{-6} da unidade, o que mais uma vez comprova a conclusão obtida acima.

→ isto não diz nada! lazos de valor, só com base nos gráficos do resíduos

Nota: o ponto correspondente a $l = 28 \text{ cm}$, considerado ponto estranho/dúvidoso anteriormente, não foi considerado nesta análise.

→ já o disse/mostrou várias vezes!
Menos texto!

Voltando à análise do gráfico 1 ($\log_{10} T$ ($\log_{10} l$)), era também um objetivo comprovarmos a relação $T \propto l^2$ através deste gráfico. Iríamos ter, teoricamente:

$$\bar{T}^2 = 5,029 \frac{\pi^2 p}{Y_D^2} l^4$$

$$\Rightarrow \log(\bar{T}^2) = \log\left(5,029 \frac{\pi^2 p}{Y_D^2} l^4\right) \rightarrow \text{log}$$

$$\therefore 2 \log(\bar{T}) = 4 \log l + \log\left(5,029 \frac{\pi^2 p}{Y_D^2}\right)$$

$$\therefore \underbrace{\log(\bar{T})}_y = \underbrace{2 \log l}_m + \underbrace{\frac{1}{2} \log\left(5,029 \frac{\pi^2 p}{Y_D^2}\right)}_b$$

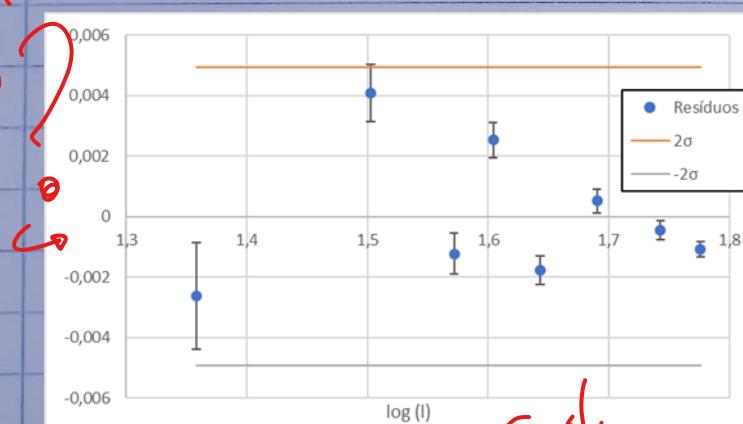
1º o gráfico, depois

O ajuste do gráfico 1, foi obtido através das seguintes estatísticas:

m	1,977	-4,11	b
$n(m)$	0,007	0,01	$n(b)$
s^2	0,9999	0,0025	σ

e ns depois

de onde podemos reproduzir o gráfico de resíduos.



Observando este gráfico de resíduos, vemos que o ajuste é adequado dada a aleatoriedade dos resíduos em torno do zero.

Gráfico mal formatado

Gráfico 4 - Resíduos do ajuste

Dado o valor obtido para o declive do ajuste (apenas com 1,15% de desvio em relação ao valor técnico $m=2$)

Conseguimos comprovar a relação proporcional de $T \propto l^2$

a menos de 1,2% de erro e ...?% inc

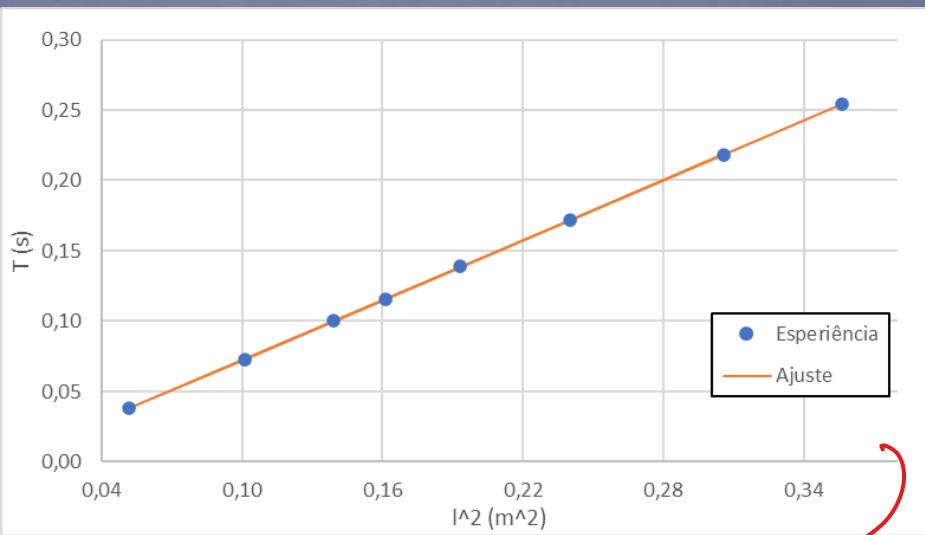


Gráfico 5 - \bar{T} em função de l^2 (usando os valores médios)

O gráfico 5 foi obtido com os valores da tabela 3 e é a partir do ajuste destes pontos que iremos obter o valor experimental para o módulo de Young.

Pelo ajuste dos dados experimentais deste gráfico, obtemos as seguintes estatísticas:

m	0,711	0,0010	b
$u(m)$	0,002	0,0004	$u(b)$
r^2	0,99996	0,0005	σ

de onde podemos obter o gráfico de resíduos.

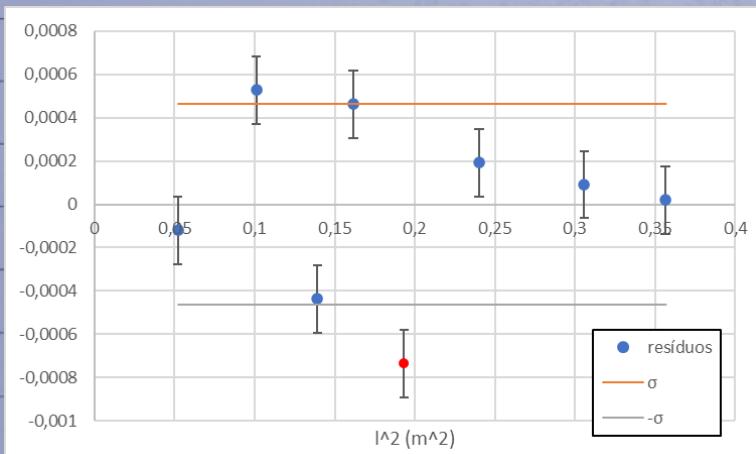


Gráfico 6 - Resíduos do ajuste de $\bar{T}(l^2)$

É de notar que o ponto representado a vermelho foi a primeira medição e que pode indicar um desvio inicial a observar a existência de oscilações transversais da barra, algo que não se verifica nos restantes pontos.

Mas este pode não ser o caso, como estamos perante valores muito pequenos, haverá sempre alguns que irão estar fora da gama experimental, não significando que são pontos duvidosos.

Concluimos, então, que não se justifica retirar este ponto, pois basta considerar 20 em vez de 0 para o intervalo experimental que este ponto passa a estar dentro deste. Concluimos, também, que este foi um bom ajuste dos dados, devido à boa dispersão dos resíduos, ou seja, ao erro experimental ser aleatório.

→ cálculo do módulo de Young

Retiramos da ~~eq.~~ equação 1, que tendo \bar{T} dependente de D^2 o declive do ajuste será:

$$m = \sqrt{\frac{5,029 \pi^2 \rho}{Y D^2}}$$

que nos permite calcular o módulo de Young, Y:

$$Y = \frac{5,029 \pi^2 \rho}{m^2 D^2}$$

→ forma mais adequada da eq. de propagação de erros é

Tendo obtido os valores seguintes para cada parâmetro com as respectivas incertezas:

$$\cdot \rho = (7852 \pm 40) \text{ kg m}^{-3}$$

$$\cdot D = (1,976 \pm 0,002) \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\cdot m = (0,711 \pm 0,002)$$

Sabe porque?
(Lab. Fin. 1)

obtemos o valor experimental:

$$Y_{\text{exp}} = 1,9724 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

e calculando a ~~eq.~~ sua incerteza:

$$u(Y_{\text{exp}}) = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial \rho} u(\rho)\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial D} u(D)\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial m} u(m)\right)^2} \approx 4,1 \times 10^9$$

Temos então:

$$Y_{\text{exp}} = (1,97 \pm 0,04) \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

$$u(Y_{\text{exp}}) \% = 2 \%$$

% erro?

Parte 2 - Pêndulo de Torcas

Calculou-se os valores da tabela 9, para que fosse possível construir um gráfico de $\log_{10}(I)$ em função de $\log_{10}(T)$, para ser possível verificar que $I \propto T$ (gráfico 7)

$\log_{10}(I)$	$u(\log_{10}(I))$	$\log_{10}(T)$	$u(\log_{10}(T))$
-2,388	0,002	0,85060	0,00003
-2,201	0,002	0,94502	0,00002
-2,065	0,001	1,00753	0,00002
-1,964	0,001	1,06013	0,00002

Tabela 9 - cálculo de $\log_{10}(T)$ e $\log_{10}(I)$ e respectivas incertezas

As incertezas foram calculadas a partir da expressão:

$$u(\log_{10} n) = \frac{1}{n \ln 10} u(n)$$

Obtivemos, então, o gráfico 7:

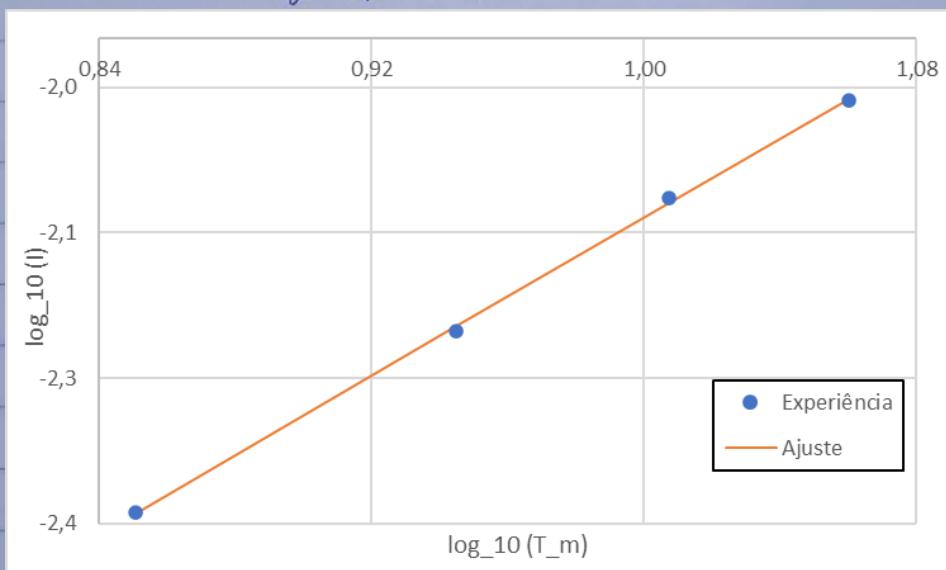


Gráfico 7 - $\log_{10}(I)$ em função de $\log_{10}(T_{média})$

Conseguimos observar que existe uma tendência linear
 que demonstra uma constante de proporcionalidade entre as duas variáveis.

Foi-mos, então, possível obter a seguinte tabela com as estatísticas do ajuste dos pontos efetuado.

De onde nos foi possível obter os resíduos deste ajuste.

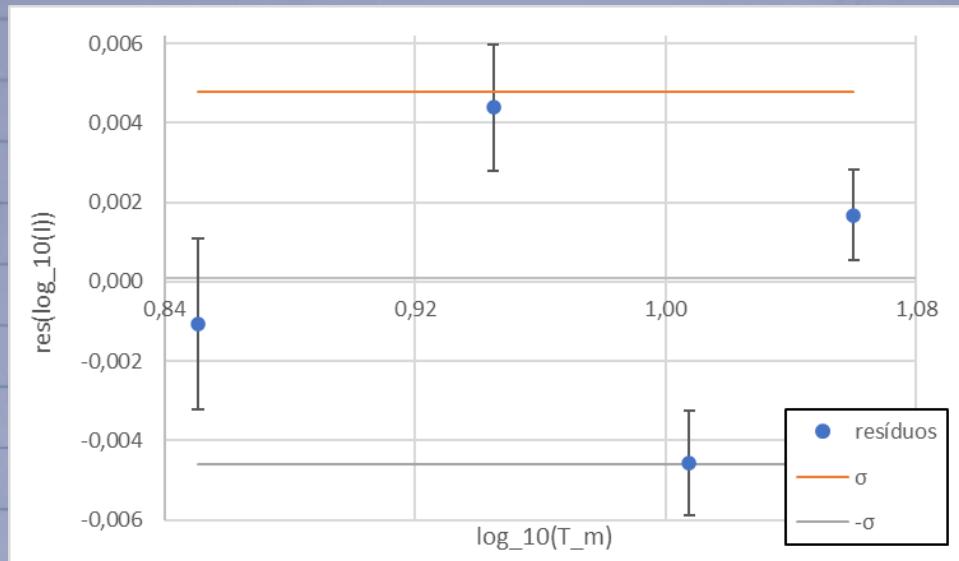


Gráfico 8 - Resíduos do ajuste linear de $\log_{10}(I)$ ($\log_{10}(T_m)$)

Os resíduos obtidos são aleatórios e de valor reduzido (10^{-3}) comparativamente com a ordem de grandeza de $\log_{10}(I) = 10^0$. Note-se que as barras de incerteza foram obtidas através da propagação de incertezas, daí haver pequenas diferenças no tamanho das barras.

Vemos, então, que realizamos um bom ajuste dos pontos. Tendo obtido uma constante de proporcionalidade de $2,04 \pm 0,03$ sendo que o valor esperado era:

$$I = \frac{D^4 \mu}{128 \pi L} T^2 \Rightarrow \log_{10} I = \log_{10} \left(\frac{D^4 \mu}{128 \pi L} T^2 \right) \approx$$

$$\therefore \log I = \underbrace{2 \log T}_m + \underbrace{\log \left(\frac{D^4 \mu}{128 \pi L} \right)}_b \Rightarrow m_{\text{teórico}} = 2$$

Comparando os valores experimental e teórico obtemos um erro de 2% para o valor que obtemos para m.

Para podermos obter o módulo da rigidez do fio, vamos representar o gráfico de $I(\bar{T}^2)$ (gráfico 9) obtido a partir da tabela 10.

$\bar{T}^2 (s^2)$	$u (\bar{T}^2)$	$I_{aj} (kgm^2)$	$res(I) (kgm^2)$
50,256	0,006	0,00407	-0,00002
77,631	0,007	0,00636	0,00007
103,531	0,008	0,00853	-0,00009
131,905	0,009	0,01091	0,00003

Tabela 10 - Cálculo de \bar{T}^2 e respectiva incerteza juntamente com o ajuste e resíduos deste.

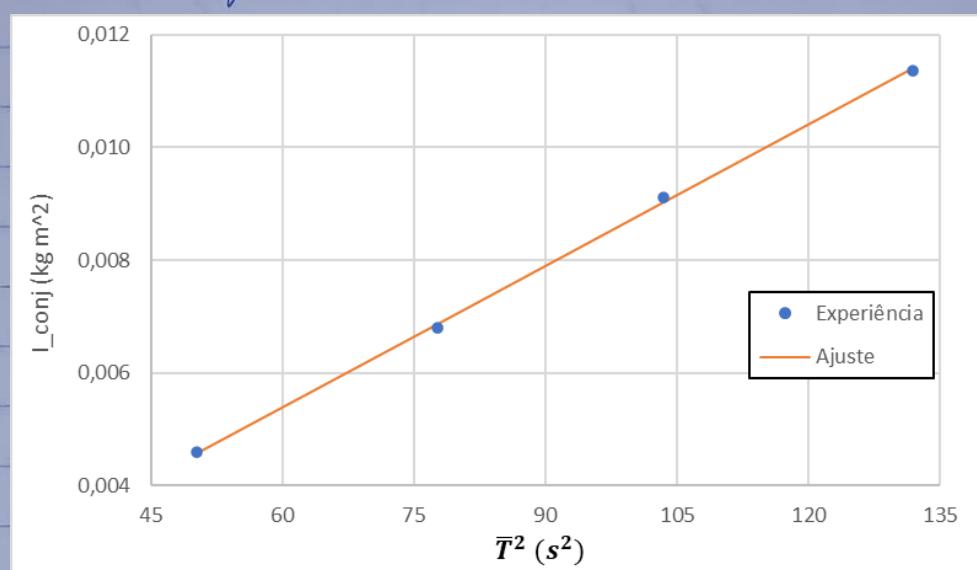
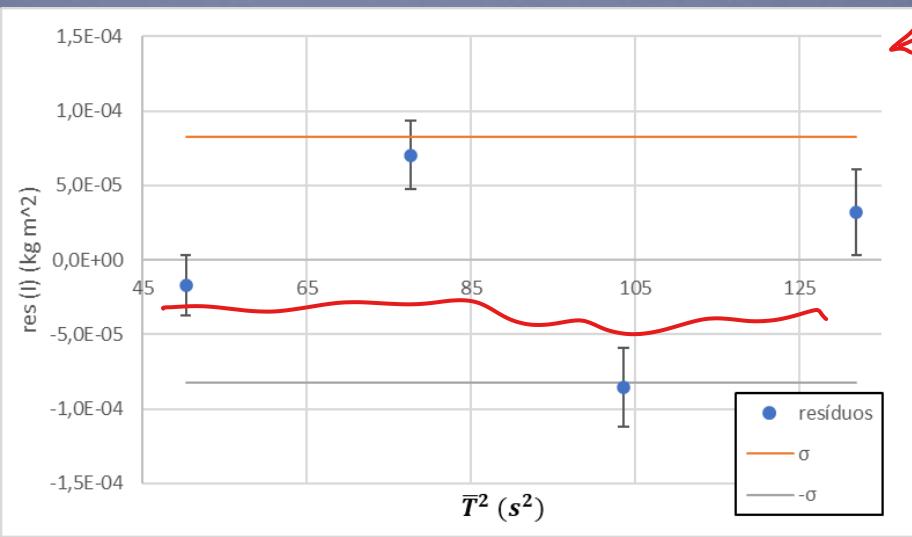


Gráfico 9 - $I_{conjunto} (\bar{T}^2)$ e respetivo ajuste

É possível observar uma tendência linear neste gráfico, que era o que se esperava obter.

Note-se que o ajuste representado no gráfico 9 foi construído a partir dos valores da tabela 10 que foram obtidos a partir das seguintes estatísticas.

m	$8,4 \times 10^{-5}$	-0,0001	b
$u(m)$	$0,1 \times 10^{-5}$	0,0001	$u(b)$
r^2	0,9995	$8,25 \times 10^{-5}$	σ



Graáfico 10 - Resíduos do ajuste de $I(\bar{T}^2)$

Obtivemos, então, o gráfico de resíduos (gráfico 10) em que podemos observar que os valores são aleatórios e muito reduzidos - cerca de 2 ordens de grandeza menores que os valores obtidos para a inércia. Podemos então concluir que este foi um bom ajuste ao conjunto de dados recolhidos.

mas é (16) isso que se leva em conta!

→ Cálculo do módulo da rigidez do material do fio

Retiramos da equação 2, que tendo I dependente de \bar{T}^2 o declive do ajuste será:

$$m = \frac{D^4 \mu}{128\pi L}$$

É obrigatório comparar T_y e m com $\mu(y_{exp})$!

que nos permite calcular o módulo da rigidez, μ :

$$\mu = \frac{128\pi L \cdot m}{D^4}$$

Tendo obtido os seguintes valores para cada um dos parâmetros com as respectivas incertezas:

- $L = (1,09500 \pm 0,00005) \text{ m}$
- $D = (0,863 \pm 0,002) \times 10^{-3} \text{ m}$
- $m = (8,4 \pm 0,1) \times 10^{-5}$

Obtém o valor experimental:

$$\mu = 6,6379 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

e calculando a sua incerteza: *idem do caso anterior; é melhor usar a forma restringida*

$$u(\mu_{exp}) = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial L} u(L) \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial D} u(D) \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial m} u(m) \right)^2} \approx 1,21 \times 10^9$$

Temos então: $\mu_{exp} = (6,6 \pm 0,1) \times 10^{10} \text{ Pa}$

$$u(\mu_{exp}) \% = 2 \%$$

~~Falta ρ i% μ~~ \rightarrow Resultados finais \rightarrow não em

Módulo de Young, Y

Através do valor da densidade do material usado, vemos que estamos perante uma barra de aço.

Material	Densidade ρ (kg/m ³)	Módulo de Young E (10 ⁹ N/m ²)
Aço	7860	200
Alumínio	2700	70
Vidro	2190	65
Concreto	2310	30
Madeira	525	13
Osso	1900	9
Poliestireno	1050	3

Não corriente na notação que leva,

Obtém y entao:

$$Y_{exp} = (1,97 \pm 0,04) \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$u(Y_{exp}) \% = 2 \%$$

$$\text{erro \%} = 1,38 \% \sim 1,4 \%$$

Imagem 1 - Valores de referência

(retirada de um documento da ULisboa)

Módulo de rigidez, μ

Foi disponibilizado pela professora o valor teórico a ser usado, correspondente ao valor de μ de aço de carbono.

$$\mu_{teo} = 7,93 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

Obtém entao:

$$\mu_{exp} = (6,6 \pm 0,1) \times 10^{10} \text{ Pa}$$

$$u(\mu_{exp}) \% = 2 \%$$

$$\text{erro \%} = 16,11 \%$$

Conclusão

1^a Parte

Foi possível verificar a proporcionalidade entre T e l^2 , através da análise gráfica de $\log T$ em função de $\log l$: tendo sido obtido ~~um~~ com $0,4\%$ de incerteza relativa e com erro percentual de $1,2\%$, por defeito, ~~um~~ do valor esperado.

Depois de comprovada essa proporcionalidade, foi mais possível analisar o gráfico de T em função de l^2 , de modo a obter-se o módulo de Young da barra usada. ~~Otive-se~~,

~~com~~ uma incerteza relativa de 2% e um erro percentual de $1,4\%$, por defeito, para o valor do módulo de Young experimental obtido.

E' de notar que o valor utilizado como referência para Y foi obtido através da comparação da dimensão do material que utilizamos com uma tabela de valores típicos da densidade de diferentes materiais. Obtivemos um valor de $p = (7852 \pm 40) \text{ kg m}^{-3}$ com incerteza relativa de $0,5\%$ e erro percentual de $0,1\%$, utilizando o valor correspondente ao aço da amoagem.

2^a Parte

Comprovamos a proporcionalidade de I e T^2 , a partir da representação gráfica de $\log I$ ($\log T$): obtivemos uma declive a menos de um %ime? erro percentual de 2% relativamente ao esperado.

Seguidamente, obtivemos o valor do módulo da rigidez do fio utilizado com incerteza relativa de 2% e um erro de 16% , por defeito, relativamente ao valor tabulado para um fio de piano ou aço de carbono. Compararmos este valor com os resultados obtidos por outros colegas é verificar-se que todos eles obtiveram valores com erros mais elevados. Uma possível justificação para erros tão elevados é o facto de ~~que~~ o material ser um ~~material~~ muito elástico elevado e ~~uma~~ por isso, poder apresentar deformações permanentes.