

Muito longo
mas muito bom
discuti do



FACULDADE DE CIÊNCIAS
UNIVERSIDADE DO PORTO

20

Estudo da transmissão por cabo coaxial

Gonçalo Barros de Sousa

Turma PL1

Grupo 2 - Subgrupo B

Departamento de Física e Astronomia da Universidade do Porto

20 de Maio de 2023

Resumo

Neste trabalho calculou-se o valor da impedância característica de um cabo coaxial RG-58 com um erro percentual de 2 % por excesso relativamente ao valor indicado pelo fabricante e uma incerteza de 2%. Verificou-se que o valor do coeficiente de atenuação do cabo obtido é coerente com a indicação do fabricante, sendo que este foi calculado com uma incerteza de 2,1%. Calculou-se o valor da velocidade de fase de um impulso a propagar-se no cabo com um erro de 6% por defeito em relação ao valor referência calculado com base nas propriedades do polietileno que constitui o cabo e uma incerteza de $6 \times 10^{-15}\%$, sendo que apesar do erro ser relativamente elevado, mesmo não sendo um mau resultado, o resultado apresenta uma incerteza extremamente reduzida. Ainda se calculou o valor da velocidade de propagação de um sinal sinusoidal na linha de transmissão com um erro de 4 % também por defeito em relação ao mesmo valor referência e uma incerteza de 0.1%. Comparando este último valor da velocidade com o da velocidade de fase obteve-se um erro de 2 %, o que confirma aquilo que se esperava teoricamente (velocidades são iguais). Foram, portanto, resultados satisfatórios que estiveram de acordo com aquilo que era previsto para o estudo das características de uma linha de transmissão.

$\alpha \ll \dots ?$

1. Introdução

Com este trabalho pretendem-se

- Estudar a amplitude do impulso refletido, V_r , em função da impedância de carga ligada à linha coaxial, Z_L (equação (3));
 - Determinar a impedância característica da linha Z_c ;
 - Verificar o comportamento em linha aberta, ou seja, com $Z_L \rightarrow \infty$;
 - Verificar o comportamento em curto-circuito, ou seja, com $Z_L = 0$;
- Determinar a constante de atenuação, α (equação (7)), e a velocidade de fase, v (equação (10)), da linha coaxial, a partir da análise de uma sequência de impulsos refletidos;
- Determinar a velocidade de propagação do sinal, v , na linha coaxial, a partir do estudo da variação da diferença de fase, Φ , entre o sinal de entrada e o sinal de saída do cabo coaxial em função da frequência, f , deste (equação (14)).

O cabo coaxial é uma das formas mais comuns de uma linha de transmissão¹. É normalmente constituído por dois condutores coaxiais cilíndricos (daí a sua designação), sendo que um deles é filiforme e tem um raio reduzido e o outro é uma superfície cilíndrica de raio maior. Entre os condutores existe um material dielétrico, como o polietileno (pode ainda existir uma capa de blindagem externa). Podemos ver uma simples representação na Figura 1 ([1]).

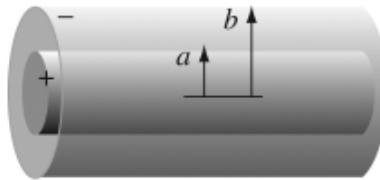


Figura 1: Representação de um cabo coaxial, sendo a o raio do condutor interno e b o raio do condutor externo

Existe um modelo físico que permite o estudo quantitativo deste tipo de estruturas, sendo esse modelo que irá ser seguido como base para análise dos dados obtidos em laboratório. A seguinte equação indica que quando um sinal (uma onda de tensão) se propaga numa linha de transmissão, poderá existir uma componente incidente (que se propaga no sentido positivo estabelecido) e uma componente refletida (que se propaga no sentido contrário) (equação retirada de [2])

$$V(z, t) = V_1 e^{\alpha z} e^{j(\omega t + kz)} + V_2 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - kz)} = V_r(z, t) + V_i(z, t) \quad (1)$$

Ambas as ondas têm uma atenuação (diminuição da amplitude ao longo da propagação) caracterizado pelo parâmetro α , que se designa *coeficiente de atenuação* (representa a atenuação do sinal por unidade de comprimento). A grandeza k é o número de onda do sinal em propagação, sendo que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ o comprimento de onda). Desta análise é possível perceber que quando o sinal se propaga

¹Uma linha de transmissão é constituída por dois condutores uniformes e paralelos responsáveis por propagar a energia eletromagnética de um gerador para uma impedância de carga.

na linha de transmissão é possível haver reflexão deste em algum momento. De acordo com o que se observa noutros fenómenos físicos que envolvem ondas (como uma onda a propagar-se numa corda de extremos fixos, por exemplo), é de esperar que haja reflexão quando há uma descontinuidade no meio onde a onda se propaga, isto é, neste caso, quando há uma impedância de carga diferente da impedância de carga da linha de transmissão.

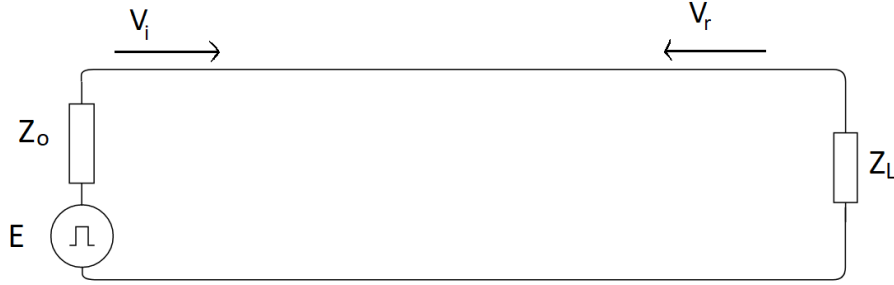


Figura 2: Representação da linha de transmissão para análise da reflexão

Considere-se uma linha de transmissão de comprimento l , alimentada por uma fonte de tensão E com uma impedância interna Z_o , ligada na outra extremidade uma impedância de carga Z_L , como esquematizado na Figura 2. O *coeficiente de reflexão*, na extremidade onde existe a carga, define-se como (equação retirada de [2]):

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (2)$$

Onde $Z_c = V_i/I_i$ é a *impedância característica* da linha de transmissão (I_i é a onda de corrente incidente). Esta é a equação que relaciona a reflexão do sinal com a descontinuidade do meio onde este se propaga. Repare-se que se não existir descontinuidade na impedância, ou seja, a impedância da carga for igual à impedância que caracteriza a linha, $Z_L = Z_c$, então não existe reflexão da onda, $\Gamma_L = 0$ (caso especial)². Será com base nesta definição do *coeficiente de reflexão* que será feito o primeiro estudo deste trabalho

$$V_r = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} V_i \quad (3)$$

Portanto, variando a impedância de carga Z_L varia-se a forma como o sinal é refletido na impedância, havendo diversos casos de análise:

- $Z_L < Z_c \Rightarrow \Gamma_L < 0$ - há inversão do sinal da onda da tensão refletida;
- $Z_L > Z_c \Rightarrow \Gamma_L > 0$ - a onda da tensão refletida mantém o mesmo sinal da onda incidente;

²A adaptação da linha à carga colocada na sua extremidade é tanto melhor quanto menor for a amplitude da onda refletida. No caso ideal, a onda refletida é nula quando as impedâncias da carga e da linha são iguais.

- $Z_L = 0 \Rightarrow \Gamma_L = -1$ (curto-circuito) - a onda da tensão refletida inverte o sinal e apresenta a mesma amplitude da onda incidente;
- $Z_L \rightarrow \infty \Rightarrow \Gamma_L \approx 1$ (linha aberta) - a onda da tensão refletida mantém o sinal e a mesma amplitude da onda incidente;
- $Z_L = Z_c \Rightarrow \Gamma_L = 0$ - não há reflexão na extremidade da carga ($V_r = 0$);

Sendo o último ponto o mais importante na análise, pois permite determinar o valor da impedância característica da linha, Z_c .

Pode repetir-se o mesmo raciocínio para a reflexão junto à extremidade onde existe a impedância interna da fonte, sendo que neste caso é importante já ter em conta a onda refletida na extremidade da carga, definindo-se (equação retirada de [2])

$$\Gamma_0 = \frac{Z_o - Z_c}{Z_o + Z_c} \quad (4)$$

E as mesmas conclusões que foram retiradas sobre a onda refletida na saída podem ser repetidas para a reflexão na entrada.

É possível ainda estudar e determinar o *coeficiente de atenuação* da linha de transmissão, com base na seguinte análise. Colocando uma impedância de carga muito elevada ($Z_L \gg Z_c$) na extremidade da linha de transmissão, já se sabe que nessa extremidade haverá praticamente uma reflexão total da onda de tensão. Assim, apenas haverá reflexão da onda na impedância da fonte de tensão, descrita pelo coeficiente Γ_0 . Supondo que é lançado um impulso inicial pela fonte de tensão e este é refletido totalmente na outra extremidade, sendo este sinal obtido logo a seguir da reflexão definido como a referência inicial, V_0 . Após isso, o impulso percorrerá toda a linha, de comprimento l , sendo a atenuação ao longo desse percurso dada pelo coeficiente α (equação (1)), até refletir na impedância da fonte e voltar a percorrer toda a linha até chegar à impedância de carga (ponto referência) e repetir o percurso. Então ao longo do percurso o sinal sofreu uma atenuação, tendo percorrido a linha 2 vezes, que é dada em termos do *coeficiente de reflexão* por:

$$V_1 = \Gamma_0 e^{-2\alpha l} V_0 \quad (5)$$

Mas como o ciclo se repete, pode-se escrever:

$$V_n = \Gamma_0^n e^{-2n\alpha l} V_0 \quad (6)$$

Sendo n a ordem do impulso no ponto referência após n reflexões na impedância da fonte. Aplicando o logaritmo à equação, fica-se com

$$\boxed{\ln(V_n) = [\ln(\Gamma_0) - 2\alpha l]n + \ln(V_0)} \quad (7)$$

Conhecendo Γ_0 (a partir da equação(4)) e fazendo um estudo de $\ln(V_n)$ em função de n , é direto determinar α através do declive da relação entre as duas grandezas ($m = \ln(\Gamma_0) - 2\alpha l$). Com base neste estudo também é possível calcular a velocidade de fase do impulso a propagar-se na linha, anotando os instantes de tempo, t_n , correspondentes aos picos V_n , tomando como referência o primeiro pico, isto é $t_0 = 0$. Com isto, sabe-se quanto tempo demorou o impulso ao percorrer a linha duas vezes até atingir novamente a impedância de carga, logo:

$$v = \frac{d_n}{t_n - t_0} \quad (8)$$

$$v = \frac{2nl}{t_n} \quad (9)$$

$$\boxed{2nl = v t_n} \quad (10)$$

Onde $d_n = 2nl$ é a distância percorrida pelo impulso desde o instante inicial até chegar à extremidade da carga pela n -ésima vez. Desta forma também é possível determinar a velocidade pelo declive da relação apresentada.

Em relação à terceira parte deste trabalho, quer-se determinar a velocidade de propagação da onda de tensão através da variação da sua frequência e da diferença de fase entre a onda à entrada do cabo coaxial e a onda à saída deste. Tendo a onda à entrada uma fase Φ_0 e a onda à saída uma fase Φ_1 , podemos relacionar a diferença de fase com o número de onda k :

$$k = \frac{\Delta\Phi}{\Delta x} \quad (11)$$

Com $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0$ e $\Delta x = l$, a distância percorrida pela onda no cabo (igual ao comprimento do cabo). Sabendo que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, reescreve-se a equação:

$$\lambda = \frac{2\pi l}{\Delta\Phi} \quad (12)$$

Calculando a velocidade de propagação da onda, v :

$$v = \lambda f = \frac{2\pi l}{\Delta\Phi} f \quad (13)$$

Ajustando a equação, obtém-se:

$$\boxed{f = \frac{v}{2\pi l} \Delta\Phi} \quad (14)$$

Onde a velocidade pode ser calculada, mais uma vez, através do declive da relação entre f e $\Delta\Phi$.

2 Experiência

2.1 Método experimental

~~2.1.1 Material utilizado~~

- **Gerador de impulsos** (1ª e 2ª parte) (com fonte de alimentação 12V/3A anexa): período $\approx 5 \mu s$, largura dos impulsos a meia altura 200 ns, resistência interna comutável (50Ω ou 600Ω , saída coaxial BNC).
- **Gerador sinusoidal** (3ª parte): Gerador Metrix GX310, resistência interna 50Ω e saída BNC.

anexa as figuras

- **Linha coaxial:** cabo coaxial RG58, comprimento $l = 61,50 \pm 0,05$ m, condutores em cobre estanhado (diâmetro interno $a = 0,90$ mm), dielétrico polietileno (diâmetro externo $b = 2,95$ mm), revestimento PVC, impedância característica $Z_{c_{ref}} = 50 \Omega$, capacidade 100 pF/m, atenuação $\alpha < 0,02$ DB/m.
- **Osciloscópio :** Tektronix TDS1002C-EDU (dupla base de tempo).
- **Caixa de resistências :** Heathkit IN-17.
- **Adaptador de impedâncias.**

~~2.1.2 Procedimento Experimental~~

Não num "relatório"

1ª Parte: Estudo de V_r em função de Z_L

Montagem experimental

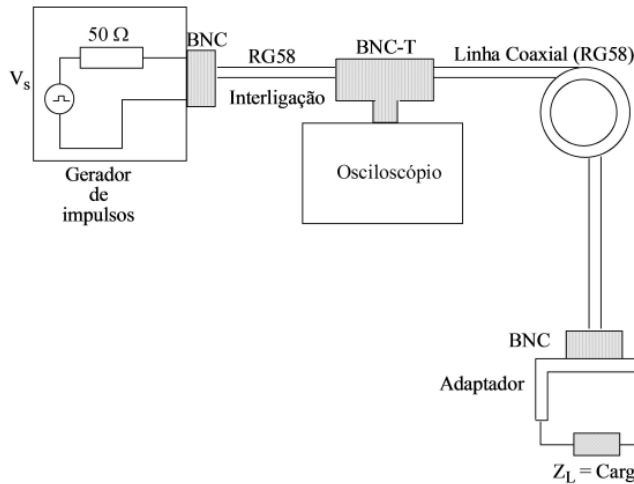


Figura 3: Montagem experimental para o estudo de V_r em função de Z_L - [2]

- Escolher a impedância interna do gerador de impulsos para $Z_o = 50 \Omega$, para não haver reflexão do impulso na extremidade da linha associada à fonte (já que $Z_{c_{ref}} = 50 \Omega$ - ver equação (4));
- Esperar uns minutos para os aparelhos eletrônicos aquecerem (especialmente a fonte e o osciloscópio, reduzindo o *drift*);
- Verificar e anotar o que se observa no osciloscópio quando a $Z_L = 0$, situação de curto-circuito, e quando $Z_L \rightarrow \infty$ (remover o adaptador da caixa de resistências, ficando este em contacto com o ar), situação de linha aberta;

- Fazer um varrimento num ampla gama de impedâncias de carga, confirmando não só os comportamentos assintóticos de circuito aberto e curto-circuito, como também verificar que o valor da impedância característica é aproximadamente 50Ω ;
- Retirar uma gama com uma maior densidade de pontos em torno do valor estimado para Z_c , com o mesmo número de pontos à esquerda e à direita deste valor.;

2ª Parte: Determinação de α e de v

Montagem experimental

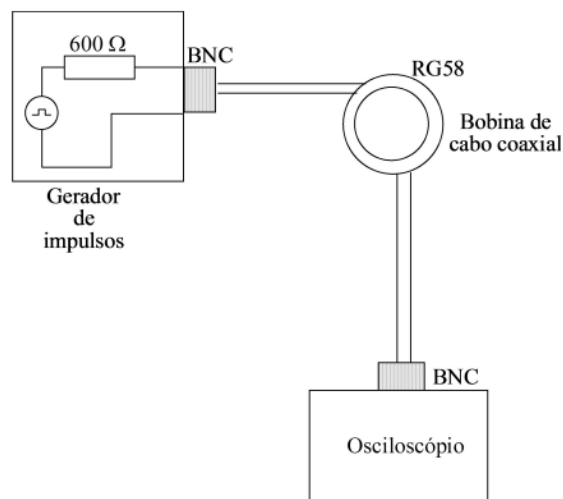


Figura 4: Montagem experimental usada para a determinação do coeficiente de atenuação e da velocidade de fase - [2]

A impedância do osciloscópio é muito elevada, $Z = 1M\Omega$, portanto há praticamente reflexão total na extremidade da linha onde está o osciloscópio que, também faz a leitura dos sucessivos impulsos refletidos na outra extremidade.

- Escolher a impedância interna do gerador de impulsos para $Z_o = 600 \Omega$, para haver reflexão do impulso na extremidade da linha associada à fonte (neste caso, de acordo com a equação (4), teremos $\Gamma_{0ref} = \frac{550}{650} \approx 0,846$);
- Ajustar os cursores do osciloscópio de forma que o primeiro cursor da tensão esteja no zero da tensão do primeiro pico, e o primeiro cursor do tempo esteja fixo no instante também do primeiro pico, V_0 ;
- Com os segundos cursores da tensão e do tempo retirar os valores de t_n e V_n , dos restantes picos;

3ª Parte: Determinação de v a partir do estudo de f em função de $\Delta\Phi$

Montagem experimental

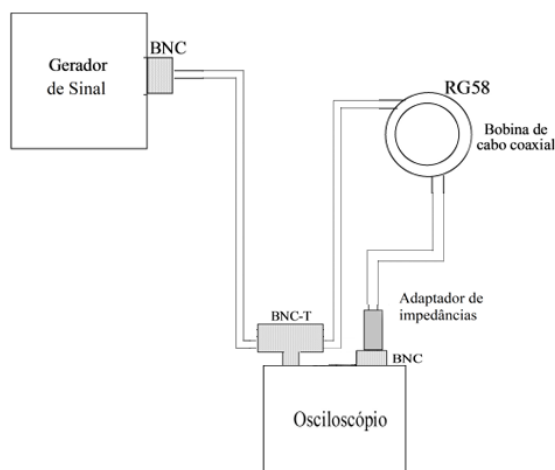


Figura 5: Montagem experimental usada para a determinação da velocidade de propagação da onda, variando f

- Trocar o gerador de impulsos para o gerador sinusoidal (deixar aquecer este novo gerador);
- Ligar um conector BNC-T ao canal 1 do osciloscópio para ver exatamente o canal que entra no cabo coaxial em estudo, e ligar ao canal 2 a outra extremidade desse cabo coaxial.;
- Ajustar a escala do osciloscópio, colocando também um cursor como referência para zero de tensão e colocar alinhados com esse cursor o sinal de entrada e o sinal de saída da linha;
- Começar com uma frequência elevada ($f = 10$ MHz) e ir diminuindo esse valor até encontrar a primeira situação na qual os sinais estão em fase (ambos interseitam-se no mesmo ponto na reta de tensão nula/cursor) e anotar os valores de f e de $\Delta\Phi$;
- Continuar o processo diminuindo a frequência até encontrar situações em que os sinais estão em fase ou em anti-fase e recolher os dados necessários;

2.2 Resultados experimentais e análise

2.2.1 1ª Parte

Em primeiro lugar, serão analisados os dois casos assintóticos da reflexão do sinal de tensão na extremidade com a impedância de carga: em linha aberta e em curto-circuito.

Linha aberta ($Z_L \rightarrow \infty$)

Para o estudo da reflexão do sinal em linha aberta manteve-se o adaptador de impedâncias, que estava conectado com o cabo coaxial, em contacto com o ar - sem estar inserido na caixa de resistências - e observou-se o sinal, representado na Figura 6, no ecrã do osciloscópio ³.

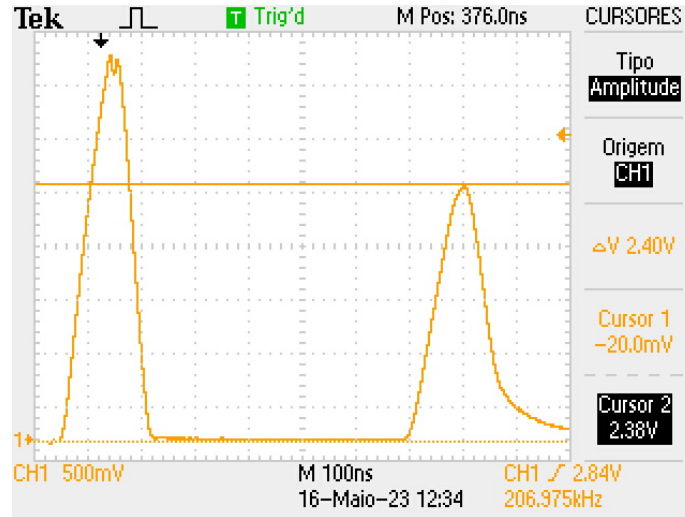


Figura 6: Ecrã do osciloscópio com a representação do impulso de entrada no cabo coaxial e o impulso de saída que foi refletido - situação de linha aberta

O primeiro pico, à esquerda, corresponde ao impulso de tensão que entra no cabo coaxial e que percorre toda a linha até ser refletido na outra extremidade (onde a “impedância de carga” tende para infinito, sendo o ar um isolador elétrico). O outro pico é o impulso que já foi refletido e chega novamente à extremidade do cabo ligada ao osciloscópio. Como se pode perceber, e como era esperado, o impulso refletido tem o mesmo sinal do impulso incidente não havendo inversão do sinal de tensão. No entanto, os dois picos não têm a mesma altura, sendo que foram medidos os seguintes valores máximos da tensão em cada impulso (a incerteza no valor corresponde a metade da menor divisão da escala usada na medição):

- $V_{in}(z = 0) = (3,58 \pm 0,05) \text{ V}$
- $V_r(z = 0) = (2,40 \pm 0,05) \text{ V}$

Portanto, percebe-se facilmente que houve uma atenuação do impulso que percorreu o cabo, sendo o pico de tensão refletido consideravelmente mais pequeno. Essa atenuação estará exatamente relacionada com o facto do sinal ter percorrido 2 vezes o cabo (da ida do osciloscópio até à outra extremidade e da volta), ou seja, relacionada com o coeficiente de atenuação α , e não com o coeficiente de reflexão, que se pode considerar em muito boa aproximação como sendo $\Gamma_L \approx 1$, uma vez que a linha está, de facto, aberta (a confirmação desta hipótese virá na parte onde se determina α). Antes de passar para a análise da outra situação, repare-se que o impulso de entrada no cabo

³A figura é apenas representativa da forma do sinal que aparece no osciloscópio, sendo que não está representada a medição do pico mais pequeno uma vez que o cursor não coincide com a tensão máxima desse pico.

apresenta já alguma deformação, que muito provavelmente se deve à atenuação do cabo coaxial que transmite o sinal desde a fonte até ao osciloscópio (que não é relevante na análise).

Curto-circuito ($Z_L = 0$)

Para o estudo desta situação colocou-se o cabo com o adaptador conectado à caixa de resistência, com todos os botões no zero. Na Figura 7 está representada a imagem visualizada no ecrã do osciloscópio⁴. Como se verifica por observação da imagem, há inversão total do impulso refletido, como também era previsto. Além disso, repare-se que o impulso refletido volta a ter uma amplitude muito menor do que o impulso incidente, sendo que o valor medido do impulso refletido foi:

$$- V_r(z = 0) = (-2,40 \pm 0,05) \text{ V}$$

O que indica, mais uma vez, que houve atenuação do sinal, sendo que essa atenuação não se deve há reflexão, que volta a ser total mas com inversão do sinal ($\Gamma_L = -1$), mas sim à atenuação característica do cabo, α , pelo facto do sinal ter percorrido duas vezes o seu comprimento. De realçar também que o valor absoluto do pico refletido no curto-circuito, é exatamente o mesmo que o valor do pico refletido na situação de linha-aberta, o que confirma a aproximação $\Gamma_L \approx 1$ para a linha aberta. Na análise destas duas situações observou-se aquilo que era esperado por análise da equação (3).

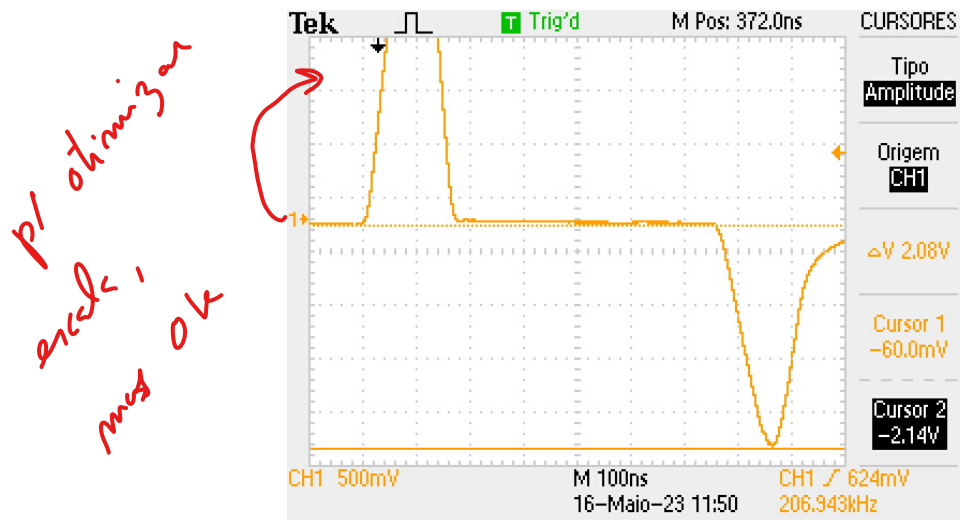


Figura 7: Ecrã do osciloscópio com a representação do impulso de saída que foi refletido - situação de curto-circuito

Determinação de Z_c

Primeiramente fez-se um varrimento numa gama mais ampla de impedância - $Z_L \in [0, 5000] \Omega$ - anotando-se também o valor de V_r , de onde se retirou uma maior densidade de pontos próximo ao valor crítico ($Z_L = 50 \Omega$), de forma a verificar que, de facto, o gráfico de V_r em função de Z_L cruza o eixo horizontal (correspondente a $V_r = 0$) num ponto próximo desse valor crítico. Além

⁴Esta imagem foi retirada no final da experiência e não aquando das medições realizadas, apenas com o foco de mostrar a inversão do impulso de tensão.

disso, este varrimento também serviu para confirmar a forma do gráfico $V_r(Z_L)$, assim como os comportamentos assintóticos quando a impedância de carga é nula ou quando é muito elevada. Os dados obtidos nesse primeiro varrimento encontram-se representados no gráfico da Figura 8

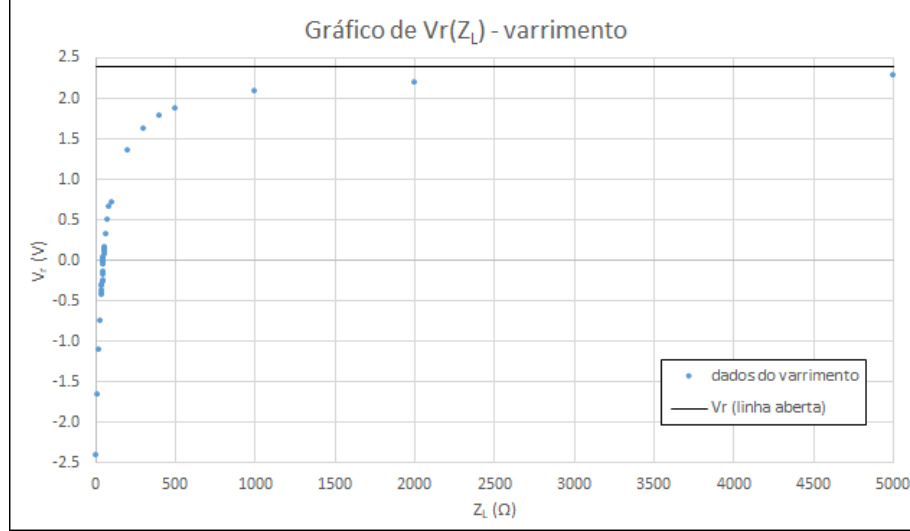


Figura 8: Gráfico de $V_r(Z_L)$ para o varrimento inicial - gama $Z_L \in [0; 5000] \Omega$

Como se verifica, por observação no gráfico, obteve-se exatamente o comportamento esperado: valores negativos da tensão do sinal refletido, quando Z_L é menor que o valor Z_c (inversão do sinal) e valores positivos quando Z_L ultrapassa esse valor. Além disso, quando Z_L cresce para valores muito maiores do que Z_c , o valor de V_r tende exatamente para o valor medido em linha aberta. Portanto temos a confirmação do comportamento que era esperado teoricamente para esta gama em análise. Passando para análise dos dados retirados perto do valor crítico, no varrimento, restringiu-se a gama que aparece no gráfico para $Z_L \in [40; 60] \Omega$, sendo que o gráfico está representado na Figura 9.

Os dados experimentais parecem indicar que o valor da impedância característica do cabo é, de facto, próxima de 50Ω , uma vez que o gráfico parece interseitar o eixo correspondente a $V_r = 0$, nessa região. Para se ter uma noção mais clara e quantitativa, o valor de V_r mais próximo de zero, neste varrimento ocorreu quando $Z_L = 51 \Omega$ ($V_r = -0,02V$). Note-se ainda que o gráfico possui quebras e oscilações que serão explicadas quando se analisar a gama de dados mais densa.

Após esta verificação de que o valor da impedância característica se encontrava próxima do valor referência, recolheram-se pontos numa gama mais densa - $Z_L \in [20; 80] \Omega$ - e foi representado o gráfico que está Figura 10.

Numa primeira análise mais qualitativa dos dados recolhidos percebe-se que estes apresentam pequenas quebras ao longo de toda a gama (algo que também era observável no gráfico associado ao varrimento). Esses "degraus" ocorrem sempre para impedâncias múltiplas de 10Ω , correspondendo à mudança no botão das dezenas da caixa de resistências. Este comportamento também foi verificado por diferentes grupos de trabalho que realizaram a experiência utilizando o mesmo material e em condições muito semelhantes. A principal hipótese que explica este comportamento é:

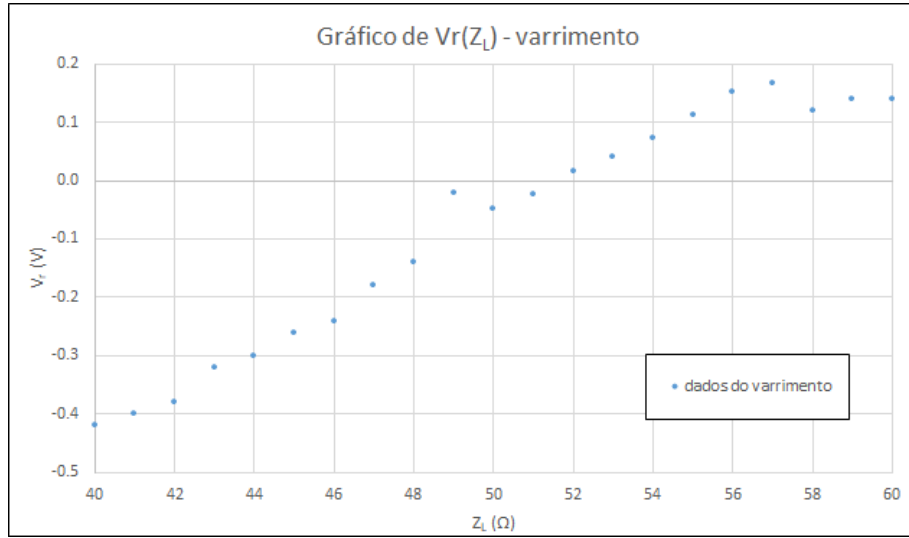


Figura 9: Gráfico de $V_r(Z_L)$ junto do valor crítico referência $Z_c = 50 \Omega$ para o varrimento inicial - gama $Z_L \in [40, 60] \Omega$ - barras de incerteza experimental não são visíveis

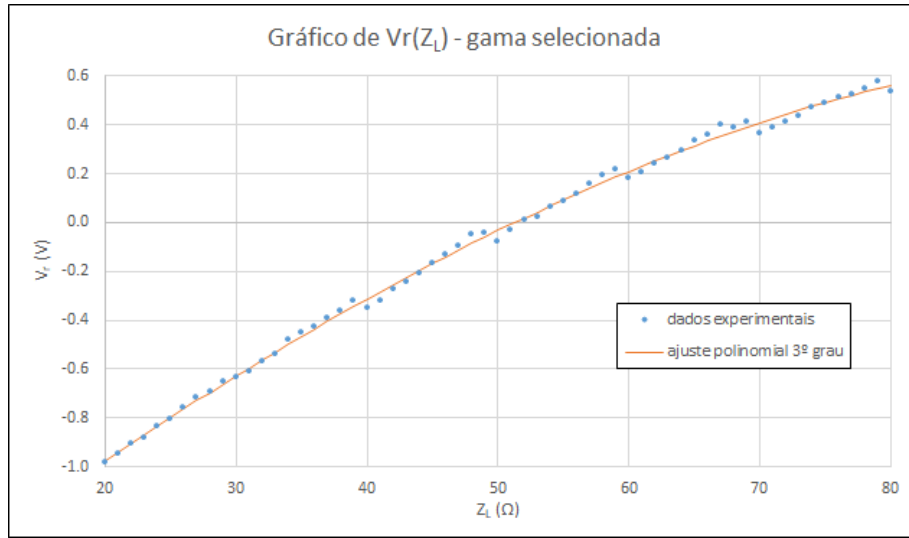


Figura 10: Gráfico de $V_r(Z_L)$ junto do valor crítico referência $Z_c = 50 \Omega$ para a gama selecionada - $Z_L \in [20; 80] \Omega$ - barras de incerteza experimental não são visíveis

- Hipótese:

- As impedâncias na caixa de resistências não estão “calibradas”, ou seja, quando alteramos o valor das dezenas para 5, por exemplo, com o botão das unidades no zero, o valor da impedância de carga na caixa não é 50Ω , mas sim um valor mais baixo do que o ponto

Ajuste polinomial de 3. ^o grau				
	a_3	a_2	a_1	a_0
Valor	-5×10^{-7}	$-1,2 \times 10^{-4}$	0,042	-1,76
Incerteza	6×10^{-7}	9×10^{-5}	0,004	0,07
R^2	0,9981			
sy	0,02			

Tabela 1: Matriz do ajuste polinomial de 3.^o grau na gama de dados selecionada

anterior, que era 49 Ω nesse caso.

Por isso existiriam essas quebras onde o valor de V_r medido é mais baixo do que o que deveria ser se seguíssimos a tendência dos pontos anteriores (equação (3)). No laboratório, fez-se um estudo rápido onde se utilizou um ohmímetro para medir diretamente as resistências da caixa quando se alterava o valor das dezenas, mantendo as unidades no zero. O resultado obtido foi que para cada valor das dezenas, a resistência lida no ohmímetro foi sempre inferior (1 ou 2 Ω) à resistência escolhida nos botões da caixa, o que corrobora a hipótese. Essa mesma hipótese foi também testada anteriormente por um docente do Departamento de Física e Astronomia da Universidade do Porto, que verificou que ao fazer várias medições das resistências na caixa, após rodar os botões de várias maneiras, o valor obtido nunca era exatamente mesmo, tendo conta a incerteza associada nas medições. É importante ter esta hipótese em consideração, porque, claramente, se trata de um erro sistemático cometido na experiência que influencia diretamente a exatidão na determinação de Z_c . Para determinar o valor de Z_c fez-se um ajuste polinomial de 3.^o grau ⁵ aos dados experimentais, estando os parâmetros do ajuste presentes na Tabela 1.

Os valores de V_r foram calculados a partir deste ajuste e estão representados no gráfico da Figura 10. Além disso, calcularam-se os resíduos no valor de V_r resultantes deste ajuste e foram representados graficamente, na Figura 11 (barras de incerteza correspondentes a $u(V_r)$, cuja fórmula de cálculo está apresentada na secção 5).

Como se pode observar no gráfico de resíduos, estes parecem estar segundo um padrão, sendo que em intervalos de 10 Ω ([40; 50[Ω , por exemplo) apresentam tendências crescentes que estão separadas. Esta forma dos resíduos está exatamente relacionada com as quebras no gráfico quando se altera o botão das dezenas da caixa. Não faz sentido analisar cada uma das tendências separadamente pois o foco da análise é determinar o valor característico da impedância de carga a partir de um ajuste polinomial, e para isso é necessária uma gama de pontos suficientemente densa perto do valor referência. Além disso, um ponto encontra-se fora do intervalo confiança [-2sy, 2sy] representado no gráfico, porém não foi considerado pontos duvidoso pois continua perto dos restantes resíduos, e surge devido à tendência com origem no problema da caixa já evidenciado (se fosse removido surgiam mais duvidosos no ajuste seguinte).

Avançando para o cálculo de Z_c , corresponde exatamente ao zero da função polinomial obtida no ajuste, no intervalo em estudo. Obteve-se:

$$Z_{c_{exp.}} = (51 \pm 1) \Omega$$

Com um erro percentual relativo $\epsilon(\%) = 2\%$, por excesso (em relação a $Z_{c_{ref}} = 50 \Omega$) e

⁵ Ajustes polinomiais de 4.^o ou de 5.^o grau não apresentavam um ganho de qualidade significativo em relação ao de 3.^o grau - por essa razão manteve-se o ajuste de grau inferior

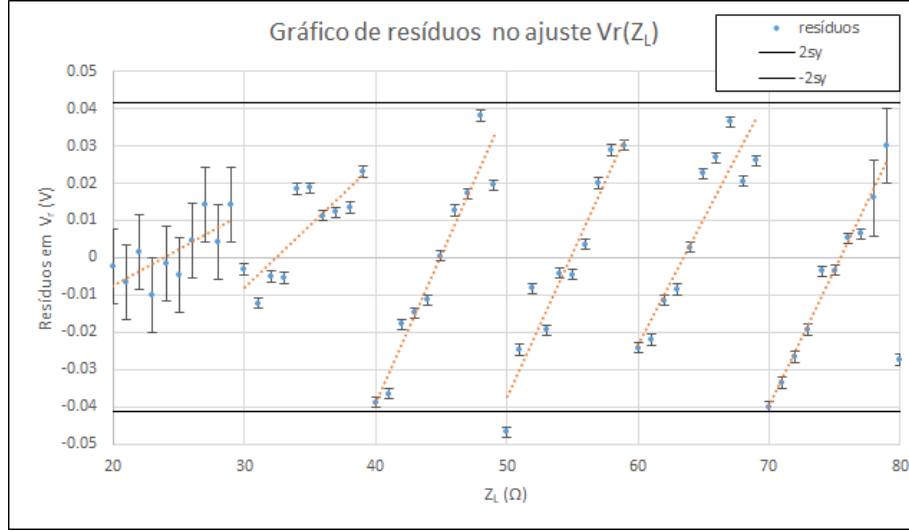


Figura 11: Gráfico de resíduos em V_r no ajuste polinomial de 3º grau feito sobre a gama $Z_L \in [20; 80] \Omega$ - barras de incerteza experimental visíveis

uma incerteza relativa $u(\%) = 2\%$ (a incerteza $u(Z_c)$ foi obtida fazendo a diferença entre o valor obtido experimentalmente e o valor referência)⁶. Note-se que o valor que foi obtido tem um erro consideravelmente baixo, estando bastante próximo do valor referência, porém este foi obtido por excesso precisamente devido ao erro sistemático associado à caixa de resistências (visualmente é fácil perceber que as quebras no gráfico “atrasam” o ponto onde o polinômio de ajuste interseja o eixo horizontal). É pertinente realçar que vários grupos de trabalho que realizaram esta experiência, em condições muito semelhantes, obtiveram resultados com erros por excesso em relação $Z_{ref} = 50 \Omega$ devido essencialmente ao mesmo problema (Tabela 2).

Grupo	$Z_c(\Omega)$	$u(Z_c)(\Omega)$	$\epsilon(\%)$	$u(\%)$
Nosso grupo	51	1	2 % (excesso)	2 %
PL6 - G2 [3]	50.2	0.2	0.5 % (excesso)	0.5 %
PL6 - G3 [4]	55	5	10 % (excesso)	9 %
PL1 - G4 [5]	56	6	12 % (excesso)	11 %
PL5 - G3	58	8	16 % (excesso)	14 %

Tabela 2: Resultados obtidos por outros grupos de trabalho, que fizeram a experiência nas mesmas condições - todos os valores obtidos por excesso

⁶Os resultados obtidos estão organizados na secção 3

2.2.2 2ª Parte

Determinação do coeficiente de atenuação, α

Para a determinação do coeficiente de atenuação, mediu-se a amplitude dos diferentes picos que aparecem no ecrã do osciloscópio que correspondem às sucessivas reflexões do impulso, na extremidade do cabo associada à fonte. No ecrã do osciloscópio era possível visualizar com clareza 8 picos (1 correspondente ao sinal incidente e 7 correspondentes aos refletidos), sendo que a partir do 8º impulso, a amplitude do impulso refletido já era muito reduzida, além do pico estar desformatado/alongado e por isso não foi tido em conta mais nenhum ponto. Usou-se o valor de Z_c obtido experimentalmente para a determinação do coeficiente de reflexão à entrada do cabo, pela equação (4) (sabendo que a impedância interna referência do gerador é $Z_o = 600 \Omega$). Obteve-se

$$\Gamma_0 = 0,843 \pm 0,004$$

que apresenta um erro de $\epsilon(\%) = 0,4\%$ (por defeito) em relação ao valor calculado com Z_{ref} e uma incerteza relativa $u(\%) = 0,4\%$. Então, com base na equação (7), representaram-se graficamente os dados $\ln(V_n)$ em função de n e fez-se um ajuste linear sobre os mesmos, calculando os resíduos correspondentes. No primeiro ajuste surgiu um ponto duvidoso (ver Anexo 6), no último ponto. Uma vez que a medição associada a este ponto tem menos qualidade do que as outras, pois o pico já era mais alongado e tinha contribuição diferente de várias frequências, esse duvidoso foi removido do gama na qual se refez o ajuste. O gráfico de $\ln(V_n)(n)$ que resulta desta análise está presente na Figura 12, estando os parâmetros de ajuste na Tabela 3

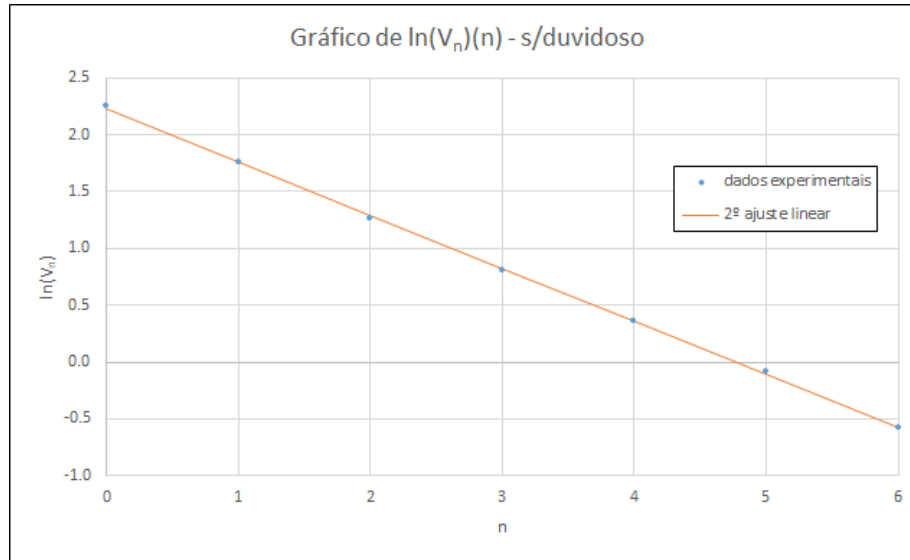


Figura 12: Gráfico de $\ln(V_n)(n)$ dos dados recolhidos em 6 picos após o sinal incidente ($n = 0$) - barras de incerteza não são visíveis

E com este ajuste obtiveram-se os resíduos representados na Figura 13. Por observação do gráfico de resíduos percebe-se que parecem existir duas tendências distintas: uma decrescente para $n = 0, 1, 2$ e um crescente para $n = 3, 4, 5$ (o último ponto sendo isolado não foi considerado

Ajuste linear $\ln(V_n)(n)$ - s/duvidoso			
m	-0,466	2,23	b
$u(m)$	0,004	0,02	$u(b)$
R^2	0,9996	0,02	sy

Tabela 3: Matriz com os parâmetros obtidos no 2º ajuste linear feito para $\ln(V_n)(n)$ - sem ponto duvidoso

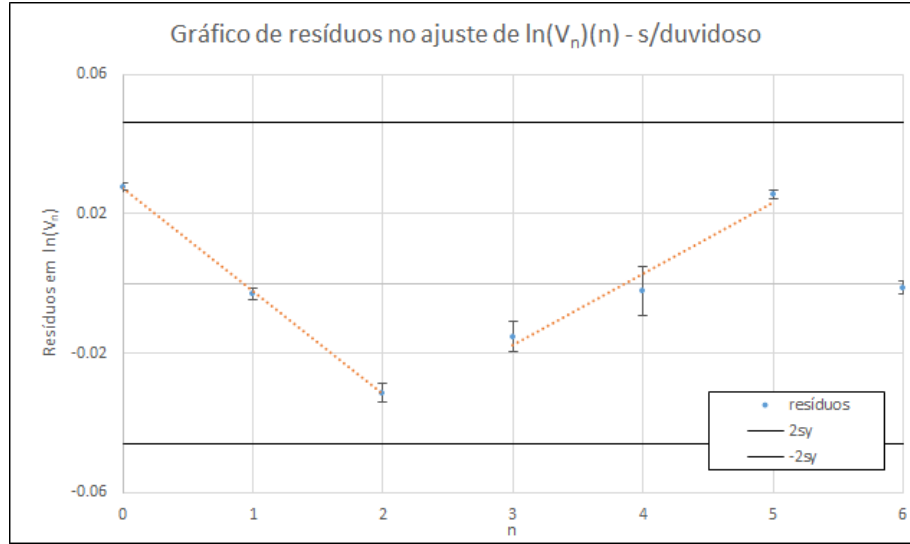


Figura 13: Gráfico de resíduos em $\ln(V_n)$ dos dados recolhidos em 6 picos após o sinal incidente ($n = 0$) - barras de incerteza visíveis

em nenhuma tendência). No entanto, sendo que as tendências são constituídas por um número muito reduzido de pontos, não foram estudadas separadamente - para o fazer teriam de ser possível retirar uma gama com mais pontos para verificar se de facto existe essa tendência (aumentando a amplitude do impulso inicial existiriam mais picos, e por isso seria mais fácil retirar mais pontos). Ao verificar o gráfico de resíduos obtidos neste ajuste para outros grupos de trabalho, verificamos que estes apresentam a mesma forma, ou seja, as mesmas tendências, sendo inicialmente decrescentes e depois crescentes. Surgiu como hipótese para a explicação destas tendências a ideia seguinte:

- Hipótese:

- O coeficiente de atenuação, α , não é independente da frequência do sinal que se propaga no cabo.

Esta hipótese surgiu pois é possível decompor o impulso numa sobreposição de sinais harmónicos de frequência diferentes. Assim sendo, cada sinal harmónico seria atenuado de forma diferente, portanto, ao longo do percurso, algumas componentes do impulso iam diminuindo mais do que outras. A atenuação do impulso seria uma espécie de média ponderada das atenuações em cada componente

de frequência distinta. Logo, inicialmente a atenuação tomava valores maiores porque existem componentes com atenuação maior, porém quando essas componentes fossem desprezáveis em relação às outras que não foram tão atenuadas, o valor da atenuação do impulso seria ligeiramente menor pois essas componentes têm atenuação menor. Ao consultar qualquer *datasheet* (exemplos, [6] e [7]) de um cabo coaxial RG-58 verifica-se que α é tanto maior quanto maior for a frequência do sinal sinusoidal que percorre o cabo. Ou seja, neste caso, as componentes harmônicas com maior frequência iriam ser mais atenuadas acabando por “desaparecer” primeiro, sobrando apenas as componentes com menor atenuação. Por essa razão surgem as duas tendências no gráfico de resíduos: uma que indica um declive maior do obtido no ajuste (em módulo) para $n \leq 2$, isto é, um α maior (os sinais de alta frequência ainda estão presentes). E outra, $3 \leq n \leq 5$, que indica um declive menor, um α menor, onde sobram as frequências baixas.⁷

Contudo esta hipótese não será tida em conta no cálculo de α pelo facto da gama experimental já ser bastante reduzida, mas será feito, posteriormente, um teste como tentativa de corroborar esta hipótese. Com base na equação (7) e do declive do ajuste linear obtido, determinou-se α como sendo:

$$\alpha = (2,40 \pm 0,05) \times 10^{-3} \text{ dB m}^{-1}$$

Com uma incerteza relativa de $u(\%) = 2,1\%$. Não é possível calcular o erro relativo percentual pois não existe um valor referência para o coeficiente de atenuação, porém verifica-se que o valor obtido está de acordo com a especificação do cabo (presente na secção do **Material utilizado**), sendo menor do que $0,02 \text{ dB m}^{-1}$. Com o intuito de comparar o resultado obtido com o de outros grupos de trabalho fez-se um gráfico com o valor de α obtido por 5 grupos diferentes, que usaram exatamente o mesmo método de análise e realizaram a experiência nas mesmas condições com as respetivas incertezas, na Figura 14. Por comparação percebe-se que o resultado que obtivemos

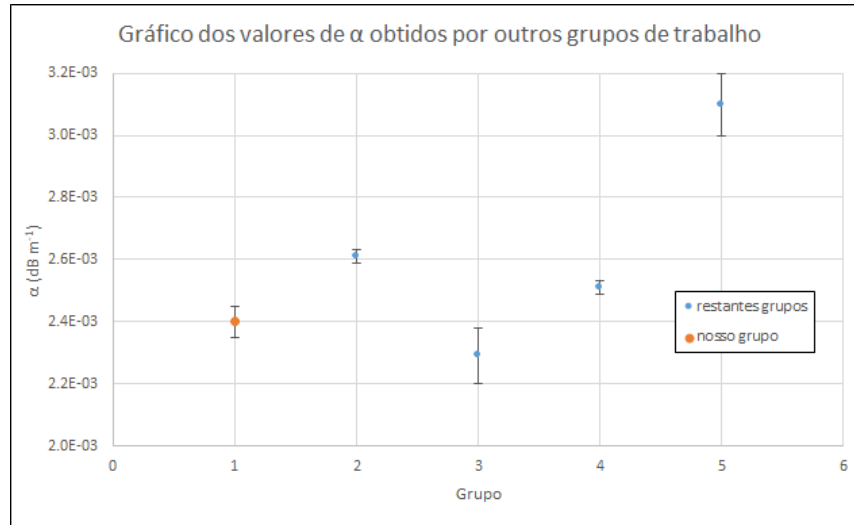


Figura 14: Comparação dos resultados na determinação de α , em dB m^{-1} , obtidos por outros grupos - 1: ‘nosso’; 2: PL6-G2; 3: PL6-G3; 4: PL1-G4; 5: PL5-G4

⁷Trata-se apenas de uma hipótese que pode vir a ser testada em laboratório, tentando recolher mais dados relativos a mais picos, e tentando determinar a atenuação para cada frequência.

Grupo	α (dB m ⁻¹)	$u(\alpha)$ (dB m ⁻¹)	$u(\%)$
Nosso grupo	$2,40 \times 10^{-3}$	$0,05 \times 10^{-3}$	2,1 %
PL6 - G2	$2,40 \times 10^{-3}$	$0,02 \times 10^{-3}$	0,8 %
PL6 - G3	$2,29 \times 10^{-3}$	$0,09 \times 10^{-3}$	3,9 %
PL1 - G4	$2,51 \times 10^{-3}$	$0,02 \times 10^{-3}$	0,8 %
PL5 - G4 [8]	$3,1 \times 10^{-3}$	$0,1 \times 10^{-3}$	3,2 %

Tabela 4: Resultados obtidos por outros grupos de trabalho para o cálculo de α , que fizeram a experiência nas mesmas condições

encontra-se relativamente próximo do valor obtido por outros grupos de trabalho (exceto do último grupo que apresenta um valor distanciado dos demais), apesar existirem grupos que obtiveram uma maior precisão no valor de α .

Por curiosidade e como forma de verificar este resultado utilizou-se o valor obtido na medição de V_r e V_i para $Z_L \rightarrow \infty$, na **1ª Parte** do trabalho, assumindo que existiu reflexão total ($\Gamma_L = 1$), logo

$$V_r = e^{-2\alpha l} V_i \quad (15)$$

Calculou-se o valor de V_r a partir desta expressão e comparou-se com o valor medido no osciloscópio $V_r = (2,40 \pm 0,05)V$ (usado como referência para calcular o erro no valor obtido) e chegou-se a

$$V_r = 2,66 \pm 0,02$$

com um erro relativo em relação ao valor medido de $\epsilon(\%) = 11\%$ e uma incerteza relativa $u(\%) = 0,7\%$. Como se pode verificar, o erro não é indicativo de um resultado tão satisfatório, apesar da reduzida incerteza relativa, pelo que se esperava uma melhor exatidão no resultado. Daqui surge uma oportunidade para testar a hipótese colocada anteriormente sobre a atenuação do sinal, uma vez que na medição efetuada o impulso apenas foi refletido uma vez, ou seja, ainda existiriam componentes harmônicas com frequências altas e haveria maior atenuação. Estaria no domínio daquela primeira tendência do gráfico de resíduos. Portanto, foi calculado outro valor do coeficiente de atenuação, que se definiu como α' ⁸, apenas partir dos 3 primeiros pontos da gama onde se verificava a tendência e obteve-se

$$\alpha' = (2,64 \pm 0,04) \times 10^{-1} \text{ dB m}^{-1}$$

com uma incerteza relativa de $u(\%) = 1,6\%$ e um erro relativamente ao valor calculado com a gama toda de $\epsilon(\%) = 10\%$ (por excesso). Este erro indica uma diferença significativa entre os coeficientes calculados e pode ser um argumento a favor da hipótese colocada.

Com este ajuste recalcula-se o valor de V_r a partir da equação(15) e obtem-se

$$V_r = 2,59 \pm 0,01$$

com um erro relativamente ao valor medido de $\epsilon(\%) = 8\%$ e uma incerteza relativa $u(\%) = 0,5\%$. Ou seja, o valor além de mais preciso (melhor qualidade no ajuste), tem um erro relativo relativamente menor o que pode corroborar efetivamente a hipótese que foi colocada.

⁸Não será considerado como resultado final uma vez que a gama de pontos utilizada na sua determinação é muito reduzida. Serviu apenas para testar a hipótese.

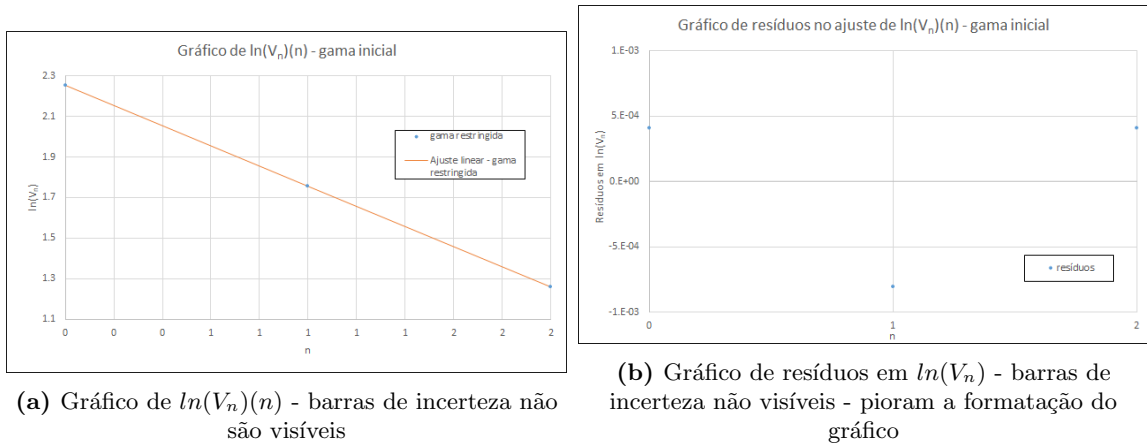


Figura 15: Gráficos resultantes da análise da gama restrita a $n = 0, 1, 2$

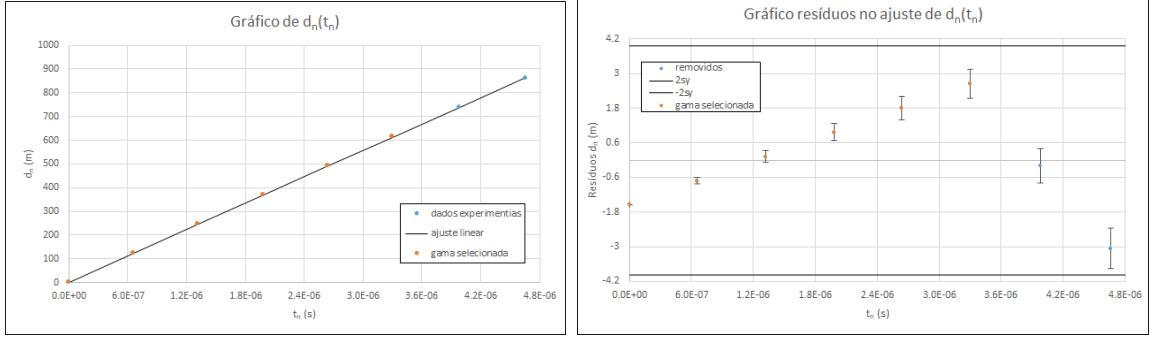
Determinação da velocidade de fase, v

Para a determinação da velocidade de fase, v , mediram-se os tempos correspondentes aos picos que aparecem no ecrã do osciloscópio, t_n , relativamente ao primeiro ($n = 0$). Sabendo a distância percorrida pelo sinal no n -ésimo pico relativamente ao primeiro, $d_n = 2nl$, faz-se o ajuste $d_n(t_n)$ sendo o declive igual à velocidade de fase (equação (10)). Num primeiro ajuste linear à gama completa de dados recolhidos (8 picos, incluindo o primeiro) - $t_n \in [0; 5] \mu s$ - identificaram-se 2 gamas distintas que possuem tendências diferentes no gráfico de resíduos, como se observa na Figura 16b (barras de incerteza correspondentes a $u(d_n)$ - ver Anexo 5). Para $n = 0, 1, 2, \dots, 5$ ($t_n \in [0; 3, 5] \mu s$) há uma tendência crescente, claramente distinta dos seguintes dois pontos que parecem possuir uma tendência decrescente (como são só 2 pontos não será considerada a análise dessa gama). Este comportamento também foi encontrado por alguns dos grupos de trabalho já mencionados, que pode ser justificado pelo facto dos últimos impulsos já possuírem uma deformação maior, sendo mais alongados e de amplitude muito reduzida. Estes dois pontos finais foram descartados, sendo que apenas foi estudada a gama selecionada (representada a laranja), a partir da qual se refez o ajuste (Figura 17) e obteve-se o gráfico de resíduos⁹ (Figura 18).

Este ajuste foi deveras satisfatório, pois todos os resíduos são nulos (ultrapassam o limite de precisão do computador, que são 15 casas decimais), com exceção do primeiro, que não foi considerado duvidoso porque também já se encontra muito próximo do limite de casas decimais do software utilizado¹⁰. A matriz do ajuste linear, na Tabela 5 também revela a qualidade deste ajuste:

⁹Os resíduos são tão reduzidos, muito menores do que a incerteza nos dados, que a adição das barras de incerteza no gráfico piorava a sua formatação, (incerteza em d_n vai desde 0,05 m, primeiro pico, até 0,7 m, último pico) assim como as linhas correspondentes ao intervalo de confiança ($2sy$ e $-2sy$)

¹⁰Excel



(a) Gráfico de $d_n(t_n)$ - barras de incerteza não são visíveis (b) Gráfico de resíduos em d_n - barras de incerteza experimental visíveis

Figura 16: Gráficos obtidos no primeiro ajuste $d_n(t_n)$, na gama completa de pontos recolhidos em laboratório

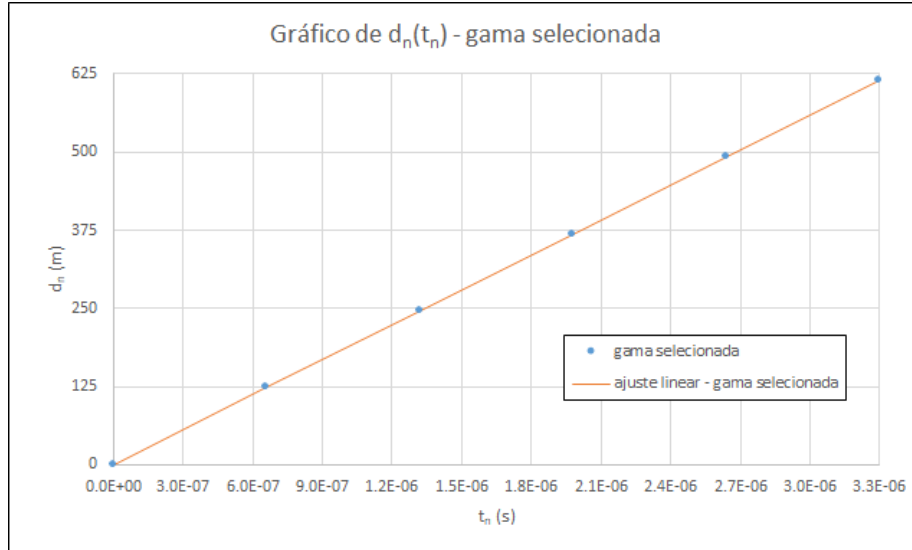


Figura 17: Gráfico de $d_n(t_n)$ na gama selecionada - barras de incerteza não são visíveis

Ajuste linear $d_n(t_n)$ - gama selecionada			
m	$1,8636363636363600 \times 10^8$	-6×10^{-14}	b
$u(m)$	1×10^{-8}	2×10^{-14}	$u(b)$
R^2	1	3×10^{-14}	sy

Tabela 5: Matriz com os parâmetros obtidos ajuste linear feito para $d_n(t_n)$ - gama selecionada

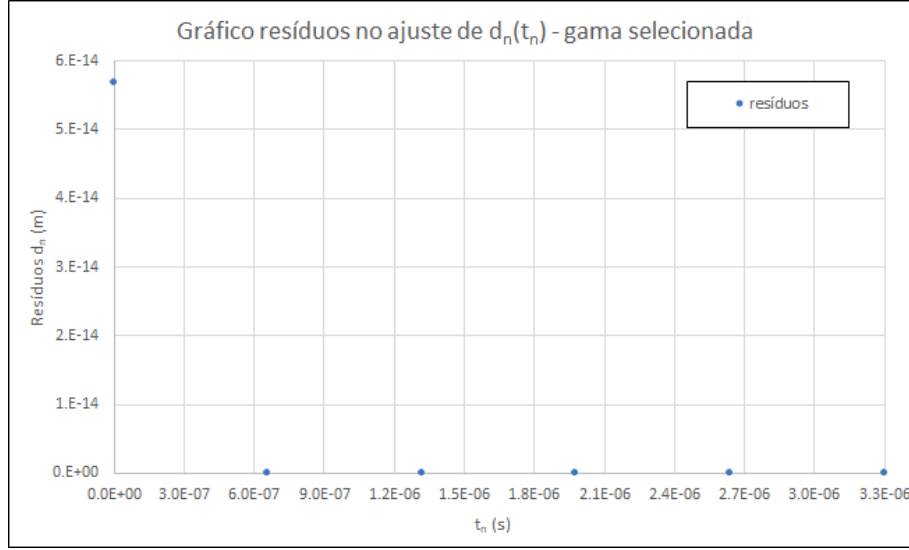


Figura 18: Gráfico de resíduos em d_n no ajuste da gama selecionada - barras de incerteza não visíveis

Como valor referência considerou-se o valor calculado teoricamente por

$$v_{ref} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

para o polietileno que constitui o cabo tem-se $\epsilon = 2,3\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ e $\mu \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ logo

$$v_{ref} = 1,98 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

O valor determinado experimentalmente coincide com o declive do ajuste obtido, portanto obteve-se

$$v_f = (1,8636363636363600 \pm 0,0000000000000001) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

Com um erro em relação ao valor referência de $\epsilon(\%) = 6\%$ (por defeito) e uma incerteza percentual relativa de $u(\%) = 6 \times 10^{-15} \%$. O facto da incerteza relativa ser extremamente baixa revela também a qualidade do ajuste, como já foi referida, assim como a precisão do resultado obtido. No entanto, o erro relativamente ao valor referência, apesar de não ser muito elevado, indica, claramente, a presença de um erro sistemático neste estudo. Este erro pode dever-se a diversos fatores como a aproximação $\mu \approx \mu_0$ para o polietileno que constitui o cabo, ou o facto do cabo já ter algum uso e poder estar ligeiramente “danificado” em algum ponto, por exemplo. Não é possível indicar de forma segura e exata, com base no estudo que foi feito, o erro sistemático que afetou esta análise, mas é possível confirmar que os resultados obtidos por outros grupos de trabalho foram muito semelhantes (Tabela 6)¹¹:

Repare-se que os valores obtidos com menor incerteza relativa, aproximam-se do valor que foi aqui obtido, mantendo o mesmo erro relativo devido, muito provavelmente, ao mesmo erro sistemático, sendo que foram todos determinados por defeito.

¹¹O erro foi calculado relativamente ao mesmo valor referência

Grupo	$v_f(\text{ms}^{-1})$	$u(v_f)(\text{ms}^{-1})$	$\epsilon(\%)$	$u(\%)$
Nosso grupo	$1,8636363636363600 \times 10^8$	1×10^{-8}	6 % (defeito)	$6 \times 10^{-15} \%$
PL6 - G2	$1,8636363636363600 \times 10^8$	2×10^{-8}	6 % (defeito)	$1 \times 10^{-14} \%$
PL6 - G3	1.858×10^8	3×10^5	6 % (defeito)	0,2 %
PL1 - G4	1.96×10^8	3×10^6	0,9% (defeito)	1,5 %

Tabela 6: Resultados de v_f obtidos por outros grupos de trabalho, que fizeram a experiência nas mesmas condições - todos os valores obtidos por defeito

2.2.3 3ª Parte

Determinação da velocidade de propagação de um sinal sinusoidal, v

Antes de começar a analisar os dados obtidos é importante realçar que se espera que o valor obtido para a velocidade de propagação do sinal sinusoidal, v , seja igual ao valor da velocidade de fase do impulso calculada anteriormente, v_f , e por isso utilizar-se-à o mesmo valor referência

$$v_{ref} = 1,98 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

Para este estudo foram registados os valores de frequência f , correspondentes a estados de fase ($\Phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$) e de anti-fase ($\Phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$), entre o sinal de entrada no cabocoaxial (canal 1) e o sinal de saída do cabo (canal 2). A escolha de apenas se medir em fase ou anti-fase tem por base tentar agilizar e acelerar o processo de recolha de dados no laboratório, uma vez que não foi utilizado o menu “Measure” do osciloscópio, mas utilizaram-se cursores como está explicado no **Procedimento Experimental**. Na Figura 19 encontra-se um exemplo de uma medição feita em laboratório, com ambos os sinais em fase.

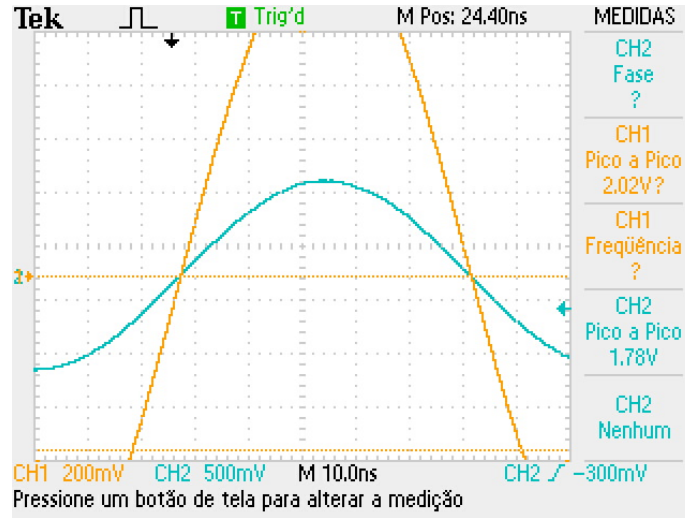


Figura 19: Ecrã do osciloscópio com o sinal de entrada no cabo (canal 1 a laranja) e o sinal de saída (canal 2 a azul) em fase

Para cada situação anotaram-se dois valores de frequência lidos no ecrã do gerador de sinais, para

os quais os sinais pareciam estar em fase ou anti-fase. Assim, considerou-se a incerteza experimental o valor absoluto da diferença entre os dois valores registados para a mesma situação (ver Anexo 5). Para analisar os dados, usou-se na frequência a média dos dois valores de medidos com a respetiva incerteza e diferença de fase associada. Fez-se um primeiro ajuste com todos os dados recolhidos no laboratório, calculando e representando os resíduos (Figura 20). Como se verifica o primeiro ponto, correspondente à frequência mais baixa (800kHz), é claramente duvidoso¹² afastando-se de uma tendência crescente que se verifica nos restantes resíduos. Esse ponto foi removido da gama em

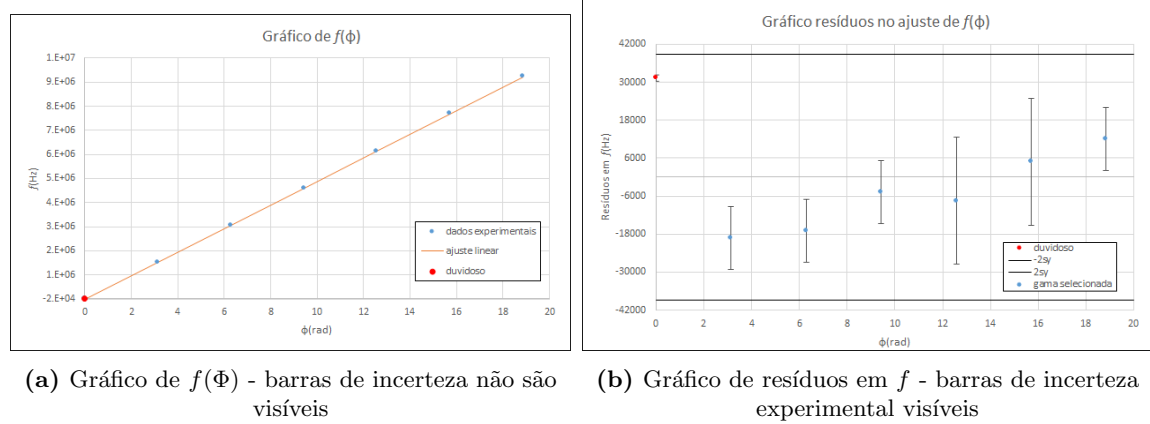


Figura 20: Gráficos obtidos no primeiro ajuste $f(\Phi)$, na gama completa de pontos recolhidos em laboratório

análise de forma a refazer-se o ajuste linear, apenas na gama selecionada (com $f \in [1; 9, 3]$ MHz). O gráfico deste segundo ajuste está na Figura 21, sendo que a matriz resultante está logo abaixo na Tabela 7. A partir deste ajuste obteve-se o gráfico de resíduos da Figura 22. Como se verifica, não

Ajuste linear $f(\Phi)$ - gama selecionada			
m	$4,915 \times 10^5$	$-5,1 \times 10^4$	b
$u(m)$	3×10^2	2×10^3	$u(b)$
R^2	0.999999	4×10^3	sy

Tabela 7: Matriz com os parâmetros obtidos ajuste linear feito para $f(\Phi)$ - gama selecionada

existem pontos duvidosos, sendo que todos os resíduos são, na globalidade, uma ordem de grandeza abaixo da incerteza experimental, o que revela a qualidade do ajuste linear feito sobre os dados recolhidos e selecionados. Os resíduos parecem estar distribuídos aleatoriamente, revelando que os erros cometidos nesta parte da experiência foram maioritariamente de natureza aleatória. Assim sendo, é possível calcular o valor de v a partir do declive do ajuste (equação (14)), de onde se retira:

$$v = (1,899 \pm 0,002) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

¹²Provavelmente deve-se a um erro na medição uma vez que para frequências baixas era preciso usar uma escala do osciloscópio que dificultava a visualização dos sinais nos dois pontos de interseção com o zero de tensão

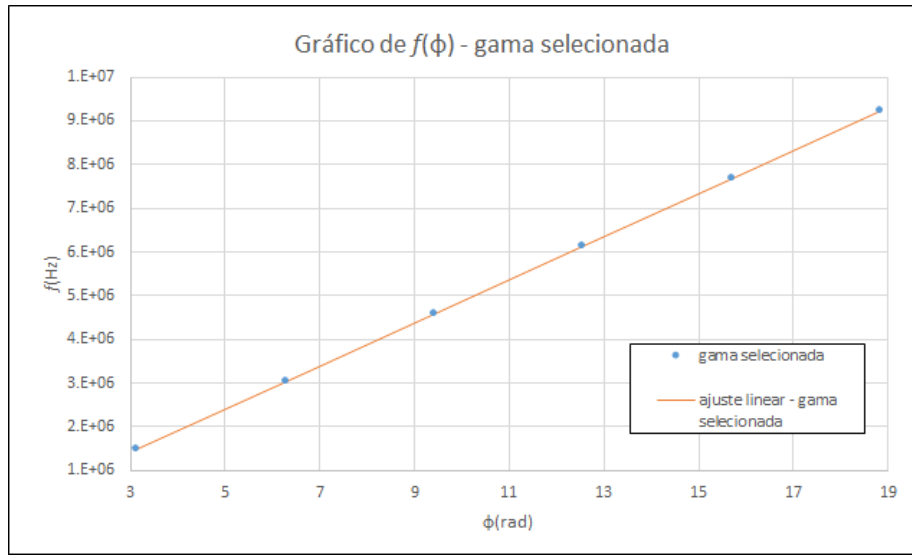


Figura 21: Gráfico de $f(\Phi)$ na gama selecionada - barras de incerteza não são visíveis

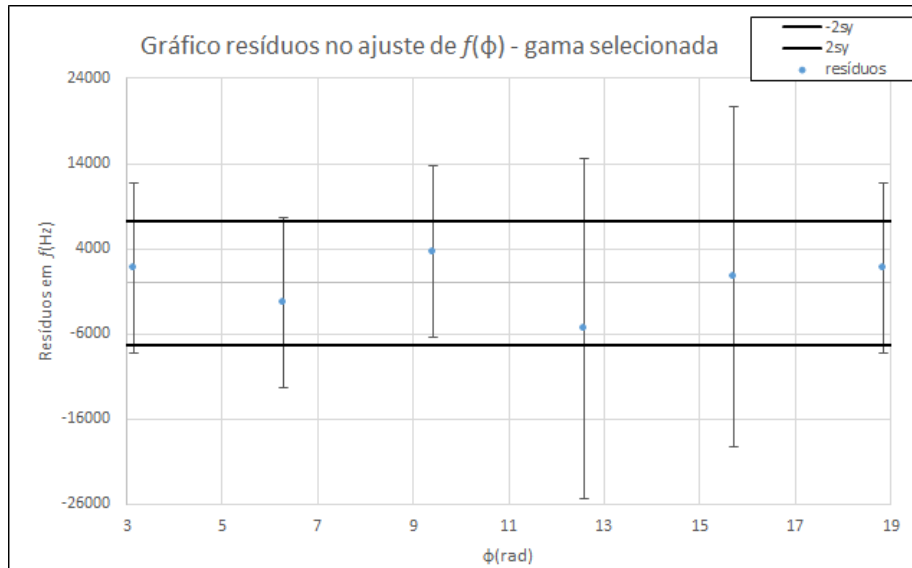


Figura 22: Gráfico de resíduos em f no ajuste da gama selecionada - barras de incerteza correspondentes de $u(f)$

Com um erro relativamente ao valor referência de $\epsilon(\%) = 4\%$ e uma incerteza relativa $u(\%) = 0.1\%$. Este valor já se aproxima mais do valor referência, sendo o erro ligeiramente menor do que o que foi encontrada na velocidade de fase, no entanto apresenta uma incerteza relativa que, apesar de muito pequeno, ainda é muito superior à incerteza no cálculo da velocidade de fase. Por essa razão, e como

meio de comparação dos dois valores para a velocidade obtidos (que devem ser iguais como já foi referido), calculou-se o erro percentual da velocidade de propagação do sinal harmónico em relação à velocidade de fase e obteve $\epsilon'(\%) = 2\%$ - que é um resultado satisfatório para a verificação da igualdade entre a velocidade de fase do impulso e a velocidade de propagação de um sinal sinusoidal.

3 Resultados finais

Nesta secção serão organizados os resultados finais do estudo feito sobre o cabo coaxial.

3.1 Resultados da 1ª Parte

Determinação de Z_c

- $Z_c = (51 \pm 1) \Omega$
- Erro(%) = 2 % (por excesso relativamente a $Z_{c_{ref}}$)
- Incerteza(%) = 2 %
- Comparação quantitativa com resultados obtidos por outros grupos: calculou-se o erro percentual no valor de Z_c obtido neste estudo em relação ao valor obtido pelos grupos já mencionados que fizeram este mesmo trabalho (Tabela 2)

	Comparação de resultados			
Grupo	PL6 - G2	PL6 - G3	PL1 - G4	PL5 - G3
Erro(%)	2 % (excesso)	7 % (defeito)	9 % (defeito)	12 % (defeito)

Tabela 8: Erro percentual do valor de Z_c obtido experimentalmente relativamente ao que foi obtido por outros grupos

3.2 Resultados da 2ª Parte

Determinação de α

- $\alpha = (2,40 \pm 0,05) \times 10^{-3} \text{ dB m}^{-1}$
- Incerteza(%) = 2,1 %
- Comparação quantitativa com resultados obtidos por outros grupos: calculou-se o erro percentual no valor de α obtido neste estudo em relação ao valor obtido pelos grupos já mencionados que fizeram este mesmo trabalho (Figura 14 e da Tabela 4)

	Comparação de resultados			
Grupo	PL6 - G2	PL6 - G3	PL1 - G4	PL5 - G4
Erro(%)	8 % (defeito)	5 % (excesso)	4 % (defeito)	23 % (defeito)

Tabela 9: Erro percentual do valor de α obtido experimentalmente relativamente ao que foi obtido por outros grupos

Determinação de v_f (velocidade de fase)

- $v_f = (1,86363636363600 \pm 0,0000000000000001) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
- Erro(%) = 6 % (por defeito relativamente a v_{ref})
- Incerteza(%) = 6×10^{-15} %

3.3 Resultados da 3ª Parte

Determinação de v (velocidade de propagação de um sinal sinusoidal)

- $v = (1,899 \pm 0,002) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
- Erro(%) = 4 % (por defeito relativamente a v_{ref})
- Incerteza(%) = 0,1 %

Erro em v relativamente a v_f : Erro(%) = 2 %

4 Conclusão

Na primeira parte da experiência verificou-se o comportamento de um impulso de tensão quando $Z_L = 0 \Omega$, havendo reflexão total com inversão do sinal. Também se verificou o comportamento no limite assintótico $Z_L \rightarrow \infty$, onde se observou reflexão total sem inversão do sinal de tensão. Determinou-se ainda a impedância característica da linha como sendo $Z_c = (51 \pm 1) \Omega$ com Erro(%) = 2 % por excesso relativamente a $Z_{cref} = 50 \Omega$ e Incerteza(%) = 2 %, o que pode ser considerado um bom resultado. Ao comparar este resultado com os obtidos por outros grupos, o menor erro relativo foi de 2 % em relação ao resultado com menor incerteza relativa (por excesso) e o maior de 12 % (por defeito) em relação ao de maior incerteza relativa. Todos os resultados dos vários trabalhos foram obtidos por excesso em relação ao valor referência. Com base nesta comparação também foi possível corroborar a hipótese do defeito existente na caixa de resistência utilizada.

Na segunda parte da experiência calculou-se o valor do coeficiente de atenuação $\alpha = (2,40 \pm 0,05) \times 10^{-3} \text{ dB m}^{-1}$ com Incerteza(%) = 2,1 %, que é coerente com a indicação dada pelo fabricante do cabo ($\alpha < 0,02 \text{ dB m}^{-1}$). Além disso, este valor α está de acordo com os valores obtidos por outros grupos de trabalho, sendo que o maior erro em relação ao valor obtido por outros grupos foi 8 % por defeito (não considerando o valor do grupo 4 da PL5 que se encontra muito afastado dos outros) e o menor foi de 4 % por defeito. Neste estudo também surgiu a hipótese de que a atenuação do cabo é maior para sinais com maior frequência (poderá ser feito um estudo da atenuação em função da frequência para testar esta hipótese), o que está de acordo com a

informação de todos os *datasheet* de cabos RG-58. Determinou-se também a velocidade de fase de um impulso a propagar-se no cabo como sendo $v_f = (1,8636363636363600 \pm 0,0000000000000001) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ com $\text{Erro}(\%) = 6 \%$ por defeito relativamente a $v_{ref} = 1,98 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ e $\text{Incerteza}(\%) = 6 \times 10^{-15} \%$, ou seja, foi um resultado com um grau de confiança muito elevado dada a baixíssima incerteza, no entanto não tão exato devido talvez à aproximação $\mu \approx \mu_0$ que se considerou ou a algum dano ligeiro no cabo coaxial.

Na terceira parte da experiência calculou-se o valor da velocidade de propagação de um sinal sinusoidal no cabo coaxial como sendo $v = (1,899 \pm 0,002) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ com $\text{Erro}(\%) = 4 \%$ por defeito relativamente a v_{ref} e com $\text{Incerteza}(\%) = 0,1 \%$. Mais uma vez, o resultado obtido foi satisfatório sendo que além de ter uma baixa incerteza e um erro em relação ao valor referência aceitável, ainda está muito próximo do valor de v_f determinado experimentalmente, sendo que o erro relativamente a esse valor é de 2% , como seria de esperar.

É possível concluir que, na globalidade, esta experiência foi bem executada, onde surgiram erros sistemáticos a partir dos quais se propuseram 2 hipóteses que podem ser testadas experimentalmente, e gerou resultados satisfatórios para a determinação de parâmetros característicos da linha de transmissão estudada.

5 Anexo 5

Fórmulas de propagação de incerteza utilizadas

$$u(\Gamma_0) = \frac{2Z_0}{(Z_0 + Z_c)^2} u(Z_c) \quad (16)$$

$$u(\ln(\Gamma_0)) = \frac{u(\Gamma_0)}{\Gamma_0} \quad (17)$$

Tendo-se $\alpha = \frac{\ln(\Gamma_0) - m}{2l}$ onde m é o declive do ajuste linear obtido, então:

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{u(\ln(\Gamma_0))}{2l}\right)^2 + \left(\frac{u(m)}{2l}\right)^2 + \left(\frac{\ln(\Gamma_0) - m}{2l^2}\right)^2 u(l)^2} \quad (18)$$

Cálculo de V_r a partir de α :

$$u(V_r) = \sqrt{(e^{-2\alpha l} u(V_i))^2 + (2\alpha e^{-2\alpha l} V_i u(l))^2 + (2l e^{-2\alpha l} V_i u(\alpha))^2} \quad (19)$$

$$u(d_n) = 2nu(l) \quad (20)$$

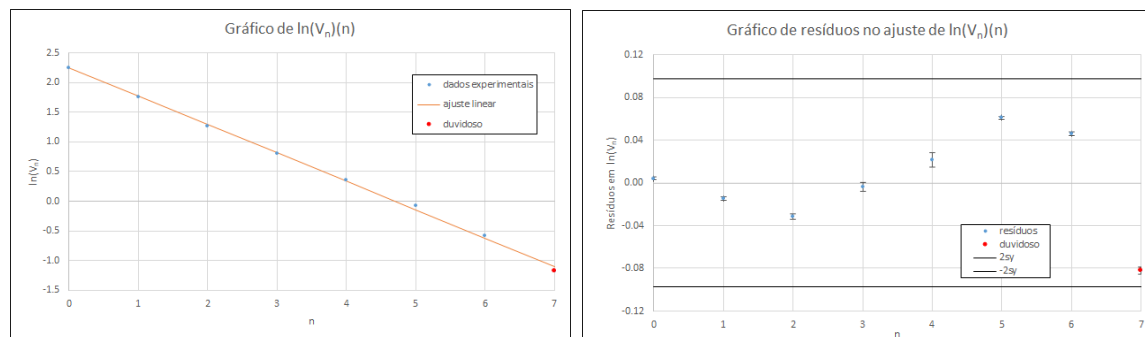
Para $v = 2\pi ml$, sendo m o declive do respetivo ajuste tem-se:

$$u(v) = v \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2} \quad (21)$$

de onde se pode concluir que o termo que contribui mais para a incerteza na velocidade de propagação é o declive do ajuste m .

6 Anexo 6

Gráfico do ajuste de $\ln(V_n)(n)$ para a gama completa, onde se encontrou um ponto duvidoso e o respetivo gráfico de resíduos que permitiu a sua identificação:



(a) Gráfico de $\ln(V_n)(n)$ gama completa - barras de incerteza não são visíveis (b) Gráfico de resíduos em $\ln(V_n)$ gama completa - barras de incerteza visíveis

Figura 23: Gráficos resultantes da análise da gama de pontos completa - $n = 0, 1, 2, \dots, 7$

Referências

- [1] D.J.Griffiths. *Introduction to Eletrodynamics*. Cambridge, 4th edition, 2017.
- [2] Departamento de Física e Astronomia da Univerdade do Porto. Protocolo da experiência T4A-Cabo coaxial. Último acesso a 25 de maio de 2023, 2023.
- [3] Helena Machado. Logbook Individual - cabo coaxial. Último acesso a 20 de maio de 2023, 2023.
- [4] Tomás Santos. Relatório - cabo coaxial. Último acesso a 20 de maio de 2023, 2023.
- [5] Beatriz Silva, João Tavares, Marta Teixeira, Miguel Vieira, and Raquel Freixo. Logbook de Grupo - cabo coaxial. Último acesso a 20 de maio de 2023, 2023.
- [6] Pro Power. Datasheet do cabo coaxial RG-58, Pro-Power, 2016. Último acesso a 25 de maio de 2023.
- [7] Pasternack. Datasheet do cabo coaxial RG-58, Pasternack, 2017. Último acesso a 25 de maio de 2023.
- [8] Grupo 4. Logbook de Grupo - cabo coaxial. Último acesso a 20 de maio de 2023, 2023.
- [9] José Luís Santos. Slides das aulas teóricas da unidade curricular Eletrónica. Último acesso a 02 de abril de 2023, 2022.