Estudo de Fenómenos de Interferência Ótica e Aplicações

Salomé Gomes Grupo 1, PL4

Departamento De Física e Astronomia, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Dezembro 2023

Resumo

Neste trabalho, usando um interferómetro de Michelson, calcularam-se dois valores para o índice de refração do ar, utilizando dois métodos distintos, de 0.77 e 1.000198, com incertezas de 2% e 0.0007%, respetivamente, e o índice de refração do vidro, com um valor de 1.221 e uma incerteza de 0.3%. Calculou-se ainda a largura de uma fenda, de 162 μ m com uma incerteza de 1%, o diâmetro de um fio de cabelo, com o valor 82 μ m com incerteza de 2%, e o diâmetro de uma abertura circular, com o valor 420 μ m e incerteza 5%, a partir do padrão de difração gerado por estas estruturas.

Conteúdo

1	Intr	oduçã	0
	1.1	Objeti	ivos
	1.2	Teoria	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		1.2.1	Interferómetro de Michelson
		1.2.2	Difração
2	Mét	todo e	xperimental 5
	2.1	Interfe	erómetro de Michelson
		2.1.1	Cálculo de n_a (Método 1)
		2.1.2	Cálculo de n_a (Método 2)
		2.1.3	Cálculo de n_v
	2.2	Difraç	ão
		2.2.1	Determinação da abertura de uma fenda
		2.2.2	Determinação do diâmetro de um fio de cabelo
		2.2.3	Determinação do diâmetro de um orifício circular
3	Res	ultado	s e Discussão
	3.1	Interfe	erómetro de Michelson
		3.1.1	Cálculo de n_a (Método 1)
		3.1.2	Cálculo de n_a (Método 2)
		3.1.3	Cálculo de n_v
	3.2	Difraç	ão
		3.2.1	Determinação da abertura de uma fenda
		3.2.2	Determinação do diâmetro de um fio de cabelo
		3.2.3	Determinação do diâmetro de um orifício circular
4	Cor	ıclusõe	es 11

1 Introdução

1.1 Objetivos

- Calcular os índices de refração do ar (utilizando dois métodos) e do vidro
- Estudar a variação do índice de refração do ar em função da pressão
- Determinar a largura de uma abertura linear estreita e os diâmetros de um orifício circular microscópico e de um fio de cabelo

1.2 Teoria

1.2.1 Interferómetro de Michelson

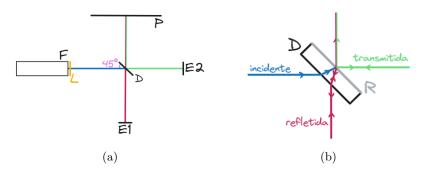


Figura 1: Representação esquemática do interferómetro de Michelson (1a) e propagação de raios dentro do divisor de ondas (1b). Legenda: F - laser He-Ne; L - lente; D - divisor de onda (lâmina de vidro com película fina refletora, R); E1/E2 - espelhos 1 e 2; P - plano de observação.

Na figura 1, podemos ver uma representação do interferómetro de Michelson, que utilizámos nesta experiência para medir os índices de refração do ar e do vidro. O laser gera uma onda eletromagnética plana e monocromática, focada pela lente, que se propaga na direção do divisor de onda. Quando a onda incidente (azul) incide no divisor, uma parte da sua amplitude é refletida (rosa) e a outra transmitida (verde). Ambas são refletidas depois pelos espelhos 1 e 2, respetivamente, e incidem novamente no divisor, em que parte da onda refletida atravessa o divisor na direção do plano de observação e parte da onda transmitida é refletida também nesta direção, ocorrendo sobreposição das duas. Como as duas ondas são geradas pela mesma fonte e têm tempos de propagação semelhantes, ocorre interferência e, portanto, obtemos franjas de interferência no plano de observação.

Observando a figura 1b, percebemos que um dos raios atravessa 3 vezes a lâmina de vidro do divisor, enquanto o outro atravessa apenas uma, pelo que é comum inserir uma lâmina de compensação no braço 2 (entre D e E2) com a mesma espessura da lâmina do divisor e também com uma inclinação de 45° , de forma a que, para o caso em que os braços têm o mesmo comprimento, os dois raios demorem o mesmo tempo a regressar ao divisor. No entanto, nesta experiência, foi desprezado esse efeito e, portanto, não foi usada uma lâmina de compensação.

De acordo com a referência [1], sabemos que a intensidade da onda resultante é dada por:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad \delta = k(r_1 - r_2)$$

em que I_0 é a intensidade das ondas cuja sobreposição estamos a calcular, k é o número de onda e r_1-r_2 é a diferença do percurso ótico das duas ondas. Isto significa que teremos zonas em que ocorre interferência construtiva e outras em que ocorre interferência destrutiva, de

acordo com o valor de δ , pelo que a imagem obtida no plano de observação é semelhante à da figura 2 (na prática apenas conseguimos observar os primeiros máximos, mais centrais).

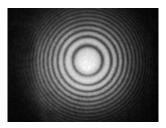


Figura 2: Padrão de interferência esperado no interferómetro de Michelson.[2]

Considerando um ponto de referência no padrão de interferência, ao variarmos o comprimento de um dos braços do interferómetro (Δd) , podemos calcular esta variação de acordo com a seguinte expressão[1]:

$$\Delta d = \frac{N\lambda}{2}$$

em que N é o número de franjas que passaram pelo nosso ponto de referência e λ é o comprimento de onda no ar.

Sabendo que $\lambda_0 = n_a \lambda$, em que n_a é o índice de refração do ar e λ_0 é o comprimento de onda no vazio, obtemos:

$$n_a = \frac{N\lambda_0}{2\Delta d} \tag{1}$$

Colocando uma célula de ar no braço 2 do interferómetro, ao variarmos a sua pressão em 1 bar, podemos calcular o índice de refração do ar[3]:

$$n_a = 1 + \frac{\lambda_0 N}{2d_c} \tag{2}$$

em que d_c é a espessura da célula de ar.

Esta expressão apenas se aplica caso a variação do índice de refração com a pressão seja linear, o que acontece para pressões não muito elevadas. Um dos objetivos da experiência passava por comprovar esta relação linear, mas não foi possível devido a uma fuga de ar na célula utilizada - ao apertar a bomba de ar muito rápido, não conseguíamos contar o número de passagens de máximos, e ao apertar devagar não conseguíamos subir suficientemente a pressão na célula de ar.

Adicionando, ao invés de uma célula de ar, uma lâmina de vidro de espessura h no braço 2 do interferómetro, paralelamente a E2, podemos rodá-la um ângulo i e contar o número de passagens de máximos, calculando o índice de refração do vidro[3]:

$$n_v = \frac{hn_a^2 \sin^2 i}{hn_a \sin^2 i - N\lambda_0} \tag{3}$$

1.2.2 Difração

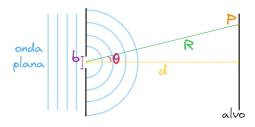


Figura 3: Difração de uma onda plana por uma fenda de largura b.

Considerando uma fenda com abertura b e uma onda plana de comprimento de onda $\lambda_0 \gg b$ que se propague através dessa fenda (figura 3), num ponto P do outro lado da fenda a intensidade da onda eletromagnética será dada por[1][2]:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2, \quad I_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{E_f \varepsilon cb}{R}\right)^2 \quad e \quad \beta = \frac{kb}{2} \sin \theta$$
 (4)

em que E_f , c e ε são, respetivamente, a amplitude do campo elétrico na fenda, a velocidade da luz e a constante de permeabilidade elétrica do meio.

Isto significa que, para $\theta=0$, temos intensidade máxima, pois $\sin\beta/\beta\to 1$, enquanto para $\beta=m\pi, m=\pm 1, \pm 2, \ldots$ temos intensidade nula, pelo que a imagem obtida no alvo será semelhante à da figura 4.



Figura 4: Padrão de difração de uma onda plana através uma fenda linear.[2]

Utilizando a aproximação $\sin \theta \simeq \theta \simeq \tan \theta \simeq Y/d$ para $d \gg Y$, obtemos[3]:

$$b = m \frac{d\lambda_0}{n_a Y_{min|m}}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$
 (5)

em que Y e $Y_{min|m}$ são, respetivamente, a posição de determinado ponto e a posição do mínimo de ordem m relativamente ao centro do padrão de difração.



Figura 5: Difração de uma onda plana por um fio de diâmetro b.

Para o caso da figura 5 em que ocorre difração por um fio de cabelo de diâmetro b, pelo Princípio de Babinet [2], o campo elétrico será simétrico ao gerado no caso da fenda, pelo que a sua intensidade será a mesma e, portanto, o padrão de difração obtido é o da figura 4, aplicando-se também a equação 5.

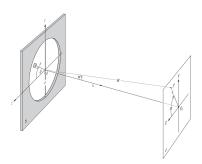


Figura 6: Difração de uma onda plana por um orifício circular.[2]

Para a difração por um orifício circular de diâmetro D (figura 6), a intensidade da onda eletromagnética num ponto P num plano a uma distância d do orifício é dada, de acordo

com as referências [1] e [2], por:

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{2J_1(kD/2\sin\theta)}{kD/2\sin\theta} \right]^2 \tag{6}$$

em que J_1 é a função de Bessel de ordem 1. Sabendo os primeiros zeros da função de Bessel e utilizando novamente $\sin \theta \simeq Y/d$, podemos calcular o valor do diâmetro do orifício a partir da distância, q_n , do zero de ordem n ao centro do padrão de difração[1][2][3]:

$$D = 1.22 \frac{\lambda_0}{n} \frac{d}{q_1} \tag{7a}$$

$$D = 2.23 \frac{\lambda_0}{n} \frac{d}{q_2} \tag{7b}$$

$$D = 3.24 \frac{\lambda_0}{n} \frac{d}{q_3} \tag{7c}$$

2 Método experimental

De acordo com [3], temos como valores de referência $n_a=1.00029$ e $n_v=1.517$ e a onda gerada pelo lasers utilizados tinha um comprimento de onda $\lambda_0=632.8\,\mathrm{nm}$.

2.1 Interferómetro de Michelson

Nesta parte da experiência, usámos o interferómetro de Michelson apresentado na figura 7, para além de uma célula de ar com bomba manual e uma lâmina de vidro cujo índice de refração calculámos.



Figura 7: Interferómetro de Michelson utilizado.

2.1.1 Cálculo de n_a (Método 1)

Começámos por alinhar o interferómetro de Michelson, de forma a obtermos um padrão de interferência circular (figura 2) no plano de observação. Realizámos 10 ensaios em que rodámos o parafuso micrométrico, movendo o espelho 1, contando o número de passagens de máximos, N, até 30. Chegando ao fim desta contagem, anotámos o valor de Δd , indicado no micrometro.

Após o 5.º ensaio, ocorreu acidentalmente um desalinhamento do interferómetro. Quando o voltámos a alinhar, o padrão de interferência ficou com uma forma ligeiramente oval, mantendo-se assim nos ensaios 6 a 10.

2.1.2 Cálculo de n_a (Método 2)

Para esta parte da experiência, acrescentámos uma célula de ar de largura $d_c = (3.0 \pm 0.1)$ cm com bomba manual entre o divisor de ondas e o espelho 2, na montagem da figura 7, com as suas faces paralelas ao espelho 2.

Não conseguimos alinhar o interferómetro de forma a observar o centro do padrão de interferência circular, apenas um conjunto de franjas bem visíveis.

Realizámos 5 ensaios em que subimos a pressão na célula até 1 bar acima da pressão atmosférica (apertando rapidamente a bomba de ar) e deixámos que a pressão caísse lentamente até atingir novamente a pressão atmosférica, contando o número de passagens de máximos, N.

2.1.3 Cálculo de n_v

Para esta parte da experiência, acrescentámos uma lâmina de vidro de espessura $h=(5.5\pm0.5)\,\mathrm{mm}$ entre o divisor de ondas e o espelho 2, na montagem da figura 7. Esta lâmina encontrava-se acoplada a uma base que nos permitia rodá-la facilmente relativamente ao seu centro.

Realizámos 6 ensaios em que rodámos a lâmina de vidro um ângulo i e contámos o número de passagens de máximos, N.

2.2 Difração

Utilizámos para esta parte da experiência um banco ótico conforme esquematizado na figura 8, com $d=(1.7950\pm0.0005)\,\mathrm{m}$.

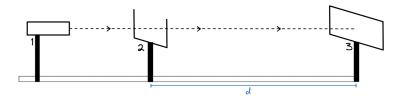


Figura 8: Representação esquemática da segunda montagem utilizada na execução. Legenda: 1 - laser He-Ne; 2 - suporte do elemento que difrata a luz; 3 - plano de observação.

2.2.1 Determinação da abertura de uma fenda

No suporte, colocámos uma fenda de largura 0.16 mm. Observámos o padrão da figura 9 numa folha de papel milimétrico colocada no plano de observação, na qual marcámos os pontos correspondentes ao centro do padrão e aos mínimos de ordens $m=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4,$ para posterior medição dos valores de $Y_{min|m}$, em que m<0 correspondem aos mínimos à esquerda do ponto central e m>0 aos que estão à sua direita. Marcámos os valores por ordem crescente de |m|.



Figura 9: Padrão de difração obtido para a fenda utilizada.

2.2.2 Determinação do diâmetro de um fio de cabelo

Colocámos no suporte um fio de cabelo, seguro à mão, já que não havia melhor forma de o fixar, obtendo o padrão da figura 10, no qual procedemos como para a fenda para os mínimos ordens $m=\pm 1, \pm 2, \pm 3$.



Figura 10: Padrão de difração obtido para o fio de cabelo.

2.2.3 Determinação do diâmetro de um orifício circular

Colocámos um orifício circular de diâmetro 0.4 mm no suporte. No plano de observação, obtivemos o padrão de difração da figura 11. Efetuámos a medição da distância desde o centro do padrão em 3 pontos diferentes para cada um dos 3 primeiros mínimos, já que esta variava de acordo com a zona escolhida (o padrão não é uniforme).

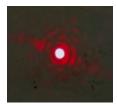


Figura 11: Padrão de difração obtido para o orifício circular.

3 Resultados e Discussão

3.1 Interferómetro de Michelson

3.1.1 Cálculo de n_a (Método 1)

Realizando a média dos valores de Δd obtidos nos 10 ensaios (Anexo - tabela 1), obtivemos $\overline{\Delta d}=1.23\times 10^{-5}\,\mathrm{m}\pm 2\%.$

Utilizando este valor na equação 1, obtivemos, para o índice de refração do ar:

$$n_a = 0.77 \pm 2\%$$

Este valor apresenta um erro, relativamente ao valor de referência de 23%, que se deve, provavelmente, a um erro sistemático, já que as incertezas de $\overline{\Delta d}$ e de n_a são ambas inferiores a 2%, ou seja, os valores obtidos nos vários ensaios são coerentes entre si. Este erro pode estar associado a um alinhamento incorreto do interferómetro ou também à elevada sensibilidade do micrómetro - o tempo de reação entre a realização da contagem , N=30, e parar de rodar o micrómetro poderia causar medições de $\overline{\Delta d}$ com erro por excesso, causando erro por defeito no valor de n_a .

Para além disso, o principal erro aleatório que influencia a incerteza nos valores obtidos diz respeito à contagem errada do número de passagens de máximos, N.

3.1.2 Cálculo de n_a (Método 2)

Realizando uma média dos valores de N obtidos nos 5 ensaios (Anexo - tabela 2), obtivémos $N=18.8\pm2\%$.

Utilizando este valor na equação 2, calculámos outro valor para o índice de refração do ar:

$$n_a = 1.000198 \pm 0.0007\%$$

Relativamente ao valor de referência, este valor tem um erro de 0.009%. Sendo este erro tão baixo, bem como a sua incerteza, é possível que, em parte, se deva à escolha de uma valor de referência desadequado - relembrando que o valor de n_a varia com diversos fatores, nomeadamente a temperatura[4].

O facto de a célula de ar ter uma fuga também pode ter afetado os valores obtidos.

Comparação entre os dois métodos

O método 2 parece ser mais adequado que método 1, uma vez que apresenta incerteza e erro percentual bastante menor. Isto pode acontecer devido a alguns fatores, nomeadamente o uso de um instrumento muito sensível para o método 1 (micrómetro), estando os valores

de Δd mais sujeitos a erro humano, como o tempo de reação ou o tremer das mãos de quem roda o micrómetro.

Reparemos ainda que ambos os valores apresentam um erro por defeito, levando-nos a considerar a possibilidade de que o valor real de n_a para as nossas condições experimentais fosse mais baixo do que aquele usado como referência.

3.1.3 Cálculo de n_v

Após alinharmos o interferómetro de Michelson, era possível ver, no plano de observação, para além do padrão de interferência principal, outros padrões menos brilhantes, que se moviam conforme rodávamos a lâmina, inicialmente na direção do padrão principal. Estes padrões secundários podem dever-se a fenómenos não considerados como, por exemplo, reflexões na lente.

Para $i \sim 5^{\circ}$ e N=13, os padrões secundários sobrepunham-se ao padrão principal e as franjas deixaram de se "deslocar" de dentro para fora e passavam a "deslocar-se" de fora para dentro, o que poderá ter originado erros nos valores de N.

A partir dos pares de valores de (N, i) (Anexo - tabela 3), utilizando a equação 3, calculámos vários valores de n_v , realizando a sua média para obter o valor final:

$$n_v = 1.221 \pm 0.2\%$$

Este valor apresenta um erro de 20% relativamente ao valor de referência mas tem uma incerteza baixa, que pode ter sido causado, à semelhança do que foi dito para o valor de n_a calculado pelo método 1, pelo uso de um instrumento muito sensível para medir i, mais sujeito a erro humano, originando um erro sistemático.

3.2 Difração

3.2.1 Determinação da abertura de uma fenda

Observando a figura 12, foi possível perceber que os valores medidos de $Y_{min|m}$ apresentam apenas pequenos desvios relativamente ao esperado, indicando que o método que utilizámos parece ser adequado.

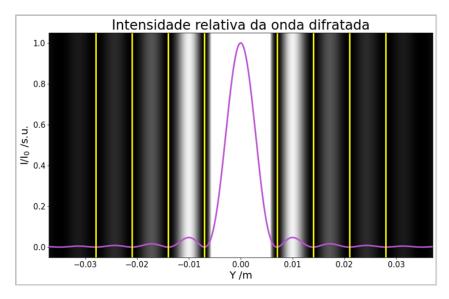


Figura 12: Representação gráfica da intensidade relativa da onda difratada prevista para o valor de referência de b para a fenda, calculada a partir da equação 4, e os valores de $Y_{min|m}$ medidos experimentalmente. Os valores esperados de $Y_{min|m}$ não eram visíveis devido à quase sobreposição com os valores experimentais, pelo que não se encontram representados.

Para cada par de valores $(m, Y_{min|m})$ (Anexo - tabela 4), a partir da equação 5, calculámos um valor de b. Obtivemos um valor final com um erro de 2% em relação ao valor de referência, calculado a partir da média destes vários valores de b:

$$b = 162 \, \mu \text{m} \pm 1\%$$

Todos os valores de b apresentam um erro por excesso relativamente ao valor de referência (figura 13), à exceção do valor para m=2, indicando a presença de um valor sistemático, nomeadamente um erro na medição de d ou o uso de um valor inadequado de n_a . Reparemos que ambos os valores de n_a calculados apresentam erro por defeito - o valor de n_a real poderia ser menor que o valor usado, causando um erro por excesso nos valores de b.

Reparemos que os valores que se encontram mais afastados do valor médio correspondem a m=2 e m=-2, um por defeito e outro por excesso, indicando a possibilidade de ter ocorrido um pequeno deslocamento da folha de papel milimétrico enquanto marcávamos estes mínimos, que tenha depois sido corrigido.

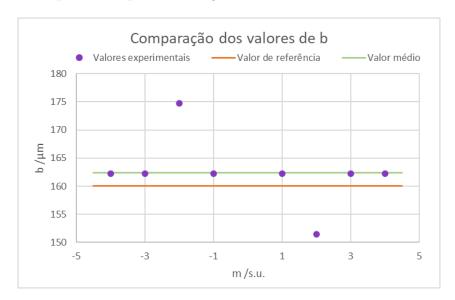


Figura 13: Representação gráfica dos valores de b experimentais, de referência, e valor médio.

Um erro aleatório que pode afetar os dados diz respeito ao facto de não observarmos mínimos bem definidos, mas termos de calcular "a olho" o centro das zonas mais escuras.

3.2.2 Determinação do diâmetro de um fio de cabelo

Realizando a análise dos valores de $(m, Y_{min|m})$ desta parte da experiência (Anexo - tabela 5) da mesma forma que na secção anterior, obtivemos:

$$b = 82 \, \mu \text{m} \pm 2\%$$

Para além de não termos um valor de referência para este caso, de acordo com a referência [5], o diâmetro médio para o fio de cabelo de uma pessoa espanhola (o grupo mais próximo da nossa amostra de todos os grupos distinguidos) é de $(79 \pm 9) \, \mu m$. O valor de b que calculámos tem uma diferença de 4% para este valor, pelo que parece plausível.

Podemos ver, na figura 14, que os valores de $Y_{min|m}$ para m>0 apresentam, em geral, um desvio para a direita e os de m<0 apresentam um desvio para a esquerda (para m=3, o desvio é para a esquerda, mas continuamos a ter $Y_{min|3}>Y_{min|-3}$). Por este motivo, calculámos a diferença dos valores de $Y_{min|m}$ para valores de m simétricos, e verificámos que têm a mesma ordem de grandeza. A causa mais provável é que o centro do padrão de

difração fosse ligeiramente mais à direita do que o ponto que considerámos, causando erros nas medições se forma sistemática e originando uma maior incerteza no valor final de b.

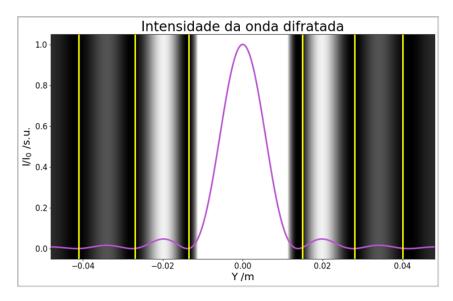


Figura 14: Representação gráfica da intensidade relativa da onda difratada prevista para o valor obtido de b para o cabelo, calculada a partir da equação 4, e os valores de $Y_{min|m}$ medidos experimentalmente.

Observando a figura 10, vemos ainda que, ao contrário do que aconteceu no caso da fenda, apareceu uma zona central muito brilhante, semelhante à incidência do feixe sem obstáculos no seu caminho. Isto poderá dever-se ao facto de o diâmetro do cabelo ser muito pequeno, provavelmente menor que o feixe do laser, havendo parte do feixe que alcança o plano de observação sem sofrer difração. Já no caso da fenda, independentemente da sua largura, a parte do feixe que não sofre difração é impedida de alcançar o plano de observação pelo material que forma a fenda.

3.2.3 Determinação do diâmetro de um orifício circular

Começámos por realizar a média dos 3 valores de q_n obtidos para cada n considerado (Anexo - tabela 6). Utilizando os valores médios de q_1 , q_2 e q_3 nas equações 7a, 7b e 7c, respetivamente, obtivemos 3 valores para D, sendo a sua média considerada como valor final para o diâmetro do orifício:

$$D=420\,\mathrm{\mu m}\pm5\%$$

O erro deste valor relativamente ao de referência é de 4%, o que significa que o valor de referência se encontra dentro do intervalo de confiança do valor calculado experimentalmente.

O facto de, como já foi referido, o padrão de difração não ser uniforme, causa uma maior incerteza nos valores de q_n e, consequentemente, no valor final de D. Desta forma, o valor de D apresenta uma maior incerteza percentual do que os valores da abertura da fenda e do diâmetro do fio de cabelo, para além de terem sido calculados a partir de métodos semelhantes.

Observando a figura 15, vemos que os valores médios de q_1 e q_3 obtidos têm valores consideravelmente desviados do previsto, por defeito e excesso, respetivamente. Como indicado, o padrão de difração não era uniforme, verificando-se também uma grande dispersão nos valores medidos, como era esperado.

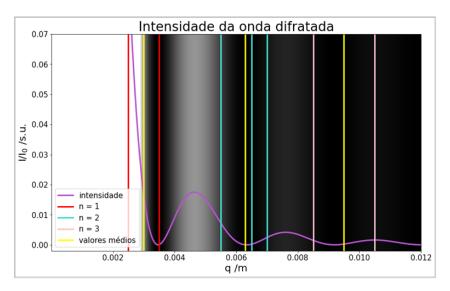


Figura 15: Representação gráfica da intensidade relativa da onda difratada prevista para o valor de referência de D para o orifício circular, calculada a partir da equação 4, e os valores de $Y_{min|m}$ medidos experimentalmente

4 Conclusões

Obtivemos dois valores para o índice de refração do ar, utilizando métodos diferentes:

- Método 1: $n_a = 0.77 \pm 2\%$
- Método 2: $n_a = 1.000198 \pm 0.0007\%$

Ambos os valores apresentam erros por defeito relativamente ao valor de referência, mas o valor obtido pelo método 2 tem um erro e uma incerteza muito menor. Isto está relacionado com o uso do micrómetro no método 1, muito sensível a erro humano.

Obtivemos o seguinte valor para o índice de refração do vidro:

-
$$n_v = 1.221 \pm 0.2\%$$

O valor obtido para a abertura da fenda foi de:

$$-b = 162 \, \mu \text{m} \pm 1\%$$

O valor obtido para o diâmetro do fio de cabelo foi de:

-
$$b=82\,\mathrm{\mu m}\pm2\%$$

Os dois valores acima são ambos afetados pelo facto de não conseguirmos observar um mínimo bem definido, mas sim zonas mais escuras no padrão de difração.

O centro do padrão de difração do fio de cabelo seria mais à direita do que o ponto que considerámos.

Para o diâmetro do orifício circular, obtivémos:

$$-D = 420 \, \mu \text{m} \pm 5\%$$

Este último valor apresenta uma incerteza percentual mais elevada que os anteriores, devido a dificuldades em identificar os mínimos por o padrão de difração não ser uniforme.

Referências

- [1] Frank L. Pedrotti, Leno M. Pedrotti e Leno S. Pedrotti. *Introduction to Optics*. Pearson. ISBN: 978-1-108-42826-2.
- [2] Eugen Hetch. Optics. Pearson. ISBN: 978-1-292-09693-3.
- [3] responsáveis pela unidade curricular FIS3037. "Estudo de Fenómenos de Interferência Ótica e Aplicações". Em: (2023).
- [4] Bengt Edlén. "The Refractive Index of Air". Em: *Metrologia* 2.2 (1966). DOI: 10.1088/0026-1394/2/2/002. URL: https://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/2/2/002.
- [5] Genevière Loussouarn et al. "Diversity in human hair growth, diameter, colour and shape. An in vivo study on young adults from 24 different ethnic groups observed in the five continents". Em: (2016), p. 148. URL: https://link.springer.com/content/pdf/10.1684/ejd.2015.2726.pdf.

Anexo

Ensaio		Δd /μm
	1	11.5
	2	12.5
	3	12.0
	4	12.5
	5	11.0
	6	12.5
	7	13.0
	8	13.0
	9	12.5
1	0.	12.5

Ensaio	N /s.u.
1	19
2	18
3	18
4	19
5	20

(i 0,1)°	N /s.u.
6.8	22
7.3	26
8.2	31
6.6	20
8.6	36
9.3	42

Tabela 1

Tabela 2

Tabela 3

m/s.u.	Y _{min m} /m
-1	0.0070
1	0.0070
-2	0.0130
2	0.0150
-3	0.0210
3	0.0210
-4	0.0280
4	0.0280

m/s.u.	Y _{min m} /m
-1	0.0135
1	0.0150
-2	0.0270
2	0.0280
-3	0.0400
3	0.0410

Tabela 4

Tabela 5

n	q _n /m			चิ₁/m	ս(<u>զ</u> ո) /m
n	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	q _n /III	u(q _n) / III
1	0.0030	0.0035	0.0025	0.0030	0.0002
2	0.0070	0.0065	0.0055	0.0063	0.0004
3	0.0095	0.0085	0.0105	0.0095	0.0005

Tabela 6

Cálculo de incertezas

- $u(\overline{\Delta d}) = \frac{\sigma_{\Delta d}}{\sqrt{10}}$
- $u(n_a) = \frac{N\lambda_0}{2(\overline{\Delta d})^2} u(\overline{\Delta d})$
- $u(\overline{N}) = \frac{\sigma_N}{\sqrt{5}}$
- $\bullet \ u(n_a) = \sqrt{\left(\frac{\lambda_0}{2d_c} u(\overline{N})\right)^2 + \left(\frac{\lambda_0 \overline{N}}{2d_c^2} u(d_c)\right)^2}$
- $u(n_v) = \frac{\sigma_{n_v}}{\sqrt{6}}$
- $u(b) = \frac{\sigma_b}{\sqrt{8}}$
- $u(b) = \frac{\sigma_b}{\sqrt{6}}$
- $u(q) = \frac{\sigma_q}{\sqrt{3}}$
- $u(D) = \frac{\sigma_D}{\sqrt{3}}$