T3 - Interferência Ótica

⚠ Este trabalho foi realizado por zoom durante a semana de contenção

O trabalho consistia em várias partes distintas pelo que a análise seguirá essa partição

→ Determinação do n_{ar} (MÉTODO 1)

Para a determinação do índice de refração do ar n_{ar} seria utilizado um interferómetro de Michelson

No protocolo encontra-se a dedução da expressão

$$n_{ar} = \frac{N\lambda_0}{2\,\Delta d} \quad (1)$$

O papel do interferómetro em (1) é fazer variar a distância de um dos braços (Δd) para cada N transições claro-escuro-claro

Nos dados fornecidos foram contadas N=40 transições e para cada um desses ciclos, registou-se Δd (TAB 1)

Tomando o valor médio de $\overline{\Delta d}$ e aplicando em (1)

$$n_{ar} = 0.88 \pm 0.07$$

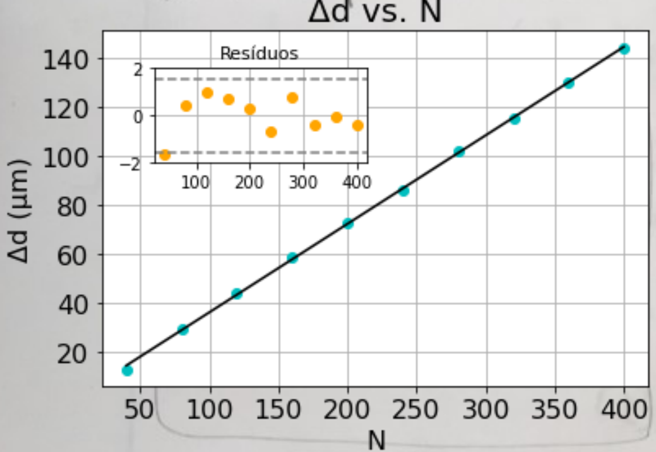
% erro = 12 %

Ensaio	Δd (μm) +- 0.1	N	Δd (μm) +- 0.1
1	13.0	40	13.0
2	16.5	80	29.5
3	15.0	120	44.5
4	14.1	160	58.6
5	14.0	200	72.6
6	13.4	240	86.0
7	15.9	280	101.9
8	13.2	320	115.1
9	14.8	360	129.9
10	14.0	400	143.9
<Δd>	14		
u(<Δd>)	1		

Com os mesmos dados fornecidos, construímos as colunas mais à direita notando que (1) pode interpretar-se

$$\Delta d = \frac{\lambda_0}{2 n_{ar}} N \iff y = mx$$

Assim, podemos construir o gráfico abaixo



Parâmetros de linearização			
m	2.78	-0.6	b
u(m)	0.02	1.7	u(b)
r²	0.9996	2	u(y)

Através do declive, $m = \frac{\lambda_0}{2 n_{ar}} \iff n_{ar} = \frac{\lambda_0}{2m}$

$n_{ar} = 0.878 \pm 0.006$

% erro = 12 %

Esta última análise foi motivada pelo facto de na primeira vez se ter obtido um valor bastante diferente do esperado, $n_{ar}(ref) = 1.00029$. Porém, a segunda análise ~~ob~~ resultou no valor semelhante, pelo que podemos apenas inferir que deverá ter sido cometido algum erro na recolha ou registo dos dados.

→ Determinação do índice de refração do vidro

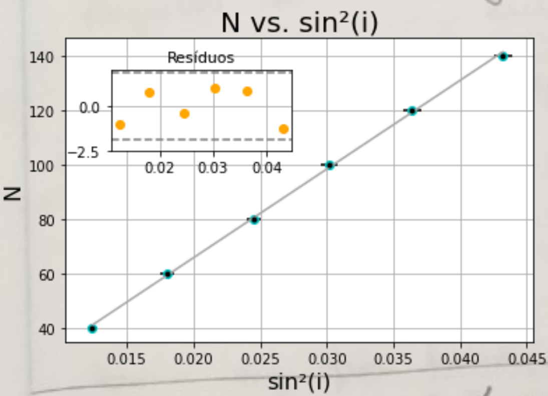
Tal como descrito no protocolo, nesta parte inseria-se uma placa de vidro no braço do interferómetro. Ao rodar o espelho de um ângulo i observar-se-ia variação nas franjas, matematical

$$n_i = \frac{h n_a^2 \sin^2 i}{h n_a \sin^2 i - N_i \lambda_0}$$

i(º) 0.1	i(rad)	sin 2(i)	u(sin²(i))	N	n_{exp}	u(n_{exp})	<n_{exp}>		erro(%)
6.4	0.112	0.0124	0.0004	40	1.59	0.15	1.606471661		5.897934161
7.7	0.134	0.0180	0.0005	60	1.62	0.15			
9	0.157	0.0245	0.0005	80	1.60	0.14			
10	0.175	0.0302	0.0006	100	1.62	0.14			
11	0.192	0.0364	0.0007	120	1.61	0.14			
12	0.209	0.0432	0.0007	140	1.59	0.14			

Com estes dados e pondo $x = \sin^2(i)$ & $y = N$

Podemos construir o seguinte gráf



Parâmetros de linearização			
m	3,254	1	b
u(m)	44	1	u(b)
r²	0.9991	1	u(y)

Trabalhando a expressão (2)

$y =$

$$N = \frac{h}{\lambda_0}\left(n_a - \frac{n_a^2}{n_v}\right)\sin^2 i \Rightarrow \text{logo}$$

$$m = \frac{h}{\lambda_0}\left(n_a - \frac{n_a^2}{n_v}\right) \Leftrightarrow n_v = \frac{n_a^2 h}{nh - m\lambda_0}$$, com h =

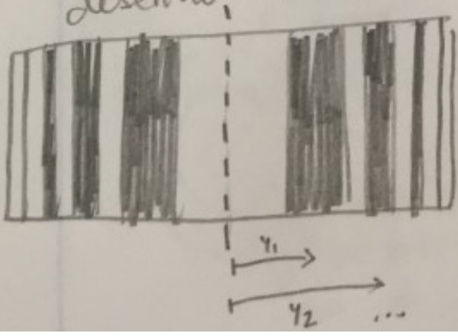
Assim, determinou-se que

$$n_v = (1.60 \pm 0.09)$$

% erro = 5%

→ Determinação de uma abertura linear

No plano de imagem iríamos obter algo semelhante ao desenho abaixo



Registar-se-iam os y_i correspondentes aos mínimos (escuros).

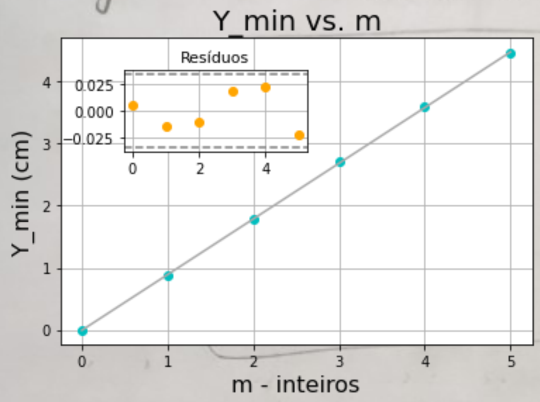
A espessura $\underline{b}$ seria então dada por

$$b = m\frac{d\lambda_0}{n y_i} \quad (3)$$

Os dados fornecidos foram os seguintes

d (m)	<Y> (cm)	m	b(m)	<b>(m)
2.282	0.000	0	-x-	-x-
	0.875	1	1.650E-04	2E-07
	1.775	2	1.627E-04	1E-07
	2.700	3	1.6040E-04	9E-08
	3.600	4	1.6040E-04	8E-08
	4.450	5	1.6221E-04	8E-08
			<b>(μm)	162
			u(<b>)(μm)	2

Analogamente às análises anteriores



Parâmetros de linearização			
m	0.896	-0.01	b
u(m)	0.005	0.02	u(b)
r²	0.99987	0.02	u(y)

Pondo (3) como $y = \frac{d \lambda_0}{n b} x$, calculou-se que

$$b = (161.2 \pm 0.2)\ \mu m$$

inc. relativa = 0.6%.

O valor rotulado para b era de 0.16 mm ou seja 160 μm, pelo que podemos avaliar o %erro do valor calculado, %erro = 0.7%.

→ Determinação do diâmetro de um fio de cabelo

Esta parte é muito análogo à anterior sendo que agora o obstáculo é um fio de cabelo e não uma fenda. Pretendia-se determinar o seu diâmetro.

Neste caso não há variações nas franjas, elas estão fixas!

Registou-se

d (m)	<Y> (cm) +- 0.001	m	b(m)	u(<b>)
2.569	0	0		
	2.380	1	6.829E-05	4E-08
	4.950	2	6.566E-05	3E-08
			<b>(μm)	67
			u(<b>)(μm)	2

Uma vez que temos um nº de dados reduzido (n=3) não faz sentido procurar um ajuste linear dos dados

Ainda assim, determinamos que

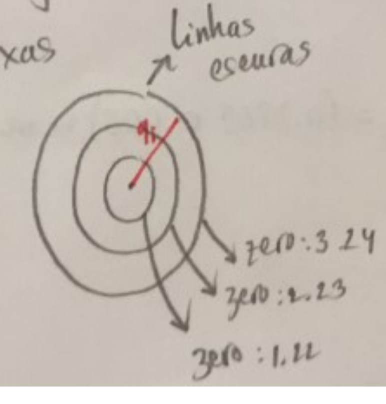
$$b = (67 \pm 2)\ \mu m$$

% inc. relativa = 3%

Em média, um cabelo humano tem um diâmetro de 75 μm, i.e., o resultado obtido esteve muito próximo

→ Determinação do diâmetro de uma abertura circular

Também aqui não era estudada a variação das franjas, os valores pretendidos requeriam que estivessem fixas



#zero	d(m)+-0.001	q(cm)+-0.01	D_{exp} (m)	u(D_{exp})
1.22	2.413	0.84	2.22E-04	3E-05
2.23		1.14	2.99E-04	3E-05
3.24		1.46	3.39E-04	2E-05
			<D>(mm)	0.286
			u(<D>)	0.006

Usando os 3 primeiros zeros determinámos que, como $D = z_i \frac{\lambda_0}{n} \frac{d}{q_i}$ (5)

$$D = (0.286 \pm 0.006)\ mm$$

CONCLUSÕES

· Foi possível determinar o índice de refração do ar fazendo uma média da Δd para um ciclo de 40 franjas (1) e ainda linearizando os dados da soma cumulativa de cada grandeza, (2) obteve-se

(1) $n_{ar} = 0.88 \pm 0.07$ — %erro = 12%

(2) $n_{ar} = (0.878 \pm 0.006)$ — %erro = 12%

· Foi determinado o índice de refração num vidro por aplicação direta de (2) (1) e ainda por regressão linear (2)

(1) $n_v = (1.606 \pm 0.005)$ — %erro = 0.3%

(2) $n_v = (1.60 \pm 0.09)$ — %erro = 6%

· Calculou-se a abertura de uma fenda linear, recorrendo aos métodos do ponto anterior

→ aplicação direta de 3: $b = (162 \pm 2)\ \mu m$

→ regressão linear: $b = (161,2 \pm 0.6)\ \mu m$

· Por aplicação direta de (4) e (5), determinámos o diâmetro de um fio de cabelo e de uma abertura circular, respetivamente.

$b_{cabelo} = (67 \pm 2)\ \mu m$

$D_{ab.circular} = (0.286 \pm 0.006)\ mm$

ANEXO

VALORES DE REFERÊNCIA

Valores de referência - Partes 1 & 2

n_{ar-ref} @20ºC	1.00029
λ_o (nm)	632.8
d_c (cm ± 0.1)	3
h (mm ± 0.5)	5.5
n_{vidro1}	1.517

Valores de referência - Partes 3 & 4

n_{ar-ref} @20ºC	1.00029
λ_o (nm)	632.8
Zero 1	1.22
Zero 2	2.23
Zero 3	3.24

INCERTEZAS:

$$den \equiv h n_a sin^2(i) - N\lambda_0$$

$$num \equiv h n_a^2 sin^2(i)$$

$$\frac{\partial n_v}{\partial m} = \frac{h n_a^2 \lambda_0}{(h n_a - m\lambda_0)^2}$$

$$u(n_{ar-m1}) = u^2(\Delta d)\frac{N\lambda_0}{2 < \Delta d >^2}$$

$$u(n_{ar-m2}) = \frac{\lambda_0}{2} u(m)$$

$$u(rad) = u(deg) \times \pi/180$$

$$u(a+b) = \sqrt{u^2(a) + u^2(b)}$$

$$u(a/b) = \sqrt{u^2(a)\left(\frac{1}{b}\right)^2 + u^2(b)\left(-\frac{a}{b^2}\right)^2}$$

$$\frac{\partial n_v}{\partial h} = \frac{(n_a^2 sin^2(i)).(den) - (num).(n_a sin^2(i))}{(den)^2}$$

$$\frac{\partial n_v}{\partial sin^2(i)} = \frac{(h n_a^2).(den) - (num).(h n_a)}{(den)^2}$$

$$\frac{\partial n_v}{\partial h} = \frac{n_a^2}{h n_a - m\lambda_0} - \frac{h n_a^2}{h(n_a - m\lambda_0)^2}$$