

Caraterização de materiais através de ultrassons

Nuno Filipe Aguiar Eusébio
Departamento de física e Astronomia
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

16 de novembro de 2021

Resumo

De modo a estudar o comportamento das ondas acústicas no acrílio, utilizou-se duas sondas de diferentes frequências (Sonda 1 = 1 MHz ; Sonda 2 = 2 MHz) que enviam impulsos ultrassónicos que se propagam no material. Deste modo, foi possível determinar a velocidade do som no acrílio, o seu tempo de atraso e o seu coeficiente de atenuação. Usando os modos A-SCAN e B-SCAN estudou-se a profundidade de várias irregularidades.

1 Introdução Teórica

A técnica de utilização de ultrassons tem bastantes aplicações importantes no diagnóstico médico [2] e na deteção de formas de diferente impedância ou descontinuidades de materiais.

Nesta experiência em específico utilizou-se um transdutor piezo-elétrico. Uma característica específica deste material é a existência de um cristal que gera inicialmente uma onda ultrassónica mecânica. Quando o cristal capta essa onda refletida numa descontinuidade, este transforma a energia mecânica da onda em energia elétrica, [3] permitindo a visualização do sinal elétrico no programa MeasureUltraEcho das ondas refletidas.

A distância entre o transdutor e a superfície de reflexão (profundidade) é assim dada pela relação entre os tempos de voos dos impulsos ultrassónicos visíveis na leitura do sinal elétrico e a velocidade de som nesse material.

1.1 Atenuação de ultrassons

A onda sonora ao deslocar-se num material pode encontrar outras interfaces de diferente impedância, ou seja, de diferente densidade ρ :

$$Z = \rho v \quad (1)$$

Na interface de dois materiais de impedâncias diferentes Z_1 e Z_2 , a sua energia é refletida e transmitida:

$$R = \frac{P_R}{P_0} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \quad (2)$$

$$T = \frac{P_T}{P_0} = 1 - R \quad (3)$$

A energia da onda é perdida ao longo que se propaga e por processos de absorção, fazendo com que ocorra uma atenuação amplitude da onda :

$$A = A_0 e^{-\mu s} \quad (4)$$

Sendo μ o coeficiente de atenuação do material, s a distância percorrida pela onda e A_0 a amplitude inicial.

A intensidade da onda também vai ser atenuada, mas num fator quadrático , uma vez que $I = |A|^2$. Logo:

$$I = I_0 e^{-2\mu s} \quad (5)$$

1.2 Velocidade da onda ultrassónica no material

A velocidade do som no material pode ser dada pela relação da distância s entre o transdutor piezo-elétrico e a superfície refletora e o intervalo tempo desde que o transdutor emitiu a onda mecânica até que a recebeu, ou seja:

$$c = \frac{2s}{t} \quad (6)$$

No entanto está associada a esta expressão o tempo do processo de reflexão na interface, que não devia ser contado para determinar a velocidade.

Com o objetivo de eliminar esse erro associado usamos a seguinte equação, que consiste em usar duas medições de reflexões S_1 e S_2 recebidas pelo transdutor nos instantes t_1 e t_2 :

$$c = 2 \frac{(s_1 - s_2)}{(t_1 - t_2)} \quad (7)$$

1.3 Tempo de voo e tempo de atraso

Ao usar um transdutor é necessário subtrair um valor ao tempo de voo para obter o tempo de voo real.

O sensor tem uma camada protetora pela qual também é atravessada a onda mecânica. O tempo que demora a atravessar esta camada é o tempo de atraso t_{2L} . Logo o tempo de voo lido no programa é influenciado por esse tempo de

atrasa na camada do sensor:

$$t = t_{2L} + \frac{2s}{c} \quad (8)$$

1.4 Coeficiente de atenuação

Pela equação 4 da atenuação da amplitude definimos uma equação válida para o coeficiente de atenuação de um material:

$$\mu = \frac{\log_{10}(\frac{A}{A_0})}{s_1 - s_2} \quad [cm^{-1}] \quad (9)$$

O coeficiente de atenuação pode também ser apresentado nas unidades de $[\mu] = dB \text{ cm}^{-1}$ em que $dB = 20 \log_{10}(e)$, deste modo:

$$\mu = \frac{20 \log_{10}(e)}{s_1 - s_2} \log_{10}(\frac{A}{A_0}) = \frac{8,6859}{s_1 - s_2} \log_{10}(\frac{A}{A_0}) \quad [dB \text{ cm}^{-1}] \quad (10)$$

1.5 A-SCAN e B-SCAN

As sondas apresentam o modo A-SCAN, um varrimento axial a 1 dimensão, que representa um vetor de valores de intensidade do eco em função da profundidade da interface causadora do eco, permitindo assim estudar a profundidade de várias irregularidades.

Já o modo B-SCAN é a formação de imagem da agregação de vários A-SCANS. A ultrassonografia é uma boa aplicação deste modo.

2 Material e montagem

2.1 Material

Para a realização desta experiência foram necessárias 3 amostras de acrílio de diferentes alturas, sendo necessária a craveira para os medir. É necessário também água com conta-gotas. Foram usadas duas sondas de frequências ultrassônicas de 1 MHz e 2 MHz, assim como um controlador ecoscope PHYWE que liga a sonda ao computador via USB.

Por fim, foi ainda utilizado um fantoma de acrílio com vários defeitos. [1]

2.2 Montagem

Para todas as partes da experiência, a montagem experimental era resumida ao seguinte esquema:

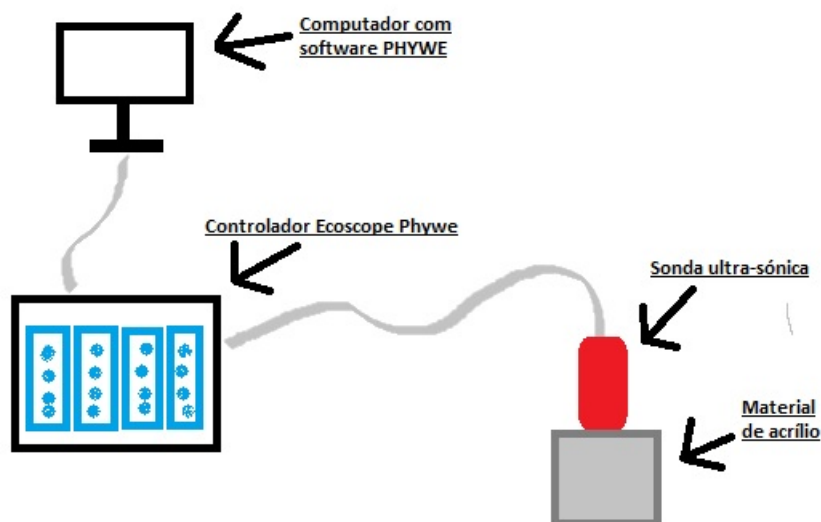


Figura 1: Montagem experimental

3 Procedimento experimental

3.1 1ª parte- Determinação da velocidade do som no acrílio e do tempo de atraso associado a cada sonda

Começou-se por tirar as dimensões com auxílio da craveira dos 3 cilindros de acrílio usados. Depois colocou-se uma gota de água na base do cilindro de modo a facilitar o apego da sonda ao acrílio.

Após ligar a sonda e inicializar o software, coloca-se a sonda numa posição vertical por cima do material a ser estudado, de modo a estudar o comportamento das ondas ultra-sônicas no material.

Utilizando a opção "time" do software, visualizar o gráfico da amplitude do sinal em função do tempo e medir o período das ondas refletidas, isto é, o intervalo de tempo entre os picos.

Desta vez, utilizando a opção "depth" do software, obtemos o gráfico da amplitude em função da distância, que nos permite tirar a distância entre cada reflexão ocorrida, isto é, a distância entre os picos do sinal.

Tendo estas medidas, traçamos um gráfico da distância em função do tempo de modo a determinar a velocidade de propagação do som no acrílio relacionando com o seu declive.

O tempo de atraso vai também ser obtido pela leitura de um gráfico analisado neste trabalho.

Repetiu-se este procedimento para os 3 cilindros e para as 2 sondas.

3.2 2ª parte- Determinação do coeficiente de atenuação do acrílio

Mantendo o modo "depth" e trabalhando num gráfico da amplitude do sinal em função da distância, registou-se a amplitude de cada pico assim como a distância entre eles. Durante esta execução é necessário obter um ganho constante no sinal, o que muitas vezes é difícil.

Com estes valores formou-se um gráfico do logaritmo da amplitude de cada pico em função da distância, obtendo desta maneira o coeficiente de atenuação.

Repetiu-se este processo para as 2 sondas.

3.3 3ª parte- A-SCANS e B-SCANS

Primeiramente escolheu-se 3 pontos/defeitos do fantoma de acrílio.

Mediu-se com a régua as suas distâncias à origem.

Colocando água na face lateral do fantoma, acoplámos a sonda que determinou a profundidade dos 3 defeitos usando o modo A-SCAN no software.

Com o objetivo de obter o ecograma B-SCAN, passámos a sonda a uma velocidade constante nessa face lateral, formando uma imagem que resulta da agregação dos A-SCANS.

Todo este procedimento repetiu-se para as 2 sondas.

4 Análise de dados

Primeiramente registou-se as medidas dos 3 cilindros de acrílio.

incerteza ± 0.05 mm		
cilindros	altura $\pm 0,05(mm)$	diâmetro $\pm 0,05(mm)$
1	17.80	40.50
2	40.00	40.20
3	80.50	40.20

Tabela 1: Medidas dos 3 cilindros de acrílio

Estas medições foram feitas com a craveira, tendo uma incerteza associada de 0.05.

Para obter algumas conclusões importantes antes da determinação da velocidade do som do acrílio, é importante compreender e fazer uma boa leitura dos sinais elétricos seguintes.

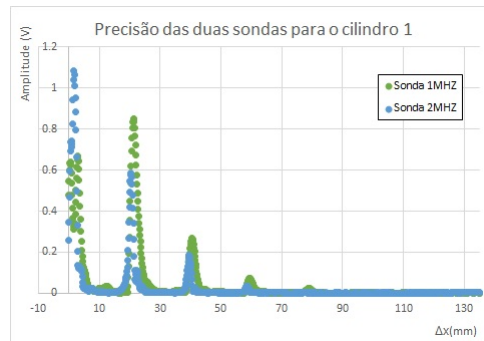


Figura 2: Sinal da amplitude em função da distância para o cilindro 1

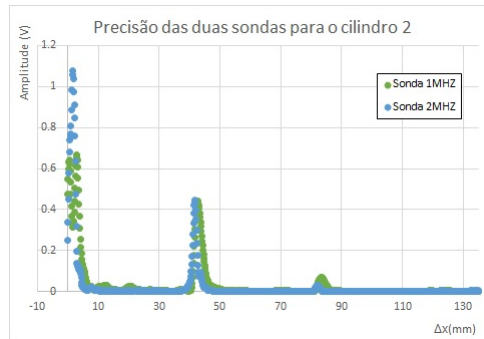


Figura 3: Sinal da amplitude em função da distância para o cilindro 2

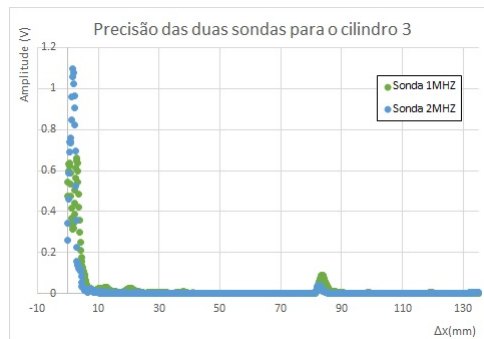


Figura 4: Sinal da amplitude em função da distância para o cilindro 3

Pela visualização destes gráficos vemos que há uma relação entre a altura do cilindro e o número de picos. Quanto maior for a altura do cilindro menor são os números de picos, uma vez

que a onda sonora terá de percorrer uma maior distância, perdendo mais energia mecânica e momento neste percurso. A onda ao ter menos energia vai ter menos reflexões, daí haver menos picos no cilindro 3, pois é o que tem maior altura.

4.1 1ª parte- Determinação da velocidade do som no acrílio e do tempo de atraso associado a cada sonda

4.1.1 Sonda 1 MHZ

De modo a conseguir determinar a velocidade do som no acrílio, tirou-se as medidas das distâncias entre picos no gráfico Amplitude - distância e os tempos entre os picos no gráfico Amplitude - tempo.

Esses valores estão registados nas tabelas 9,10 e 11 presentes nos anexos deste relatório. A incerteza do tempo de voo e da distância s vão ser a menor divisão da escala, pois foi obtida pela leitura de um aparelho digital. Logo $\mu(t_{voo}) = \pm 0.1 \mu s$ e $\mu(distancia\ s) = \pm 10^1 \mu m$.

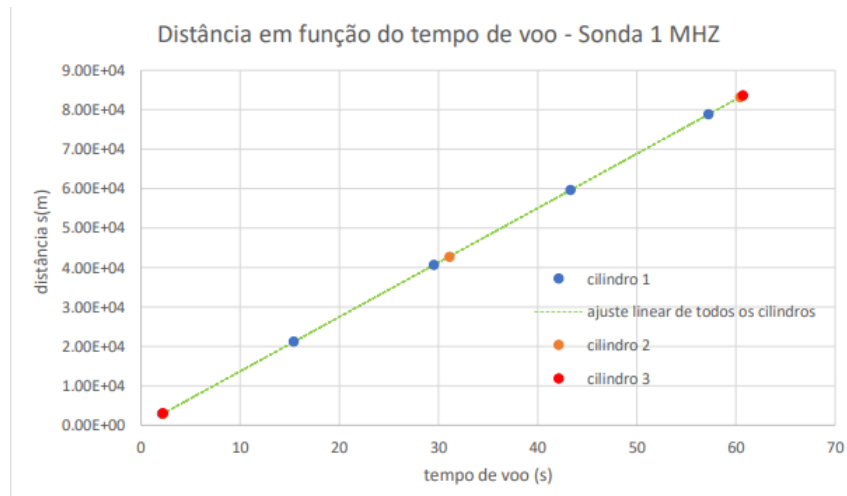


Figura 5: Gráfico da distância percorrida pela onda em funcao do seu tempo de voo usando a sonda 1

Tendo como matriz de ajuste:

matriz de ajuste do gráfico (t,s) para a sonda 1MHZ				
m	1377.6	-53.3	b	
u(m)	0.8	30.3	u(b)	
r^2	0.999997	58	desv.pad (sy)	

Tabela 2: Matriz ajuste do gráfico da figura 5

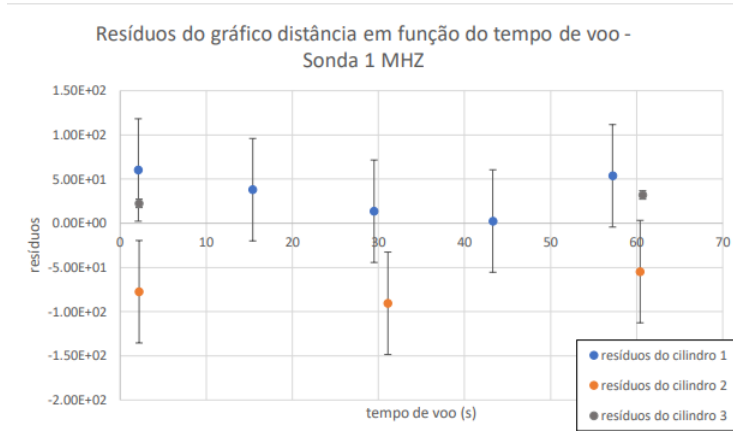


Figura 6: Gráfico de resíduos da distância percorrida pela onda em função do tempo de voo usando a sonda 1

A barra de erro vertical escolhida foi o dobro do desvio padrão, pois é maior que a incerteza associada à distância.

Associando a matriz de ajuste à equação 7 vemos que o declive vai corresponder a metade da velocidade do som no acrílico. Logo:

$$v = 2 \times m(\text{declive}) = 2 \times 1377,6 = (2755,2 \pm 1,6) \text{ m/s} \quad (11)$$

Este valor está associado a uma incerteza relativa de 0.06 % e está dentro do valor esperado, pois segundo o protocolo a velocidade do acrílico varia entre os 2600 m/s e os 2800 m/s. Mas o valor mais correto para assumir como teórico é $V_{teo} = 2730 \text{ m/s}$, logo o valor experimental obtido apresenta um erro relativo de 0,92 %.

Determinemos agora o **tempo de atraso da sonda 1**. O tempo de atraso é dado pela equação 8. Ao traçar um gráfico do tempo de voo em função da distância, pela leitura dessa equação, sabemos que o tempo de atraso vai corresponder à ordenada na origem.

$$t_{voo} = \frac{2}{V_{exp}} \times s + t_{2L}$$

Ordenada na origem (b)

Figura 7: Equação do tempo de atraso associada ao gráfico do t_{voo} em função de s

Em que a sua matriz de ajuste é dada por:

matriz de ajuste do gráfico (s,t) para a sonda 1MHZ			
m	7.259E-04	0.04	b
u(m)	4E-07	0.02	u(b)
r ²	1.00	0.04	desv.pad (sy)

Tabela 3: Matriz ajuste do gráfico de t_{voo} em função de s para a sonda 1MHZ

Logo, $t_{2L} = b = (0,04 \pm 0,02)\mu s$, estando com uma incerteza relativa associada de 50 %, mostrando uma elevada instabilidade deste valor.

4.1.2 Sonda 2 MHZ

Esta sonda emite impulsos ultrassônicos de maior frequência. Repetiu-se toda a análise de dados anterior para esta sonda, estando na tabela 12,13 e 14 dos anexos os valores obtidos por leitura.

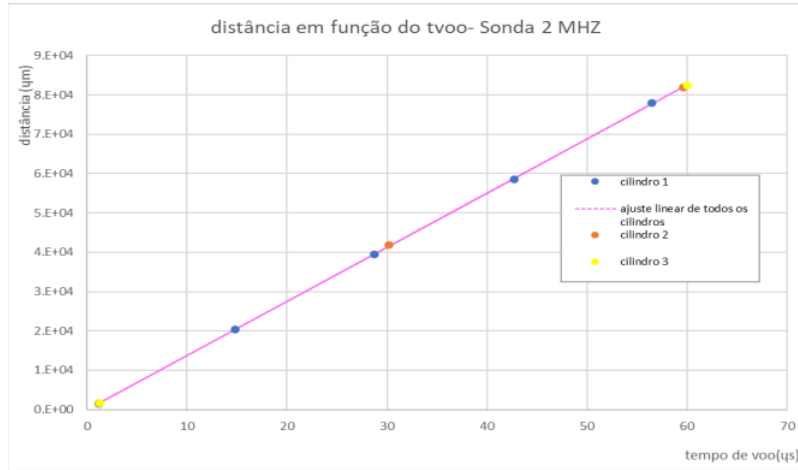


Figura 8: Gráfico da distância percorrida pela onda em função do seu tempo de voo usando a sonda 2

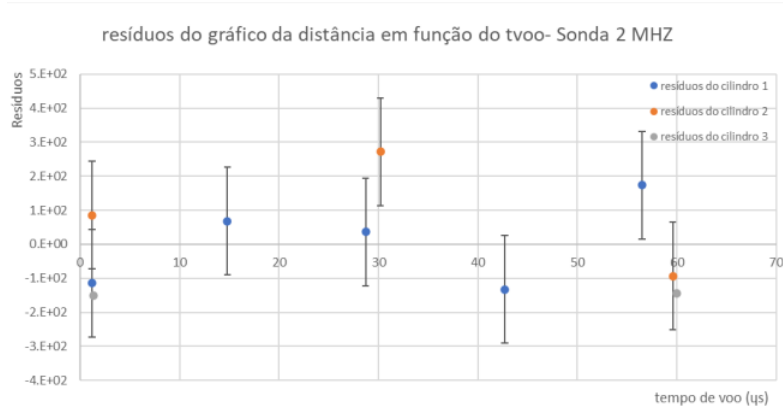


Figura 9: Gráfico de resíduos da distância percorrida pela onda em função do seu tempo de voo usando a sonda 2

A matriz ajuste seguinte dá-nos a velocidade do som no acrílico usando a sonda 2 MHz.

matriz de ajuste do gráfico (t,s) para a sonda 2MHZ			
m	1376	-37.6	b
u(m)	2	81.3	u(b)
r ²	0.99998	158	desv.pad (sy)

Tabela 4: Matriz ajuste do gráfico da figura 8

Deste modo, $V_{exp} = (2752 \pm 4)m/s$, com uma incerteza relativa 0,15 % e erro relativo 0,806 %.

O tempo de atraso da sonda 2 MHz é dado pela ordenada da origem da matriz:

matriz de ajuste do gráfico (s,t) para a sonda 2MHZ			
m	7.27E-04	0.03	b
u(m)	1E-06	0.06	u(b)
r ²	0.99998	0.115	desv.pad (sy)

Tabela 5: Matriz ajuste do gráfico de t_{voo} em função de s para a sonda 2MHZ

Logo $t_{2L} = b = (0,03 \pm 0,06)\mu s$, estando com uma incerteza relativa associada de 200 %, valor bastante elevado, o que mostra como é frágil a alteração de valor da ordenada na origem de um gráfico.

4.2 2ª parte- Determinação do coeficiente de atenuação do acrílio

4.2.1 Sonda 1 MHZ

Ainda num gráfico Amplitude-distância, registou-se na tabela 15 as amplitudes de cada pico dos 3 cilindros, assim como a distância entre eles. Os resultados só fazem sentido se tivermos a associar um ganho constante aos sinais recebidos. No entanto, esse ganho nunca foi perfeitamente constante, mesmo que ajustando ao máximo no controlador ecoscope. Deste modo é necessário aplicar a seguinte equação às amplitudes lidas no programa de modo a ter em todo o sinal um ganho perfeitamente constante.

$$10\log_{10}\left(\frac{\text{Sinal de saída}}{\text{Sinal de entrada}}\right) = \text{Ganho em db} \quad (12)$$

Obtem-se assim o sinal de entrada, isto é, o sinal antes do ganho, que está representado na tabela 16:

$$\text{Sinal de entrada} = \text{Sinal de saída} \times 10^{\frac{\text{ganho em dB}}{10}} \quad (13)$$

O coeficiente de atenuação é facilmente obtido por um gráfico do logaritmo das amplitudes dos picos em função da distância s entre estas. Foram já usadas as amplitudes corrigidas pelo ganho.

Para esse cálculo escolhemos usar o cilindro 1.

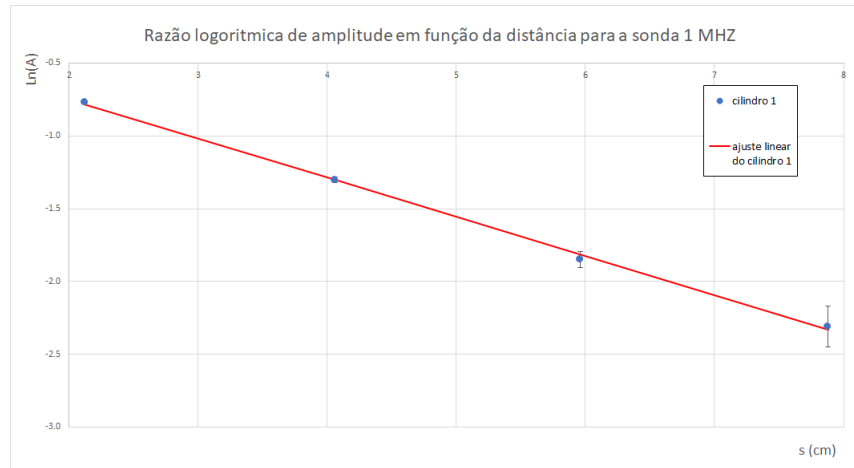


Figura 10: Gráfico do logaritmo da intensidade dos picos em função das suas distâncias usando a sonda 1 MHZ

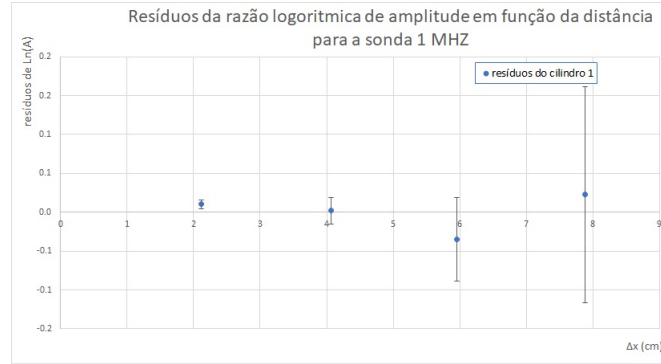


Figura 11: Gráfico de resíduos do logaritmo da intensidade dos picos em função das suas distâncias usando a sonda 1 MHz

As barras de erro vertical nesta situação vão ser a incerteza associada a $\log(A)$, uma vez que esse valor em alguns dados é superior ao dobro desvio padrão dado pela matriz de ajuste seguinte.

Matriz ajuste para o gráfico $(\Delta X, \log(A))$ – sonda1MHz, cilindro1			
m	-0.27	-0.21	b
u(m)	0.01	0.04	u(b)
r ²	0.999	0.03	desv.pad(sy)

Tabela 6: Matriz ajuste do gráfico da figura 10

Partindo desta matriz de ajuste e de desenvolver a equação 4 da atenuação da onda, conseguimos facilmente identificar o coeficiente de atenuação.

$$\begin{aligned}
 A &= A_0 e^{-\mu s} \\
 \log_{10}\left(\frac{A}{A_0}\right) &= -\mu s \\
 \log_{10}(A) &= -\mu s + \log_{10}(A_0)
 \end{aligned} \tag{14}$$

Logo, vemos que $\mu = -m(\text{declive}) = (0,27 \pm 0,01) \text{cm}^{-1}$. Este coeficiente de atenuação pode ser escrito nas unidades db/cm, como já foi mostrado na secção 1.4 pela equação 10. Otendo assim para esta unidade $\mu[\text{db cm}^{-1}] = \mu[\text{cm}^{-1}] \times 8,6859 \equiv \mu[\text{db cm}^{-1}] = 2,35 \pm 0,09$. Como o valor teórico do coeficiente de atenuação aquando do uso de uma sonda com impulsos ultrassónicos na frequência dos 1 MHz é de $\mu = 1,575 \text{dbcm}^{-1}$, temos um erro relativo associado de 49 %.

4.2.2 Sonda 2

Iremos repetir a mesma análise para a sonda 2 (ver tabela 17 e 18 nos anexos).

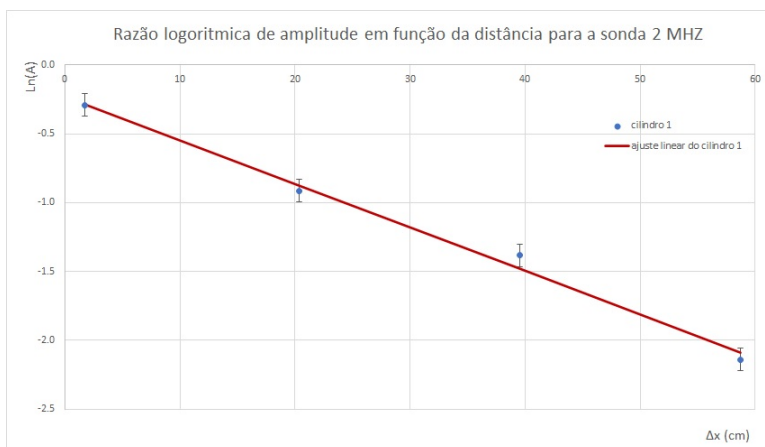


Figura 12: Gráfico do logaritmo da intensidade dos picos em função das suas distâncias usando a sonda 2 MHZ

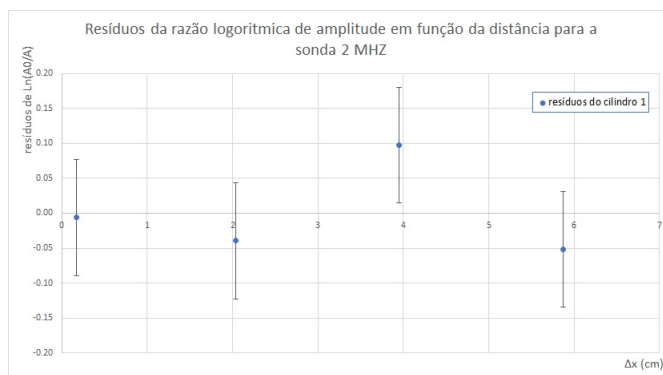


Figura 13: Gráfico de resíduos do logaritmo da intensidade dos picos em função das suas distâncias usando a sonda 2 MHZ

Ao contrário do que se fez antes, escolheu-se a barra de erro como dobro do desvio padrão, pois toma maiores valores que a incerteza associada à grandeza variável dependente y .

Matriz ajuste para o gráfico ($\Delta X, \text{Log}(A)$) – sonda2MHZ, cilindro1			
m	-0.32	-0.2	b
u(m)	0.02	0.1	u(b)
r ²	0.99	0.08	desv.pad(sy)

Tabela 7: matriz ajuste do gráfico da figura 11

Logo, para a sonda 2 MHZ o coeficiente de atenuação do acrílio é $\mu =$

$-m(declive) = (0,32 \pm 0,02)cm^{-1}$, isto é, $\mu = (2,8 \pm 0,2)dbcm^{-1}$.
 Como valor tabelado, para a sonda 2 MHZ, o coeficiente de atenuação do acrílio é $\mu_{teo} = 2,08dbcm^{-1}$, logo obteve-se um erro relativo de 35 %.

4.3 3ª parte- A-SCANS e B-SCANS

4.3.1 A-SCANS

Escolhemos 3 defeitos do fantoma de acrílio em forma de paralelepípedo, como representado na seguinte figura.

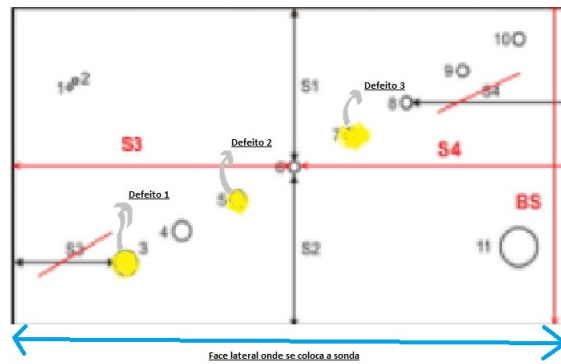


Figura 14: Defeitos do fantoma de acrílio escolhidos

O lado identificado foi o lado escolhido como origem para determinar a profundidade dos fantasmas, onde se colocou as gotas de água e se acopolou a sonda. Mediu-se a distância dessa origem aos defeitos com uma régua e com as 2 sondas, de modo a concluir qual delas apresentou distâncias mais fiáveis.

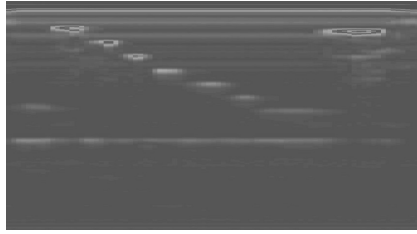
	distância +- 0.5 mm (régua)	Sonda	A-scan x+- 0.5 mm
defeito 1	15.5 mm	1 MHZ	15.9 mm
		2 MHZ	15.2 mm
defeito 2	32.0 mm	1 MHZ	32.8 mm
		2 MHZ	31.7 mm
defeito 3	48.0 mm	1 MHZ	49.5 mm
		2 MHZ	48.6 mm

Tabela 8: Profundidade dos defeitos do fantoma

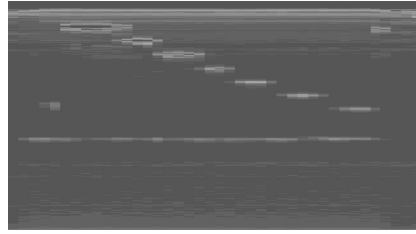
É notório que as medições feitas com a sonda 2 MHZ estão bastante mais próximas das medidas dadas pela régua. Logo, é possível concluir que a sonda 2 MHZ tem melhor resolução axial que a sonda 1 MHZ.

4.3.2 B-SCANS

As imagens de agregação de A-SCANS para as 2 ondas foram descarregadas do software por lapso a preto e branco, dificultando a percepção da resolução das mesmas.



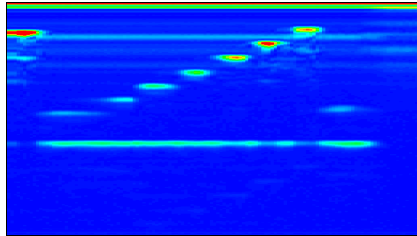
B-SCAN da sonda 1 MHZ a preto e branco



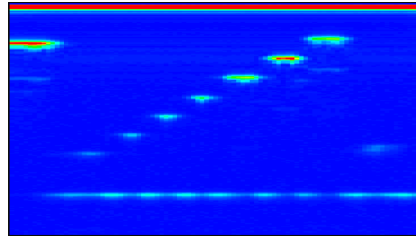
B-SCAN da sonda 2 MHZ a preto e branco

Figura 15: B-SCAN a preto e branco

A partir destes B-SCANS sem cores já era possível retirar boas conclusões, no entanto pedi B-SCANS a cores a colegas do laboratório de modo a poder confirmar com mais certeza as conclusões a tirar.



B-SCAN da sonda 1 MHZ a cores



B-SCAN da sonda 2 MHZ a cores

Figura 16: B-SCAN a cores

É visível que para a sonda 1 MHZ há um maior poder de penetração, pois os defeitos mais profundos apresentam melhor resolução.

No entanto, para esta sonda, não se observa com tanta nitidez como na sonda 2 MHZ os pontos de menor profundidade. Podemos assim concluir que a sonda 2 MHZ tem melhor poder de resolução.

5 Conclusão

Na 1ª parte da experiência vimos que a velocidade som no acrílio foi praticamente a mesma quando se utilizou as duas sondas sonoras. Para a sonda 1 $V_{exp} = (2755, 2 \pm 1, 6)m/s$, tendo um erro relativo de 0,92 % e para a sonda 2 $V_{exp} = (2752 \pm 4)m/s$, com um erro relativo de 0,806 %. Mostrou-se assim que a velocidade do som apenas depende do meio onde se propaga e não da

frequência da onda sonora inicial.

O tempo de atraso foi também sensivelmente muito parecido para as duas sondas, $t_{2L}(sonda1) = (0,04 \pm 0,02)\mu s$ e $t_{2L}(sonda2) = (0,03 \pm 0,06)\mu s$. Deste modo a camada protetora das duas sondas têm de ter aproximadamente as mesmas dimensões e o mesmo material. O tempo de atraso nas duas sondas está associado a incertezas relativas bastante grandes (50 % e 200 %), devido possivelmente a erros sistemáticos ou aleatórios como não colocar o cursor na posição exata do pico.

Na 2ª parte obtivemos para a sonda 1 um coeficiente de atenuação do acrílo de $\mu = (2,35 \pm 0,09)db\ cm^{-1}$ associado a um erro relativo de 49 %. Para a sonda 2, com um erro de 35 %, $\mu = (2,8 \pm 0,2)db\ cm^{-1}$. O coeficiente de atenuação está associado a um erro significativo, possivelmente pelo facto de a equação de atenuação de amplitude não considerar a energia perdida para o exterior no processo de entrada e de saída da onda no acrílo.

Por fim, a ultima atividade ensinou-nos que quanto menor a frequência da sonda que emite a onda ultra-sónica, maior o seu poder de penetração. Por outro lado, quando maior a frequência da sonda, maior o seu poder de resolução. Desse modo, é necessário encontrar um equilíbrio entre estas características.

6 Anexos

6.1 Tabelas

Sonda 1 M HZ para cilindro 1			
$t_{voo}(\mu s)$	distância s (μm)	ajuste linear	resíduos
2.1	2.90E+03	2.84E+03	6.03E+01
15.4	2.12E+04	2.12E+04	3.80E+01
29.5	4.06E+04	4.06E+04	1.36E+01
43.3	5.96E+04	5.96E+04	2.54E+00
57.2	7.88E+04	7.87E+04	5.37E+01

Tabela 9: Valores do tempo de voo e da distância correspononte a cada pico para o cilindro 1 usando a sonda 1 MHZ

Sonda 1 M HZ para cilindro 2			
$t_{voo}(\mu s)$	distância s (μm)	ajuste linear	resíduos
2.2	2.90E+03	2.98E+03	-7.75E+01
31.1	4.27E+04	4.28E+04	-9.06E+01
60.4	8.31E+04	8.32E+04	-5.47E+01

Tabela 10: Valores do tempo de voo e da distância correspononte a cada pico para o cilindro 2 usando a sonda 1 MHZ

Sonda 1 M HZ para cilindro 3			
$t_{voo}(\mu s)$	distância $s(\mu m)$	ajuste linear	resíduos
2.2	3.00E+03	2.98E+03	2.25E+01
60.7	8.36E+04	8.36E+04	3.20E+01

Tabela 11: Valores do tempo de voo e da distância correspononte a cada pico para o cilindro 3 usando a sonda 1 MHZ

Sonda 2 M HZ para cilindro 1			
tempo de voo $(\mu s) \pm 0.1\mu s$	distância $(\mu m) \pm 0.01\mu m$	ajuste linear	resíduos
1.2	1.50E+03	1.61E+03	-1.14E+02
14.8	2.04E+04	2.03E+04	6.75E+01
28.7	3.95E+04	3.95E+04	3.62E+01
42.7	5.86E+04	5.87E+04	-1.33E+02
56.5	7.79E+04	7.77E+04	1.74E+02

Tabela 12: Valores do tempo de voo e da distância correspononte a cada pico para o cilindro 1 usando a sonda 2 MHZ

Sonda 2 M HZ para cilindro 2			
tempo de voo $(\mu s) \pm 0.1\mu s$	distância $(\mu m) \pm 0.01$	ajuste linear	resíduos
1.2	1.70E+03	1.61E+03	8.59E+01
30.2	4.18E+04	4.15E+04	2.72E+02
59.6	8.19E+04	8.20E+04	-9.30E+01

Tabela 13: Valores do tempo de voo e da distância correspononte a cada pico para o cilindro 2 usando a sonda 2 MHZ

Sonda 2 M HZ para cilindro 3			
tempo de voo $(\mu s) \pm 0.1\mu s$	distância $(\mu m) \pm 0.01$	ajuste linear	resíduos
1.3	1.60E+03	1.75E+03	-1.52E+02
60	8.24E+04	8.25E+04	-1.44E+02

Tabela 14: Valores do tempo de voo e da distância correspononte a cada pico para o cilindro 3 usando a sonda 2 MHZ

Sonda 1 MHZ					
	A(V) ± 0.001 V	S (mm) ± 0.1 mm	S (cm) ± 0.01 cm	LN(A)	u(LN(A))
Cilindro 1	0.869	21.2	2.12	-0.06	0.01
	0.295	40.6	4.06	-0.53	0.03
	0.093	59.6	5.96	-1.0	0.1
	0.036	78.8	7.88	-1.4	0.3
Cilindro 2	0.472	42.5	4.25	-0.33	0.02
	0.079	83.5	8.35	-1.1	0.1
Cilindro 3	0.569	83.3	8.33	-0.24	0.02

Tabela 15: Valores obtidos na 2ª parte com a sonda 1 MHZ

	A(V) +-0.001 V	ganho	A sem ganho	Ln(A)	ajuste linear	resíduos
Cilindro 1	0.869	7.108	0.169	-0.77	-0.8	0.01
	0.295	7.717	0.050	-1.30	-1.3	0.00
	0.093	8.19	0.014	-1.85	-1.8	-0.03
	0.036	8.66	0.005	-2.31	-2.3	0.02
Cilindro 2	0.472					
Cilindro 3	0.079					
	0.569					

Tabela 16: Tabela das amplitudes usando a sonda 1 MHZ tendo em atenção o ganho

Sonda 2 MHZ					
	A(V) +-0.001 V	S (mm) +-0.1 mm	S (cm)	Ln(A)	u(Ln(A))
Cilindro 1	1.071	1.7	0.17	0.030	0.002
	0.626	20.4	2.04	-0.203	0.004
	0.217	39.5	3.95	-0.66	0.01
	0.047	58.7	5.87	-1.33	0.05
Cilindro 2	1.081	1.6	0.16	0.034	0.002
	0.45	41.6	4.16	-0.347	0.005
	0.041	81.9	8.19	-1.39	0.06
Cilindro 3	1.086	1.5	0.15	0.036	0.002
	0.052	82.6	8.26	-1.28	0.04

Tabela 17: Valores obtidos na 2ª parte com a sonda 2 MHZ

Sonda 2 MHZ						
	A(V) +-0.001 V	ganho	A sem ganho	Ln(A)	ajuste linear	resíduos
Cilindro 1	1.071	3.191	0.514	-0.29	-0.3	-0.01
	0.626	7.111	0.122	-0.91	-0.9	-0.04
	0.217	7.19	0.041	-1.38	-1.5	0.10
	0.047	8.11	0.007	-2.14	-2.1	-0.05
Cilindro 2	1.081					
	0.45					
	0.041					
Cilindro 3	1.086					
	0.052					

Tabela 18: Tabela das amplitudes usando a sonda 2 MHZ tendo em atenção o ganho

6.2 Cálculo da incertezas

Incerteza associada à velocidade do som no acrílico a partir do declive m V_{exp} :

$$\mu^2(V_{exp}) = \left(\frac{\partial V_{exp}}{\partial m(declive)}\right)^2 * \mu^2(m(declive)) \quad (15)$$

$$\mu(V_{exp}) = 2 \times \mu(m(declive)) \quad (16)$$

Incerteza associada ao logaritmo da amplitude dos picos $\log_{10}(A)$:

$$\mu^2(\log_{10}(A)) = \left(\frac{\partial \log_{10}(A)}{\partial A}\right)^2 \times \mu^2(A) \quad (17)$$

$$\mu(\log_{10}(A)) = \frac{\mu(A)}{A \times Ln_e 10} \quad (18)$$

Incerteza associada ao coeficiente de atenuação $\mu_{acrilio}$ no acrílio nas unidades db cm^{-1} :

$$\begin{aligned} \mu^2(\mu_{acrilio}) &= \left(\frac{\partial \mu_{acrilio} db \text{ cm}^{-1}}{\partial \mu_{acrilio} cm^{-1}} \right)^2 \times \mu^2(\mu_{acrilio} cm^{-1}) \\ \mu(\mu_{acrilio}) &= 8,6859 \times \mu(\mu_{acrilio} \text{ cm}^{-1}) \end{aligned} \quad (19)$$

Referências

- [1] DFA-FCUP. "protocolos de física iii". *Física*.
- [2] Mário H Hirata. Biofísica: fundamentos e aplicações. *Revista Brasileira de Ciências Farmacêuticas*, 40(1):111–111, 2004.
- [3] Antônio Henrique Alves Pereira. Cerâmicas piezoelétricas: funcionamento e propriedades. *São Carlos: ATCP Engenharia Física*, 2010.