

# Efeito Hall e Caracterização de Semicondutores

Salomé Gomes  
Grupo 1, PL4

Departamento De Física e Astronomia, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Dezembro 2023

## Resumo

Neste trabalho estudámos o efeito Hall numa amostra de germânio com dopagem tipo-n. A partir de dois métodos, a variação da corrente que atravessa a amostra e a variação do campo magnético que lhe é aplicado, calculámos dois valores para o coeficiente de Hall,  $R_H = -7.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \pm 2\%$  e  $R_H = -6.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \pm 6\%$ , e para a concentração de portadores de carga,  $n = 8.9 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \pm 2\%$  e  $n = 1.01 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \pm 6\%$ . Com o primeiro método calculámos ainda a resistência da amostra,  $R = 48.5 \Omega \pm 0.4\%$ , a sua resistividade,  $\rho_0 = 2.43 \Omega \text{ cm} \pm 0.4\%$ , a sua condutividade elétrica,  $\sigma_0 = 41.2 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1} \pm 0.4\%$ , e a sua mobilidade elétrica,  $\mu = 0.291 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1} \pm 2\%$ , e com o segundo método observámos o fenómeno de magnetorresistência. Pela variação da temperatura da amostra foram calculados dois valores para a banda proibida do germânio,  $E_g = 0.56 \text{ eV} \pm 2\%$  e  $E_g = 0.428 \text{ eV} \pm 1\%$ .

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Objetivos . . . . .	2
1.2	Teoria . . . . .	2
1.2.1	Semicondutores . . . . .	2
1.2.2	Efeito Hall . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Método experimental</b>	<b>5</b>
2.1	Calibração do campo magnético . . . . .	6
2.2	Variação da corrente que atravessa o semicondutor . . . . .	6
2.3	Variação do campo magnético que atua no semicondutor . . . . .	6
2.4	Variação da temperatura do semicondutor . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Resultados e discussão</b>	<b>7</b>
3.1	Calibração do campo magnético . . . . .	7
3.2	Variação da corrente que atravessa o semicondutor . . . . .	8
3.3	Variação do campo magnético que atua no semicondutor . . . . .	10
3.4	Variação da temperatura do semicondutor . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>15</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Objetivos

Estudar, para uma amostra de germânio com dopagem tipo-n, a dependência da tensão de Hall e da tensão da amostra no campo magnético que lhe é aplicado, na corrente que a atravessa, e na sua temperatura, bem como as suas propriedades quando submetida a estas condições.

## 1.2 Teoria

### 1.2.1 Semicondutores

Todos os materiais apresentam uma banda de energia à qual chamamos banda de condução, em que os eletrões se movem mais livremente, pelo que se gera uma corrente elétrica na presença de um campo elétrico, e outra, a banda de valência, cujos eletrões se encontram mais ligados ao seu átomo. Os materiais podem ser classificados de acordo com a sua estrutura de bandas (figura 1) - no caso dos condutores ocorre sobreposição entre as duas bandas, enquanto nos semicondutores e nos isoladores existe uma banda proibida entre a banda condutora e de valência, que é mais curta no caso dos semicondutores.

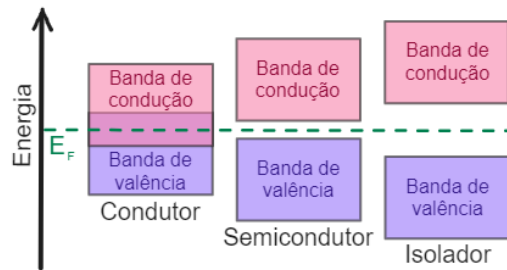


Figura 1: Comparação das estruturas de bandas de energia de condutores, semicondutores e isoladores. A zona entre a banda de valência e a banda condutora dos semicondutores e dos isoladores é a sua banda proibida.  $E_F$  - Energia de Fermi.

Nos casos em que existe uma banda proibida, podemos fornecer uma determinada energia ao material, de forma a que os eletrões transitem da banda de valência para a banda de condução - esta energia denomina-se energia de ativação. No caso dos semicondutores, como a banda proibida é menor, é mais fácil de realizar esta transição, quer por aumento de temperatura como por aplicação de uma diferença de potencial, por exemplo.

Num semicondutor intrínseco, ao ocorrer transição de eletrões para a banda de condução, ficamos com um igual número de eletrões livres e lacunas, que se comportam como cargas positivas. Muitas vezes, os semicondutores são dopados com materiais capazes de doar eletrões à banda de condução (dopagem tipo-n) ou receber eletrões da banda de valência (dopagem tipo-p), de forma a melhorar a sua condutividade elétrica. A estes semicondutores dopados chamamos condutores extrínsecos [1].

Num semicondutor extrínseco, é possível identificar várias zonas no que se refere à concentração de portadores de carga em função da temperatura, como podemos ver no exemplo da na figura 2. Na região extrínseca, todos os portadores de carga do material dopante se encontram livres, pelo que as propriedades do semicondutor para esta zona dependem principalmente das características do dopante. Neste exemplo, nesta zona, temos  $n/N_D \sim 1$ , o que significa que cada átomo do dopante fornece um eletrão à banda de condução. Diminuindo a temperatura, temos a região de congelamento, em que os portadores de carga do dopante deixam, gradualmente, de se encontrar livres, pelo que a concentração de portadores

de carga diminui. Aumentando a temperatura temos a região intrínseca, em que a concentração de portadores de carga do semiconductor passa a ser mais significativa e, portanto, as propriedades observadas dependem sobretudo das características do semiconductor.

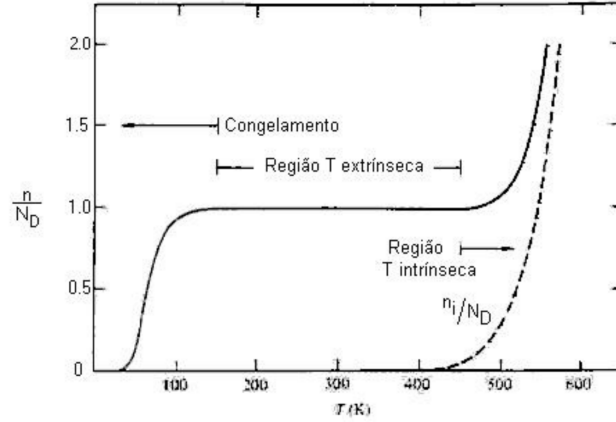


Figura 2: Variação da concentração de portadores de carga com a temperatura.  $N_D$  é a concentração em volume de dopante,  $n$  a concentração total de portadores de carga e  $n_i$  a concentração intrínseca de portadores de carga. Fonte: [2].

### 1.2.2 Efeito Hall

O efeito Hall foi descoberto em 1879 por Edwin Herbert Hall mas continua a ter diversas utilizações, nomeadamente no estudo das propriedades condutoras de diferentes materiais ou em aplicações tecnológicas como sensores de proximidade.

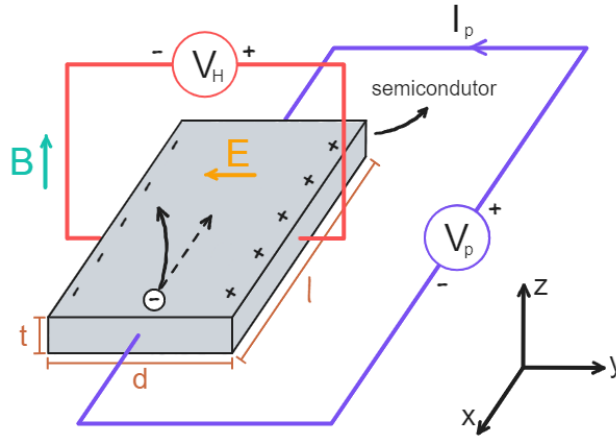


Figura 3: Semiconductor sujeito a uma diferença de potencial  $V_p$  e um campo magnético  $B$ , surgindo uma diferença de potencial  $V_H$  nos seus terminais por efeito Hall.

O efeito Hall, representado esquematicamente na figura 3 deve-se à presença de um campo magnético com uma componente perpendicular à corrente que atravessa o semiconductor. Ao aplicar uma diferença de potencial  $V_p$  ao semiconductor, gera-se uma corrente  $I_p$  no seu interior. Caso não estivesse presente qualquer campo magnético, o percurso dos eletrões dentro do semiconductor seria linear. No entanto, ao ser aplicado um campo magnético  $\vec{B}$  que não seja paralelo à direção da corrente, este cria uma força sobre os eletrões, que desvia a sua trajetória. Desta forma, passa a haver uma maior concentração de eletrões num dos

terminais do semiconductor, gerando-se uma tensão entre os dois terminais designada tensão de Hall ( $V_H$ ). Esta assimetria de carga origina também um campo elétrico, que, por sua vez, irá exercer uma força elétrica sobre as cargas, atingindo-se o estado estacionário quando a força elétrica e a força magnética se anulam.

A tensão de Hall depende das dimensões da amostra, nomeadamente a espessura, da densidade  $n$  dos portadores de carga (e respetiva carga,  $q$ ), da corrente e campo magnético aplicados à amostra e do ângulo entre estes dois. Assumindo que o campo magnético aplicado é perpendicular à direção do movimento dos eletrões, a tensão de Hall é dada por [3]:

$$V_H = \frac{1}{t} \frac{1}{nq} I_p B \quad (1)$$

O segundo termo presente na equação acima corresponde ao coeficiente de Hall,  $R_H$ , a partir do qual podemos calcular a concentração de portadores de carga.

$$n = -\frac{1}{eR_H} \quad (2)$$

Para um semiconductor tipo-n, os portadores de carga predominantes são os eletrões, pelo que temos  $q = -e$  e, portanto,  $R_H$  é negativo.

A resistência da amostra para dadas condições será dada, de acordo com a lei de Ohm, por:

$$R = \frac{V_p}{I_p} \quad (3)$$

A partir desta é possível calcular os valores da condutividade e da resistividade da amostra, dados, respetivamente, pelas equações 4a e 4b, de acordo com as referências [4][5]:

$$\sigma_0 = \frac{l}{Rtd} \quad (4a)$$

$$\rho_0 = \frac{1}{\sigma_0} \quad (4b)$$

Também a mobilidade dos portadores de carga pode ser calculada a partir do coeficiente de Hall do material e da sua condutividade. A referência [5] apresenta-nos a expressão para um semiconductor tipo-p, mas para um semiconductor tipo-n corresponde ao simétrico, já que a carga é simétrica:

$$\mu = -R_H \sigma_0 \quad (5)$$

Ao variar a temperatura do semiconductor, a sua condutividade varia, já que varia a concentração de portadores de carga e a sua mobilidade. Na região intrínseca, a relação entre a temperatura,  $T$ , e a condutividade,  $\sigma$ , é dada por [5]:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

em que  $E_g$  é a energia de ativação do semiconductor e  $k_B$  a constante de Boltzmann. Como  $\sigma$  é inversamente proporcional a  $R$  que, por sua vez, é diretamente proporcional a  $V_p$ , esta última também varia com a temperatura, podendo essa relação ser expressa como:

$$V_p = V_0 e^{\frac{E_g}{2k_B T}}$$

$$\log(V_p) = \frac{E_g}{2k_B} \frac{1}{T} + \log(V_0) \quad (6)$$

### Geração de campo magnético

Para gerar um campo magnético uniforme, podemos utilizar uma montagem semelhante à da figura 4. Sendo as duas bobinas atravessadas por uma corrente elétrica  $I_B$ , geram um campo magnético cada uma, cujo valor no seu interior é diretamente proporcional a essa corrente [6]. O sentido da corrente que as atravessa deve ser tal que os sentidos dos campos magnéticos no interior de cada uma delas sejam opostos.

Os dois paralelepípedos em cima de cada bobina são peças polares, que orientam as linhas de campo magnético de forma a que o campo magnético entre elas (no entreferro) seja aproximadamente uniforme, apontando de uma das peças para a outra. Se os campos magnéticos dentro de cada bobina tivessem o mesmo sentido, teriam sentidos opostos no entreferro, e iriam anular-se. Como o campo magnético dentro de cada bobina é proporcional a  $I_B$ , é de esperar que este campo magnético também o seja.

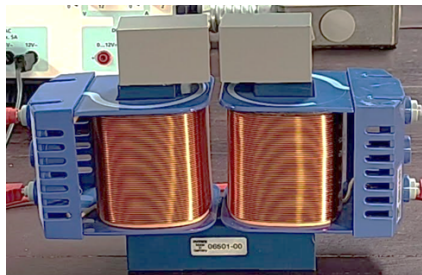


Figura 4: Eletromagnete gerador de um campo magnético uniforme no entreferro (entre as duas peças metálicas).

## 2 Método experimental

O material utilizado ao longo da experiência foi o do kit da Phywe (figura 5), um teslameter, também da Phywe, ligado à sonda de Hall, 2 voltímetros e um amperímetro. Apenas foi utilizada a amostra de germânio com dopagem tipo-n.

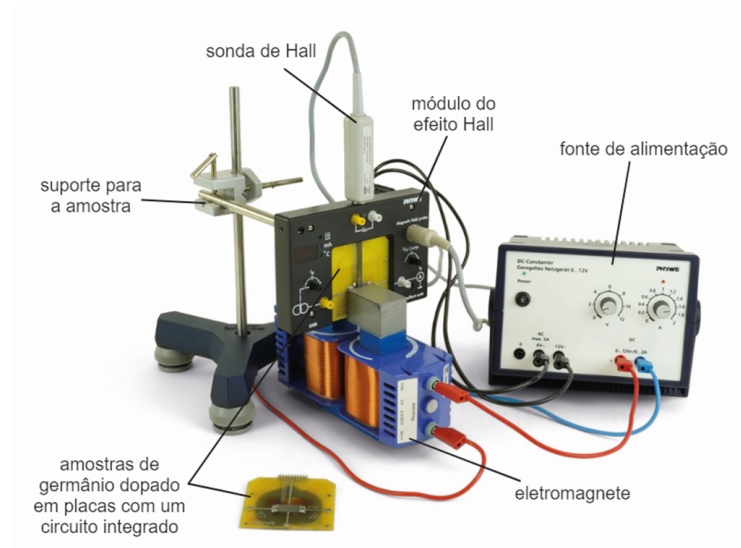


Figura 5: Kit da Phywe utilizado na execução experimental. Imagem ilustrativa do site de venda (com edição para adição da legenda).

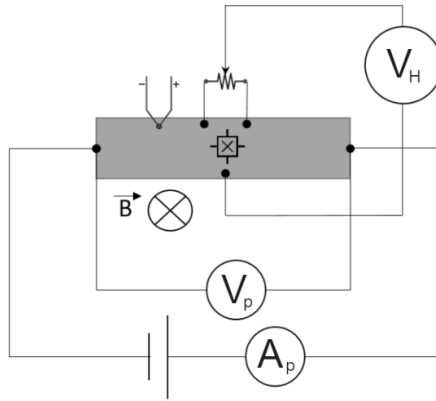
## 2.1 Calibração do campo magnético

De forma a não ser necessária a utilização da sonda ao longo de toda a experiência, procurámos obter uma função de calibração  $B(I_B)$ . Para isso, ligámos as bobinas, em série, à fonte de alimentação e a um amperímetro e colocámos a sonda de Hall, ligada ao teslameter, no centro do entreferro. Variando a corrente fornecida pela fonte de alimentação entre 0 A e 1.8 A em intervalos de 0.05 A, registámos o seu valor ( $I_B$ ) e o valor do campo magnético ( $B$ ).

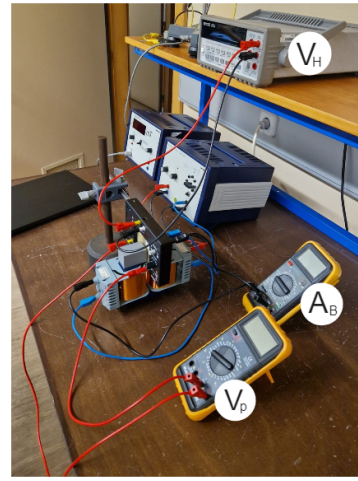
Foram realizados 2 ensaios, uma vez que, após concluirmos o primeiro, nos apercebemos de que não tínhamos esperado tempo suficiente para que o teslameter aquecesse.

## 2.2 Variação da corrente que atravessa o semiconductor

O circuito das bobinas utilizado para a calibração foi mantido, apenas se retirou a sonda de Hall do entreferro, colocando-se a amostra de forma a que ficasse perpendicular ao campo magnético, conforme ilustrado na figura 6b, ligada ao circuito representado na figura 6a.



(a) Fonte: [1]



(b)

Figura 6: Representação gráfica do circuito da amostra de germânio tipo-n (6a) e montagem experimental utilizada, incluindo este circuito e o circuito do eletromagnete gerador do campo magnético (6b).  $V_p$  e  $V_H$  são os voltímetros usados para medir a tensão na amostra e a tensão de Hall, enquanto  $A_B$  é o amperímetro usado para medir a corrente fornecida às bobinas e  $A_p$  usado para medir a corrente que passa na amostra, encontrado-se integrado no módulo do efeito Hall.

Fornecendo uma corrente  $I_p = (16 \pm 1)$  mA à amostra, com a corrente  $I_B$  nula, tentámos ajustar a tensão de Hall para 0 V - “condição zero”.

Ajustámos a corrente fornecida às bobinas para  $I_B = (1.00 \pm 0.01)$  A e, mantendo-a constante, variámos a  $I_p$  ente  $-20$  mA e  $20$  mA, em intervalos de  $2$  mA, registando os valores de  $I_p$ ,  $V_p$  e  $V_H$ .

## 2.3 Variação do campo magnético que atua no semiconductor

A montagem utilizada foi a mesma (figura 6), voltando-se a ajustar a “condição zero”, desta vez também para  $I_p = (0 \pm 1)$  mA.

Ajustámos a corrente na amostra para  $I_p = (17 \pm 1)$  mA e, mantendo-a constante, variámos o valor de  $I_B$  (e consequentemente  $B$ ) entre 0 A e 1.8 A, em intervalos de aproximadamente 0.05 A, registando os valores de  $I_B$ ,  $V_H$  e  $V_p$ .

## 2.4 Variação da temperatura do semiconductor

Mantivemos a montagem da figura 6, mas alterámos o “display” do módulo do efeito Hall, passando a fornecer os valores da temperatura da amostra,  $T$ , em vez da sua corrente,  $I_p$ . Antes de fazermos essa alteração, verificámos novamente a “condição zero”, ajustando em seguida a corrente na amostra para  $I_p = (17 \pm 1) \text{ mA}$  e a corrente nas bobinas para  $I_B = (0.99 \pm 0.01) \text{ A}$ .

Variámos o valor de  $T$ , primeiro em aquecimento e depois em arrefecimento, utilizando o botão na parte de trás do módulo, e registámos os valores de  $V_p$  e  $V_H$ .

## 3 Resultados e discussão

### 3.1 Calibração do campo magnético

Tendo em conta aquilo que é dito na última secção da introdução teórica, começámos por realizar um ajuste linear dos valores de  $B(I_B)$  para o segundo ensaio. Os resíduos obtidos (figura 7) têm valores pequenos, quando comparados com os valores medidos, mas apresentam uma clara tendência polinomial. Como o objetivo para esta parte da experiência era obter uma função de calibração que aproximasse o melhor possível os valores reais de  $B$ , para além de a relação teórica entre  $B$  e  $I_B$  ser linear, optámos por realizar um ajuste polinomial de 3.º grau cujos resíduos não só são aleatórios (Anexo - figura 17) como apresentam menores valores.

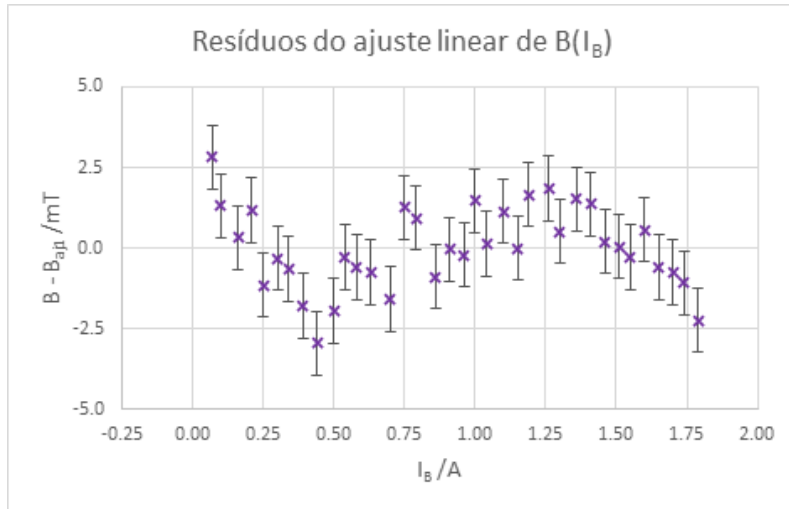


Figura 7: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o ajuste linear dos valores de  $B(I_B)$  do segundo ensaio.

Comparando, a partir da figura 8, os dois ajustes realizados, vemos que estes se encontram quase sobrepostos. Isto, em conjunto com o facto de os resíduos do ajuste linear apresentarem pequenos valores, leva-nos a concluir que o ajuste linear, mesmo não sendo o mais apropriado, é uma boa aproximação, pelo que a relação prevista será a relação real. A componente polinomial pode surgir, por exemplo, devido a histerese no eletromagnete.

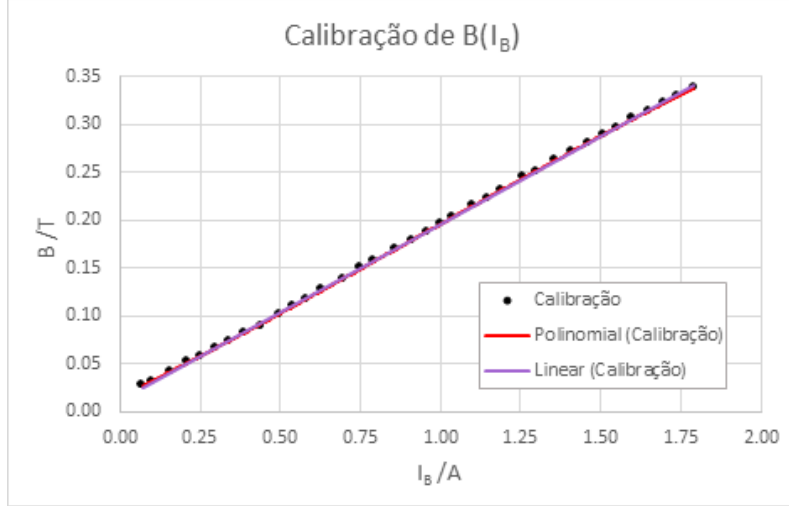


Figura 8: Representação gráfica dos valores de  $B(I_B)$  e respetivos ajustes linear e polinomial de 3.º grau.

Os parâmetros do ajuste polinomial de 3.º grau são:

- $a = -0.009 \pm 0.001$
- $b = 0.026 \pm 0.004$
- $c = 0.164 \pm 0.003$
- $d = 0.0155 \pm 0.0006$
- $r^2 = 0.99993$

Assim, a função de calibração que utilizámos é dada por:

$$B(I_B) = -0.009I_B^3 + 0.026I_B^2 + 0.164I_B + 0.0155 \quad (7)$$

O campo remanescente, correspondente a uma corrente  $I_B$  nula, tem o valor  $B_r = 15.5 \text{ mT} \pm 4\%$ , de acordo com este ajuste.

### 3.2 Variação da corrente que atravessa o semiconductor

As dimensões da amostra usada são, de acordo com [7]:

- $t = 1 \text{ mm}$
- $d = 10 \text{ mm}$
- $l = 20 \text{ mm}$ .

Com base na função de calibração obtida (equação 7), aplicando o valor de  $I_B$  utilizado, sabemos que o campo magnético aplicado nesta parte da experiência foi  $B = 0.196 \text{ T} \pm 2\%$ .

Realizando um primeiro ajuste linear de  $V_H(I_p)$ , apercebemo-nos, a partir do gráfico de resíduos (Anexo - figura 18), que um dos pontos apresentava um desvio em relação aos restantes, pelo que realizámos um novo ajuste sem esse ponto (figura 9). Os parâmetros do ajuste final são:

- $m = -1.381 \pm 0.008$
- $b = 0.0048 \pm 0.0001$
- $r^2 = 0.9994$

Ou seja, a equação do ajuste é dada por:

$$V_H = -1.381I_p + 0.0048$$

O facto de o declive ser negativo confirma que a amostra de germânio utilizado é dopado do tipo-n. Seria de esperar que valor de  $b$  fosse nulo, o que não se verifica, mas o seu valor é bastante pequeno quando comparado com o declive, podendo ser causado pela presença de algum erro sistemático.



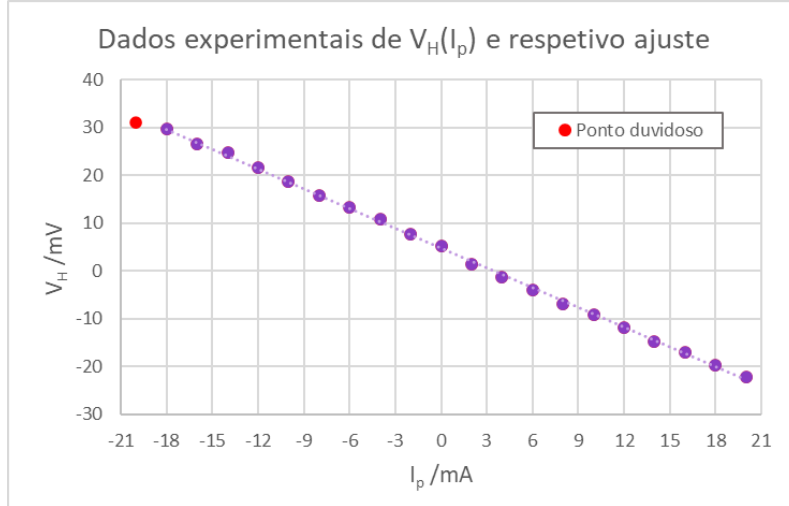


Figura 9: Representação gráfica dos valores de  $V_H(I_p)$  e respetivo ajuste linear.

Observando a equação 1, conseguimos perceber que, a partir do declive deste ajuste, era possível calcular o coeficiente de Hall:

$$R_H = \frac{t}{B}m$$

Desta forma, obtivemos:

$$R_H = (-7.0 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \quad u\%(R_H) = 2\%$$

Aplicando a equação 2, calculámos ainda a densidade dos portadores de carga:

$$n = (8.9 \pm 0.2) \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \quad u\%(n) = 2\%$$

Partindo para a análise dos valores de  $V_p(I_p)$ , realizámos um primeiro ajuste linear no qual foram identificados dois pontos duvidosos, também a partir do gráfico de resíduos (Anexo - figura 20), realizando-se um novo ajuste (figura 10) cujos parâmetros são:

- $m = 48.5 \pm 0.2$
- $b = -0.087 \pm 0.002$
- $r^2 = 0.9998$

Portanto, a equação da reta de ajuste é:

$$V_p = 48.5I_p - 0.87$$

Novamente, o valor de  $b$  não é nulo, como seria de esperar, mas é desprezável quando comparado com o declive.

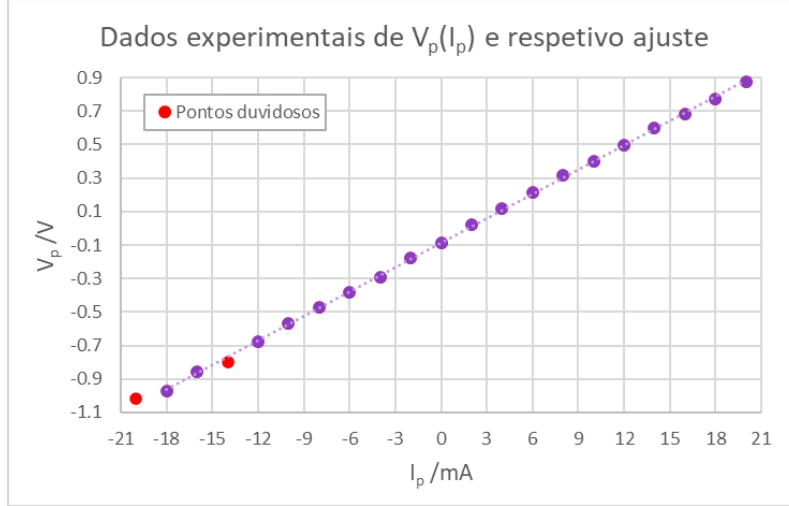


Figura 10: Representação gráfica dos valores de  $V_p(I_p)$  e respetivo ajuste linear.

O declive deste ajuste corresponde à resistência da amostra, de acordo com a lei de Ohm (equação 3). Tendo em conta o valor de referência de  $50 \Omega$  [7], a resistência e respetivo erro são:

$$R = (48.5 \pm 0.2) \Omega \quad u_{\%}(R) = 0.4\% \\ Er_{\%}(R) = 3\%$$

Calculámos ainda os valores da condutividade e resistividade, partindo das equações 4a e 4b, respetivamente, obtendo:

$$\sigma_0 = (41.2 \pm 0.1) \Omega^{-1} \text{ m}^{-1} \quad u_{\%}(\sigma_0) = 0.4\% \\ \rho_0 = (2.43 \pm 0.01) \Omega \text{ cm} \quad u_{\%}(\rho_0) = 0.4\%$$

De acordo com a ficha técnica da Phywe [7], para esta amostra é esperado que a resistividade se encontre entre  $2 \Omega \text{ cm}$  e  $2.5 \Omega \text{ cm}$ , intervalo no qual se encontra o nosso valor.

Finalmente, calculámos o valor da mobilidade dos portadores de carga (eletrões), usando a equação 5:

$$\mu = (0.291 \pm 0.007) \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad u_{\%}(\mu) = 2\%$$

Os principais erros experimentais que podem afetar os valores obtidos dizem respeito ao alinhamento das peças polares ou da amostra e também à dificuldade em verificar a “condição zero”, já que o valor mais próximo de zero que conseguimos obter foi  $V_H = (0.010 \pm 0.001) \text{ mV}$ . Este valor é pouco significativo, quando comparado com os valores medidos, mas origina um erro sistemático. Para algumas grandezas, nomeadamente  $V_H$ , os valores medidos nos aparelhos apresentavam algumas oscilações, que foram consideradas nas suas incertezas mas constituem erros aleatórios e causam maior incerteza nos valores calculados.

### 3.3 Variação do campo magnético que atua no semiconductor

Utilizando a função de calibração (equação 7), calculámos o valor do campo magnético correspondente a cada valor medido de  $I_B$  e, em seguida, realizámos um ajuste linear de  $V_H(B)$  (figura 11), cujos parâmetros são:

- $m = -0.1047 \pm 0.0002$
- $b = 0.00064 \pm 0.00004$
- $r^2 = 0.99989$

Desta forma, a equação da reta de ajuste é:

$$V_H = -0.1047B + 0.00064$$

Mais uma vez, obtivemos um declive negativo, confirmando, novamente, que a amostra de germânio utilizada era dopada do tipo-n., enquanto o valor de  $b$  não é nulo mas é desprezável quando comparado com o declive.

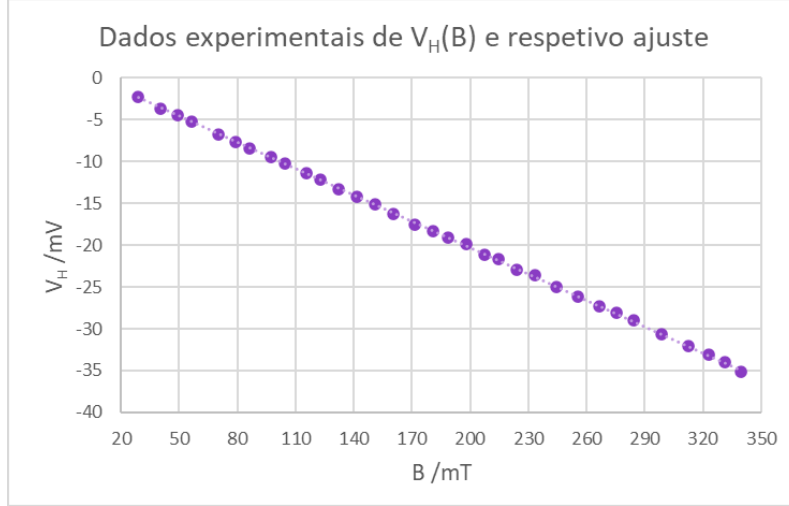


Figura 11: Representação gráfica dos valores de  $V_H(B)$  e respetivo ajuste linear.

Tal como fizemos anteriormente, calculámos um valor de  $R_H$ , utilizando o valor do declive, a partir da equação 1, que é dado por:

$$R_H = \frac{t}{I_p} m$$

O valor obtido foi:

$$R_H = (-6.2 \pm 0.4) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \quad u_{\%}(R_H) = 6\%$$

Usando a equação 2, calculámos também a densidade dos portadores de carga:

$$n = (1.01 \pm 0.06) \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \quad u_{\%}(n) = 2\%$$

Estes dois valores e os calculados anteriormente para as mesmas grandezas apresentam uma diferença relativa considerável, de 14%, os seus intervalos de confiança não se interseam e estes valores apresentam uma incerteza mais elevada do que os calculados anteriormente, indicando que o método de variação da corrente  $I_p$  será mais adequado. Esta diferença pode dever-se a erros experimentais, nomeadamente a função de calibração calculada não ser adequada - por exemplo, se a sonda, na calibração, ou a amostra, na execução experimental, não se encontrassem perpendiculares ao campo magnético, poderia originar-se este erro, uma vez que apenas estaríamos a considerar a componente do campo magnético perpendicular à direção da sonda ou da amostra.

Quanto à tensão  $V_p$ , verificou-se que esta apresenta uma variação de apenas 1.6% ao longo de todo o ensaio, mas foi sempre crescente, pelo que decidimos analisá-la. Como a corrente  $I_p$  se manteve constante, podemos obter, pela lei de Ohm:

$$\frac{V_p - V_0}{V_0} = \frac{R - R_0}{R_0}$$

em que  $V_0$  é o valor inicial de  $V_p$ ,  $R_0$  e  $R$  as resistências correspondentes, respetivamente, a  $V_0$  e  $V_p$ .

Observando a representação gráfica dos valores de  $(R - R_0)/R_0$ , calculados como referido acima, em função de  $B$  (figura 12), estes pareciam apresentar uma tendência quadrática, pelo que realizámos um ajuste deste tipo, cujos parâmetros são:

- $a = 0.11 \pm 0.01$
- $b = 0.010 \pm 0.004$
- $c = 0.0006 \pm 0.003$
- $r^2 = 0.991$

Logo, a equação de ajuste é dada por:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = 0.11B^2 + 0.010B + 0.0006$$

Como os valores se encontram distribuídos por “níveis”, devido à precisão do voltímetro utilizado, o ajuste apresenta um valor baixo de  $r^2$  (em comparação com os restantes ajustes realizados) e os parâmetros apresentam incertezas elevadas (10%, 38% e 56%), mas o ajuste parece ser uma boa aproximação da tendência real. Esta tendência deve-se à magnetorresistência da amostra [8], que corresponde à sua propriedade de alterar a resistência de acordo com o campo magnético aplicado.

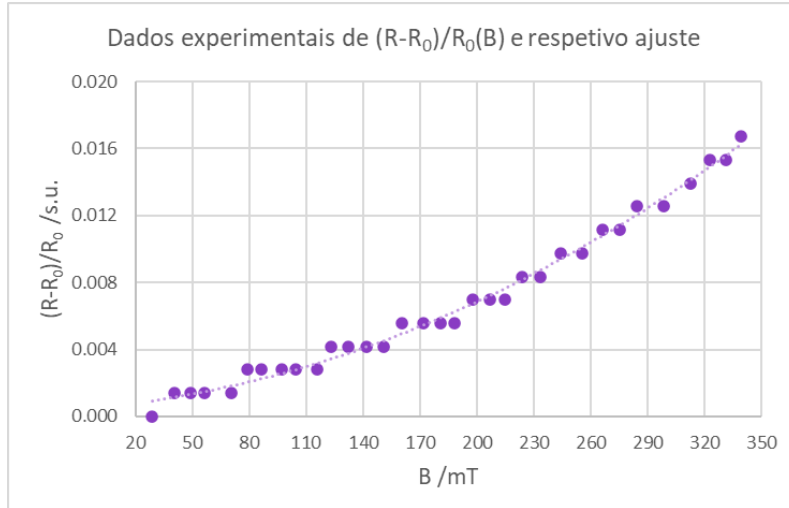


Figura 12: Representação gráfica dos valores de  $V_p(B)$  e respetivo ajuste quadrático.

### 3.4 Variação da temperatura do semiconductor

Começando por comparar a variação de  $V_H$  para o aquecimento e o arrefecimento (figura 13), em ambos os casos a tendência apresentada é semelhante à esperada, de acordo com o documento da Phywe [5]. No entanto, conseguimos identificar uma diferença clara entre os valores para o aquecimento e o arrefecimento, que se deve à histerese - em aquecimento, o sistema tenta conservar valores mais baixos de  $V_H$  enquanto em arrefecimento tem tendência a conservar valores mais altos, causando a diferença observada.

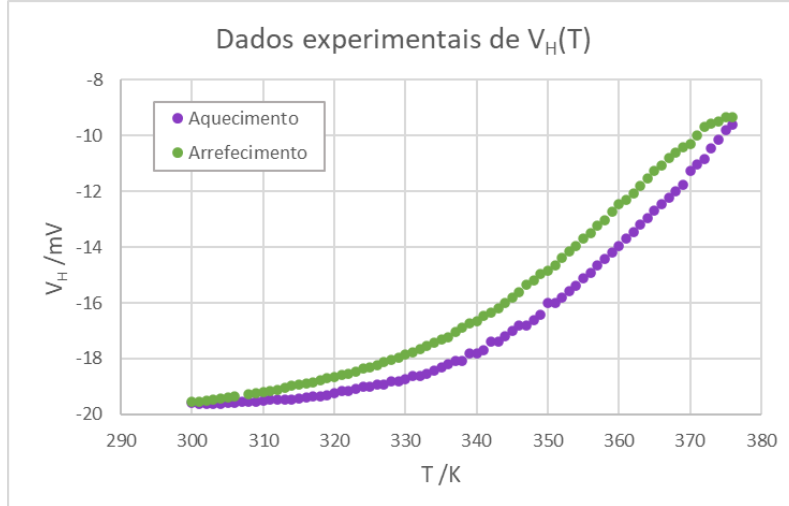


Figura 13: Representação gráfica dos valores de  $V_H(T)$  para o aquecimento e o arrefecimento da amostra.

Note-se ainda que, como o aquecimento se deu mais rapidamente do que o arrefecimento, não só terá sofrido maior histerese como podemos observar mais flutuações, ou seja, mais valores desviados da tendência geral. Estas observações podem ser feitas também para os valores de  $V_p$  (figura 14).

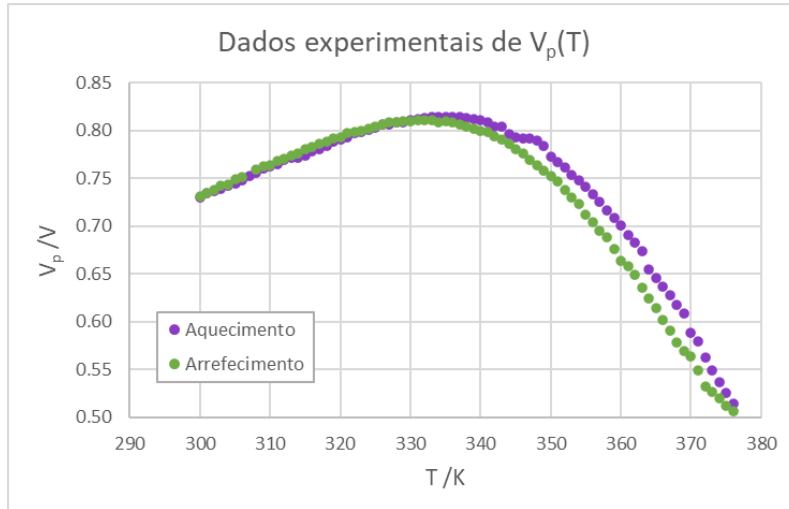


Figura 14: Representação gráfica dos valores de  $V_p(T)$  para o aquecimento e o arrefecimento da amostra.

Com o objetivo de calcular a energia de ativação da nossa amostra, tendo em conta a equação 6, começámos por realizar as representações gráficas de  $[\log(V_p)](1/T)$  para o aquecimento e o arrefecimento (figuras 15a e 15b).

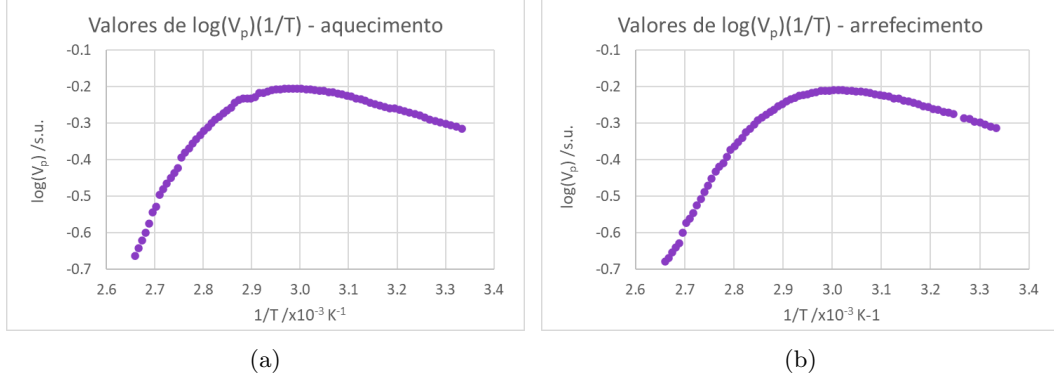


Figura 15: Representação gráfica dos valores de  $[\log(V_p)](1/T)$  para os dados recolhidos para o aquecimento (15a) e o arrefecimento (15b) da amostra.

Claramente, estes gráficos não apresentam em toda a sua gama a tendência linear refletida pela equação 6. No entanto, sabendo que esta equação se aplica à região de condutividade intrínseca da amostra, apenas era esperada essa tendência para temperaturas mais altas, o que parece verificar-se. Assim, utilizámos, para o aquecimento e o arrefecimento, as gamas de pontos correspondentes a temperaturas mais altas para realizar dois ajustes lineares (figuras 16a e 16b), cujos parâmetros são:

Aquecimento:

- $m = (3.25 \pm 0.07) \times 10^3$
- $b = -9.3 \pm 0.2$
- $r^2 = 0.997$

Arrefecimento :

- $m = (2.48 \pm 0.02) \times 10^3$
- $b = -7.29 \pm 0.07$
- $r^2 = 0.9994$

Portanto, as equações dos ajustes lineares são:

$$\text{Aquecimento : } \log(V_p) = 3.25 \times 10^3 \frac{1}{T} - 9.3$$

$$\text{Arrefecimento : } \log(V_p) = 2.48 \times 10^3 \frac{1}{T} - 7.29$$

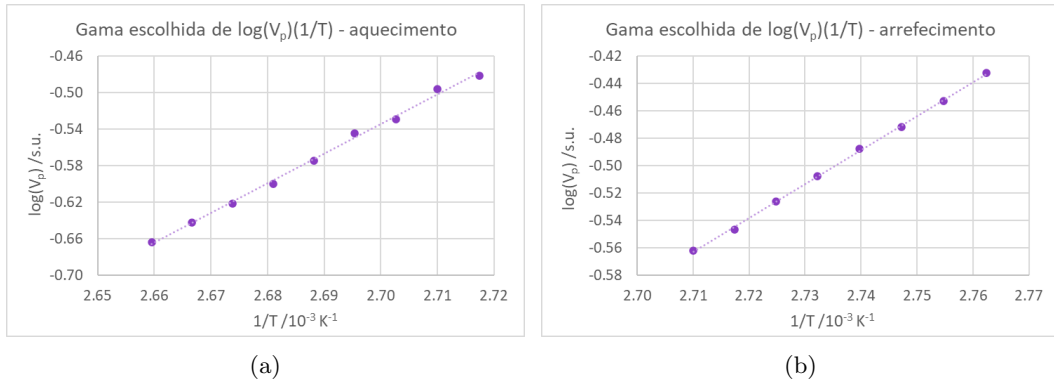


Figura 16: Representação gráfica da gama selecionada dos valores de  $[\log(V_p)](1/T)$  para os dados recolhidos para o aquecimento (16a) e o arrefecimento (16b) da amostra e respetivos ajustes.

A partir dos ajustes obtidos, podemos então calcular dois valores da energia de ativação, um para o aquecimento e outro para o arrefecimento, pela fórmula:

$$E_g = 2k_B m$$

Os valores obtidos encontram-se na tabela 1, bem como o seu erro em relação ao valor de referência de 0.66 eV [9].

	$E_g$ /eV	$u\%(E_g)$	$Er\%(E_g)$
Aquecimento	0.56	2%	15%
Arrefecimento	0.428	1%	35%

Tabela 1: Valores de  $E_g$  obtidos a partir dos ajustes de  $[\log(V_p)](1/T)$  para o aquecimento e o arrefecimento.

Tanto os parâmetros de ajuste como o valor de  $E_g$  obtidos para o arrefecimento apresentam menor incerteza, para além de que o valor de  $r^2$  é mais elevado, o pode dever-se ao facto de o arrefecimento se dar de forma mais lenta, com as consequências explicadas anteriormente. Ambos os valores apresentam erros elevados ( $\gg 10\%$ ) por defeito, o que pode dever-se a impurezas na amostra, nomeadamente o elemento usado na dopagem, ou a não termos alcançado a região de condutividade intrínseca do germânio, isto é, não termos alcançado valores de temperatura elevados o suficiente. Reparemos que, mantendo-se a tendência observada, ao aumentarmos a temperatura, iríamos obter um declive,  $m$ , maior. Como  $E_g \propto m$ , também o valor de  $E_g$  seria maior, ficando assim explicados os erros por defeito obtidos.

## 4 Conclusão

Para além de termos verificado a relação linear entre o valor do campo magnético e a corrente que atravessava as bobinas, a função de calibração para o campo magnético utilizada corresponde a um polinómio de 3.º grau, dado por  $B = -0.0009I_B^3 + 0.026I_B^2 + 0.164I_B + 0.0155$ , com  $B$  na unidade tesla e  $I_B$  em amperes. A partir desta função, calculámos um campo magnético remanescente  $B_r = 15.5 \text{ mT} \pm 4\%$ .

Foi possível observar que tanto a tensão de Hall como a tensão da amostra variaram linearmente com a corrente que atravessava a amostra. Utilizando ajustes destes valores, calculámos valores para o coeficiente de Hall,  $R_H = -7.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \pm 2\%$ , a densidade de portares de carga,  $n = 8.9 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \pm 2\%$ , a resistência da amostra com um erro de 3% em relação ao valor de referência,  $R = 48 \Omega \pm 0.4\%$ , a condutividade da amostra,  $\sigma_0 = 41.2 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1} \pm 0.4\%$ , a resistividade da amostra,  $\rho_0 = 2.43 \Omega \text{ cm} \pm 0.4\%$ , e a mobilidade elétrica dos portadores de carga,  $\mu = 0.291 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1} \pm 2\%$ .

Observámos uma tendência também linear entre os valores da tensão de Hall e do campo magnético aplicado na amostra, realizando um ajuste a partir do qual calculámos outro valor para o coeficiente de Hall,  $R_H = -6.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \pm 6\%$ , e para a densidade de portadores de carga,  $n = 1.01 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \pm 2\%$ .

Os valores de  $R_H$  e  $n$  calculados pelos dois métodos apresentam uma diferença relativa considerável, de 14%, que se poderá dever a erros experimentais nomeadamente no cálculo da função de calibração. Os primeiros valores obtidos, a partir da variação da corrente na amostra, apresentam menores incertezas, indicando-nos que este método será mais adequado.

A partir dos valores da tensão da amostra, verificámos uma variação da sua resistência com o campo magnético com tendência quadrática, devido à sua magnetorresistência.

Tanto para os valores da tensão de Hall como da tensão da amostra, observámos histerese, ao variar a temperatura. Essa histerese foi observada apenas por comparação entre

os dados obtidos para o aquecimento e o arrefecimento, mas, como o arrefecimento foi mais lento, concluiu-se que os seus dados deverão ser menos afetados por esse fenómeno. Também por esse motivo, os dados obtidos para o aquecimento apresentam mais oscilações, ou seja, pontos que se desviam da tendência dos restantes dados.

Para temperaturas mais altas, foi possível observar uma tendência linear para os valores de  $\log(V_p)$  em função do inverso da temperatura, tanto para o aquecimento como para o arrefecimento, calculando-se, através desses ajustes, dois valores para a energia de ativação do germânio. Para os dados do aquecimento, o valor obtido foi  $E_g = 0.56 \text{ eV} \pm 2\%$ , com um erro de 15% em relação ao valor de referência, enquanto para o arrefecimento obtivemos  $E_g = 0.428 \text{ eV} \pm 1\%$ , com um erro de 35%. Para além de o valor do arrefecimento apresentar um maior erro, concluiu-se que é mais fiável, uma vez que apresenta menor incerteza, pelos motivos já referidos.



## Referências

- [1] responsáveis pela unidade curricular FIS3037. “Estudo de Fenómenos de Interferência Ótica e Aplicações”.
- [2] Jacobus W. Swart. “Materiais Elétricos”. Em: cap. 8.
- [3] B. D. Cullity. *Introduction to Magnetic Materials*. Wiley, 2009. ISBN: 978-0-471-47741-9.
- [4] M. Alonso; E. J. Finn. “Fundamental University Physics”. Em: *Fields and Waves*. Vol. 2. Addison-Wesley, 1980.
- [5] *Hall effect in n- and p-germanium*. curricuLAB; Phywe.
- [6] David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Pearson. ISBN: 978-0-321-85656-2.
- [7] *Hall-effect-module; Hall-effect p-Ge carrier board; Hall-effect n-Ge carrier board; Intrinsic conductivity of germanium carrier board - Operating instructions*. Phywe. Mollenbachstr. 25, Leonberg, Baden-Wuerttemberg 71229, DE.
- [8] Bin Cheng, Hongwei Qin e Jifan Hu. “The measured positive and negative magnetoresistance for n-type germanium at room temperature”. Em: *Journal of Physics D: Applied Physics* (2017). DOI: 10.1088/1361-6463/aa8b97. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1361-6463/aa8b97>.
- [9] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, 2018. ISBN: 978-1-119-45416-8.

## Cálculo de incertezas

- $u(B) = \sqrt{[I_B^3 u(a)]^2 + [I_B^2 u(b)]^2 + [I_B u(c)]^2 + [u(D)]^2 + [(3aI_B^2 + 2bI_B + c)u(I_B)]^2}$
- $u(R_H) = \sqrt{\left(\frac{t}{B}u(m)\right)^2 + \left(\frac{tm}{B^2}u(B)\right)^2}$
- $u(R_H) = \sqrt{\left(\frac{t}{I_p}u(m)\right)^2 + \left(\frac{tm}{I_p^2}u(I_p)\right)^2}$
- $u(n) = \frac{u(R_H)}{|q|R_H^2}$
- $u(R) = u(m)$
- $u(\sigma_0) = \frac{l}{R^2 t d} u(R)$
- $u(\rho_0) = \frac{1}{\sigma_0^2} u(\sigma_0)$
- $u(\mu) = \sqrt{(R_H u(\sigma_0))^2 + (\sigma_0 u(R_H))^2}$
- $u\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{u(T)}{T^2}$
- $u(\log(V_p)) = \frac{u(V_p)}{|V_p|}$
- $u(E_g) = 2k_B u(m)$

## Anexo

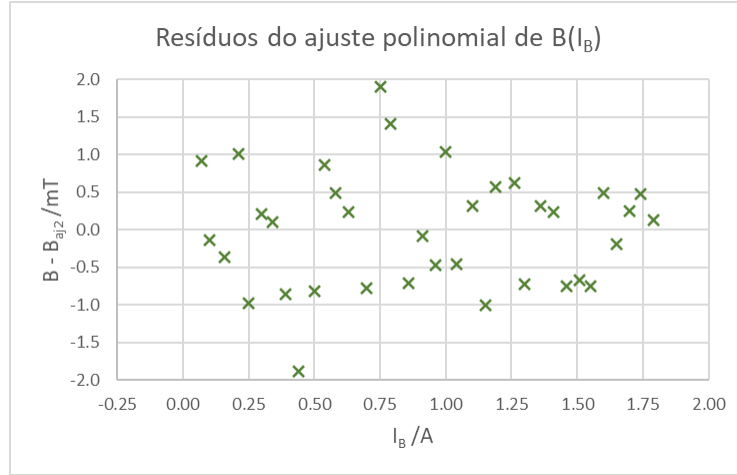


Figura 17: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o ajuste polinomial de 3.º grau dos valores de  $B(I_B)$  do segundo ensaio. Não se apresentam barras de incerteza por dificultarem consideravelmente a leitura do gráfico.

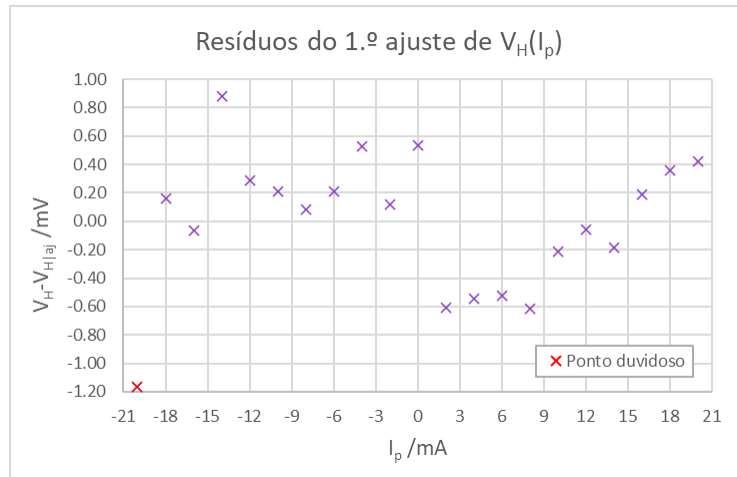


Figura 18: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o primeiro ajuste linear dos valores de  $V_H(I_p)$ . Não se apresentam barras de incerteza por não serem visíveis.

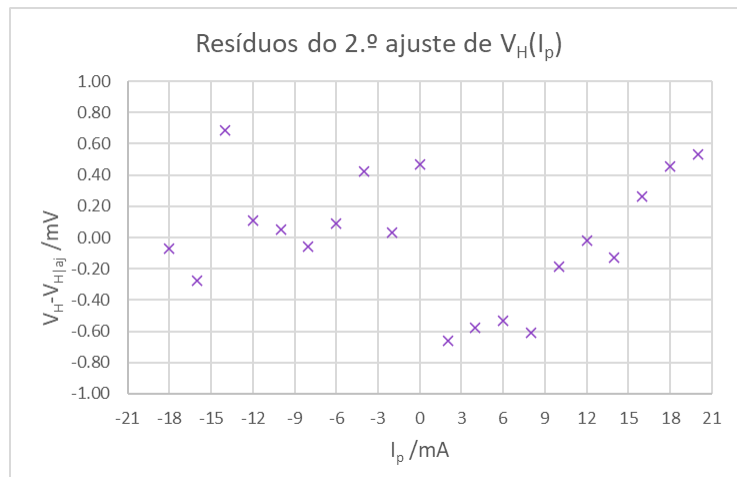


Figura 19: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o segundo ajuste linear dos valores de  $V_H(I_p)$ . Não se apresentam barras de incerteza por não serem visíveis.

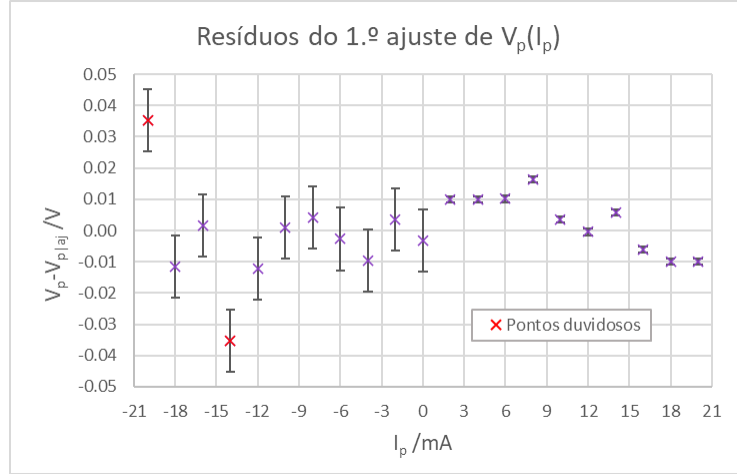


Figura 20: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o primeiro ajuste linear dos valores de  $V_p(I_p)$ .

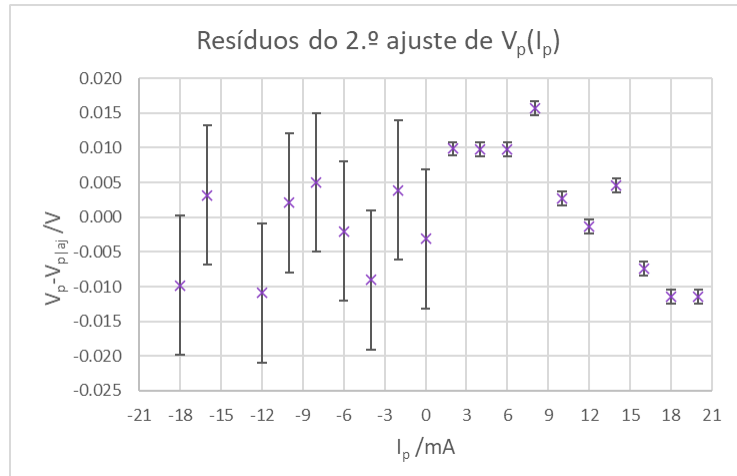


Figura 21: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o segundo ajuste linear dos valores de  $V_p(I_p)$ .

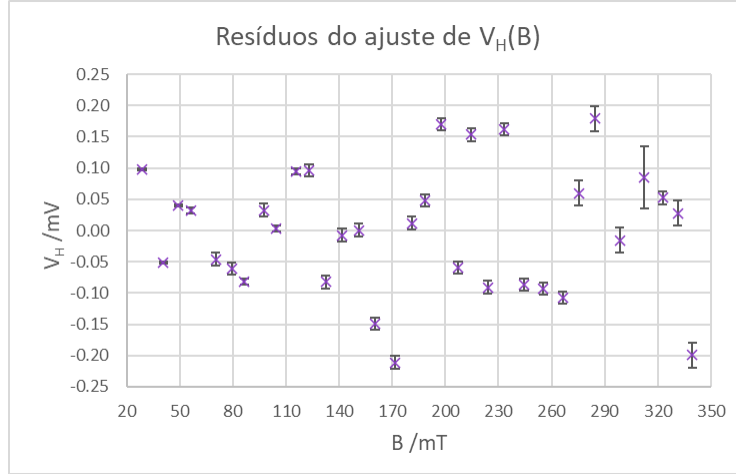


Figura 22: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o ajuste linear dos valores de  $V_H(B)$ .

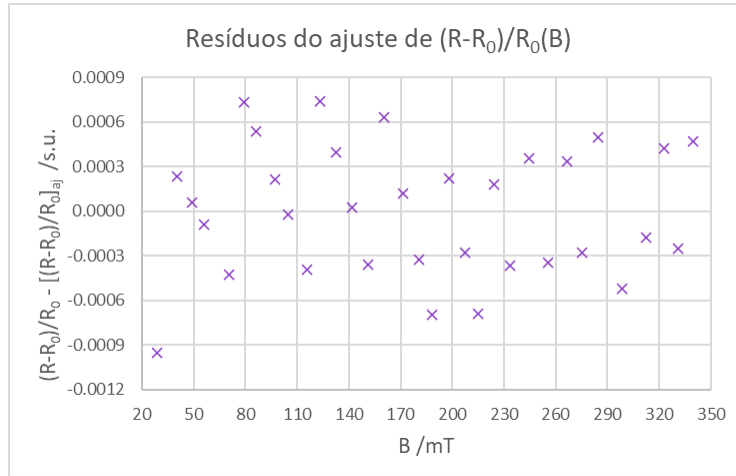


Figura 23: Representação gráfica dos resíduos obtidos para o ajuste quadrático dos valores de  $[(R - R_0)/R_0](B)$ .

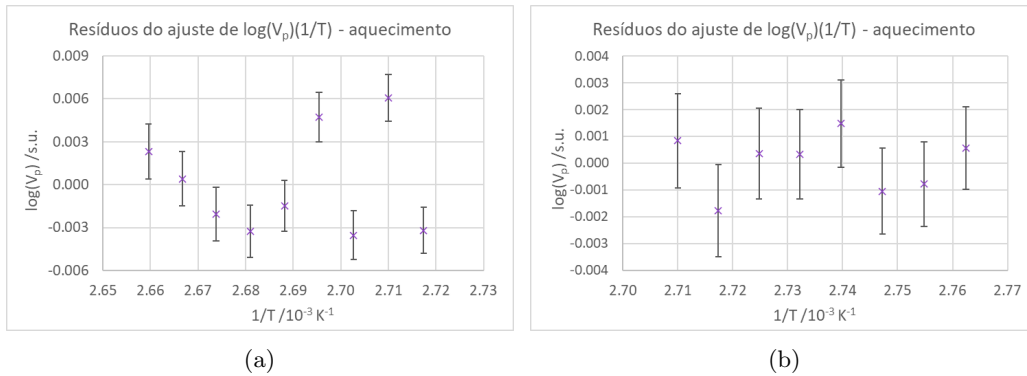


Figura 24: Representação gráfica dos resíduos dos ajustes de  $[\log(V_p)](1/T)$  para os dados recolhidos para o aquecimento (16a) e o arrefecimento (16b) da amostra.