

Estudo do Efeito Hall e Caracterização de Semicondutores

Leonor Andrade Ribeiro

Departamento de Física e Astronomia

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Rua do Campo Alegre, 4169-007 Porto, Portugal

17 de outubro de 2022

Resumo

Estudamos uma amostra de Germânio altamente dopada tipo-p, variando o campo magnético aplicado na amostra, a corrente que atravessa a amostra e a temperatura da amostra. Obtivemos valores distintos através de dois métodos para o coeficiente de Hall, $R_H = (0.0021 \pm 0.0001)\Omega$ com uma %inc de 5% e $R_H = (0.040 \pm 0.002)\Omega$ com uma %inc de 6%, a concentração de portadores de carga, $n = (3.0 \pm 0.1) \times 10^{21} m^{-3}$ com %inc de 5% e $n = (1.56 \pm 0.08) \times 10^{20} m^{-3}$ com %inc de 5%, e para a mobilidade elétrica, $\mu = (0.043 \pm 0.002) m^{-3}$ com uma %inc de 5% e $\mu = (0.82 \pm 0.04) m^{-3}$ com uma %inc de 5%. Também obtivemos um valor para a condutividade elétrica da amostra, $\sigma_0 = (20.4 \pm 0.2) \Omega^{-1} m^{-1}$ com %inc de 0.8%. Os valores obtidos pelos dois métodos são muito distantes e não conseguimos identificar erros decorrentes desta elevada variação. Estudamos o fenómeno da magnetoresistência, representando a variação da resistência em função do campo magnético aplicado e determinando a equação que exprime esta variação. Determinamos a banda proibida do germânio, obtendo o valor de $E_g(arrefecimento) = (0.200 \pm 0.005) eV$ com uma %inc de 3% e um erro associado em relação ao valor teórico (0.66 eV) de 69% para o arrefecimento e um valor de $E_g(aquecimento) = (0.190 \pm 0.005) eV$ com uma %inc de 3% e um erro associado em relação ao valor teórico de 71% para o aquecimento. Obtivemos a curva típica de um semiconductor do tipo-p e determinamos a temperatura para a qual a amostra de germânio entrava no regime intrínseco, obtendo o valor $T(arrefecimento) = (383 \pm 1) K$ com %inc de 0.3% para o arrefecimento e o valor $T(aquecimento) = (386 \pm 1) K$ com %inc de 0.3% para o aquecimento.

Capítulo 1

Introdução Teórica

1.1 Objetivos

Os objetivos primordiais deste trabalho são o estudo de semicondutores, nomeadamente, uma amostra dopada tipo-p de Germânio, e o estudo do Efeito Hall neste semicondutor.

Para este efeito, pretende-se avaliar o efeito da variação de corrente, do campo magnético e da temperatura nas propriedades do semicondutor, aquando da ocorrência do Efeito Hall.[2, 8]

1.2 Introdução a Semicondutores

Os materiais podem-se classificar consoante a sua capacidade de conduzir corrente elétrica, que se evidencia na distribuição e ocupação das bandas (de valência e de condução) pelos eletrões que o constituem.[3, 4] Podemos distinguir três tipos de materiais principais: isoladores, semicondutores e condutores. Na figura 1.1, podemos encontrar uma ilustração da estrutura de bandas dos diferentes materiais. Como se pode visualizar, as bandas de valência e de condução estão sobrepostas quando se trata de um isolador, bastante próximas quando o material é um semicondutor e afastadas quando o material é isolador. [2]

Um semicondutor caracteriza-se por ter facilidade em trocar de um estado isolador para condutor, e vice-versa. Na figura 1.2, podemos observar uma representação da formação de lacunas na banda de valência e extração dos eletrões para a banda de condução. Espera-se que o número de lacunas aumente com o aumento da temperatura. [13]

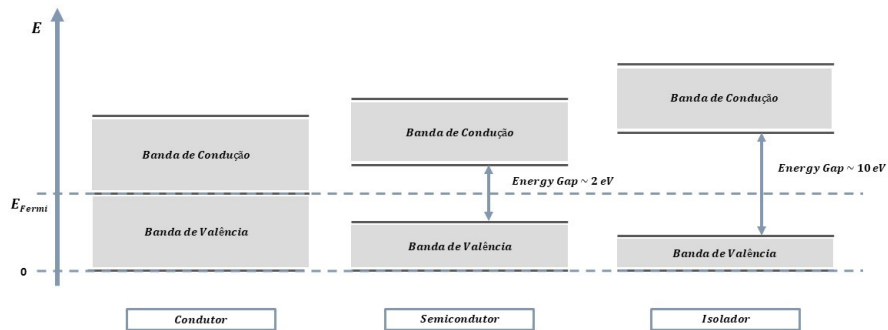


Figura 1.1: Estrutura de bandas dos diferentes tipos de materiais: isoladores, semicondutores e condutores. E_{Fermi} representa a Energia do estado mais energético à temperatura do zero absoluto.[2, 4]

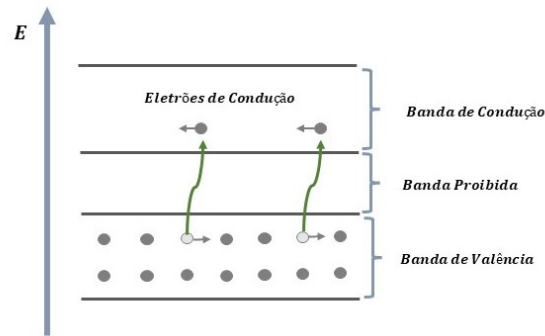


Figura 1.2: Estrutura de bandas para um semicondutor. Os pontos a cinzento escuro representam elétrons, que entram em movimento na banda de condução, passando-se a chamar elétrons de condução. As lacunas, representadas a cinzento claro, também se movimentam com os elétrons na banda de valência.[13, 3]

Semicondutores Dopados

Os semicondutores quando estão na sua configuração original denominam-se intrínsecos. Podemos dopar um semicondutor intrínseco com átomos impuros, fazendo com que se tornem semicondutores extrínsecos. Quando o elemento químico que introduzimos tem tendência a ceder elétrons, a dopagem é do tipo-p. Quando o elemento químico que introduzimos tem tendência a receber elétrons, a dopagem é do tipo-n. A dopagem que será alvo de estudo será a do tipo-p.[14]

Zona de Condutividade Intrínseca e Extrínseca

Como já foi referido anteriormente, os semicondutores classificam-se como intrínsecos ou extrínsecos. Na figura 1.3, podemos ver que existem três regiões distintas no estudo dos semicondutores: a região de congelamento, com temperaturas características menores do que 100K, a região extrínseca, que sucede a anterior até temperaturas de aproximadamente 400K, e a região intrínseca, com temperaturas características superiores a 400K. [13]

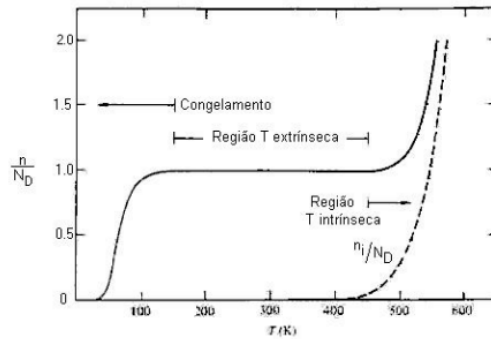


Figura 1.3: Variação da Concentração de portadores com a Temperatura. A curva tracejada representa a variação da concentração intrínseca de portadores com a temperatura. Imagem retirada de [13].

1.3 Efeito Hall

O Efeito Hall foi descoberto em 1879 por Edwin Herbert Hall. Embora já seja uma descoberta feita há mais de um século, as suas aplicações na atualidade são inesgotáveis: desde sensores de proximidade até impressoras 3D. Deste modo, o estudo do Efeito Hall é fundamental e transversal aos planos de estudos na área da Física (e Engenharias). [9]

O Efeito Hall traduz-se na geração de uma diferença de potencial nos terminais de um condutor quando nele é aplicado um campo magnético na direção perpendicular ao sentido da corrente no seu interior.[3] A figura 1.4 pretende esquematizar esta ideia. Quando não há nenhum campo aplicado no semicondutor, os eletrões seguem um percurso linear através do mesmo. Quando aplicamos um campo magnético perpendicular (representado pelos dois ímãs), há uma deflexão de eletrões devido ao balanço de forças. Essa deflexão vai gerar um acúmulo de cargas negativas num dos limites do semicondutor, que, por sua vez, gera uma diferença de potencial nos terminais do semicondutor, denominada por Tensão de Hall (U_H).[5] A partir de um determinado momento,

a concentração de elétrons num dos limites do semiconductor satura (as cargas começam a aplicar um campo elétrico que iguala B - Estado Estacionário) e, devido ao balanço de cargas, os elétrons seguintes percorrem o semiconductor de forma aproximadamente linear.

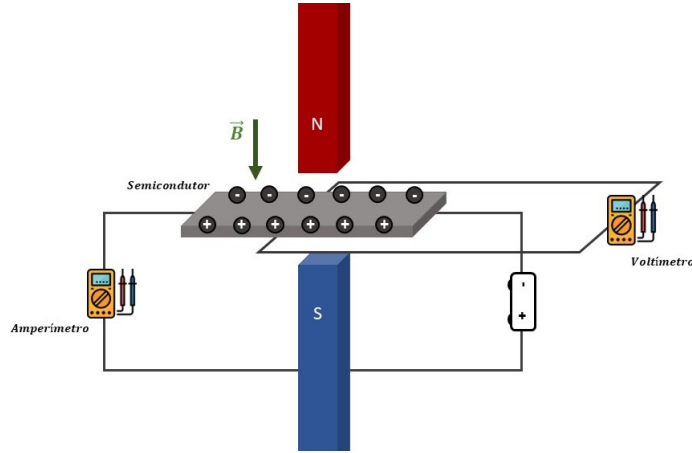


Figura 1.4: Ilustração do Efeito Hall num semiconductor. Os elementos com + e - pretendem representar a presença e a ausência de elétrons, devido à deflexão decorrente do campo magnético aplicado. Assim, pode-se dizer que há uma diferença de potencial nos terminais do semiconductor.

A tensão de Hall gerada no semiconductor encontra-se na equação 1.1. De notar que a mesma depende da espessura da amostra. Amostras maiores tendem a gerar tensões mais pequenas, o que faz sentido, porque demoraremos mais a atingir o estado estacionário.

$$U_H = \frac{1}{t} \frac{1}{ne} IB \quad (1.1)$$

onde n é a concentração de cargas, e é a carga do eletrão e t é a espessura da amostra.

Medindo a corrente e a tensão de Hall que se gera no circuito, consegue-se determinar o coeficiente de Hall, dado pela equação 1.2

$$R_H = \frac{V_H}{I} = \frac{1}{ne} \quad (1.2)$$

As deduções das fórmulas podem ser consultadas numa das seguintes referências [2, 4, 5].

1.4 Método Experimental

Neste trabalho, foram utilizados os instrumentos que se encontram na figura 1.5. O eletromagnete utilizado tinha número de série 06501-00, a amostra p-Ge tinha número de série 11805-01, e o setup para colocar a amostra tinha número de série 11801-01. Utilizaram-se dois multímetros convencionais (IWATSU VOAC 85 e UniVolt DT-64) e um multímetro digital (Agilent 34405A). O Teslameter tinha número de série E-4758 e a fonte de alimentação não tinha nenhum número de série inscrito.[2]

Estava também disponível uma amostra de n-Ge, mas estava com mau contacto, pelo que o professor sugeriu só usarmos a do tipo-p.

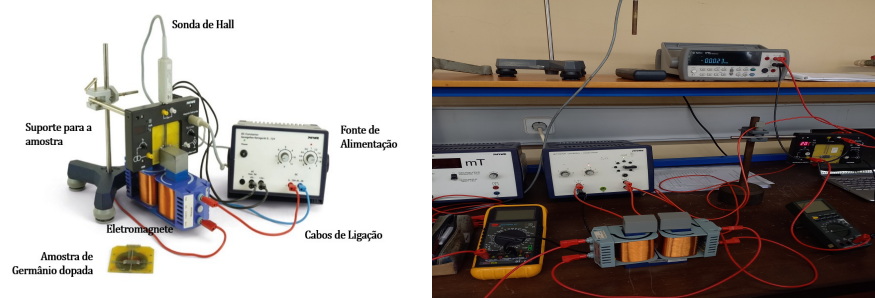


Figura 1.5: Fotografia do conjunto de instrumentos da Phywe (esquerda) e da montagem geral da experiência feita no laboratório 017 (direita). De notar que na imagem da direita a amostra ainda não estava colocada no sítio apropriado.

1.4.1 Calibração do Campo Magnético

Esta parte da experiência requer uma montagem específica (diferente das restantes), sendo que foi a única parte em que utilizamos a sonda de Hall e o TeslaMeter da Phywe. O circuito implementado encontra-se ilustrado na figura 1.6. Uma vez que a sonda de Hall se pode estragar com facilidade, é preciso ter especial cuidado no manuseamento da mesma.

Depois de implementarmos o circuito, variamos a corrente em intervalos de 0.1A, desde 0A até 1.5A, registando os dados do campo magnético dados pelo TeslaMeter. A partir destes dados, determinamos a curva de calibração do campo magnético, a ser utilizada posteriormente, e determinamos o campo remanescente.

1.4.2 Variação da Corrente com Campo Magnético Fixo

Nesta parte da experiência e nas partes seguintes, implementou-se o circuito presente na figura 1.7, que foi retirado do protocolo da phywe [8].

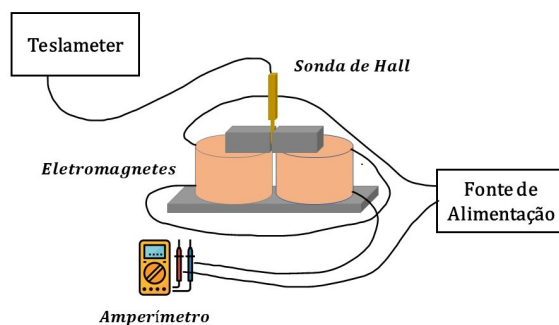


Figura 1.6: Esquema do circuito a ser utilizado na parte da calibração do campo da experiência.

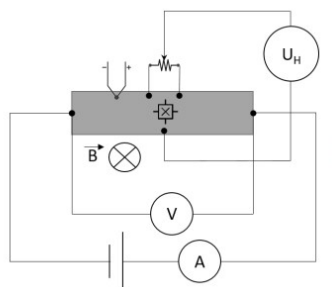


Figura 1.7: Esquema do circuito[8] a ser utilizado nas partes 2, 3 e 4 da experiência. Para mais informações sobre as ligações a executar na amostra, ver [2, 8].

Por lapso, esquecemo-nos de colocar a amostra entre as bobinas, pelo que tivemos de repetir a experiência. Só nos apercebemos disso na 3ª parte, o que limitou o tempo que tínhamos disponível e que pode induzir em erros a retirar os dados, pelo processo ter sido feito de forma mais rápida.

Verificamos que a tensão de Hall não era nula quando não havia campo magnético aplicado, pelo que tivemos de ajustar a "condição do zero".[2] Fixamos a corrente das bobinas a 1A e variamos a corrente da amostra de -20mA a 20mA em intervalos de 1A. Simultaneamente, fomos registando os valores da tensão de Hall e da Tensão da Amostra.

Fazendo os gráficos das quantidades medidas, determinamos o coeficiente de Hall, a concentração de portadores de carga, a condutividade elétrica e a mobilidade elétrica (equações 1.3, 1.4, 1.5 e 1.6, respetivamente).[3, 8]

$$R_H = \frac{1}{tB} \frac{U_H}{I_P} \quad (1.3)$$

$$n = \frac{1}{R_H e} \quad (1.4)$$

$$\sigma_0 = \frac{\ell}{t \times h} \frac{I_P}{U_P} \quad (1.5)$$

$$\mu = R_H \sigma_0 \quad (1.6)$$

onde ℓ é o comprimento da amostra, t é a espessura da amostra, h é a altura da amostra, I_P é a corrente que atravessa a amostra, U_P é a tensão da amostra, B é o campo aplicado, U_H é a tensão de Hall, R_H é o coeficiente de Hall e e é a carga do eletrão.

1.4.3 Variação da Tensão de Hall em função do Campo Magnético, com corrente fixa

Voltamos a verificar a "condição do zero" e ajustamos a corrente na amostra para 16mA. Variamos a corrente nas bobinas de 0 até 1.8 em intervalos equidistantes. Registamos os valores da tensão de Hall e da Tensão da amostra.

As fórmulas utilizadas nesta parte são as mesmas utilizadas anteriormente.

1.4.4 Variação da Tensão de Hall e da Tensão da Amostra em Função da Temperatura

Nesta parte da experiência, gravou-se um vídeo para o aquecimento e arrefecimento da amostra.

Para cada uma das gamas dos semicondutores, existem equações distintas que caracterizam a condutividade dos materiais. [12] Para as zonas de condutividade intrínseca podemos considerar a equação 1.7 e para as zonas de condutividade extrínseca podemos considerar a equação 1.8. Através destas equações, podemos inferir uma equação para a tensão, que será vista com maior detalhe na análise dos dados.

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}}}{T_0^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT_0}}} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}} e^{\frac{E_g}{2kT_0}} \quad (1.7)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}}}{T_0^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT_0}}} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}} e^{\frac{E_g}{2kT_0}} \quad (1.8)$$

Capítulo 2

Registo e Análise dos Dados

Foi utilizado o software ORIGIN (2023) e o Excel para fazer a análise de dados deste trabalho. Os dados das três primeiras partes foram retirados diretamente para uma folha Excel. Os dados da última parte foram recolhidos através de um vídeo, de forma a minimizar os erros devido ao rápido aquecimento e consequente oscilação dos valores. Fez-se a análise posteriormente.

2.1 Calibração do Campo Magnético

Os dados obtidos através do procedimento para a calibração do campo magnético encontram-se representados na figura 2.1. Tal como esperado, obteve-se uma tendência linear, o que significa que a intensidade do campo aumenta à medida que se aumenta a intensidade da corrente que percorre as bobinas.

Representando o gráfico de resíduos relativos, presente na figura 2.2, percebemos que há uma ligeira tendência decrescente dos resíduos relativos com o aumento da corrente, representada pelas linhas a tracejado.[6] Isto poderia significar que a variância não se mantinha constante à medida que a intensidade da corrente aumenta, o que levava a crer que o modelo aplicado não se enquadrava nos dados.[7] Para avaliar esta hipótese, construiu-se o histograma presente na figura 2.2 e verificou-se que segue, aproximadamente, uma distribuição normal, centrada em zero. Isto significa que o erro está igualmente distribuído por toda a gama experimental e corrobora o modelo linear utilizado.

Na tabela 2.1 estão representadas os parâmetros de ajuste através dos quais se vai determinar a equação de calibração, obtidas por fitting linear no ORIGINLab. Obteve-se um excelente R^2 e uma excelente precisão para o declive. Contudo, a %inc da ordenada na origem é elevada, o que poderia ter sido melhorado se tivéssemos retirado mais dados e de forma mais uniforme.

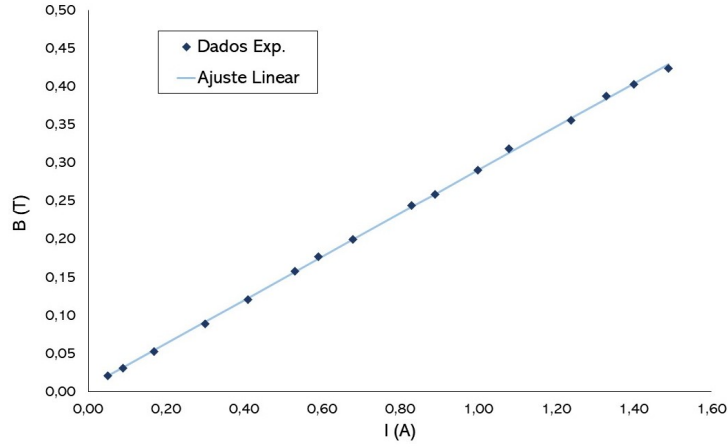


Figura 2.1: Representação gráfica do campo magnético (B) em função da corrente aplicada nas bobinas (I). As barras de erro estão representadas mas não são significativas.

A equação 2.1 é a equação de calibração do campo obtida pelo ajuste linear e encontra-se em unidades SI. A ordenada na origem ($I = 0$ A) representa o campo remanescente, que é o campo que fica na memória do material ferromagnético após ter sido removido um campo magnético externo. Iremos aplicar esta equação nas análises seguintes, de forma a obter a maior precisão possível.

$$B(I) = 0.284I + 0.006 \quad (2.1)$$

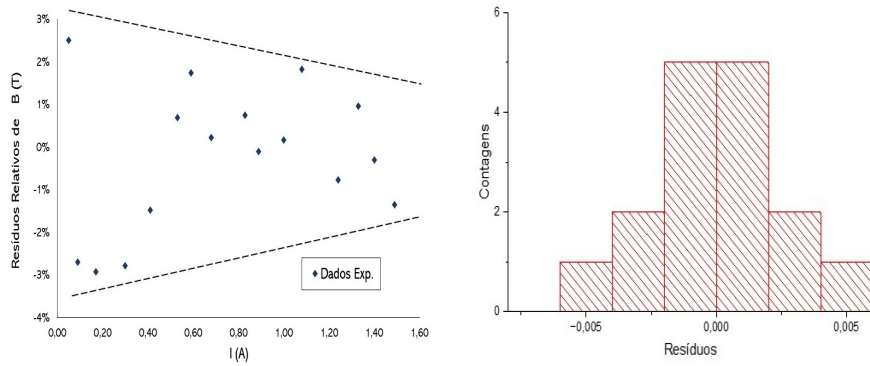


Figura 2.2: Gráfico de Resíduos Relativos do Gráfico 2.1 à esquerda. Histograma da frequência dos resíduos à direita.

Tabela 2.1: Dados da Matriz de Ajuste Linear obtida por Fitting Linear no OriginLab, com respectivas incertezas do declive e da ordenada na origem (Intensidade do Campo em função da intensidade da corrente).

m	0,284	0,006	b
Δm	0,002	0,001	Δb
R^2	0,9996	0,003	Resíduos
%inc(m)	0,6%	22%	%inc(b)

2.2 Variação da Intensidade da Corrente com B Fixo

Na figura 2.3 estão representados os dados experimentais relativos à tensão de Hall, com o respetivo ajuste linear. Como podemos ver, os dados estão concordantes com o ajuste (há um pequeno desvio de um dos dados, mas que não justifica considerarmo-lo duvidoso). Obtivemos um declive positivo, o que confirma que a amostra de Germânio que utilizamos é dopada tipo P, já que o coeficiente de Hall é positivo.

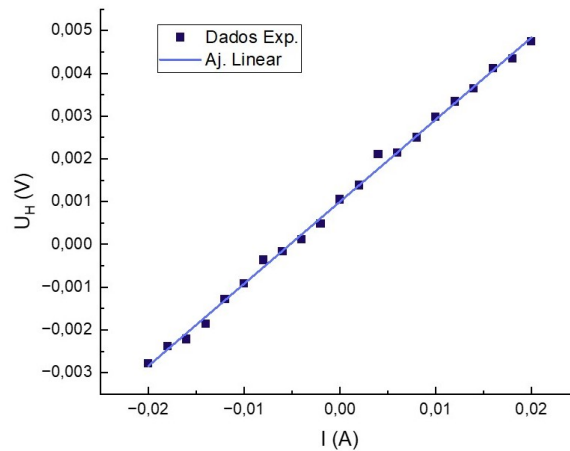


Figura 2.3: Representação Gráfica dos dados experimentais relativos à Tensão de Hall em função da intensidade de corrente que atravessa a amostra, com respetivo ajuste linear. As barras de erro estão representadas mas não são significativas.

Na tabela 2.2 estão representados os parâmetros de ajuste, através dos quais é possível enunciar a equação da dependência da tensão de Hall, U_H , na corrente que atravessa a amostra, I_P . A equação 2.2 traduz esta dependência.

Tabela 2.2: Dados da Matriz de Ajuste Linear obtida por Fitting Linear no OriginLab, com respectivas incertezas do declive e da ordenada na origem (Tensão de Hall em função da intensidade de corrente).

m	0,191	1,00E-04	b
Δm	0,002	3E-06	Δb
R^2	0,8	3E-07	Resíduos
%inc(m)	1%	3%	%inc(b)

$$U_H = 0.191I_P + 0.0001 \quad (2.2)$$

Como foi visto na introdução teórica, através do declive destes dados podemos determinar o Coeficiente de Hall, R_H , que está descrito na equação 2.3. O resultado obtido apresenta uma ótima precisão. Não foi calculado o erro porque não encontramos nenhum valor de referência dadas as condições iniciais aplicadas (valor do campo magnético era 0.92T).

$$R_H = (0.0021 \pm 0.0001)\Omega \quad (2.3)$$

$$\%inc(R_H) = 5\%$$

Através deste valor, é possível determinar a concentração de portadores de carga, como também foi visto na introdução teórica. Considerando a carga do eletrão como $e = 1.6 \times 10^{-19}$, obtemos o resultado da equação 2.4. Obtivemos uma ótima precisão para o resultado.

$$n = (3.0 \pm 0.1) \times 10^{21} m^{-3} \quad (2.4)$$

$$\%inc(n) = 5\%$$

Para determinarmos a mobilidade elétrica dos portadores de carga, μ , temos de fazer a representação da tensão da amostra em função da corrente que a atravessa, que pode ser visto no gráfico 2.4. É importante salientar que, ao contrário do caso anterior, foi necessário retirar o ponto duvidoso do ajuste, uma vez que nesta configuração se destacava mais da restante gama e introduzia uma percentagem de incerteza relativamente elevada no ajuste. Tal como esperado, segue-se uma tendência linear.

Na tabela 2.3 encontram-se os parâmetros de ajuste para os quais se constrói a equação respetiva. Vemos que a percentagem de incerteza quer do declive quer da ordenada na origem diminuem significativamente excluindo o ponto duvidoso. Deste modo, obtivemos resultados com uma excelente precisão.

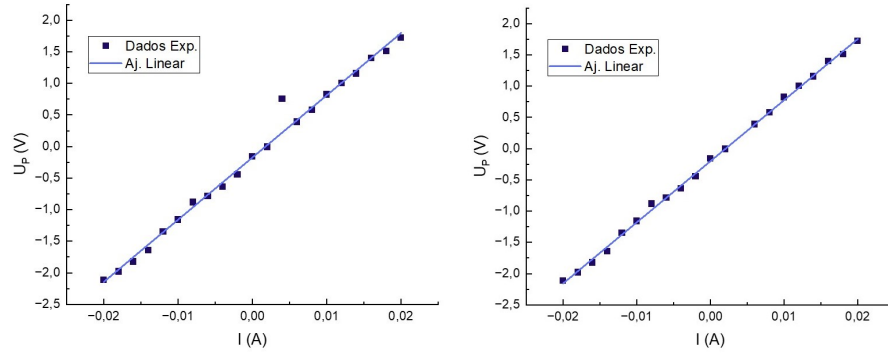


Figura 2.4: Representação Gráfica dos dados experimentais relativos à Tensão da Amostra em função da intensidade de corrente que a atravessa, com respetivo ajuste linear para toda a gama experimental (esquerda) e para a gama sem o ponto duvidoso (direita). As barras de erro estão representadas mas não são significativas.

Tabela 2.3: Dados da Matriz de Ajuste Linear obtida por Fitting Linear no OriginLab para toda a gama experimental (esquerda) e para a gama sem o ponto duvidoso (direita), com respetivas incertezas do declive e da ordenada na origem (Tensão da Amostra em função da intensidade de corrente).

m	99	-0,17	b	m	97,8	-0,20	b
Δm	2	0,03	Δb	Δm	0,8	0,01	Δb
R^2	0,989	0,3	Resíduos	R^2	0,9988	0,0400	Resíduos
%inc(m)	2%	18%	%inc(b)	%inc(m)	0,8%	5%	%inc(b)

A equação final (sem o ponto duvidoso) que rege esta dependência está representada em 2.5, em unidades SI. Idealmente, esperava-se que a ordenada na origem fosse zero, pela Lei de Ohm. Obtivemos um valor negativo e relativamente distante do que era pretendido, o que pode indicar que a amostra estava a sofrer perdas de Energia nos contactos. Isto foi corroborado nas aulas de laboratórios seguintes com a substituição da placa de p-Ge devido aos valores atípicos que se estavam a obter.

$$U_P = 97.8I_P - 0.20 \quad (2.5)$$

Por fim, analisaram-se os gráficos de resíduos para avaliar se os modelos aplicados estavam concordantes com os dados em questão, que se encontram representados na figura 2.5. Analisando os gráficos, vemos que há uma distribuição aleatória em torno do zero, pelo a variância se manteve constante. Posto isto, podemos verificar que os modelos teóricos se enquadram nos dados experimen-

tais. [11]

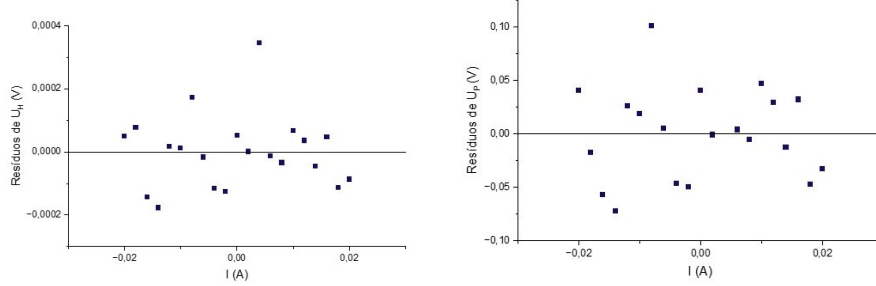


Figura 2.5: Gráfico de Resíduos do Gráfico 2.3 à esquerda. Gráfico de Resíduos do Gráfico 2.4 à direita.

Através do declive, foi possível determinar a condutividade elétrica da amostra, através dos conceitos expostos na introdução teórica. A equação 2.6 traduz o valor calculado para esta grandeza, tendo em conta as dimensões da amostra ???. Obtivemos uma excelente precisão para o resultado.

$$\sigma_0 = (20.4 \pm 0.2)\Omega^{-1}m^{-1} \quad (2.6)$$

$$\%inc(\sigma_0) = 0.8\%$$

Com o valor da Condutividade Elétrica e do Coeficiente de Hall, determina-se a mobilidade elétrica dos portadores de carga, presente na equação 2.7. Obtivemos uma ótima precisão para o resultado.

$$\mu = (0.043 \pm 0.002)m^{-3} \quad (2.7)$$

$$\%inc(\mu) = 5\%$$

Novamente, não foram encontrados valores de referência para a amostra utilizada dadas as condições iniciais aplicadas. Nos protocolos da phywe (cuja a amostra é a mesma) fixam-se valores de campo magnético bastante diferentes, o que faz com que todas as grandezas acima calculadas se alterem.

2.3 Variação da Tensão de Hall em função do Campo Magnético, com corrente fixa

Na figura 2.6 estão representados os dados experimentais obtidos para a variação da Tensão de Hall em função do Campo Magnético aplicado. Os dados seguem uma tendência aproximadamente linear, sendo que se começa a observar alguma deflexão quando a intensidade do campo aumenta. Esperava-se

uma tendência linear sem a deflexão. O gráfico de resíduos será remetido para o anexo.

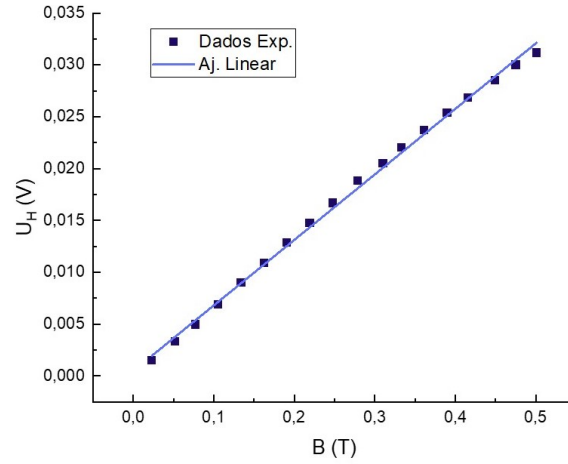


Figura 2.6: Representação Gráfica dos Dados experimentais da Tensão de Hall em função do campo magnético aplicado, com respectivo ajuste linear. Barras de Erro representadas mas não significativas.

Na tabela 2.4 vemos os parâmetros do ajuste implementado. Obtivemos uma precisão excelente para o declive, embora a ordenada na origem apresente fraca precisão, em comparação. A pequena deflexão da gama dos dados pode estar na origem desta fraca precisão.

A equação 2.8 foi obtida através dos parâmetros da tabela 2.4 e pretende demonstrar a dependência da tensão de Hall no campo magnético aplicado.

$$U_H = 0.0632B + 0.0005 \quad (2.8)$$

Tabela 2.4: Dados da Matriz de Ajuste Linear obtida por Fitting Linear no OriginLab, com respectivas incertezas do declive e da ordenada na origem (Tensão de Hall em função da intensidade do campo magnético).

m	0,0632	0,0005	b
Δm	0,0008	0,0002	Δb
R^2	0,998	0,000004	Resíduos
%inc(m)	1%	40%	%inc(b)

Através dos parâmetros do ajuste linear, podemos voltar a determinar as constantes anteriormente calculadas para avaliar a sua validade. Tivemos de manipular as fórmulas da introdução teórica de modo a encontrar uma que satisfizesse o ajuste feito ($R_H = \frac{U_H \times h}{B \times I_P}$, com $I_P = \text{constante} = (16 \pm 1) \text{ mA}$).

$$R_H = (0.040 \pm 0.002)\Omega \quad (2.9)$$

$$\%inc(R_H) = 6\%$$

Este resultado está mais concordante que o anterior de acordo com aquilo que se pode verificar em artigos científicos [10, 5, 14] e no relatório da phywe [8]. Contudo, não podemos calcular o erro porque as condições iniciais não foram as mesmas, isto é, a intensidade da corrente não foi fixada no mesmo valor e, no caso dos artigos, não há garantia de que a amostra de p-Ge seja semelhante. As diferenças entre este e o resultado anterior mostram que alguma coisa correu mal no decorrer na experiência, porque têm diferenças em ordens de grandeza. Foram feitas várias análises de dados com o intuito de perceber o erro decorrente dos valores disparos encontrados, não tendo chegado a nenhuma conclusão, pelo que creio que se deva à própria execução experimental.

Com o coeficiente de Hall dado pela equação 2.9, determinamos a mobilidade elétrica (equação 2.10) e a concentração de portadores de carga (equação 2.11). Estes resultados apresentam uma ótima precisão e têm a mesma ordem de grandes daqueles encontrados noutras fontes [10, 5, 8]. Tal como anteriormente, não podemos fazer uma análise de erros por não existir valor de referência. Mais uma vez, os valores separam-se dos anteriores em ordens de grandeza.

$$\mu = (0.82 \pm 0.04)m^{-3} \quad (2.10)$$

$$\%inc(\mu) = 5\%$$

$$n = (1.56 \pm 0.08) \times 10^{20}m^{-3} \quad (2.11)$$

$$\%inc(n) = 5\%$$

Uma vez que tínhamos dispositivos disponíveis para retirar os dados, nesta parte vamos também analisar a dependência da Tensão da Amostra no Campo Magnético aplicado. Uma vez que a corrente está fixa, podemos afirmar que:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \frac{U_P - U_0}{U_0}$$

Assim, mediu-se a tensão quando nenhum campo magnético estava a ser aplicado, U_0 , de forma a fazer a representação da variação da resistência da amostra em função do campo aplicado. Estes valores estão representados na figura 2.7, onde podemos ver que há três pontos a serem considerados duvidosos já que se afastam claramente da tendência do ajuste. É curioso os valores destes pontos

serem os mesmos. Provavelmente, houve algum erro a retirar os dados para a Folha Excel, que levou a que um dado fosse copiado diversas vezes, ou então pode ser um erro relativo ao setup implementado. Foram traçados os fitting linear e exponencial de modo a verificar qual a tendência que a variação da resistência segue. Excluindo os pontos duvidosos anteriormente referidos, vemos que os dados seguem com muito melhor aproximação um fit exponencial do que um fit linear.

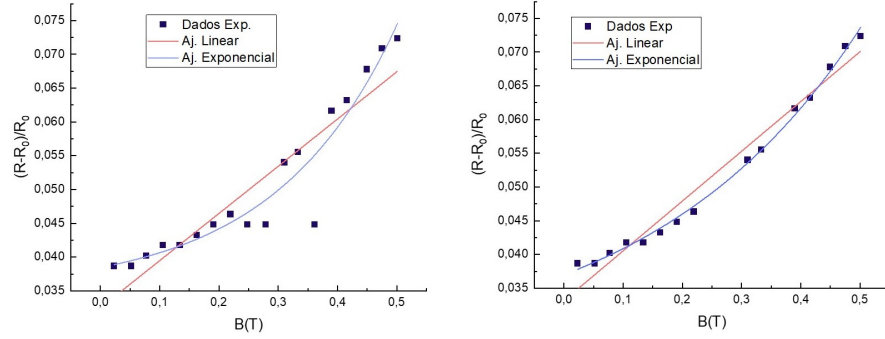


Figura 2.7: Representação Gráfica dos Dados experimentais da Resistência da Amostra em função do campo magnético aplicado, com respectivos ajustes lineares e exponencial, para toda a gama experimental (esquerda) e excluindo os pontos duvidosos (direita). Barras de Erro representadas mas não significativas.

Na tabela 2.5 podemos ver os parâmetros de ajuste obtidos para os diferentes ajustes e gamas experimentais, com respectivas incertezas associadas. Claramente se observa uma melhoria na precisão destes parâmetros quando retiramos os pontos duvidosos, aumentando também o R^2 dos ajustes em questão. (O Ajuste exponencial toma a forma $y = A \exp(px) + b$). Deste modo, vamos apresentar a equação da variação da resistência em função do campo magnético aplicado (2.12) apenas para a gama experimental sem pontos duvidosos e apenas para o ajuste exponencial, já que se verificou ser o mais favorável.

$$\frac{R - R_0}{R_0} = 0.012 \times \exp(2.8B) + 0.0025 \quad (2.12)$$

Concluimos assim que a resistência aumenta exponencialmente com o campo magnético aplicado para amostras do tipo-p de Germânio. Este é um resultado previsto pela literatura [3, 12, 8] devido à diminuição do percurso livre dos portadores de carga com o aumento do campo magnético aplicado. A esta variação da resistência chama-se Magnetoresistência [1]. Idealmente, a variação da resistência deveria ter dependência quadrática [10], mas a reduzida gama experimental que temos levou a que não pudessemos concluir essa hipótese.

Tabela 2.5: Dados da Matriz de Ajuste Linear obtida por Fitting Linear (esquerda) e Exponencial (direita) no OriginLab para toda a gama experimental (cima) e para a gama sem os pontos duvidosos (baixo), com respectivas incertezas dos parâmetros associados (Variação da Resistência da Amostra da Amostra em função da intensidade do campo magnético aplicado).

m	0,070	0,033	b
Δm	0,008	0,002	Δb
R^2	0,8	0,0004	Resíduos
%inc(m)	11%	6%	%inc(b)

A	0,004	5	p
ΔA	0,003	1	Δp
b	0,035	20%	%inc(p)
Δb	0,004	75%	%inc(A)
R^2	0,92	11%	%inc(b)

m	0,074	0,033	b
Δm	0,004	0,001	Δb
R^2	0,97	0,00006	Resíduos
%inc(m)	5%	3%	%inc(b)

A	0,012	2,8	p
ΔA	0,002	0,3	Δp
b	0,025	11%	%inc(p)
Δb	0,003	17%	%inc(A)
R^2	0,997	12%	%inc(b)

Uma vez que só queríamos analisar como é que se comporta a resistência da amostra com o campo, não achei relevante apresentar os gráficos de resíduos porque não queremos corroborar nenhum modelo, por hipótese.

2.4 Variação da Tensão de Hall e da Tensão da Amostra em Função da Temperatura

Uma vez que esta parte da execução experimental foi gravada, foi possível traçar o gráfico da taxa de aquecimento e arrefecimento. A figura 2.8 representa a evolução temporal da temperatura, com tempos normalizados ao tempo máximo decorrido. Através da mesma podemos ver que existiu, tal como se previa [4], histerese significativa. O aquecimento decorreu de forma aproximadamente linear e o arrefecimento ocorreu de forma não linear. A histerese máxima verificada ronda os 60K, pelo que alguns erros podem decorrer desta diferença. Os dados do arrefecimento têm uma maior confiança já que, como se pode observar, houve um maior controlo da temperatura.

Na figura 2.9 podemos ver que a tendência da tensão na amostra é parabólica com o aumento da temperatura. Isto pode ser justificado através da magnetoresistência, como foi visto anteriormente. Pela Lei de Ohm, a resistência e a tensão são diretamente proporcionais, pelo que, fixando a corrente, elas terão aproximadamente o mesmo comportamento. Uma vez que nesta parte já se retiraram muitos mais dados do que anteriormente, já se observa a tendência parabólica esperada pela literatura.[1] Também vemos que ocorrem menos oscilações nos dados do arrefecimento devido ao maior controlo de temperatura.

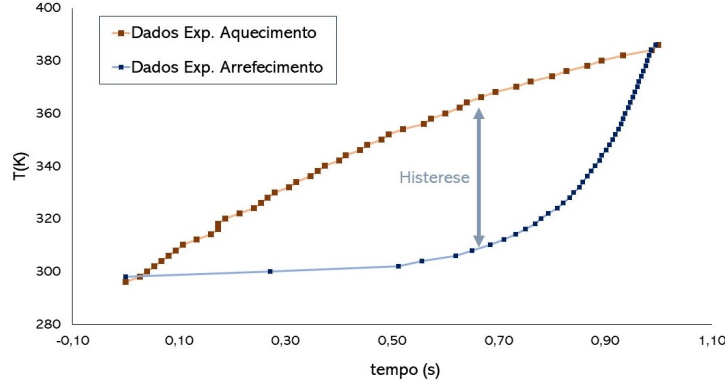


Figura 2.8: Representação Gráfica da Temperatura em função do tempo decorrido normalizado para o aquecimento e para o arrefecimento. O tempo do arrefecimento foi medido em relação ao tempo final do aquecimento.

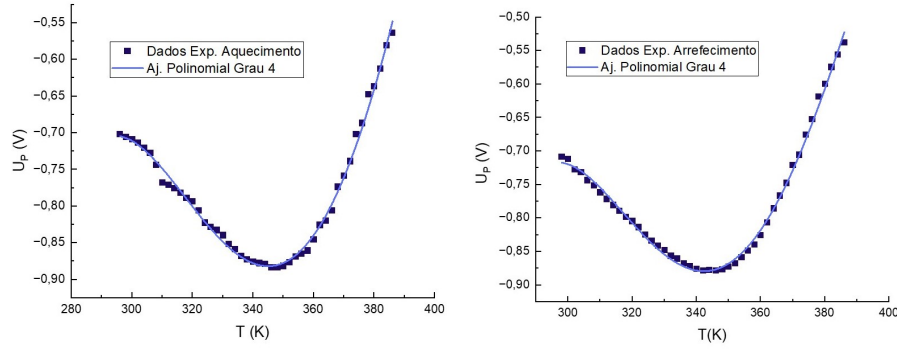


Figura 2.9: Representação Gráfica da Tensão da Amostra em função da Temperatura com respetivo ajuste polinomial de grau 4, para o aquecimento (esquerda) e para o arrefecimento (direita).

Com o intuito de se determinar a banda proibida da amostra p-Ge, representou-se $\log(U_P)$ em função do inverso da temperatura, de acordo com a equação 2.13. Considerou-se a aproximação de que a condutividade era proporcional ao inverso da tensão da amostra.

$$\log(U_P) = \frac{E_g}{2k_B} \frac{1}{T} + \log(U_0) \quad (2.13)$$

Na figura 2.10 podemos ver os gráficos relativos à implementação da equação 2.13 nos dados experimentais. Na figura da direita temos a aproximação à zona inicial, uma vez que se trata da zona mais próxima da região intrínseca do

condutor.[10] Podemos novamente ver que os dados do arrefecimento constituem uma melhor precisão do que os do aquecimento.

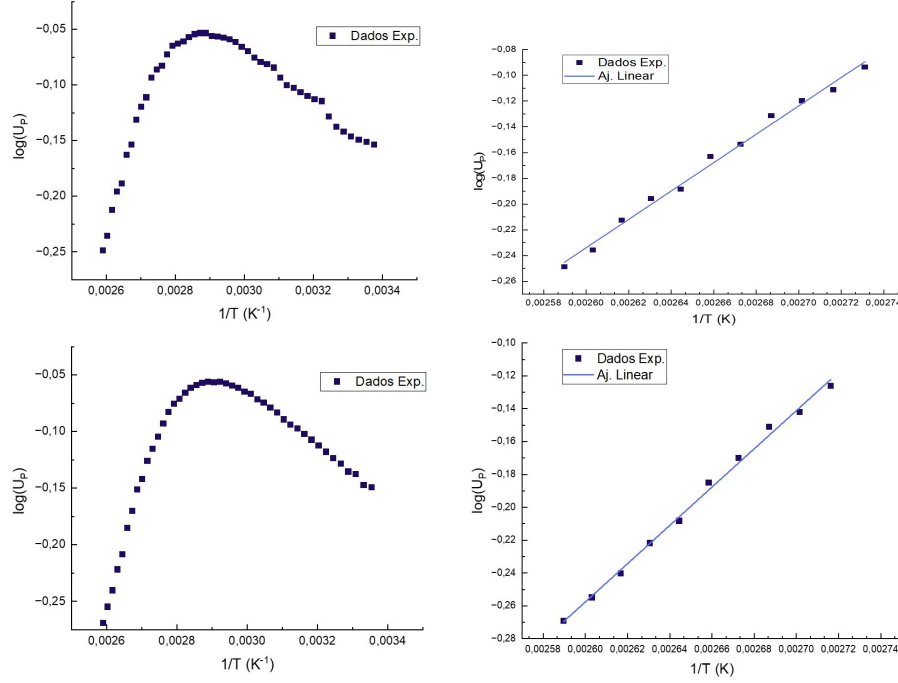


Figura 2.10: Representação Gráfica do logaritmo da Tensão da Amostra em função do inverso da Temperatura (esquerda) com respetivo ajuste linear na zona de interesse (direita), para o aquecimento (cima) e para o arrefecimento (baixo).

Na tabela 2.6 podemos ver os parâmetros relativos a estes ajustes, através dos quais vamos determinar a banda proibida do Germânio tipo-p. A precisão destes parâmetros é excelente, não havendo diferença significativa na precisão para o aquecimento e para o arrefecimento. Contudo, como os dados do aquecimento oscilavam mais, é natural que origemem dados menos exatos.

Nas equações 2.15 e 2.14 encontramos as bandas proibidas do Germânio determinadas através do declive da regressão linear. Como é possível constatar, estes dados ficam muito aquém do que esperavamos, já que a banda do germânio se situa nos 0,66 eV. O erro foi de 69% para o arrefecimento e de 71% para o aquecimento. Provavelmente houve alguma condição que não foi obdecida na manipulação das fórmulas, ou então a amostra de Germânio estava com mau contacto, tal como foi verificado no grupo seguinte.

Tabela 2.6: Dados da Matriz de Ajuste Linear obtida por Fitting Linear no OriginLab para os dados do aquecimento (esquerda) e para os dados do arrefecimento (direita), com respectivas incertezas dos parâmetros associados.

m	1,10E+03	-3,09	b	m	1,16E+03	-3,2800	b
Δm	3E+01	0,09	Δb	Δm	3E+01	0,0700	Δb
R^2	0,991	0,003	Resíduos	R^2	0,998	0,00009	Resíduos
%inc(m)	3%	3%	%inc(b)	%inc(m)	3%	2%	%inc(b)

$$E_g(\text{arrefecimento}) = (0.200 \pm 0.005)eV \quad (2.14)$$

$$\%inc(E_g)(\text{arrefecimento}) = 3\%$$

$$E_g(\text{aquecimento}) = (0.190 \pm 0.005)eV \quad (2.15)$$

$$\%inc(E_g)(\text{aquecimento}) = 3\%$$

Concluída esta parte do estudo, passamos para o estudo da dependência da Tensão de Hall na temperatura. Na figura 2.11 podemos observar os dados obtidos para o aquecimento e para o arrefecimento. Desde já, notamos que não temos dados na região intrínseca do condutor. Deveríamos ter aquecido a amostra até temperaturas superiores de modo a obter a curva completa com a zona de congelamento, zona extrínseca e zona intrínseca do semiconductor. Para fazer o ajuste foi utilizado o fitting sigmoidal do ORIGIN. Os parâmetros de ajuste não foram representados porque não é necessária fazer uma análise através dos mesmos (equação muito complexa). Obtivemos uma curva mais estável para o arrefecimento, com uma ligeira curvatura inicialmente. Esta curvatura pode advir da histerese que foi verificada, uma vez que, para retirar aqueles pontos, foi necessário um intervalo de tempo extenso, já que nos encontravamos próximos da temperatura ambiente. Assim, estávamos mais suscetíveis a variações da tensão e, portanto, observa-se uma ligeira curvatura.

Esta curva para a tensão de Hall coincide com o que era esperado. Começamos com uma tensão de Hall positiva (regime extrínseco) que vai decrescendo até se anular e passar a ser negativa (regime intrínseco).

Determinamos a temperatura para a qual o semiconductor entrava num regime intrínseco, isto é, a temperatura para a qual a tensão de Hall trocava de sinal. Através das retas a tracejado presentes na figura 2.11, obtiveram-se os resultados descritos nas equações 2.16 e 2.17. Uma vez que não foi utilizado nenhum modelo analítico e apenas o resultado do ponto mais próximo à interseção, vamos considerar a incerteza como sendo ± 1 K.

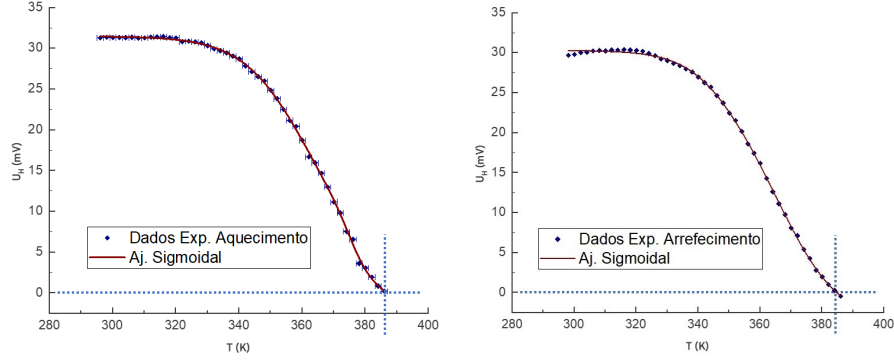


Figura 2.11: Representação Gráfica da Tensão de Hall em função da Temperatura com ajuste Sigmoidal obtido no ORIGINLab para o aquecimento (esquerda) e para o arrefecimento (direita). Barras de Erro representadas mas não são muito significativas.

$$T_{intrinseca}(aquecimento) = (386 \pm 1)K \quad (2.16)$$

$$\%inc(T_{intrinseca})(aquecimento) = 0.3\%$$

$$T_{intrinseca}(arrefecimento) = (383 \pm 1)K \quad (2.17)$$

$$\%inc(T_{intrinseca})(arrefecimento) = 0.3\%$$

Estas temperaturas correspondem a cerca de 113° . Como no protocolo [2] avisava diversas vezes para ter cuidado com o limite de temperatura (120°C) para não queimar a amostra e como o aquecimento acontecia de forma muito abrupta, não quisemos chegar ao limite da capacidade térmica da amostra. Deste modo, não foi possível visualizar o regime intrínseco nem analisá-lo.

Este resultado que obtivemos vai de acordo ao que se verifica na literatura para uma amostra de germânio dopada [3, 12, 10] e também para o que se verifica para esta amostra de Germânio no relatório da PHYWE.[8]

Capítulo 3

Discussão e Conclusão

Este trabalho permitiu estudar os parâmetros dos quais depende o Efeito Hall e compreender a influência que cada um deles tem nos resultados que são obtidos.

Conseguimos obter uma curva de calibração do campo magnético, $B(I) = 0.284I + 0.006$ e determinamos o campo remanescente nas bobinas, $B_0 = 0.006$.

Foi comprovar a relação linear que existe a Tensão de Hall/Tensão da Amostra e a Corrente que atravessa o semiconductor. A partir destes dados, determinamos o Coeficiente de Hall, obtendo um valor de $R_H = (0.0021 \pm 0.0001)\Omega$ com uma %inc de 5%. Também determinamos a concentração de portadores de cargas, obtendo o valor de $n = (3.0 \pm 0.1) \times 10^{21}m^{-3}$ com %inc de 5%, a condutividade elétrica, obtendo o valor de $\sigma_0 = (20.4 \pm 0.2)\Omega^{-1}m^{-1}$ com %inc de 0.8% e a mobilidade dos portadores de carga, obtendo o valor de $\mu = (0.043 \pm 0.002)m^{-3}$ com uma %inc de 5%.

Concluimos que a tensão de Hall varia de forma aproximadamente linear com o campo magnético, podendo, através deste ajuste, ser calculadas as quantidades anteriores. Determinamos o Coeficiente de Hall, obtendo um valor de $R_H = (0.040 \pm 0.002)\Omega$ com uma %inc de 6%, determinamos a concentração de portadores de cargas, obtendo o valor de $n = (1.56 \pm 0.08) \times 10^{20}m^{-3}$ com %inc de 5% e a mobilidade dos portadores de carga, obtendo o valor de $\mu = (0.82 \pm 0.04)m^{-3}$ com uma %inc de 5%.

Os dados que obtivemos na segunda e terceira partes diferem de ordens de grandeza, não tendo sido possível identificar qual o valor correto nem qualquer erro que pudesse levar a estes resultados dispares.

Concluimos que a resistência da amostra varia com o aumento do campo magnético devido ao fenômeno da magnetoresistência e que isso tem implicações

nos dados que obtivemos de seguida. A magnetoresistência dos semicondutores foi também assim estudada através desta experiência.

Conseguimos estudar o efeito da temperatura quer para a Tensão da Amostra quer para a tensão de Hall, avaliando também a existência de histerese no aquecimento/arrefecimento.

Como já foi visto anteriormente, temos de levar em consideração a magnetoresistência da amostra, pelo que o gráfico obtido tem tendência parabólica. Os dados obtidos para o aquecimento são mais instáveis em comparação com os obtidos para o arrefecimento.

Determinamos a banda proibida do germânio, obtendo o valor de $E_g(\text{arrefecimento}) = (0.200 \pm 0.005) \text{ eV}$ com uma %inc de 3% e um erro associado em relação ao valor teórico (0.66 eV) de 69% para o arrefecimento e um valor de $E_g(\text{aquecimento}) = (0.190 \pm 0.005) \text{ eV}$ com uma %inc de 3% e um erro associado em relação ao valor teórico de 71% para o aquecimento.

Obtivemos a curva típica de um semiconductor do tipo-p e determinamos a temperatura para a qual a amostra de germânio entrava no regime intrínseco, obtendo o valor $T(\text{arrefecimento}) = (383 \pm 1) \text{ K}$ com %inc de 0.3% para o arrefecimento e o valor $T(\text{aquecimento}) = (386 \pm 1) \text{ K}$ com %inc de 0.3% para o aquecimento.

Embora ainda não tivessemos tido contacto teórico com o conceito de semiconductor, esta abordagem experimental clarificou algumas ideias fulcrais que advêm do seu estudo. Assim, estamos mais preparados para uma abordagem teórica, uma vez que já sabemos aquilo que acontece realmente no estudo destes materiais.

Deste modo, conseguimos perceber os fundamentos experimentais que estão por detrás do Efeito Hall, tendo competências para aplicá-lo nas mais diversas áreas.

Todos os objetivos inicialmente propostos foram cumpridos.

Bibliografia

- [1] Bernard Dennis Cullity and Chad D Graham. *Introduction to magnetic materials*. John Wiley & Sons, 2011.
- [2] Docentes do DFA. Protocolo da atividade 4 - estudo do efeito hall e caracterização de semicondutores. *Moodle*, 2022.
- [3] Charles Kittel. *Solid state physics*, volume 3. Shell Development Company, 1955.
- [4] Kenneth S Krane. *Modern physics*. John Willy and Sons, 1995.
- [5] Simon Lacoste-Julien and Mathieu Plamondon. The transport of charges investigated by hall effect. *McGill University*, 2002.
- [6] NIST. Are the model residuals well-behaved?
- [7] OriginLab. Residual plot analysis.
- [8] PHYWE. Hall effect in n- and p-germanium.
- [9] EH Rhoderick. The hall effect—an important diagnostic tool. *III-Vs Review*, 13(3):46–51, 2000.
- [10] Mariza Sarta Dekovic, Carmen Kotic, and Dubravka Kotnik-Karuza. Hall effect as experimental proof of positive charge carriers in semiconductors. *University of Rijeka*, 12 2007.
- [11] SAS. An overview of regression diagnostic plots in sas.
- [12] D Michael Stretchberry. A summary of the measurement and interpretation of the hall coefficient and resistivity of semiconductors. Technical report, NASA, 1968.
- [13] Jacobus W Swart. Materiais elétricos. *curso de materiais elétricos*, 2002.
- [14] Trey Talley. The hall effect in n and p-type semiconductors. *Sewanee*, 2013.

Anexos

Fórmulas Estatísticas

Incerteza da média:

$$u(media) = \frac{desvio \quad padrao}{\sqrt{n}}$$

sendo n o número de ensaios que se pretende fazer a média.

Percentagem de Erro:

$$\%Erro = \frac{|X_{tabelado} - X_{experimental}|}{X_{tabelado}}$$

Propagação de Incertezas

$$u^2(X) = \left(\frac{\partial(A)}{\partial(X)} \right)^2 u^2(A)$$

No caso de X depender de mais do que uma grandeza, efetua-se a soma da derivada parcial em ordem a X dessa grandeza quadrada multiplicada pelo quadrado da sua incerteza, tal como se fez para a grandeza A.

Estudo Experimental

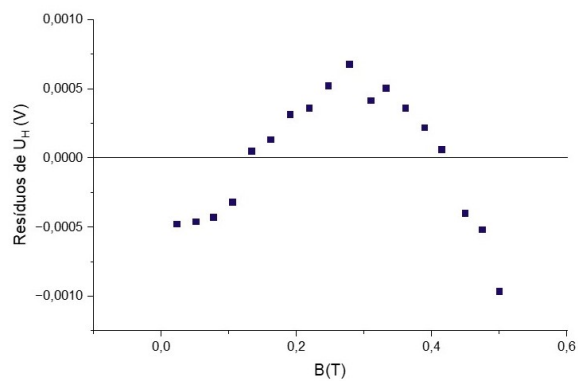


Figura 3.1: Gráfico de resíduos do gráfico 2.6. Há uma tendência parabólica que poderá indicar que termos de ordem superior têm de ser implementados no fit.[7]

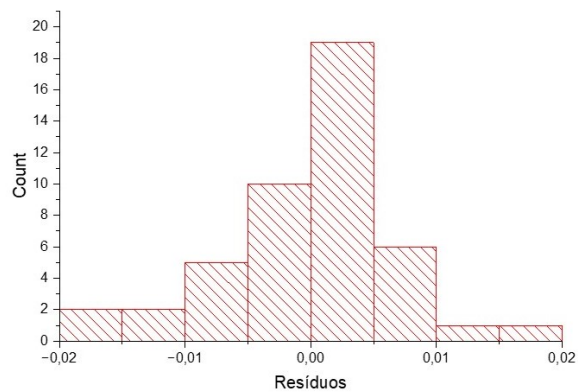


Figura 3.2: Gráfico de resíduos do gráfico 2.9. Podemos ver que os resíduos seguem uma distribuição normal, pelo que o erro está homogeneamente distribuído na gama experimental.[7]

Table 1 Energy gap between the valence and conduction bands
(*i* = indirect gap; *d* = direct gap)

Crystal	Gap	E_g , eV		Crystal	Gap	E_g , eV	
		0 K	300 K			0 K	300 K
Diamond	<i>i</i>	5.4		SiC(hex)	<i>i</i>	3.0	—
Si	<i>i</i>	1.17	1.11	Tc	<i>d</i>	0.33	—
Ge	<i>i</i>	0.744	0.66	HgTe ^a	<i>d</i>	−0.30	
α Sn	<i>d</i>	0.00	0.00	PbS	<i>d</i>	0.286	0.34–0.37
InSb	<i>d</i>	0.23	0.17	PbSe	<i>i</i>	0.165	0.27
InAs	<i>d</i>	0.43	0.36	PbTe	<i>i</i>	0.190	0.29
InP	<i>d</i>	1.42	1.27	CdS	<i>d</i>	2.582	2.42
GaP	<i>i</i>	2.32	2.25	CdSe	<i>d</i>	1.840	1.74
GaAs	<i>d</i>	1.52	1.43	CdTe	<i>d</i>	1.607	1.44
GaSb	<i>d</i>	0.81	0.68	SnTe	<i>d</i>	0.3	0.18
AlSb	<i>i</i>	1.65	1.6	Cu ₂ O	<i>d</i>	2.172	—

^aHgTe is a semimetal; the bands overlap.

Figura 3.3: Tabela retirada de [3] onde podemos ver a Banda de Energia do Germânio a diferentes temperaturas, que foi tomada como referência.