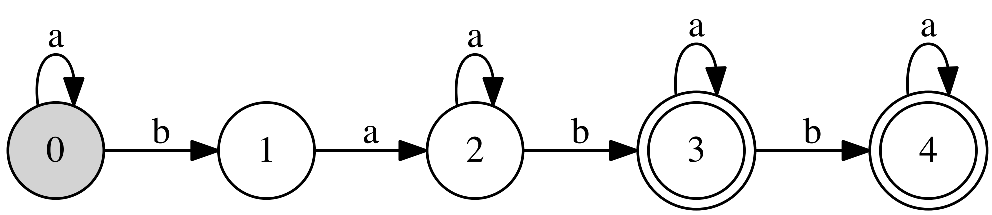
Домашнее задание № 2

Сергей Миллер 494

16 сентября 2015 г.

Задача 1.

а) Построим автомат прямо по регулярному выражению(вершина серого цвета - начальная, вершины в виде двойного круга - конечные):

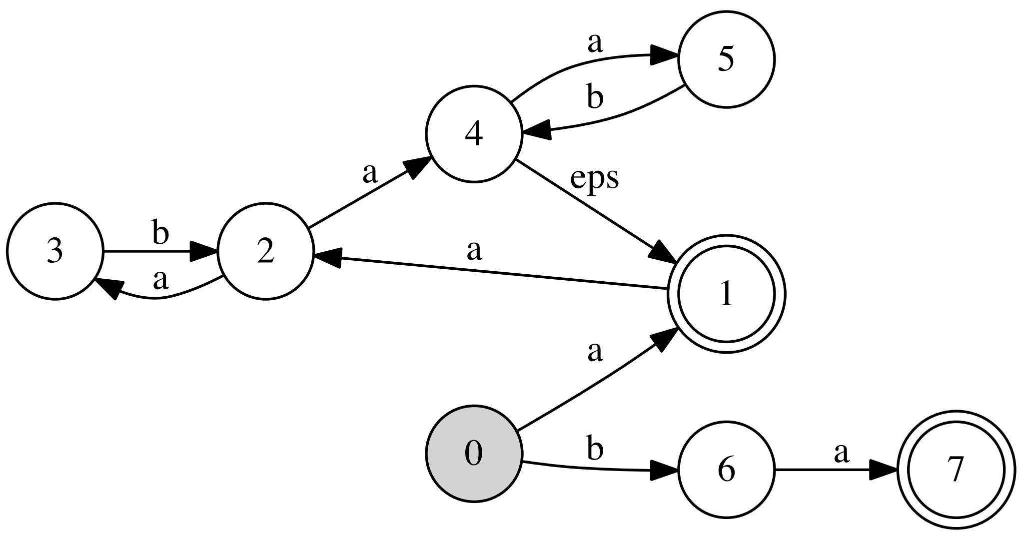


$$a^*ba^+ba^*(ba^* + 1) \tag{1}$$

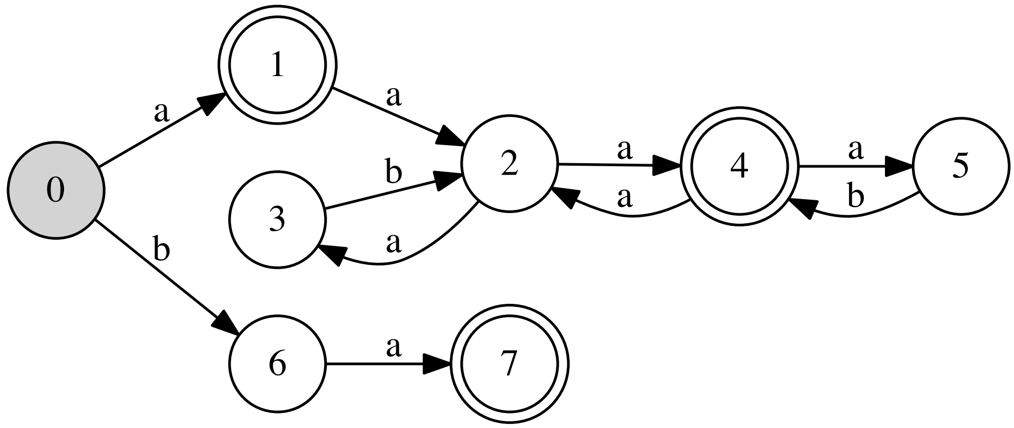
Очевидно,что он является ДКА. (Видимо причина *интуитивного* построения этого ДКА в том, что данное регулярное выражение задает однозначный разбор слова на блоки)

б) Сначала построим НКА(с однобуквенными и возможно ε переходами):

$$a(a(ab)^*a(ab)^*)^* + ba \tag{2}$$



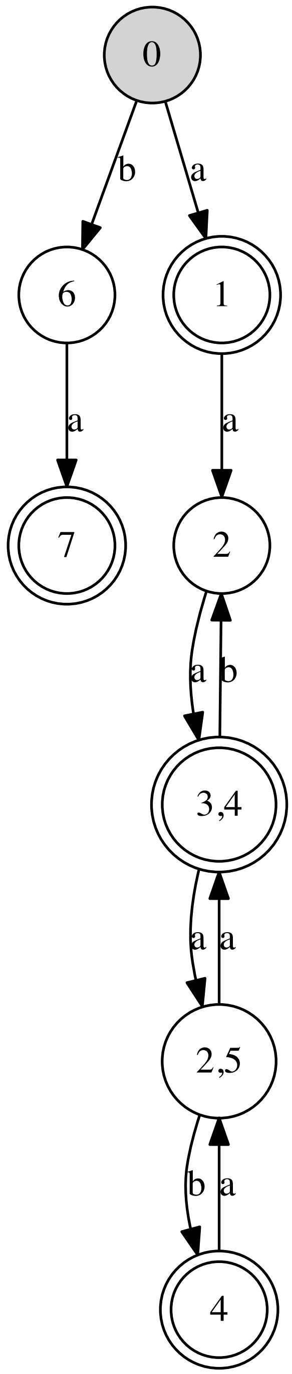
После избавимся от единственного ε перехода:



Теперь по известному алгоритму построим ДКА для данного автомата:

0	a	1
0	b	6
1	a	2
6	a	7
2	a	$3, 4$
$3, 4$	a	$2, 5$
$3, 4$	b	2
$2, 5$	a	$3, 4$
$2, 5$	b	4
4	a	$2, 5$

Ответ:


0
b
a
6
1
a
a
7
2
a
b
3,4
a
a
2,5
b
a
4

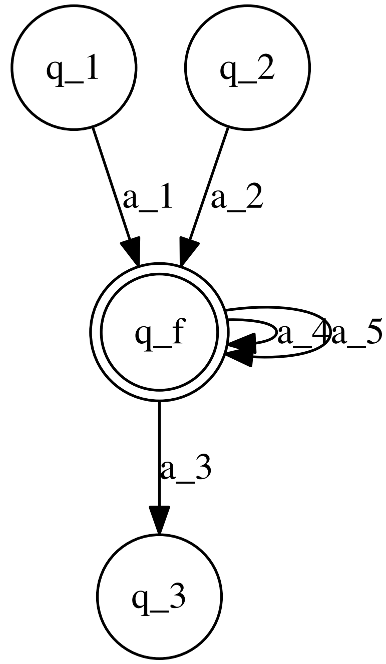
Задача 2. Рассмотрим $L = L(a+1)$ и какой нибудь НКА $M = M(L)$, имеющий только с однобуквенные переходы и ровно одно завершающе состояние. Так как язык содержит пустое слово, то $q_0 \in F$. Теперь рассмотрим путь в этом автомате, по которому распознается a. Пусть в автомате $\Delta \supset \langle q_0, a\rangle \mapsto q_0$. Но тогда $L \supset L^{'} = a^*$. Иначе рассмотрим второй случай: $\exists q \neq q_0 \in Q : \langle q_0, s\rangle \mapsto q\ , s \in \Sigma$.(В слуачае отсутствия и этого ребра $L = 1$). Но тогда для распознования a должен существовать путь из q_0 в q_0 длины 1, чего очевидно не может быть при однобуквенных переходах и отсутствии $\langle q_0, a\rangle \mapsto q_0$.

Задача 3. Ответ: неверно.

Рассмотрим язык $L : \varepsilon \notin L$. Построим произвольный НКА $M = M(L)$. Теперь рассмотрим его завершающие состояния. Очевидно, что $q_0 \notin F$. Тогда проведем следующую процедуру: для каждой конечной вершины $q_f \in M$ создадим копию $q_f^{'}$ с теми же входящими ребрами что и у q_f, кроме ребер вида $\langle q_f, s\rangle \mapsto q_f$. А все $q_f^{'}$ объединим в одну конечную вершину q_F. Также добавим связей: $(\langle q_f, s\rangle \mapsto q_F)\forall s : \exists\langle q_f, s\rangle \mapsto q_f$. (См. рис. после задач) Покажем, что полученный ДКА $M^{'}$ распознает тот же язык. Пусть $w \in L$. Тогда в M найдется путь из q_0 в какой-то q_f. То есть $w = ab, b \in \Sigma, \exists q : \langle q_0, ab\rangle \mapsto \langle q, b\rangle \mapsto \langle q_f, \varepsilon\rangle$. Но тогда в обоих случаях: $q = q_f$ или $q \neq q_f$ получаем $M^{'} : \langle q_0, ab\rangle \mapsto \langle q, b\rangle \mapsto \langle q_F, \varepsilon\rangle$ по построению $M^{'}$. Следовательно $L(M) \subset L(M^{'})$. Обратно: пусть $w \in L(M^{'})$. Рассмотрим вершину q перед q_F на пути в $M^{'}$, который реализует слово w. Если q это не копия одной из вершин $q_f \in M$, то в M существует такой же путь $\Rightarrow w \in M$. Иначе, $(\exists\langle q, s\rangle \mapsto q)\forall s : \langle q, s\rangle \mapsto q_F$ по построению $M^{'}$. Значит $w = as : s \in \Sigma$ и в M слово w реализуется следующим образом: $\langle q_0, as\rangle \mapsto \langle q_f, s\rangle \mapsto \langle q_f, \varepsilon\rangle$.

Задача 4. Ответ: можно.

Построим произвольный НКА $M = M(L)$. Очевидно, что если $\varepsilon \in L$, то $q_0 \in F$(Так как все переходы однобуквенные). Воспользуемся процедурой построения автомата $M^{;}$ из предыдущей задачи $\forall q_f \in F : q_f \neq q_0$. В точности тем же методом можно доказать, что $L(M) = L(M^{'})$. При этом количество конечных состояний у $M^{'}$ ровно 2. Для языков, не содержащих ε, воспользуемся решением предыдущей задачи и обойдемся одним выходом.



Поясняющий рисунок к 3 задаче