Компьютерное моделирование электромагнитных процессов - ДЗ 1

Дарья Серебрякова

Задание 1

Что будет происходить, если задать электрическое поле в виде импульса в момент $n = 0$, но использовать нулевое значение магнитного поля при $n = -1/2$? Объяснить результат.

Ответ Рассмотрим уравнения Максвелла для нашего одномерного случая:

$$\begin{cases} \dfrac{\delta E_y}{\delta x} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\delta B_z}{\delta t} \\ \dfrac{\delta H_z}{\delta x} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\delta D_y}{\delta t} \end{cases}$$

Поскольку градиент электрического поля вдоль оси x не равен нулю, возникнет переменное (по времени) магнитное поле. Как можно заметить, переменное магнитное поле будет направлено таким образом, что будет уменьшать электрическое поле. То есть справа от вершины импульса магнитное поле будет направлено по оси z, а слева - против неё. Это следует из первого уравнения.

$$\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{z} | x > x0$$
$$\vec{B} \downarrow\uparrow \vec{z} | x < x0$$

Однако, возникновение переменного магнитного поля приводит к появлению градиента этого поля вдоль оси x. Из второго уравнения видно, что это приведёт к уменьшению поля D в области, где градиент поля H положителен, и его увеличению там, где градиент поля H отрицателен.

Данный процесс будет продолжаться до тех пор, пока изменение электрического поля не будет уравновешиваться изменением магнитного поля (то есть пока амплитуда импульса магнитного поля не станет равной амплитуде электрического поля).

Подтвердим результатами моделирования:

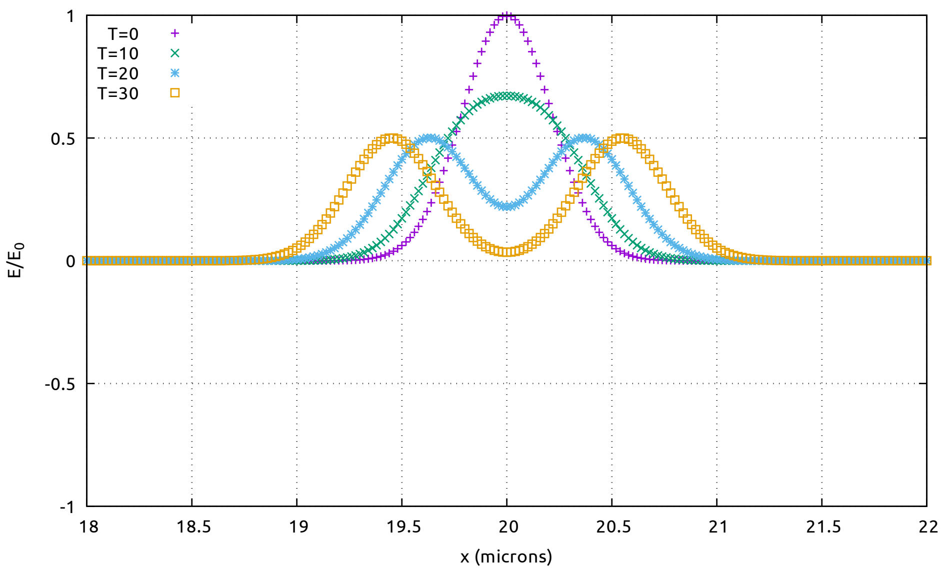

Рис. 1: Распространение импульса E, $T \in [0, 30]$

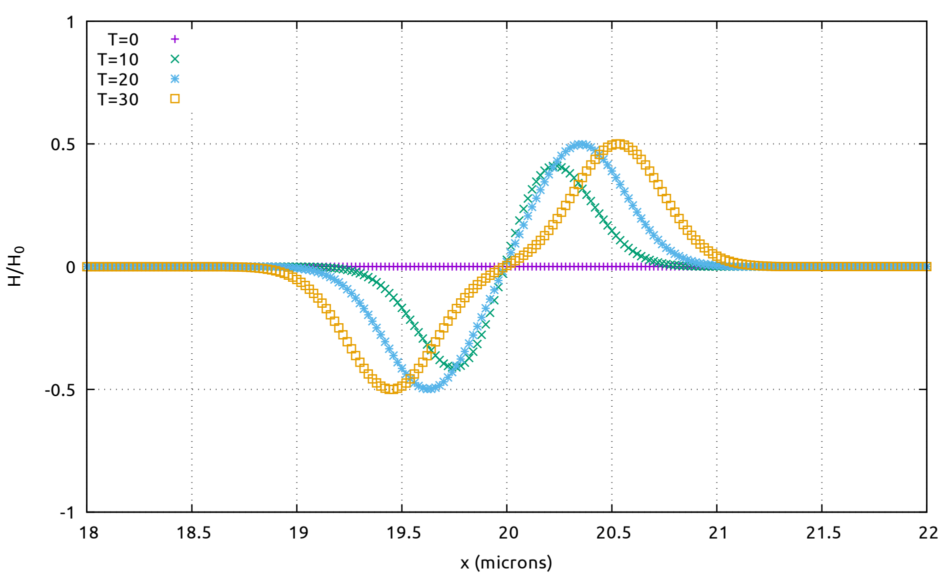

Рис. 2: Распространение импульса H, $T \in [0, 30]$

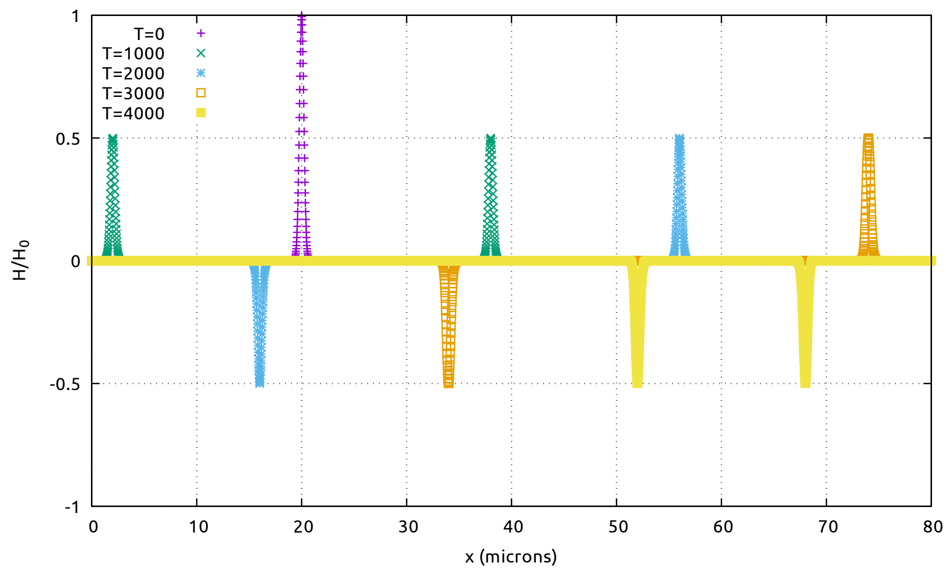

Рис. 3: Распространение импульса E, T=0, T>30

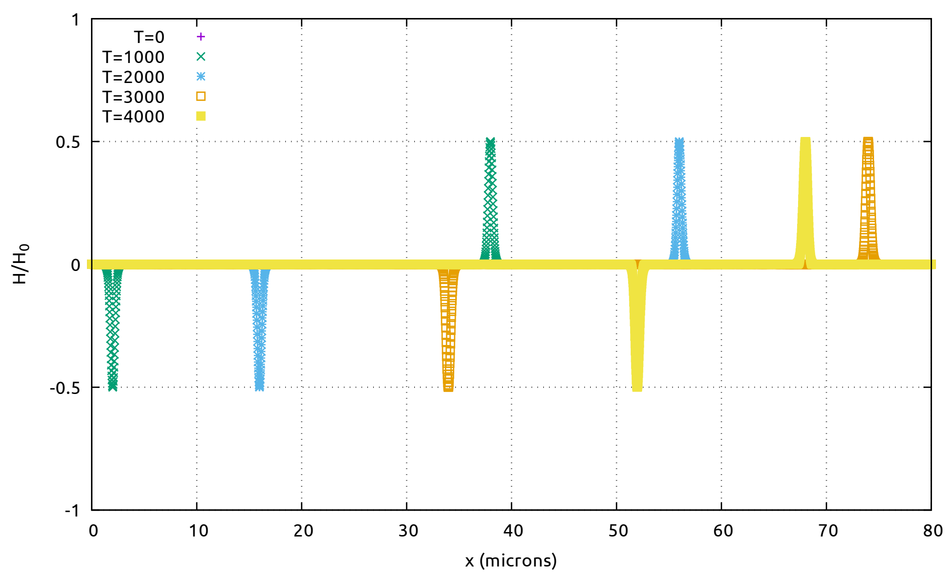

Рис. 4: Распространение импульса H, T=0, T>30

Задание 2

Что будет, если использовать для области моделирования граничные условия H=0 ? Объяснить результат.

Ответ

Рассмотрим уравнения Максвелла для нашего одномерного случая:

$$\begin{cases} \dfrac{\delta E_y}{\delta x} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\delta B_z}{\delta t} \\ \dfrac{\delta H_z}{\delta x} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\delta D_y}{\delta t} \end{cases}$$

Поскольку градиент магнитного поля вдоль оси x на границе области моделирования отрицателен, электрическое поле при приближении импульса к границе будет расти. Это следует из второго уравнения. Из первого уравнения получаем что с ростом электрического поля магнитное поле будет уменьшатся. Так будет происходить до тех пор, пока знак проекции магнитного поля на ось z не сменится на противоположный, после чего рост магнитного поля будет приводить к уменьшению электрического поля - импульс отразится от границы и начнёт распространятся в обратном направлении, причём

$$\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{z} \,|\, \text{до отражения}$$

$$\vec{B} \downarrow\uparrow \vec{z} \,|\text{после отражения}$$

Подтвердим результатами моделирования:

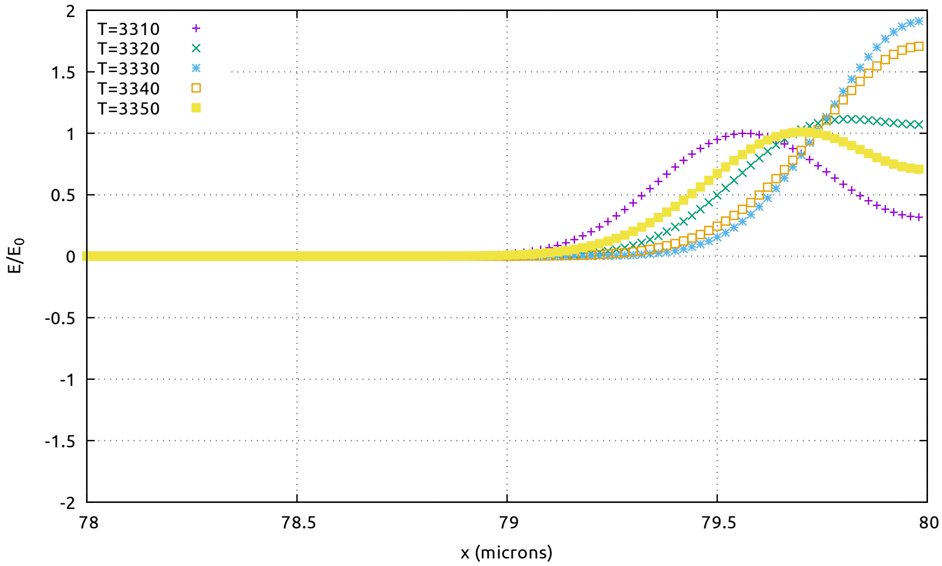

Рис. 5: Отражение от границы импульса E

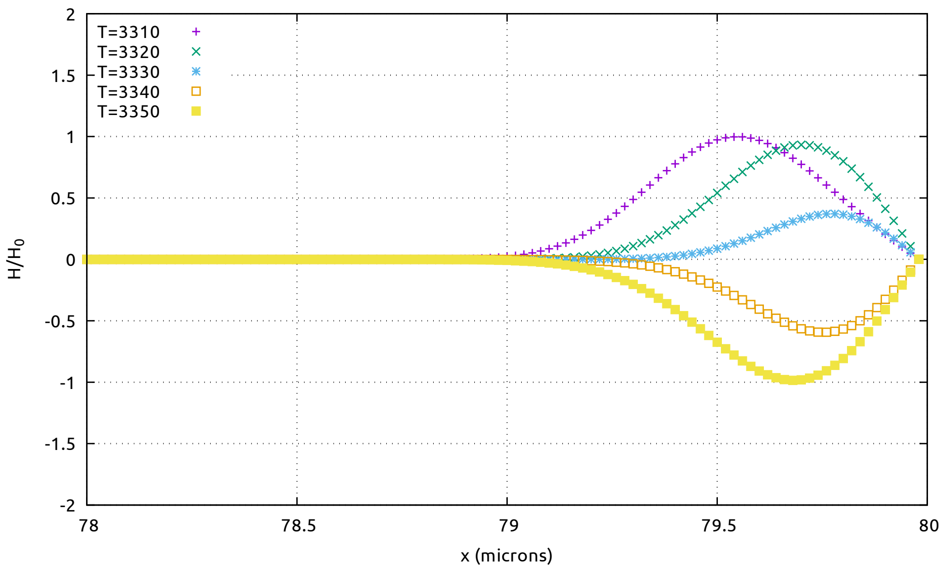

Рис. 6: Отражение от границы импульса H

Задание 3

Запустить два импульса (ширина $\tau = 5$ фс, расстояние в начальный момент 50 микрон), распространяющиеся навстречу друг другу. Что происходит при их прохождении через друг друга?

Ответ

Рассмотрим уравнения Максвелла для нашего одномерного случая:

$$\begin{cases} \dfrac{\delta E_y}{\delta x} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\delta B_z}{\delta t} \\ \dfrac{\delta H_z}{\delta x} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\delta D_y}{\delta t} \end{cases}$$

Подтвердим результатами моделирования:

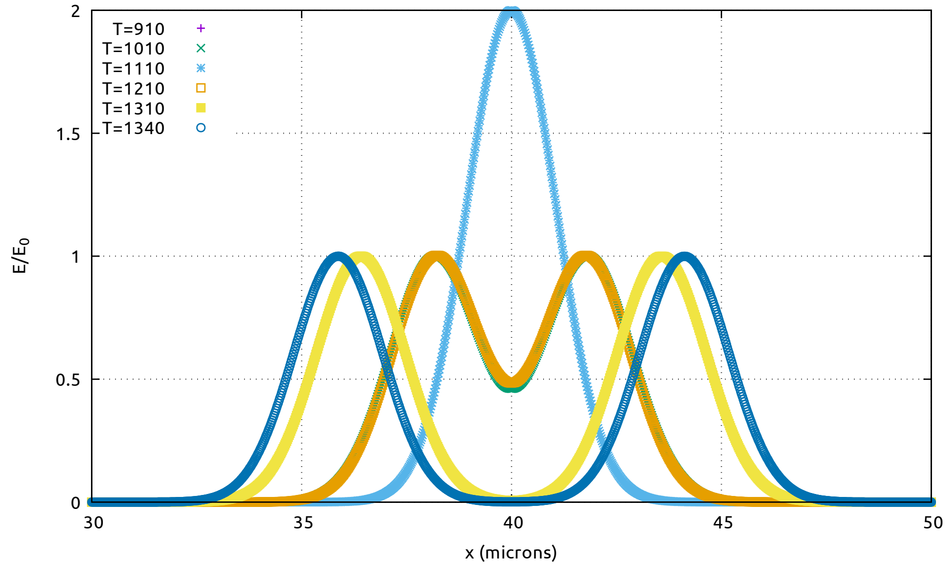

Рис. 7: Столкновение импульсов E

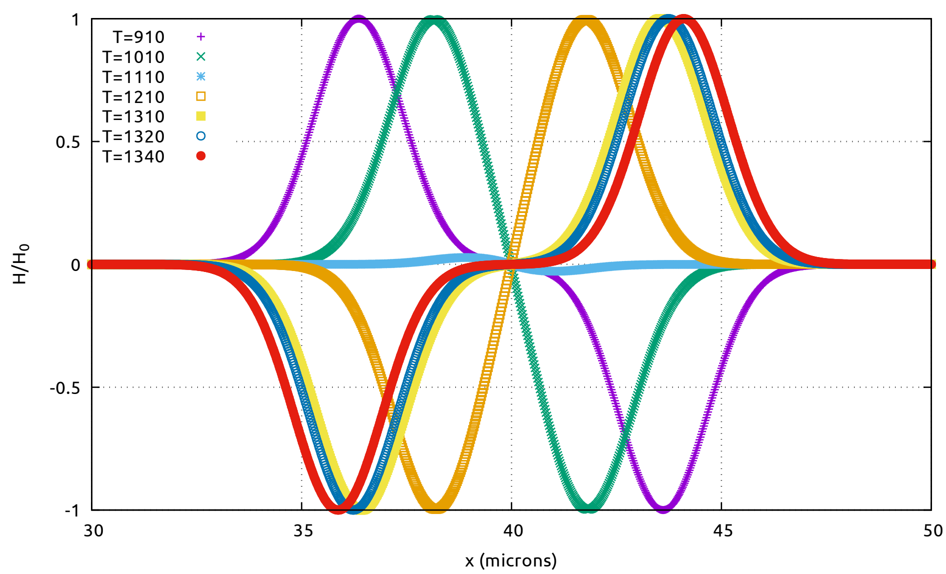

Рис. 8: Столкновение импульсов H