

**Київський національний університет імені Тараса Шевченка**  
**факультет комп'ютерних наук та кібернетики**

***Системне моделювання в економіці***

для студентів за напрямом підготовки  
«комп'ютерні науки та інформаційні технології»

**КИЇВ – 2016**

Викладено лекційний курс з дисципліни «Системне моделювання в економіці» для студентів факультету комп'ютерних наук та кібернетики за напрямом підготовки «комп'ютерні науки та інформаційні технології».

Укладач: кандидат фіз.-мат. наук, професор, доктор габілітації  
Вергунова І.М.

Рецензенти: доктор екон. наук, професор О.І. Ляшенко  
доктор наук, професор В.Р. Стебловська

Навчальне видання

Вергунова І.М. Системне моделювання в економіці. – К. :  
ТОВ «Наш формат», 2016. – 134 с.

Рекомендовано вченою радою факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (протокол №3 від 14 листопада 2016 р.).

## ЗМІСТ

1. Вступ. Поняття системи та системного підходу у моделюванні економічних об'єктів та явищ.....	5
2. Моделювання функціонально-технологічних структур бізнесу за допомогою фреймів.....	13
2.1. Представлення за рівнями фреймового опису структури бізнесу.....	20
3. Аналіз господарської діяльності економічних об'єктів із нечітко визначеними станами.....	34
3.1. Формалізація причинно-наслідкових зв'язків за нечітких даних для нечіткої моделі об'єкта економічного аналізу.....	38
3.2. Побудова функцій належності вхідних змінних.....	44
3.3. Аналіз можливості банкрутства підприємства.....	47
3.3.1. Приклад проведення аналізу за впевненої класифікації.....	51
3.3.2. Приклад проведення аналізу за нечіткої класифікації.....	53
4. Використання когнітивного моделювання для керування слабоструктурованими системами в економіці.....	58
4.1. Взаємовплив факторів та основні показники нечітких когнітивних карт.....	62
4.1.1. Визначення взаємовпливу та зв'язка концептів за додатно-від'ємною матрицею.....	66
4.2. Дослідження когнітивного процесу.....	67
4.2.1. Прогноз розвитку ситуації в когнітивних картах (пряма задача).....	68
5. Системно-динамічні моделі для вивчення складних економічних об'єктів.....	73
5.1. Причинно-наслідкові діаграми для вивчення динаміки поведінки систем.....	73
5.2. Побудова потокових діаграм.....	77
5.3. Загальна структура системно-динамічних моделей.....	84
5.4. Етапи побудови моделей системної динаміки.....	91
5.4.1. Побудова рівнянь темпів.....	94
5.5. Приклади застосування методів системної динаміки у моделюванні складних економічних систем.....	95
6. Технологічні процеси як алгебраїчні функціональні мережі. Функціональні моделі.....	105
6.1. Технологічні та інші процеси праці як алгебраїчні функціональні мережі.....	107
6.1.1. Оператори алгоритмічного опису технологічних процесів.....	108

6.1.2. Операторні та логічні функціональні одиниці.....	111
6.2. Спрощуючі, укрупнюючі та покращуючі перетворення...	116
6.3. Метод Н-функцій укрупнення ймовірних графів.....	118
6.4. Аналіз операторних та логічних функціональних структур.....	123
6.5. Визначення оптимальних способів виконання функціональних одиниць.....	128
Література.....	133

## 1. Вступ. Поняття системи та системного підходу у моделюванні економічних об'єктів та явищ

Вирішення задач різноманітного економічного походження, які виникають в умовах світової економічної глобалізації, неможливе без використання системного підходу. Важливого значення набула методологія системного підходу й для формування і оцінювання ефективних альтернатив складних рішень та стратегій керування у соціально-економічній діяльності людини.

Системний підхід, як методологія, допомагає вирішувати задачі опрацювання концептуальних змістових і формалізованих засобів представлення об'єктів, що досліджуються як системи, а також побудови різного рівня і класу моделей систем. Підхід допомагає формалізувати процеси, послідовно застосовувати аналітичні і модельні засоби при вивченні систем з великою кількістю змінних. Його методи пов'язані з опрацюванням великого обсягу інформації, аналізом численних варіантів значень, побудовою математичних моделей. Системний підхід дає основу для переходу від дослідження конкретних властивостей об'єктів визначеного типу до дослідження загальних властивостей, які характерні для об'єктів різного походження; переходу від дослідження властивостей та особливостей процесів (об'єктів) визначеного виду до дослідження структури, властивостей і взаємозв'язків, взаємозалежності та взаємодії різнорідних процесів (різнотипових об'єктів).

З моменту становлення системної методології, а саме загальної теорії систем, єдиного поняття (визначення) системи, її місця, співвідношення з іншими підходами і методами, не існує. Спершу «систему» визначали як комплекс елементів, що знаходяться у взаємодії (Л. Берталанфі), або як множину об'єктів разом із співвідношеннями між об'єктами та між їхніми атрибутами (А. Холл та Р.-Ф. Фейджин) та ін. Але у всіх визначеннях завжди підкреслювалося, що система являє собою цільний комплекс взаємопов'язаних елементів, має визначену структуру і взаємодіє з деяким середовищем. В.І. Богданович та А.І. Уємов намагалися узагальнити різні визначення поняття «система» і надали наступне визначення. Нехай  $P$  – деяка властивість,  $R$  – відношення,  $m$  – деяка множина предметів. Предмети  $m$  утворюють деяку систему, якщо на предметах  $m$  буде виконуватися визначене обране відношення (відношення  $R$  повинно мати деяку наперед фіксовану властивість). Множина утворює систему у тому випадку, коли на ній відтворюється наперед задане відношення  $R$  з фіксованими властивостями  $P$ . У 70-х роках XX ст. широко поширеним

було визначення системи як сукупності елементів, що знаходяться у взаємодії (наприклад, на сторінках наукового щорічника «Системные исследования»). Проте це визначення не підходило для усіх систем (наприклад, для формально-логічних). Більш широким, навіть надто широким, було визначення С. Кліні, в якому система розумілася як множина, для елементів якої визначають деякі відношення. Розглядалося також розуміння системи У. Ешбі на основі аналізу її поведінки, в якому система уявлялася як можливість широкого конструювання вважаючи наявність здібності давати визначену оцінку результатам конструювання. Але вказувалося, що якістю великих систем є емерджентність, або наявність породжуваних властивостей, специфічних саме для системи, які не виводяться із спостережуваних властивостей її елементів та способу їх поєднання. Емерджентність великої системи не дає можливості обмежитися вивченням її елементів та зв'язків між ними, а має на увазі аналіз великої системи.

Сучасне розуміння системи як і раніше не має єдиного визначення. Проте в загальному, як і в 60-х роках минулого століття, система – це сукупність взаємодіючих елементів та відношень між ними, що включають структуру і функцію. Структура відноситься до організації елементів, що складається з підсистем, підпідсистем та надсистем, а процес відноситься до змін у структурі за часом. Методологія системного підходу орієнтує на виявлення багатоваріантності зв'язків і взаємовідносин всередині досліджуваного об'єкту, а також взаємовідносин зовнішнього характеру. В задачі формування структури та виду об'єкту, а також задачі обґрунтування цілей та функцій керування розглядають таку системну постановку, яка враховує взаємозв'язок, взаємозалежність та взаємодію у замкнутій структурі цілісного об'єкта дослідження. Системна узгодженість за цілями, ресурсами та термінами і очікуваними результатами повинна забезпечуватися на основі раціонального компромісу різних цілей.

Досвід системно узгоджених рішень реальних економічних задач як передумова системного моделювання історично почав накопичуватися у ВПК (у 40-х рр. XX ст. розглядався економічний блок виробничих задач для режиму жорсткого ліміту часу). Отриманий досвід вітчизняних аналітиків, а також основні ідеї та принципи були узагальнені в «метод програмно-цільового планування», який використовували ще в роки війни при розробці цільових програм випуску військової техніки, а пізніше при розробці державних п'ятирічних планів та державних і відомчих цільових програм. Подібні підходи до вирішення практичних задач економічного спрямування використовувалися і в інших країнах (наприклад, для ВПС

США у 1948 р. було розроблено систему планування та фінансування озброєння).

Застосування досвіду системно узгоджених рішень та системного підходу допомагає у пошуку відповіді на сучасні задачі передбачення якісних та кількісних змін у різних сферах практичної діяльності, керування ризиками та безпекою складних систем техногенно, економічно або екологічно небезпечних процесів, оцінювання та прогнозування тенденцій розвитку світової економічної системи і т.д. Важливість наведених задач значно підвищується тенденцією глобалізації досліджуваних проблем, зростанням взаємозв'язків і взаємозалежностей систем. Саме у зв'язку дослідженням економічних процесів виникло поняття глобального моделювання – напрямок системних досліджень, започаткований роботою Дж. Форрестера «Світова динаміка», та дослідження науково-технічних інновацій, а саме дослідження впливу інновацій на довгострокові тенденції економічного розвитку, їх роль у формуванні великих циклів.

Розглянемо наступне поширене визначення системи. Як відомо, будь-яку істотну властивість, яку можна використати на практиці для визначення відмінностей у спостереженнях деякого об'єкту, називають базисом (час, просторові координати, різноманітні спостереження однієї й тієї ж властивості можуть відрізнятися одне від одного за індивідами деякої групи об'єкта, якою визначена дана властивість: наприклад, набір вироблених товарів визначеного типу, тобто група). Базиси трьох основних типів – час, простір, група – можна комбінувати (час-простір; час-група – часто використовують в економічних моделях). Крім особливого використання простору, часу та груп в якості базисів, їх використовують і як властивості.

Тому можна сказати, що система являє собою множину властивостей, з кожною з яких пов'язана множина її виявлень, а також множина базисів, з кожним з яких пов'язана множина його елементів. Формально система (досліджуваний об'єкт) може бути представлена у вигляді моделі (визначення за Дж. Кліром):

$$O = \{(a_i, A_i) / i \in N_n, (b_j, B_j) / j \in N_m\}, \quad N_n = \overline{1, n}, \quad N_m = \overline{1, m},$$

$a_i$  – властивість системи,  $A_i$  – множина виявлень властивості,  $b_j$  – базис,  $B_j$  – множина його елементів.

Визначення системи у формі моделі реального об'єкта (що подане вище), описується на основі множини властивостей цього об'єкта. Але реальні проблеми керування складними організаційними об'єктами не завжди вписуються у структуру представлені таким чином моделі. Так, багаторівнева ієрархічна система керування визначає необхідність раціонального розподілу функцій між рівнями ієрархії й на кожному рівні, а звідси з'являється ієрархічна структура цілей. Тому необхідна побудова такої ієрархічної системи моделей, на основі якої можна створити раціональну структуру керування і забезпечити досягнення поставлених цілей. Для такого об'єкта модель повинна відображати не тільки його властивості, а й структуру.

Надалі для побудови моделей економічних процесів використаємо наступні визначення. Узагальнені:

Система – множина об'єктів разом із відношеннями (зв'язками) між цими об'єктами та їх атрибутами. Об'єкти – окремі частини або компоненти системи (множина таких частин може бути необмеженою). Атрибути – властивості об'єктів. Відношення (зв'язки) – властивості системи, що об'єднують її в єдине ціле.

Якщо елементи, що утворюють систему  $S$  позначити  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,  $n$  – їх число, то вектор  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  – зміст системи  $S$ . Елементи  $x_1, x_2, \dots, x_n$  поєднуються в ціле (систему) засобом конкретних відношень та зв'язків, які називають системоутворюючими. Усі елементи пов'язані між собою, вони зазнають впливу зовнішніх відносно системи  $S$  об'єктів, тобто кожна система зазнає впливу з боку нескінченної множини об'єктів  $E_1, E_2, \dots, E_k, E_{k+1}, \dots$ . Якщо обрати деяку міру інтенсивності, то встановлюється визначене число  $m$  зовнішніх систем  $V_1, V_2, \dots, V_m$ , що взаємодіють з даною системою  $S$ . Множину  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ , що складається із зовнішніх систем, які знаходяться у суттєвих зв'язках із даною системою, називають навколишнім (зовнішнім) середовищем. Множину відношень між елементами системи, а також елементами системи і зовнішнім середовищем, називають структурою системи  $S$  і позначають  $\Sigma = \{\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_l\}$ , де  $l$  - число усіх зв'язків, що утворюють структуру системи  $S$ . Структура системи може суттєво впливати на її функції і на обмеження



функцій окремих елементів. Склад  $X$ , зовнішнє середовище  $V$ , структура  $\Sigma$  можуть змінюватись із часом:  $X = X(t)$ ,  $V = V(t)$ ,  $\Sigma = \Sigma(t)$ .

Функцією системи  $S$  називають закон або сукупність правил  $F(t)$ , за яким залежно від зовнішніх факторів  $V(t)$  відбувається зміна у часі внутрішніх елементів  $X(t)$  та структури  $\Sigma(t)$ .

Розглядаючи набір елементів із різними (притаманними їм) функціями, можна створювати різні системи  $\Sigma_i \in \Sigma$  (хоч система із її елементів має тільки її притаманні особливості, що не впливають із функцій та властивостей окремих елементів).

**Визначення.** Системою  $S(t)$ , що функціонує у навколишньому середовищі  $V(t)$ , назовемо множину об'єктів  $S(t) = S(X, V, \Sigma, F)$ , утворену із сукупності елементів  $X(t)$ , зв'язаних між собою і навколишнім середовищем  $V(t)$  сукупністю зв'язків  $\Sigma(t)$ , що змінюються в часі залежно від множини функцій  $F(t)$ .

Моделювання та дослідження систем передбачає:

- визначення  $x_1, x_2, \dots, x_n$  та  $V_1, V_2, \dots, V_m$ ;
- дослідження структури внутрішніх зв'язків, зв'язків між елементами системи та зовнішніми факторами;
- знаходження законів функціонування системи, що визначають зміни основних компонент системи.

Згідно уведеного визначення системи використаємо наступне поняття математичної моделі.

Математичною моделлю системи  $S_0$  назовемо модель  $S(t) = S(X, V, \Sigma, F)$ , де елементами множин  $X, V, \Sigma, F \in$  математичні символи, змінні та сталі величини, функції від часу:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}, \Sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_l\}, F = \{f_1, f_2, \dots, f_p\}.$$

Структура  $\Sigma$  являє собою множину математичних залежностей між компонентами множин  $X$  і  $V$ , які можуть записуватися, наприклад, у вигляді рівностей або нерівностей:

$$\sigma_1(v_1, \dots, v_m, x_1, \dots, x_m) \geq 0,$$

$$\sigma_2(v_1, \dots, v_m, x_1, \dots, x_m) > 0,$$

...

$$\sigma_l(v_1, \dots, v_m, x_1, \dots, x_m) < 0.$$

Ці залежності пов'язують внутрішні та зовнішні змінні моделі, що описують характеристики (властивості) як компонент даної системи, так і факторів довкілля.

Функція  $F$  є розв'язуючим оператором, який за допомогою різних математичних залежностей за заданими входами  $v_1(t)$ ,  $v_2(t), \dots, v_m(t)$  з деякою точністю визначає функції  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  на інтервалі  $t_0 \leq t \leq t_N$ :

$$x_1(t) = f_1(v_1, v_2, \dots, v_m, x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

$$x_2(t) = f_2(v_1, v_2, \dots, v_m, x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

.....

$$x_n(t) = f_n(v_1, v_2, \dots, v_m, x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

що задовольняють рівнянням і нерівностям, заданим вище, та початковим умовам  $x_1(t_0) = x_1^0$ ,  $x_2(t_0) = x_2^0$ , ...,  $x_n(t_0) = x_n^0$ .

Так як спосіб функціонування системи є однією із суттєвих її характеристик, тому отримали поширення структурні, функціональні та структурно-функціональні моделі, які є різновидом системних імітаційних моделей. Структурна – модель, яка імітує внутрішню організацію системи. Ступінь тотожності між оригіналом і моделями цього типу встановлюють з урахуванням точності математичного опису структури системи, що моделюється. Функціональна математична модель – модель, що описує спосіб поведінки оригіналу, його функцію. Ступінь тотожності моделі та оригіналу залежить від точності математичного опису функціонування оригіналу. На таких моделях можна прослідкувати вплив на систему різних зовнішніх факторів.

Прикладом функціональної моделі може бути неперервна  $\Pi$ -модель (що відповідає уведеному вище визначенню)

$$X(t) = A(t)x(t) + y(t),$$

$$Y(t) = B(t)v(t) + \xi(t) + c(t),$$

$X$  – вектор валових випусків у одиницю часу,  $A$  – технологічна матриця,  $Y$  – вектор попиту в одиницю часу,  $v$  – вектор виробничих потужностей,  $B$  – матриця фондоємності,  $\xi$  – вектор запасу продуктів,  $c$  – споживання в одиницю часу  $t$ . Функції  $v, \xi, c$  можна розглядати як керування.

$$v(t) \geq 0,$$

$$0 \leq x(t) \leq v(t),$$

$$\gamma \pi(t) \leq a_0(t)x(t) \leq \pi(t), \quad 0 \leq \gamma \leq 1,$$

$$c_0(t) \leq c(t),$$

$\pi(t)$  – кількість трудових ресурсів,  $a_0(t)$  – прямі витрати праці,  $c_0(t)$  – гарантований рівень споживання. У початковий момент часу, при  $t = 0$  структура виробничих потужностей  $v(0) = v_0$ .

Для вказаної моделі розглядають різні оптимізаційні задачі. Наприклад, перебудови структури економіки на заданому відрізку часу  $[0, T]$  за умов одночасної максимізації рівня споживання:

$$v(T) = v_T,$$

$$Z = \int_0^T c(t)dt \rightarrow \max.$$

Ієрархічна система має ряд принципових особливостей. Можлива різна трактовка поняття ієрархії й тому можливі різні види ієрархій. Найбільш суттєва різниця ієрархій визначається різницею у понятті рівень в ієрархії. Уведення декількох понять «рівень» визначається складністю та різноманітністю властивостей, цілей, задач, функцій і т.д. реальних багаторівневих ієрархічних систем. Приходять до трьох понять рівня: ешелон, страта, шар.

Поняття «ешелон» відповідає рівню організаційної ієрархії і приводить до поняття багаторівневих систем. Ієрархічна структура об'єкта, яка відповідає поняттю ешелон, вказує, що реальний об'єкт можна представити у вигляді багаторівневої організаційної ієрархічної системи, якій властиві: наявність родини чітко виділених та розподілених за рівнями підсистем; чітко розподілені повноваження між рівнями та підсистемами одного рівня виходячи з

формування рішень у визначеній сфері відповідальності; забезпечення прямого та оберненого зв'язку по керуванню між підсистемами різних рівнів, а між підсистемами одного рівня – прямого й оберненого зв'язку за взаємодією.

Поняття «страта» характеризує рівень опису або абстрагування, приводить до поняття стратифікованих систем. Ієрархічна структура об'єкта, яка відповідає поняттю страта, вказує, що властивості реального об'єкту описані у формі деякої сукупності, в якій окремі описи наведені з різних точок зору та упорядковані за рівнем їх значущості.

Поняття «шар» визначає рівень складності прийняття рішення, приводить до розгляду багатошарових структурованих систем. Ієрархічна структура об'єкта вказує, що загальна процедура прийняття рішення реалізується у вигляді визначеної послідовності часткових процедур.

Отже, поняття ешелону уведено для взаємного зв'язку між утворюючими систему елементами прийняття рішення. Поняття страти уведено для цілей моделювання, а поняття шару – для вертикальної декомпозиції вирішуваної задачі на підзадачі. Тому кожне з понять має свою область застосування. Проте, завдання для деяких ешелонів можуть бути визначені з моделі одної страти, вирішувана задача на деякому шарі може бути розподілена між декількома ешелонами, а завдання для ешелону може містити елементи, що належать множині шарів задачі.

## **2. Моделювання функціонально-технологічних структур бізнесу за допомогою фреймів**

Для опису економічних систем, де основними є процедури змістовного аналізу (наприклад, обґрунтування загальної концепції та ін.) використовують моделі з високим рівнем семантичного відображення.

Концептуальна модель є деяким формалізованим відображенням предметної області, що визначає множину її станів, включаючи правила їх зміни. Концептуальна модель описує структуру, склад, загальні закономірності, що мають місце у предметній області та керують її поведінкою. Розробляється з метою забезпечення стійкої та тривалої роботи усієї системи. Опис концептуальних моделей відображує об'єкти або елементи предметної області та зв'язки між ними, не залежить від методу або способу представлення даних при проведенні інформаційного моделювання.

При інформаційному моделюванні структури бізнесу модельними компонентами можуть бути різні поняття та визначення, припущення, умови, правила, алгоритми, процедури, операції, окремі дії тощо. До таких компонент можуть бути пред'явлені вимоги адекватності інструментарних компонентів, що складають практичне забезпечення; простоти та доступності використання у практичному застосуванні.

Моделі, що описують структуру бізнесу, були розвинуті в рамках семантичних моделей. З цієї точки зору і проводилося системне узагальнення та алгоритмічний опис процедур при проектуванні моделей з урахуванням індивідуальних особливостей обраної предметної галузі. Подібні моделі відносяться до різновиду семантичних моделей – регуляризованих мереж, де інформація зберігається у вигляді сукупності визначеним чином структурованих даних, що відтворюють стереотипні ситуації (структури даних називають фреймами). Представлення даних, основане на фреймовій моделі, є ефективним засобом для структурного опису складних понять та розв'язку задач, в яких у відповідності до ситуації бажано застосовувати різні способи виводу.

Як відомо, фрейми – структури даних для представлення деякого концептуального об'єкта (за визначенням М. Мінського – мінімальні структури інформації, необхідні для представлення кла-

су об'єктів, явищ або процесів). Усі фрейми є взаємопов'язаними, вони утворюють єдину фреймову систему, в якій поєднані декларативні та процедурні знання. У загальному вигляді фрейм може бути записаний у вигляді семантичної мережі та описаний як:

$$\{I\Phi(IC, ZC, PP), \dots, (IC, ZC, PP)\},$$

де  $I\Phi$  – ім'я фрейма (ідентифікатор фрейму, який є унікальним);  $IC$  – ім'я слоту (ідентифікатор слоту, який є унікальним);  $ZC$  – значення слоту (інформація, що відноситься до відповідного фрейму, може бути виразом або вказівником приєднаної процедури – такий вказівник також може бути розташований у відповідному командному рядку для фрейму, або вказівником іншого фрейму, тобто показувати ім'я фрейму);  $PP$  – ім'я приєднаної процедури. Кожен фрейм складається з довільного числа слотів (деяких незаповнених підструктур фрейму, заповнення яких приводить до того, що даний фрейм стає у відповідність деякій ситуації, події, явищу або об'єкту). Фрейм із заповненими слотами є екземпляром фрейму. З кожним фреймом зв'язана деяка інформація (як використати фрейм, невисначаючи значення для слотів і т.д.). Для організації зв'язків між об'єктами предметної галузі будують мережу фреймів, які організовують шляхом вказівки в якості значень деяких слотів фрейму імен інших фреймів.

Аналогічно до загального підходу приєднані процедури є специфічними процедурами виводу, що використовуються в якості слотів, до яких фрейм за своїми даними може містити звертання. Виділяють два види: процедури-демони і процедури-слуги. Перші активізуються автоматично за спроби додати або вилучити дані із слоту, за виконання деякої умови; другі – за виконання умов, визначених при створенні фрейму.

Для зменшення інформаційної надлишковості також реалізують принцип наслідування інформації, що дозволяє загальну для системи інформацію зберігати в окремому фреймі, а в усіх інших фреймах вказувати лише посилання (вказівник наслідування) на місце зберігання цієї інформації, її можна навести у значенні слоту.

Нехай необхідно побудувати інформаційний опис деякої бізнес-ситуації використовуючи фрейм опису, наприклад, такої бізнес-структури як деяке об'єднання готелів з назвою «Н&К», представлений у вигляді мережі, складеної з вузлів та зв'язків між

ними. Кожен фрейм описує один концептуальний об'єкт, а конкретні властивості цього об'єкту описуються у слотах як структурних елементах цього фрейму. Тоді в мережі кожен вузол заповнений своїм завданням, яке містить деякі характерні риси ситуації, до якої він відповідний. У фреймі можна виділити декілька рівнів, ієрархічно пов'язаних між собою. Вузли фрейму з верхніх рівнів описують більш загальні поняття, які завжди мають місце у відношенні передбачуваної ситуації, вони вже є заповнені своїми завданнями. Так вузол самого верхнього рівня фрейму заповнений назвою ситуації (ім'я фрейму). Вузли нижчих рівнів (слоти) заповнені завданнями частково. Повністю конкретними даними, що відповідають їх можливим завданням, заповнюють у процесі приладування фрейму до конкретної ситуації. В результаті знання цілком про деяку ситуацію будуються у вигляді одної фреймової системи з ієрархічною структурою (фрагмент вказаний на рис. 2.1).

До інструментарних компонент управління структури відносять різні поняття, правила, алгоритми, умови, вимоги та ін. Просто сукупність визначених параметрів та характеристик не може бути категорією, яка б могла однозначно і вичерпно визначати наявний стан суб'єкту бізнесу як системи. Вона повинна мати інтегративні якості або властивості, визначатися тими ж параметрами та характеристиками, що і сам стан суб'єкту бізнесу.

Так як моделювання за допомогою фреймів є семантичним методом, то як результат маємо й інформаційне представлення змісту ситуації, що моделюється. В якості прикладу розглянемо функціонально-технологічну структуру бізнесу (невеликої мережі готелів) з метою визначення стану цих структур в рамках системного підходу. Представимо її комплексною системою, що складається з множини різномірних за змістом структурних елементів: ланок, потоків та зв'язків між ними (причому подібне представлення є умовним). Багатоетапність функціонально-технологічної структури бізнесу, залежність від рівня представлення структури робить можливим застосування фреймів для моделювання такої структури.

**Ланками** звичайно вважають будь-які операції, процедури, події, окремі дії, спрямовані на досягнення конкретного результату, що тягне конкретні зміни у функціонально-технологічній структурі бізнесу, а значить і в його стані.

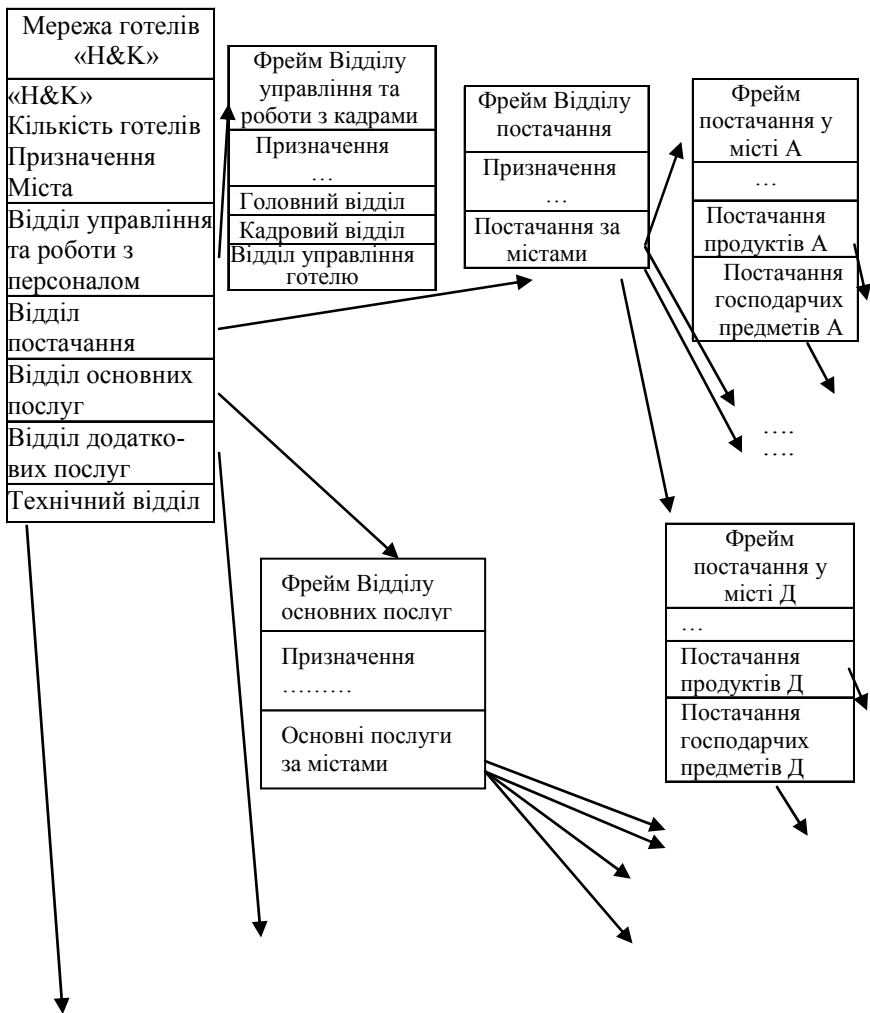


Рис. 2.1. Приклад можливого моделювання функціонально-технологічної структури об'єкту (фрагмент)

Тому при моделюванні функціонально-технологічної структури обраного в якості прикладу бізнесу ланками можуть бути:



- технологічні процеси, операції та процедури, що входять до єдиного технологічного процесу надання деякої послуги або виробництва деякого товару;
- організаційні операції та процедури, що забезпечують працездатність окремих організаційних функцій, структур, підструктур та підрозділів бізнесу;
- фінансові операції, що супроводжують робочий процес взаємних розрахунків з партнерами, клієнтами та ін.;
- інформаційні процеси та процедури, що здійснюють збір, накопичення і аналіз внутрішньої та зовнішньої інформації, необхідної для забезпечення процесу управління;
- правові процедури, направлені на правове забезпечення і юридичний супровід окремих організаційних, виробничих, технологічних та інших операцій;
- науково-технічні операції, спрямовані на забезпечення та підтримку конкурентоспроможності роботи (надання послуг тощо), на заповнення нових ринкових просторів або сегментів та ін.

Направлену взаємодію між ланками визначають потоки та зв'язки. Тому будь-яка взаємодія отриманих ланок обраної функціонально-технологічної структури бізнесу, як між собою у структурі, так і з ланками інших паралельних структур ззовні, здійснюється за допомогою відповідних структуро-визначальних потоків та зв'язків, існуючих між ними. Потоки і зв'язки мають адресу та діють за адресатом. Потоки забезпечують виконання потокових функцій між ланками структури (передача, перерозподіл тощо), зв'язки – виконання відповідних функцій та відношень, що характерні для різного роду зв'язків (функціональних, причинно-наслідкових, структурних та ін.). Основні види потоків:

- інформаційні потоки (забезпечують своєчасний обмін різномістовою інформацією між ланками функціонально-технологічної структури бізнесу, між досліджуваним бізнесом та іншими учасниками ринку);
- фінансові (забезпечують переміщення готівкових і безготівкових коштів між досліджуваним бізнесом та іншими учасниками ринку);
- матеріально-сировинні (забезпечують постачання ланок для нормального функціонування бізнесу).

Основні типи зв'язків між окремими ланками для розгляду функціонально-технологічної структури бізнесу (визначають відповідний тип відношень, впливів, умов, обставин взаємодії ланок):

- організаційні;
- технологічні;
- фінансові;
- правові.

З наведених вище пояснень видно, що ланки, потоки та зв'язки повинні моделювати різні структури матеріального (технологічні, фінансові) і нематеріального характеру (організаційні, правові, інформаційні) всередині обраного для прикладу бізнесу. Функціонально-технологічна структура досліджуваного економічного об'єкту є комплексним утворенням різних за функціональним призначенням структурних елементів, що разом функціонують і взаємодіють між собою. Елементи, що складають структуру обраного об'єкту, виконують відповідні строго визначені функції, постійно взаємодіють між собою, змінюють свої значення, можуть зникати і знову з'являтися. Тому для моделювання такої складної для представлення ситуації (маємо конкретний суб'єкт, що функціонує у конкретній предметній сфері за конкретних внутрішніх та зовнішніх умов) потрібне проведення докладного аналізу.

При моделюванні функціонально-технологічної структури бізнесу можливе представлення за змістом та за змістом кожного структурного елемента (ланки, потоку, зв'язку). Урахування фактору часу звичайно реалізують на рівні виділення відповідних слотів спеціального змісту. Крім того, далі буде показано, що для представлення у вигляді фреймів конкретних інформаційних даних із функціонально-технологічної структури бізнесу немає принципової різниці, що саме моделюється за допомогою фреймів (ланки, потоки, зв'язки) або які саме ланки, потоки, зв'язки моделюються. Усі структурні елементи, різні за предметною спрямованістю і функціональним призначенням, розглядаються як події, що відбуваються в межах плинного за часом процесу керування суб'єктом бізнесу.

Отже, для отримання логічної моделі обраного бізнес-об'єкту необхідно розглянути систему фреймів, де основними є фрейми: ланок, зв'язків, потоків. Конкретні внутрішні умови, характер впливу на досліджуваний суб'єкт зовнішнього середовища, зміст

цілей та задач управління системою визначають зміст функціонально-технологічної структури, а тому впливають на зміст фреймової моделі.

Система фреймів щодо обраного прикладу, відображеного на рис. 2.1, містить фрейми відділу управління і роботи з кадрами, відділу постачання, відділу основних послуг, відділу додаткових послуг, технічного відділу, постачання продуктів, постачання господарчих предметів, продуктів (назви та характеристики), господарчих предметів (назви та характеристики), послуг (назви та характеристики), фрейми-шаблони (масиви різних змінних, коефіцієнтів, обмежень та ін., що необхідні для розв'язання оптимізаційних задач) моделі процесу та багато ін. Метою моделювання можна вважати побудову автоматизованої системи планування робіт мережі готелів для проведення оптимізації за якісно наданими послугами (за визначеними стандартами) щодо використаних ресурсів різних видів, а також проведення аналізу внутрішньо фірмової ситуації, прогнозу, формування і вибору управлінського рішення, внутрішньо фірмового планування та ін.

Фрейми ланок, потоків, зв'язків звичайно розглядаються у наступному структурному вигляді:

**{Фрейм ланки}**={назва ланки}|{загальні відомості ланки}|{опис входу 1-го зв'язку}|...|{опис входу  $i$ -го зв'язку}|{опис виходу 1-го зв'язку}|...|{опис виходу  $j$ -го зв'язку}|{опис входу 1-го потоку}|...|{опис входу  $k$ -го потоку}|{опис виходу 1-го потоку}|...|{опис виходу  $m$ -го потоку}|{імена приєднаних процедур},

де

{назва ланки}={ідентифікатор ланки}|{найменування ланки},  
 {загальні відомості ланки}={зміст ланки}|{питомі витрати ланки}|  
 {питома продуктивність ланки}.

**{Фрейм зв'язку}**={назва зв'язку}|{загальні відомості зв'язку}|  
 {адресат зв'язку}|{адреса зв'язку}|{імена приєднаних процедур},

де

{назва зв'язку}={ідентифікатор зв'язку}|{найменування зв'язку},  
 {загальні відомості зв'язку}={зміст зв'язку}|{питомі витрати зв'язку}|  
 {питома продуктивність зв'язку}.

**{Фрейм потоку}**={назва потоку}||{загальні відомості потоку}||  
 {адресат потоку}||{адреса потоку}||{імена приєднаних процедур},  
 де  
 {назва потоку}={ідентифікатор потоку}||{найменування потоку},  
 {загальні відомості потоку}={зміст потоку}||{питомі витрати потоку}||  
 {питома продуктивність потоку}.

Смисл та зміст слотів, що описують питомі витрати та питому продуктивність деякого структурного елементу повторюють смисл та зміст цих параметрів як економічних величин. Заключним етапом процесу інформаційного представлення є етап фізичного моделювання, результатом якого є програмний комплекс, що функціонує у деякому середовищі операційного, програмно-інструментального та апаратного забезпечення.

Так як предметною областю моделювання є процес бізнесу, що є процесом функціонування обраної системи (суб'єкту бізнесу) у визначених умовах навколишнього середовища, то процес бізнесу необхідно представляти у вигляді функціонально-технологічної структури системи (таке представлення здійснюється за рівнями та етапами). В результаті вся структура обраного бізнесу буде являти собою сукупність таких структурних елементів як ланок, потоків, зв'язків (технологічних, організаційних, фінансових і т.д.). Тому проведення аналізу отриманих структур для дослідження можливостей та потенціалу бізнесу, пошук адекватних методів оптимального керування бізнесом, планування, реорганізація та моніторинг бізнес-процесів є задачами обробки знань.

## **2.1. Представлення за рівнями фреймового опису структури бізнесу**

На кожному рівні представлення розглядається фреймовий опис структури бізнесу, необхідний як спосіб інформаційного представлення початкових параметрів та даних про всі структурні елементи для подальшої автоматизованої обробки.

Для спрощення наочності представлення за рівнями функціонально-технологічної структури бізнесу розглянемо перший та умовно останній рівні представлення. Використаємо наступні позначення:

- А, В, А.1, Е.2.3, В.1.2.1 – для структурних ланок;
- А-В, В-А.1, А.2-В.1.2.1 – для структурних зв'язків та потоків.

Для обраного прикладу запишемо умовно фрейми ланок, зв'язків та потоків за спрощеними шаблонами:

**Фрейм ланки** = ((ідентифікатор ланки), (назва ланки), (загальний зміст ланки), (опис входу 1-го зв'язку), ..., (опис входу  $i$ -го зв'язку), (опис виходу 1-го зв'язку), ..., (опис виходу  $j$ -го зв'язку), (опис входу 1-го потоку), ..., (опис входу  $k$ -го потоку), (опис виходу 1-го потоку), ..., (опис виходу  $m$ -го потоку)),

**Фрейм зв'язку** = ((ідентифікатор зв'язку), (назва зв'язку), (зміст зв'язку), (адресат зв'язку), (адреса зв'язку)),

**Фрейм потоку** = ((ідентифікатор потоку), (назва потоку), (зміст потоку), (адресат потоку), (адреса потоку)).

Для **першого рівню** представлення структури бізнесу, що обумовлюється метою роботи мережі готелів, для функціонуючого вже бізнесу маємо:

А. Мережа готелів та реалізація  $\leftrightarrow$  В. Зовнішнє середовище супутніх послуг

Система фреймів складається всього з фреймів для двох ланок, двох зв'язків та двох потоків. Вона може виглядати, наприклад, наступним чином.

((А), (технологічна ланка – мережа готелів та реалізація супутніх послуг), (надання готельних послуг у готелях мережі та реалізація їх), ((вхід В-А), (вхід технологічного зв'язку – вплив факторів зовнішнього середовища на мережу)), ((вихід А-В), (вихід технологічного зв'язку – вплив мережі готелів на елементи зовнішнього середовища)), ((вхід В-А), (вхід технологічного потоку – ресурсне забезпечення мережі з боку зовнішнього середовища)), ((вихід А-В), (вихід технологічного потоку – потік наданих послуг мережею готелів))))

((В), (зовнішня ланка зовнішнє ринкове середовище), ((споживачі), (поставщики), (конкуренти), (податки), (місцеві державні органи), (правові норми)), ((вхід А-В), (вхід технологічного зв'язку – вплив

мережі готелів на зовнішнє середовище)),((вихід В-А),(вихід технологічного зв'язку – вплив факторів зовнішнього середовища на мережу)),((вхід А-В),(вхід технологічного потоку – потоку наданих послуг)),((вихід В-А),(вихід технологічного потоку – ресурсне забезпечення з боку зовнішнього середовища)))

((А-В),(технологічний зв'язок – вплив мережі готелів на елементи зовнішнього середовища)),((вплив на споживачів),(вплив на постачальників),(вплив на конкурентів),(сплата податків та обов'язкових платежів)),(від А),(до В))

((В-А),(технологічний зв'язок – вплив факторів зовнішнього середовища на мережу)),((вплив на мережу споживачів),(вплив на мережу постачальників),(вплив на мережу конкурентів),(вплив на мережу податків та обов'язкових платежів),(вплив на мережу місцевих державних органів),(вплив на мережу діючих правових норм)),(від В),(до А))

((А-В),(технологічний потік – потік наданих послуг мережею готелів)),((відношення споживацького ринку),(відношення постачальників),(відношення конкурентів),(відношення контролюючих органів)),(від А),(до В))

((В-А),(технологічний потік – ресурсне забезпечення мережі з боку зовнішнього середовища)),((забезпечення з боку споживацького ринку),(забезпечення постачальників),(енергетичне забезпечення),(інформаційне забезпечення),(фінансове забезпечення),(кадрове та інше технологічне забезпечення)),(від В),(до А))

Слід зауважити, що на початкових рівнях представлення структури бізнесу отримані визначення деяких структурних ланок та зв'язків не завжди коректні внаслідок великої узагальненості предметно-змістовної направленості.

**Останній рівень** представлення функціонально-технологічної структури бізнесу є самим докладним з точки зору конкретизації умов та дискретизації елементів структури бізнесу. Тут для подальшого прийняття управлінського рішення необхідно враховувати усі можливі структурні елементи: ланки, потоки, зв'язки. Крім того, це надасть процесу керування більшої об'єктивності та

адекватності реальним умовам. Можливий варіант останнього рівня також може індивідуальну форму представлення.

Система фреймів для розглянутого прикладу на даному рівні буде вигляд масиву текстових даних великого розміру. Тому зв'язки та потоки, що існують між ланками, внаслідок їх великої кількості графічно показати неможливо. Виявлення зв'язків та потоків здійснюється на етапі складання фреймів для структурних елементів, внаслідок великого числа зв'язків та потоків між ланками структури фрейми у прикладі складаються лише для основних, принципових зв'язків та потоків. Оскільки фрейми зв'язків та потоків мають ідентифікатор, що складається з символів адресанту та адресату, то увияти відповідний зв'язок або потік не є складним. В результаті маємо функціонально-технологічну структуру бізнесу для обраного прикладу, а реальний бізнес моделюється за допомогою структурованого масиву текстових інформаційних даних. Звичайно складання фреймів та їх аналіз здійснюється із застосуванням відповідних програмних засобів автоматизації.

Як було вище вказано, технологічні ланки визначають деякі події, процедури, операції, дії та ін. категорії технологічної спрямованості. Технологічні зв'язки визначають взаємне розташування структурних ланок у структурі бізнесу. Організаційні ланки відповідають виконувачам деяких процедур, дій, операцій тощо. Організаційні ланки – це персонал мережі готелів, їх різні структурні відділи та об'єднання. Організаційні зв'язки визначаються як процедури, що направлені в рамках структури бізнесу на керівництво деякою дією або виконання деякої операції.

Спрощено (внаслідок дуже великого об'єму) систему фреймів, що будується на описі змісту ланок, зв'язків, потоків, для обраного прикладу на цьому рівні можна навести приблизно так (структура може відрізнятися, наприклад, різним розташуванням відповідних структурних ланок тощо).

Фрейми ланок:

((А),(технологічна ланка – асортиментний перелік основних послуг мережі готелів та реалізації супутніх послуг),(формування асортиментного переліку готельних послуг у готелях мережі))

((A.1),(технологічна ланка – поповнення асортиментного переліку послуг мережі готелів),(прийняття рішення про надання нової послуги у готелях мережі))

((A.1.1),(технологічна ланка – розробка мережевого стандарту нової послуги мережі готелів))

((A.1.1.1),(технологічна ланка – пробне здійснення нової послуги мережі готелів))

((A.1.1.2),(технологічна ланка – оцінка результатів здійснення нової послуги мережі готелів))

((A.1.1.1.1),(технологічна ланка – розробка технологічного процесу здійснення нової послуги мережі готелів))

((A.1.1.1.2),(технологічна ланка – розробка переліку складових, що постачаються, для здійснення нової послуги мережі готелів))

((A.1.1.1.3),(технологічна ланка – збирання та аналіз спеціальної інформації, що необхідна для підготовки і здійснення нової послуги мережі готелів))

((B),(технологічна ланка – етап підготовчого виробництва),(проведення комплексу підготовчих робіт для подальшого здійснення основних та додаткових послуг мережі))

((B.1),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану додаткового обладнання),(проведення комплексу підготовчих та перевірочних робіт стану додаткового обладнання))

((B.1.1),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану електрообладнання та електромереж))

((B.1.2),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану обладнання забезпечення відеонагляду та безпеки))

((B.1.3),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану електронного обладнання та внутрішньої мережі))

((B.1.4),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану каналізаційної мережі))



((B.1.5),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану водопровідної мережі))

((B.1.6),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану мережі кондиціонування))

((B.1.7),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану тепломережі))

((B.1.8),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану проти-пожарного стану у готелях))

((B.1.9),(технологічна ланка – підготовка та перевірка санітарно-епідеміологічного стану у готелях))

((B.1.10),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану ресторанного обладнання у готелях))

((B.1.11),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану обслуговуючого автотранспорту у готелях))

((B.2),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану основного готельного обладнання),(проведення комплексу підготовчих та перевірочних робіт стану основного обладнання))

((B.2.1),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану меблювання кімнат номерів))

((B.2.2),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану клімат-контролю у номерах))

((B.2.3),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану телевізорів у номерах))

((B.2.4),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану холодильників у номерах))

((B.2.5),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану сантехнічного обладнання у номерах))

((В.2.6),(технологічна ланка – підготовка та перевірка санітарного та протипожежного стану у номерах))

((В.2.7),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану електрообладнання у номерах))

((В.2.8),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану наявності білизни за мережевим стандартом у номерах))

((В.2.9),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану обладнання для роботи покоївок з обслуговування номерів))

((В.2.10),(технологічна ланка – підготовка та перевірка стану обладнання для роботи адміністраторів готелів))

((В.3),(технологічна ланка – виконання ресурсного забезпечення), (проведення комплексу робіт з ресурсного забезпечення))

((В.3.1),(технологічна ланка – виконання кадрового забезпечення), (проведення комплексу робіт з кадрового забезпечення))

((В.3.1.1),(технологічна ланка – проведення робіт з підбору кадрового складу готелів))

((В.3.1.2),(технологічна ланка – проведення робіт з підвищення професійно-технічної кваліфікації кадрового складу готелів))

((В.3.2),(технологічна ланка – виконання ресурсного забезпечення), (проведення комплексу робіт з ресурсного забезпечення надання послуг))

((В.3.2.1),(технологічна ланка – забезпечення витратними матеріалами виробничого характеру))

((В.3.2.1.1),(технологічна ланка – укладення договорів для забезпечення витратними матеріалами виробничого характеру та їх оплата))

((В.3.2.1.2),(технологічна ланка – доставка витратних матеріалів виробничого характеру))

((В.3.2.2),(технологічна ланка – забезпечення витратними матеріалами для надання послуг))

((В.3.2.2.1),(технологічна ланка – укладення договорів для забезпечення витратними матеріалами для надання послуг та їх оплата))

((В.3.2.1.2),(технологічна ланка – доставка витратних матеріалів для надання послуг))

((В.3.2.3),(технологічна ланка – забезпечення запасними частинами для технологічного устаткування))

((В.3.2.3.1),(технологічна ланка – укладення договорів для забезпечення запасними частинами для технологічного устаткування та їх оплата))

((В.3.2.3.2),(технологічна ланка – доставка запасних частин для технологічного устаткування))

((В.3.2.4),(технологічна ланка – забезпечення запасними частинами для облаштування номерів))

((В.3.2.4.1),(технологічна ланка – укладення договорів для забезпечення запасними частинами для облаштування номерів та їх оплата))

((В.3.2.4.2),(технологічна ланка – доставка запасних частин для облаштування номерів))

((В.3.2.5),(технологічна ланка – забезпечення запасними частинами для технологічного устаткування ресторанів))

((В.3.2.5.1),(технологічна ланка – укладення договорів для забезпечення запасними частинами для технологічного устаткування ресторанів та їх оплата))

((В.3.2.5.2),(технологічна ланка – доставка запасних частин для технологічного устаткування ресторанів))

((В.3.2.6),(технологічна ланка – забезпечення продуктами для ресторанів))

((В.3.2.6.1),(технологічна ланка – укладення договорів забезпечення продуктами ресторанів))

((В.3.2.6.2),(технологічна ланка – проведення оплати за продукти для ресторанів))

((В.3.2.6.3),(технологічна ланка – доставка продуктів для ресторанів))

((В.3.2.7),(технологічна ланка – забезпечення витратними матеріалами для надання послуг ресторанів))

((В.3.2.7.1),(технологічна ланка – укладення договорів забезпечення витратними матеріалами для надання послуг ресторанів))

((В.3.2.7.2),(технологічна ланка – проведення оплати за витратні матеріали для надання послуг ресторанів))

((В.3.2.7.3),(технологічна ланка – доставка витратних матеріалів для надання послуг ресторанів))

((В.3.2.8),(технологічна ланка – забезпечення енергоносіями готелів))

((В.3.2.8.1),(технологічна ланка – укладення договорів на забезпечення електроенергією готелів та проведення оплати))

((В.3.2.8.2),(технологічна ланка – заключення договору на забезпечення газом готелів та проведення оплати))

((В.3.3),(фінансова ланка – здійснення фінансового забезпечення готелів),(проведення робіт з фінансового забезпечення надання основних та додаткових послуг))

((В.3.3.1),(фінансова ланка – проведення планово-календарних та розрахунково-нормативних робіт із фінансового забезпечення мережі))

((В.3.3.1.1),(фінансова ланка – формування та розрахунки вартості основних та додаткових послуг))

((В.3.3.1.2),(фінансова ланка – розрахунки заробітної плати працівників мережі))

((В.3.3.2),(фінансова ланка – робота з користувачами послуг мережі))

((В.3.3.2.1),(фінансова ланка – укладення договорів з юридичними користувачами послуг мережі))

((В.3.3.2.2),(фінансова ланка – робота та укладення договорів з фізичними користувачами послуг мережі))

((В.3.3.3),(фінансова ланка – робота з кредитними закладами))

((В.3.3.4),(фінансова ланка – робота з податковими установами))

((В.3.3.5),(фінансова ланка – робота кас готелів мережі))

((С),(технологічна ланка – етап надання основних послуг),(надання комплексу основних послуг у мережі готелів)

((С.1),(технологічна ланка – підготовчий етап),(підготовка до надання комплексу основних послуг у мережі готелів)

((С.1.1),(технологічна ланка – підготовча робота із потенційним споживачем),(вибір множини необхідних послуг з комплексу основних послуг у мережі готелів)

((С.1.2),(технологічна ланка – занесення необхідної інформації про споживача для надання основних послуг у мережі готелів)

((С.1.3),(технологічна ланка – сплата обраних послуг з комплексу основних послуг у мережі готелів)

((С.2),(технологічна ланка – проведення технологічного процесу),(проведення робіт з надання комплексу основних послуг у мережі готелів)

і т.д. докладно (до дії кожного працівника у кожному із готелів та зовнішньої нормативної інформації з метою подальшого утворення сценаріїв) для усіх ланок технологічного, фінансового, організаційного, зовнішнього та ін. типів.

Далі створюються відповідні фрейми зв'язків для усіх існуючих істотних зв'язків, що у спрощеному варіанті, внаслідок їх великої кількості, можна подати наступним чином.

((A-A.1),(технологічний зв'язок),...)  
((A-A.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
((A.1.1-A.1.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
((A.1.1-A.1.1.2),(технологічний зв'язок),...)  
((A.1.1.1-A.1.1.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
((A.1.1.1-A.1.1.1.2),(технологічний зв'язок),...)  
((A.1.1.1-A.1.1.1.3),(технологічний зв'язок),...)  
((A-B),(технологічний зв'язок),...)  
((B-B.1),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.2),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.3),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.4),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.5),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.6),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.7),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.8),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.9),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.10),(технологічний зв'язок),...)  
((B.1-B.1.11),(технологічний зв'язок),...)  
((B-B.2),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.1),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.2),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.3),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.4),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.5),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.6),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.7),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.8),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.9),(технологічний зв'язок),...)  
((B.2-B.2.10),(технологічний зв'язок),...)  
((B-B.3),(технологічний зв'язок),...)  
((B.3-B.3.1),(технологічний зв'язок),...)  
((B.3.1-B.3.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
((B.3.1-B.3.1.2),(технологічний зв'язок),...)

((В.3-В.3.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.1-В.3.2.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.1-В.3.2.1.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.2-В.3.2.2.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.2-В.3.2.2.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.3),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.3-В.3.2.3.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.3-В.3.2.3.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.4),(технологічний зв'язок))  
 ((В.3.2.4-В.3.2.4.1),(технологічний зв'язок))  
 ((В.3.2.4-В.3.2.4.2),(технологічний зв'язок))  
 ((В.3.2-В.3.2.5),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.5-В.3.2.5.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.5-В.3.2.5.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.6),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.6-В.3.2.6.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.6-В.3.2.6.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.6-В.3.2.6.3),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.7),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.7-В.3.2.7.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.7-В.3.2.7.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.7-В.3.2.7.3),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2-В.3.2.8),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.8-В.3.2.8.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.2.8-В.3.2.8.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3-В.3.3),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3-В.3.3.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3.1-В.3.3.1.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3.1-В.3.3.1.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3-В.3.3.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3.2-В.3.3.2.1),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3.1-В.3.3.2.2),(технологічний зв'язок),...)  
 ((В.3.3-В.3.3.3),(технологічний зв'язок),...)

і т.д. надається докладно перелік усіх видів зв'язку, істотних для обраної структури (маємо зв'язки: технологічний, фінансовий, організаційний, правовий). Технологічні зв'язки звичайно визнача-

ють взаємне розташування структурних ланок у розглянутій структурі бізнесу. Організаційні ланки визначають як процедури, що направлені у структурі бізнесу на керівництво деякою дією або на виконання деякої операції. Організаційні ланки звичайно ототожнюються з виконавцями різних дій, операцій та ін. (тобто конкретними співробітниками від керівника до самого останнього працівника та їх різні структурні об'єднання – відділи, окремі готелі, служби тощо). Фінансові зв'язки визначають як фінансові дії та процедури між виконавцями різних фінансових дій або операцій, направлені на підтримку функціонування структури бізнесу (наприклад, між касою готелю та банком, між бухгалтером готелю та податковими органами і т.д.). Правові зв'язки визначають як нормативні дії та процедури правового характеру, направлені на підтримку правових основ функціонування структури бізнесу (наприклад, між юристом мережі та процесом укладення договору з поставщиком деяких ресурсів, між юристом мережі та процесом кадрового забезпечення, між керівником готелю та місцевими державними структурами та ін.).

Далі створюються також відповідні фрейми потоків для усіх видів наявних істотних потоків, що у спрощеному варіанті, внаслідок їх великої кількості, можна подати наступним чином.

((А-К),(інформаційний потік),(між процесом формування переліку асортиментного переліку готельних послуг у готелях мережі та її керівником))

((В-К),(інформаційний потік),(між процесом проведення комплексу підготовчих робіт для подальшого здійснення основних та додаткових послуг мережі та її керівником))

((В-К),(інформаційний потік),(між здійсненням надання комплексу основних послуг у мережі готелів та її керівником))

((В.3.2.8.1-ЕЕ1),(фінансовий потік),(з рахунку мережі на рахунок енергокомпанії за забезпечення електроенергією готелів))

((В.3.2.8.2-ЕЕ2),(фінансовий потік),(з рахунку мережі на рахунок газової компанії за забезпечення газом готелів))



((EE1-C.2),(товарно-сировинний потік),(від енергокомпанії до етапу надання комплексу основних послуг у мережі готелів))

((EE2-C.2),(товарно-сировинний потік),(від газової компанії до етапу надання комплексу основних послуг у мережі готелів))

і т.д. надається докладно перелік усіх видів потоків, істотних для обраної структури (маємо потоки: фінансовий, інформаційний, товарно-сировинний). Потоки розглядаються як між внутрішніми ланками бізнесу (від керівника до останнього працівника, технологічного етапу, банківського рахунку тощо), так і між внутрішніми та зовнішніми ланками (постачальниками, споживачами, банківськими установами, контролюючими установами та ін.).

### 3. Аналіз господарської діяльності економічних об'єктів із нечітко визначеними станами

Серед сучасних засобів проведення економічного та фінансового аналізу все більше поширюється впровадження методів на основі використання теорії нечітких множин, а саме поняття лінгвістичної змінної (її значення – лінгвістичного терму) –  $\Omega = \langle \omega, T(\omega), U, G, M(\omega) \rangle$ ,  $\omega$  - значення змінної,  $T$  – терм-множина значень (в якій кожен елемент є нечіткою підмножиною на універсальній множині  $U$ ,  $G$  - синтаксичні правила, які кожному лінгвістичному значенню  $\omega$  ставлять у відповідність його смисл  $M(\omega)$  (часто граматики, що породжують назву термів), а  $M$  – семантичні правила, що задають функції належності нечітких термів, породжених синтаксичними правилами  $G$ . Наприклад, лінгвістична змінна  $\Omega$  = «Вік працівника» може бути заданою наступним чином. Синтаксичне правило  $G$  буде визначенням «оптимальний», накладеним на змінну  $\Omega$ . Тоді терм-множина значень  $T$  може бути  $T = \{T_1 = \text{оптимальний вік}, T_2 = \text{неоптимальний вік}\}$ . Носієм  $U$  може бути інтервал  $[18, 75]$ , що відповідає віку людини. На цьому носії визначаються дві функції належності, для значення  $T_1 - \mu_{T_1}(u)$ , для  $T_2 - \mu_{T_2}(u)$ , що відповідають нечітким підмножинам  $M_1$  та  $M_2$  і отримані на основі опиту експертів. Приладом лінгвістичної змінної також може бути: рівень безробіття (терм-множина значень – дуже низький, низький, середній, високий, дуже високий, надвисокий, критичний тощо); зміна курсу деякого цінного паперу (сильне спадання, помірне спадання, слабе спадання і т.д.), рентабельність інвестованого капіталу (дуже низька, низька, помірна і т.д.). Зважаючи на те, що лінгвістична змінна – це змінна, значення якої визначається через набір вербальних характеристик деякої властивості, а її значення нечітко характеризують стан об'єкта, то наявними є такі ситуації: 8% рівень безробіття може розглядатися як середнім, так і високим (в залежності від ситуації). Крім того, із 100% впевненістю не можна стверджувати, якого значення набуває лінгвістична змінна, тому лінгвістичні терми визначають через нечіткі підмножини.

Якщо базова шкала скінченна та дискретна, тобто універсальна множина містить кінцеву кількість елементів,  $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ , то нечітка підмножина  $A$  часто записується наступним чином:

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i},$$

де  $x_i$  -  $i$ -те значення базової шкали. Наприклад, таким чином може бути заданий обсяг продаж за день одиниць деякої продукції, що є множиною близькою до числа 7:

$$A = \frac{0,2}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,8}{6} + \frac{1}{7} + \frac{0,8}{8} + \frac{0,5}{9} + \frac{0,2}{10}.$$

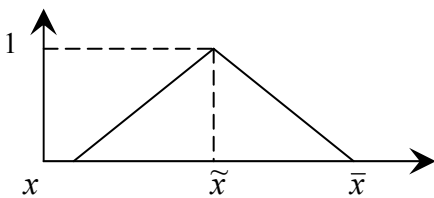
Нечітке число, як відомо, це нечітка підмножина універсальної множини дійсних чисел, що має нормальну та опуклу функцію належності. Нечіткі числа часто подають (відносно до економічних задач) у  $LR$ -формі. Нечітке число подане у  **$L$ - $R$ -формі**, якщо його функція належності має наступний вигляд:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{a}\right), & x \leq m, & a > 0, \\ R\left(\frac{m-x}{b}\right), & x > m, & b > 0. \end{cases}$$

Референт-функції  $L, R$  мають наступні властивості:  $L(0)=1$ ,  $R(0)=1$ ,  $L(x)$  монотонно зростає, а  $R(x)$  монотонно спадає на проміжку  $[0, +\infty)$ . Числа  $a, b$  – ліве та праве значення границі проміжку,  $m$  – вершина нечіткого  $L$ - $R$ -числа. Якщо  $a = b = 0$ , то нечітке число перетворюється у чітке число  $x = m$ . Нечітке  $L$ - $R$ -число записують у вигляді  $(m, a, b)$ .

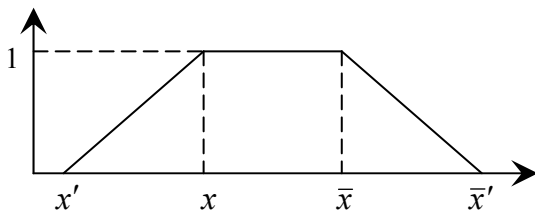
Функція належності трикутного нечіткого числа (використовують у випадку невизначеностей «приблизно дорівнює», «середнє значення», «схожий на ...» тощо) має вигляд:

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} 0, & \tilde{x} < \underline{x}, \\ \frac{\tilde{x}-x}{x-\underline{x}}, & \underline{x} < \tilde{x} < x, \\ 1, & \tilde{x} = x, \\ \frac{\bar{x}-\tilde{x}}{\bar{x}-x}, & x < \tilde{x} < \bar{x}, \\ 0, & \tilde{x} > \bar{x}. \end{cases}$$



Функція належності трапецієподібного нечіткого числа (використовують, наприклад, для невизначеностей «знаходиться в інтервалі») має вигляд:

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} 0, & \tilde{x} < \underline{x}', \\ \frac{\tilde{x} - \underline{x}'}{\underline{x} - \underline{x}'}, & \underline{x}' \leq \tilde{x} < \underline{x}, \\ 1, & \underline{x} \leq \tilde{x} < \bar{x}, \\ \frac{\bar{x}' - \tilde{x}}{\bar{x}' - \bar{x}}, & \bar{x} \leq \tilde{x} < \bar{x}', \\ 0, & \tilde{x} > \bar{x}'. \end{cases}$$



Відповідні трикутні та трапецієподібні нечіткі числа записують у вигляді  $(\underline{x}, \underline{x}, \bar{x})$  і  $(\underline{x}', \underline{x}, \bar{x}, \bar{x}')$  відповідно.

При проведенні економічного аналізу за допомогою нечітких підмножин частіше використовують трикутні (наприклад, як прогнозні значення параметру) та трапецієподібні нечіткі числа (наприклад, як спосіб невпевненої класифікації). Так, нехай прогноз з продажів деякої компанії заданий трьома функціями дійсної змінної:  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$  - песимістичного, середньоочікуваного та оптимістичного значення продаж, де  $t$  - час прогнозу. Тоді лінгвістична змінна «Прогноз продаж у момент  $T$ » є трикутним числом  $(f_1(T), f_2(T), f_3(T))$ .

Методика формалізації причинно-наслідкових зв'язків між змінними вхід-вихід у випадку нечітких вхідних даних за допомогою теорії нечітких множин та лінгвістичних змінних дає можливість проводити опис зв'язків природною мовою.

Формальне знання – це висловлювання на природній мові, яке має наступну структуру:

ЯКЩО  $(A_1 \Psi_1 A_2 \dots \Psi_{N-1} A_N)$  ТО  $B$ ,

де  $A_i, B$  – атомарні висловлювання (предикати),  $\Psi_i$  – логічні зв'язки виду та/або),  $N$  – вимірність умови. Атомарні висловлювання – вираз типу  $a\theta X$ , де  $a$  – аргумент (об'єкт, що визначається),  $\theta$  – логічна зв'язка належності вигляду «є»/«не є»,  $X$  – узагальнення (клас об'єктів). Класи об'єктів можуть бути нечіткими поняттями. Можуть також бути висновки з елементами невпевненості. Тому переходять до використання нечітких знань. Уводять набір лінгвістичних змінних із своєю терм-множиною значень:

$\theta$  = відношення належності = {«належить», «скоріш усього належить», «ймовірно належить», «не належить», «скоріш усього не належить», «ймовірно не належить», «існує»,..., «скоріш усього існує», «ймовірно існує», «скоріш усього не існує», «ймовірно не існує»};

$\Delta$  = відношення наслідків = {«впливає», «скоріш усього впливає»,..., «ймовірно впливає», «не впливає», «скоріш усього не впливає», «ймовірно не впливає»};

$AND/OR$  = відношення зв'язку = {«та/або», «скоріше та/або»,..., «ймовірніше і/або»}.

Уводячи ці змінні мається на увазі, що вони містять довільну кількість значень, ранжованих у деякому порядку. Носієм цих змінних може бути одиничний інтервал. Нечітким знанням вважають формалізм:

ЯКЩО  $(a_1 \theta_1 X_1 \psi_1 a_2 \theta_2 \dots a_N \theta_N X_N) \Delta a_{N+1} \theta_{N+1} X_{N+1}$ ,

де  $a_i, X_i$  – значення лінгвістичних змінних,  $\theta_i$  – значення змінної належності з  $\theta$ ,  $\psi_i$  – значення змінної зв'язку з  $AND/OR$ ,  $\Delta$  – терм-значення змінної наслідків з відношення  $\Delta$ . Прикладом нечіткого знання може бути висловлювання: «Якщо у підприємства у найближчій перспективі очікувані стійко низькі значення коефіцієнтів ліквідності та можливо наявне перевищення критичного рівня простроченої кредиторської заборгованості або хро-

нічне невиконання зобов'язань перед інвесторами, кредиторами та акціонерами, то скоріше всього підприємство у найближчий час збанкрутує». Нечіткі знання (на основі реалізації механізму нечітко-логічного виводу) активно використовуються для вироблення рекомендацій брокерів, аналізу доцільності інвестування в залежності від економічного оточення тощо.

### **3.1. Формалізація причинно-наслідкових зв'язків за нечітких даних для нечіткої моделі об'єкта економічного аналізу**

Розглянемо стандартну методику формалізації причинно-наслідкових зв'язків у випадку наявності нечітких вхідних даних для об'єкта з  $n$  входами та одним виходом. Згідно методики отримуються описи зв'язків природною мовою, будується нечітка база знань, яка є носієм експертної інформації. В результаті для заданого об'єкта з  $n$  входами та одним виходом, де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – вхідні змінні,  $y$  – вихідна, знаходять деякий вектор вхідних змінних  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ , який однозначно ставиться у відповідність  $y^*$  – значенню вихідної змінної. Змінні можуть бути як кількісними, так і якісними (наприклад, нечіткі терми – рівень безробіття, зайнятості, розвитку людського потенціалу, потенційні втрати довгострокових контрактів, об'єм продаж тощо; клас рішень –  $y$  є банкрут). Для кількісних змінних  $x_i, y$  відомі їх інтервали зміни значень  $U_i = [\underline{u}_i, \bar{u}_i]$ ,  $Y = [\underline{y}, \bar{y}]$ , відповідно. Ці інтервали далі розбивають на підінтервали наступним чином: наприклад для змінної  $y$  –

$$[\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{y}, y_1) \cup [y_1, y_2) \cup \dots \cup [y_{m-1}, \bar{y}]$$

(для інших аналогічно). Для якісних змінних  $x_i, y$  вважається, що відомі впорядковані множини їхніх значень  $U_i = \{v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^{k_i}\}$ ,  $Y = \{y'_1, y'_2, \dots, y'_m\}$ . За допомогою операції фазифікації кількісні змінні переводять у терми лінгвістичної форми. Далі з ними оперують як з якісними змінними, в кінці проводять дефазифікацію.

Нехай маємо терм-множини значень вхідних змінних  $A_i = \{a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^{k_i}\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , та відповідно терм-множину вихідних

значень  $y - D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ . Потужності терм-множин можуть бути різними. Можуть також відрізнятися назви термів для отриманих різних лінгвістичних змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Усі лінгвістичні терми  $a_i^p \in A_i$ ,  $d_j \in D$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $p = \overline{1, k_i}$ ,  $j = \overline{1, m}$  є нечіткими підмножинами, заданими на відповідних універсальних множинах  $U_i, Y$ , тобто

$$a_i^p = \sum_{i=1}^{k_i} \mu^{a_i^p}(v_i^p) | v_i^p,$$

$$d_j = \sum_{j=1}^m \mu^{d_j}(y_j) | y_j,$$

де  $\mu^{a_i^p}(v_i^k)$  - міра належності елементу  $v_i^p \in U_i$  терму  $a_i^p \in A_i$ ,  $p = \overline{1, k_i}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\mu^{d_j}(y_j)$  - міра належності елементу  $y_j \in Y$  терму  $d_j \in D$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Далі будують нечітку базу знань. Нехай для досліджуваного об'єкту відомо  $N$  дослідних даних, які пов'язують його вхід та вихід:  $N = k_1 + k_2 + \dots + k_m$  ( $k_j$  відповідає значенню  $d_j$  вихідної змінної  $y$ ,  $N$  менше числа повного перебору різних комбінацій можливих значень вхідних змінних). Перенумеруємо  $N$  дослідних даних наступним чином (для  $d_1, d_2, \dots, d_m$ ):

надамо номери для  $k_1$  комбінацій вхідних змінних, що дають результат  $d_1 - 11, 12, 13, \dots, 1 k_1$ ;

номери для  $k_2$  комбінацій вхідних змінних, що дають результат  $d_2 - 21, 22, 23, \dots, 1 k_2$ ;

і т.д. до  $k_m$  комбінацій вхідних змінних з результатом  $d_m - 11, 12, m3, \dots, m k_m$ .

Сформуємо таблицю розміру  $(n+1) \times N$ , в якій перші  $n$  стовпців відповідають вхідним змінним  $x_i, i = \overline{1, n}$ , останній стовпчик - значенням  $d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$  змінної  $y$ . Кожен рядок є комбіна-

цією значень вхідних змінних, віднесених експертами до одного із вихідних значень  $d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , причому перші  $k_1$  рядків відповідають вихідному значенню  $y = d_1$ , другі  $k_2$  – значенню  $y = d_2$ , і т.д., останні  $k_m$  – значенню  $y = d_m$ .

Таблиця 3.1

Номер вихідної комбінації значень	Вхідні змінні						Вихідна змінна
	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	...	$x_n$	$y$
11	$a_1^{11}$	$a_2^{11}$	...	$a_i^{11}$	...	$a_n^{11}$	$d_1$
12	$a_1^{12}$	$a_2^{12}$	...	$a_i^{12}$	...	$a_n^{12}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$1 k_1$	$a_1^{1k_1}$	$a_2^{1k_1}$	...	$a_i^{1k_1}$	...	$a_n^{1k_1}$	
...	...	...	...	...	...	...	...
j1	$a_1^{j1}$	$a_2^{j1}$	...	$a_i^{j1}$	...	$a_n^{j1}$	$d_j$
j2	$a_1^{j2}$	$a_2^{j2}$	...	$a_i^{j2}$	...	$a_n^{j2}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$j k_j$	$a_1^{jk_j}$	$a_2^{jk_j}$	...	$a_i^{jk_j}$	...	$a_n^{jk_j}$	
...	...	...	...	...	...	...	...
m1	$a_1^{m1}$	$a_2^{m1}$	...	$a_i^{m1}$	...	$a_n^{m1}$	$d_m$
m2	$a_1^{m2}$	$a_2^{m2}$	...	$a_i^{m2}$	...	$a_n^{m2}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$m k_m$	$a_1^{mk_m}$	$a_2^{mk_m}$	...	$a_i^{mk_m}$	...	$a_n^{mk_m}$	

Тоді в таблиці 3.1 елемент  $a_i^{jp}$  ( $a_i^{jp} \in A_i, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, p = \overline{1, k_j}$ ), що знаходиться на перетині  $i$ -го стовпця та  $jp$ -го ряд-



ка, буде відповідати лінгвістичній оцінці параметра  $x_i$  з номером  $j\rho$ . Отримана таблиця є матрицею знань.

Далі у матриці знань перевіряється наявність протилежних за змістом рядків, що відповідають правилам, які у випадку однакових вхідних змінних мають різні вихідні значення  $d_j, j = \overline{1, m}$ .

На практиці одним з методів вирішення проблеми є додавання до кожного з наведених далі логічних висловлювань ступені істинності з подальшим вибором з суперечливих одне одному правил того, для якого ця ступінь виявиться найбільшою.

Уведена матриця визначає систему логічних висловлювань типу “якщо – тоді – інакше”, які пов’язують значення всіх змінних  $x_1, \dots, x_n$  з одним із можливих вихідних значень  $d_j, j = \overline{1, m}$ . Тобто, на основі цієї матриці формується формалізм типу:

$$\begin{aligned}
 & \text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{11}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{11}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{11}) \\
 & \text{АБО } (x_1 = a_1^{12}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{12}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{12}), \\
 & \text{АБО } \dots, \\
 & \text{АБО } (x_1 = a_1^{1k_1}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{1k_1}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{1k_1}), \\
 & \text{ТОДІ } y = d_1, \text{ ІНАКШЕ} \\
 & \text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{21}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{21}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{21}) \\
 & \text{АБО } (x_1 = a_1^{22}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{22}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{22}), \\
 & \text{АБО } \dots, \\
 & \text{АБО } (x_1 = a_1^{2k_2}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{2k_2}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{2k_2}), \\
 & \text{ТОДІ } y = d_2, \text{ ІНАКШЕ} \\
 & \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{m1}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{m1}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{m1}) \\
& \text{АБО } (x_1 = a_1^{m2}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{m2}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{m2}), \\
& \text{АБО } \dots, \\
& \text{АБО } (x_1 = a_1^{mk_m}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{mk_m}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{mk_m}), \\
& \text{ТОДІ } y = d_m.
\end{aligned}$$

Отримана система нечітких логічних висловлювань є нечіткою базою знань. Її можна записати у вигляді:

$$\left( \bigcup_{p=1}^{k_j} \left[ \bigcap_{i=1}^n (x_i = a_i^{jp}) \right] \right) \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}.$$

Додавання ступені істинності для отриманих правил відбувається наступним чином. Якщо для  $jl$ -го логічного висловлювання,  $j = \overline{1, m}$ ,  $l = \overline{1, k_m}$ , маємо

$$\text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{jl}) \text{ ТА } (x_2 = a_2^{jl}) \text{ ТА } \dots \text{ ТА } (x_n = a_n^{jl}) \text{ ТОДІ } y = d_j,$$

то ступінь істинності обчислюється як

$$SP(jl) = \mu^{a_1^{jl}}(x_1) \mu^{a_2^{jl}}(x_2) \dots \mu^{a_n^{jl}}(x_n) \mu^{d_j}(y).$$

Для відображення ступеня впевненості експертів у кожному лінгвістичному правилі бази нечітких знань уводяться ваги  $w_{jp}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $p = \overline{1, k_j}$ , для правил (числа з інтервалу  $[0,1]$ ), які розміщують у додатковому стовпці.

Так як лінгвістичні оцінки  $a_i^{jp}$  ( $a_i^{jp} \in A_i, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, p = \overline{1, k_j}$ ) параметрів  $x_1, \dots, x_n$  є нечіткими підмножинами, що визначені на універсальних множинах  $U_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , то визначені функції належності  $\mu^{a_i^{jp}}(x_i)$  і функція належності  $\mu^{d_j}(x_1, \dots, x_n)$  вектора вхідних змінних значенню вихідної змінної  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , і отримується наступна система логічних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\mu^{d_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_{11} \left( \mu^{a_1^{11}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{11}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{11}}(x_n) \right) \vee \\
&\vee w_{12} \left( \mu^{a_1^{12}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{12}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{12}}(x_n) \right) \vee \dots \vee \\
&\vee w_{1k_1} \left( \mu^{a_1^{1k_1}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{1k_1}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{1k_1}}(x_n) \right), \\
\mu^{d_2}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_{21} \left( \mu^{a_1^{21}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{21}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{21}}(x_n) \right) \vee \\
&\vee w_{22} \left( \mu^{a_1^{22}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{22}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{22}}(x_n) \right) \vee \dots \vee \\
&\vee w_{2k_2} \left( \mu^{a_1^{2k_2}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{2k_2}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{2k_2}}(x_n) \right), \\
&\dots\dots\dots, \\
\mu^{d_m}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_{m1} \left( \mu^{a_1^{m1}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{m1}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{m1}}(x_n) \right) \vee \\
&\vee w_{m2} \left( \mu^{a_1^{m2}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{m2}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{m2}}(x_n) \right) \vee \dots \vee \\
&\vee w_{mk_m} \left( \mu^{a_1^{mk_m}}(x_1) \wedge \mu^{a_2^{mk_m}}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu^{a_n^{mk_m}}(x_n) \right),
\end{aligned}$$

або

$$\mu^{d_j}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{p=1}^{k_j} \left( w_p \left( \bigwedge_{i=1}^n \mu^{a_i^p}(x_i) \right) \right), \quad j = \overline{1, m}. \quad (3.1)$$

Тоді, в результаті нечіткого логічного виводу маємо:

$$y^* = \arg \max_{\{d_1, \dots, d_m\}} [\mu^{d_j}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)]$$

для фіксованого вектору вхідних змінних  $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ .

Тобто, серед мінімальних значень функції належності у кожному  $j$ -му правилі,  $j = \overline{1, m}$ , необхідно знайти найбільше для кожного нечіткого терму  $d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Маємо визначенням таке значення  $d_j^*$ , функція належності якого максимальна:

$$\mu^{d_j^*}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = \max_{j=1, m} [\mu^{d_j}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)].$$

Якщо вихідна змінна  $y$  є кількісною, тобто  $Y = [\underline{y}, \overline{y}]$ , додатково проводиться операція дефазифікації.

### 3.2. Побудова функцій належності вхідних змінних

Нехай для заданого об'єкту з  $n$  входами та одним виходом,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – вхідні змінні,  $y$  – вихідна, знаходять деякий вектор вхідних змінних  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ , який однозначно ставиться у відповідність  $y^*$  – значенню вихідної змінної. Для формування нечітких термів, що використовуються при оцінці значень лінгвістичних змінних, які входять до моделі, необхідно отримати відповідні функції належності.

Так як функції належності є деякою не ймовірнісною суб'єктивною мірою нечіткості, яка звичайно визначається опитом експертів про ступінь відповідності елементу до поняття, що формалізується нечіткою підмножиною, та є числовою оцінкою лінгвістичної невизначеності, пов'язаної з неоднозначністю категорій міркування людини, то при їх побудові з кожною нечіткою множиною асоціюють деяку властивість, ознаку, атрибут, що характеризує визначену сукупність об'єктів. Існують прямі (метод відносних частот, інтервальний, параметричний та ін.) та непрямі методи (метод парних порівнянь Сааті, його модифікації тощо) побудови функцій належності.

Як відомо, прямі методи є доцільним використовувати для властивостей, ознак і атрибутів, що вимірюються (наприклад, час). При їх використанні не потрібно точного поточкового задання функції належності, достатньо зафіксувати вигляд функції належності та характерні точки, за якими апроксимується функція належності (часто типові функції належності) своїм дискретним аналогом. Непрямі методи використовують у випадках, коли вимірювані властивості об'єктів відсутні.

У задачах економічного та фінансового аналізу застосовують непрямі методи побудови функцій належності. Для прикладу розглянемо один з методів побудови функцій належності, який використовує матрицю парних порівнянь універсальної множини.

Нехай маємо задану лінгвістичну змінну  $u$  та універсальну множину, на якій задається змінна  $u$ . Для оцінки змінної  $u$  задана сукупність термів. Нехай  $S$  - деяка властивість, що розглядається як лінгвістичний терм. Нечітка підмножина, за допомогою якої формалізується терм, являє собою сукупність пар

$$\bar{S} = \left\{ \frac{\mu_s(u_1)}{u_1}, \frac{\mu_s(u_2)}{u_2}, \dots, \frac{\mu_s(u_n)}{u_n} \right\},$$

де  $\{u_1, u_2, \dots, u_n\} = U$  - універсальна множина, на якій задається нечітка множина,  $\bar{S} \subset U$ ;  $\mu_S(u_i)$  - ступінь належності елемента  $u_i \in U$  до нечіткої підмножини  $\bar{S}$ . Ідея методу ґрунтується на ідеї розподілу ступенів належності елементів універсальної множини відповідно до їхніх рангів, якщо рангом елемента  $u_i \in U$  називають число  $r_s(u_i)$ , що характеризує важливість (вагу) цього елемента у формуванні властивості, яка описується нечітким термом  $\bar{S}$ .

Припустимо, що має місце: чим більший ранг елемента  $r_s(u_i) = r_i$ , тим більша його ступінь належності  $\mu_S(u_i) = \mu_i$ , правило розподілу ступенів належності можна задати у вигляді (за умов проведення нормування):

$$\frac{\mu_1}{r_1} = \frac{\mu_2}{r_2} = \dots = \frac{\mu_n}{r_n} \text{ та } \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n = 1.$$

Визначимо ступінь належності універсальної множини  $U$  через ступінь належності кожного фіксованого елемента  $u_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Якщо опорним є елемент  $u_1 \in U$  з функцією належності  $\mu_1$ , то

$$\mu_2 = \frac{r_2}{r_1} \mu_1, \mu_3 = \frac{r_3}{r_1} \mu_1, \dots, \mu_n = \frac{r_n}{r_1} \mu_1.$$

Для опорного елемента  $u_2 \in U$  з функцією належності  $\mu_2$

$$\mu_1 = \frac{r_1}{r_2} \mu_2, \mu_3 = \frac{r_3}{r_2} \mu_2, \dots, \mu_n = \frac{r_n}{r_2} \mu_2.$$

І т.д. до останнього елемента  $u_n \in U$  з функцією належності  $\mu_n$

$$\mu_1 = \frac{r_1}{r_n} \mu_n, \mu_2 = \frac{r_2}{r_n} \mu_n, \dots, \mu_{n-1} = \frac{r_{n-1}}{r_n} \mu_n.$$

Враховуючи наведені вище припущення (умови нормування) маємо

$$\mu_1 = (1 + \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_3}{r_1} + \dots + \frac{r_n}{r_1})^{-1},$$

$$\mu_2 = (\frac{r_1}{r_2} + 1 + \frac{r_3}{r_2} + \dots + \frac{r_n}{r_2})^{-1},$$

...

$$\mu_n = (\frac{r_1}{r_n} + \frac{r_2}{r_n} + \frac{r_3}{r_n} + \dots + \frac{r_{n-1}}{r_n} + 1)^{-1}.$$

Тепер ступені належності  $\mu_S(u_i)$  елементів  $u_i \in U$  до нечіткого терму  $\bar{S}$  можна обчислити за абсолютними оцінками рівнів  $r_s(u_i) = r_i$  (отриманими, наприклад, на основі експертних оцінок)

та відносними оцінками рангів  $\frac{r_i}{r_j} = a_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ , що утво-

рюють матрицю

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{r_2}{r_1} & \dots & \frac{r_n}{r_1} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{r_1}{r_n} & \frac{r_2}{r_n} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

яка є симметричною, транзитивною ( $a_{ik}a_{kj} = a_{ij}$ ).

Тому через відомі елементи одного рядка матриці  $A$  легко знайти елементи інших рядків. Якщо відомі елементи деякого  $k$ -го рядка ( $a_{kj}, j = \overline{1, n}$ ), то елементи  $i$ -го рядку

$$a_{ki} = a_{ki}a_{ij}, a_{ij} = a_{kj} / a_{ki}, \text{ де } i, j = \overline{1, n}.$$

Оскільки матриця  $A$  може бути інтегрована як матриця парних порівнянь рангів, то для експертної оцінки елементів цієї матриці можна скористатися шкалою Сааті.

Проте подібна побудова функцій належності не може бути використана у випадку, якщо змінна  $u$  є неперервною. В цьому випадку для задач економічного змісту використовують лінійне інтерполювання.

### 3.3. Аналіз можливості банкрутства підприємства

Розглянемо побудову нечіткої моделі для аналізу можливого банкрутства підприємства, компанії та ін. (аналогічним чином можна аналізувати, наприклад, ризик фондових інвестицій, рівень менеджменту підприємства, оцінку інвестиції проекту (ефективність інвестицій), стабільність установи, в деякому розумінні, за наявності яких-небудь кризових явищ). В даній моделі в якості вхідних змінних використовуються кількісні (фінансові) та якісні (індикаторні) показники економічного аналізу стану підприємства. Задача полягає в проведенні аналізу ступеню можливості банкрутства за результатами роботи обраного підприємства, наприклад, за деякими кварталами або роками, згідно стандартної методики формалізації причинно-наслідкових зв'язків за наявності нечітких даних.

Нехай змінна «стан підприємства за результатами роботи» визначена на заданій множині  $E$  – впорядкованій множині станів підприємства, отриманих за результатами роботи. Ця змінна є лінгвістичною, її терм-множина  $E = \{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$ , де:  $E_1$  = «максимальне неблагополуччя»,  $E_2$  = «неблагополуччя»,  $E_3$  = «середнє благополуччя»,  $E_4$  = «відносне благополуччя»,  $E_5$  = «максимальне благополуччя». Множині станів підприємства  $E$  відповідає вихідна впорядкована множина  $G$ , що вказує ступені ризику банкрутства підприємства,  $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\}$ , та є терм-множиною вихідної змінної «ризик банкрутства». Маємо:  $G_1$  = {максимальна ступінь ризику банкрутства},  $G_2$  = {висока ступінь ризику банкрутства},  $G_3$  = {середня ступінь ризику банкрутства},  $G_4$  = {низька ступінь ризику банкрутства},  $G_5$  = {незначна ступінь ризику банкрутства}. Носієм множини  $G \in [0,1]$ . В якості вхідних змінних експертами для даного підприємства було введено наступну множину показників із повними наборами значень:

$X_1$  – наявність грошових коштів на рахунках,  $[0, \infty[$  ;

$X_2$  – наявність дебіторської заборгованості,  $[0, \infty[$  ;

$X_3$  – зменшення обсягів вироблення продукції, якісний (наприклад: дуже сильне, суттєве, незначне, ...);

$X_4$  – зменшення обсягів реалізації продукції, якісний;

$X_5$  – наявність та зміни у портфелі заказів, якісний;

$X_6$  – застарілість устаткування, якісний;

$X_7$  – конфлікти на виробництві, втрата цінних співробітників, якісний;

$X_8$  – наявність позикового капіталу,  $[0, \infty[$ .

Для всіх показників, що використовуються в аналізі повинно обов'язково виконуватися правило: збільшення вхідного показника викликає зменшення вихідного показника (в нашому прикладі – ступеня ризику банкрутства). Якщо збільшення вхідного показника викликає збільшення вихідного показника, то використовують показник, спряжений до нього (наприклад, показник частки позикових коштів та показник долі власних коштів у активах). В обраному прикладі показники, що уведені вище, є важливими на думку експертів, але потребують змін. Набором показників, які вважаються експертами впливовими на оцінку ризику банкрутства підприємства та відповідно оцінюють різні сторони його діяльності буде наступний (за Недосекіним О.О.):

$X_1$  – коефіцієнт автономії (відношення власного капіталу до валюти балансу);

$X_2$  – коефіцієнт забезпеченості оборотних активів (відношення чистого оборотного капіталу до оборотних активів);

$X_3$  – коефіцієнт проміжної ліквідності (відношення суми грошових коштів та дебіторської заборгованості до короткострокових пасивів);

$X_4$  – коефіцієнт абсолютної ліквідності (відношення суми грошових засобів до короткострокових пасивів);

$X_5$  – оборотність усіх активів у річному обчисленні (відношення виручки від реалізації до середньої за період вартості активів);

$X_6$  – рентабельність усього капіталу (відношення чистого прибутку до середньої за період вартості активів);

$X_7$  – коефіцієнт відносної кількості набраних індикаторних балів (відношення набраних балів за Аргенті до максимальної кількості, 100).

Останній показник не задовольняє вказаному вище правилу: збільшення вхідного показника викликає зменшення вихідного показника. Тому його треба замінити, наприклад, на наступний: відношення різниці максимальної кількості балів та наявної кількості набраних балів за Аргенті до максимальної кількості балів.



Для всіх показників задамо терм-множини, наприклад, типу (для кількісних після проведення операції фазифікації):  $B_{i1}$  – «дуже низький рівень показника  $X_i$ »;  $B_{i2}$  – «низький рівень показника  $X_i$ »;  $B_{i3}$  – «середній рівень показника  $X_i$ »;  $B_{i4}$  – «високий рівень показника  $X_i$ »;  $B_{i5}$  – «дуже високий рівень показника  $X_i$ ». Крім того, припустимо, що виконується для уведених лінгвістичних змінних відповідність їх терм-множин  $E$ ,  $G$ ,  $B_i$ . Виконання цього припущення впливає на вірність кількісної класифікації рівнів показників та визначення рівня значущості показника у системі результуючої оцінки.

Співставимо кожному показнику  $X_i$  рівень його значущості для аналізу, який позначимо  $r_i$ . Щоб оцінити цей рівень, впорядковують усі показники в порядку зменшення значущості, тобто, щоб виконувалось правило  $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_n$ . Далі експертами-аналітиками проводиться впорядкування показників в порядку зменшення їх значущості. Наприклад, Недосекінім О.О. наводиться така ситуація: «Промислове підприємство, яке було приватизоване й не пристосувалося до нових умов господарювання збиткове й нерентабельне. Але воно має досить велику кількість неліквідного застарілого устаткування, а також виробничі помешкання. Доля цього майна в активах компанії висока, що вказує на високий рівень її фінансової автономії. Але ця автономія, виміряна за балансом, мало що дає з точки зору оцінки ризику банкрутства, так як власне майно підприємства, внаслідок його неліквідності, не може виступити засобом погашення наявної заборгованості, а також виступити засобом застави при кредитуванні». На основі цього робиться висновок, що фінансовий показник автономії повинен займати у вибраній системі показників (для цього підприємства) одне з останніх місць.

Після отримання проранжованої системи показників шукають значущість (ранг)  $r_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , кожного показника. Найчастіше, коли про рівень значущості показників нічого не відомо крім наявності впорядкованості за зменшенням, для цього використовують правило Фішберна, згідно якого:

$$r_i = \frac{2(n-i+1)}{(n-1)n} \text{ ,}$$

За цим правилом отримана оцінка відповідає максимальній ентропії наявної інформаційної невизначеності про об'єкт дослідження. Якщо всі показники мають рівний рівень значущості (коли системи переваг немає), то  $r_i = \frac{1}{n}$ .

Будуємо класифікацію для значень показника наявного ступеня ризику  $g$  як елементу терм-множини  $G$ , що вказує ступені ризику банкрутства підприємства,  $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\}$ . Нехай значення  $0,8 < g < 1$  відповідають терму  $G_1$ , значення  $0,6 < g < 0,8$  – терму  $G_2$ , значення  $0,4 < g < 0,6$  – терму  $G_3$ , значення  $0,2 < g < 0,4$  –  $G_4$ , а значення  $0 < g < 0,2$  – терму  $G_5$ .

Будуємо класифікацію для можливих значень  $x_i^j$  показників  $X_i$  як елементів відповідних терм-множин  $B_i$ . Вважаємо що, отримали результати, які відображені у табл. 3.2.

Таблиця 3.2.

	$B_{i1}$	$B_{i2}$	$B_{i3}$	$B_{i4}$	$B_{i5}$
$X_1$	$x_1 < b_{11}$	$b_{11} \leq x_1 < b_{12}$	$b_{12} \leq x_1 < b_{13}$	$b_{13} \leq x_1 < b_{14}$	$b_{14} \leq x_1$
$X_2$	$x_2 < b_{21}$	$b_{21} \leq x_2 < b_{22}$	$b_{22} \leq x_2 < b_{23}$	$b_{23} \leq x_2 < b_{24}$	$b_{24} \leq x_2$
...	...	...	...	...	...
$X_n$	$x_n < b_{n1}$	$b_{n1} \leq x_n < b_{n2}$	$b_{n2} \leq x_n < b_{n3}$	$b_{n3} \leq x_n < b_{n4}$	$b_{n4} \leq x_n$

Далі можна визначити ступені належності  $\mu_{B_{ij}}(x_i)$  елементів  $x_i \in X_i$  для відповідних значень  $B_{ij}$  терм-множин  $B_i$  враховуючи абсолютні оцінки рівнів  $r_j(X_i) = r_{ij}$  та проводячи фазифікацію.

Нехай маємо наступні оцінки наявних значень показників  $X_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , за визначеними періодами (роки, квартали тощо) (табл. 3.3).

Таблиця 3.3.

$X_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	...	...	$X_n$
Значення за 1 період	$x_1$	$x_2$	$x_2$	...	...	...	$x_n$
.....							

Значення за останній період	$x_1$	$x_2$	$x_2$	...	...	...	$x_n$
-----------------------------------	-------	-------	-------	-----	-----	-----	-------

Для заданих оцінок наявних значень показників  $X_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , для кожного періоду окремо проведемо класифікацію належності до підмножин  $B_{ij}$  терм-множин  $B_i$  за таблицею 3.2 (табл. 3.4), де

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} 1, & b_{i(j-1)} \leq x_i < b_{ij}, \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Таблиця 3.4.

Показники	Результати класифікації за підмножинами				
	$B_{i1}$	$B_{i2}$	$B_{i3}$	$B_{i4}$	$B_{i5}$
$X_1$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{13}$	$\lambda_{14}$	$\lambda_{15}$
$X_2$	$\lambda_{21}$	$\lambda_{22}$	$\lambda_{23}$	$\lambda_{24}$	$\lambda_{25}$
...	...	...	...	...	...
$X_n$	$\lambda_{n1}$	$\lambda_{n2}$	$\lambda_{n3}$	$\lambda_{n4}$	$\lambda_{n5}$

Тепер оцінимо ступінь ризику можливого банкрутства підприємства за кожним періодом. Для цього на кожному періоді обчислимо:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^n r_i \lambda_{ij},$$

де  $g_j = 0,9 - 0,2(j-1)$  за прийнятим вище. Обчислені значення показника наявного ступеня ризику  $g$  як елементу терм-множини  $G$  дозволяють для кожного досліджуваного періоду отримати висновки про ступінь можливого банкрутства для підприємства у лінгвістичній формі. В результаті, за отриманою динамікою ступені можливого банкрутства підприємства на основі інформації, що одержана за всі надані періоди, можна сформулювати у лінгвістичній формі загальний діагностичний висновок про можливу тенденцію ризику банкрутства.

### 3.3.1. Приклад проведення аналізу за впевненої класифікації

Наведемо простий числовий приклад. Нехай  $r_i = 1/7$ . Значення показника наявного ступеня ризику  $g$  визначені аналогічно вказаному у розділі 3.3. Маємо можливі значення  $x_i^j$  показників  $X_i$  та їх впевнену класифікацію як елементів відповідних терм-множин  $B_i$ , що наведені у таблиці 3.5 за даними експертів (за Недоскіним О.О.).

Таблиця 3.5.

	$B_{i1}$	$B_{i2}$	$B_{i3}$	$B_{i4}$	$B_{i5}$
$X_1$	$x_1 < 0,15$	$0,15 \leq x_1 < 0,25$	$0,25 \leq x_1 < 0,45$	$0,45 \leq x_1 < 0,65$	$0,65 \leq x_1$
$X_2$	$x_2 < 0$	$0 \leq x_2 < 0,09$	$0,09 \leq x_2 < 0,3$	$0,3 \leq x_2 < 0,45$	$0,45 \leq x_2$
$X_3$	$x_3 < 0,55$	$0,55 \leq x_3 < 0,75$	$0,75 \leq x_3 < 0,95$	$0,95 \leq x_3 < 1,4$	$1,4 \leq x_3$
$X_4$	$x_4 < 0,025$	$0,025 \leq x_4 < 0,09$	$0,09 \leq x_4 < 0,3$	$0,3 \leq x_4 < 0,55$	$0,55 \leq x_4$
$X_5$	$x_5 < 0,1$	$0,1 \leq x_5 < 0,2$	$0,2 \leq x_5 < 0,35$	$0,35 \leq x_5 < 0,65$	$0,65 \leq x_5$
$X_6$	$x_6 < 0$	$0 \leq x_6 < 0,01$	$0,01 \leq x_6 < 0,08$	$0,08 \leq x_6 < 0,3$	$0,3 \leq x_6$
$X_7$	$x_7 < 0,22$	$0,22 \leq x_7 < 0,333$	$0,333 \leq x_7 < 0,54$	$0,54 \leq x_7 < 0,7$	$0,7 \leq x_7$

Задані значення використаних показників за перші два квартали року (як вхідних змінних) вказані у таблиці 3.6. За уведеною вище методикою проведемо аналіз можливого банкрутства підприємства.

Таблиця 3.6.

$X_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_n$
I квартал	0,839	0,001	0,348	0,001	0,162	-0,04	0,369
II квартал	0,822	-0,060	0,208	0,0001	0,186	-0,043	0,136

Проведемо класифікацію цих значень щодо належності до підмножин  $B_i$  таким же чином, як виконували для таблиці 3.4. (табл. 3.7).

Значення  $\lambda_{ij}$  можна інтерпретувати як значення функцій належності  $\mu_i(B)$ ,  $i = \overline{1,7}$ ,  $j = \overline{1,7}$ , що у випадку впевненої класифіка-

ції мають множину значень  $\{0,1\}$  (0 якщо значення не належить підмножині, 1 – якщо належить).

Таблиця 3.7.

$x_i$	I					II				
	$\lambda_{i1}$	$\lambda_{i2}$	$\lambda_{i3}$	$\lambda_{i4}$	$\lambda_{i5}$	$\lambda_{i1}$	$\lambda_{i2}$	$\lambda_{i3}$	$\lambda_{i4}$	$\lambda_{i5}$
$x_1$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$x_2$	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_3$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_4$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
$x_6$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_7$	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0

Далі отримаємо оцінку степені можливого банкрутства за кожним кварталом:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^7 r_i \lambda_{ij}.$$

Маємо, для першого кварталу  $g_I \approx 0.67$ , для другого -  $g_{II} \approx 0.757$ , що вказує на стало високий ступінь можливого банкрутства підприємства.

Крім того, з таблиці 3.7 можна зробити висновок про якісне падіння забезпеченості оборотних активів та збільшення набраних балів за Аргенті.

### 3.3.2. Приклад проведення аналізу за нечіткої класифікації

Для випадку, коли наявна невпевненість експертів у класифікації показника ступеню ризику використовують лінгвістичні змінні із нечіткими терм-множинами, для яких будують функції належності у трапецеїдальній формі представлення. Верхня основа

трапеції відповідає повній впевненості експерта у вірності своєї класифікації, а нижня – впевненості у тому, що ніякі інші значення інтервалу  $(0,1)$  не попадуть у вибрану нечітку підмножину.

Експертна система на базі нечітких знань буде містити такий механізм нечітко-логічного виводу, щоб зробити висновок про ступінь можливого банкрутства підприємства (ефективності інвестицій, менеджменту та ін.) на основі усієї необхідної вихідної інформації, що одержується від користувача. Звичайно, що від кількості знань в системі та точності опису залежать результати проведеного аналізу.

Отже, в цьому випадку терм-множини  $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5$  лінгвістичної змінної  $E$ , терм-множини  $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5$  лінгвістичної змінної  $G$  та терм-множини  $B_{i1}, B_{i2}, B_{i3}, B_{i4}, B_{i5}$  є нечіткими підмножинами. Носієм множини  $G$  є інтервал  $[0,1]$ . Значення показника наявного ступеня ризику  $g$  також визначають на інтервалі  $[0,1]$ . Класифікація рівню показника наявного ступеня ризику  $g$  відносно множини  $G$ , що вказує ступені можливого банкрутства,  $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\}$ , може проводитися згідно ступені оцінкової впевненості, в якості якої виступає побудована функція належності (наприклад, табл. 3.8).

Таблиця 3.8.

$g$	Класифікація рівня параметра	Ступінь оцінкової впевненості (функція належності)
$0 \leq g \leq 0.15$	$G_5$	$\mu_5 = 1$
$0.15 < g < 0.25$	$G_5$	$\mu_5 = 10 \cdot (0.25 - g)$
	$G_4$	$\mu_4 = 1 - \mu_5$
$0.25 \leq g \leq 0.35$	$G_4$	$\mu_4 = 1$
$0.35 < g < 0.45$	$G_4$	$\mu_4 = 10 \cdot (0.45 - g)$
	$G_3$	$\mu_3 = 1 - \mu_4$
$0.45 \leq g \leq 0.55$	$G_3$	$\mu_3 = 1$
$0.55 < g < 0.65$	$G_3$	$\mu_3 = 10 \cdot (0.65 - g)$
	$G_2$	$\mu_2 = 1 - \mu_3$
$0.65 \leq g \leq 0.75$	$G_2$	$\mu_2 = 1$
$0.75 < g < 0.85$	$G_2$	$\mu_2 = 10 \cdot (0.85 - g)$

	$G_1$	$\mu_1 = 1 - \mu_2$
$0.85 \leq g \leq 1.0$	$G_1$	$\mu_1 = 1$

Далі будується нечітка класифікація та проводиться фазифікація для можливих значень  $x_i^j$  показників  $X_i$  як елементів відповідних нечітких терм-множин  $B_i$ , результат якої наведений у таблиці 3.9.

Задані значення використаних показників за перші два квартали року (як вхідних змінних) маємо вказаними у таблиці 3.6. Результати класифікації цих значень за належністю до підмножин  $B_i$  вказані у таблиці 3.10. В цій таблиці значення  $\lambda_{ij}$  відповідають значенням функцій належності  $\mu_i(B)$ ,  $i = \overline{1,7}$ ,  $j = \overline{1,7}$ , множина значень яких є інтервалом  $[0,1]$ .

Аналогічним чином отримаємо оцінку ступені можливого банкрутства за кожним кварталом:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^7 r_i \lambda_{ij},$$

де  $g_j = 0,9 - 0,2(j-1)$ .

Маємо, для першого кварталу  $g_I \approx 0.677$ , для другого значення оцінки ступені можливого банкрутства трохи зростає -  $g_{II} \approx 0.751$ .

Проводимо класифікацію одержаних значень ступеня ризику у відповідності до таблиці 3.8, що дасть можливість отримати лінгвістичний опис ступеню ризику банкрутства та ступінь впевненості експертів у вірності такої класифікації.

Лінгвістичне розпізнавання ступені ризику за таблицею 3.8 дає ступінь можливості банкрутства як міжшарову між високим ступенем та максимальним ступенем можливості банкрутства, причому впевненість експертів від I-го кварталу до II-го зменшується у тому, що наявний рівень відповідає саме високому ступеню.

Таблица 3.9.

$x_i$	$B_{i1}$	$B_{i2}$	$B_{i3}$	$B_{i4}$	$B_{i5}$
$x_1$	(0,0,0.1,0.2)	(0.1,0.2,0.25,0.3)	(0.25,0.3,0.45,0.5)	(0.45,0.5,0.6,0.7)	(0.6,0.7,1,1)
$x_2$	(-1,-1,-0.005,0)	(-0.005,0,0.09,0.11)	(0.09,0.11,0.3,0.35)	(0.3,0.35,0.45,0.5)	(0.45,0.5, 1, 1)
$x_3$	(0,0,0.5,0.6)	(0.5,0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9,1)	(0.9,1,1.3,1.5)	(1.3,1.5, $\infty$ , $\infty$ )
$x_4$	(0,0,0.02,0.03)	(0.02,0.03,0.08,0.1)	(0.08,0.1,0.3,0.35)	(0.3,0.35,0.5,0.6)	(0.5,0.6, $\infty$ , $\infty$ )
$x_5$	(0,0,0.12,0.14)	(0.12,0.14,0.18,0.2)	(0.18,0.2,0.3,0.4)	(0.3,0.4,0.5,0.8)	(0.5,0.8, $\infty$ , $\infty$ )
$x_6$	( $-\infty$ , $-\infty$ ,0,0)	(0,0,0.006,0.01)	(0.006,0.01,0.06,0.1)	(0.06,0.1,0.225,0.4)	(0.225,0.4, $\infty$ , $\infty$ )
$x_7$	(0,0,0.16,0.2)	(0.16,0.2,0.23,0.27)	(0.23,0.27,0.35,0.4)	(0.35,0.4,0.6,0.8)	(0.6,0.8, 1, 1)



Таблиця 3.10.

$x_i$	I					II				
	$\lambda_{i1}$	$\lambda_{i2}$	$\lambda_{i3}$	$\lambda_{i4}$	$\lambda_{i5}$	$\lambda_{i1}$	$\lambda_{i2}$	$\lambda_{i3}$	$\lambda_{i4}$	$\lambda_{i5}$
$x_1$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$x_2$	0	0.8	0.2	0	0	1	0	0	0	0
$x_3$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_4$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_5$	0	1	0	0	0	0	0,6	0,4	0	0
$x_6$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$x_7^*$	0	0.4	0.6	0	0	1	0	0	0	0

Крім того, отриманий лінгвістичний висновок може мати вигляд: ЯКЩО фінансові показники  $X_j, j = \overline{1,7}$  мають дуже низький/низький/середній/високий/дуже високий рівень (із урахуванням рівня значущості), ТО можливість банкрутства максимальна/висока/середня/низька/незначна.

При проведенні комплексної діагностики ризику банкрутства (рівня менеджменту та ін.) підприємства звичайно використовують систему нечітких знань та атомарні предикати з нечіткими логічними зв'язками типу: показник  $X_j$  суттєво більш значущий (більш значущий, суттєво менш значущий тощо), ніж показник  $X_{j'}$ .

#### **4. Використання когнітивного моделювання для керування слабоструктурованими системами в економіці**

Одним із сучасних підходів для проведення аналізу та розв'язання комплексних економічних задач керування є використання когнітивного моделювання як методу, що забезпечує визначення сили і напрямку впливу факторів на переведення об'єкту керування у визначений цільовий стан з урахуванням схожості та різниці у впливі різних факторів на цей об'єкт.

У задачах керування складними економічними системами метою є досягнення змін у станах систем у деяку бажану сторону, а об'єктом керування – область проблеми, що розглядається як динамічна ситуація, складена з множини різнорідних (взаємодіючих напряму або опосередковано) факторів. Проте часто досліджувані ситуації є слабо структурованими (ознаки слабо структурованості: недостатня визначеність факторів та зв'язків між ними; зміни параметрів системи можуть привести до суттєвих змін її структури, які важко передбачити; наявність якісних значень факторів або ступеня їх впливу, можливі нечіткі представлення, лінгвістичні оцінки, утворюючі лінійно впорядковану шкалу; значення параметрів ситуації отримані за даними експертів, тому є їх суб'єктивними оцінками). Економічні системи, що діють у слабоструктурованих ситуаціях, еволюціонують у часі, причому для них є характерною можливість зникнення частини зв'язків або факторів, зміни сили зв'язків. Тотожність таких систем підтверджується тільки еволюційно (як саме вони перейшли з одного стану в інший). Прикладом таких систем є регіональні або галузеві моделі різних соціально-економічних систем, моделі, що виникають при розрахунках бізнес-планів та інші моделі, що виходять за область релевантності (діапазону в межах якого зберігається фіксована модель поведінки витрат).

Основою методу когнітивного моделювання є використання когнітивної карти (когнітивна карта ситуації виступає в якості формальної моделі).

Під когнітивною картою розуміють орієнтований граф, ребрам якого поставлені у відповідність деякі ваги. Вершинами цього графу є множина факторів (концептів), що визначають ситуацію, орієнтованими ребрами – причинно-наслідкові зв'язки між факто-

рами. Когнітивні карти можуть бути засобом структурування та формалізації ситуації або засобом її аналізу.

Спочатку в якості когнітивних карт використовували знакові графи, в яких ребра мають ваги +1, -1, знаки «+» та «-» позначають відповідно додатній та від'ємний зв'язок або характер впливу, а вага шляху є добутком значень ваги його ребер, причому за наявності додатних та від'ємних зв'язків у шляху від однієї вершини до іншої характер впливу факторів невизначений. Звичайно, що за таких обмежень багато ситуацій неможливо проаналізувати. Для підтвердження вказаного розглянемо класичний приклад (рис. 4.1) аналізу ситуації з енергопостачання з використанням когнітивної карти.

#### Приклад 4.1. Когнітивна карта енергопостачання регіону.

Вплив фактору "Споживання електроенергії" на фактор "Вартість електроенергії" на рис. 4.1 має два шляхи. Шлях довжини 1 (прямий вплив) – додатний: зростання споживання (попиту) тут веде до збільшення вартості. Шлях довжини 2: зростання споживання (попиту) повинно викликати зростання енергетичних потужностей, яке, відповідно, повинне зменшити вартість електроенергії. Сумарний вплив буде невизначеним. Цикл "Споживання електроенергії" – "Стан навколишнього середовища" – "Населеність" є від'ємним: вважають, що стан навколишнього середовища напряму додатно впливає на збільшення населення, а споживання електроенергії погіршує стан довкілля. Тому в цьому циклі можливі коливання станів

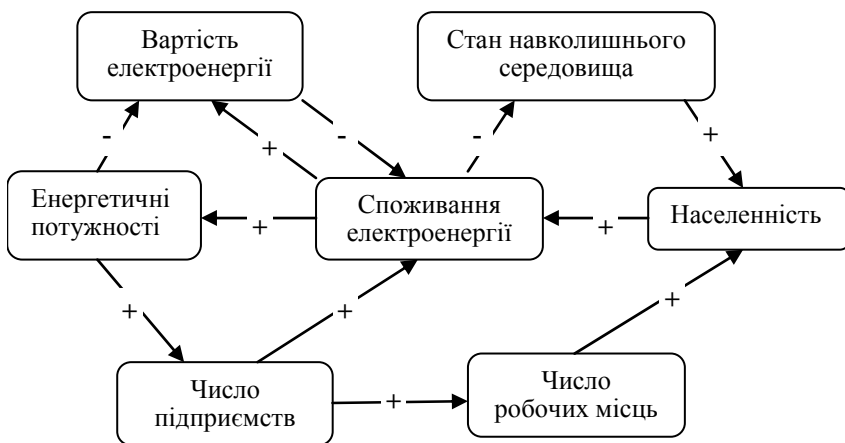


Рис. 4.1. Когнітивна карта енергопостачання регіону.

усіх трьох факторів. Цикл "Число підприємств" – "Споживання електроенергії" – "Енергетичні потужності" додатний (припускається, що зростання енергетичних потужностей прямо впливає на збільшення числа підприємств), а тому в ньому можливе постійне зростання всіх трьох факторів. Це ж стосується і циклу з 5 факторів, який отримується додаванням факторів "Населеність" і "Число робочих місць".

Використання нечітких когнітивних карт у різних модифікаціях як більш загального засобу аналізу ситуації привело до більш широкого використання когнітивного моделювання. В нечітких когнітивних картах ваги ребер – числа з відрізка  $[-1, 1]$  або значення з деякої лінгвістичної шкали, які характеризують силу впливу відповідного зв'язку чи ступінь впевненості у наявності цього зв'язку.

#### Приклад 4.2. Аналіз впливів у нечітких когнітивних картах.

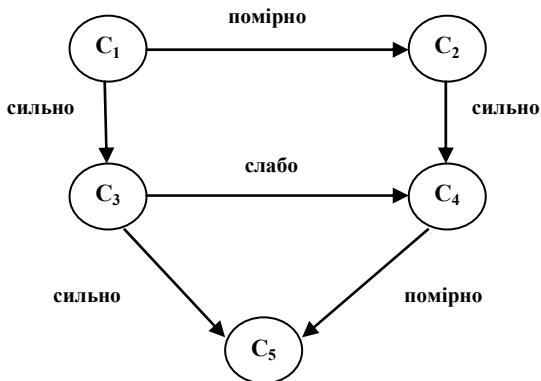


Рис. 4.2. Нечітка когнітивна карта.

У прикладі 4.2 ваги всіх ребер приймають значення з лінгвістичної шкали {слабо, помірно, сильно}. Для аналізу впливу фактору  $C_1$  на  $C_5$  необхідно розглянути всі існуючі шляхи від фактору  $C_1$  до  $C_5$ . В графі таких шляхів три:  $I_1(C_1, C_5) = \{C_1, C_3, C_5\}$ ,  $I_2(C_1, C_5) = \{C_1, C_3, C_4, C_5\}$ ,  $I_3(C_1, C_5) = \{C_1, C_2, C_4, C_5\}$ . За кожним шляхом обраховуються непрямі впливи  $C_1$  на  $C_5$ :

$$I_1(C_1, C_5) = \min\{w_{13}, w_{35}\} = \min\{\text{сильно}, \text{сильно}\} = \text{сильно},$$

$$I_2(C_1, C_5) = \min\{w_{13}, w_{34}, w_{45}\} = \min\{\text{сильно}, \text{слабо}, \text{помірно}\} = \text{слабо},$$

$$I_3(C_1, C_5) = \min\{w_{12}, w_{24}, w_{45}\} = \min\{\text{помірно}, \text{сильно}, \text{помірно}\} = \text{помірно}.$$

Вважають, що сумарний вплив фактору  $C_1$  на  $C_5$  дорівнює:

$\mathfrak{I}(C_1, C_5) = \max \{I_1(C_1, C_5), I_2(C_1, C_5), I_3(C_1, C_5)\} = \max \{\text{сильно, слабо, помірно}\} = \text{сильно}.$

Ще більшим узагальненням когнітивних карт стала модель когнітивних карт, що керуються нечіткими правилами (RBFCM). В них нечіткі правила (продукції) мають форму висловів вигляду ЯКЩО-ТО, умовна частина яких є виразом нечіткої логіки над лінгвістичними значеннями факторів (концептів) та відношеннями між ними, ребра графу відповідають відношенням впливу, вираженим умовними частинами правил, а кожному фактору співставляється база правил, складена з усіх продукцій, які мають у висновку означений фактор.

При побудові когнітивної карти відбір базисних факторів проводять шляхом застосування PEST-аналізу, що виділяє чотири основні групи аспектів для визначення поведінки досліджуваної системи (політика, економіка, суспільство, технологія), які є взаємопов'язаними та характеризують різні ієрархічні рівні суспільства. Далі проводять ситуаційний аналіз проблеми за допомогою SWOT-аналізу (аналіз сильних і слабих сторін, можливостей, загроз, їх взаємодії з урахуванням факторів зовнішнього середовища), результатом якого є виділення проблемних місць, можливостей, небезпеки. Отримана інформація є основою для визначення напрямів та шляхів розвитку системи, вироблення стратегії її розвитку.

Ситуаційний аналіз дозволяє прогнозувати можливі події, підготувати альтернативні варіанти рішень із зниженим ступенем ризику у виокремлених проблемних зонах. Формалізація знань, отриманих на етапі когнітивної структуризації (PEST- та SWOT-аналізу), це – побудова когнітивної моделі розвитку системи.

Отже, кожна когнітивна карта визначає структуру ситуації та формально представляється як орієнтований знаковий граф  $(E, W)$ , де  $E$  – множина вершин – факторів ситуації,  $W = \|w_{ij}\|$  – матриця суміжності, що відображає множину зв'язків між факторами (всі взаємодії факторів моделі визначаються матрицею суміжності графа). При проведенні аналізу ситуацій розглядають статичний аналіз (аналіз наявної ситуації – як виділення та співставлення каузальних ланцюгів: дослідження впливу одних концептів на інші та стійкості ситуації в цілому, пошук структурних змін для отримання стійких структур) або динамічний (генерація та аналіз можливих сценаріїв розвитку ситуації у часі, наслідків впливу на елементи системи або зміни характеру зв'язків). Внаслідок цього кон-

цепти поділяють на цільові (їх значення намагаються привести до бажаного стану), керовані (значення контролюються для досягнення заданої цілі), проміжні (необхідні для опису предметної області). Прикладом задач статичного аналізу є задачі дослідження впливу одних факторів на інші, дослідження стійкості ситуації, пошуку структурних змін для отримання стійких структур.

Стійкість когнітивної карти визначається характером її зворотних зв'язків. Значення початкової змінної концепту при проході дуг карти тільки із знаком «+» може бути сильно збільшеним за рахунок утвореного додатного зворотного зв'язку. Вважають, що в циклі існує додатний зворотний зв'язок, якщо в ньому парне число знаків «-» або їх немає (від'ємний – непарне число знаків «-»). Загальний зворотний зв'язок між двома концептами є сумою зворотних зв'язків у циклах на всьому шляху між ними. Якщо у когнітивній карті є декілька додатних циклів, це може привести до нестабільності системи навіть за незначної початкової зміни. Наявність від'ємних зворотних зв'язків часто веде до стабілізації системи. Проте іноді це також може викликати великі коливання моделі та нестабільну ситуацію. Система, що описується когнітивною картою, є стійкою, якщо значення всіх тих змінних концептів, на які не впливають зовнішні збурення, не змінюються під впливом будь-яких змін значень однієї або декількох змінних, що отримують вплив зовнішніх причин. Змінна є стабільною початковою змінною, якщо різке збільшення її значення не приводить до різкого збільшення значень інших змінних системи. Аналіз стійкості когнітивної карти є дуже корисним, проте він недостатній для прийняття рішення за проблемою.

#### **4.1. Взаємовплив факторів та основні показники нечітких когнітивних карт**

На практиці використовують нечіткі когнітивні карти, в яких кожна дуга визначає не тільки напрям і характер, а й ступінь впливу (вагу) пов'язаних концептів. Нечітка когнітивна карта являє собою причинно-наслідкову мережу  $G = (E, W)$ , де  $E$  – множина концептів  $e_i \in E$ ;  $W$  – множина зв'язків  $w(e_i, e_j) \in W$ ,  $w: E \times E \rightarrow [-1, 1]$ .

Визначення взаємовпливів концептів є задачею знаходження сукупного причинного ефекту (або максимальної «ваги» шляху) від концепта  $e_i$  до концепта  $e_j$  (наприклад:  $e_i \rightarrow e_{kl} \rightarrow \dots \rightarrow e_{kn} \rightarrow e_j$ ) на нечіткому графі відповідної когнітивної карти, що задається нечіткою матрицею. Взаємовплив концептів  $e_i$  та  $e_j$  визначають як:

$$\mathfrak{Z}(e_i, e_j) = \bigvee_{k=1}^m \bigwedge_{p \in P_j} T \quad w(e_p, e_{p+1}),$$

$T$  – оператор Т-норми,  $P_j$  - наявні шляхи між концептами  $e_i$  та  $e_j$ .

Для визначення взаємовпливу концептів  $e_i$  та  $e_j$  на основі когнітивної карти з додатно-від’ємними нечіткими зв’язками отримують матрицю додатних зв’язків  $R$  розміром  $2n \times 2n$ , елементи якої визначаються з матриці  $W = [w(e_i, e_j)]_{n \times n}$ :

$$\begin{aligned} r_{2i-1, 2j-1} &= w(e_i, e_j), \quad r_{2i, 2j} = w(e_i, e_j) \quad \text{якщо } w(e_i, e_j) > 0, \\ r_{2i-1, 2j} &= -w(e_i, e_j), \quad r_{2i, 2j-1} = -w(e_i, e_j) \quad \text{якщо } w(e_i, e_j) < 0, \end{aligned}$$

інші елементи матриці  $R$  приймають нульове значення.

Далі отримують транзитивне замикання матриці  $R$  як транзитивне замикання нечіткого бінарного відношення ( $\bar{R} = \bigvee_{l=1}^{\infty} R^l$ ). Використовуючи отриману матрицю уводять матрицю  $V$  порядку  $n$  додатно-від’ємних пар зв’язків, що складається з додатно-від’ємних пар елементів  $(v_{ij}, \bar{v}_{ij})$ , утворених за правилом:

$$\begin{aligned} v_{ij} &= \max(r_{2i-1, 2j-1}, r_{2i, 2j}), \\ \bar{v}_{ij} &= -\max(r_{2i-1, 2j}, r_{2i, 2j-1}). \end{aligned}$$

Елементи матриці  $V = [(v_{ij}, \bar{v}_{ij})]$  можуть використовуватися в якості показників, що характеризують динаміку досягнення цілей.

Основними показниками нечітких когнітивних карт є консонанс, дисонанс (нечітке доповнення консонансу), вплив концептів.

Якщо  $(i, j)$  зв’язок у транзитивно замкненій когнітивній матриці, то консонансом впливу фактору  $e_i$  на фактор  $e_j$  вважають

$$c_{ij} = \frac{|v_{ij} S \bar{v}_{ij}|}{|v_{ij}| S |\bar{v}_{ij}|},$$

а впливом факторів

$$p_{ij} = \text{sign}(v_{ij} + \bar{v}_{ij}) \max(|v_{ij}|, |\bar{v}_{ij}|), \quad \text{де } v_{ij} \neq \bar{v}_{ij}.$$

Консонансом впливу  $i$ -го концепту на систему вважають:

$$C_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n c_{ij},$$

де  $c_{ij}$  - консонанс впливу  $i$ -го концепту на  $j$ -й.

Консонансом впливу системи на  $j$ -й концепт вважають:

$$C_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{ij},$$

де  $c_{ij}$  - консонанс впливу  $i$ -го концепту на  $j$ -й.

Аналогічно розглядають показники дисонансу та показники впливу концепту на систему

$$D_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}, \quad D_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij}, \quad P_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}, \quad P_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{ij},$$

Важливими також є показники взаємного консонансу, дисонансу та показники взаємного додатного та від'ємного впливу.

Взаємний консонанс (дисонанс) впливу факторів  $e_i$  та  $e_j$ :

$$\bar{c}_{ij} = \frac{|(v_{ij} S v_{ji}) S (\bar{v}_{ij} S \bar{v}_{ji})|}{|v_{ij} S v_{ji}| |S \bar{v}_{ij} S \bar{v}_{ji}|} \quad (\bar{d}_{ij} = 1 - \bar{c}_{ij}).$$

Взаємний додатний (від'ємний) вплив факторів  $e_i$  та  $e_j$ :

$$\bar{p}_{ij} = v_{ij} S v_{ji} \quad (\bar{n}_{ij} = -|\bar{v}_{ij}| |S \bar{v}_{ij}|).$$

Для аналізу нечітко-цільових динамічних систем, представлених нечіткими когнітивними картами використовують наступні матриці взаємного консонансу, дисонансу, додатного та від'ємного впливу. Обираючи відповідний тип матриці та задаючи множину  $\alpha$  –перерізу для відношення, що описується матрицями, можна отримати бінарну матрицю, що є аналогічною до матриці схожості, і виділити класи зв'язаних факторів, що характеризуються заданим рівнем відносно відповідної властивості (взаємного консонансу, дисонансу, додатного та від'ємного впливу).

**Приклад 4.3.** Нехай отримано нечітку когнітивну карту для дослідження деякого процесу, яка вказана на рис. 4.3.



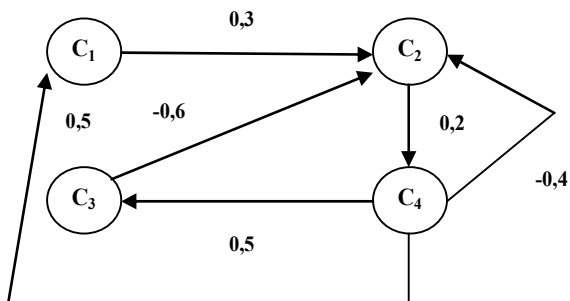


Рис 4.3. Нечітка когнітивна карта системи.

Для такої когнітивної карти (4 концепти) маємо наступну матрицю зв'язків  $W$ :

$W_{ij}$			
0	0.3	0	0
0	0	0	0.2
0	-0.6	0	0
0.5	-0.4	0.5	0

Матриця додатних зв'язків  $R$  матиме вигляд:

$R_{ij}$							
0	0	0.3	0	0	0	0	0
0	0	0	0.3	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0.2
0	0	0	0.6	0	0	0	0
0	0	0.6	0	0	0	0	0
0.5	0	0	0.4	0.5	0	0	0
0	0.5	0.4	0	0	0.5	0	0

Для визначення узгоджених відношень взаємовпливів концептів отримаємо транзитивно замкнену матрицю  $\bar{R}$

$\bar{R}_{ij} (\bar{R} = R \vee R^2 \vee R^3 \vee R^4 \vee R^5)$							
0.03	0.0024	0.3	0.024	0.03	0.0024	0.06	0.0048
0.0024	0.03	0.024	0.3	0.0024	0.03	0.0048	0.06
0.1	0.008	0.03	0.08	0.1	0.008	0.2	0.016
0.008	0.1	0.08	0.03	0.008	0.1	0.016	0.2
0.0048	0.06	0.048	0.6	0.0048	0.06	0.0096	0.12
0.06	0.0048	0.6	0.048	0.06	0.0048	0.12	0.0096
0.5	0.04	0.15	0.4	0.5	0.04	0.03	0.08
0.04	0.5	0.4	0.15	0.04	0.5	0.08	0.03

Далі отримується матриця  $V$  порядку  $n$  додатно-від'ємних пар зв'язків, що складається з додатно-від'ємних пар елементів  $(v_{ij}, \bar{v}_{ij})$ , утворених як:  $v_{ij} = \max(r_{2i-1, 2j-1}, r_{2i, 2j})$ ,  $\bar{v}_{ij} = -\max(r_{2i-1, 2j}, r_{2i, 2j-1})$ . Вона буде мати вигляд:

(0.03, -0.0024)	(0.3, -0.024)	(0.03, -0.0024)	(0.06, -0.0048)
(0.1, -0.008)	(0.03, -0.08)	(0.1, -0.008)	(0.2, -0.016)
(0.0048, -0.06)	(0.048, -0.6)	(0.0048, -0.06)	(0.0096, -0.12)
(0.5, -0.04)	(0.15, -0.4)	(0.5, -0.04)	(0.03, -0.08)

Отримані матриці дають можливість обчислити основні показники нечітких когнітивних карт (консонанс, дисонанс, додатний та від'ємний впливи концептів). Наприклад, якщо  $(1, 2)$  та  $(3, 1)$  зв'язки у транзитивно замкненій когнітивній матриці, то консонанси впливу фактору  $e_1$  на фактор  $e_2$  та  $e_3$  на фактор  $e_1$ :

$$c_{12} = \frac{|v_{12} S \bar{v}_{12}|}{|v_{12}| S |\bar{v}_{12}|} = 1, \quad c_{31} = \frac{|v_{31} S \bar{v}_{31}|}{|v_{31}| S |\bar{v}_{31}|} = 0.08.$$

#### 4.1.1. Визначення взаємовпливу та зв'язка концептів за додатно-від'ємною матрицею

Алгоритм інтелектуального когнітивного агента [5] допомагає виявити інформацію про позитивний (негативний) зв'язок та взаємовплив концептів у додатно-від'ємній транзитивно замкненій

матриці когнітивної моделі. На практиці його часто використовують замість розв'язання задач пошуку на графах.

1. Знаходиться транзитивне замикання матриці  $R$

$$\bar{R} = \bigvee_{l=1}^{\infty} R^l.$$

2. Вказати номери вершин графа  $(i, j)$  між якими шукають максимальний («за вагою») нечіткий шлях. Згідно використовуваного вище маємо: два парних номери відповідають додатному шляху, два непарних - від'ємному.
3. Розв'язується рівняння  $y = R \circ y \vee b$  ( $y = \bar{R} \circ b$ ). Тут  $y = (y_1, \dots, y_l)^T$  – ваги максимальних елементарних шляхів з однієї обраної вершини до іншої,  $b = (b_1, \dots, b_l)^T$ ,  $b_i = \bigvee_{k=i+1}^n r_{i,k} T r_{k,n+1}$ ,  $i = \overline{1, l}$ .

## 4.2. Дослідження когнітивного процесу

Взаємовплив вершин когнітивної карти можна розглядати з точки зору зміни когнітивного процесу. Для цього уводяться правила зміни ваги концептів  $x_i(t)$  у графі когнітивної моделі.

Так як усі взаємодії змін факторів в момент  $t+1$  повністю визначаються матрицею суміжності  $W$  та вектором змін факторів у момент  $t$ , то для опису взаємодії факторів, наприклад, виду «за значного збільшення фактору  $K$  фактор  $M$  сильно зменшується» існує сформульований вираз, що описує явище «якщо значення фактору  $K$  збільшується на  $x_k$  відсотків, то значення фактору  $M$  зменшується на  $x_m$  відсотків», що називають моделлю сумування впливу факторів. У загальному вигляді його записують як:

$$X(t+1) = F(X(t), W). \quad (4.1)$$

Зважаючи на те, що  $w_{ij} \in [-1, 1]$ , маємо, що зміна будь-якого фактору не робить великих змін в інших факторах. Достатньою умовою затухання одиничного впливу є те, що відображення вектору значень факторів у момент часу  $t$  в їх значення в момент часу  $t+1$  стискаюче. Якщо ж відбувався вплив декількох зв'язків на фактор (в одну вершину входить декілька стрілок), то однознач-

ної відповіді щодо взаємодії змін за кожною стрілкою зробити неможливо.

Для випадку лінійної взаємодії факторів вираз (4.1) спрощується - автономний когнітивний процес визначається за правилом:

$$X(t+1) = W \cdot X(t)$$

(найбільш проста інтерпретація – сумування:

$$x_i(t+1) = \sum_{k=1}^n W_{ik} \cdot x_k(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2)$$

яка відповідає закону сумування сил). У формулах (4.1), (4.2)  $x_k(t)$  - елементи когнітивного вектора стану  $X(t) = \{x_1(t), \dots, x_n(t)\}$ , що характеризують вагу концептів.

У випадку нелінійної взаємодії факторів часто застосовують модель, де враховують вплив усіх діючих факторів, але керуються найсильнішим з них:

$$x_i(t+1) = W_{iN} \cdot x_N(t),$$

де  $N$  таке, за якого досягається  $\max_k (|W_{ik} \cdot x_i(t)|)$ ,  $k = \overline{1, n}$ .

Для нечітких когнітивних карт автономний когнітивний процес визначається за правилом:

$$x_i(t+1) = \bigvee_{k=1}^n (x_k(t) T w_{ik}), \quad i = \overline{1, n},$$

$$(X^T(t+1) = X^T(t) \circ W)$$

де  $x_k(t)$  - елементи когнітивного вектора стану, що характеризують вагу концепту.

Вектор стану  $X(t) = \{x_1(t), \dots, x_n(t)\}$  та матрицю  $W$  називають когнітивною системою на кроці моделювання  $t$ .

#### 4.2.1. Прогноз розвитку ситуації в когнітивних картах (пряма задача)

Когнітивні карти дозволяють отримати прогноз розвитку ситуації у послідовні моменти  $t, t+1, \dots, t+N$ , тобто вказати вектори стану ситуації  $X(t), X(t+1), \dots, X(t+N)$  (де значення моменту  $t$  - номер кроку моделювання). Стан ситуації в послідовні моменти  $t$ ,

$t+1, \dots, t+N$  в нечітких когнітивних моделях визначається парами:  $\langle X(t), C(t) \rangle, \langle X(t+1), C(t+1) \rangle, \dots, \langle X(t+N), C(t+N) \rangle$ , де  $C(t)$  – вектор когнітивного консонансу значення фактору.

Для отримання прогнозів розвитку ситуації в нечітких когнітивних картах із лінгвістичними значеннями концептів для відповідних факторів визначають впорядковану множину лінгвістичних значень  $Z_i = \{z_{iq}\}$  та шкалу фактору як відображення лінгвістичних значень на відрізок числової осі  $[0,1]$ , тобто  $\varphi: Z_i \rightarrow X_i$ , де  $X_i = \{x_{iq}\}$ ,  $x_{iq} \in [0,1]$ ,  $q = \overline{1, Q}$ . Задають початковий стан ситуації як вектор значень усіх факторів ситуації  $X(0) = (x_1^0, \dots, x_n^0)$  та початковий вектор приростів факторів ситуації  $P(t) = (p_1, \dots, p_n)$ .

Якщо в системі всі функції впливу однакові та залежать не від значень вхідних факторів, а від їх приростів, задача прогнозу розвитку ситуації у часі під дією зовнішніх впливів, що змінюють значення факторів (пряма задача), після відображення лінгвістичних шкал на відрізок  $[0, 1]$  формулюється як задача знаходження векторів станів ситуації  $X(1), \dots, X(N)$  та векторів приростів  $P(1), \dots, P(N)$  у послідовні дискретні моменти  $1, \dots, N$  за початкових векторів стану  $X(0)$  і приростів факторів  $P(0) = (p_1(0), \dots, p_n(0))$ .

Вказана задача розв'язується за допомогою матричного співвідношення  $P(t+1) = P(t) \cdot W$ , де  $\cdot$  - правило max-product:  $p_i(t+1) = \max_j (|w_{ji} p_j(t)|)$ . Тобто, приріст  $p_i(t+1)$  - це максимальний з добутків  $w_{ji} p_j(t)$ , де максимум береться за всіма факторами, вхідними для фактору  $e_i$  (для інших факторів  $w_{ji} = 0$ ).

Далі обчислюються прирости в послідовні моменти  $1, \dots, N$ , та вектори станів ситуації:  $X(t+1) = X(t) + P(t+1)$ .

Разом з обчисленням прогнозу обчислюють вектори консонансу  $C = \{c_1(t+1), \dots, c_n(t+1)\}$ . Когнітивний консонанс значення фактору  $c_i(t+1) \in C(t+1)$  використовують для характеристики впевненості в результатах моделювання (ступені визначеності прогнозу на момент  $t+1$ ). Для цього у нелінійному випадку використовують вираз:

$$c_i(t+1) = \frac{|p_i^+(t+1) - p_i^-(t+1)|}{|p_i^+(t+1)| + |p_i^-(t+1)|},$$

$$p_i^+(t) = \max_k (W_{ik} \cdot x_k(t)), \quad p_i^-(t) = \max_k (-W_{ik} \cdot x_k(t)),$$

де  $p_i^+(t+1)$  - максимум додатних приростів,  $p_i^-(t+1)$  - максимум абсолютних величин від'ємних приростів на вході фактору  $e_i$ .  
Для лінійного випадку застосовують вираз:

$$c_i(t+1) = \frac{\left| \sum_{k=1}^n W_{ik} \cdot x_k(t+1) \right|}{\sum_{k=1}^n |W_{ik} \cdot x_k(t+1)|}, \quad i = \overline{1, n},$$

в якому на відміну від нелінійного випадку, де розглядають максимальні додатний та від'ємний впливи, розглядають сумарні додатний та від'ємний впливи.

Інтервали значень консонансу можуть мати лінгвістичні інтерпретації. Отримане значення консонансу означає ступінь впевненості у висновку, відповідності очікуваної та отриманої інформації (при  $c_i(t) \approx 1$  впевненість суб'єкту в значенні фактору максимальна, при  $c_i(t) \approx 0$  мінімальна). Максимальна впевненість із значенням 1 досягається, коли немає факторів, що діють у різних напрямках, мінімальна із значенням 0 – коли є приблизно рівні за силою супротивні впливи.

**Приклад 4.4.** В якості прикладу наведемо результати когнітивного моделювання для інтелектуальної системи підтримки прийняття рішень керування транзитною торгівлею промисловими товарами за роботою [6], а саме сценарій можливого розвитку транзитної торгівлі. Надана в [6] когнітивна карта (рис. 4.4) визначає структуру організації бази моделей транзитної торгівлі. Так як кінцевою метою діяльності торгової компанії є збільшення доходності її операційної діяльності, що забезпечує її стійке довгострокове існування, сценарій розвитку розглядається саме з точки зору збільшення доходності (доходності угод, операцій і т.д.). На доходність всіх угод, операцій та ін. складових діяльності компанії впливає багато факторів: ціна постачальника, можливість доставки, розвиненість логістичної інфраструктури постачальника та клієнта, кваліфікації персоналу відділу продаж та ін.

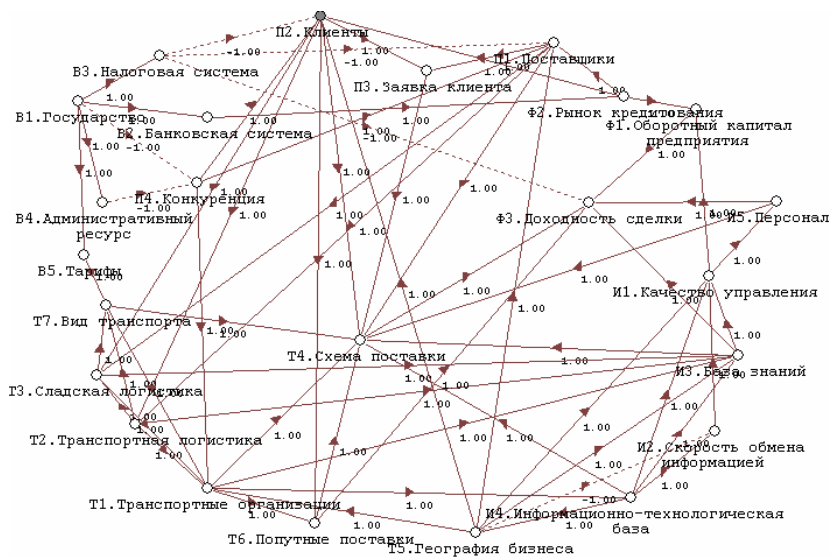


Рис. 4.4. Когнітивна карта «Система керування оптовою торгівлею промисловими товарами» [6].

Результатом дослідження сценарію розвитку ситуації за умови зростання ринку кредитування (за рахунок зниження відсоткової ставки) з точки зору доходності угод (схем поставки) є наступний висновок: зростання ринку кредитування вже на 3 кроці моделювання веде до зростання доходності, після 5 кроку відбувається її стрімке зростання (рис. 4.5). Вдосконаленню схем поставки також після 5 кроку моделювання відповідає стрімке зростання доходності.

Додатково в [6] проводився аналіз розвитку ситуації з точки зору доходності угод для таких факторів як: оборотний капітал фірми та транспортні організації. В результаті проведеного моделювання (рис. 4.5) зроблений висновок, що доходність торгових фірм напряму залежить від оборотного капіталу, збільшення якого створює більше сприятливих можливостей на ринку кредитування. Доходність торгових фірм також напряму залежить і від рівня розвинення транспортних організацій, якому, в свою чергу, сприяє зростання ринку кредитування.

————— Доходність укладів  
 - - - - - Схема поставок  
 - - - - - Оборонний капітал фірми  
 ————— Транспортні організації

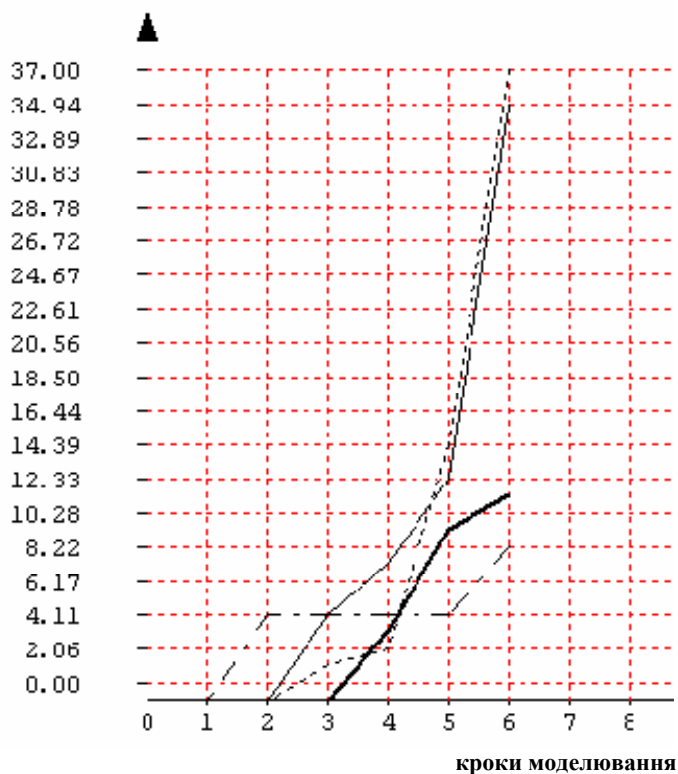


Рис. 4.5. Сценарії розвитку ситуації за умови зростання ринку кредитування.



## **5. Системно-динамічні моделі для вивчення складних економічних об'єктів**

Моделі економічних систем та бізнес-процесів розглядають переважно зв'язок об'єктів з часом, а фізичне переміщення не досліджують. В залежності від рівню моделювання враховують індивідуальні особливості об'єктів, що складають систему, або абстрагуються від них і розглядають лише їх кількості, застосовують такі поняття, як вплив, обернений зв'язок, тенденція. Моделі, побудовані за допомогою системної динаміки, передбачають використання високого рівня абстракції, агрегування, вивчення глобальних причинних залежностей та динаміки обернених зв'язків.

Процеси, що відбуваються в системах, представляються за допомогою використання термінів: накопичувачі, потоки між накопичувачами. Отримана системно-динамічна модель, представлена ланцюгом накопичувачів та потоків, як математична модель є системою диференціальних рівнянь.

Системна динаміка є одним з напрямів системного підходу. Динамічна компонента робить методіку придатною для прогнозування подій у складному та невизначеному середовищі. Велике значення в ній має обернений зв'язок та нелінійність поведінки систем. Для побудови моделі використовуються такі інструменти як: причинно-наслідкові діаграми, потокові діаграми.

### **5.1. Причинно-наслідкові діаграми для дослідження динаміки поведінки систем**

Причинно-наслідкові діаграми є інструментом якісного аналізу складних економічних систем, які мають багато змінних, взаємодіючих за допомогою петель оберненого зв'язку, що теж можуть взаємодіяти між собою. Система визначається границями, в яких знаходяться усі суттєві взаємодіючі елементи (позначають значком «озеро»). Причинно-наслідкові діаграми складають із змінних і зв'язків між ними з визначеним напрямком. У системі визначають усі петлі додатного та від'ємного зворотного зв'язку. Для петель та взаємодій між ними описують кількісні та якісні характеристики. Також визначають «точки прикладення», в яких

можна втручатися у процеси та змінювати поведінку системи. На основі діаграми можна побачити механізм появи та розвитку проблеми, намітити варіанти шляхів її вирішення.

Динаміка поведінки складних систем описується взаємодією двох типів оберненого зв'язку – самовідтворюючого (додатного) та балансуючого (від'ємного). Додатний контур оберненого зв'язку визначають як: початкова зміна будь-якої змінної у контурі обумовлює подальшу зміну в такому ж напрямку. Для від'ємного контуру оберненого зв'язку – дія зміни стану в контурі відбувається у протилежному напрямку до початкового збурення.

Додатні петлі оберненого зв'язку мають 0 або парну кількість від'ємних зв'язків, за характером можуть бути такими, що: самовідтворюють, викликають зростання, дестабілізують систему, прискорюють систему. Від'ємні петлі оберненого зв'язку мають непарну кількість від'ємних зв'язків, за характером можуть бути: протидіючими зростанню, цілеспрямованій поведінки, стабілізуючими систему, повертаючими систему до балансу. Сукупність додатних та від'ємних петель оберненого зв'язку визначає поведінку системи в цілому. Наприклад, осциляція у своїй основі має балансуєчі петлі оберненого зв'язку за наявності ефекту запізнення, який і є джерелом її формування (характерна для циклічних ринків сировини, нерухомості та ін.). За такого характеру поведінки, коли поточний стан системи порівнюється з цілями та здійснюється керуючий вплив внаслідок ефекту запізнення коригуючий вплив може бути надлишковим і дати значне перевищення цільового рівня, відбудеться сильний коригуючий обернений вплив, який дасть падіння показників системи вже нижче потрібного рівня і т.д.

В методиці системної динаміки вважають, що в основі різних типів нелінійної поведінки систем (s-подібне зростання, s-подібне зростання з перевищенням, перевищення та колапс) знаходяться комбінації з додатних та балансуєчих петель оберненого зв'язку. Наприклад: s-подібне зростання – експоненціальне зростання, що поступово зупиняється (стабілізується); s-подібне зростання з перевищенням – комбінація s-подібного зростання та осциляції (з наближенням стану системи до цільового рівня дія додатного оберненого зв'язку замінюється балансуєчою петлею, що стримує і нейтралізує зростання, викликане самовідтворюючою петлею, наявні також ефекти запізнення).

Велике значення для опису економічних процесів має обернений зв'язок, що дає можливість описати такі явища, як спадаюча або зростаюча віддача та наявність ефектів залежності від попередньої траєкторії. Так, за законом спадаючої віддачі граничний продукт кожної одиниці фактору виробництва спадає поступово при зростанні кількості цього фактору (наприклад, ефективність інвестицій), якщо запаси інших факторів незмінні. Зростаюча віддача має на увазі, що пропорційне збільшення кількості всіх ресурсів приводить до ще більшого обсягу вироблення продукту. В цьому випадку зростання об'ємів продукції відбувається більш швидкими темпами, ніж зростає їх прибутковість. Означену ситуацію, що можлива для галузей постіндустріальної економіки, називають стратегією агресивного зростання.

Якщо системі притаманні ефекти залежності від попередньої траєкторії розвитку та блокування, то саме обернений зв'язок дозволить пояснити, чому саме так відбувається розвиток системи (наприклад, закріплення та збереження деяких стандартів).

При одержанні моделей системної динаміки вважають, що система диктує поведінку, тобто структура системи визначає те, який тип поведінки буде характерним для неї у часі (експоненційне зростання, якщо система складається з додатних петель оберненого зв'язку, та ін.). Причинно-наслідкові діаграми, як інструмент якісного аналізу систем, дозволяють передбачити поведінку у часі кривої на графіці, а саме: буде це експоненційне зростання, осциляція або перевищення та колапс.

За допомогою причинно-наслідкових діаграм аналізують виникнення проблем галузевого надвиробництва, особливо галузей, пов'язаних із продуктами сировини. Сучасні сировинні ринки є глобальними, ціна на відповідні групи товарів визначається на світових біржах, від поведінки цін на сировинних ринках залежить економіка деяких країн (наприклад, Бразилії – від експорту кави). Циклічність, кризи надвиробництва сировинних галузей сильно впливають на економіку таких країн. Внаслідок сучасної глобалізації на ринках притримуються максимальної стандартизації товару, тому покупець не має представлення про процес виробництва товару, а керується лише ціною при його купівлі. В результаті виграє той виробник, що пропонує найнижчу ціну. Стандартизація та низькі ціни роблять доступними товари ринків сировини. Такі товари виробляють за низь-

кими цінами, продають у великій кількості, внаслідок цього економіка розвивається. Продуктів виробляється все більше, виробництво вдосконалюється, ціни зменшуються і економіка розвивається ще швидше. Чим більше виробляється товарів, тим більший прибуток. Так як прибуток є джерелом коштів, з яких далі фінансують розвиток виробництва, то зростають інвестиції та масштаби виробництва, які збільшують кількість продукції. Одержується цикл, рушійною силою якого є додатний обернений зв'язок. Розвиток виробництва приводить до перевищення попиту, ціна різко спадає, різко скорочується прибуток. Одним з виходів є подальший розвиток виробництва, щоб розподілити видатки між як можна більшою кількістю товарів. Це з одного боку дозволяє збільшити прибуток, а з іншого – збільшити загальну кількість продуктів. Ціни знову спадають, знову одержується цикл. В результаті окремі виробники повинні або збільшувати виробничі потужності, або поступово зникнути.

Якщо виробництво зростає, то зменшується середньозважена ціна. Це веде до зменшення прибутку, стимулює подальший розвиток виробництва, виробничих потужностей, а саме інвестування у технології, що у свою чергу сприяє зростанню прибутку та утворює цикл (балансуючого оберненого зв'язку). Але розвиток технологій створює умови для зростання рівня продуктивності – утворюється цикл з додатним оберненим зв'язком (рис. 5.1).

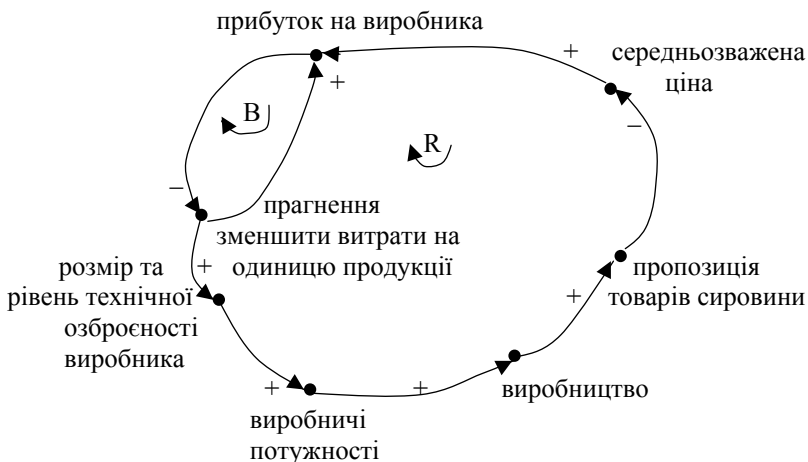


Рис. 5.1. Діаграма опису ефекту від розширення виробничих потужностей

Незалежно від розміру прибутку масштаби виробництва зростають. Високий прибуток інвестується у виробництво і сприяє його збільшенню. У випадку низького прибутку виробник змушений розширяти виробництво, щоб зменшити рівень витрат через економію на обсягах. Загальне виробництво збільшується та збільшує пропозиції товару, що зменшує ціну. Підвищення попиту веде до подальшого зростання виробництва утворюючи цикл з додатним оберненим зв'язком (рис. 5.2). Зростаюча пропозиція стимулює опанування нових ринків, нове використання продуктів і збільшує попит утворюючи цикл з додатним оберненим зв'язком (рис. 5.2).

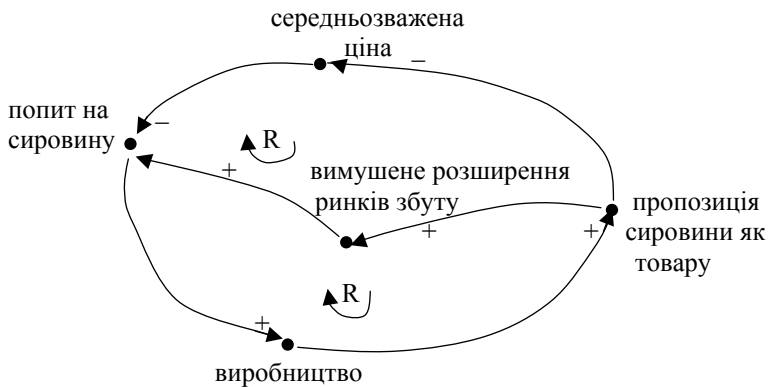


Рис. 5.2. Діаграма опису ефекту від розширення виробництва

Збільшення попиту дає виробникам підстави інвестувати у виробництво, розширяти пропозицію та зменшувати ціни. Виробники самі опановують нові ринки, способи використання продукту (але в дійсності часто існують квоти на виробництво продукту сировини, що усуває збільшення виробництва).


## 5.2. Побудова потокових діаграм

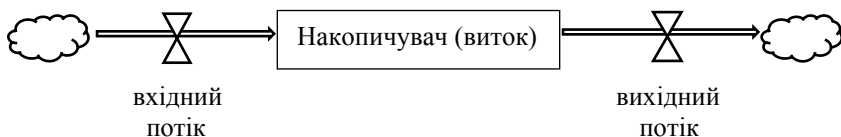
Потокові діаграми використовуються для отримання кількісних моделей системної динаміки. Для їх побудови використовують поняття потоку та накопичувача.

**Визначення.** **Потоком** називають темп зміни стану системи.

**Визначення. Накопичувачем** називають стан системи, що накопичує деякий фактор за часом.

У системній динаміці приймається, що динамічна поведінка системи виникає внаслідок **принципу акумуляції**, за яким динамічна поведінка виникає коли потоки акумулюються в накопичувачах, причому, незалежно від кількості потоків всі вхідні потоки додаються, а вихідні (їх сума) віднімаються від вхідних. Діаграма потоків, що мають напрямки, та накопичувачів, або **потокова діаграма**, дозволяє отримати кількісну модель системи.

Крім потоків і накопичувачів у побудові потокової діаграми використовують поняття «озеро» та екзо- й ендотермічних змінних. Озеро (значок «»), ставлять на початку або в кінці потоку) вказує границі системи, що моделюється. Найпростіша потокова діаграма у загальному вигляді має вид:



При моделюванні потоків та накопичувачів дотримуються правил:

- потоки виражаються в одиницях вимірності моделі (грн., кг тощо) за одиницю часу (години, квартали та ін.);
- накопичувачі виражаються в одиницях моделі;
- одиниці вимірювання потоків на вході та виході повинні співпадати.

З побудованої потокової діаграми отримується математичне обґрунтування процесу:

$$\text{«Накопичувач»}(t) = \int [(\text{«вхідний потік»} - \text{«вихідний потік»}) (s)] ds + \text{«Накопичувач»}(t_0),$$

або

$$\text{«Накопичувач»}(t) = \int (\text{чистий приріст зміни, стан системи } t_0) ds, \\ \text{чистий приріст зміни} = f(\text{стан системи}),$$

де «вхідний потік» – кількість потоку, що входить за період  $s$  (з моменту  $t_0$  до моменту  $t$ ; «вихідний потік» – кількість потоку, що виходить за період  $s$  (з моменту  $t_0$  до моменту  $t$ . Складні сис-

теми описують множиною стоків-накопичувачів та їхніх вхідних і вихідних потоків, з впливом незалежних змінних і сталих.

Використовуючи диференціали вказане можна записати як:

$$\frac{d}{dt} (\text{«Накопичувач»}) = \text{чиста зміна в накопичувачі} = \text{«вхідний потік»} - \text{«вихідний потік»}$$

$$\text{«Накопичувач»} \Big|_{t_0} = \text{«Накопичувач»} (t_0).$$

Наприклад, в моделі, що стосується питань державного боргу, змінна «державний борг» може бути накопичувачем, «дефіцит бюджету» – потоком, що збільшує державний борг. «Державний борг» збільшується внаслідок проведення державних позик (потік «держпозики»), зменшується через виплати за державним боргом (потік «погашення держборгу»). Розмір державного боргу впливає на змінну «відсоткові платежі з обслуговування держборгу» (має місце додатний зв'язок). Загальні виплати з обслуговування боргу складаються з платежів відсоткових та погашення тіла боргу, причому чим вищі виплати, тим більший дефіцит бюджету. Загальну ситуацію можна відобразити потоковою діаграмою (рис. 5.3), де

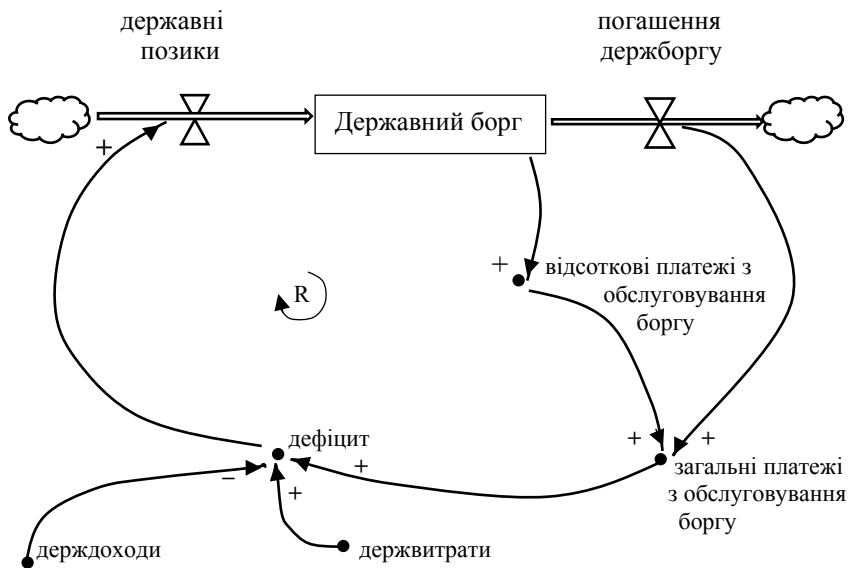


Рис. 5.3. Потокова діаграма моделі накопичення державного боргу

«Дефіцит» = «держдоходи» – («держвитрати» + «загальні платежі з обслуговування боргу»),

а відповідний графік буде показувати наявність експоненціального зростання.

Накопичувачі змінюються тільки за допомогою потоків на вході та виході. Накопичувач може впливати на інший тільки опосередковано, впливаючи на відповідні потоки.

Поведінка системи виникає з оберненого зв'язку, який надходить від накопичувача (стан системи) до потоків, що змінюють стан системи.

Розглянемо в якості прикладу побудови потокової діаграми та аналізу поведінки описуваного процесу модель Ф. Басса – модель поширення інноваційних технологій, продуктів.

Поширення нових продуктів (подібно процесу дифузії) часто показують як s-подібне зростання, що викликане комбінацією двох петель оберненого зв'язку (спочатку перевагу має додатна петля, що сприяє виникненню експоненціального зростання, далі – балансує петля, що поступово уповільнює зростання).

Щоб розробити модель, необхідно представити її логічну структуру. Маємо, у процесі поширення нових продуктів потенційні клієнти – це ті, хто можуть придбати продукт. Клієнтами є особи, що здійснили покупку. Потенційні клієнти перетворюються в клієнтів шляхом придбання продукту з деякою швидкістю – темпом купівлі.

Змінні «потенційні клієнти» та «клієнти» є накопичувачами, що виражаються в одиницях вимірювання «людина». Змінна «темп купівлі» є потоком та виражається в одиницях вимірювання «людина/день» (або «людина/місяць» тощо). На темп купівлі можуть впливати поради знайомих, реклама. Нехай спочатку для спрощення це тільки поради знайомих, а реклама не враховується. Для цього випадку до моделі вводять додатково змінні «кількість контактів» (відповідає кількості людей, що контактує один з одним, наприклад, за 1 день), «населення» (населення місцевості, що розглядається), «доля зацікавлених» (відповідає ймовірності, з якою при контакті клієнта з потенційним клієнтом останній стане клієнтом, тобто захоче купувати товар). Потокова діаграма спрощеної моделі Ф. Басса (моделі дифузії) вказана на рис. 5.4.



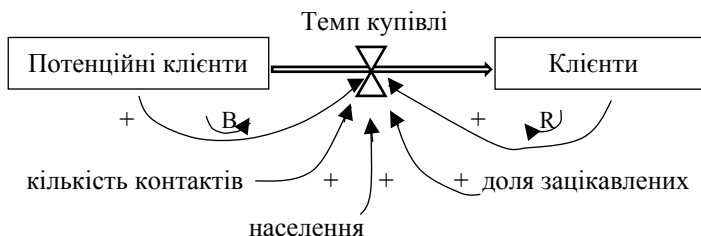


Рис. 5.4. Потокова діаграма спрощеної моделі Ф. Басса

Модель має 2 петлі оберненого зв'язку (додатного R та балансуєчого B). Темп купівлі зростає, коли клієнти контактують з потенційними клієнтами, причому чим він вищий в одиницю часу, тим швидше виснажується потік клієнтів та швидше зростає кількість клієнтів (потенційні клієнти стають клієнтами шляхом здійснення покупок із швидкістю потоку «темп купівлі»). Тому:

$$\langle \text{«Клієнти»}(t) = \int (\text{темп купівлі, клієнти } t_0) ds,$$

$$\langle \text{«Потенційні клієнти»}(t) = \int (-\text{темп купівлі, населення} - \text{клієнти } t_0) ds,$$

Число потенційних клієнтів зменшується зі швидкістю темпу купівлі, в початковий момент рівне населенню місцевості мінус початкова кількість клієнтів. Число клієнтів за кожен період часу зростає на величину рівну темпу купівлі, помножену на тривалість періоду.

Особи контактують одна з одною з частотою, що дорівнює кількості контактів в одиницю часу. Ймовірність того, що навмання обрана людина є клієнтом дорівнює кількості клієнтів, поділений на загальне населення. Тому

$$\langle \text{«кількість потенційних клієнтів, що контактують у деякий момент часу»} = \langle \text{«потенційні клієнти»} \cdot \langle \text{«клієнти»} / \langle \text{«населення»} \rangle \cdot \langle \text{«кількість контактів»} \rangle$$

Так як не кожен контакт клієнта з потенційним клієнтом має результатом купівлю, купівля відбувається з ймовірністю перетворення потенційного клієнта на клієнта (тобто з урахуванням частки людей, зацікавлених у купівлі), темп купівлі обчислюється як:

$$\begin{aligned} \text{«темп купівлі»} &= \text{«потенційні клієнти»} \cdot (\text{«клієнти»} / \text{«населення»}) \cdot \\ &\cdot \text{«кількість контактів»} \cdot \text{«доля зацікавлених»}. \end{aligned}$$

Отримана модель має s-подібне зростання в якості типу поведінки.

На практиці при появі на ринку нового товару початкових клієнтів не існує. Є поради-рекламування знайомих та потенційні клієнти стають реальними купуючи продукт. Додатна петля оберненого зв'язку, що відповідає за початкове зростання кількості клієнтів або відсутня, або надто слабка. Початкове зростання кількості клієнтів відбувається завдяки рекламі (телебачення, демонстрації, поширення пробних зразків, ін.). Проблема старту вирішена у моделі Ф. Басса завдяки припущенню, що потенційні клієнти знають про новий продукт із зовнішніх джерел інформації. В моделі додатна петля оберненого зв'язку складається з дії двох компонент: порад-реклами, зовнішньої реклами. В цьому випадку «темп купівлі» має складатися з двох змінних: «купівлі від реклами» (до якої додається ще стала «ефективність реклами») та «купівлі від порад-реклами», а ефект від реклами в кожен момент часу генерує певну кількість клієнтів із середовища потенційних клієнтів (відповідні дані на практиці подає статистика у період рекламної кампанії). В результаті за моделлю Ф. Басса (рис. 5.5) маємо:

$$\begin{aligned} \text{«темп купівлі»} &= \text{«купівля від реклами»} + \text{«купівля від порад-реклами»}, \\ \text{«купівля від реклами»} &= \text{«ефективність реклами»} \cdot \text{«потенційні клієнти»}, \\ \text{«купівля від порад-реклами»} &= \text{«потенційні клієнти»} \cdot \\ &\cdot (\text{«клієнти»} / \text{«населення»}) \cdot \text{«кількість контактів»} \cdot \text{«доля зацікавлених»}. \end{aligned}$$

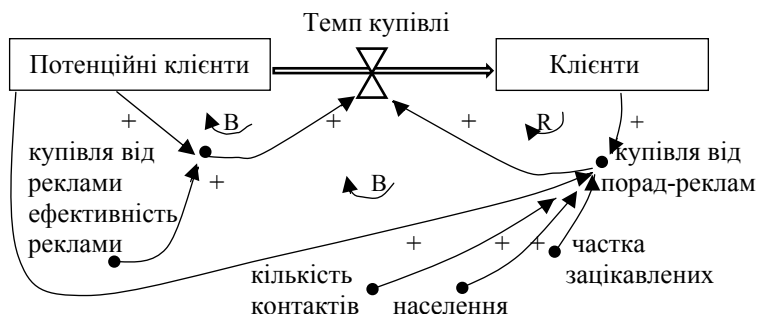


Рис. 5.5. Потокова діаграма для моделі Ф. Басса

За наявності повторних продажів (закінчується термін користування, морально застаріває продукт тощо) частина клієнтів повертається у накопичувач «потенційні клієнти», а рівень повернення залежить від кількості клієнтів, що хочуть знову купити продукт, та від середньої тривалості життя цього продукту. Тоді потокова діаграма стає як на рис. 5.6, а рівняння темпу повторної купівлі має вид:

«темпу повторної купівлі» = «клієнти» / «середній час користування продуктом».

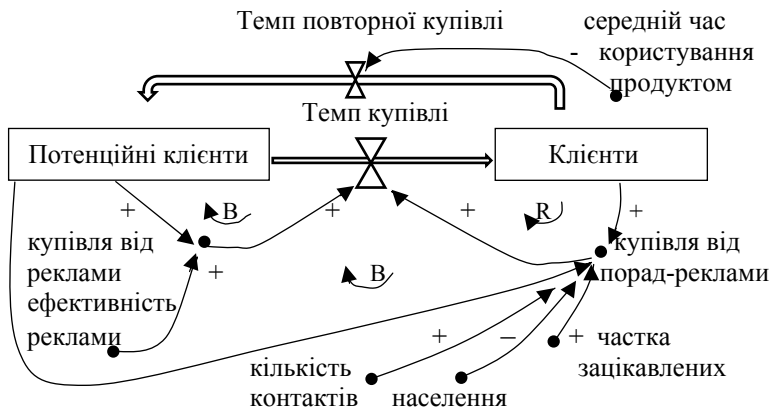


Рис. 5.6. Потокова діаграма моделі Ф. Басса з повторною купівлею

Крім того, зміняться загальні рівняння для визначення кількості клієнтів та потенційних клієнтів:

$$\begin{aligned} \text{«Клієнти»}(t) &= \int (\text{темпу купівлі} - \text{темпу повторної купівлі}, \text{ клієнти } t_0) ds, \\ \text{«Потенційні клієнти»}(t) &= \int (-\text{темпу купівлі} + \text{темпу повторної купівлі}, \\ &\quad \text{населення} - \text{клієнти } t_0) ds. \end{aligned}$$

За наявності дослідних даних після обчислень за такою моделлю можна отримати, що зростання кількості клієнтів залишиться на деякому рівні, а кількість потенційних клієнтів не буде спадати до 0 теж знаходячись на визначеному рівні.

Наведена модель Басса та її модифікації мали використання на практиці для аналізу продажу нових автомобілів, маркетингових ас-

пектів виводу на ринок нових продуктів тощо. Взагалі, аналіз поведінки галузей економіки, що взаємодіють з оточуючим середовищем (видобувної, лісової, сільського господарства, рибальства тощо) дає важливі результати у дослідженнях за допомогою системно-динамічних методів. Цінні результати одержуються при проведенні аналізу ринків сировини (нафти, газу та інших корисних копалин, пшениці, бавовни, кави, какао-бобів, металів тощо), що характеризуються наявністю циклічності.

### 5.3. Загальна структура системно-динамічних моделей

Математичною основою методів системної динаміки є диференціальні моделі, в яких використовуються представлення динамічних процесів у просторі станів. Тому отримані моделі є системами диференціальних рівнянь, що складаються з рівнянь стану  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  та рівнянь  $\mathbf{y} = H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ , де  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$  – вектор станів,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_p)^T$  – вектор входів,  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_q)^T$  – вектор виходів,  $t$  – час.

У процесі складення диференціальних моделей вибираються змінні стану та встановлюються зв'язки між цими змінними як функції правих частин рівнянь стану. Але встановити залежності тільки з використанням змінних стану дуже важко, тому застосовують детальний опис ланцюгів причинно-наслідкових зв'язків між факторами, що відображаються у моделі через змінні стану. Розробка таких ланцюгів передбачає включення додаткових змінних для визначення структури причинно-наслідкових зв'язків між змінними стану.

Позначимо векторну змінну, компоненти якої утворюють множину додаткових змінних при структуризації правих частин рівнянь стану, як  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_s)^T$ . Загальну структурну схему при описі функцій правих частин рівнянь стану представляють графом, вершини якого відповідають змінними моделі, а дуги – функціональним зв'язкам між відповідними змінними. Нехай рівняння стану мають вид:  $\dot{x}_1 = f(x_1, x_2, u_1, t)$ ,  $\dot{x}_2 = f(x_1, x_2, u_2, t)$ . Після факторизації правих частин рівнянь отримані структуруючі співвідношення  $f_1(x_1, x_2, u_1, t) = F_1(w_1, w_2)$ ,  $w_1 = F_2(x_1, x_2)$ ,  $w_2 = F_3(u_1, u_2)$ ,

$f_2(x_1, x_2, u_1, t) = F_4(w_2, u_1)$ . Тоді граф представлення функціональних залежностей між змінними має чотириох'ярусну структуру (рис. 5.7).

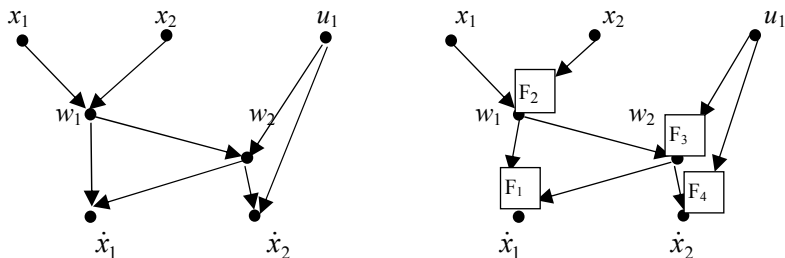


Рис. 5.7. Граф та структурна схема функціональних залежностей змінних моделі

Загальні правила утворення ярусів наступні:

- нульовий ярус у вершин, що відображають на графі змінні стану та входні змінні;
- вершинам проміжних ярусів відповідають змінні стану та додаткові змінні;
- останній ярус складають вершини, що представляють на графі змінні лівих частин рівнянь стану.

Схема побудови структур правих частин рівнянь стану формально описується як:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \Phi_k(\Phi_{k-1}(\dots \Phi_1(\Phi_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}))\dots)),$$

де  $\Phi_i : \bigcup_{j=0}^i z_j \rightarrow z_{j+1}$ ,  $i = \overline{0, k}$ , а  $z_j$  є множинами всіх змінних мо-

делі, визначених на  $j$ -му ярусі,  $\mathbf{z}_0 = (\mathbf{x}, \mathbf{u})^T$ ,  $\mathbf{z}_{k+1} = \dot{\mathbf{x}}$ ,  $\mathbf{w} = (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_k)$ .

Для вказаного вище прикладу яруси моделі утворюють наступні множини змінних (рис. 5.7):

$$\mathbf{z}_0 = (x_1, x_2, u_1)^T, \quad \mathbf{z}_1 = w_1, \quad \mathbf{z}_2 = w_2, \quad \mathbf{z}_3 = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)^T;$$

$$\Phi_0(\mathbf{z}_0) = F_2(x_1, x_2), \quad \Phi_1(\Phi_0(\mathbf{z}_0)) = F_2(w_1, u_1),$$

$$\Phi_2(\Phi_1(\Phi_0(\mathbf{z}_0))) = (F_1(w_1, w_2), F_4(w_2, u_1))^T.$$

В узагальненому вигляді форми запису моделей системної динаміки відзначаються наступним:

1. Праві частини рівнянь стану моделей задаються у вигляді добутків  $f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \mathfrak{Z}F(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , де  $\mathfrak{Z}$  - матриця розміру  $(m \times n)$  з елементами з множини  $\{-1, 0, 1\}$  та рангом  $rank \mathfrak{Z} = m$ ,  $F$  - відображення  $F: (\mathbf{x}, \mathbf{u}) \rightarrow \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T = \mathbf{z}_k$  є вектором всіх змінних моделі, визначених на передостанньому ярусі її структуризованого опису. Тому  $\mathbf{v} = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \Phi_{k-1}(\Phi_{k-2}(\dots \Phi_1(\Phi_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}))\dots))$  та  $\Phi_k(\mathbf{v}) = \mathfrak{Z}\mathbf{v}$ .
2. Стандартною схемою розв'язання рівнянь є однокрокова схема першого порядку, за якою для рівнянь стану отримують різницеві рівняння виду:  $\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_t + hf(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t)$ ,  $h$  - крок дискретизації,  $t = 0, 1, 2, \dots$ . В результаті у загальній структурній схемі рівнянь моделей виділяють дві частини:

I («Мережа потоків») -  $\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_t + h\mathfrak{Z}\mathbf{v}_t$ ;

II («Мережа інформації») -  $\mathbf{v}_t = F(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t)$ .

Для отримання правих частин рівнянь стану у вигляді добутків  $\mathfrak{Z}F(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  використовують два підходи до структуризації представлень про об'єкт, що моделюється. За одним структуризацію проводять від структури причинних зв'язків до змінних стану. За другим – навпаки: від змінних стану до структур причинних зв'язків. В обох основою є матриця  $\mathfrak{Z}$ , яка розуміється як приведена матриця інциденцій мережі  $N = (X, V)$ , де  $X$  – множина вузлів,  $V$  – множина дуг.

Розглянемо на прикладі побудову матриці  $\mathfrak{Z}$ . Нехай мережа потоків отримана (рис. 5.8). Для цієї мережі матриця інциденцій має вигляд:

$$\mathfrak{Z}_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_0 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix},$$

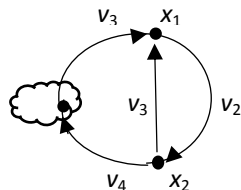


Рис. 5.8. Приклад мережі потоків

Приведена матриця  $\mathfrak{Z}$  отримується з матриці інциденцій  $\mathfrak{Z}_0$  вилученням довільного рядку. Вилучимо рядочок з нульовим вузлом. Тоді

$$\mathfrak{Z} = \begin{matrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Мережа  $N$ , що визначає матрицю  $\mathfrak{Z}$ , розглядається як мережа потоків матеріальних складових, динаміка яких враховується в моделі. В ній всі вузли крім нульового відповідають найбільш суттєвим станам виділених складових, а дуги – можливим переходам елементів з одного стану в інший. Розподілення елементів за станами змінюється з часом, ці зміни є нормативними образами процесів, що моделюються. Характеристиками розподілу елементів для складових, що входять до моделі, за станами  $X_1, X_2, \dots, X_m$  є змінні  $x_1, x_2, \dots, x_m$  рівнянь стану моделі. Змінні  $v_1, v_2, \dots, v_n$  є характеристиками інтенсивності (швидкості) здійснення переходів елементів з одного стану в інший по дугах  $V_1, V_2, \dots, V_n$  мережі  $N$ . Означене відповідає частині I («Мережа потоків»).

Вказаній структурній концепції рівнянь стану моделей системної динаміки надають гідравлічну інтерпретацію поточкових мереж, за якою кожен вузол  $X_i \in X$  мережі  $N$  розглядають як резервуар, рівень наповнення якого у момент  $t$  дорівнює  $x_i(t)$ ,  $i = \overline{1, m}$ , а дуги  $V_j \in V$  – як потоки рідини між резервуарами. Дуги вказують напрямки потоків, темпи яких характеризуються об'ємними витратами рідини  $v_j(t)$ ,  $j = \overline{1, n}$  на інтервалі  $[th, (t+1)h]$ . Гідравлічна інтерпретація добре узгоджується з балансовим виглядом рівнянь стану. Так, балансові рівняння неперервності потоків у мережі  $N$  для наведеного вище прикладу приймають вигляд:

$$x_1(t+1) = x_1(t) + hv_1(t) - hv_2(t) + hv_3(t),$$

$$x_2(t+1) = x_2(t) + hv_2(t) - hv_3(t) - hv_4(t)$$

$$(\text{або } \mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_t + h\mathfrak{Z}\mathbf{v}_t).$$

Основними змінними моделі є  $x_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 2}$  та  $v_j(t)$ ,  $j = \overline{1, 4}$ , причому  $x_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 2}$  – рівні моделі,  $v_j(t)$ ,  $j = \overline{1, 4}$  – темпи. Допоміжні

змінні, що використовуються при структуризації функціональних залежностей темпів від рівнів  $x$  та входів  $u$  (отриманні вигляду  $F$ ) і функціональних залежностей виходів  $y$  від рівнів  $x$  та входів  $u$  (тобто  $H$ ), входять разом з темпами до складу вектору  $w$  (де темпи розглядають як основні додаткові змінні).

Загальну структуру диференціальної системно-динамічної моделі відображає орієнтований граф причинно-наслідкової діаграми (на рис. 5.9 зображена така діаграма для розглянутого вище прикладу).

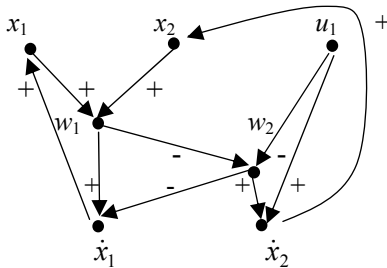


Рис. 5.9. Причинно-наслідкова діаграма

Як вже вказувалося знаки «+» або «-» позначають напрямок впливу однієї змінної на іншу, а побудова подібних діаграм дає якісний опис взаємозв'язків факторів моделі та принципових моментів розвитку процесу, що описується моделлю, ефективна при проведенні структуризації процесу.

Мережі потоків, ярусні інформаційні мережі описують структуру рівнянь моделі по частинах, причинно-наслідкові діаграми відображають зв'язки змінних моделі цілком, без поділу за типами.

Використовують дві схеми формування загальної структури системно-динамічних моделей. За першою:

- будується причинно-наслідкова діаграма;
- проводиться аналіз ланцюгів причинно-наслідкових зв'язків діаграми та визначаються фактори, що описуються в моделі рівнями і темпами;
- формується мережа потоків моделі;
- виділяється та уточняється інформаційна мережа моделі.

За другою:



- виділяється множина основних матеріальних складових, динаміка яких відображується у моделі;
- для кожної виділеної сукупності однорідних елементів визначається множина можливих станів, встановлюється структура переходів елементів складових з одного стану в інший;
- формується мережа потоків моделі;
- встановлюється структура причинно-наслідкових зв'язків між рівнями та темпами мережі потоків (структура інформаційної мережі).

Засобом якісного опису моделей системної динаміки є структурні схеми, з допомогою яких задаються структури взаємозв'язку та типи змінних рівнянь. Використовуючи структурну схему функціональних залежностей змінних моделі або причинно-наслідковий граф моделі будують представлення моделі, в якому кожна дуга графу помічена вказівником типу зв'язку змінних, інцидентних дузі (вказівник інтегрального типу зв'язку позначають «I», а функціонального – «F»). Наприклад, для моделі, що має причинно-наслідкову діаграму, зображену на рис. 5.9, структурна схема з поміченими типами зв'язку виглядає як представлено на рис. 5.10.

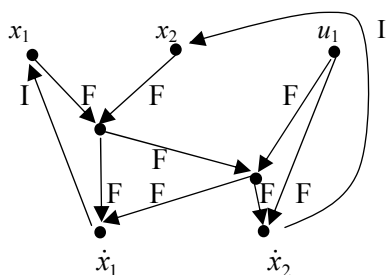


Рис. 5.10. Структурна схема моделі










**Визначення.** Схемою моделі системної динаміки називають орієнтований граф  $G = (\aleph, A)$  причинно-наслідкової діаграми, на множині дуг якого реалізована булева функція (схемна функція графу), що задається наступним чином:

$$\varphi(a) = \begin{cases} 0, & \text{дуга } a \in A \text{ заходить до вершини, що відповідає виходу F - блоку,} \\ 1, & \text{дуга } a \in A \text{ заходить до вершини, що відповідає виходу I - блоку.} \end{cases}$$

Для всіх дуг, що заходять в одну вершину графу, схемна функція має однакові значення.

Оснащення графів балансових рівнянь (мереж потоків) та ярусних графів функціональних залежностей темпів (мереж інформації) основними символами поточкових діаграм (табл. 5.1) сприяє структуризації для аналізу причинно-наслідкової структури системи. До інформаційної мережі поточкових діаграм вводяться рівні та запізнювання. Сама ж побудова поточкових діаграм важлива для проведення напередмодельного аналізу задачі.

Табл. 5.1. Основні символи поточкових діаграм

Символ	Назва	Призначення
 або 0	озеро	нульовий вузол поточкових мереж, позначає витoki та стоки поточкових мереж
 або 1	поточковий зв'язок	дуга поточної мережі діаграми, поєднує рівні з рівнями, витокami та стоками проходить через темп
 або F	інформаційний зв'язок	дуга інформаційної мережі діаграми, поєднує входи (параметри), допоміжні змінні, рівні з темпами, допоміжними змінними, виходами
 або L	рівень	вузол поточної мережі діаграми, позначає змінну стану
 або L	запізнення	рівень спеціального виду, що характеризується часом і порядком (темпом вихідного потоку визначається значенням рівня та часом і порядком запізнення)
 або R	темп	для позначення швидкості потоку, що проходить через дугу поточної мережі (одиниця виміру темпу дорівнює одиниці виміру рівня, поділений на одиницю виміру часу)
 або A	допоміжна змінна	для допоміжної змінної
 або S	вихід (додаткова змінна)	для змінної, характер зміни якої досліджується
 або S	вхід	для екзогенної змінної або сталої

#### 5.4. Етапи побудови моделей системної динаміки

Початковим етапом є концептуалізація (розробка вербальної моделі) досліджуваної ситуації. На цьому етапі відбувається постановка задачі, аналіз вихідної інформації, формулювання цілей, гіпотез, виявлення границь системи, основних факторів та процесів, необхідних у моделі для досягнення мети моделювання тощо.

Організація інформації про об'єкт, що моделюється, має суттєвий вплив на майбутню структуру моделі. Вона повинна формуватися з умови замкненості системи. Границю системи потрібно вибирати так, щоб забезпечувалася можливість включення до складу системи всіх її взаємодіючих важливих складових. Принцип замкненості вказує, що поведінка та стан системи обумовлені структурою взаємодії її складових, а наявність замкненої границі не виключає впливу на об'єкт зовнішніх факторів, які не можуть бути основними факторами розвитку системи. Побудовані причинно-наслідкові діаграми та потокові діаграми є вихідними даними для детального опису системи. За результатами початкового етапу одержується попередній опис структури причинних взаємозв'язків, що відображаються у моделі (вербальний та ескізи поточкових або причинно-наслідкових діаграм).

Побудову потокової діаграми вважають основним етапом при виконанні структуризації моделі системної динаміки. Основою для цього є розроблена причинно-наслідкова діаграма, вершини та дуги якої розмічаються за основними типами змінних за умов виконання аксіом системної динаміки (для отримання диференціальних рівнянь). Для побудови потокової діаграми у зв'язному, без петель графі причинно-наслідкової діаграми кожній вершині ставиться у відповідність один із символів  $\{L, R, A, C, S\}$  ( $L$  – рівень,  $R$  – темп,  $A$  – допоміжна змінна,  $C$  – вхід (стала, параметр, екзогенна змінна),  $S$  – вихід (додаткова змінна), а саме виконується потокове розфарбування графу.

Вказане є задачею переліку поточкових схемних функцій графу. Для цього потрібно будувати на дугах графу булеві функції, що мають кожну з характерних властивостей поточкових схемних функцій. Однотонна схемна функція графу фарбує в один тон всі дуги графу, що однаково інцидентні вершинам. Поділ (розфарбу-

вання) графу виконують за допомогою алгоритму виділення компонент зв'язності дводольних графів.

За орієнтованим графом  $G$  одержують дводольний терм-граф матриці суміжності  $G'$ , долі якого відповідають рядкам і стовпцям матриці, причому кожній дузі  $a=(n, m)$  графу  $G$  відповідає ребро  $a'=(n, m')$  графу  $G'$  і навпаки (рис. 5.11). Будь-який ланцюг графу  $G'$  задає підмножину дуг графу  $G$ , що повинні розфарбовуватися однотонними схемними функціями в один колір, відношення однотонності графу  $G$  визначається зв'язністю графу  $G'$  (відношення є еквівалентністю на множині дуг. Одержані класи еквівалентності й будуть однотонними частинами (компонентами терм-зв'язності) (рис. 5.12).

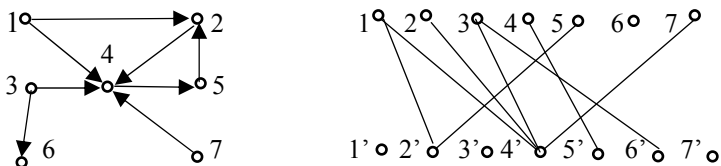


Рис. 5.11. Приклад графу  $G$  та терм-графу  $G'$

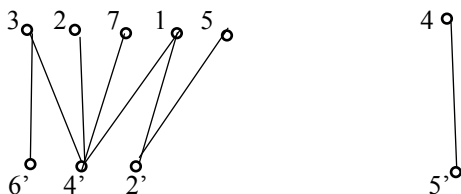


Рис. 5.12. Блоки однотонності графу  $G$

Для отримання розподілу орієнтованого графу на однотонні частини (виділення компонент зв'язності для дводольних графів) можна використати наступний алгоритм.

1. На матриці суміжності  $V$  графу  $G$  (терм-графу  $G'$ ) обирається перший ненульовий рядок  $t$  та створюється на його основі матриця  $V_t$ .
2. До матриці  $V_t$  додаються всі рядки матриці  $V$ , що є паралельними рядкам матриці  $V_t$  (рядки, при додаванні яких у загальній матриці можна вказати стовпчик з ненульовими елементами) та

ще не входять до матриці  $V_t$ . Сформована матриця  $V_t$  встановить суміжність вершин частини графу  $G$ , в яку входять ребра, що містяться в рядку  $t$ .

Наприклад, для графу  $G$ , заданого матрицею суміжності

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

компонента зв'язності графу, що відповідає першому рядку, буде задаватися матрицею

$$V_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Так як в матриці  $V$  немає рядків, що паралельні доданим рядкам у матрицю  $V_t$ , то одержана матриця  $V_t$  задає компоненту зв'язності графу  $G$ .

Для побудови 0,1-розфарбувань дуг графу, що задають схемні функції, які породжують потокові розфарбування використовують наступний метод.

1. Проводиться поділ графу на однотонні частини шляхом виділення класів однотонності дуг причинно-наслідкового графу та побудови схеми відношення терм-зв'язності.
2. Виконується перевірка на відсутність блоків однотонності з контурами (як забороненої структури) та аналіз однотонних блоків. Якщо присутні блоки однотонності з контурами, то граф не має потокової схемної функції. Якщо такі блоки відсутні, то виділяють однотонні блоки, для яких обов'язкове 0-розфарбування. До таких блоків відносять усі недовольні блоки та блоки, серед вершин яких є входи та виходи графу, внутрішні вершини графа. Якщо множина 0-розфарбованих таким чином блоків складає всю множину блоків однотонності графу, то граф не має потокової схемної функції. Якщо ні, то виділені 0-офарбовані блоки об'єднують в один 0-блок і перевіряють на відсутність в ньому контурів. Виявлення контуру вказує на від-

сутність потокової схемної функції. У випадку відсутності такого контуру виконується конденсація 0-офарбованого блоку заміною його дводольним орієнтованим графом досяжності вершин-виходів блоку з його вершин-входів (графом відповідних шляхів).

3. Проводиться перерахування альтернативних 1-офарбувань графу. Вибираються ті підмножини однотонних блоків графу, що не мали 0-офарбування, допускають 1-офарбування та не містять контурів. Якщо на даному кроці у графі  $G$  потрібно розглянути множину однотонних блоків  $\Phi = \{\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_p\}$ , де кожен з блоків є дводольним графом  $\Phi_i = \{N_i, N'_i, A_i\}$ , множини вершин  $N_i \cup N'_i$  та дуг  $A_i$  якого – відповідні підмножини графу  $G$ , блок  $\Phi_0$  вже 0-офарбований, а інші не офарбовані, то схему відношення однотонності графу  $G$  представляють у вигляді орієнтованого графу перетинів вершин блоків  $\hat{G} = (\Phi, \bar{V})$ , вважаючи, що в даному графі є дуга  $(\Phi_i, \Phi_j) \in \bar{V}$  тільки при не пустих перетинах множини вершин-виходів блоку  $\Phi_i$  та множини вершин-входів блоку  $\Phi_j$ :  $N'_i \cap N'_j \neq \emptyset$ . Інакше кажучи, переглядають всі підмножини множини нефарбованих вершин графу  $\bar{G}$ , що є внутрішньо стійкими підмножинами  $\Phi$  та блоками, через які проходить будь-який контур  $G$ . Тільки на дугах таких підмножин  $\Phi$  потокові схемні функції графу  $G$  можуть приймати значення 1. Якщо цих підмножин у множині  $\Phi$  немає, то граф  $G$  не має жодної потокової схемної функції, а тому задача про розфарбування для нього не може бути вирішеною.

#### 5.4.1. Побудова рівнянь темпів

Після одержання потокової діаграми моделі із структурою причинних залежностей темпів моделі від рівнів складають рівняння темпів, структура яких описана розробленою інформаційною мережею потокової діаграми (необхідно дотримуватися незалежності темпів моделі, що забезпечується на структурному рівні правильним складенням інформаційної мережі потокової діагра-

ми). Для обґрунтування обраних функцій темпів та їх вибору використовують наступні прийоми.

1. Темпи потоків розглядають як функції прийняття рішення. У випадку, коли відтворюючі функції темпів являють собою кількісні описи правил вирішення, що діють у керуванні системою, у розробці рівнянь темпів виділяють та у явному вигляді відображують у відтворюючих функціях темпів такі структурні елементи: бажаний стан потокового сектору, в якому діє деякий темп (відповідає меті вирішуючого правила); поточний стан сектору; кількісний вираз відмінності між вказаними станами потокового сектору; відношення для вироблення корегуючого впливу на темп, що забезпечує переведення сектору у бажаний стан.
2. Задання відтворюючої функції у вигляді добутку темпу, прийнятого за «нормальний», та корегуючих множників, що визначають його залежність від змінних стану (рівнів) моделі. Отримана структура повинна відповідати структурі причинно-наслідкових залежностей. Кожен з корегуючих множників відповідає деякій дузі інформаційної мережі потокової діаграми моделі, а зростання або спадання функції пов'язане із знаком, вказаним для дуги причинно-наслідкового графу.

Для обох прийомів необхідною є відповідність структур рівнянь темпів структурі інформаційної мережі потокової діаграми моделі.

### **5.5. Приклади застосування методів системної динаміки у моделюванні складних економічних систем**

Розвитком моделей світової динаміки Дж. Форрестера, отриманих на початку 1970-х рр., стали моделі глобального моделювання економічного розвитку. Розроблювані у 1980-х рр. складні моделі різноманітних економічних процесів перестали відтворювати причинно-наслідкові закономірності та невірно передбачали реальний розвиток систем, що моделювалися. В глобальних моделях цих років для опису блоку економічної динаміки переважно використовували модифікації зростання Р.М. Солоу, в основі якої полягає економіка пропозиції (враховується динаміка факторів вироб-

ництва, платоспроможний попит не враховується). Важливим для подальшого було надання переваги структурним моделям, що описують внутрішні механізми впливу факторів, визначальних для розвитку основних процесів у моделі. Необхідність розробки прогнозів для досягнення сталого економічного зростання викликала потребу у кращих моделях для короткострокових, середньострокових та довгострокових прогнозів. Принципи економіки попиту і результати наукових досліджень вказали, що динамічні моделі економіки мають будуватися з урахуванням дії рівноважного довгострокового зростання і циклічних коливань, що визначаються зміною співвідношення попиту та пропозиції. Тому сучасні динамічні моделі соціально-економічного розвитку враховують взаємодію циклічних коливань (циклів Кондратьєва та ін.) та тренду зростання, виявляють точки біфуркації системи.

Сучасні структурні моделі з описом механізмів впливу основних факторів розвитку процесів у системі та врахуванням взаємодії обернених зв'язків підсистем за умови цільності характеристик системи (а не просто суми властивостей підсистем) привели до побудов ієрархічних багаторівневих моделей. Серед таких моделей набули практичного значення моделі для аналізу інновацій як в окремих підприємствах, так і в галузевих та регіональних економічних системах. Було встановлено, що депресія змушує підприємства у пошуку шляхів її подолання впроваджувати інноваційні заходи, завдяки чому з базових технологій виникають нові галузі, які дозволяють запустити новий цикл Кондратьєва, сформувати потужне зростання економічного об'єкту (що довело важливу роль інновацій для економічного розвитку). Виявлення М. Хіроокою інфратраєкторій для інновацій, поширюваних за межі одного циклу Кондратьєва, які сприяють появі нових інфраструктур, спонукало до їх вивчення. Інновації такого типу були названими магістральними (прикладом є мікроелектроніка, біотехнології). Аналіз життєвих періодів показав, що такі інновації спочатку поширюються, створюючи нові ринки, їхній потенціал розширюється і поступово складається нова інфраструктура в економіці.

Результатом уточнення базових моделей економічного розвитку, яке враховувало наявність додатних обернених зв'язків та затримок в реакції системи на зміну умов, стала модель макроекономічної динаміки для опису взаємодії довгострокового економіч-



ного зростання та циклічних коливань ділової активності для вільної ринкової економіки, одержана А.А. Акаєвим:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \left\{ \lambda + k - \lambda(1-s) \frac{1}{\gamma^*} \frac{\partial Y}{\partial L} - k\lambda v \left[ 1 - \frac{4}{3} \chi \left( v \frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \right\} \frac{dy}{dt} + \lambda \left[ k - s(1-s) \frac{\partial Y}{\partial K} \right] y + \\ + \lambda(1-s) \left( \mu - k \frac{a}{h} \right) K \frac{\partial Y}{\partial K} - \lambda k(1-s) \frac{b}{h} L \frac{\partial Y}{\partial L} = \lambda \frac{dA}{dt} + k\lambda A.$$

В ній:  $y(t)$  – поточний обсяг випуску продукції,  $Y(K, L)$  – рівень випуску продукції, що відповідає траєкторії довгострокового зростання,  $K$  – капітал,  $L$  – праця,  $\lambda$  – швидкість реакції (запізнення) пропозиції на попит,  $k$  – швидкість реакції фактичних індукованих капіталовкладень на рішення про інвестиції,  $s$  – коефіцієнт заощаджень,  $v$  – потужність акселератора,  $\mu$  – коефіцієнт вибуття капіталу,  $a, b, h$  – сталі рівняння Ейлера для виробничої функції  $aK \frac{\partial Y}{\partial K} + bL \frac{\partial Y}{\partial L} = hY$ ,  $\gamma^*$  – модифікований параметр Оукена ( $\gamma^* = \gamma \frac{F}{L^*}$ ,

де  $F$  – національний дохід за повної зайнятості,  $L^*$  – відповідна праця),  $A$  – незалежні від доходу витрати на капіталовкладення та споживання. В моделі А.А. Акаєва вираз  $\frac{4}{3} \chi k \left( v \frac{dy}{dt} \right)^3$  – нелінійний

акселератор інвестицій, що забезпечує у системі незатухаючі циклічні коливання (параметр  $\chi = 1$ ) та виконує роль додатного оберненого зв'язку з коефіцієнтом посилення  $v$ , а потужність акселератора  $v$  є керуючим параметром, що має вирішальний вплив на динаміку системи. Автором моделі виявлено, що для випадку  $v > 1.05$  в системі виникає коливальний процес. Наведена модель використовувалася для вивчення поступально-циклічного розвитку макроекономічних систем.

**Приклад 5.1.** Розглянемо приклад системно-динамічної моделі автономного розвитку країни, що аналізує потоки товарів та грошей, зміну їх залишків у економічних агентів. Дана агрегована модель не передбачає наявності стану ринкової рівноваги у системі, але дозволяє вивчати дисбаланси товарів та грошей, динамічну взаємодію секторів економіки, поведінку економіки при наявності секторів із спадаючою, постійною, зростаючою віддачею. Для випадку замкненої економічної системи та лише двох секторів (виробничого і споживацького) приймається, що вся продукція виробничого сектору, вироблена в одиницю часу, є агрегованим

продуктом (як однопродуктова модель), вартість якого у сталих цінах дорівнює  $F$ , а в поточних  $Fp$  ( $p$  – індекс цін); продукція виробничого сектору споживається обома секторами, споживацький сектор надає роботу силу; джерелом надходження коштів у виробничий сектор є придбання вироблених ним товарів та послуг, а джерелом надходження коштів у споживацький сектор є заробітна плата за роботу у виробничому (величина її пропорційна вартості виробленої продукції). Виробничий сектор виплачує заробітну плату, має витрати на забезпечення виробничого процесу та проводить потенційне інвестування. Відтворення економіки забезпечується за рахунок накопичень виробничого сектору, у споживацькому секторі кошти витрачаються на споживання та заощадження. Попит споживацького сектору на агрегований продукт виробничого сектору визначають функцією споживацького попиту, яку вважають пропорційною купівельній здібності наявних коштів, а параметри попиту та пропозиції залежать від купівельної здібності грошей (в деякий момент часу  $t$  купівельна здібність грошової суми  $M$  при індексі цін  $p(t)$  буде  $M/p$ ). Виробництво продукції за одиницю часу залежить від грошових витрат з урахуванням купівельної здібності, при зростанні виробництва кількість виробленої продукції на одиницю витрат може зростати або зменшуватися. В моделі приймається, що попит на продукцію складається з попиту споживацького сектору на товари та попиту на виробничі фонди (заданий коефіцієнт  $k_p$  для визначення частини коштів виробничого сектору, що витрачається на відтворення основних фондів), пропозиція визначається випуском продукції. Якщо  $M_p(t)$  та  $M_h(t)$  – кількість коштів в момент часу  $t$  відповідно у виробничому секторі та споживацькому, між секторами відбувається рух грошових потоків, а їх можна розглядати як накопичувачі, то значення динамічних змінних  $M_p(t)$  і  $M_h(t)$  визначаються поточним балансом грошових доходів та витрат відповідних секторів, а значення динамічної змінної індексу цін  $p(t)$  – поточним балансом попиту і пропозиції на вироблені товари і послуги, що відповідає рівнянням динаміки кількості коштів у секторах щодо доходів та витрат з урахуванням індексу цін

$$\begin{aligned}\frac{dM_p}{dt} &= k_h M_h - h F p, \\ \frac{dM_h}{dt} &= h F p - k_h M_h, \\ \frac{dp}{dt} &= a(k_h M_h + k_p M_p - F p),\end{aligned}$$

де  $k_h$  – коефіцієнт для визначення витрачених в одиницю часу коштів споживчим сектором як частини від наявних в секторі,  $h$  – коефіцієнт для визначення частини від вартості виробленої продукції, що складає сукуп-

ні доходи споживчого сектору,  $a$  – коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість встановлення рівноважних цін та тип взаємодії галузей виробництва й обігу (для випадку незмінних цін  $a=0$ ).

В наведеній моделі для ситуації, коли кількість виробленої продукції стає більше (менше) попиту на неї відбувається зменшення (зростання) ціни (вартість продукції  $Fp$  є деякою функцією від умов і характеру виробництва). Означена модель описує ситуацію незмінної кількості грошей у системі (відсутність емісії):

$$M_h(t) + M_p(t) = M(t) = \text{const}.$$

Подібна модель для випадку, коли відбувається зміна внаслідок емісії загальної кількості грошей у системі ( $M(t) \neq \text{const}$ ) має вигляд:

$$\frac{dM_p}{dt} = k_h M_h - h F p + \Delta M_p,$$

$$\frac{dM_h}{dt} = h F p - k_h M_h + \Delta M_h,$$

$$\frac{dp}{dt} = a(k_h M_h + k_p M_p - F p),$$

де  $\Delta M_p(t)$  та  $\Delta M_h(t)$  – зміни кількості грошей у виробничому та споживчому секторах.

Аналіз ситуації простого відтворення та умов можливого економічного зростання є основою для аналізу економічних закономірностей. Для ситуації простого відтворення:

$$k_h M_h - h F p = 0,$$

$$k_h M_h + k_p M_p - F p = 0,$$

$$M_h + M_p = M = \text{const},$$

тобто до споживчого сектору надійде за деякий період часу стільки ж коштів, скільки в ньому витратиться за цей час, а валовий випуск продукції витрачається на споживання та відтворення основного капіталу. Якщо  $F = f(k_p M_p / p)^c$ , де  $f$  – параметр, що вказує ефективність віддачі вкладень у виробництво, то одержується аналітичний розв'язок, який характеризує стан динамічної рівноваги в економіці країни, причому для ситуації спадаючої віддачі ( $c < 1$ ) стан рівноваги стійкий за Р.М. Солоу, для зростаючої віддачі ( $c > 1$ ) стан рівноваги не стійкий, а для сталої віддачі ( $c = 1$ ) стан рівноваги існує, але із зміною параметрів системи також змінюється.

За наявності сталої віддачі

$$M_p = Mk_h / (k_h + k_p (f - 1)),$$

$$M_h = Mk_p (f - 1) / (k_h + k_p (f - 1)).$$

За умови повного використання коштів, що надходять до обох секторів,  $k_p = k_h = 1$  одержується динамічна рівновага ( $M_p = M / f$ ,  $M_h = M(f - 1) / f$ ), а якщо ж  $h = (f - 1) / f$ , то забезпечується баланс між пропозицією та попитом (зростання цієї величини спричиняє інфляційні процеси, а спадання – відносно надлишкове виробництво; значення  $h = (f - 1) / f$  для простого відтворення є необхідною умовою балансу).

**Приклад. 5.2.** Прикладом опису незамкненої системи є модель відтворення економік двох країн з національними валютами, що мають ринкову взаємодію (рис. 5.13). Населення може купувати споживацьку продукцію своєї країни або іншої та витратити на це частину своїх коштів (визначається заданням коефіцієнтів  $k_{h11}$ ,  $k_{h22}$ ,  $k_{h12}$ ,  $k_{h21}$ ) за цінами країни-виробника, причому обмінний курс валют встановлюється на основі попиту на валюти, що виникає у процесі торгівлі.

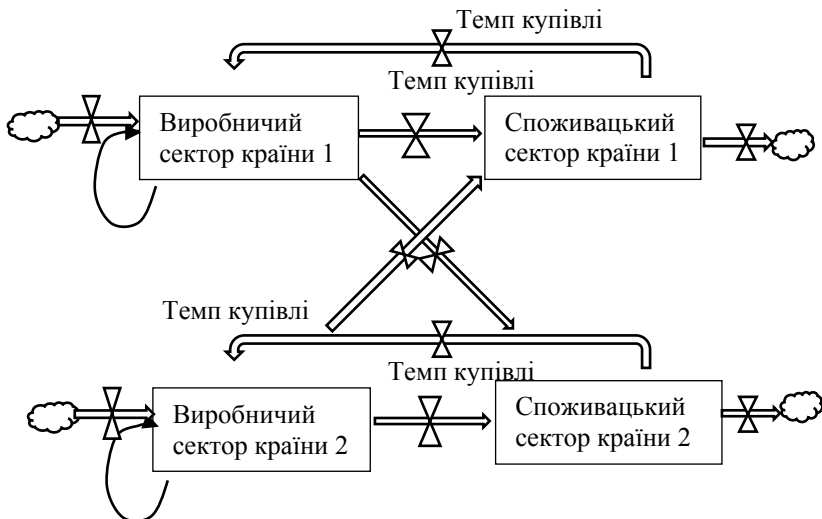


Рис. 5.13. Узагальнена потокова діаграма моделі

Динамічна модель системи може бути представлена як:

$$\frac{dM_{p1}}{dt} = k_{h11}M_{h1} + k_{h21}M_{h2}b_{21} - h_1F_1p_1 + \Delta M_{p1},$$

$$\frac{dM_{h1}}{dt} = h_1F_1p_1 - (k_{h11} + k_{h12})M_{h1} + \Delta M_{h1},$$

$$\frac{dp_1}{dt} = a_1(k_{h11}M_{h1} + k_{h21}M_{h2}b_{21} + k_{p1}M_{p1} - F_1p_1),$$

$$\frac{dM_{p2}}{dt} = k_{h22}M_{h2} + k_{h12}M_{h1}b_{12} - h_2F_2p_2 + \Delta M_{p2},$$

$$\frac{dM_{h2}}{dt} = h_2F_2p_2 - (k_{h22} + k_{h21})M_{h2} + \Delta M_{h2},$$

$$\frac{dp_2}{dt} = a_2(k_{h22}M_{h2} + k_{h12}M_{h1}b_{12} + k_{p2}M_{p2} - F_2p_2),$$

$$\frac{db_{21}}{dt} = a_3((k_{h12}M_{h1})/(k_{h21}M_{h2}) - b_{21}),$$

$$b_{12}b_{21} = 1,$$

де  $b_{21}$ ,  $b_{12}$  – обмінні курси валюти країни 2 на валюту країни 1 та навпаки, попит на валюту іншої країни визначається тим, яку частину коштів у країні витрачають на купівлю продукції іншої країни ( $k_{h12}M_{h1}$ ,  $k_{h21}M_{h2}$ ).

Аналогічно як у попередній моделі в даній теж приймають  $F_1 = f_1(k_{p1}M_{p1}/p_1)^{c_1}$ ,  $F_2 = f_2(k_{p2}M_{p2}/p_2)^{c_2}$  та аналізують режим простого відтворення в умовах збалансованого товарного обміну (для такого випадку всі потоки коштів у системі збалансовані оберненими потоками і праві частини диференціальних рівнянь дорівнюють 0).

На основі аналізу моделі можна одержати, що у випадку підвищеного попиту продукції однієї з країн курс її валюти буде зростати. За допомогою моделі можна також вивчати ситуацію проведення додаткової емісії валюти, введення регульованого курсу обміну.

Для ситуації, коли виробництво однієї з країн спеціалізується на отриманні сировини на експорт та має промисловість для обслуговування внутрішнього ринку для отримання подібної моделі вказується наявність у країні двох виробничих секторів: сировинного і обробляючого. Якщо виробничий сектор країни 1 купує сировину, що виробляється виробничим сектором країни 2 за ціною  $p_2$ , яка залежить від співвідношення попиту та пропозиції ( $q$  – частка сировини країни 2 у продукції країни 1), а виробничий сектор країни 2 купує потрібне у країні 1 та споживчий сектор переважно купує продукцію країни 1, то модель стає такою:

$$\frac{dM_{p1}}{dt} = k_{h1}M_{h1} + k_{h21}M_{h2}b_{21} + k_{p2c}M_{p2c}b_{21} - qF_1p_2b_{21} - h_1F_1p_1 + \Delta M_{p1},$$

$$\frac{dM_{h1}}{dt} = h_1F_1p_1 - k_{h1}M_{h1} + \Delta M_{h1},$$

$$\frac{dp_1}{dt} = a_1(k_{h1}M_{h1} + k_{h21}M_{h2}b_{21} + k_{h2c}M_{h2c}b_{21} + k_{p1}M_{p1} - F_1p_1),$$

$$\frac{dM_{p2c}}{dt} = qF_1p_2 - h_{2c}F_{2c}p_{2c} - k_{p2c}M_{p2c} + \Delta M_{p2c},$$

$$\frac{dM_{p2n}}{dt} = k_{h22}M_{h2} - h_{2n}F_{2n}p_{2n} + \Delta M_{p2n},$$

$$\frac{dM_{h2}}{dt} = h_{2c}F_{2c}p_{2c} + h_{2n}F_{2n}p_{2n} - (k_{h22} + k_{h21})M_{h2} + \Delta M_{h2},$$

$$\frac{dp_{2c}}{dt} = a_{2c}(qF_1p_2 - F_{2c}p_{2c}),$$

$$\frac{dp_{2n}}{dt} = a_{2n}(k_{h22}M_{h2} + k_{p2n}M_{p2n} - F_{2n}p_{2n}),$$

$$\frac{db_{21}}{dt} = a_3(qF_1p_2 + k_{h21}M_{h2} - k_{h2}M_{p2}),$$

$$b_{12}b_{21} = 1,$$

а також

$$F_1 = f_1(k_{p1}M_{p1} / p_1)^{c_1},$$

$$F_{2c} = f_{2c}(k_{p2c}M_{p2c}b_{21} / p_1)^{c_{2c}}, \quad F_{2n} = f_{2n}(k_{p2n}M_{p2n} / p_{2n})^{c_{2n}}.$$

Аналіз цієї теж моделі розпочинається з вивчення режиму простого відтворення.

На практиці системно-динамічні моделі часто доволі складні. Так, модель для потреб керування інвестиційною діяльністю нафтової корпорації, одержана А.С. Акоповим, в якій розглядаються сегменти геологічної розвідки, нафтовидобування, нафтопереробки, збуту і враховуються впливи основних показників діяльності корпорації, ризиків та попиту, інфраструктурні особливості, має сотні факторів, що використовуються. Необхідність досягнення збалансованості в інвестиційній та виробничій діяльності корпорації спричинена можливими великими втратами, які можуть

знищити ефект від нарощування видобутку (причиною може бути, наприклад, нестача транспортних ресурсів), або економією на інноваційних технологіях, що надають додатковий прибуток. Розгляд обернених зв'язків між інвестуванням розвитку та облаштуванням родовищ, прогнозованими обсягами видобутку сирої нафти за родовищами, транспортними витратами, попитом від нафтопереробної промисловості та ін. дозволив створити модель, в якій інвестиції в проекти одного із сегментів дозволяють вивчити перерозподіл фінансових та матеріальних потоків у системі, аналізувати діяльність інших сегментів. За результатами моделювання А.С. Акоповим доведено, що для підтримки економічної системи у стані зростання та збалансованості необхідно інвестувати не тільки у проекти з високим рівнем рентабельності, а й в інші, пов'язані з ним через обернений зв'язок. Крім того, показано, що обчислення цін на нафту за методом *net back* та розмірів інвестицій у родовища повинно бути ітераційним (обраховуються обсяги видобутку за визначеного рівня інвестицій, вивчається розподіл нафти через транспортну систему для постачання та формування нового портфелю інвестицій і знову обчислюються обсяги видобутку). Загальна модель включає до себе чотири моделі (нафтогазовидобувного об'єднання, транспортну, нафтопереробного підприємства, збуту нафтопродуктів), які дозволяють визначити дисконтовані фінансові потоки від операційної та інвестиційної діяльності корпорації.

Наведена на рис. 5.14 потокова діаграма агрегованої моделі нафтопереробного заводу (в якій процеси розглядаються лише до рівня, необхідного для розрахунку основних матеріальних та фінансових показників) висвітлює складність загальної моделі.





## 6. Технологічні процеси як алгебраїчні функціональні мережі. Функціональні моделі

Систему, яка може представляти деяку технологію, процес виробництва тощо, представляють у вигляді  $G = \langle X, H, S, Y \rangle$ , де  $X = \{X_1, X_2, \dots\}$  – предмети праці,  $H = \{H_1, H_2, \dots\}$  – суб'єкти праці,  $S = \{S_1, S_2, \dots\}$  – засоби,  $Y$  – продукт праці,  $F$  – процес функціонування, в якому здійснюється перетворення  $X$  в  $Y$  за допомогою  $S$  та  $H$ .

У загальному випадку задачу забезпечення бездефектності продукту праці  $Y$  формують як задачу мінімізації середніх сумарних витрат  $C_\Sigma = C_Y + C(P_Y) \rightarrow \min$ ,  $C_Y$  – середні витрати (час або гроші), на отримання продукту,  $C(P_Y)$  – середні витрати, пов'язані із застосуванням продукту, як функція його бездефектності (з урахуванням витрат на усунення наслідків дефектів),  $P_Y$  – ймовірність відсутності дефектів у продукті.

У зв'язку з високою трудомісткістю, часто неможливістю, встановити залежність  $C(P_Y)$ , на практиці задачу, вказану вище, формують у вигляді такої задачі оптимізації:

Знайти  $X, H, S, Y$  за яких

$$\begin{cases} C_Y \rightarrow \min, \\ P_Y \geq P_Y^D \end{cases} \quad \text{– пряма задача,}$$
$$\begin{cases} P_Y \rightarrow \max, \\ C_Y \leq C_Y^D \end{cases} \quad \text{– двоїста задача.}$$

Будується модель, що дозволяє обчислювати значення цільових функцій та обмежень за фіксованих значень керованих змінних, що характеризують властивості  $X, H, S, F$ . Бездефектний синтез передбачає генерацію потенційно можливих варіантів побудови системи, які оцінюються та відбираються за критеріями прямої та двоїстої задач. Генерація варіантів здійснюється перетвореннями моделі бездефектності, що побудована, для покращення показників  $P_Y$  та  $C_Y$ . Ці покращення відбуваються шляхом покращення властивостей елементів системи  $(X, H, S)$  та процесу її функціонування  $F$ . Типовими покращеннями є: підвищення якості

предметів праці, підвищення рівня кваліфікації суб'єктів праці, збільшення надійності засобів праці, введення контрольних точок у процесі функціонування тощо.

Основою методики формалізованого бездефектного проектування технологічних систем є використання функціональних мереж [8], які представляють у вигляді взаємопов'язаних описів: алгоритмічного та ймовірнісного. Алгоритмічний опис відображає логіко-часову послідовність подій (процесу виробництва, технології тощо), які відбуваються у процесі перетворень предметів праці  $X$  у результат праці  $Y$ . Елементами опису є оператори та логічні умови. Операторами описують предмети праці, елементи процесу праці (операції, дії, роботи) та продукт праці. Логічними умовами описують перевірки, що виконуються для ідентифікації станів предметів праці, елементів процесу праці та продукту праці (контроль працездатності, якості предметів праці, вірності перетворень предметів праці; підсумковий контроль тощо).

Ймовірнісним описом є отримані на основі алгоритмічного формули розрахунку показників  $P_Y$  та  $C_Y$  за відомими характеристиками витрат та ймовірностей вірного виконання операторів та логічних умов. Вважається, що між цими описами існує однозначна відповідність.

Принцип модульності функціональної мережі (підмережі) дає можливість розглядати ієрархічність побудови. Ієрархічність процесу отримання продукту праці дозволяє представити функціональну мережу у вигляді потокового графу, в якому:

$$Y_1 = F_1(Y_{21}, \dots, Y_{2i})$$

$$Y_{21} = F_{21}(Y_{31}, \dots, Y_{3i}), \dots, Y_{2i} = F_{2i}(Y_{3j}, \dots, Y_{3k})$$

$$Y_{31} = F_{31}(X_{31}, \dots, X_{3i}), \dots, Y_{2k} = F_{3k}(Y_{3n}, \dots, Y_{3p}).$$

Кожен вузол цього графу може мати подібне деревовидне представлення, яке відповідає ієрархічним рівням деталізації процесів праці. Так, при проектуванні технологічних процесів прийнятний їх опис на рівні маршрутів, технологічних операцій і переходів.

Функціональні мережі можуть мати дефекти різних типів внаслідок того, що вони можуть мати операторні та логічні елементи з різними результатами, які відповідають множині дефектів, що моделюються.

За принципом покращуючих перетворень для функціональних мереж система перетворюється доти, доки не буде знайдений такий варіант системи, що забезпечує необхідні значення бездефектності  $P_Y$  та витрат  $C_Y$ , які досягаються за умов виконання покращуючих підстановок (тобто заміни деякого фрагменту функціональної мережі іншим, що веде до зростання  $P_Y$  і/або зменшення  $C_Y$ ).

При отриманні моделей за допомогою функціональних мереж розглядають декілька рівнів. На рівні елементарних операцій праці часто використовують регресійні моделі. На рівні технологічних процесів, операцій, дій та ін. за відомими вимогами до припустимих значень  $P_Y^D$  та  $C_Y^D$  визначають аналітичні показники процесу виробництва або технології, що моделюється. Наступним рівнем є аналіз та синтез процесу від рівня елементарних дій за всіма рівнями ієрархії.

## 6.1. Технологічні та інші процеси праці як алгебраїчні функціональні мережі

Алгебраїчною функціональною мережею називають представлення функціонування технологічних процесів у парі алгебр  $(a_{on}, a_{oc})$ , де  $a_{on}$  — алгебра опису процесу функціонування виробничого процесу,  $a_{oc}$  — алгебра кількісної оцінки процесу функціонування (наприклад, за показниками бездефектності та витрат). Алгебри опису та оцінки є парами множин:  $a_{on} = \langle M_{on,e}, M_{on,o} \rangle$ ,  $a_{oc} = \langle M_{oc,e}, M_{oc,o} \rangle$ , де  $M_{one}$  — множина описових елементів за допомогою яких проводиться опис процесу функціонування обраної системи (тобто технології, технологічного процесу і т.д.) з урахуванням подій, що проводять до виникнення, виявлення та усунення дефектів;  $M_{on,o}$  — множина описових операцій, що задають відношення між описовими елементами;  $M_{oc,e}$  — множина оціночних елементів (ймовірісно-вартісних характеристик, за допомогою яких оцінюються якість виконання описових елементів та відпо-

відні витрати);  $M_{оц.о}$  – множина оціночних операцій (операцій над оціночними елементами, за допомогою яких обчислюються імовірно-вартісні характеристики всього процесу функціонування системи).

Вводяться взаємно-однозначні відповідності між описовими елементами з множини  $M_{one}$  та оціночними елементами з множини  $M_{оц.е}$ , між описовими операціями з множини  $M_{он.о}$  та оціночними операціями з множини  $M_{оц.о}$ . Встановлення такої відповідності дає можливість зробити кількісну оцінку процесу функціонування описуваної системи формальною процедурою: достатньо буде описати процес за допомогою описових операцій в алгебрі  $a_{он}$ , а потім замінити кожну описову операцію відповідною оціночною з алгебри  $a_{оц}$ . Процедuru заміни описових операцій їх оціночними аналогами при дослідженні функціональної мережі називають укрупненням.

Процедура укрупнення базується на застосуванні поняття функціональних одиниць і структур [8].

Функціональною одиницею називаються описовий елемент з множини описових елементів  $M_{one}$  разом з відповідними до нього оціночними елементами з множини оціночних елементів  $M_{оц.е}$ .

Функціональною структурою називають описову операцію з множини описових операцій  $M_{он.о}$  разом з відповідними до неї оціночними операціями з множини оціночних операцій  $M_{оц.о}$ .

### 6.1.1. Оператори алгоритмічного опису технологічних процесів

В основу алгебри опису подій (причому, як вказувалося вище, процеси праці розглядаються як дискретні) покладено модифіковану систему алгоритмічних алгебр Глушкова  $a = \langle U, B, \Omega_1, \Omega_2 \rangle$ , де:  $U$  – множина операторів,  $U = \{A, C, D, \dots\}$ ;  $B$  – множина логічних умов,  $B = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\}$ ;  $\Omega_1$  – множина операцій, що пород-

жують логічні умови з множини  $B$ ;  $\Omega_2$  – множина операцій, що породжують оператори з множини  $U$ .

Оператором  $A$  вважають відображення інформаційної множини  $M$  до себе, тобто це перетворення виду  $m' = A(m)$ , таке, що  $m \in M$  – стан системи до виконання оператора  $A$ ,  $m' \in M$  – стан системи після виконання оператора  $A$ . Інформаційна множина  $M$  для обраної системи це множина усіх можливих станів системи включаючи стани предметів, засобів, суб'єктів та продуктів праці.

Логічною умовою  $\alpha$  вважають відображення наявного стану описуваної системи у двох елементну множину  $\{0,1\}$ , в якій 1 означає істинність, 0 – хибність.

До операцій, що породжують логічні умови, тобто операцій з множини  $\Omega_1$ , відносять [8]: булеві операції (диз'юнкції, кон'юнкції, заперечення); операцію множення зліва умови на оператор  $\beta = A\alpha$ , зміст якої полягає в перевірці умови  $\alpha$  після виконання оператора  $A$ , причому  $\beta = 1$ , якщо після виконання оператора  $A$  умова  $\alpha = 1$  (відповідно  $\beta = 0$  при  $\alpha = 0$ ). Основними властивостями операції множення зліва є:  $\overline{A\alpha} = A\overline{\alpha}$ ,  $A(\alpha \vee \beta) = A\alpha \vee A\beta$ ,  $A(\alpha \wedge \beta) = A\alpha \wedge A\beta$ .

До основних операцій, що породжують оператори, тобто операцій з множини  $\Omega_2$ , відносять такі: композиція операторів,  $\alpha$ -диз'юнкція,  $\alpha$ -ітерація.

Композиція операторів  $A_1A_2$  – це бінарна операція на множині  $\Omega_2$ , що породжує такий оператор  $B = A_1A_2$ , який отримується послідовним виконанням (застосуванням) операторів  $A_1 \in U$  та  $A_2 \in U$ . Дана операція є асоціативною:  $(A_1A_2)A_3 = A_1(A_2A_3)$ .

Операція  $\alpha$ -диз'юнкції  $(\alpha A_1 \vee A_2)$  – це тернарна операція, яка залежить від умови  $\alpha \in B$ , операторів  $A_1 \in U$  та  $A_2 \in U$  і породжує такий оператор  $C = (A_1 \vee A_2)$ , що

$$C = \begin{cases} A_1, & \alpha = 1, \\ A_2, & \alpha = 0. \end{cases}$$

Дана операція є комутативною:  $(\alpha A_1 \vee A_2) = (\alpha A_2 \vee A_1)$ .

Операція  $\alpha$ -ітерації  $\{_{\alpha} A\}$  – це бінарна операція, що залежить від умови  $\alpha \in B$ , оператора  $A \in U$  та складається з циклічного застосування оператора  $A$  (за хибної умови  $\alpha$ ) доки умова  $\alpha$  не стане істинною (тобто, поки  $\alpha = 0$  виконується оператор  $A$ ).

Для опису ділянок процесу, що повторюються, крім  $\alpha$ -ітерації використовують ще дві допоміжні операції: оберненої  $\alpha$ -ітерації (do-while) та циклу (do-while-do).

Операція оберненої  $\alpha$ -ітерації  $\{A\}_{\alpha}$  виражається через операцію  $\alpha$ -ітерації як  $\{A\}_{\alpha} = A\{_{\alpha} A\}$ , а операція циклу  $\{A[\alpha]B\}$  – як  $\{A[\alpha]B\} = A\{_{\alpha} BA\}$ .

Переривання у процесі функціонування технологічної системи може відбуватися за умов відсутності предметів праці, відказу предметів праці і т.д. Описують за допомогою операції  $\underline{\alpha}$ -фільтрації, яка включається до множини  $\Omega_2$ . Операція  $\underline{\alpha}$ -фільтрації – це унарна операція, яка залежить від умови  $\alpha \in B$  та породжує такий оператор-фільтр

$$\underline{\alpha} = \begin{cases} E, & \alpha = 1, \\ N, & \alpha \neq 1, \end{cases}$$

де  $E$  – тотожний оператор ( $E(m) = m, m \in M$ ),  $N$  – невизначений, тобто відбувається переривання процесу.

Для опису паралельних процесів уведений такий засіб паралелізму: до операцій з множини  $\Omega_2$  вводиться операція асинхронної диз'юнкції  $[A_1, A_2]$ , яка є одночасним (паралельним) виконанням операторів  $A_1$  та  $A_2$ , що реалізують різні функції.

Для опису багаторазового виконання оператору  $A$  уведено операцію піднесення до степені:  $(A)^n = A \cdot A \cdot \dots \cdot A$ .

В якості засобів опису відношень між подіями початку та закінчення для операторів, що виконуються, а також між послідовно та паралельно виконуваними елементами мережі, уведено поняття структуроутворювача. Структуроутворювачем  $S(\alpha)$  називають вираз, який характеризує умову  $\alpha$ , необхідну і достатню для досягнення цілі функціонування системи. Структуроутворювач може бути встановлений у будь-якому місці побудованої функціональної мережі. Наведемо приклад застосування структуроутворювача

чів. Нехай для вірного виконання алгоритму деякої технології, що складається з послідовності трьох операторів  $A_1, A_2, A_3$ , необхідно і достатньо виконати будь-які два з них. Тоді функціональну мережу можна подати у вигляді:

$$A = (A_1 A_2 A_3) S(\alpha),$$

де умова  $\alpha$  для структуроутворююча, що складається з умов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  (вірного виконання відповідних операторів) і є умовою вірного виконання усього алгоритму технології

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \vee \alpha_1 \alpha_3 \vee \alpha_2 \alpha_3.$$

Якщо, наприклад, алгоритм технологічного процесу описується чотирма паралельно виконуваними операторами і вважається початим, якщо почалися хоча б три з чотирьох операторів, і виконаним, якщо хоча б два оператори виконані вірно. Тоді функціональна мережа буде мати вигляд:

$$A = S(\alpha_{\text{поч}})[A_1 A_2 A_3 A_4] S(\alpha_{\text{к}}),$$

де умови для структуроутворювачів початку та кінця

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{поч}} &= \alpha_{n1} \alpha_{n2} \alpha_{n3} \vee \alpha_{n2} \alpha_{n3} \alpha_{n4} \vee \alpha_{1n} \alpha_{n2} \alpha_{n4} \vee \alpha_{1n} \alpha_{n3} \alpha_{n4}, \\ \alpha_{\text{к}} &= \alpha_{\text{к}1} \alpha_{\text{к}2} \vee \alpha_{\text{к}1} \alpha_{\text{к}3} \vee \alpha_{\text{к}2} \alpha_{\text{к}3} \vee \alpha_{\text{к}2} \alpha_{\text{к}4} \vee \alpha_{\text{к}1} \alpha_{\text{к}4} \vee \alpha_{\text{к}3} \alpha_{\text{к}4}. \end{aligned}$$

### 6.1.2. Операторні та логічні функціональні одиниці

Повернемося до розгляду функціональних одиниць та структур, що є важливими побудовами для розробки та аналізу функціональних мереж. Згідно викладеного вище, функціональні одиниці та структури можуть бути двох типів: операторні та логічні.

Операторною функціональною одиницею називають елемент моделі функціонування виробничої системи, що описується деяким оператором разом з відомими для нього характеристиками витрат та якості виконання. Типовими операторними функціональними одиницями є наступні [8]:

- робоча операторна одиниця  $R$ , при виконанні якої відбувається внесення дефектів лише у продукт праці, але дефекти не виявляються та не усуваються;

- доробка без внесення дефектів  $v$ , при виконанні якої відбувається усунення дефектів, що є у предметі праці (додаткові дефекти не вносяться);
- доробка з внесенням дефектів  $w$ , при виконанні якої відбувається усунення дефектів, що є у предметі праці та можливе внесення нових дефектів;
- оновлення  $z$ , при виконанні якої відбувається заміна предмету праці, що містить дефект, іншим без дефекту;
- тотожня  $E$ , при виконанні якої стан предмету праці не змінюється.

Логічною функціональною одиницею називають елемент моделі функціонування виробничої системи, що описується логічною умовою, разом з відомими для нього характеристиками витрат та якості функціонування. Типовими логічними функціональними одиницями є наступні:

- функціональний контроль, що описується умовою  $\omega = f_{\omega}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots)$ , де  $f_{\omega}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots)$  – логічна функція булевих змінних, які є умовами (індикаторами) вірності виконання елементів робочого процесу, що описується операторними функціональними одиницями (вхідний контроль предметів праці, контроль технологічних операцій, контроль готового продукту і т.д.);
- контроль працездатності, що описується умовою  $v = f_v(v_1, v_2, \dots, v_i, \dots)$ , де  $f_v(v_1, v_2, \dots, v_i, \dots)$  – логічна функція булевих змінних, які є індикаторами справності використовуваних засобів праці;
- організаційний контроль, що описується умовою  $\pi = f_{\pi}(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots)$ ,  $f_{\pi}(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots)$  – логічна функція булевих змінних, які є індикаторами вірності виконання заходів із забезпечення предметами, засобами та суб'єктами праці;
- циклоутворювач, що описується умовою

$$\eta = \begin{cases} 0, & p = \overline{0, m-1} \\ 1, & p = m, \end{cases}$$

$m$  – необхідне число повторів деякого фрагменту технологічного процесу,  $p$  – наявне значення лічильника числа повторів;

- циклообмежувач, що описується умовою



$$\gamma = \begin{cases} 1, & p = \overline{0, n} \\ 0, & p = n + 1, \end{cases}$$

$n$  – гранично допустиме число повторів деякого фрагменту технологічного процесу,  $p$  – наявне значення лічильника числа повторів.

На основі типових операторних та логічних функціональних елементів будуються складені. Наприклад, робоча функціональна одиниця із самоконтролем функціонування  $A\omega = A(\omega E \vee N)$ , робоча функціональна одиниця із самоконтролем працездатності  $A\nu = A(\nu E \vee N)$ , робоча функціональна одиниця із самоконтролем функціонування та працездатності  $\nu A\omega = (\nu E \vee N)A(\omega E \vee N)$  ( $\omega$  - умова вірності виконання функції, що інтерпретується оператором  $A$ ,  $\nu$  - умова справності знарядь праці для виконання оператора  $A$ ,  $N$  – невизначений оператор).

Операторною функціональною структурою називають довільну операцію, що породжує оператор, разом із виразами для обчислення безпомилковості та витрат на його виконання. Основними типами функціональних структур є:

- узагальнена лінійна, яка відповідає операції узагальненого множення (композиції) операторів  $B = (A_1 A_2 \dots A_n) S_B(\alpha_B)$ ,  $A_i$  – оператор разом із відомими для нього характеристиками якості виконання та витрат, тобто операторна функціональна одиниця,  $S_B(\alpha_B)$  – структуроутворювач,  $\alpha_B$  – необхідна і достатня умова для вірного виконання процесу, що моделюється структурою  $B$ .
- узагальнена альтернативна, яка відповідає операції узагальненої  $\alpha$ -диз'юнкції

$$C = (\alpha_1 A_{1,1} \vee A_{1,2} (\alpha_2 A_{2,1} \vee A_{2,2} \dots (\alpha_n A_{n,1} \vee A_{n,2}) \dots)),$$

$A_{i,1}$  та  $A_{i,2}$  – операторні функціональні одиниці,  $\alpha_i$  - логічні умови разом з відомими характеристиками якості виконання та витрат, тобто логічні функціональні одиниці;

- узагальнена ітеративна типу while-do, що відповідає операції узагальненої прямої  $\alpha$ -ітерації

$$D = \{\alpha_1 A_{1,1} \{\alpha_2 A_{2,1} \dots \{\alpha_{n-1} A_{n-1,1} \{\alpha_n A_n\} A_{n-1,2}\} \dots A_{2,2}\} A_{1,2}\},$$

$A_n, A_{i,1}$  та  $A_{i,2}$  – операторні функціональні одиниці,  $\alpha_i$  – логічні функціональні одиниці;

- узагальнена ітеративна типу do-while, що відповідає операції узагальненої оберненої  $\alpha$ -ітерації

$$\underline{D} = \{A_{1,1}\{A_{2,1}\dots\{A_{n-1,1}\{A_n \alpha_n\}A_{n-1,2}\alpha_{n-1}\}\dots A_{2,2}\alpha_2\}A_{1,2}\alpha_1\},$$

$A_n, A_{i,1}$  та  $A_{i,2}$  – операторні функціональні одиниці,  $\alpha_i$  – логічні функціональні одиниці;

- узагальнена ітеративна типу (do-while-do), що відповідає операції циклу:

$$D = \{A_{1,1}\{A_{2,1}\dots\{A_{n-1,1}\{A_n[\alpha_n]B_n\}A_{n-1,2}[\alpha_{n-1}]B_{n-1}\}\dots A_{2,2}[\alpha_2]B_2\}A_{1,2}[\alpha_1]B_1\},$$

$A_n, B_i, A_{i,1}$  та  $A_{i,2}$  – операторні функціональні одиниці,  $\alpha_i$  – логічні функціональні одиниці;

- узагальнена паралельна, що відповідає операції асинхронної диз'юнкції:

$$G = S_n(\alpha_n)[A_1 A_2 \dots A_n] S_k(\alpha_k),$$

$A_i$ , – операторні функціональні одиниці,  $S_n(\alpha_n), S_k(\alpha_k)$  – структуроутворювачі, що вказують умови вірного виконання паралельної структури відповідно на вході та виході.

Логічною функціональною структурою є довільна операція, що породжує логічну умову, разом з формулами обчислення характеристик виконання цієї умови. Описуючи довільну логічну умову у вигляді логічної функції  $\alpha = f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , аргументами якої є мікроумови  $\alpha_i$  з відомими ймовірностями істинності та іншими характеристиками якості, можна кількісно оцінювати вплив на функціонування системи довільних ситуацій, що залежать від стану системи та зовнішнього середовища.

Типовими логічними функціональними структурами є:

- послідовна (описується виразом  $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ );
- паралельна (описується виразом  $\alpha = \alpha_1 \vee \alpha_2 \dots \vee \alpha_n$ );
- послідовно-паралельна (описується виразом  $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \vee \vee \dots \vee \alpha_{s+1} \alpha_{s+2} \dots \alpha_l$ );
- остикова (описується  $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \vee \alpha_3 \alpha_4 \vee \alpha_1 \alpha_4 \alpha_5 \vee \alpha_2 \alpha_3 \alpha_5$ ).

Умови  $\alpha_i$  можуть бути, наприклад, умовами працездатності елементів системи  $\alpha_i = 1$ , якщо  $i$ -й елемент працездатний, в іншому випадку – 0.

Можуть утворюватися й інші функціональні структури за рахунок внесення будь-яких операторних та логічних функціональних одиниць замість довільних операторних або логічних функціональних одиниць. Якщо модель технологічного процесу побудовано за допомогою суперпозицій основних функціональних структур, то отриману функціональну мережу називають регулярною.

Укрупненням функціональної мережі є заміна деякої ділянки або усієї мережі на оператор з еквівалентними характеристиками витрат та якості виконання.

Операторні функціональні структури з ітеративними ділянками дають можливість отримати моделі процедури, пов'язані з уникненням та усуненням похибок, відмов та ін. порушень у процесі функціонування системи. Витрати ресурсів, необхідні для усунення порушень, звичайно пов'язують із зміною числа циклів повторень ітеративної ділянки операторної функціональної структури. Відсутність необхідних ресурсів моделюється перевищенням гранично можливого числа циклів повторень, тобто відповідає перериванню.

Багатоітераційну операторну функціональну структуру, що містить випадкові цикли називають структурою без пам'яті, якщо лічильник циклів на деякій  $i$ -й ітерації стає рівним 0 при виході; структурою з пам'яттю, якщо при виході з деякої  $i$ -ої ітерації лічильник числа циклів не приймає нульового значення. Перетворення або не перетворення в нуль значень лічильників числа циклів звичайно інтерпретують як відповідно поповнення або не поповнення ресурсів, необхідних для організації повторень на заданій ітераційній ділянці. За наявності структури без пам'яті (присутнє поповнення ресурсів) можливе проведення укрупнення по частинах функціональної мережі. При неможливості поповнення ресурсів модель укрупнення необхідно будувати для усієї структури цільною.

**Приклад 6.1.** Нехай необхідно виготовити  $M$  деталей з  $m > M$  заготовок за наявності контролю та дефектів, що знищують заготовку. Побудуємо операторну функціональну структуру, в якій основними елементами є:  $A$  – робоча функціональна одиниця, що інтерпретується як виготовлення деякою простою обробкою деталі із заготовки;  $\omega$  – контрольна функціональна одиниця, що інтерпретується як перевірка придатності деталі,

$$\omega = \begin{cases} 1, & A \text{ виконана без дефектів,} \\ 0, & A \text{ виконана з дефектами;} \end{cases}$$

$\eta$  – циклоформував, що перевіряє умову рівності  $M$  наявної кількості виготовлених деталей

$$\eta = \begin{cases} 1, & j = M, \\ 0, & j = 0, 1, \dots, M-1; \end{cases}$$

$\mu$  – циклообмежувач, що перевіряє умову наявності запасних заготовок, тобто чи менше  $m$  кількість вже використаних заготовок)

$$\mu = \begin{cases} 1, & i = 0, 1, \dots, m-1, \\ 0, & i = m. \end{cases}$$

Якщо  $S$  – завершення процесу та передача на склад  $M$  виготовлених деталей, а  $N$  – завершення процесу (переривання) внаслідок нестачі запасних заготовок, то операторна функціональна структура (використовуючи операції оберненої  $\alpha$ -ітерації та операцію фільтрації за умовою  $\mu$ ) може бути записаною у вигляді  $\{\{\underline{\mu}A\}_{\omega}\}_{\eta}$ . В даному прикладі число циклів  $\omega$ -ітерації є випадковою величиною (так як переривання процесу виготовлення деталей може статися на виготовленні будь-якої деталі), а число циклів  $\eta$ -ітерації є детермінованою (дорівнює  $M$ ). Тому отримана структура є двохітеративною структурою типу do-while з мішаними циклами та частковим обмеженням, для  $n$ -ої ітерації, без поповнення ресурсів.

## 6.2. Спрощуючі, укрупнюючі та покращуючі перетворення

Спрощуючим перетворенням функціональної мережі є таке перетворення мережі, коли спрощена має менше число операторних та логічних елементів, значення показника  $P_Y$  є не більшим, а показника  $C_Y$  не меншим ніж відповідні значення спрощуваної функціональної мережі. Прикладом спрощуючої підстановки є підстановка для спрощення паралельних та послідовних операторних функціональних структур виду  $A_i = A, i = \overline{1, n}$ , де  $A$  вибирають так, щоб  $\min P_{A_i} = P_A, i = \overline{1, n}$ .

Укрупнюючим перетворенням функціональної мережі називають таке перетворення мережі, коли нова функціональна мережа

має менше число операторних та логічних елементів, а значення показників  $P_Y$ ,  $C_Y$  не змінюються. Найпростішими укрупнюючими підстановками є заміни виду [8]:

$$A_1 A_2 \Rightarrow B, (\alpha A_1 \vee A_2) \Rightarrow C, \{\alpha A\} \Rightarrow D, \{\alpha A\} \Rightarrow D^V, \\ \{A_1[\alpha]A_2\} \Rightarrow D^n, [A_1 A_2] \Rightarrow G,$$

які відповідають операціям, що породжують оператори в алгоритмічній алгебрі, та зберігають рівність характеристик якості й вартості виконання правої та лівої частин виразів. Процедура проведення укрупнення, яка відбувається послідовно, починаючи з самих внутрішніх пар дужок, схожа на просування по графу-дереву в бік його кореня. Вузли дерева відповідають операторним функціональним структурам, що укрупнюються. Дуги, що входять у вузли, являються операторними та логічними функціональними одиницями, які є аргументами операторних функціональних структур. Важливим при проведенні укрупнення є незалежність ймовірнісних характеристик укрупнюваних структур одна від одної. Наприклад, для послідовної операторної функціональної структури виду  $B = [A_1 A_2 \dots A_n] S_k(\alpha_k)$  проведення укрупнення кожної пари оперативних функціональних одиниць можливе лише за умов незалежного виконання всіх  $A_i$  та умови структуроутворювача виду  $\alpha_k = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ . Для багатоітеративних операторних структур та їх суперпозицій укрупнення в кожній парі ітераційних дужок можливе лише в класі структур без пам'яті.

Покращуючим перетворенням функціональної мережі називають таке перетворення мережі, коли нова функціональна мережа є еквівалентною в смислі отриманого продукту  $Y$  та забезпечує збільшення його якості (тобто значення показника  $P_Y$ ) й(або) зменшення витрат (тобто показника  $C_Y$ ). Покращуючі перетворення забезпечуються виконанням покращуючих підстановок, які обираються на основі інженерного досвіду (вони є формалізованим виразом одного із способів підвищення якості, зниження витрат). Для описів технологічних процесів поширеними є покращуючі підстановки, що пов'язані з різними стратегіями контролю та усунення дефектів, що виникають при виконанні технології. Наприклад, підстановка  $A = A(\omega E \vee U)$  означає, що оператор  $A$  замінюється таким же оператором, але виконуваним з контролем та до-

робкою, де умова  $\omega$  є перевіркою правильності виконання оператора  $A$  при проведенні контролю,  $U$  - оператор післяконтрольної доробки, тотожний оператор  $E$  інтерпретується як фіксація результатів контролю. Підстановка  $A = A(\omega E \vee U)^x$  означає, що оператор  $A$  замінюється таким же оператором, але виконуваним з багаторазовим контролем ( $x$  разів) та доробкою.

### 6.3. Метод Н-функцій укрупнення ймовірнісних графів

При переході від алгоритмічного опису деякого технологічного процесу до його ймовірнісного опису з метою обчислення показників бездефектності та витрат використовують ймовірнісні графи, для яких проводиться укрупнення шляхом вилучення проміжних вершин. Вершини графів ототожнюються з початком та закінченням виконання операцій, дуги – з самими операціями, вагам дуг відповідають ймовірнісні характеристики якості та витрат, що пов'язані з виконанням операцій з різними результатами (вірними та невірними). Ваги різних дуг вважають незалежними. Вершини графа мають вихід типу «виключаюче або». Крім того, граф може мати петлі та замкнені контури, що відповідають циклічно повторюваним сукупностям операцій.

Розглянемо один з методів проведення укрупнення ймовірнісних графів, який використовує поняття Н-функції [8]. Нехай  $X$  – множина вершин,  $\Gamma$  – множина дуг графа. Кожну його дугу  $(i, j) \in \Gamma$ ,  $i \in X, j \in X$  зважують значенням ймовірності  $p_{ij} \neq 0$  переходу  $i \rightarrow j$ , яка відповідає рівню безпомилковості виконання елементу описуваного технологічного процесу,  $\sum_j p_{ij} = 1$  для всіх  $i \in X$ . Кожній дузі  $(i, j)$  також ставиться у відповідність випадкова величина  $t_{ij}$  витрат, пов'язаних з переходом  $i \rightarrow j$  (характеризується функцією розподілу  $F_{ij}(t)$  із щільністю  $f_{ij}(t)$ , математичним очікуванням  $\mu_{ij}$  та дисперсією  $D_{ij}$ ). Вважають, що випадкові величини  $t_{ij}$  є незалежними для всіх дуг. Н-функцією дуги  $(i, j)$

називають величину  $H_{ij}(s) = p_{ij}L[F_{ij}(t)]$ ,  $L$  – застосування оператора прямого перетворення Лапласа.

Знаючи Н-функцію можна визначити [8]:

$$p_{ij} = H_{ij}(s)\Big|_{s=0}, \quad \mu_{ij} = -\frac{1}{p_{ij}} \frac{d}{ds} H_{ij}(s)\Big|_{s=0}, \quad F_{ij}(s) = \frac{1}{p_{ij}} L^{-1}[H_{ij}(s)]$$

$L^{-1}$  – обернене перетворення Лапласа.

Дві послідовні дуги  $(i, k)$  та  $(k, j)$  ймовірнісного графу можна замінити однією еквівалентною дугою  $(i, j)$ , для якої

$$p_{ij} = p_{ik}p_{kj}, \quad \mu_{ij} = \mu_{ik} + \mu_{kj}, \quad f_{ij}(t) = \int_0^t f_{ik}(t-\tau)f_{kj}(\tau)d\tau, \\ t_{ij} = t_{ik} + t_{kj}, \quad H_{ij}(s) = H_{ik}(s)H_{kj}(s).$$

Дві паралельні дуги  $(i', j')$  та  $(i'', j'')$  ймовірнісного графу можна замінити однією еквівалентною дугою  $(i, j)$ , для якої

$$p_{ij} = p'_{ij} + p''_{ij}, \quad \mu_{ij} = \frac{p'_{ij}\mu'_{ij} + p''_{ij}\mu''_{ij}}{p'_{ij} + p''_{ij}}, \quad f_{ij}(t) = \frac{p'_{ij}f'_{ij}(t) + p''_{ij}f''_{ij}(t)}{p'_{ij} + p''_{ij}} \\ t_{ij} = \frac{p'_{ij}t'_{ij} + p''_{ij}t''_{ij}}{p'_{ij} + p''_{ij}}, \quad H_{ij}(s) = H'_{ij}(s) + H''_{ij}(s).$$

Кінцеву дугу петлю з обмеженням  $m$  на число циклів можна вилучити, причому буде одержаний еквівалентний фрагмент графу, в якому дуга-петля  $(i, i)$  буде замінена на дугу  $(i, u)$  з додатковою поглинаючою вершиною. Додаткова вершина вказує на переривання процесу внаслідок не усунення дефектів за  $m$  циклів повторювань. Для нового фрагменту графу:

$$p'_{ij} = p_{ij}(1 - (p_{ii})^m)/(1 - p_{ii}), \quad p'_{iu} = (p_{ii})^m, \\ t'_{ij} = \frac{p_{ij}t_{ij} + p_{ii}p_{ij}(t_{ii} + t_{ij}) + \dots + (p_{ii})^{m-1}p_{ij}[(m-1)t_{ii} + t_{ij}]}{p_{ij} + p_{ii}p_{ij} + \dots + (p_{ii})^{m-1}p_{ij}}, \\ \mu'_{ij} = \mu_{ij} + p_{ii}\mu_{ii}[1/(1 - p_{ii}) - m(p_{ii})^{m-1}/(1 - (p_{ii})^m)], \quad \mu'_{iu} = m\mu_{ii}, \\ f_{ij}(t) = \frac{1 - p_{ii}}{1 - (p_{ii})^m} \sum_{l=0}^{m-1} (p_{ii})^l f_{ii}^l(t) * f_{ij}(t), \quad f'_{iu}(t) = f_{ii}^m(t), \\ H'_{ij}(s) = H_{ij}(s)(1 - (H_{ii}(s))^m)/(1 - H_{ii}(s)), \quad H_{iu}(s) = (H_{ii}(s))^m,$$

де  $f_{ii}^l(t)$  - рекурсивно визначена  $l$ -разова згортка  $f_{ii}(t)$ .

Схожі правила укрупнення багатомірних ймовірнісних графів отримуються у випадку, коли дуги графу зважені матрицями, що містять інформацію про якість та вартість виконання елементів технологічного процесу [8, 12].

**Приклад 6.2.** Розглянемо проведення укрупнення ймовірнісного графу, що відповідає деякій технології на основі моделі бездефектного процесу «робота-контроль» (де вірність виконання роботи перевіряється контролем, якщо ж виявлений дефект, то процес «робота-контроль» повторюється, але не більше ніж  $m$  разів).

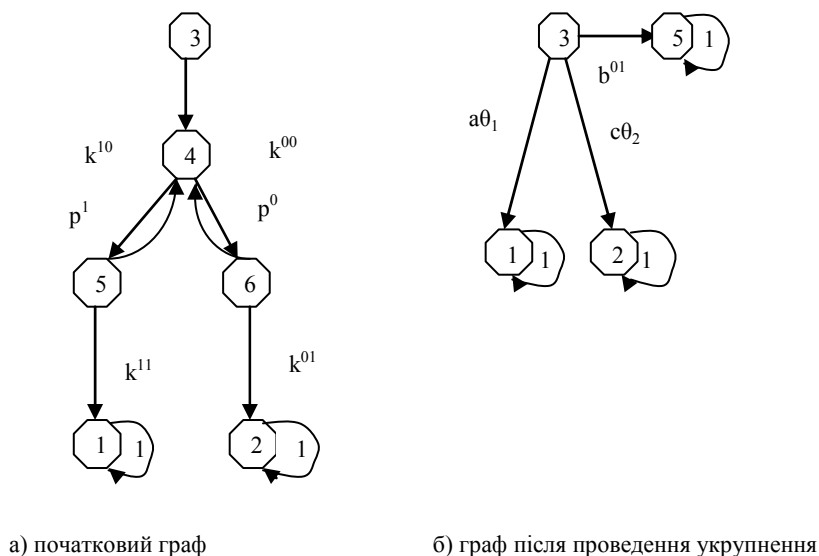


Рис. 6.1. Ймовірнісні графи до прикладу 6.2.

Позначимо вершини початкового графу а) (рис. 6.1) наступним чином: вершина 3 – початок виконання роботи, вершина 4 – робота, вершини 5, 6 – безпомилкове та, відповідно, з помилкою закінчення виконання роботи і початок виконання контролю, вершини 1, 2 – безпомилкове та, відповідно, з помилкою закінчення виконання усього процесу «робота-контроль». Ваги дуг:  $p^1$  та  $p^0$  – ймовірності безпомилкового й, відповідно, з помилкою виконання технологічної операції,  $p^1 + p^0 = 1$ ;



$k^{11}$  та  $k^{10}$  – ймовірності визнання безпомилкового виконання роботи після проведення контролю безпомилковою та, відповідно, з помилкою,  $k^{11} + k^{10} = 1$ ;  $k^{00}$ ,  $k^{01}$  – ймовірності визнання роботи з помилкою після проведення контролю безпомилковою та, відповідно, з помилкою,  $k^{00} + k^{01} = 1$ . Нехай середній час виконання роботи –  $t_r$ , середній час виконання контролю –  $t_k$ .

Сформуємо матрицю, в якій у перших двох стовпцях вказані зв'язки між вершинами (1 стовпчик – вершина звідки виходить дуга, 2 – до якої вершини прямує дуга), а в останніх двох ймовірності та час виконання відповідної події. Маємо

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & p^1 & t_r \\ 4 & 6 & p^0 & t_r \\ 5 & 1 & k^{11} & t_k \\ 5 & 4 & k^{10} & t_k \\ 6 & 4 & k^{00} & t_k \\ 6 & 2 & k^{01} & t_k \end{bmatrix}$$

Після вилучення вершини 6 (як заміна 2 послідовних ребер (4,6) та (6,2) на одне еквівалентне) згідно уведених правил, маємо зміни у 5 і 8 рядках (9 рядок зникне):

$$\text{5-й рядок} \quad 4 \ 4 \ p^0 k^{00} \ t_r + t_k;$$

$$\text{8-й рядок} \quad 4 \ 2 \ p^0 k^{01} \ t_r + t_k.$$

Нова матриця вже має 8 рядків, крім того порядок рядків дещо змінюється: 5-й рядок стає передостаннім (7), а 8 – останнім (8). Усі інші рядки зберігають порядок запису, а тому їх номери відповідно зменшуються, якщо перед ними змінює місце або зникає деякий рядок.

Аналогічним чином вилучається вершина 5. Зміна відбувається вже у рядках 4, 5, 6.

Після вилучення вершини 5 (як заміна 2 послідовних ребер (4,5) та (5,1) на одне еквівалентне) згідно уведених правил, маємо зміни у 4, 5, 6:

$$4\text{-й рядок} \quad 4 \ 4 \ p^1 k^{11} \ t_r + t_k;$$

$$6\text{-й рядок} \quad 4 \ 1 \ p^1 k^{10} \ t_r + t_k.$$

Нова матриця тепер має 7 рядків, крім того порядок рядків знову змінюється: 5-й рядок зникає, 4 – стає передостаннім (6), а 6 – останнім (7). Долі міняються місцями рядки 7 та 5 (внаслідок впорядкування вхідних номерів вершин).

Наступним шагом проводиться об'єднання паралельних дуг-петель при вершині 4. Для цього замінюються рядки 4 та 6 матриці одним новим рядком, для якого згідно уведених правил маємо:

$$4 \ 4 \ p^0 k^{00} + p^1 k^{11} \ t_r + t_k.$$

Тепер матриця має вигляд:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & p^1 k^{10} & t_r + t_k \\ 4 & 2 & p^0 k^{01} & t_r + t_k \\ 4 & 4 & p^1 k^{11} + p^0 k^{00} & t_r + t_k \end{bmatrix}.$$

Далі вилучається дуга-петля при вершині 4. Рядки 4, 5, 6 замінюють наступним чином:

$$4\text{-й рядок} \quad 4 \ 1 \ p^1 k^{10} (1 - (p^1 k^{11} + p^0 k^{00})^m) / (1 - (p^1 k^{11} + p^0 k^{00})) \\ (t_r + t_k) (1 + (p^1 k^{11} + p^0 k^{00}) (1 - m(p^1 k^{11} + p^0 k^{00})^{m-1}) / (1 - (p^1 k^{11} + p^0 k^{00})));$$

$$5\text{-й рядок} \quad 4 \quad 2 \\ p^0 k^{01} (1 - (p^1 k^{11} + p^0 k^{00})^m) / (1 - (p^1 k^{11} + p^0 k^{00})) \\ (t_r + t_k) (1 + (p^1 k^{11} + p^0 k^{00}) (1 - m(p^1 k^{11} + p^0 k^{00})^{m-1}) / (1 - (p^1 k^{11} + p^0 k^{00}))).$$

Замість 6 рядка уводяться два нових (6 та 7), що відповідають уведенню фіктивної вершини. Маємо:

$$6\text{-й рядок} \quad 4 \ 5 \ (p^1 k^{11} + p^0 k^{00})^m \ m(t_r + t_k);$$

$$7\text{-й рядок} \quad 5 \ 5 \ 1 \quad 0.$$

Наступним кроком є вилучення вершини 4 (випадок 2 послідовних ребер), що приведе до графу б) (рис 6.1). Тому замінюємо рядки 3, 4, 5, 6. За уведеними правилами проводимо зміни та записуємо результати у рядках 3, 4, 5:



- для  $\underline{\alpha}$ -фільтрації,  $L = \underline{\alpha}$ ,

$$p_L = p_\alpha p_\alpha^1, \quad t_L = t_\alpha, \quad H_L = p_\alpha H_\alpha^1,$$

- для паралельної структури операторів,  $G = [A_i A_{i+1}]$ ,

$$p_G = p_{A_i} p_{A_{i+1}}, \quad t_G = \max(t_{A_i}, t_{A_{i+1}}).$$

Для спрощених (не матричних) моделей середніх витрат використовують ймовірність  $b$  переходу до гілки, при якій  $\alpha = 0$ , причому: для однофункціональної бінарної моделі  $b = p_\alpha k^{10} + \bar{p}_\alpha k^{00}$ ;

для однофункціональної  $n$ -арної моделі  $b = p_\alpha k^{10} + \sum_{i=1}^n p_{0i} k^{0i0}$ ; для ба-

гатофункціональної бінарної моделі  $b = \sum_{i=1}^n (p_\alpha k^{1i0} + \bar{p}_\alpha k^{0i0})$ .

У наведених формулах використовують поняття Н-матриць дуг багатомірного ймовірнісного графу, в якості яких для довільної дуги  $(i, j)$  приймають квадратну матрицю вигляду

$$H^{ij} = \begin{bmatrix} p_{i1}^{ij} L[F_{i1}^{ij}(t)] & \dots & p_{i1n}^{ij} L[F_{i1n}^{ij}(t)] \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{in1}^{ij} L[F_{in1}^{ij}(t)] & \dots & p_{inn}^{ij} L[F_{inn}^{ij}(t)] \end{bmatrix}.$$

За допомогою матричних правил записують стандартні моделі укрупнення типових структур. Наприклад: для структури «робота  $R$  – контроль  $\omega$  - доробка  $U$ »,  $S = R(\omega E \vee U)$ , отримується еквівалентна Н-матриця  $H_S = H_R H_\omega^1 + H_R H_\omega^0 H_U^0$ ; для структури «робота  $R$  – контроль»,  $Y = ZR\{_\omega ZR\}$ ,  $Z$  – оператор оновлення, еквівалентна Н-матриця має вид  $H_Y = H_Z H_R (I - H_\omega^0 H_Z H_R)^{-1} H_\omega^1$ .

Розглянуті структури мають матричні представлення і для ймовірності. Так, наприклад, для структури «робота  $R$  – контроль  $\omega$  - доробка  $U$ »,  $S = R(\omega E \vee U)$ , маємо  $p_S = p_R k_\omega^1 + p_R k_\omega^0 p_U$ , де складові також є матрицями:

$$p_R = \begin{bmatrix} p^1 & p^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k_\omega^1 = \begin{bmatrix} k^{11} & 0 \\ 0 & k^{01} \end{bmatrix}, \quad k_\omega^0 = \begin{bmatrix} k^{10} & 0 \\ 0 & k^{00} \end{bmatrix},$$

та, якщо при виконанні доробки  $U$  додаткові дефекти не вносяться

$$p_U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ v^1 & v^0 \end{bmatrix},$$

якщо ж при доробці можливе внесення додаткових дефектів

$$p_U = \begin{bmatrix} v^1 & v^0 \\ v^1 & v^0 \end{bmatrix}.$$

Звідси, у першому випадку

$$p_S = \begin{bmatrix} p^1 + p^0 k^{00} v^1 & p^0 k^{01} + p^0 k^{00} v^0 \\ k^{00} v^1 & k^{00} v^0 + k^{01} \end{bmatrix}$$

і ймовірність вірного виконання оператора  $p_S^1 = p^1 + p^0 k^{00} v^1$ .

Для другого випадку

$$p_S = \begin{bmatrix} p^1 k^{11} + (p^1 k^{10} + p^0 k^{00}) v^1 & p^0 k^{01} + (p^1 k^{10} + p^0 k^{00}) v^0 \\ k^{00} v^1 & k^{00} v^0 + k^{01} \end{bmatrix}$$

й тому маємо ймовірність вірного виконання оператора рівною

$$p_S^1 = p^1 k^{11} + (p^1 k^{10} + p^0 k^{00}) v^1.$$

Для структури «робота  $R$  – контроль»,  $Y = ZR\{ZR\}$  з повною доробкою,  $p$ -матриця має вид  $p_Y = p_Z p_R (I - k_\omega^0 p_Z p_R)^{-1} k_\omega^1$ , де

$$p_Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad p_R = \begin{bmatrix} p^1 & p^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k_\omega^1 = \begin{bmatrix} k^{11} & 0 \\ 0 & k^{01} \end{bmatrix}, \quad k_\omega^0 = \begin{bmatrix} k^{10} & 0 \\ 0 & k^{00} \end{bmatrix}.$$

Тому

$$p_Y = \frac{1}{1 - (p^1 k^{10} + p^0 k^{00})} \begin{bmatrix} p^1 k^{11} & p^0 k^{01} \\ p^1 k^{11} & p^0 k^{01} \end{bmatrix},$$

Тому ймовірність вірного виконання оператора буде рівною

$$p_Y^1 = p^1 k^{11} / (1 - (p^1 k^{10} + p^0 k^{00})).$$

Розглянемо випадок непоповнюваних ресурсів. Тут багатопітеративні операторні функціональні структури (наприклад, виготовлення партій однотипних виробів) з перериваннями можуть виникнути внаслідок нестачі ресурсів, що необхідні для проведення повторень при знаходженні дефектів. Такі структури не зводяться

до одно ітеративних та не допускають укрупнення по частинах, як було розглянуто раніше.

В якості прикладу розглянемо задачу опису однофазної обробки заготовки з контролем та дефектами, що знецінюють усю заготовку. Процес виготовлення  $M$  деталей з  $M+t$  заготовок моделюється структурою виду  $B = \{\{ZR\}_\omega\}_\mu$ , де  $ZR$  - оператор оновлення заготовки ( $Z$ ) та її доробка ( $R$ ),  $\omega$  - умова, що перевіряється контролем ( $\omega=1$ , якщо  $ZR$  виконаний вірно;  $\omega=0$ , якщо  $ZR$  виконаний невірно);  $\eta=1$ , якщо наявне число виготовлених деталей дорівнює  $M$  та  $\eta=0$ , якщо їх число менше  $M$ ;  $\mu=1$ , якщо число використаних запасних заготовок менше  $t$  та  $\mu=0$ , якщо їх кількість досягла  $t$ .

На кожному циклі «робота – контроль» можуть бути наступні результати: - оператор  $R$  виконаний без дефектів, що підтверджено контролем  $\omega$  з ймовірністю  $p_a = p^1 k^{11}$ ; - результат оператора  $R$  забракований з ймовірністю  $p_b = p^1 k^{10} + p^0 k^{00}$ ; оператор  $R$  виконаний з дефектом, проте не виявлений при проведенні контролю, з ймовірністю  $p_c = p^0 k^{01}$ . Сам процес, що моделюється обраною структурою, може мати три результати:  $S_1$  - передача  $M$  бездефектних деталей,  $S_0$  - передача хоча б однієї дефектної деталі,  $N$  – переривання внаслідок нестачі заготовок.

Для результату  $S_1$  отримується ймовірність [8]

$$p(S_1) = \sum_{i=0}^m p_i(S_1) L_i(S_1), \text{ де } p_i(S_1) - \text{ймовірність появи подій, що}$$

приводять до результату  $S_1$  за умов, що використано  $i$  запасних заготовок ( $p_i(S_1) = (p_b)^i (p_a)^M$ );  $L_i(S_1)$  - кількість різних ланцюгів подій, що приводять до результату  $S_1$  за умов, що використано  $i$  запасних заготовок ( $L_i(S_1) = \frac{(M+i-1)!}{(M+i)! i!}$ ). На

практиці часто обчислюють ймовірність відсутності дефектів в одиниці продуктів на виході процесу:  $p^1(S_1) = \sqrt[M]{p(S_1)}$ .

Для результату переривання внаслідок нестачі заготовок маємо:  $p(N) = \sum_{j=1}^M p_j(N) L_j(N)$ , де  $p_j(N)$  - ймовірність появи подій, що приводять до результату  $N$  при виготовленні  $j$ -ої деталі ( $p_j(N) = (p_b)^{m+1} (p_a)^j$ );  $L_j(N)$  - кількість різних ланцюгів подій, що приводять до результату  $N$  при виготовленні  $j$ -ої деталі ( $L_j(N) = \frac{(m+j-1)!}{(j-1)!m!}$ ).

Для результату  $S_0$  ймовірність визначається з виразу  $p(S_1) + p(S_0) + p(N) = 1$ .

Перейдемо до розгляду логічних функціональних структур. При проведенні аналізу, а саме визначенні ймовірності істинності деякого логічного висловлювання, спершу необхідно логічну функцію складного висловлювання привести до виду, коли вона має мінімальну кількість складових та не має повторювань, а потім можна провести заміну логічних операцій їх ймовірнісними еквівалентами, де:

- для кон'юнкції умов  $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$  ймовірність істинності буде рівною  $p_\alpha = p_{\alpha_1} p_{\alpha_2}$ ;
- для диз'юнкції умов  $\beta = \alpha_1 \vee \alpha_2$  - ймовірність істинності  $p_\beta = p_{\alpha_1} + p_{\alpha_2} - p_{\alpha_1} p_{\alpha_2}$ ;
- для заперечення умови  $\gamma = \bar{\alpha}$  - ймовірність істинності  $p_\gamma = 1 - p_\alpha$ .

При врахуванні ймовірностей помилок першого та другого роду ( $k_{ai}^{10}, k_{ai}^{01}, i=1,2$ ) використовують матричне представлення ймовірнісних характеристик логічних умов. Тоді правила переходу від логічних операцій до їх ймовірнісних еквівалентів мають вид:

- для кон'юнкції умов  $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$ 

$$p_\alpha = p_{\alpha_1} p_{\alpha_2}, k_\alpha^1 = k_{\alpha_1}^1 k_{\alpha_2}^1, k_\alpha^0 = I - k_\alpha^1;$$
- для диз'юнкції умов  $\beta = \alpha_1 \vee \alpha_2$ 

$$p_\beta = p_{\alpha_1} + p_{\alpha_2} - p_{\alpha_1} p_{\alpha_2}, k_\beta^1 = k_{\alpha_1}^1 + k_{\alpha_2}^1 - k_{\alpha_1}^1 k_{\alpha_2}^1, k_\beta^0 = I - k_\beta^1;$$

- для заперечення умови  $\gamma = \overline{\alpha}$

$$p_\gamma = 1 - p_\alpha, \quad k_\gamma^1 = k_\alpha^0, \quad k_\gamma^0 = k_\alpha^1;$$

- для лівого множення на оператор  $\eta = A\alpha$

$$p_\eta = p_A p_\alpha, \quad k_\eta^1 = k_\alpha^1, \quad k_\eta^0 = k_\alpha^0.$$

Матриці для представлення ймовірнісних характеристик та їх складових мають вид:

$$p_{\alpha i} = \begin{bmatrix} p_{\alpha i} & \bar{p}_{\alpha i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k_{\alpha i}^1 = \begin{bmatrix} k_{\alpha i}^{11} & 0 \\ 0 & k_{\alpha i}^{01} \end{bmatrix}, \quad k_{\alpha i}^0 = \begin{bmatrix} k_{\alpha i}^{10} & 0 \\ 0 & k_{\alpha i}^{00} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2.$$

## 6.5. Визначення оптимальних способів виконання функціональних одиниць

Розглянемо задачу визначення оптимальних способів виконання технологічних операцій. Нехай маємо побудований початковий варіант функціональної мережі деякого технологічного процесу, в якому кожна  $i$ -та операторна функціональна одиниця може бути реалізована  $n_i$  різними способами, кожна  $j$ -та логічна функціональна одиниця може бути реалізована  $n_j$  різними способами.

Це є випадком, коли за бездефектного синтезу застосовують покращуючі підстановки виду:  $A_i = (A_{i1}, \dots, A_{in_i})$ ,  $\alpha_j = (\alpha_{j1}, \dots, \alpha_{jn_j})$ ,

де оператори  $A_{ik}, k = \overline{1, n_i}$ , та логічні умови  $\alpha_{jl}, l = \overline{1, n_j}$ , можуть бути елементарними або складними. Наявність різних способів виконання операторних та логічних функціональних одиниць для початкової функціональної мережі розглядається як наслідок можливості керування проектувальником технології параметрами елементів виробничої системи (наприклад, вибір комплектуючих, устаткування, персоналу) та структурою процесу праці (уведення процедур контролю, доробки).

Нехай вектором керованих змінних  $X = (x_1, \dots, x_N)$  є номери способів реалізації операторних та логічних функціональних одиниць;  $P(X)$  та  $C(X)$  - ймовірність вірного виконання процесу та середні витрати на виконання технологічного процесу, який моде-



люється функціональною мережею;  $P_\partial$  - найменше допустиме значення для ймовірності  $P(X)$ ;  $C_\partial$  - найбільше допустиме значення середніх витрат  $C(X)$ . Задача знаходження оптимальних способів виконання технологічних операцій є задачею вибору такого вектору  $X = (x_1, \dots, x_N)$ , який забезпечує

$$\begin{cases} C(X) \rightarrow \min, & \begin{cases} P(X) \rightarrow \max, \\ C(X) \leq C_\partial. \end{cases} \\ P(X) \geq P_\partial, \end{cases}$$

Розв'язання поставленої задачі базується на вилученні неперспективних варіантів операторних та логічних функціональних одиниць, що отримуються при укрупненні функціональної мережі, а також на використанні наступних властивостей функціональних мереж: - довільну регулярну функціональну мережу можна за кінцеве число кроків перетворити в еквівалентну операторну функціональну одиницю (застосовуючи послідовно правила укрупнення операторних та логічних функціональних одиниць); - ймовірність вірного виконання технологічного процесу, що моделюється функціональною мережею, тим вище, чим вище ймовірність вірного виконання елементів процесу, що моделюються операторними та логічними функціональними одиницями; - середні витрати на виконання технологічного процесу, що моделюється функціональною мережею, тим вище, чим вище середні витрати на виконання елементів процесу, що моделюються операторними та логічними функціональними одиницями.

Якщо  $P_{A_i}^1$  - ймовірність вірного виконання оператора  $A_i$ ,  $C_{A_i}$  - середні витрати виконання дії, що визначається оператором  $A_i$ ;  $k_{ai}^{11}(k_{ai}^{00})$  - ймовірність відсутності помилок першого (другого) роду при перевірці умови  $\alpha_i$  із середніми витратами  $C_{ai}$  на її перевірку, то мають місце наступні твердження [8].

**Твердження 6.1.** Якщо  $A_1$  та  $A_2$  - деякі два варіанти реалізації операторної функціональної одиниці типу  $A$ , причому  $P_{A_1}^1 > P_{A_2}^1$  та  $C_{A_1} < C_{A_2}$ , то варіант  $A_2$  не може входити до оптимальної функціональної мережі.

**Твердження 6.2.** Якщо  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  - деякі два варіанти виконання логічної функціональної одиниці типу  $\alpha$ , причому  $k_{\alpha 1}^{11} > k_{\alpha 2}^{11}$  та  $k_{\alpha 1}^{00} > k_{\alpha 2}^{00}$  за  $C_{\alpha 1} < C_{\alpha 2}$ , то варіант  $\alpha_2$  не може входити до оптимальної функціональної мережі.

**Приклад 6.3.** Розглянемо задачу вибору оптимального варіанту функціональної мережі, що моделює роботу менеджера деякої фірми з управління роботою персоналу на робочий день. Нехай початковий варіант функціональної мережі має вид:

$$\Lambda = A_1(\alpha E \vee A_3 A_4) A_2 \{A_5 w\},$$

за умови, що  $A_1 = (A_{1,1}, A_{1,2}, A_{1,3})$  відповідає аналізу виконання запроєктованих завдань на робочий день та виявлення проблем із устаткуванням та наявним персоналом. Вважається, що мають місце три варіанти:

$$p_{A_{1,1}}^1 = 0.99, \quad p_{A_{1,2}}^1 = 0.9999, \quad p_{A_{1,3}}^1 = 1.0,$$

$$t_{A_{1,1}} = 0.5 \text{ с}, \quad t_{A_{1,2}} = 1.3 \text{ с}, \quad t_{A_{1,3}} = 3.0 \text{ с}.$$

Умова  $\alpha$  є умовою наявності можливості перерозподілу завдань на робочий день, причому  $p_\alpha = 0.1$ ,  $k_\alpha^{11} = k_\alpha^{00} = 0.99$ ,  $t_\alpha = 5.0$  с. Операторна функціональна одиниця  $A_2 = (A_{2,1}, A_{2,2})$  - це розв'язок задачі перерозподілу завдань на робочий день за наявності двох варіантів:

$$p_{A_{2,1}}^1 = 0.99, \quad p_{A_{2,2}}^1 = 0.98,$$

$$t_{A_{2,1}} = 300 \text{ с}, \quad t_{A_{2,2}} = 170 \text{ с}.$$

Операторна функціональна одиниця  $A_3$  відповідає передачі інформації про можливий зрив завдань на рівень виробничої ланки фірми,  $p_{A_3}^1 = 1.0$ ,  $t_{A_3} = 180$  с; операторна функціональна одиниця  $A_4$  - отриманню інформації про корегування завдань,  $p_{A_4}^1 = 1.0$ ,  $t_{A_4} = 180$  с; операторна функціональна одиниця  $A_5$  - фіксуванню результатів корегування завдань на робочий день,  $p_{A_5}^1 = 0.9975$ ,  $t_{A_4} = 1.5$  с; логічна функціональна одиниця  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  - контролю вірності виконання оператора (який має 3 варіанти)

$$k_{\omega 1}^{11} = 0.99, \quad k_{\omega 1}^{00} = 0.90, \quad t_{\omega 1} = 0.02 \text{ с},$$

$$k_{\omega 2}^{11} = 0.995, \quad k_{\omega 2}^{00} = 0.98, \quad t_{\omega 2} = 1.7 \text{ с},$$

$$k_{\omega 3}^{11} = 0.98, \quad k_{\omega 3}^{00} = 0.95, \quad t_{\omega 2} = 0.5 \text{ с.}$$

Виберемо такі способи виконання операторів та умов, що забезпечать максимальне значення ймовірності вірного виконання процесу ( $P_{\Lambda}$ ) та обмежені витратами часу  $t_{\Lambda} \leq 600$  с (аналогічно для витрат фінансів, тобто обмеження технологічних завдань у їх вартості).

Спершу проведемо укрупнення отриманої функціональної мережі. Замінюючи послідовне виконання операторів на еквівалентний  $A_3 A_4 = B_1$  маємо

$$\Lambda = A_1 (\alpha E \vee B_1) A_2 \{A_{5w}\},$$

де еквівалентний оператор  $B_1$  має один варіант виконання та наступні характеристики  $p_{B_1}^1 = p_{A_3}^1 p_{A_4}^1 = 1.0$ ,  $t_{B_1} = t_{A_3} + t_{A_4} = 360$  с.

Далі, замінюючи  $(\alpha E \vee B_1) = C_1$  прийдемо до

$$\Lambda = A_1 C_1 A_2 \{A_{5w}\},$$

де  $C_1$  має один варіант виконання та наступні характеристики  $p_{C_1}^1 = p_{A_3}^1 p_{A_4}^1 = 0.99$ ,  $t_{C_1} = t_{A_3} + t_{A_4} = 324.36$  с.

Замінюючи  $\{A_{5w}\} = D_1$  прийдемо до  $\Lambda = A_1 C_1 A_2 D_1$ , причому оператор  $D_1$  має три варіанти виконання з характеристиками

$$D_{1,1} = \{A_{5w1}\}, \quad p_{D_{1,1}}^1 = 0.999744, \quad t_{D_{1,1}} = 1.54 \text{ с,}$$

$$D_{1,2} = \{A_{5w2}\}, \quad p_{D_{1,2}}^1 = 0.999950, \quad t_{D_{1,2}} = 3.22 \text{ с,}$$

$$D_{1,3} = \{A_{5w3}\}, \quad p_{D_{1,3}}^1 = 0.999820, \quad t_{D_{1,3}} = 2.05 \text{ с.}$$

Проводячи заміну  $A_1 C_1 = B_2$  будемо мати  $\Lambda = B_2 A_2 D_1$ , де оператор  $B_2$  буде мати три варіанти виконання з характеристиками

$$B_{2,1} = A_{1,1} C_1, \quad p_{B_{2,1}}^1 = 0.9801, \quad t_{B_{2,1}} = 324.86 \text{ с,}$$

$$B_{2,2} = A_{1,2} C_1, \quad p_{B_{2,2}}^1 = 0.989901, \quad t_{B_{2,2}} = 325.66 \text{ с,}$$

$$B_{2,3} = A_{1,3} C_1, \quad p_{B_{2,3}}^1 = 0.99, \quad t_{B_{2,3}} = 327.36 \text{ с.}$$

Далі замінюємо  $B_2 A_2 = B_3$ , що приведе до  $\Lambda = B_3 D_1$ , причому оператор  $B_3$  буде мати шість варіантів виконання з характеристиками

$$B_{3,1} = B_{2,1} A_{2,1}, \quad p_{B_{3,1}}^1 = 0.970299, \quad t_{B_{3,1}} = 624.86 \text{ с,}$$

$$B_{3,2} = B_{2,2} A_{2,1}, \quad p_{B_{3,2}}^1 = 0.980002, \quad t_{B_{3,2}} = 625.66 \text{ с,}$$

$$B_{3,3} = B_{2,3} A_{2,1}, \quad p_{B_{3,3}}^1 = 0.9801, \quad t_{B_{3,3}} = 627.66 \text{ с,}$$

$$B_{3,4} = B_{2,1}A_{2,2}, \quad p_{B_{3,4}}^1 = 0.977649, \quad t_{B_{3,4}} = 494.86 \text{ с},$$

$$B_{3,5} = B_{2,2}A_{2,2}, \quad p_{B_{3,5}}^1 = 0.987426, \quad t_{B_{3,5}} = 495.66 \text{ с},$$

$$B_{3,6} = B_{2,3}A_{2,2}, \quad p_{B_{3,6}}^1 = 0.987525, \quad t_{B_{3,6}} = 497.36 \text{ с}.$$

Перші три варіанти відкидаємо, так як витрати часу на їх виконання перевищують задані 600 с.

Замінюючи  $B_3D_1 = B_4 = \Lambda$ , отримаємо дев'ять варіантів виконання оператора з характеристиками

$$B_{4,1} = B_{3,4}D_{1,1}, \quad p_{B_{4,1}}^1 = 0.977402, \quad t_{B_{4,1}} = 496.3 \text{ с},$$

$$B_{4,2} = B_{3,4}D_{1,2}, \quad p_{B_{4,2}}^1 = 0.977599, \quad t_{B_{4,2}} = 498.08 \text{ с},$$

$$B_{4,3} = B_{3,4}D_{1,3}, \quad p_{B_{4,3}}^1 = 0.977523, \quad t_{B_{4,3}} = 496.91 \text{ с},$$

$$B_{4,4} = B_{3,5}D_{1,1}, \quad p_{B_{4,4}}^1 = 0.987176, \quad t_{B_{4,4}} = 497.2 \text{ с},$$

$$B_{4,5} = B_{3,5}D_{1,2}, \quad p_{B_{4,5}}^1 = 0.987376, \quad t_{B_{4,5}} = 498.88 \text{ с},$$

$$B_{4,6} = B_{3,5}D_{1,3}, \quad p_{B_{4,6}}^1 = 0.977299, \quad t_{B_{4,6}} = 497.71 \text{ с},$$

$$B_{4,7} = B_{3,6}D_{1,1}, \quad p_{B_{4,7}}^1 = 0.987275, \quad t_{B_{4,7}} = 498.9 \text{ с},$$

$$B_{4,8} = B_{3,6}D_{1,2}, \quad p_{B_{4,8}}^1 = 0.987475, \quad t_{B_{4,8}} = 500.58 \text{ с},$$

$$B_{4,9} = B_{3,6}D_{1,3}, \quad p_{B_{4,9}}^1 = 0.987399, \quad t_{B_{4,9}} = 499.41 \text{ с}.$$

Кожен з отриманих варіантів задовольняє обмеженню для витрат часу (600 с), проте найбільшу ймовірність вірного виконання задач забезпечує варіант  $B_{4,8}$ . Розгортаючи відповідні формули до рівня елементарних операторів отримується оптимальний алгоритм:

$$\Lambda = A_{1,3}(\alpha E \vee A_3A_4)A_{2,2}\{A_{5w_2}\}, \quad p_{\Lambda}^1 = 0.987475, \quad t_{\Lambda} = 500.58 \text{ с}.$$

Вказана постановка є двоїстою задачею. Аналогічним чином можна розглядати пряму задачу, в якій будуть обиратися такі способи виконання операторів та умов, що забезпечать мінімальне значення витрат фінансів (або часу) для вірного виконання процесу та обмеженість мінімальних значень ймовірності вірного виконання процесу ( $P_{\Lambda} \geq P_0$ ).

## Література

1. Акопов А.С. Системно-динамический подход в управлении инвестиционной деятельностью нефтяной компании / А.С. Акопов // Аудит и финансовый анализ. – 2006. – №2. – С. 153-188.
2. Вергунова І.М. Основи математичного моделювання в захисті рослин / І. М. Вергунова. – К.: Нора-прінт, 2006. – 136 с.
3. Горелова Г.В., Хлебникова А.И. Когнитивное моделирование для интеллектуальной системы поддержки принятия решений управления транзитной торговлей // «Штучний інтелект». – № 3. – 2010. – с. 473-482.
4. Зайченко Ю.П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах / Ю.П. Зайченко. – К.: Издательский Дом «Слово», 2008. – 344 с.
5. Згуровский М.З. Системный анализ. Проблемы, методология, приложения / М. З. Згуровский, Н. Д. Панкратова. – К.: Наук. думка, 2005. – 745 с.
6. Емельянов С.В. Технология системного моделирования / С.В. Емельянов. – М.: Издательство: Машиностроение, Техник, 1988. – 521 с.
7. Каталевский Д.Ю. Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении: Учебное пособие / Д.Ю. Каталевский. – М.: Издательство Московского университета, 2011. – 304 с.
8. Мосейко В.О. Фреймовое моделирование при управлении в структурах среднего и малого бизнеса: Учебное пособие / В. О. Мосейко. – Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2001. – 52 с.
9. Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций / А. О. Недосекин. – СПб., 2002. – 180 с.
10. Приймак В.І. Математичні методи економічного аналізу: навч. посіб. / В. І. Приймак. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 296 с.
11. Росс С.И. Математическое моделирование и управление национальной экономикой: Уч. пособ. / С. И. Росс – СПб.: Изд-во СПб ГУ ИТМО, 2004. – 74 с.
12. Ротштейн А.П. Проектирование бездефектных человеко-машинных технологий / А. П. Ротштейн, П. Д. Кузнецов. – К.: Техника, 1992. – 180 с.

13. Садовничий В.А. Моделирование и прогнозирование мировой динамики / В.А. Садовничий, А.А. Акаев, А.В. Коротаев, С.Ю. Малков. Научный совет по Программе фонд. исслед. Президиума Российской академии наук «Экономика и социология знания». – М.: ИСПИ РАН, 2012. – (Экономика и социология знания). – 359 с.
14. Силов В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке в макроэкономике, политике, социологии, менеджменте, экологии, медицине / В. Б. Силов. – М.: ИНПРО - ПРЕС, 1995. – 228 с.
15. Сявавка М.С. Математичне моделювання за умов невизначеності / М. С. Сявавка, О. М. Рибицька. – Львів: НВФ «Українські технології», 2000. – 320 с.
16. Тельнов Ю.Ф. Интеллектуальные информационные системы / Ю. Ф. Тельнов, В. М. Трембач. – М., 2008. – 70 с.

Навчальне видання

**Вергунова І.М.,**

кандидат фізико-математичних наук,  
професор, доктор габілітації

Системне моделювання в економіці. – К. : ТОВ «Наш  
формат», 2016. – 134 с.

Видавництво ТОВ «Наш формат»

Підписано до друку 14.11.2016. Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Друк офсетний. Гарнітура Times New Roman.

Віддруковано у ТОВ «Наш формат»

01042, м. Київ, пр. Миру, 7, оф. 45

Умовн. друк. аркушів – 13,28. Обл.-вид. аркушів – 8,12. Тираж 100.