



І.М. Вергунова

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

**Методичні вказівки до виконання
лабораторних робіт**

**Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Київського національного університету імені Тараса Шевченка**

***Економіко-математичне моделювання.
Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт***

КИЇВ – 2024

Викладено вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Економіко-математичне моделювання» для студентів факультету комп'ютерних наук та кібернетики освітньої програми «Бізнес інформатика».

Укладач: кандидат фіз.-мат. наук, професор, доктор габілітації
Вергунова І.М.

Рецензенти: доктор екон. наук, професор О.І. Ляшенко
доктор наук, професор В.Р. Стебловська

Навчальне видання

Вергунова І.М. Економіко-математичне моделювання. Методичні
вказівки до виконання лабораторних робіт. – К., 2024, 48 с.

Рекомендовано вченою радою факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (протокол №5 від 28 листопада 2022 р.).

ЗМІСТ

Лабораторна робота 1. Аналіз господарської діяльності економічних об'єктів.....	4
Лабораторна робота 2. Розподіл інвестиційного портфелю для чіткої та нечітко-множинної постановки задачі.....	17
Лабораторна робота 3. Системно-динамічне моделювання економічних об'єктів.....	27
Література	45

Лабораторна робота 1. Аналіз господарської діяльності економічних об'єктів

Лабораторна робота 1: Проаналізувати можливість ризику банкрутства (ефективність менеджменту підприємства, ефективність інвестицій) для визначеного об'єкту економічної діяльності (підприємства) за вказаними вхідними параметрами.

Задача визначення ступеня ризику банкрутства є важливою як для власників підприємства, так і для його кредиторів. Розглянемо оцінювання ризику банкрутства.

Стіпень ризику банкрутства є комплексним показником, що характеризує фінансове положення підприємства та якість керування ним. Часто використовуваний на практиці метод Альтмана для оцінки ризику банкрутства корпорації має змінювані з часом коефіцієнти, які є різними для різних країн. В ньому отримуються висновки щодо деякої конкретної корпорації на основі даних про множину корпорацій, як статистики, без врахування індивідуальних рис підприємства. Розроблений у застосуванні до економіки США для компаній з акціями на ринку, метод дає оцінку $Z = 1,2K_1 + 1,4K_2 + 3,3K_3 + 0,6K_4 + 1,0K_5$, де K_1 – власний оборотний капітал/сума активів; K_2 – нерозподілений прибуток/сума активів; K_3 – прибуток до сплати відсотків/сума активів; K_4 – ринкова вартість власного капіталу/позичений капітал; K_5 – обсяг продажів/сума активів. Для неї: $Z < 1,81$ – висока ймовірність банкрутства, $Z > 2,67$ – низька ймовірність банкрутства для компаній, чії акції на котуються на ринку. Для інших компаній оцінка має вигляд: $Z = 0,71K_1 + 0,84K_2 + 3,107K_3 + 0,42K_4 + 0,995K_5$ (в ній K_4 – балансова вартість власного капіталу/позичений капітал). Значення $Z < 1,23$ відповідають високій ймовірності банкрутства, $Z > 2,67$ – низькій. В отриманих за цим методом оцінках для інших країн (Англія, Франція та ін.) ваги та пороговий інтервал сильно різнилися за різними країнами та роками, що показало нестійкість підходу Альтмана відносно змін у початкових даних, оскільки не маємо статистичної однорідності подій, а тому й сумнівним є термін «ймовірність банкрутства». Крім того, ймовірність є характеристикою генеральної сукупності подій, в методі ж розглядається окреме підприємство, й важливим є розпізнавання ситуації з визначенням дистанції поточного

стану об'єкту до стану банкрутства, отримання заключення про несприятливі тенденції розвитку. За такого роду аналізу розглядають не тільки фінансові показники, а й показники, що характеризують рівень менеджменту підприємства. Наприклад, за підходом Аргенті дослідження починається з припущень, що процес вже прямує до банкрутства впродовж деякого терміну часу. Цей процес поділяють на стадії: I – наявність недоліків (кампанії роками демонструють низку очевидних недоліків); II – наявність помилок (внаслідок накопичення недоліків кампанія здійснює помилку, що веде до банкрутства); III – симптоми (здійснені помилки починають набувати всі симптоми неплатоспроможності, що наближається (приховане погіршення показників, ознаки недостачі грошей). Далі кожному фактору кожної стадії надають визначену кількість балів та розраховують агрегований показник (А-рахунок). Методам Тоффлера-Тісшоу, Ліса, Чессера, в яких враховують специфіку обраного об'єкту, також притаманні серйозні вади. Важливим також є той факт, що підприємство не є жорстко детермінованою системою, має місце невизначеність, наявність же цілеспрямованої діяльності при керуванні підприємством не тотожна наперед визначеності всіх процесів, що відбуваються на підприємстві. Але, як відомо, переважна більшість економічних моделей є строго детермінованими. Такі моделі не дозволяють отримувати нову інформацію про ступінь відповідності представлень про функціонування та його вдосконалення реальним закономірностям розвитку.

Використання нечітких підмножин дозволяє відмовитися від сценарного моделювання в інвестиційному аналізі та моделюванні, оскільки припускається, що всі можливі сценарії розвитку подій, які відображаються у вхідних параметрах фінансової моделі (рівень витрат, фактор дисконтування тощо) враховані у відповідних нечітких оцінках, а ваги входження конкретного сценарію характеризуються відповідною функцією належності.

Показниками, що вказують на несприятливі поточні події та у своїй динаміці показують можливі у майбутньому утруднення (в тому числі й банкрутство), є наступні: повторювані суттєві втрати в основній виробничій діяльності; перевищення деякого критичного рівня протермінованої кредиторської заборгованості; надмірне використання короткотермінових запозичених засобів як джерела фінансування

довгострокових вкладень; стійко низькі значення коефіцієнтів ліквідності; постійна недостача оборотних коштів; стійко зростаюча до небезпечних границь доля позикових коштів у загальній сумі надходжень коштів; невірна реінвестиційна політика; перевищення розмірів позикових коштів над встановленими лімітами; постійне невиконання зобов'язань перед інвесторами, кредиторами, акціонерами; велика питома вага протермінованої дебіторської заборгованості; наднормова наявність залежаних товарів та виробничих запасів; погіршення відносин з банківськими закладами; застосування у виробничому процесі устаткування із закінченими термінами експлуатації; потенційні втрати довгострокових контрактів; несприятливі зміни у портфелі замовлень. Крім того, до аналізу залучають показники, що вказують на несприятливі події, які не вказують на те, що поточний стан є критичним, але за визначених умов ситуація на підприємстві може різко погіршитися. Це, наприклад: втрата ключових співробітників; вимушені зупинки та порушення виробничо-технологічного процесу; недостатня диверсифікація підприємства; надмірне очікування на прогнозовану успішність та прибутковість нового проекту; участь у судових справах з непередбачуваним результатом; втрата ключових контрагентів; недооцінка технічного та технологічного оновлення; неефективні довгострокові угоди; політичний ризик, пов'язаний з підприємством. Оскільки однією із стадій банкрутства є фінансова нестійкість, то важливими показниками також є: різке зменшення коштів на рахунках (але й збільшення може свідчити лише про відсутність подальших капіталовкладень); зростання дебіторської заборгованості (проте зменшення із одночасним зростанням готової продукції може свідчити про проблеми із збутом продукції); розбалансування дебіторської та кредиторської заборгованості; зниження обсягів продажів (хоч їх зростання може свідчити про розпродаж перед ліквідацією підприємства) та ін.

Кількісні та якісні оцінки рівню фінансового менеджменту на підприємстві можуть бути поєднані в моделі на основі матричних нечіткомножинних методів, що дають комплексний аналіз фінансових систем. При побудові комплексного показника фінансового стану підприємства за методикою О. Недосєкіна вводять норми за кожним параметром інтегральної оцінки фінансового стану. А оскільки маємо справу із квазістатистикою, то класифікація рівнів параметрів виконується нечітко-множинна із уведенням ваг показників в інтегральній

оцінці. В результаті отримується оцінка фінансового стану підприємства як згортка поточних рівнів факторів, що до неї входять (а не згортка самих факторів), а значення інтегрального показника належать інтервалу $(0, 1)$, на якому внаслідок нормування виділяються якісні стани (дуже високий, високий, середній, низький, дуже низький рівень комплексного показника). У зворотному порядку змінюється ризик банкрутства підприємства (дуже низький, низький, середній, високий, дуже високий). Методика є матричною (по рядкам матриці йдуть окремі фінансові показники; по стовпцям – якісні рівні цих показників з точки зору комплексної оцінки фінансового стану підприємства; на їх перетині – степені належності поточного кількісного рівня факторів станам якісної підмножини). Результируючий комплексний фінансовий показник є подвійною згорточкою компонент цієї матриці з наперед вказаними вагами. Метод також застосовується у фінансовому аналізі на ринку цінних паперів, при рейтингуванні облігацій, при оцінці інвестиційної привабливості (скорингу) акцій тощо.

В методі якісні ознаки фінансового стану підприємства можуть бути зведені до одного результируючого показника якісної оцінки (наприклад, за схемою Аргенті), який далі нормується (тобто надається правило розпізнання рівнів показника) та надається йому вага відносно сукупності всіх інших кількісних показників, включених до оцінки. Після цього якісні показники враховуватимуться разом з кількісними.

Нехай для даної моделі використовують множину кількісних та якісних факторів фінансового аналізу підприємства потужністю N (всі фактори мають носій із власною областю визначення).

Етапи отримання нечітко-множинної оцінки фінансового стану підприємства:

1. Експерт фіксує множину показників (факторів) та їхні кількісні носії.
2. На обраному носії будує лінгвістичну змінну із терм-множиною значень (наприклад, змінна «коефіцієнт абсолютної ліквідності (відношення суми грошових засобів до короткострокових пасивів)» із терм-множиною значень {«дуже низький рівень коефіцієнту абсолютної ліквідності», «низький ...», «середній ...», «високий ...», «дуже високий ...»}).
3. Кожному значенню лінгвістичної змінної (яке є нечіткою підмножиною з функцією належності, що визначена на $[0, 1]$) співставляє

функцію належності рівня менеджменту. Формальне уведення класифікатора для чисельного розв'язання передбачає також уведення множини вузлових точок. Для стандартного п'ятирівневого класифікатора беруть 5 симетрично розташованих на 01-носії вузлових точок (0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9).

В результаті маємо отримати наступне:

1. Побудовані лінгвістична змінна E «стан підприємства» із терм-множиною значень, які є нечіткими підмножинами (E_1 – «граничне неблагополуччя», E_2 – «неблагополуччя», E_3 – «стан середньої якості», E_4 – «відносно благополуччя», E_5 – «граничне благополуччя») та відповідна до неї лінгвістична змінна G «Ризик банкрутства» із терм-множиною значень з нечітких підмножин (G_1 – «гранична степінь ризику банкрутства», G_2 – «висока степінь ризику банкрутства», G_3 – «середня степінь ризику банкрутства», G_4 – «низька степінь ризику банкрутства», G_5 – «ризик банкрутства незначний»).
2. Для кожного фінансового або управлінського показника X_i з обраної експертом множини показників задана лінгвістична змінна V_i «рівень показника X_i » на відповідній терм-множині значень (V_{i1} – підмножина «дуже низький рівень показника X_i », V_{i2} – підмножина «низький рівень показника X_i », V_{i3} – підмножина «середній рівень показника X_i », V_{i4} – підмножина «високий рівень показника X_i », V_{i5} – підмножина «дуже високий рівень показника X_i »).
3. Для множини показників X_i потужністю N ($i = 1, \dots, N$), що оцінюють різні сторони ділової й фінансової активності підприємства та які впливають на оцінку ризику банкрутства обраного підприємства, надано кожному показнику рівень його значущості r_i . Значення r_i надаються експертом виходячи з вагомості показника X_i в отриманні результуючої оцінки. Якщо система показників лише проранжована в порядку їхньої значущості, то значущість i -го показника часто визначають за правилом Фішберна (за таким правилом оцінка відповідає максимуму ентропії наявної інформаційної невизначеності про досліджуваний об'єкт, $r_i = \frac{2(n-i+1)}{(n-1)n}$). Якщо всі показники мають рівну значущість – $r_i = 1/N$.

4. Отриманий класифікатор поточного значення g показника степені ризику банкрутства як розбиття цієї множини на нечіткі підмножини (є простим п'ятирівневим класифікатором на 01-носії, а вузловими точками є інвертована множина $(0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9)$), класифікатор комплексної оцінки стану підприємства – розбиття на нечіткі підмножини з вузловими точками $(0,9; 0,7; 0,5; 0,3; 0,1)$.
5. Сформована множина класифікаторів поточних значень x_i всіх показників X_i як розбиття відповідної множини значень на нечіткі підмножини вигляду V_i , що характеризуються трапецеїдальними нечіткими числами та їхніми функціями належності.
6. При виконанні розпізнавання поточного рівню показників на основі уведеного набору класифікаторів отримаємо рівні належності носія x_i показників X_i нечіткій підмножині V_i , сформовані у матричному вигляді (у рядках записані показники X_i , у стовпцях – рівні цих показників V_{ij} , що відповідні класифікатору, на перетині рядків та стовпців – рівні належності λ_{ij} носія x_i нечіткій підмножині V_i).
7. Для отримання оцінки фінансового стану підприємства знаходимо подвійну згортку сформованих даних. Степені ризику банкрутства за поточним рівнем показників:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^N r_i \lambda_{ij},$$

де $g_j = 0.9 - 0.2(j - 1)$, r_i – значущість i -го показника.

Оскільки внутрішнє сумування відбувається за значущістю показника, зовнішнє – за вузловими точками класифікатора степені ризику, то результуюча оцінка ризику є середньозваженим за всіма показниками, що беруть участь в оцінці, та за всіма якісними рівнями цих показників.

Задача полягає в проведенні аналізу ступеню можливості банкрутства за результатами роботи обраного підприємства, наприклад, за деякими кварталами або роками, згідно стандартної методики формалізації причинно-наслідкових зв'язків за наявності нечітких даних.

Нехай в якості вхідних змінних експертами для аналізу стану обраного підприємства введено таку множину показників із повними наборами значень:

X_1 – коефіцієнт автономії (відношення власного капіталу до валюти балансу);

X_2 – коефіцієнт забезпеченості оборотних активів (відношення чистого оборотного капіталу до оборотних активів);

X_3 – коефіцієнт проміжної ліквідності (відношення суми грошових коштів та дебіторської заборгованості до короткострокових пасивів);

X_4 – коефіцієнт абсолютної ліквідності (відношення суми грошових засобів до короткострокових пасивів);

X_5 – оборотність усіх активів у річному обчисленні (відношення виручки від реалізації до середньої за період вартості активів);

X_6 – рентабельність усього капіталу (відношення чистого прибутку до середнього за період вартості активів);

X_7 – коефіцієнт відносної кількості набраних індикаторних балів (відношення набраних балів за Аргенті до максимальної кількості, 100).

Для всіх показників, що використовуються в аналізі, повинно обов'язково виконуватися правило однонаправленості (збільшення вхідного показника викликає зменшення вихідного показника, тобто ступеня ризику банкрутства). Якщо для деякого вхідного показника його збільшення викликає збільшення вихідного показника, то залучають показник, спряжений до нього (наприклад, показник частки позикових коштів та показник долі власних коштів у активах). Наведені вище показники є важливими на думку експертів, вони впливають на оцінку ризику банкрутства підприємства та відповідно оцінюють різні сторони його діяльності, але потребують змін. Останній показник не задовольняє вказаному правилу однонаправленості. Для нього збільшення вхідного показника викликає зменшення вихідного показника – ступеня ризику банкрутства. Тому його потрібно замінити, наприклад, на наступний: відношення різниці максимальної кількості балів та наявної кількості набраних балів за Аргенті до максимальної кількості балів.

Будуємо класифікацію для значень показника наявного ступеня ризику g як елементу терм-множини G , що вказує ступені ризику

банкрутства підприємства, $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\}$. Нехай значення $0,8 < g < 1$ відповідають терму G_1 , значення $0,6 < g < 0,8$ – терму G_2 , значення $0,4 < g < 0,6$ – терму G_3 , значення $0,2 < g < 0,4$ – G_4 , а значення $0 < g < 0,2$ – терму G_5 . Маємо: $G_1 = \{\text{максимальна ступінь ризику банкрутства}\}$, $G_2 = \{\text{висока ступінь ризику банкрутства}\}$, $G_3 = \{\text{середня ступінь ризику банкрутства}\}$, $G_4 = \{\text{низька ступінь ризику банкрутства}\}$, $G_5 = \{\text{незначна ступінь ризику банкрутства}\}$.

Будуємо класифікацію для можливих значень x_i^j показників X_i як елементів відповідних терм-множин B_i та отримуємо чисельні результати подібно табл. 1.1.

Таблиця 1.1.

	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_1	$x_1 < b_{11}$	$b_{11} \leq x_1 < b_{12}$	$b_{12} \leq x_1 < b_{13}$	$b_{13} \leq x_1 < b_{14}$	$b_{14} \leq x_1$
X_2	$x_2 < b_{21}$	$b_{21} \leq x_2 < b_{22}$	$b_{22} \leq x_2 < b_{23}$	$b_{23} \leq x_2 < b_{24}$	$b_{24} \leq x_2$
...
X_n	$x_n < b_{n1}$	$b_{n1} \leq x_n < b_{n2}$	$b_{n2} \leq x_n < b_{n3}$	$b_{n3} \leq x_n < b_{n4}$	$b_{n4} \leq x_n$

Далі визначаємо ступені належності $\mu_{B_{ij}}(x_i)$ елементів $x_i \in X_i$ для відповідних значень B_{ij} терм-множин B_i (враховуючи абсолютні оцінки рівнів $r_j(X_i) = r_{ij}$ та проводячи фазифікацію).

Нехай задані оцінки значень показників X_i , $i = \overline{1, N}$, за деякими періодами (роки, квартали тощо) (табл. 1.2).

Таблиця 1.2.

X_i	X_1	X_2	X_3	...	X_N
Значення за 1 період	x_1	x_2	x_2	...	x_N
.....					
Значення за останній період	x_1	x_2	x_2	...	x_N

Для заданих оцінок значень показників X_i , $i = \overline{1, N}$, для кожного періоду проведемо класифікацію (впевнену – $\lambda_{ij} = \{0,1\}$,

невпевнену – $\lambda_{ij} = \mu_i(B)$) належності до підмножин B_{ij} терм-множин B_i за таблицею 1.1 (табл. 1.3), де

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ (або } \mu_i(B)), & b_{i(j-1)} \leq x_i < b_{ij}, \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Таблиця 1.3.

Показники	Результати класифікації за підмножинами				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_1	λ_{11}	λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{15}
X_2	λ_{21}	λ_{22}	λ_{23}	λ_{24}	λ_{25}
...
X_n	λ_{n1}	λ_{n2}	λ_{n3}	λ_{n4}	λ_{n5}

Далі оцінимо ступінь ризику можливого банкрутства підприємства. Для цього на кожному періоді обчислимо:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^n r_i \lambda_{ij},$$

де $g_j = 0,9 - 0,2(j - 1)$ за прийнятим вище. Обчислені значення показника наявного ступеня ризику g як елементу терм-множини G дозволяють для кожного досліджуваного періоду отримати висновки про ступінь можливого банкрутства для підприємства у лінгвістичній формі. В результаті, за отриманою динамікою ступені можливого банкрутства підприємства на основі інформації, що одержана за всі надані періоди, можна сформулювати у лінгвістичній формі загальний діагностичний висновок про можливу тенденцію ризику банкрутства.

А) Приклад аналізу за впевненої класифікації

Нехай $r_i = 1/7$ та значення показника наявного ступеня ризику g визначені як вказано вище. Маємо для деякого підприємства можливі чисельні значення x_i^j показників X_i та їх впевнену класифікацію як елементів відповідних терм-множин B_i (наведені у табл. 1.4) за даними експертів (за О. Недосекіним).

Таблиця 1.4.

	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_1	$x_1 < 0,15$	$0,15 \leq x_1 < 0,25$	$0,25 \leq x_1 < 0,45$	$0,45 \leq x_1 < 0,65$	$0,65 \leq x_1$
X_2	$x_2 < 0$	$0 \leq x_2 < 0,09$	$0,09 \leq x_2 < 0,3$	$0,3 \leq x_2 < 0,45$	$0,45 \leq x_2$
X_3	$x_3 < 0,55$	$0,55 \leq x_3 < 0,75$	$0,75 \leq x_3 < 0,95$	$0,95 \leq x_3 < 1,4$	$1,4 \leq x_3$
X_4	$x_4 < 0,025$	$0,025 \leq x_4 < 0,09$	$0,09 \leq x_4 < 0,3$	$0,3 \leq x_4 < 0,55$	$0,55 \leq x_4$
X_5	$x_5 < 0,1$	$0,1 \leq x_5 < 0,2$	$0,02 \leq x_5 < 0,35$	$0,35 \leq x_5 < 0,65$	$0,65 \leq x_5$
X_6	$x_6 < 0$	$0 \leq x_6 < 0,01$	$0,01 \leq x_6 < 0,08$	$0,08 \leq x_6 < 0,3$	$0,3 \leq x_6$
X_7	$x_7 < 0,22$	$0,22 \leq x_7 < 0,333$	$0,333 \leq x_7 < 0,54$	$0,54 \leq x_7 < 0,7$	$0,7 \leq x_7$

Нехай отримані вхідні значення цих показників за два квартали вказані у таблиці 1.5. Оцінимо можливість банкрутства підприємства.

Таблиця 1.5.

X_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_n
I квартал	0,839	0,001	0,348	0,001	0,162	-0,04	0,369
II квартал	0,822	-0,060	0,208	0,0001	0,186	-0,043	0,136

Проведемо класифікацію цих значень щодо належності до підмножин B_i аналогічно, як виконували для таблиці 1.3. (табл. 1.6). Значення λ_{ij} , $i = \overline{1,7}$, $j = \overline{1,7}$ інтерпретуємо як значення функцій належності $\mu_i(B)$, $i = \overline{1,7}$, що за впевненої класифікації є множиною $\{0,1\}$ (0 якщо значення не належить підмножині B_i , 1 – якщо належить).

Таблиця 1.6.

x_i	I					II				
	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
x_1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
x_2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
x_3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
x_6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0

Далі отримаємо оцінку степені можливого банкрутства за кожним кварталом:

$$g_k = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^7 r_i \lambda_{ij}, k = I, II.$$

Маємо, для першого кварталу $g_I \approx 0.67$, для другого – $g_{II} \approx 0.757$, що вказує на стало високий ступінь можливого банкрутства підприємства. Крім того, з таблиці 1.6 можна зробити висновок про якісне падіння забезпеченості оборотних активів та збільшення набраних балів за Аргенті.

Б) Приклад аналізу за нечіткої класифікації

Для випадку, коли наявна невпевненість експертів у класифікації показника ступеню ризику, використовують лінгвістичні змінні із нечіткими терм-множинами, для яких залучають функції належності у трапецеїдальній формі. В цьому випадку експертна система на базі нечітких знань буде містити механізм нечітко-логічного виводу, щоб зробити висновок про ступінь можливого банкрутства підприємства (ефективності інвестицій, менеджменту та ін.) на основі усієї необхідної вихідної інформації. Звичайно, що від кількості знань в системі та точності опису залежать результати проведеного аналізу.

Отже, за нечіткої класифікації терм-множини E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 лінгвістичної змінної E , терм-множини G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 лінгвістичної змінної G (носієм є інтервал $[0,1]$) та терм-множини $Bi1, Bi2, Bi3, Bi4, Bi5$ є нечіткими підмножинами, значенню показника наявного ступеня ризику g , визначеного на інтервалі $[0,1]$, відповідають трапецеїдальні нечіткі числа. Класифікація рівню показника наявного ступеня ризику g відносно множини G , що вказує ступені можливого банкрутства, $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\}$, може проводитися згідно ступені оцінкової впевненості, в якості якої виступає побудована функція належності (наприклад, табл. 1.7).

Далі будуємо нечітку класифікацію та виконуємо фазифікацію для можливих значень x_i^j показників X_i як елементів відповідних нечітких терм-множин Bi (результат наведений у таблиці 1.8).

Таблиця 1.7.

g	Класифікація рівня параметра	Ступінь оцінкової впевненості (функція належності)
$0 \leq g \leq 0.15$	G_5	$\mu_5 = 1$
$0.15 < g < 0.25$	G_5	$\mu_5 = 10 \cdot (0.25 - g)$
	G_4	$\mu_4 = 1 - \mu_5$
$0.25 \leq g \leq 0.35$	G_4	$\mu_4 = 1$
$0.35 < g < 0.45$	G_4	$\mu_4 = 10 \cdot (0.45 - g)$
	G_3	$\mu_3 = 1 - \mu_4$
$0.45 \leq g \leq 0.55$	G_3	$\mu_3 = 1$
$0.55 < g < 0.65$	G_3	$\mu_3 = 10 \cdot (0.65 - g)$
	G_2	$\mu_2 = 1 - \mu_3$
$0.65 \leq g \leq 0.75$	G_2	$\mu_2 = 1$
$0.75 < g < 0.85$	G_2	$\mu_2 = 10 \cdot (0.85 - g)$
	G_1	$\mu_1 = 1 - \mu_2$
$0.85 \leq g \leq 1.0$	G_1	$\mu_1 = 1$

Значення показників за два квартали року (як вхідних змінних), що вказані у таблиці 1.5, класифікуємо за належністю до підмножин B_i (результати вказані у таблиці 1.9, де значення λ_{ij} відповідають значенням функцій належності $\mu_i(B)$).

Оцінку ступені можливого банкрутства за кожним кварталом отримаємо аналогічно:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^7 r_i \lambda_{ij},$$

де $g_j = 0,9 - 0,2(j - 1)$.

Маємо, значення оцінки ступені можливого банкрутства для першого кварталу $g_I \approx 0.677$, для другого – $g_{II} \approx 0.751$ (зростає). Проводимо класифікацію одержаних значень ступеня ризику відповідно до таблиці 1.7, що дасть можливість отримати лінгвістичний опис ступеню ризику банкрутства і ступінь впевненості експертів у вірності такої класифікації. Лінгвістичне розпізнавання ступені ризику дає ступінь можливості банкрутства як проміжну між високим ступенем і максимальним ступенем можливості банкрутства, причому впевненість експертів від I-го кварталу до II-го зменшується у тому, що наявний рівень відповідає саме високому ступеню.

Таблица 1.8.

x_i	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
x_1	(0,0,0,1,0,2)	(0,1,0,2,0,25,0,3)	(0,25,0,3,0,45,0,5)	(0,45,0,5,0,6,0,7)	(0,6,0,7,1,1)
x_2	(-1,-1,-0,005,0)	(-0,005,0,0,09,0,11)	(0,09,0,11,0,3,0,35)	(0,3,0,35,0,45,0,5)	(0,45,0,5,1,1)
x_3	(0,0,0,5,0,6)	(0,5,0,6,0,7,0,8)	(0,7,0,8,0,9,1)	(0,9,1,1,3,1,5)	(1,3,1,5,∞,∞)
x_4	(0,0,0,02,0,03)	(0,02,0,03,0,08,0,1)	(0,08,0,1,0,3,0,35)	(0,3,0,35,0,5,0,6)	(0,5,0,6,∞,∞)
x_5	(0,0,0,12,0,14)	(0,12,0,14,0,18,0,2)	(0,18,0,2,0,3,0,4)	(0,3,0,4,0,5,0,8)	(0,5,0,8,∞,∞)
x_6	(-∞,-∞,0,0)	(0,0,0,006,0,01)	(0,006,0,01,0,06,0,1)	(0,06,0,1,0,225,0,4)	(0,225,0,4,∞,∞)
x_7	(0,0,0,16,0,2)	(0,16,0,2,0,23,0,27)	(0,23,0,27,0,35,0,4)	(0,35,0,4,0,6,0,8)	(0,6,0,8,1,1)

Таблиця 1.9.

x_i	I					II				
	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
x_1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
x_2	0	0.8	0.2	0	0	1	0	0	0	0
x_3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_5	0	1	0	0	0	0	0,6	0,4	0	0
x_6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_7^*	0	0	0.4	0.6	0	1	0	0	0	0

Крім того, отриманий лінгвістичний висновок може мати вигляд: ЯКЩО фінансові показники $X_j, j = \overline{1,7}$ мають дуже низький/низький/середній/високий/дуже високий рівень (із урахуванням рівня значущості), ТО можливість банкрутства максимальна/висока/середня/низька/незначна.

Лабораторна робота 2. Розподіл інвестиційного портфелю для чіткої та нечітко-множинної постановки задачі

Лабораторна робота 2: А. Модель Марковиця-Тобіна. Вирішити задачу про розподіл капіталу (при купівлі цінних паперів тощо) за n напрямками, $n = 7$. Основна мета – вкласти гроші так, щоб зберегти капітал, а за можливістю й збільшити.

Набір цінних паперів утворює портфель, його вартість – сумарна вартість паперів, що входять до нього (якщо доходності – $d_i, i = 1, \dots, n$, за попередній період вартість – p , наступний – p' , то доходність за період $d_i = (p' - p)/p$ у % річних). Нехай x_i – доля капіталу, витрачена на купівлю цінних паперів i -го виду, $i = 1, \dots, n$. Увесь витрачений капітал прийняти за 1, d_i – доходність у % річних паперів i -го виду у розрахунку на 1 грн, вважати її випадковою величиною. Нехай m_i – середня очікувана доходність (математичне очікування), r_i – середнє

квадратичне відхилення (σ^2_i – ризик), cV_{ij} – коваріація доходностей цінних паперів i -го та j -го видів.

Як відомо, класична модель Марковиця-Тобіна є двокритеріальною оптимізаційною задачею, тому її приводять до задачі мінімізації ризику портфелю за умови заданого рівню доходності та задачі максимізації доходності портфелю за заданого рівню ризику.

При побудові моделі Марковиць стверджував, що інвестори мають турбуватися не тільки про прибутковість, а й про ризик, причому між ними прямий зв'язок. Для визначення ризику найбільш підходящим вважав стандартне відхилення очікуваного прибутку. Вказував, що ризик має вимірюватися та контролюватись на рівні портфеля. За заданої кількості цінних паперів може бути сформована нескінченна кількість портфелів, однак на кожному рівні ризику один портфель («ефективний», лінія, що з'єднує всі оптимальні портфелі – «ефективна межа») приносить найбільший прибуток. Жодна точка на ефективній межі не вважається кращою за іншу на ній. Інвестори повинні вивчити власні переваги щодо ризику/прибутковості, щоб при інвестуванні визначити свою точку на ефективній межі. Хоча Марковиць розглядав проблему портфелів для крупних закладів або заможних людей зараз портфельна теорія отримала широке застосування у розподілі активів для всіх типів інвесторів.

Отже, портфельна теорія Марковиця спрямована на оптимальний вибір активів виходячи із встановленого відношення доходність/ризик. Результируюча задача є задачею квадратичної оптимізації за лінійних обмежень, в моделі використовують вектор середніх очікуваних доходностей активів (доходності d_i) та матрицю V коваріацій доходностей активів (n – кількість активів, r – ризик). На їх основі будується множина можливих портфелів із різним співвідношенням доход/ризик, а маючи два критерія оптимальності обирають портфель: пошуком ефективних непокресуваних розв'язків, обираючи головним критерієм один, а другий беруть в якості критеріальних обмежень, задаючи узагальнений критерій. Розв'язуються дві задачі: максимізація доходності за заданого рівню ризику та мінімізація ризику за припустимого значення доходності. Наприклад, ціллю є мінімізація ризику за мінімально припустимого значення доходності

$$V_p = \sigma_p^2 = d^T V d \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n x_i d_i = m_p,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0,$$

де рівень доходності портфелю m_p (середньозважена сума доходностей паперів, що до нього входять $\sum_{i=1}^n x_i d_i = m_p$), x_i – доля інструменту (виду акцій) в портфелі, задані доходності інструменту d_i , σ_i – стандартне відхилення доходностей інструменту; ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції між i, j -м інструментом; V_{ij} – коваріація доходностей i -го та j -го інструменту. Ризик окремого інструменту оцінюється як середнє квадратичне (стандартне) відхилення його доходності. Для розрахунку загального ризику портфелю необхідно відобразити сукупну зміну ризиків окремого інструменту та їх взаємний вплив (через коваріації та кореляції як міри взаємозв'язку)

$$\sigma_p^2 = \sqrt{d^T V d} = \sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_i d_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}$$

та умови додатності активів портфелю (хоч передбачають можливість відкриття коротких позицій з від'ємними значеннями).

Для складання портфелю розв'язується оптимізаційна задача, в якій сума долей активів дорівнює одиниці, долі не від'ємні. Мінімізують ризик за мінімально припустимого рівня доходності. Максимізують доходність за заданого рівню ризику. Добре складений портфель має бути збалансованим з точки зору доходності та ризику таким чином, щоб в ідеалі прямувати до неперервного зростання, хоч окремі його складові можуть тимчасово втрачати ціну. Найбільш оптимальні комбінації інструментів утворюють множину, що називають ефективними портфелями (непокрашуваними, рис. 2.1). Для кожного з них неможливо одержати зростання доходності без одночасного зростання ризику. Множина ефективних портфелів показує максимально збалансовані комбінації інструментів, характеризується тим, що приріст доходності на ній більше, ніж відповідний приріст ризику.

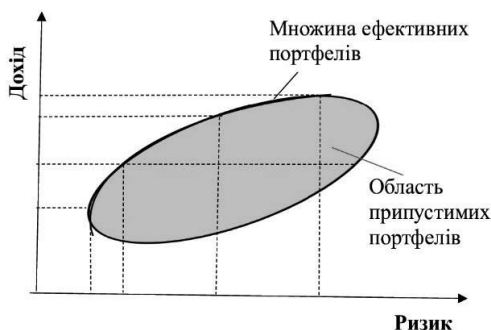


Рис. 2.1. Область припустимих портфелів та множина ефективних портфелів

Для виконання частини А лабораторної роботи необхідно розглянути наступні однокритеріальні задачі:

1. Мінімальний ризик та задана доходність (модель Марковиця)

$$V_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j c V_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n x_i d_i = m_p,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0.$$

Вхідні дані: задані доходності акцій d_i , рівень m_p доходності, кількість видів акцій (інструментів) $n = 7$, кількість періодів $m = 7$.

Будуємо: матрицю доходності цінних паперів ($[d_{ij}]$) за періоди; визначаємо середню доходність кожного інструменту, дисперсії доходності портфелю (ризик), коваріаційну матрицю (з матриці доходності та середньої доходності); розв'язуємо обраним на власний розсуд чисельним методом оптимізаційну задачу для одержання оптимального портфелю акцій за заданого m_p .

Вихідні дані: одержаний варіант оптимального пакету (визначені долі x_i , значення ризику V_p , рівень m_p доходності).

2. Максимум доходності за заданого прийнятного рівня ризику (модель Марковиця).

$$\begin{aligned}
m_p &= \sum_{i=1}^n x_i d_i \rightarrow \max \\
\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j cV_{ij} &= r_p \\
\sum_{i=1}^n x_i &= 1, x_i \geq 0.
\end{aligned}$$

Вхідні дані: задані рівень ризику r_p , доходності акцій d_i , кількість видів акцій (інструментів) $n = 7$, кількість періодів $m = 7$.

Будуємо: матрицю доходності цінних паперів ($[d_{ij}]$) за періоди; визначаємо середню доходність кожного інструменту, дисперсії доходності портфелю (ризiku), коваріаційну матрицю (з матриці доходності та середньої доходності); розв'язуємо обраним на власний розсуд чисельним методом оптимізаційну задачу для одержання оптимального портфелю акцій за заданого r_p .

Вихідні дані: одержаний варіант оптимального пакету (визначені долі x_i , значення доходності m_p та рівень ризику r_p).

3. Портфель Тобіна мінімуму ризику за заданого рівня доходності (з безризиковими паперами).

$$\begin{aligned}
r_p &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j cV_{ij} \rightarrow \min \\
x_0 d_0 + \sum_{i=1}^n x_i d_i &= d_p, \\
x_0 + \sum_{i=1}^n x_i &= 1, x_i \geq 0.
\end{aligned}$$

Вхідні дані: задані доходності акцій d_i , доходність портфелю d_p , ефективність (доходність) безризикових паперів d_0 , доля капіталу у безризикових паперах x_0 , видів акцій $n = 7$, кількість періодів $m = 7$.

Будуємо: матрицю доходності цінних паперів ($[d_{ij}]$) за періоди, визначаємо середню доходність кожної типу акцій/цінних паперів, дисперсії доходності портфелю (ризiku), коваріаційну матрицю (з матриці доходності та середньої доходності); розв'язуємо обраним на

власний розсуд чисельним методом оптимізаційну задачу для одержання оптимального портфелю акцій за заданого d_p .

Вихідні дані: одержаний варіант оптимального пакету (визначені долі x_i , значення ризику r_p та рівень доходності d_p).

4. Портфель Тобіна максимальної ефективності (доходності) за прийнятного рівня ризику.

$$d_p = x_0 d_0 + \sum_{i=1}^n x_i d_i \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j c V_{ij} = r_p$$

$$x_0 + \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0.$$

Вхідні дані: заданий рівень ризику r_p , доходності акцій d_i , ефективність безризикових паперів d_0 , доля капіталу у безризикових паперах x_0 , видів акцій $n = 7$, кількість періодів $m = 7$.

Будуємо: матрицю доходності цінних паперів ($[d_{ij}]$) за періоди, визначаємо середню доходність кожної типу акцій, дисперсії доходності портфелю (ризiku), коваріаційну матрицю (з матриці доходності та середньої доходності); визначаємо дисперсії доходності портфелю (ризiku); розв'язуємо обраним на власний розсуд чисельним методом оптимізаційну задачу для одержання оптимального портфелю акцій за заданого рівня ризику r_p .

Вихідні дані: одержаний варіант оптимального пакету (визначені долі x_i , значення доходності d_p та рівень ризику r_p).

В. Модель Марковиця. Планується розподіл портфелю інвестицій у $1 \cdot 10^6$ грн. за $K = 5$ напрямками. Для кожного з напрямів інвестування (альтернатив, табл. 2.1) відомі математичні очікування обсягів можливого прибутку на одиницю інвестованого капіталу m_k , $k = \overline{1, K}$, значення дисперсії долі очікуваного прибутку $V_k = \sigma_k^2$, $k = \overline{1, K}$, коефіцієнти кореляції випадкових величин прибутку ρ_{kl} , $0 \leq \rho_{kl} \leq 1$, $k, l = \overline{1, K}$ (табл. 2.2). Використовуючи модель Марковиця визначити найбільш ефективну з припустимих альтернатив R_i , $i = \overline{1, 5}$. Оскільки у моделі Марковиця визначається максимум математичного

Таблиця 2.1.

Альтернативи R_i	Можливі альтернативи в млн. грн.				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
R ₁	0.1	0.1	0.6	0.1	0.1
R ₂	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
R ₃	0.6	0.1	0.1	0.1	0.1
R ₄	0.1	0.1	0.1	0.1	0.6
R ₅	0.2	0.1	0.4	0.1	0.2

очікування доходу портфелю за умови заданого верхнього рівня ризику, то в якості обмеження задане: нечітка множина математичного очікування прибутку задовольняє $M(\bar{F}/R_i) \geq_{Re} B, i = \overline{1,5}$, де B задана як нечітке число (-5000; 30000; 40000; 50000). Обчислити параметри функцій належності $M(\bar{F}/R_i), \sigma(\bar{F}/R_i), i = \overline{1,5}$, за необхідності комплексний показник ефективності.

Для заданого випадку математичне очікування та дисперсія можливого прибутку сформованого портфелю інвестицій визначаються як $M(E) = \sum_{k=1}^K (m_k A_k), \sigma^2(E) = V(E) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_k A_l \rho_{kl} \sigma_k \sigma_l$. (2.1)

Розглянемо поширену постановку задачі з максимізації математичного очікування доходу портфелю за заданого рівню ризику Δ . За такої постановки задачі результатом рішення задачі буде детермінований вектор значень параметрів A_k , що відповідатиме найкращій з усіх альтернатив R. А нечітка підмножина значень параметра дисперсії доходу сформованого портфелю має бути переважною ніж задане Δ .

В умовах роботи параметри функцій розподілу m_k, σ_k, ρ_{kl} задані LR-представленнями нечітких підмножин (табл. 2.2), а тому й очікувана величина доходу та ризик неефективності портфелю для кожної з альтернатив теж є нечіткими підмножинами в LR-представленні $(\{b_1(m_k), b_2(m_k), a_1(m_k), a_2(m_k)\}, \{b_1(\sigma_k), b_2(\sigma_k), a_1(\sigma_k), a_2(\sigma_k)\}, \{b_1(\rho_{kl}), b_2(\rho_{kl}), a_1(\rho_{kl}), a_2(\rho_{kl})\})$.

Позначимо $\mu_F(\bar{F}_1|\bar{R}_i), \mu_F(\bar{F}_2|\bar{R}_i), i = \overline{1,5}$ – функції належності нечітких підмножин математичного очікування та квадрату дисперсії очікуваного доходу від портфелю інвестицій для альтернативи \bar{R}_i . Для кожної альтернативи обчислимо

Таблиця 2.2.

	m_k	σ_k^2	ρ_{kl}			
1	(0,02;0,05;0,06;0,1)	(0,01;-0,012;0,015;0,018)				
2	(0;0,06;0,07;0,11)	(0;-0,01;0,015;0,02;0,023)	(0,003;0,0035;0,0038;0,004)			
3	(0,02;0,05;0,07;0,11)	(0,005;0,008;0,012;0,015)	(0,002;0,0025;0,0028;0,0035)	(0,004;0,0051;0,0055;0,0061)		
4	(-0,02;0,08;0,1;0,15)	(0,011;0,015;0,018;0,02)	(0,002;0,0022;0,0025;0,003)	(0,002;0,0025;0,0028;0,0033)	(0,003;0,0032;0,0035;0,004)	
5	(0,01;0,05;0,06;0,09)	(0,09;0,01;0,011;0,013)	(0,004;0,0045;0,005;0,0055)	(0,004;0,0045;0,0048;0,005)	(0,0025;0,0028;0,003;0,003)	(0,002;-0,0022;0,0025;0,0028)

$$b_1(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) = \sum_{k=1}^K A_{ik} b_1(M_k), b_2(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) = \sum_{k=1}^K A_{ik} b_2(M_k), \quad (2.2)$$

$$a_1(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) = \sum_{k=1}^K A_{ik} a_1(M_k), a_2(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) = \sum_{k=1}^K A_{ik} a_2(M_k), \quad (2.3)$$

$$b_1(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_{ik} A_{il} b_1(\sigma_l) b_1(\sigma_k) b_1(\rho_{kl})}, \quad (2.4)$$

$$b_2(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_{ik} A_{il} b_2(\sigma_l) b_2(\sigma_k) b_2(\rho_{kl})}, \quad (2.5)$$

$$a_1(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_{ik} A_{il} a_1(\sigma_l) a_1(\sigma_k) a_1(\rho_{kl})}, \quad (2.6)$$

$$a_2(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_{ik} A_{il} a_2(\sigma_l) a_2(\sigma_k) a_2(\rho_{kl})}, \quad (2.7)$$

Якщо на математичне очікування та дисперсію портфелю інвестицій маємо обмеження, ліві частини яких виражені нечіткими підмножинами \bar{B}_1 та \bar{B}_2 , функції належності яких в LR-представленні виглядають як $\{b_1(\bar{B}_1), b_2(\bar{B}_1), a_1(\bar{B}_1), a_2(\bar{B}_1)\}$ та $\{b_1(\bar{B}_2), b_2(\bar{B}_2), a_1(\bar{B}_2), a_2(\bar{B}_2)\}$, то маємо наступний вигляд обмежень:

$$(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) \geq_{re} \bar{B}_1, (\bar{F}_2|\tilde{R}_i) \geq_{re} (\bar{B}_2), i = \overline{1,5}. \quad (2.8)$$

Тоді з усієї множини альтернатив \tilde{R}_i вибираємо тільки такі, що задовольняють системі обмежень (2.8). Щоб перевірити, чи задовольняються ці обмеження, можна використати умови абсолютної переваги у вигляді системи нерівностей:

$$b_1(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) \geq b_1(\bar{B}_1), b_2(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) \geq b_2(\bar{B}_1), a_1(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) \geq a_1(\bar{B}_1), a_2(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) \geq a_2(\bar{B}_1), \quad (2.9)$$

$$b_1(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) \geq b_1(\bar{B}_2), b_2(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) \geq b_2(\bar{B}_2), a_1(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) \geq a_1(\bar{B}_2), a_2(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) \geq a_2(\bar{B}_2). \quad (2.10)$$

Якщо ці умови не виконуються, то вимоги до виконання системи обмежень можуть бути послаблені умовами відносної переваги, що базуються на співвідношеннях показників різних перерізів цих нечітких підмножин. А саме: обчислюється комплексний показник \bar{G} нечіткої підмножини, представлений дійсним числом $\Psi(\bar{G})$

$$\Psi(\bar{G}) = \omega_0(a_1(\bar{G}) + a_2(\bar{G})) + \sum_{t=1}^{T-1} \omega_t(x_1(\bar{G}_t) + x_2(\bar{G}_t)) + \omega_T(b_1(\bar{G}) + b_2(\bar{G})), \quad (2.11)$$

де $x_1(\bar{G}_t), x_2(\bar{G}_t)$ – координати відповідно лівої та правої крайньої точки нечіткої підмножини в t -му перерізі за різних значень функції належності (рівнів) $\mu_{\bar{G}}(G)$ (наприклад, $\mu_{\bar{G}}(G|t_1 = 0.25)$, $\mu_{\bar{G}}(G|t_2 = 0.5)$, $\mu_{\bar{G}}(G|t_3 = 0.75)$; $0 \leq \omega_t \leq 1, t = \overline{0, T}$ – вагові коефіцієнти, $\sum_{t=0}^T \omega_t = 1$).

В цьому випадку система обмежень буде виглядати як

$$\Psi(\bar{F}_1|\tilde{R}_i) \geq \Psi(\bar{B}_1), \Psi(\bar{F}_2|\tilde{R}_i) \geq \Psi(\bar{B}_2). \quad (2.12)$$

Компромісний критерій ефективності портфелю інвестицій F_3 у вигляді

$$F_3 = \max_{\alpha_1, \dots, \alpha_K} \left[A \cdot \sum_{k=1}^K \alpha_k \cdot m_k - \eta \cdot \sqrt{A^2 \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \alpha_k \cdot \sigma_k \cdot \alpha_l \cdot \sigma_l \cdot \rho_{kl}} \right]. \quad (2.13)$$

теж є нечіткою підмножиною \bar{F}_3 , параметри функції належності якої:

$$b_1(\bar{F}_3|\bar{R}_i) = b_1(\bar{F}_1|\bar{R}_i) - \eta b_1(\bar{F}_2|\bar{R}_i), \quad b_2(\bar{F}_3|\bar{R}_i) = b_2(\bar{F}_1|\bar{R}_i) - \eta b_2(\bar{F}_2|\bar{R}_i),$$

$$a_1(\bar{F}_3|\bar{R}_i) = a_1(\bar{F}_1|\bar{R}_i) - \eta a_1(\bar{F}_2|\bar{R}_i), \quad a_2(\bar{F}_3|\bar{R}_i) = a_2(\bar{F}_1|\bar{R}_i) - \eta a_2(\bar{F}_2|\bar{R}_i),$$

де ваговий коефіцієнт η звичайно обирають з інтервалу $[0.2, 0.3]$.

Порівняння та ранжування нечітких підмножин $(\bar{F}_3|\bar{R}_i)$ для різних альтернатив i проводиться за допомогою правил абсолютної переваги (2.9)-(2.10) та за аналізом показників різних перетинів (2.11).

Отже, нехай на прийняте рішення за умовою накладається обмеження

$$M(\bar{F}/R_i) \geq_{Re} \bar{B}, i = \overline{1,5}, \quad (2.14)$$

де \bar{B} задане як нечітке число $(-5000; 30000; 40000; 50000)$.

Тому:

1. Обчислюємо значення 4 параметрів функцій належності $M(\bar{F}|\bar{R}_i)$, $\sigma(\bar{F}|\bar{R}_i)$ за (2.2)-(2.7) для $i = \overline{1,5}$.
2. Якщо жодна з нечітких підмножин заданих альтернатив не має абсолютної переваги перед нечіткою підмножиною \bar{B} , то перевіряємо виконання обмеження (2.14) порівнянням показників нечітких підмножин \bar{B} та $M(\bar{F}/R_i)$ порівнянням їх перерізів за (2.11)-(2.12) (зручно узяти 5 перерізів $(0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$ та обрати коефіцієнти $\sum_{t=0}^T \omega_t = 1$ – це, наприклад, числа $0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$), обчислити координати крайніх точок $x_1(\bar{G}_t), x_2(\bar{G}_t)$ нечіткої підмножини у перерізах, комплексний показник ефективності нечіткої підмножини за виразом (2.11). Отримаємо значення показників ефективності для $\Psi(\bar{F}/R_i)$ для $i = \overline{1,5}$.
3. Порівнюємо отримані значення $\Psi(\bar{F}_3/R_i)$ із значенням $\Psi(\bar{B})$, $i = \overline{1,5}$. Альтернативи, для яких значення $\Psi(\bar{F}_3/R_i)$ менше значення $\Psi(\bar{B})$ виключаємо з подальшого розгляду.
4. Для альтернатив \bar{R}_i , що залишилися, обчислюємо значення компромісного критерію ефективності (2.13) за деякого обраного значення вагового коефіцієнту η з інтервалу $[0.2, 0.3]$: отримуємо всі 4 параметри функції належності $\mu_F(\bar{F}_3|\bar{R}_i)$.

5. Перевіряємо всі альтернативи \tilde{R}_i на абсолютну перевагу у вигляді $f(\mu_F(\bar{F}_3|\tilde{R}_i)) \geq f(\mu_F(\bar{F}_3|R_i))$, $f = a_1, a_2, b_1, b_2$. Нехай жодна з розглянутих альтернатив не має абсолютної переваги у такому вигляді. Тоді вибір найбільш ефективної альтернативи з альтернатив \tilde{R}_i відбувається на основі обчислення комплексних показників перерізів їх функції належності за (2.11)-(2.12). Порівняння значень обчисленого комплексного показника ефективності $\Psi(\bar{F}_3|\tilde{R}_i)$ для всіх альтернатив \tilde{R}_i показує найбільш ефективну альтернативу – альтернативу з найбільшим значенням показника $\Psi(\bar{F}_3|\tilde{R}_i)$.

Лабораторна робота 3. Системно-динамічне моделювання економічних об'єктів

Лабораторна робота 3: Створити агентну модель, що описує модель Баса з повторною купівлею в середовищі на вибір (AnyLogic – агентне або системно-динамічне моделювання, NetLogo).

Кількість Потенційних клієнтів – 10^5 чол. Поведінку агентів задати на власний розсуд, базуючись на власноруч обраній структурі агентів (вікова, соціальна, фінансово забезпечена та ін.). Продукт для купівлі також обирати на власний розсуд (наприклад, продукція, що має дуже короткий термін реалізації, або деяка техніка, що за рік-два стає застарілою і ціна її стане меншою, або ліки, що мають жорсткий термін реалізації, або деякі продукти, що не мають такого терміну, тощо). Дослідити зміни динаміки процесу, якщо ефективність реклами може приймати значення 0,005; 0,01; 0,015, а сила впливу спілкування 0,01; 0,02; 0,03. Модельний час 25 одиниць, кількість зустрічей задано у табл. 3.1.

Оскільки повторна купівля може відбуватися, наприклад, після закінчення терміну життя продукту, також провести вивчення динаміки процесу в залежності від зміни інтервалу між повторними купівлями (табл. 3.1).

Таблиця 3.1. Вхідні параметри за варіантами

№ вар.	Кількість зустр.	Задані інтервали між повторними купівлями
1	500	2; 4
2	5000	2; 3
3	1000	3; 4
4	1500	3; 5
5	3000	3; 4

Задаються також:

- Тип простору 1000×1000 (ширина \times висота) (наприклад, в AnyLogic у Середовище – Властивості;
- Випадковий зв'язок (наприклад, в AnyLogic аргумент методу send – const RANDOM_CONNECTED із заданою інтенсивністю у Властивості класу – Клієнт);
- Термін життя продукту у Властивості (наприклад, в AnyLogic клас MAIN – створити Властивості – параметр DiscardTime (значення за замовчанням 3 або 4)).


В моделях економічних систем та бізнес-процесів залежно від рівню моделювання враховують індивідуальні особливості об'єктів, що складають систему, або абстрагуються від них і розглядають лише їх кількості, застосовують такі поняття, як вплив, обернений зв'язок, тенденція. Моделі, побудовані за допомогою системної динаміки, передбачають агрегування, вивчення глобальних причинних залежностей та динаміки обернених зв'язків. А при застосуванні агентного моделювання маємо справу з множиною агентів, що діють та приймають рішення.

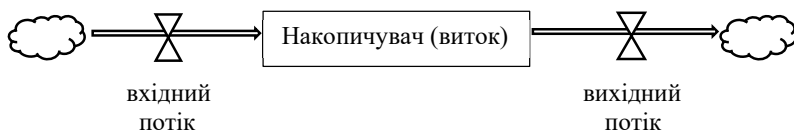
Процеси, що вивчаються в системно-динамічних моделях, представляються за допомогою наступних понять: накопичувачі, потоки між накопичувачами. Системно-динамічна модель, представлена ланцюгом накопичувачів і потоків, як математична модель є системою диференціальних рівнянь. В такій моделі велике значення має обернений зв'язок та нелінійність поведінки систем. Для їх побудови та

аналізу використовують причинно-наслідкові діаграми та потокові діаграми. Сукупність додатних та від'ємних петель оберненого зв'язку визначає загальну поведінку системи. Наприклад, осциляція в основі має балансуєчі петлі оберненого зв'язку за наявності ефекту запізнення, який і є джерелом її формування (характерна для циклічних ринків сировини, нерухомості та ін.). Якщо системі притаманні ефекти залежності від попередньої траєкторії розвитку та блокування, то саме обернений зв'язок дозволить пояснити чому саме так відбувається її розвиток (наприклад, закріплення і збереження деяких стандартів).

Потоком в системно-динамічних моделях називають темп зміни стану системи. Накопичувачем називають стан системи, що накопичує деякий фактор за часом.

У системній динаміці приймається, що динамічна поведінка системи виникає внаслідок принципу акумуляції, за яким динамічна поведінка виникає коли потоки акумулюються в накопичувачах, причому незалежно від кількості потоків всі вхідні потоки додаються, а вихідні (їх сума) віднімаються від вхідних. Діаграма потоків, що мають напрямки, та накопичувачів (потокова діаграма) дозволяє отримати кількісну модель системи.

Крім потоків та накопичувачів у побудові потокової діаграми використовують поняття «озеро» та екзо- та ендотермічних змінних. Озеро (значок «»), ставлять на початку або в кінці потоку) вказує границі системи, що моделюється. Найпростішу поточкову діаграму можна представити так:



При моделюванні потоків і накопичувачів дотримуються загальних правил:

- потоки виражаються в одиницях вимірності моделі (грн., кг тощо) за одиницю часу (години, квартали та ін.);
- накопичувачі виражаються в одиницях моделі;
- одиниці вимірювання потоків на вході та виході мають співпадати.

З побудованої потокової діаграми отримується математичне обґрунтування процесу:

$$\begin{aligned} \text{«Накопичувач»}(t) = \int [(\text{«вхідний потік»} - \text{«вихідний потік»})(s)] ds + \\ + \text{«Накопичувач»}(t_0), \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} \text{«Накопичувач»}(t) = \int (\text{чистий приріст зміни, стан системи } t_0) ds, \\ \text{чистий приріст зміни} = f(\text{стан системи}), \end{aligned}$$

де «вхідний потік» – кількість потоку, що входить за період s (з моменту t_0 до моменту t ; «вихідний потік» – кількість потоку, що виходить за період s (з моменту t_0 до моменту t).

Складні системи описують множиною стоків-накопичувачів та їхніх вхідних і вихідних потоків, з впливом незалежних змінних і сталих.

Використовуючи диференціали вказане можна записати як:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\text{«Накопичувач»}) = \text{чиста зміна в накопичувачі} = \text{«вхідний потік»} - \\ - \text{«вихідний потік»} \\ \text{«Накопичувач»}\big|_{t_0} = \text{«Накопичувач»}(t_0). \end{aligned}$$

Накопичувачі змінюються тільки за допомогою потоків на вході та виході. Накопичувач може впливати на інший тільки опосередковано, впливаючи на відповідні потоки. Поведінка системи виникає з оберненого зв'язку, який надходить від накопичувача (стан системи) до потоків, що змінюють стан системи.

Розглянемо поточкові діаграми моделі Ф. Басса – моделі поширення інноваційних технологій, продуктів. Поширення нових продуктів (подібно процесу дифузії) в моделі показують як s-подібне зростання, викликане комбінацією двох петель оберненого зв'язку (спочатку перевагу має додатна петля, що сприяє виникненню експоненційного зростання, далі – балансує петля, що поступово уповільнює зростання).

Представимо її логічну структуру. У процесі поширення нових продуктів Потенційні клієнти – це ті, хто можуть придбати продукт. Клієнтами є особи, що вже здійснили покупку. Потенційні клієнти перетворюються в Клієнтів шляхом придбання продукту з деякою швидкістю – темпом купівлі. Змінні «Потенційні клієнти» та «Клієнти»

є накопичувачами, які виражаються в одиницях вимірювання «людина». Змінна «темп покупок» є потоком, що виражається в одиницях вимірювання «людина/день» (або «людина/місяць» тощо). На темп покупок можуть впливати поради знайомих, реклама та ін. Нехай для спрощення це тільки поради знайомих, а рекламу та ін. поки не враховуємо. В цьому випадку до моделі уводять ще змінні «кількість контактів» (відповідає кількості людей, що контактує один з одним, наприклад, за 1 день, тиждень або місяць), «населення» (населення місцевості (простору), що розглядається), «доля зацікавлених» (відповідає ймовірності, з якою при контакті Клієнта з Потенційним клієнтом останній стане Клієнтом, тобто захоче купити товар). Потокова діаграма спрощеної моделі Ф. Басса вказана на рис. 3.1.

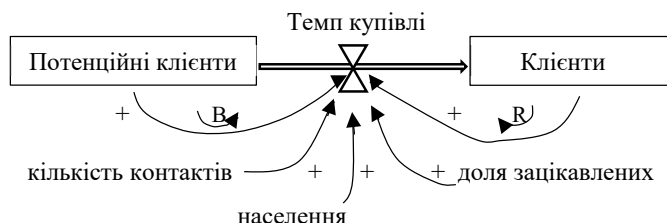


Рис. 3.1. Потокова діаграма спрощеної моделі Ф. Басса

Наведена модель має 2 петлі оберненого зв'язку (додатного R та балансуючого B). Темп купівлі зростає, коли Клієнти контактують з Потенційними клієнтами, причому чим він вищий в одиницю часу, тим швидше виснажується «потік клієнтів» та швидше зростає кількість клієнтів (маємо: Потенційні клієнти перетворюються в Клієнтів шляхом здійснення покупок із швидкістю потоку «темп купівлі»). Тому:

$$\langle \text{Клієнти} \rangle(t) = \int (\text{темп купівлі, клієнти } t_0) ds,$$

$$\langle \text{Потенційні клієнти} \rangle(t) = \int (-\text{темп купівлі, населення} - \text{клієнти } t_0) ds,$$

Число потенційних клієнтів зменшується зі швидкістю темпу купівлі, в початковий момент дорівнює населенню місцевості мінус початкова кількість клієнтів (якщо вони є). Число клієнтів за кожен період часу зростає на величину рівну темпу купівлі, помножену на тривалість періоду.

Особи контактують одна з одною з частотою, що дорівнює кількості контактів в одиницю часу. Ймовірність того, що навімання обрана людина є Клієнтом дорівнює кількості клієнтів, поділених на загальне населення. Тому

«кількість потенційних клієнтів, що контактують у деякий момент часу» = «Потенційні клієнти» · («Клієнти»/«населення») · «кількість контактів».

Оскільки не кожен контакт Клієнта з Потенційним клієнтом має результатом купівлю, купівля відбувається з ймовірністю перетворення Потенційного клієнта на Клієнта (тобто з урахуванням частки людей, що зацікавлені у купівлі), темп купівлі можна обчислити як:

$$\text{«темп купівлі»} = \text{«Потенційні клієнти»} \cdot (\text{«Клієнти»} / \text{«населення»}) \cdot \text{«кількість контактів»} \cdot \text{«доля зацікавлених»}.$$

Тип поведінки отриманої модель – s-подібне зростання.

В дійсності при появі на ринку нового товару початково Клієнтів не існує. Є поради-рекламування знайомих і Потенційні клієнти стають реальними купуючи продукт. Додатна петля оберненого зв'язку, що відповідає за початкове зростання кількості клієнтів або відсутня, або надто слабка. Початкове зростання кількості клієнтів відбувається завдяки рекламі (телебачення, демонстрація і поширення пробних зразків, ін.). Проблема старту вирішена у моделі Ф. Басса завдяки припущенню, що Потенційні клієнти знають про новий продукт із зовнішніх джерел інформації. В моделі додатна петля оберненого зв'язку складається з дії двох компонент: порад-реклами та зовнішньої реклами. В цьому випадку «темп купівлі» має складатися з двох змінних: «купівлі від реклами» (до якої додається ще стала «ефективність реклами») та «купівлі від порад-реклами», а ефект від реклами в кожен момент часу генерує певну кількість клієнтів із середовища Потенційні клієнти (відповідні дані на практиці подає статистика у період рекламної кампанії). В результаті за моделлю Ф. Басса (рис. 3.2) маємо:

$$\begin{aligned} \text{«темп купівлі»} &= \text{«купівля від реклами»} + \text{«купівля від порад-реклами»}, \\ \text{«купівля від реклами»} &= \text{«ефективність реклами»} \cdot \text{«Потенційні клієнти»}, \\ \text{«купівля від порад-реклами»} &= \text{«Потенційні клієнти»} \cdot \\ &\cdot (\text{«Клієнти»} / \text{«населення»}) \cdot \text{«кількість контактів»} \cdot \text{«доля зацікавлених»}. \end{aligned}$$

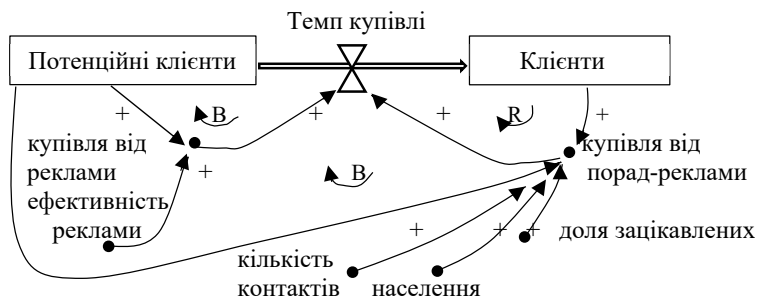


Рис. 3.2. Потокова діаграма для моделі Ф. Басса

За наявності повторних продажів (закінчується термін користування, морально застаріває продукт тощо) частина клієнтів повертається у накопичувач «Потенційні клієнти», рівень повертання залежить від кількості клієнтів, що хочуть знову купити продукт та від середньої тривалості життя цього продукту. Потокова діаграма стає як на рис. 3.3., а рівняння темпу повторної купівлі має вид:

«темпу повторної купівлі»=«клієнти»/«середній час користування продуктом».

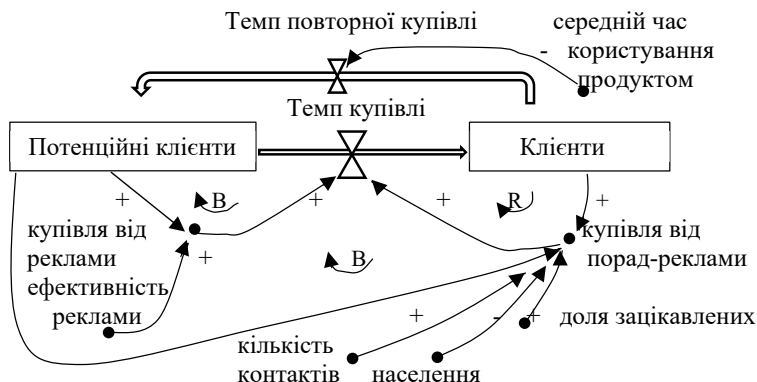


Рис. 3.3. Потокова діаграма моделі Ф. Басса з повторною купівлею

Крім того, змінюються загальні рівняння для визначення кількості клієнтів та потенційних клієнтів:

$$\begin{aligned} \text{«Клієнти»}(t) &= \int (\text{темп купівлі} - \text{темп повторної купівлі, клієнти } t_0) ds, \\ \text{«Потенційні клієнти»}(t) &= \int (-\text{темп купівлі} + \text{темп повторної купівлі,} \\ &\quad \text{населення} - \text{клієнти } t_0) ds. \end{aligned}$$

За наявності конкретних даних після обчислень за такою моделлю можна отримати, наприклад, що зростання кількості клієнтів залишиться на деякому рівні, а кількість потенційних клієнтів не буде спадати до 0 теж знаходячись на визначеному рівні.

Наведена модель Басса та її модифікації застосовувалися на практиці для аналізу продажу нових автомобілів, маркетингових аспектів виводу на ринок нових продуктів тощо.

Для реалізації будь-якого варіанту моделі Басса зручно використовувати таке середовища як AnyLogic та NetLogo.

Наприклад, середовище AnyLogic включає компоненти Stock & Flow Diagrams (діаграма потоків та накопичувачів – застосовується при розробці моделей системної динаміки) та Statecharts (карти станів – застосовується в агентному моделюванні). В AnyLogic задаються такі спеціальні елементи як Накопичувач для диференціальних рівнянь та Динамічна змінна для формул. Дані всередині моделі можуть задаватися за допомогою параметрів та змінних. Параметри найчастіше використовуються для задання статичних характеристик, значення параметра залишається незмінним під час "прогону" моделі. Якщо потрібно створити в моделі елемент даних, що змінює своє значення в процесі моделювання, то використовується змінна. Зазвичай використовуються числові параметри, але можна створювати параметри будь-якого типу або Java класу. Змінні зазвичай використовуються для моделювання змінних характеристик агента або зберігання результатів роботи моделі. Підтримується два типи змінних – прості змінні та колекції.

При створенні нового проекту для майбутньої моделі можна за допомогою Майстра створення моделі обрати метод для її створення: агентне моделювання або системно-динамічне. Для цього необхідно клацнути на кнопці панелі інструментів **Створити**, у діалоговому вікні **Нова модель** задати її ім'я, клацнути на кнопці **Далі** й обрати метод моделювання (вибравши у списку методів **Агентна модель** або **Системна динаміка**). Клацнути на кнопці **Далі**.

Якщо було обрано метод **Агентна модель**, то наступним кроком необхідно створити агентів, тобто задати імена класів агентів (наприклад, *Person*) та кількість агентів (наприклад, на початковий Потенційні клієнти – це все населення). Задайте в якості імені класу *Person* і введіть в поле **Початкова кількість агентів**. Клацнути мишею на кнопці **Далее**. Задаємо властивості простору, в якому будуть знаходитися агенти та вибираємо фігуру анімації агенту. Для цього встановлюємо прапорець **Добавити простір** і вибираємо тип простору як **Неперервний**. Задаємо вимірності даного простору (в полі **Ширина** – 1000, в полі **Висота** – 1000). Тепер агенти будуть розташовуватися деяким чином в межах неперервного простору, що відображатиметься на презентації моделі областю розміром 1000 на 1000 пікселів. Значення, були вказані у випадajoчих списках **Початкове розташування** та **Анімація** не змінюємо – агенти відпочатку розставляються по простору випадковим чином, а анімуються за фігуркою людини. Клацнемо мишею на кнопці **Далі**.

Тепер задаємо мережу взаємозв'язків агентів. У вікні **Створення агентної моделі** встановлюємо прапорець **Використати мережу** і залишаємо обраною опцію **Випадкове**. Встановлюємо прапорець **Показувати зв'язки**, щоб відображати на презентації зв'язки між знайомими (або такими, що потенційно можуть зустрітися і поспілкуватися) агентами за допомогою ліній. Клацнемо на кнопці **Далі**.

Встановлюємо діаграму станів агентів. Виставляємо прапорець **Додати просту поведінку** (в результаті в агенту буде створена діаграма станів) та задаємо характеристики агенту (задаються за допомогою параметрів класу). Всі агенти мають загальну структуру, оскільки всі вони задаються об'єктами одного класу. Параметри ж дозволяють задавати характеристики індивідуально для кожного типу агентів або агенту. Створимо параметр, який задає схильність людини до впливу реклами. Для цього відкриємо структурну діаграму класу, наприклад, *Person*. Перетягнемо елемент **Параметр** з палітри **Основна** (рис. 3.4) на діаграму класу, у вікні властивостей параметра задамо ім'я *AdEffectiveness* (значення за замовчанням 0.011). Задамо поведінку агенту, що описується в класі цього агента (наприклад, у нашій моделі клас *Person*) за допомогою діаграми станів (стейтchart).

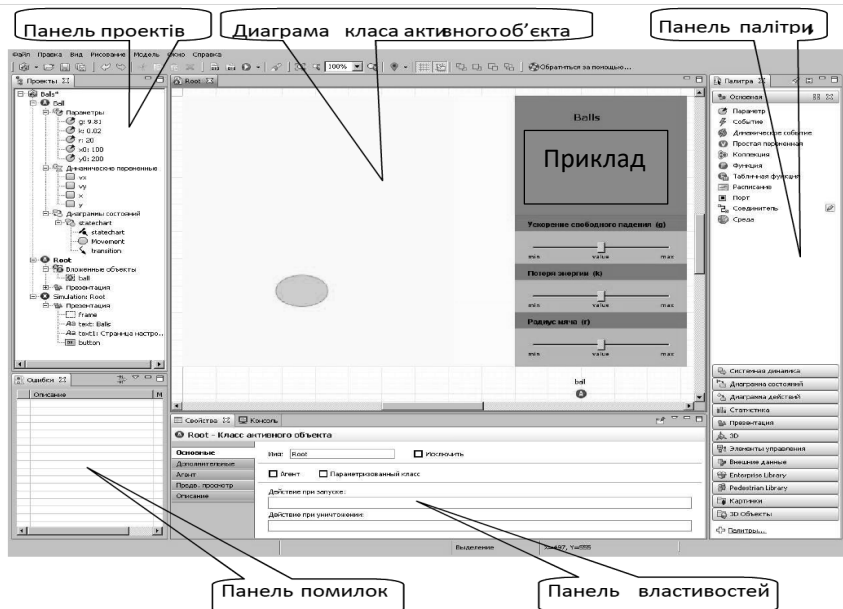


Рис. 3.4. Вигляд вікна проекту в AnyLogic.

Майстер створення моделей вже створив найпростішу діаграму станів із двох станів, між якими існує два різноспрямовані переходи. Змінимо цей стейтchart. Відкриємо структурну діаграму класу *Person*. На діаграмі класу побачимо таку діаграму станів (рис. 3.5).

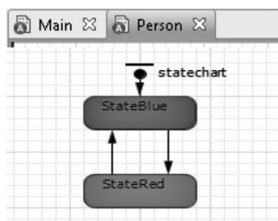


Рис. 3.5. Найперша діаграма станів.

Відкриємо властивості верхнього стану, перейменуємо верхній стан у *PotentialAdopter*. Це початковий стан, знаходження стейтchartа в даному стані означає, що людина ще не купила продукт (Потенційний

клієнт). Нижній стан назовемо *Adopter* (Клієнт). Змінимо властивості переходу зі стану *PotentialAdopter* у стан *Adopter*. Цей перехід моделює купівлю продукту. У вікні властивостей переходу виберемо **З заданою інтенсивністю** зі списку, що випадає, **Відбувається** та введемо *AdEffectiveness* у розташованому нижче полі **Інтенсивність**. Час, через який людина придбає продукт, експоненційно залежить від ефективності реклами продукту. Далі вилучаємо перехід, що веде з нижнього стану у верхній (якщо описуємо найпростішу модель, в якій людина одного разу придбала продукт і назавжди залишається його споживачем, а отже переходу зі стану *Adopter* у стан *PotentialAdopter* немає). Щоб видалити перехід, виділимо його на діаграмі та натиснемо **Del**.

Далі налаштуємо виконання моделі. У вікні властивостей експерименту виберемо вкладку **Моделльний час** та задаємо зупинку моделі, наприклад, після 25 одиниць модельного часу.

Побудуємо проект за допомогою кнопки панелі інструментів **Побудувати** (або клавіша **F7**). Якщо помилок у проекті немає, то зможемо запустити модель й бачити як кількість потенційних клієнтів (синіх) переходить у розряд клієнтів (червоних).

Спробуємо підрахувати кількість споживачів та потенційних споживачів продукту. Це можна зробити за допомогою *функцій збору статистики*. Створимо функції збору статистики для підрахунку Потенційних клієнтів та Клієнтів. Відкриємо діаграму класу *Main* та виділимо на ній вкладений об'єкт *people*. Відкриємо вкладку **Статистика** панелі властивостей об'єкту *people*. Клацнемо на кнопці **Додати функцію збору статистики**. Відкриється секція властивостей для задання властивостей функції збору статистики щодо елементів цього реплікованого об'єкта (*people*). Задаємо ім'я функції – *potentialAdopters*. Залишимо наявний за замовчанням **Тип функції** – кількість. Задаємо **Умова**: *item.statechart.isStateActive(item.PotentialAdopter)*. Ця функція буде вести підрахунок кількості агентів, для яких виконується задана умова, тобто тих агентів, які знаходяться в даний момент часу в стані *PotentialAdopter* (є потенційними клієнтами), *item* – це агент (елемент реплікованого об'єкта *people*). Створимо ще функцію збору статистики з назвою *adopters*. **Тип функції** – кількість. **Умова**: *item.statechart.isStateActive(item.Adopter)*. Ця функція буде вести підрахунок кількості агентів, які знаходяться у стані *Adopter* (вже купили продукт, Клієнти).

Додамо графік для відображення динаміки зміни чисельності Клієнтів та Потенційних клієнтів та налаштуємо властивості графіку (рис. 3.6). Запускаємо модель. На графіку побачимо динаміку процесу.

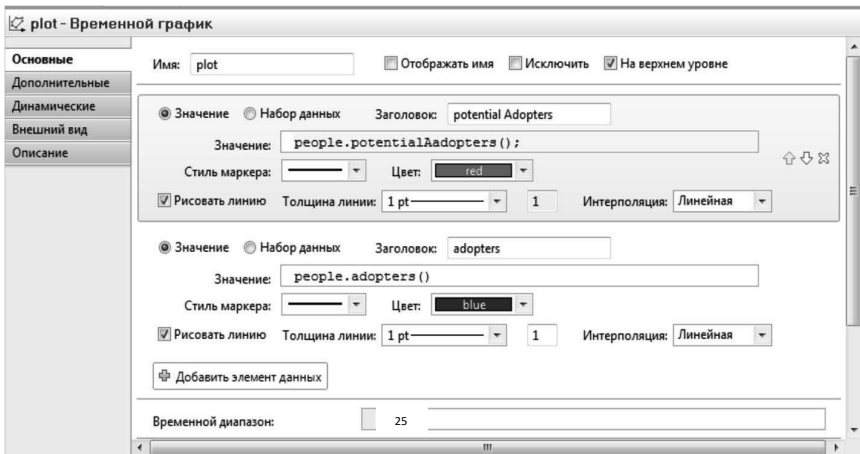


Рис. 3.6. Налаштування графіку зміни чисельності Клієнтів та Потенційних клієнтів у часі

Тепер врахуємо вплив спілкування людей. Поки що у моделі враховувалася лише купівля продукту під впливом реклами. Насправді рекламний ефект відіграє значну роль лише у момент випуску товару ринку. Надалі все більшу роль гратиме спілкування людей. Здебільшого люди набувають нових продуктів саме під впливом переконання своїх знайомих і процес схожий з поширенням епідемії (дифузійний процес). Щоб врахувати вплив спілкування людей, внесемо в модель зміни. Відкриємо діаграму класу Person й створимо два нових параметри. Параметр **ContactRate** – середньорічна кількість зустрічей людини (за замовчуванням значення – 100, тип – int). Параметр **AdoptionFraction** – сила переконання людини, тобто скільки людей вона зможе переконати у необхідності купити продукт (значення за замовчуванням – 0.015, тип – double). Далі змінимо стейтchart агенту: відкриємо діаграму стейтchartа adoption та додамо в стан Adopter внутрішній перехід (рис. 3.7). Для цього клацнемо на кнопці панелі інструментів **Перехід**, потім по черзі – по будь-яких двох сторонах стану Adopter. Тепер задаємо інтенсивності переходу – **ContactRate**.

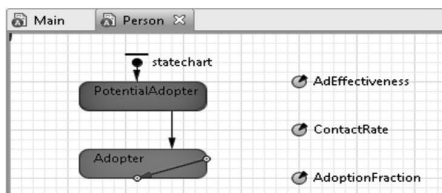


Рис. 3.7. Зміна стейтчарту агента.

Цей перехід буде моделювати покупку продукту знайомим людиною. Інтенсивність переходу залежить від сили переконання цієї людини та від того, скільки знайомих він зустрічає за рік. Задаємо **Дію** переходу: `send("Buy!", RANDOM);`. Такий перехід шле повідомлення випадково обраній людині. Метод `send()` надсилає повідомлення іншому агенту. Перший аргумент задає повідомлення, яке буде надіслано, а другий – агента, якому повідомлення буде адресовано. Ми надсилаємо повідомлення випадково обраному агенту, тому як значення аргументу використовуємо спеціальну константу `RANDOM`. Цей перехід генерує сигнал для стейтчарту якогось знайомого. Потім спрацьовує перехід стейтчарту, що моделює покупку продукту цим знайомим.

Далі додаємо ще перехід із стану *PotentialAdopter* у стан *Adopter* (рис. 3.8). Він буде спрацьовувати по сигналу, що буде генеруватися внутрішнім переходом стану *Adopter*.

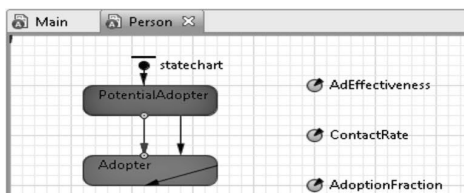


Рис. 3.8. Зміна у стейтчарті агента.

Замінімо властивості цього переходу. Імовірність прийняття рішення про купівлю товару залежать від сили переконання людини. В моделі ця характеристика задається параметром `AdoptionFraction`. Уведемо `randomTrue(AdoptionFraction)` у поле **Дод. умова**. В результаті введення додаткової умови продукт купуватиметься з ймовірністю, що задається параметром `AdoptionFraction`. Перехід буде спрацьовувати, якщо діаграма станів цього агента отримає повідомлення "Buy!" від

іншого агента – свого знайомого. Щоб цей перехід спрацьовував при отриманні повідомлення, на сторінці властивостей даного переходу необхідно вибрати зі списку **Відбувається При отриманні повідомлення**, у групі **Тип повідомлення** – опцію String, у розділі **Здійняти перехід** – опцію *Якщо повідомлення дорівнює* та увести "Buy!" у полі нижче, у розділі **Дод.умова** – randomTrue(AdoptionFraction).

Змінимо властивості агенту. Відкриємо властивості класу Person (закладка **Агент**). В полі **Дія при отриманні повідомлення** введемо *statechart.receiveMessage(msg)*;. Запустимо модель. Побачимо динаміку зміни числа Клієнтів і Потенційних клієнтів. Графіки мають бути S-подібними кривими.

Припустимо можливість спілкування тільки тих людей, які знаходяться один від одного не більше за деякий окіл (наприклад, що не перевищує 25 км). Властивості формування мереж контактів агентів, як і багато інших властивостей агентної моделі, задаються в об'єкті *середовище*. Тому відкриємо діаграму класу *Main* і виділимо на діаграмі об'єкт *environment*, що задає налаштування середовища, де живуть агенти. На закладинці властивостей **Додаткові** об'єкту *environment* змінимо **Тип мережі** контактів: виберемо **За відстанню** з випадваючого списку та введемо 25 у розташованому нижче полі **Радіус поєднання**. Тепер Потенційні клієнти будуть спілкуватися у моделі не з будь-якими знайомими, а лише з тими, хто мешкає поблизу. Далі змінимо діаграму станів агенту: відкриємо діаграму Person та змінимо властивості внутрішнього переходу стану Adopter. Тут як значення останнього аргументу методу send тепер має використовуватися спеціальна константа RANDOM_CONNECTED замість RANDOM. Тепер перехід transition1 посилає повідомлення випадково обраному знайомому людини: має дію *send("Buy!", RANDOM_CONNECTED)*;. Запустимо модель та побачимо повільнішу зміну динаміки купівлі продукту.

Моделювання повторної купівлі. Нехай відбуваються повторні покупки: Клієнти знову стають Потенційними клієнтами, коли закінчується термін життя продукту. Тому встановимо середній термін життя продукту – відкриємо структурну діаграму класу Main й створимо параметр DiscardTime (рис.) (тип – Int, значення за замовчанням – 1) та задамо потрібне значення. Далі змінимо стейтchart агенту: додаємо перехід зі стану Adopter до стану PotentialAdopter (рис. 3.9). Далі змінимо діаграму станів агенту: відкриємо діаграму Person і вкажемо

властивості нового переходу стану Adopter (transition3). Для цього на закладці **Основні** вказуємо у списку **Відбувається по таймауту**. Далі

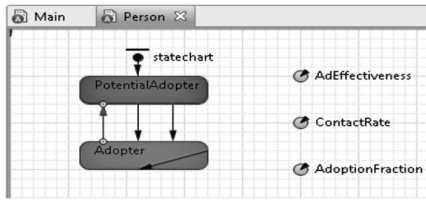


Рис. 3.9. Зміна у стейтчарті агенту за наявності повторної купівлі

у рядку **За таймаутом** встановлюємо умову `get_Main(). DiscardTime`. Запускаємо модель. На графіку бачимо динаміку зміни кількості клієнтів: насичення ринку моделі з повторними покупками не досягається.

При побудові моделі засобами системної динаміки можна у діалоговому вікні **Нова модель** задати ім'я, клацнути на кнопці **Далі** й обрати у списку метод моделювання **Системна динаміка** та на панелі **Палітри** вибрати **Системна динаміка**. В цьому випадку працюємо з накопичувачами Клієнти і Потенційні клієнти та потоками, використовуємо сталі `TotalPopulation`, `ContactRate`, `AdEffectiveness`, `AdoptionFraction`.

Задаємо загальну чисельність населення (`TotalPopulation`) як початкове значення накопичувача `PotentialAdopters` (Потенційні клієнти) (рис. 3.10) й саму початкову кількість (**Початкове значення** вказуємо `TotalPopulation`), **Режим задання рівняння** встановлюємо *Класичний*. Швидкість потоку з накопичувача задається сталою `AdoptionRate`.

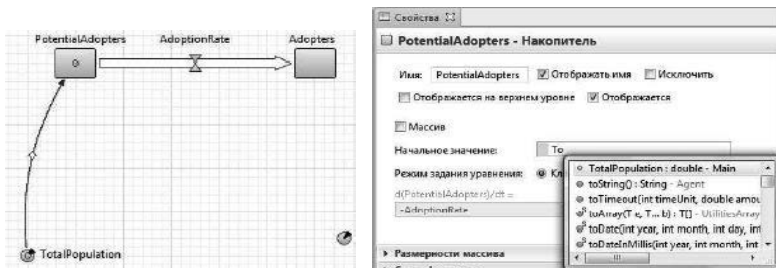


Рис. 3.10. Початкове встановлення накопичувача PotentialAdopters.

Початкове значення накопичувача Adopters (Клієнти) не задаємо, оскільки за замовченням встановлюється потрібне значення 0.

Створюємо динамічні змінні: пов'язану з купівлею під впливом реклами AdoptionFromAd та пов'язану з купівлею під впливом спілкування AdoptionFromWOM. Для створення змінної AdoptionFromAd необхідно розмістити елемент **Динамічна змінна** з палітри **Системна динаміка** на діаграму типу агентів, в панелі Властивості увести нове ім'я змінної – AdoptionFromAd (рис. 3.11). Далі задаємо формулу для цієї динамічної змінної ($\text{PotentialAdopters} * \text{AdEffectiveness}$).

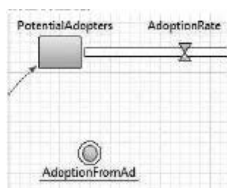


Рис. 3.11. Задання змінної AdoptionFromAd.

Додаємо зв'язки від змінних AdEffectiveness та PotentialAdopters до залежної від них AdoptionFromAd (рис. 3.12).

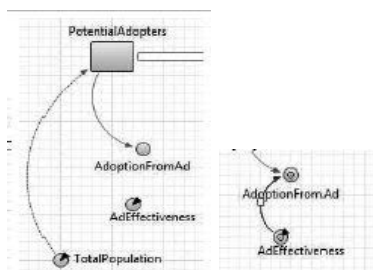


Рис. 3.12. Додавання зв'язків між змінними

Далі задаємо формулу для обчислення значення цієї змінної: у властивостях змінної AdoptionFromAd в полі $\text{AdoptionFromAd} =$ уводимо $\text{PotentialAdopters} * \text{AdEffectiveness}$.

У припущенні, що Потенційні клієнти можуть вільно спілкуватися з іншими людьми, задаємо кількість контактів людини в одиницю часу параметром ContactRate. Кількість людей, що вже купили продукт

та можуть впливати на інших щодо його купівлі, визначається значенням накопичувача Adopters. Оскільки ж спілкування відбувається з кількістю ContactRate в одиницю часу, то кількість контактів в одиницю часу у всіх Клієнтів є $\text{Adopters} * \text{ContactRate}$. Використовуючи ще параметр AdoptionFraction, що визначає силу впливу Клієнтів, та враховуючи, що Клієнти спілкуються з Потенційними клієнтами і Клієнтами (спілкування з Клієнтами не впливає на купівлю) та задану ймовірність того, що Клієнт спілкувався з Потенційним клієнтом ($\text{PotentialAdopters} / \text{TotalPopulation}$), отримаємо формулу

$\text{Adopters} * \text{ContactRate} * \text{AdoptionFraction} * \text{PotentialAdopters} / \text{TotalPopulation}$.

Ця формула показує скільки Потенційних клієнтів будуть купувати продукт в одиницю модельного часу під впливом спілкування з Клієнтом.

Створюємо динамічну змінну AdoptionFromWOM та в її властивостях задаємо формулу $\text{AdoptionFromWOM} =$

$\text{Adopters} * \text{ContactRate} * \text{AdoptionFraction} * \text{PotentialAdopters} / \text{TotalPopulation}$.

Але біля формули зліва виникне червоний індикатор про відсутність зв'язку. Тому клацнемо на ньому й виберемо пункт **Додати відсутній зв'язок**. В результаті отримаємо діаграму з множиною змінних (рис. 3.13).

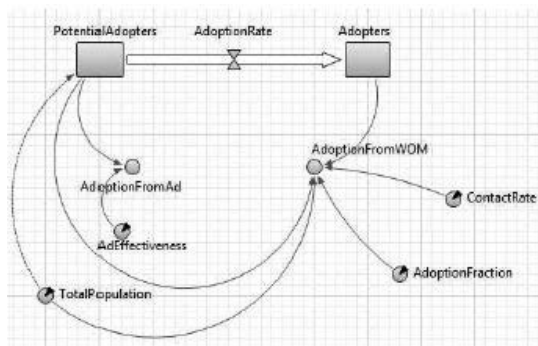


Рис. 3.13. Потокова діаграма із заданими змінними.

Далі задаємо формулу для потоку купівлі. Значення потоку визначається сумою продаж від рекламного впливу та від спілкування з Клієнтами. Виділяємо потік AdoptionRate клацанням миші на ньому та переходимо у панель Властивості. Уводимо праву частину формули $\text{AdoptionFromAd} + \text{AdoptionFromWOM}$ в поле $\text{AdoptionRate} =$. Маємо

$AdoptionRate = AdoptionFromAd + AdoptionFromWOM$. Додаємо відповідні зв'язки від цих змінних до потоку $AdoptionRate$. Отримаємо потокову діаграму як на рис. 3.14.

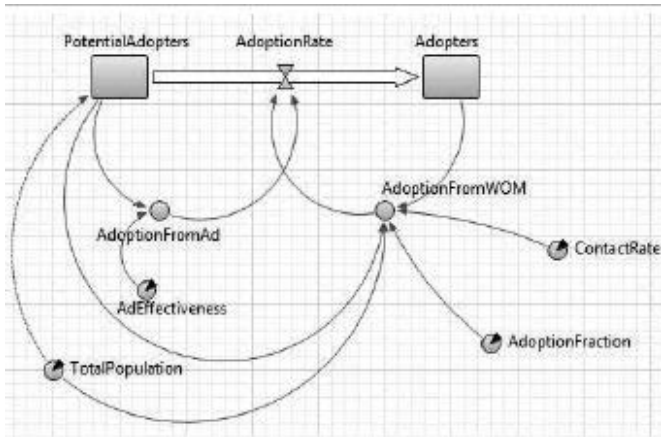


Рис. 3.14. Потокова діаграма моделі без повторної купівлі.

Тепер можна поставити полярності зв'язків. Для цього виділяється зв'язок та в панелі Властивості виставляється полярність (+, -, ні).

Для отримання моделі з наявністю повторної купівлі уводимо новий потік, що відображає перехід Клієнтів до множини Потенційних клієнтів внаслідок закінчення терміну життя товару. Додаємо також нові змінні, що відповідають оновленій моделі.

При побудові моделі Баса за допомогою засобу NetLogo використовуємо агентний підхід. В цьому випадку агентами будуть Клієнти та Потенційні клієнти у вигляді черепашок (turtles) різного кольору (наприклад синього та червоного), які випадковим чином розташовані на ігровому просторі.

Література

1. Вергунова. І.М. Системне моделювання в економіці. – К.: ТОВ «Наш формат», 2016. – 134 с.
2. Shoham Y., Leyton-Brown K. MULTIAGENT SYSTEMS. Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations. 2010. – 556 с.
3. Приймак В.І. Математичні методи економічного аналізу: навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 296 с.
4. Гамаюн І.П., Єршова С.І., Копп А.М., Лютенко І.В., Мельник К.В., Янголенко О.В. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ до лабораторної роботи № 4 «Побудова агентних моделей у середовищі AnyLogic» за курсом «Моделювання систем». – Харків: НТУ «ХПІ», 2018. – 30 с.
5. Методичні вказівки для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки». Методи конструювання об'єктів в комп'ютерних системах. Частина IV / укл. І. Ю. Адашевська. – Х.: НТУ «ХПІ», 2019. – 56 с.
6. Wilensky U. The NetLogo 6.4.0 User Manual. – Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling. – 2023, 407 с.
7. Касілов О.В. Мультиагентні системи та технології в ігрових додатках: довідник модуля. – Х.: «Друкарня Мадрид», 2018. – 82 с.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Навчальне видання

Вергунова І.М.,
кандидат фізико-математичних наук,
професор, доктор габілітації

Системне моделювання в економіці

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт

Підписано до друку 14.07.2024.
Формат 60х84/16. Папір офсетний.
Друк цифровий.
Друк. арк. 3,00. Умов. друк. арк. 2,79.
Наклад 300 прим. Зам. № 5592/1.

Віддруковано ФОП Корзун Д.Ю. з оригіналів замовника.
Свідцтво про державну реєстрацію фізичної особи-підприємця
серія В02 № 818191 від 31.07.2002 р.
21034, м. Вінниця, вул. Немирівське шосе, 62а.
Тел.: 0 (800) 33-00-90, (096) 97-30-934, (093) 89-13-852,
(098) 46-98-043.
e-mail: info@tvoru.com.ua
<http://www.tvoru.com.ua>

