№ 55 Вычисление полной интегральной энергии, излучаемой Солнцем в космос

1 Формула Планка

Формула Планка для спектральной плотности излучения абсолютно черного тела (AЧТ) выглядит следующим образом:

$$B(\nu, T_s) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_s}} - 1}$$

где: - ν — частота излучения, - T_s — температура поверхности Солнца (5770К), - h — постоянная Планка, - c — скорость света, - k — постоянная Больцмана.

2 Спектральная объемная плотность лучистой энергии

Спектральная объемная плотность лучистой энергии $U(\nu, \vec{r}, t)$ определяется как:

$$U(\nu, \vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int I(\nu, \vec{\Omega}, \vec{r}, t) d\Omega$$

где $I(\nu, \vec{\Omega}, \vec{r}, t) = B(\nu, T_s)$.

3 Интеграл по твердому углу

Интеграл по твердому углу Ω в сферической системе координат равен 4π :

$$\int d\Omega = 4\pi$$

Таким образом, спектральная объемная плотность лучистой энергии становится:

$$U(\nu, \vec{r}, t) = \frac{4\pi}{c} B(\nu, T_s)$$

4 Полная интегральная энергия

Для вычисления полной интегральной энергии, излучаемой Солнцем, необходимо интегрировать спектральную объемную плотность лучистой энергии по всем частотам:

$$E = \int_0^\infty U(\nu, \vec{r}, t) \, d\nu$$

Подставляя выражение для $U(\nu, \vec{r}, t)$:

$$E = \int_0^\infty \frac{4\pi}{c} B(\nu, T_s) \, d\nu$$

$$E = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_s}} - 1} d\nu$$

5 Интеграл по частотам

Интеграл по частотам можно вычислить, используя известное выражение для полной энергии излучения AЧТ:

$$\int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_s}} - 1} d\nu = \frac{\sigma T_s^4}{\pi}$$

где σ — постоянная Стефана-Больцмана.

Таким образом:

$$E = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{\sigma T_s^4}{\pi} = \frac{4\sigma T_s^4}{c}$$

6 Полная излучаемая энергия

Полная энергия, излучаемая Солнцем в космос, равна:

$$E = \frac{4\sigma T_s^4}{c}$$

Подставляя значения постоянных и температуры Солнца:

$$\sigma \approx 5.67e - 8W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$$
$$T_s = 5770K$$
$$c \approx 3e8m \cdot s^{-1}$$

$$E = \frac{4 \times 5.67e - 8W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4} \times (5770K)^4}{3e8m \cdot s^{-1}}$$

Выполняя вычисления, получаем:

$$E \approx 6.3e7W \cdot m^{-2}$$

Это значение представляет собой плотность потока энергии на поверхности Солнца. Для получения полной мощности излучения Солнца, необходимо умножить это значение на площадь поверхности Солнца:

$$P = E \times 4\pi R_s^2$$

где $R_s \approx 7e8m$.

$$P\approx 6.3e7W\cdot m^{-2}\times 4\pi\times (7e8m)^2$$

$P\approx 3.8e26W$

Таким образом, полная мощность излучения Солнца составляет примерно 3.8e26W.