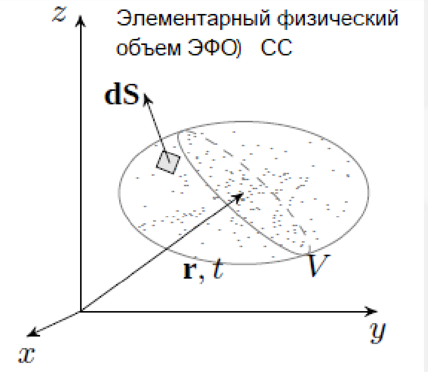
УРАВНЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ С УЧЁТОМ ПЕРЕНОСА ЛУЧИСТОЙ ЭНЕРГИИ

Механика сплошных сред на основе методов, развитых в классической теоретической механике, рассматривает движение материальных тел, которые заполняют пространство **непрерывно, пренебрегая их молекулярным строением (сплошная среда)**. Физический смысл такого представления состоит в том, что линейные размеры, с которыми мы имеем дело при описании СС, значительно больше межмолекулярных расстояний. Минимально возможный объём рассматриваемой СС, который позволяет исследовать свойства СС, называется представительным или **элементарным физическим объёмом (ЭФО)**..

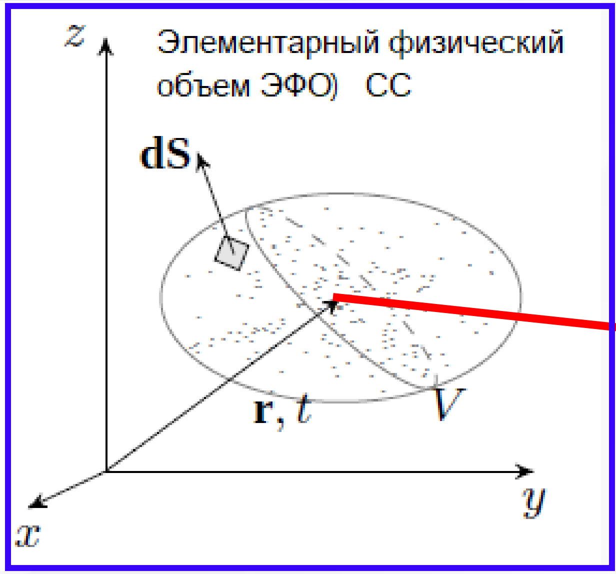


Теории на основе **феноменологического подхода** описывают только наблюдаемые, как правило, **макроскопические свойства** объектов без детализации происходящих в них внутренних механизмов,. Например, рассматриваются переходы из одного состояния в другое без детального рассмотрения механизма этих переходов. Такие связи входных и выходных состояний называют **эффектами** или явлениями (феномен).

Сплошная среда непрерывным (сплошным) образом заполняет определённое пространство бесконечной совокупностью ЭФО; поэтому описание изменчивости состояния СС (например, движения) связано с заданием характеризующих движение величин в каждой точке рассматриваемой области пространства, т.е. в центре каждого ЭФО.

В зависимости от задачи и модели СС (жидкость, газ, плазма, твердое тело и пр.) **макроскопические свойства** – физические параметры, которые характеризуют состояние ЭФО в реальном пространственно-временном континууме. Например, температура или давление жидкости скорость потока или скорость течения, содержание примеси в жидкости или газе и т.п. Все макроскопические свойства СС могут быть представлены в виде полей скалярных и векторных величин.

ВЫВОД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ (1)



Для подавляющего числа прикладных задач (физика атмосферы, океана, климатология, дистанционное зондирование и пр.) к ключевым макроскопическим свойствам относятся:

Скалярные величины: $\rho(\vec{r},t)$ – плотность среды в целом; $P(\vec{r},t)$ – давление; $T(\vec{r},t)$- температура; $C_\alpha(\vec{r},t) = {}^{\rho_\alpha}/_{\rho}$ – концентрация в среде частиц сорта α (α=1,2,…N), где $\rho_\alpha(\vec{r},t)$- плотность частиц сорта α, N – полное число частиц СС.
Векторные величины: $\vec{v}(\vec{r},t)$ - вектор скорости движения СС; в общем случае надо учитывать макроскопическое электромагнитное поле, присутствующее в СС: векторы напряженностей электрического $\vec{E}(\vec{r},t)$ и магнитного $\vec{H}(\vec{r},t)$ полей.

Условие сплошности среды: $l \ll \sqrt[3]{V} \ll R$, где l- длина свободного пробега частиц, из которых состоит многокомпонентная среда; V – характерная величина объема ЭФО; R- характерный размер области СС

Оценка условия сплошности для «приземного» слоя (0 -10 км) земной атмосферы.
Простейшая оценка: $l = {}^1/_{n\sigma}$, где n- среднее число частиц в единице объема (объемная концентрация); $\sigma=\pi d^2$- площадь сечения столкновения (d – характерный размер частиц). Для воздуха более полезная формула: $l = 5 \cdot 10^{-5} P^{-1}$, м, где P — авление в мм. рт. ст. Используя формулу: $P(h) = P_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RgT}\right)$, где P_0 — давление на уровне моря, M = 0,029 кг/моль — молярная масса сухого воздуха; g= 9,81 м/с2 , R = 8,31 Дж/(моль·К). Т.е. $P(h) = P_0 \exp(-0{,}034\, h/T)$, где h – высота в м, T – температура в грдK. Модель однородной атмосферы- T=273+20=293$K \rightarrow$ $P(h) = P_0 \exp(-0{,}00012\, h)$. Если P_0=760 мм рт.ст.,

$$l = 0{,}65 \cdot 10^{-7} \exp(0{,}00012h) \text{ м.}$$

h, км	l, 10^{-8} м
0	6,5
1	7,2
10	21,5

$\sqrt[3]{V}$ - минимальный размер турбулентных вихрей ~ 0,1мм

Задача. В рамках **феноменологического подхода** вывести систему уравнений, описывающих при задании соответствующих начальных и граничных условий пространственно-временную изменчивость следующих макроскопических характеристик СС: $\rho(\vec{r},t)$, $P(\vec{r},t)$, $T(\vec{r},t)$, $C_\alpha(\vec{r},t)$ (α=1,2,…N), $\vec{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ $\{\boldsymbol{v_x}(\vec{r},t), \boldsymbol{v_y}(\vec{r},t), \boldsymbol{v_z}(\vec{r},t)\}$ при наличии излучения.

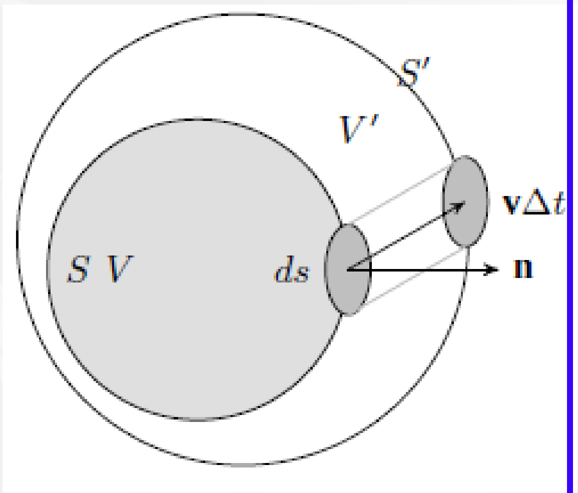
Метод полевого баланса. Пусть ξ(**r**, t) — удельное (на единицу массы) значение какой-либо скалярной величины из рассматриваемого набора. Общее количество этой величины $J(\overrightarrow{r},t)$ в рассматриваемом ЭФО (рисунок на слайде 2) равно:

$$\boldsymbol{J(\vec{r},t)=\int_V \xi(\vec{r},t)\,\rho(\vec{r},t)dV} \quad (1)$$

Внутри ЭФО и на его границах имеют место процессы, обусловленные **внешними факторами** (NB! сила тяжести, сила Кориолиса), а также **внутренними факторами**, связанными с взаимодействием рассматриваемого ЭФО с соседними ЭФО (перенос тепла, трение и др.). Обобщенное **уравнение материального («полевого») баланса**:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\int_V \rho\xi\,dV = A_V + A_S \quad (2)}$$

В (2) $A_V(\vec{r},t)$ и $A_S(\vec{r},t)$ – соответственно **объемные** и **поверхностные** факторы, приводящие к изменению $J(\vec{r},t)$. $\boxed{A_V(\vec{r},t) = \int_V a(\vec{r},t)dV \ (3); \ A_S(\vec{r},t) = -\oint \vec{A}(\vec{r},t)\,d\vec{S} \ (4)}$



ЭФО в момент t и $t+\Delta t$

В (3) $a(\vec{r},t)$ – удельный (на единицу массы) объемный фактор; $\vec{A}(\vec{r},t)$ - вектор поверхностных факторов (на элемент поверхности ЭФО. В (2) слева – полная производная от интеграла, пределы интегрирования которого зависят от времени (ЭФО –»жидкий» объем. Необходимо аккуратно провести интегрирование. Полная производная:

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)dV = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\left[\int_{V'} \rho(\vec{r},t+\Delta t)\xi(\vec{r},t+\Delta t)dV - \int_V \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)dV\right] =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_V[\rho(\vec{r},t+\Delta t)\xi(\vec{r},t+\Delta t) - \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)]dV = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_{V'-V}[\rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)]dV \quad (5)$$

ВЫВОД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ (3)

$$\frac{d}{dt}\int_V (\rho\xi)\, dV = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_V [\rho(\mathbf{r},t+\Delta t)\xi(\mathbf{r},t+\Delta t)dV - \rho(\mathbf{r},t)\xi(\mathbf{r},t)]\, dV + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_{V'-V}\rho(\mathbf{r},t)\xi(\mathbf{r},t)\, dV \quad (5)$$

Первое слагаемое в правой части (5):

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)dV \quad (6).$$

Второе слагаемое преобразуем, учитывая, что:

$$\rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)dV = \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)\vec{v}\vec{n}\Delta t dS = \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)\vec{v}\Delta t d\vec{S}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_{V'-V}\rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)dV = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_S \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)\vec{v}\Delta t d\vec{S} =$$

$$= \int_S \rho(\vec{r},t)\xi(\vec{r},t)\vec{v}d\vec{S} \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\xi dV = A_V + A_S \quad (2)$$

Из (6) и (7) следует:

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\xi dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\xi)dV + \int_S (\rho\xi)\,\vec{v}d\vec{S} \ (8), \text{т. е. } (2)$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\xi)dV = \int_V adV - \int_S (\rho\xi)\vec{v}\,d\vec{S} - \int_S \vec{A}d\vec{S} \ (9).$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\xi)dV = \int_V adV - \int_V div(\rho\xi\vec{v})\,d\vec{S} - \int_V div\vec{A}d\vec{S} \ (10).$$

(10) - интегральное уравнение материального баланса

При V→0 из (10) следует **дифференциальное уравнение материального баланса**, которое получило распространение в гидромеханике и смежных дисциплинах:

$$\boldsymbol{\frac{\partial(\rho\xi)}{\partial t} = a - div(\rho\xi\vec{v}) - div\vec{A}} \qquad (11)$$

ВЫВОД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ (4)

Для вывода уравнений, описывающих изменение введённых выше макроскопических свойств СС, будем придавать в (11) скаляру $\xi(\vec{r},t)$ конкретный физический смысл.

$$\frac{\partial(\rho\xi)}{\partial t} = a - div(\rho\xi\vec{v}) - div\vec{A} \quad (11)$$

1) Пусть ξ = 1. В этом случае речь идёт об изменении **полной плотности среды** $\rho(\vec{r},t) = \sum_{\alpha}^{N} \rho_\alpha(\vec{r},t)$. В этом случае a = 0 и $\vec{\boldsymbol{A}} = 0$ и из (11):

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{v}) = 0 \quad (12)$$ **уравнение неразрывности**

Альтернативная форма уравнения (11):

$$\rho\frac{\partial\xi}{\partial t} + \underbrace{\xi\frac{\partial\rho}{\partial t} + \xi div(\rho\vec{v})}_{=0} + \rho\vec{v}(\nabla\xi) = a - div\vec{A} \quad (12)$$

$$\rho\frac{d\xi}{dt} = \rho\frac{\partial\xi}{\partial t} + \rho\vec{v}(\nabla\xi) = a - div\vec{A} \quad (13)$$

$$\rho\frac{d\xi}{dt} = \rho\frac{\partial\xi}{\partial t} + \rho v_k\frac{\partial\xi}{\partial x_k} = a - \frac{\partial A_k}{\partial x_k} \quad (13a)$$

2) Пусть ξ = $\boldsymbol{v_i}$ — i-тая компонента вектора скорости $\vec{v}$. Из (13) имеем 3 скалярных уравнения или одно векторное. $a_i = \rho F_i$, где для задач (геофизические приложения) F_i —ускорение силы тяжести или Кориолиса (вращающаяся система координат). Поверхностные факторы в данном случае - силы, действующие по нормали и/или по касательной к поверхности ЭФО, т.е. являются **тензором**: $A_{ik} = \delta_{ik}P - \tau_{ik}$ $\quad (\overleftrightarrow{A} = \overleftrightarrow{\delta}P - \overleftrightarrow{\tau})$ (14). В (14) P – давление; δ_{ik} - единичный тензор; τ_{ik} - тензор вязких напряжений. τ_{ik}=0 – идеальная жидкость. **Уравнение движения:**

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt} = \rho\vec{F} - \nabla P - div\overleftrightarrow{\tau} \quad (15) \qquad \rho\frac{dv_i}{dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial A_{ik}}{\partial x_k} \quad (i,k = 1,2,3) \quad (15a)$$

ВЫВОД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ (5)

3) Пусть ξ =$\boldsymbol{C_\alpha = \frac{\rho_\alpha}{\rho} = \frac{m_\alpha n_\alpha}{\sum_\alpha^N m_\alpha n_\alpha}}$. Единственный **объемный фактор**: $a_\alpha = \dot{w}_\alpha = \dot{w}_\alpha^{(f)} - \dot{w}_\alpha^{(r)}$ скорость химической реакции, протекающей в каждой точке ЭФО - разность между скоростью прямой (f — образование) и обратной (r — исчезновение) реакцией. **Поверхностный фактор** связан с плотностью потока через поверхность ЭФО массы частицы сорта α за счёт диффузии – вектор $\vec{j}_\alpha$. Таким образом из (13) $\rho\frac{d\xi}{dt} = \rho\frac{\partial\xi}{\partial t} + \rho\vec{v}(\nabla\xi) = a - div\vec{A}$

Уравнение баланса массы частиц сорта α: $\boxed{\rho\frac{\partial C_\alpha}{\partial t} + \rho\vec{v}(\nabla C_\alpha) = \dot{w}_\alpha - div\vec{j}_\alpha \;\; (\alpha = 1,2,\dots N - \text{число частиц})}$ (16)

$\sum_{\alpha=1}^N C_\alpha = 1$ и $\sum_{\alpha=1}^N \dot{w}_\alpha = 0$ т. к. суммарная масса всех частиц не меняется в результате химических реакций. После почленного суммирования 16) получаем $\sum_{\alpha=1}^n \vec{j}_\alpha = 0$. Т.е из N уравнений (16) независимыми являются только *N −1*.

4) Пусть: $\boldsymbol{\xi = E = U + \frac{|\vec{v}|^2}{2} + \Pi + \varepsilon_R}$ (17)- полная энергия, содержащаяся в ЭФО: U – внутренняя энергия (на единицу массы; $\frac{\vec{v}^2}{2}$ – кинетическая энергия; П – потенциальная энергия силового поля ($\vec{F} = -\nabla\Pi$); ϵ_R – энергия излучения, содержащаяся в ЭФО. Т.к. речь идет о полной энергии ЭФО, то $a = 0$. Поверхностные факторы: плотности потоков всех видов энергии, а также представленная в векторном виде работа сил давления и вязких сил: $\vec{A} = \vec{q} + \vec{q}_R + \vec{v}(\overleftrightarrow{\delta}P - \overleftrightarrow{\tau})$ (18)

Таким образом, из (13) –**уравнение баланса полной энергии** ЭФО: $\boxed{\rho\frac{dE}{dt} = -div(\vec{q} + \vec{q}_R) - div[\vec{v}(\overleftrightarrow{\delta}P - \overleftrightarrow{\tau})] \quad (19)}$

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Число подлежащих определению неизвестных макроскопических переменных $\vec{v}(\vec{r},t)$, $P(\vec{r},t)$, $\rho(\vec{r},t)$, $T(\vec{r},t)$, $C_\alpha(\vec{r},t)$ (α = 1, 2, . . . ,N). Число полученных уравнений (1)-(4) на единицу меньше.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\vec{v})=0 \qquad (1)$$

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt} = \rho\vec{F} - \nabla P - div\overleftrightarrow{\tau} \qquad (2)$$

$$\rho\frac{dC_\alpha}{dt} = \dot{w}_\alpha - div\overrightarrow{j_\alpha} \quad (\alpha = 1,2,\dots N) \qquad (3)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n} C_\alpha = 1$$

$$\rho\frac{dE}{dt} = -\,div(\vec{q} + \overrightarrow{q_R}) - div[\vec{v}(\overleftrightarrow{\delta}P - \overleftrightarrow{\tau})] \qquad (4)$$

$$U = f(\rho, P, T, \dots) \qquad (5)$$

Формально число неизвестных макроскопических переменных v(r, t), P(r, t), ρ(r, t), cα(r, t) (α = 1, 2, . . . ,N), T(r, t) и число уравнений: скалярные уравнения неразрывности (1) и баланса полной энергии (4), векторное уравнение баланса количества движения (2) и (N−1)- скалярных уравнений баланса массы частиц сорта α (2.18) (α = 1, 2, . . . ,N) на единицу больше, чем число уравнений. В рамках феноменологического подхода разрешения рассогласования: привлечение дополнительного уравнения (обычно эмпирического), которое связывает между собой, как правило, термодинамические макроскопические свойства среды, такие как внутренняя энергия, температура, давление, плотность и др. Это **уравнение состояния!**
Выбор уравнения состояния зависит от конкретной задачи. NB!
В случае модели идеального газа таким уравнением является известное уравнение $PV=RT$.

ПРОБЛЕМА ЗАМЫКАНИЯ УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\vec{v})=0 \qquad (1)$$

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt} = \rho\vec{F}\text{-}\nabla P - div\overleftrightarrow{\tau} \qquad (2)$$

$$\rho\frac{dC_\alpha}{dt} = \dot{w}_\alpha - div\overrightarrow{j_\alpha} \quad (\alpha = 1,2,\ldots N) \qquad (3)$$

$$\rho\frac{dE}{dt} = - div(\vec{q} + \overrightarrow{q_R}) - div[\vec{v}(\overleftrightarrow{\delta}P - \overleftrightarrow{\tau})] \qquad (4)$$

$$U = f(\rho, P, T, \ldots) \qquad (5)$$

Проблема замыкания - вывод соотношений, связывающих введённые скалярные $(\dot{w}_\alpha)$, векторные $\left(\vec{F}, \vec{j}_\alpha, \vec{q}, \vec{q}_R\right)$ и тензорные $(\overleftrightarrow{\tau})$характеристики с искомыми макроскопическими свойствами T, ρ, P, C_α и $\vec{v}$ аргументами задачи: t и r.

Доопределение векторных и тензорных величин (**кроме $\vec{q}_R$**) в (1)-(4) сложная задача, которая в рамках феноменологического подхода рассматривается в науке, получившей название **термодинамика необратимых процессов** (ТНП) {Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов / Москва-Ижевск. – 2001. – 160 С.].

Ключевые положения ТНП, используемые в нашем курсе:

1) В состоянии полного термодинамического равновесия (ПТР) все макроскопические величины T, ρ, P, C_α и $\vec{v}$ - постоянны в пространстве и времени; все векторные и тензорные потоки $\vec{q}, \vec{j}_\alpha$ и $\overleftrightarrow{\tau}\,(\tau_{ik}) = 0$. Если имеет место малое отклонение от состояния ПТР, в первом приближении все **потоки - линейные однородные функции от градиентов соответствующих макроскопических величин. Для изотропной среды, коэффициенты перед этими градиентами — скалярные величины,** зависящие только от локальных значений T, ρ, P, $C\alpha$. Поэтому потоки (за исключением $\vec{q}_R$) $\vec{q}, \vec{j}_\alpha$ и $\overleftrightarrow{\tau}\,(\tau_{ik})$ представляются линейными однородными функциями со скалярными коэффициентами от $\nabla P, \nabla T, \nabla\rho, \nabla C_\alpha$ и тензорных производных $\frac{\partial v_i}{\partial x_k}$ и $\frac{\partial v_k}{\partial x_i}$.

2) **Принцип Кюри ТНП.** Для изотропной среды линейная однородная функция с векторными аргументами и скалярными коэффициентами не может быть тензором; и наоборот — линейная однородная функция с тензорными аргументами не может быть вектором: векторные характеристики — потоки $\vec{q}$ и $\vec{j}_\alpha$ не могут зависеть от $\frac{\partial v_i}{\partial x_k}$ и $\frac{\partial v_k}{\partial x_i}$, а тензорный поток $\overleftrightarrow{\tau}\,(\tau_{ik})$ не может зависеть от $\nabla P, \nabla T, \nabla\rho$ и ∇C_α. Выражения для **векторных потоков $\vec{q}$ и $\vec{j}_\alpha$** с учётом (5) в общем случае имеют вид:

$$\vec{q} = A\nabla T + B\nabla P + \sum_{\alpha=1}^{N} D_\alpha \nabla C_\alpha \ (6) \quad \vec{j}_\alpha = A_\alpha\nabla T + B_\alpha\nabla P + \sum_{\beta=1}^{N} D_{\alpha\beta}\nabla C_\beta \ (7).$$

Выражение для тензора напряжений приведем (без вывода) в виде, принятом в классической гидродинамике вязкой жидкости:

$\tau_{ik} = \mu^{(1)}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{2}{3}\delta_{ik}\, div\vec{v}\right) + \mu^{(2)}\,\delta_{ik}\, div\vec{v}$ (8), где $\mu^{(1)}$ и $\mu^{(2)}$ - соответственно 1-й и 2-й коэффициенты вязкости.

Доопределение $\dot{w}_\alpha$ -для конкретной модели исходного химического состава СС и модели возможных химических реакцйй $\dot{w}_\alpha = \dot{w}_\alpha(P, T, C_\alpha)$ задается из результатов теории химических реакций (физическая химия); вектор $\vec{F}$ для геофизических задач: либо сила тяжести $(\vec{g})$, либо сила Кориолиса (вращающаяся система координат).

ПРОБЛЕМА ЗАМЫКАНИЯ УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

$$\vec{q} = A\nabla T + B\nabla P + \sum_{\alpha=1}^{N} D_\alpha \nabla C_\alpha \quad (6)$$

$$\vec{J}_\alpha = A_\alpha \nabla T + B_\alpha \nabla P + \sum_{\beta=1}^{N} D_{\alpha\beta} \nabla C_\beta \quad (7)$$

$$\tau_{ik} = \mu^{(1)}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{2}{3}\delta_{ik} div\vec{v}\right) + \mu^{(2)}\delta_{ik} div\vec{v} \quad (8)$$

В (6), (7) и (8) скалярные коэффициенты $A, B, D_\alpha, A_\alpha, B_\alpha, D_{\alpha\beta}$, $\mu^{(1)}, \mu^{(2)}$ характеризуют явления **переноса**: тепла, диффузии и импульса, в т.ч. перекрёстные эффекты, как **термо**- или **бародиффузия** (7) или перенос тепла за счёт градиентов давления и концентрации частиц в (6). В (8) (тензор вязких напряжений Навье –Стокса, μ(1) и μ(2) —первый и второй коэффициенты вязкости.

В простейших случаях:

1) Для однородной по химическому составу среды ($C_\alpha = const$) и, пренебрегая, как правило, малым вкладом фактора $B\nabla P$, т.е. B = 0, (6) переходит в **классический закон теплопроводности Фурье:**

$\boldsymbol{\vec{q} = A\nabla T = -\lambda\,\nabla T}$ (9), где $\lambda = \lambda(P, T)$ – обычный коэффициент теплопроводности.

2) Для бинарной (двухкомпонентной) смеси α = 1, 2 смеси и, пренебрегая перекрёстными эффектами термо- и бародиффузии ($A_\alpha = B_\alpha$=0), (7) переходит в **классический закон бинарной диффузии (закон Фика**):

$\boldsymbol{\vec{J}_\alpha = -D_{\alpha\beta}\nabla C_\alpha}$ (10) ($\alpha = 1{,}2$). где $D_{\alpha\beta}(T, P, C_\alpha) = D_{12}$ – коэффициент бинарной диффузии.

При решении практических задач эти коэффициенты (кинетические или коэффициенты переноса), каждый из которых имеет чёткий физический смысл (коэффициенты теплопроводности, различные коэффициенты диффузии и вязкости) рассчитываются по формулам молекулярно-кинетической теории, либо определяются эмпирическими соотношениями.

Итог. Уравнения (1)-(5) (в отсутствие излучения) и соотношения (6)-(8) при условии, что все скалярные коэффициенты переноса, скорости химических реакций и модель потенциальной силы заданы, представляют собой полностью замкнутую систему нестационарных уравнений из в частных производных относительно 6+N скалярных неизвестных $P, T, \rho, \vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ и $C_\alpha(\alpha = 1,2, \dots N)$.

При учете излучения для замыкания (1)-(5) необходимо вывести соотношения, связывающие входящие в уравнение (4) $\rho\frac{dE}{dt} = -div(\vec{q} + \boldsymbol{\vec{q}_R}) - \mathrm{div}[\vec{v}(\delta_{ik}P - \tau_{ik})]$ $(E = U + \frac{|\vec{v}|^2}{2} + \Pi + \boldsymbol{\varepsilon_R})$ $\boldsymbol{\vec{q}_R}(\vec{r}, t)$- интегральные по спектру вектор плотности потока излучения и энергия излучения $\boldsymbol{\varepsilon_R}$ $(\vec{r}, t)$ с макроскопическими свойствами среды, описывающими перенос лучистой энергии.