ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УПЛЭ. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕЧЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

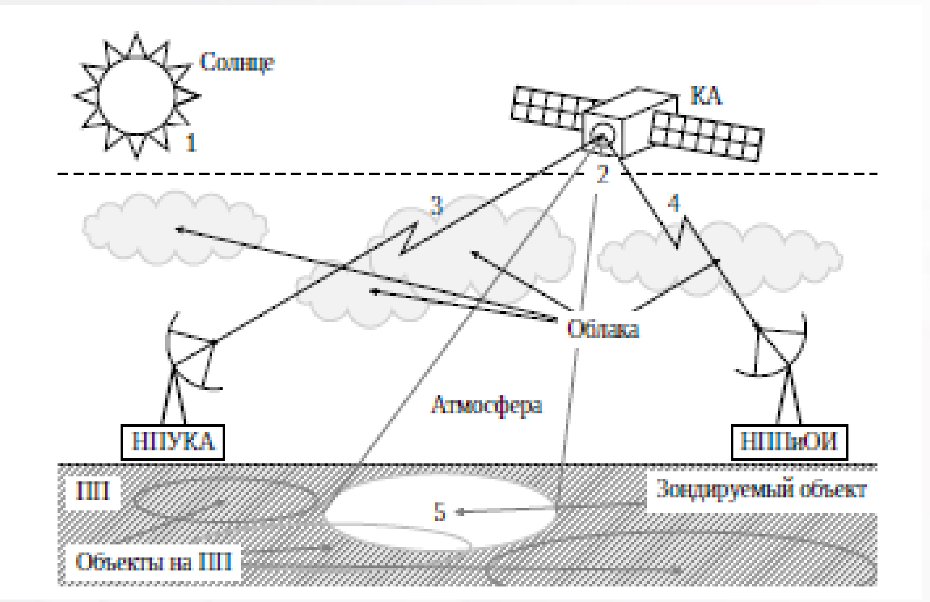
Уравнение переноса лучистой энергии (УПЛЭ) в изучающей, поглощающей и рассеивающей среды в состоянии ЛТР.

Неизвестная функция – спектральная интенсивность излучения (неполяризованного) $I\left(\nu,\vec{\Omega},\vec{r},t\right)$:

(1) нестационарное УПЛЭ; (2) – квазистационарное УПЛЭ

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)}{\partial t}+\mathbf{\Omega}\nabla I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)= \\ =-\beta'(\nu,\mathbf{r},t)I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)+\varkappa'(\nu,\mathbf{r},t)B[\nu,T(\mathbf{r},t)]+ \\ +\frac{\sigma_S(\nu,\mathbf{r},t)}{4\pi}\int\limits_{(4\pi)} I(\nu,\mathbf{\Omega'},\mathbf{r},t)\chi(\nu,\mathbf{\Omega'},\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)\,d\mathbf{\Omega'}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{\Omega}\nabla I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)+\beta'(\nu,\mathbf{r},t)I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)=\varkappa'(\nu,\mathbf{r},t)B[\nu,T(\mathbf{r},t)]+ \\ +\frac{\sigma_S(\nu,\mathbf{r},t)}{4\pi}\int\limits_{(4\pi)} I(\nu,\mathbf{\Omega'},\mathbf{r},t)\chi(\nu,\mathbf{\Omega'},\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)\,d\mathbf{\Omega'}. \qquad (2)$$



Поверхности реальных объектов (природных или искусственных) **не являются абсолютно чёрными телами!**

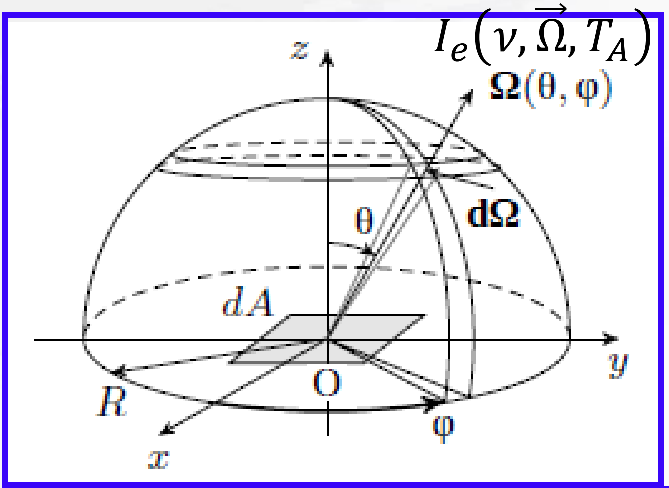
Основные механизмы взаимодействия излучения с **нечёрными поверхностями** в рамках феноменологического подхода:

– **излучение поверхности, нагретой до температуры T;**

– поглощение поверхностью падающего на неё излучения;

– отражение (рассеяние) падающего на неё излучения.

ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ И ПОГЛОЩАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (2)



1) **Направленная спектральная степень черноты (НССЧ).** Энергия, излучённая реальной площадкой dA, имеющей температуру T_A в единицу времени в диапазоне энергий фотонов от ν до ν + dν в пределах элементарного телесного угла $d\vec{\Omega}$ с осью $\vec{\Omega}$:

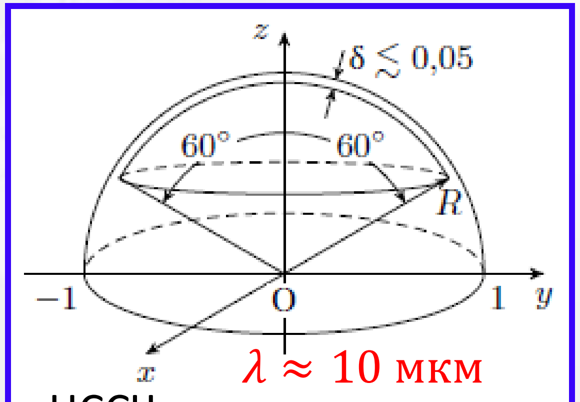
$$dQ_e(\nu,\vec{\Omega},T_A)= I_e(\nu,\vec{\Omega},T_A)dAcos\theta d\vec{\Omega}d\nu \qquad (1)$$

В (1) $I_e(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ - спектральная интенсивность собственного излучения dA (не является АЧТ).

Предположим, что dA – АЧТ при $T = T_A$. В этом случае (1): $dQ_{e,АЧТ}(\nu,T_A)= B(\nu,T_A)dAcos\theta d\vec{\Omega}d\nu$ (2)

Направленная спектральная степень черноты: $\boxed{\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)=\frac{dQ_e(\nu,\vec{\Omega},T_A)}{dQ_{e,АЧТ}(\nu,T_A)}=\frac{I_e(\nu,\vec{\Omega},T_A)}{B(\nu,T_A)}}$ (3)

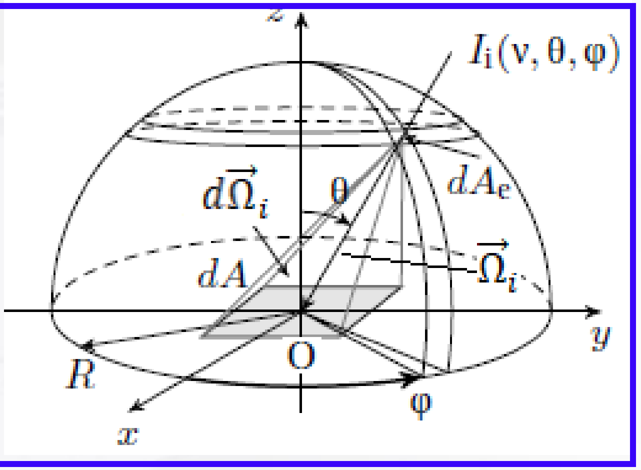
Отсюда: если известна НССЧ (физическое свойство материала поверхности), то спектральная интенсивность собственного излучения реальной (нечёрной) площадки имеет вид: $\boxed{I_e(\nu,\vec{\Omega},T_A)= \varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)\,B(\nu,T_A)}$ (4)

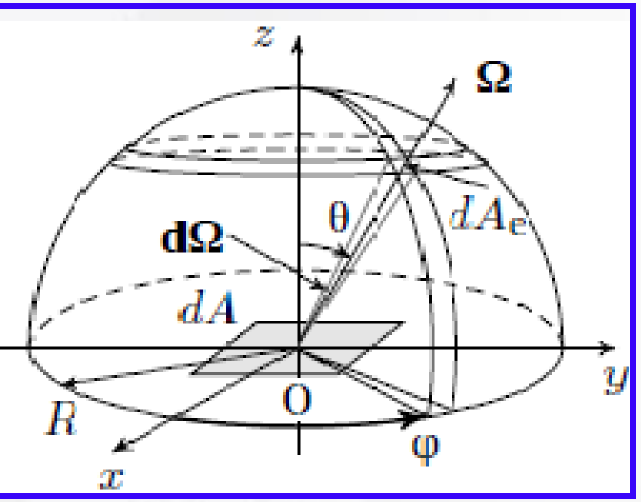


НССЧ – воды всех типов

НССЧ разных типов вод:

$$\varepsilon(\nu \approx 3\cdot 10^{13}\text{с}^{-1},\theta,\varphi,T_A \approx 300K) = \begin{cases} \sim 0.95 \text{ при } \vartheta \approx \pm 60^0 \text{ и } 0 \lesssim \varphi \leq 360^0 \\ \sim 0 \text{ при } \vartheta \gtrsim \pm 60^0 \text{ и } 0 \lesssim \varphi \leq 360^0 \end{cases}$$





2) Направленная спектральная поглощательная способность (НСПС).

На dA в направлении $\vec{\Omega}_i$ (индекс i – «падающий») в пределах $d\vec{\Omega}_i$ в ед. времени падает поток фотонов от ν до $\nu + d\nu$ равный:

$$dQ_i(\nu,\vec{\Omega}_i)= I_i(\nu,\vec{\Omega}_i)dA_e d\vec{\Omega}_i d\nu \qquad (5),$$

где $I_i(\nu,\vec{\Omega}_i)$ спектральная интенсивность падающего излучения через элементарную площадку dA_e на поверхности сферы радиуса R, около dA. В УПЛЭ (1) или (2) фигурирует направление $\vec{\Omega}$ а не $\vec{\Omega}_i$. (5) в терминах $\vec{\Omega}$:

$$dQ_i(\nu,\vec{\Omega})=I_i(\nu,\vec{\Omega})dA_e \overbrace{\frac{dA\cos\theta}{R^2}}^{d\vec{\Omega}_i} d\nu =$$

$$=I_i(\nu,\vec{\Omega})\frac{dA_e}{R^2}dA\cos\theta\, d\nu = I_i(\nu,\vec{\Omega})d\vec{\Omega}dA\cos\theta\, d\nu \qquad (6).$$

$dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ - поток энергии, поглощенной dA (T_A) за счет $dQ_i(\nu,\vec{\Omega})$ (6).

Направленная спектральная поглощательная способность (НСПС):

$$\boxed{\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)=\frac{dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A)}{dQ_i(\nu,\vec{\Omega})}} \qquad (7)$$

Также как и $\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ $\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ - физическое свойство материала поверхности dA; задание $\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ при условии заданного падающего излучения, позволяет определить поглощённую энергию:

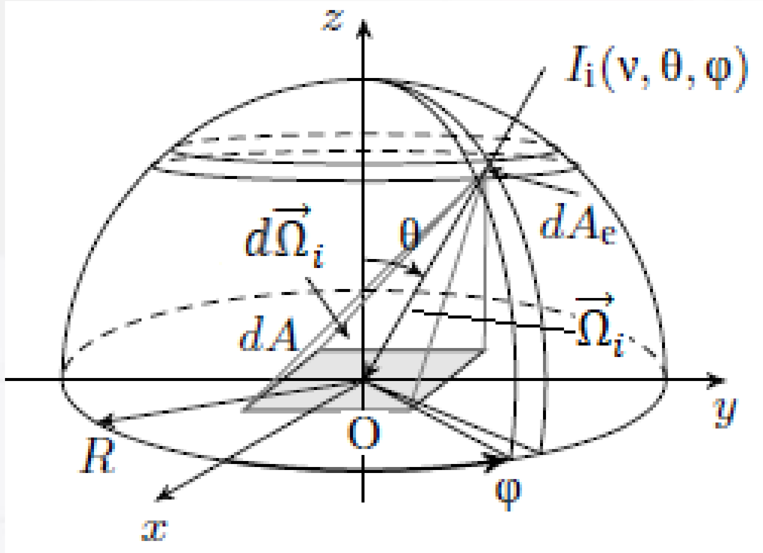
$$\boxed{dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A) = \alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)\, dQ_i(\nu,\vec{\Omega}) = \alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)I_i(\nu,\vec{\Omega})d\vec{\Omega}dA\cos\theta d\nu} \qquad (8)$$

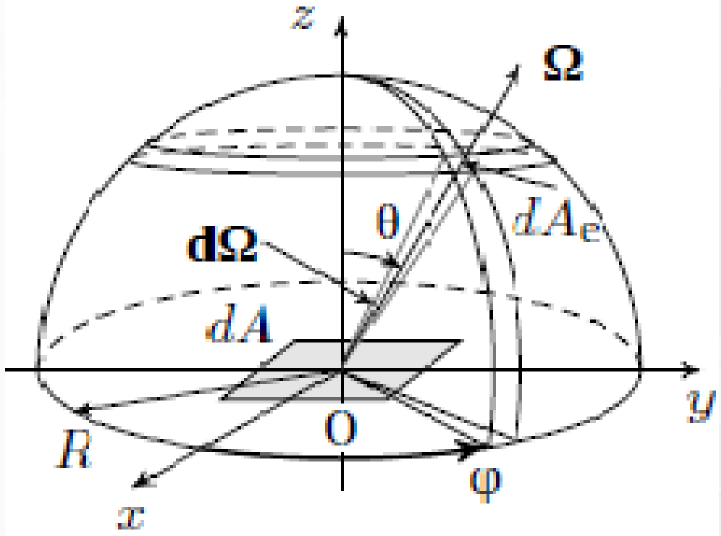
ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ И ПОГЛОЩАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (2)

Вопрос. Существует ли связь между НССЧ $\varepsilon(\nu, \vec{\Omega}, T_A)$ и НСПС $\alpha(\nu, \vec{\Omega}, T_A)$. Если dA – АЧТ и окружена АЧТ, то ответ очевиден: $\varepsilon(\nu, T_A) = \alpha(\nu, T_A)$. Более того, обе характеристики не зависят от $\vec{\Omega}$ и обе ***равны 1!*** .

$$I_i(\nu, \theta, \varphi) = B(\nu, T_i);\ I_e(\nu, \theta, \varphi) = B(\nu, T_A) \text{ и } T_i = T_A$$

Если dA – не АЧТ ответ на вопрос не очевидный! Закон Кирхгофа для нечерных поверхностей.





Связь между НССЧ $\boldsymbol{\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)}$ и НСПС $\boldsymbol{\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)}$, если dA – не является АЧТ. Закон Кирхгофа.

Предположим, что dA (T_A) окружена локальной оболочкой АЧТ с $T_B \neq T_A$. В этом случае из (8)

$$dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A) = \alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)I_i(\nu,\vec{\Omega})d\vec{\Omega}dAcos\theta d\nu \longrightarrow \boxed{dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A) = \alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)B(\nu,T_B)d\vec{\Omega}dAcos\theta d\nu} \quad (9).$$

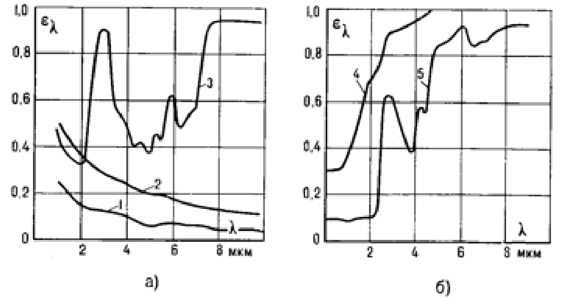
Если при этом и dA – АЧТ при T=T_A, то поток излученной энергии в соответствии с определением (3)

$$\boxed{dQ_e(\nu,\vec{\Omega},T_A) = \varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)B(\nu,T_A)d\vec{\Omega}dAcos\theta d\nu} \quad (10).$$

Условие **локального равновесия** между площадкой dA (АЧТ при T=T_A) и окружающей ее оболочкой (АЧТ при T=T_B) T_B=T_A . В противном случае будет поток энергии, отличный от нуля. Т.е. для поддержания изотропности излучения внутри абсолютно черной замкнутой полости потоки поглощенного и испускаемого излучения должны быть равны. Приравнивая (9) и (10), получим: $\boxed{\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A) = \alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)}$ (11). Важно, что при выполнении (11) обе величины, во-первых, зависят от $\vec{\Omega}$ и, во-вторых, обе $\lesssim 1$. (11) – **закон Кирхгофа для «нечерных» поверхностей в** предположении гипотезы о **локальном термодинамическом равновесии. (11) – приближение:** окружающее реальные поверхности отличное от АЧТ поле излучения не оказывает существенного влияния на величины $\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ и $\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)$

Рис. 1-4. Зависимость монохроматической степени черноты различных материалов от длины волны [Л. 1-5] при комнатной температуре.

1 — полированный алюминий; 2 — промышленный алюминий; 3 — анодированный алюминий; 4 — белая эмаль; 5 — шамот.



Направленные интегральные по спектру степень черноты и поглощательная способность

1) Направленная интегральная степень черноты:

$$\boxed{\varepsilon(\vec{\Omega}, T_A) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon(\nu, \vec{\Omega}, T_A)\boldsymbol{B}(\nu, T_A)d\nu}{\int_0^\infty \boldsymbol{B}(\nu, T_A)d\nu} = \frac{\pi}{\sigma T_A^4}\int_0^\infty \varepsilon(\nu, \vec{\Omega}, T_A)\boldsymbol{B}(\nu, T_A)d\nu} \quad (12)$$

2) Направленная интегральная поглощательная способность:

$$\boxed{\alpha(\vec{\Omega}, T_A) = \frac{\int_0^\infty \alpha(\nu, \vec{\Omega}, T_A)I_i(\nu, \vec{\Omega})d\nu}{\int_0^\infty I_i(\nu, \vec{\Omega})d\nu}} \quad (13)$$

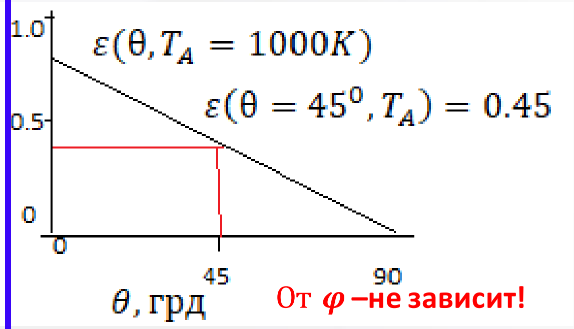
В рамках гипотезы о ЛТР имеет место закон Кирхгофа: $\boldsymbol{\varepsilon(\nu, \vec{\Omega}, T_A) = \alpha(\nu, \vec{\Omega}, T_A)}$ (11).

Вопрос: Будет ли справедлив закон Кирхгофа для интегральных по спектру характеристик, т.е. при каких условиях $\boldsymbol{\varepsilon(\vec{\Omega}, T_A) = \alpha(\vec{\Omega}, T_A)}$, если справедливо условие (11)?

ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ И ПОГЛОЩАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (5)

Сравнивая правые части (12) и (13), можно сделать вывод, что в случае, если речь идет о **спектральных** характеристиках $\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ и $\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)$ под знаком интегралов (12) и (13), то **общим условием** справедливости $\boxed{\varepsilon(\vec{\Omega},T_A)=\alpha(\vec{\Omega},T_A)}$ (14) будет: $\boxed{I_i(\nu,\vec{\Omega}(\theta,\varphi))=C(\vec{\Omega}(\theta,\varphi))B(\nu,T_A)}$ (15). Если dA – абсолютно «серое» тело, то

$\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)=\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)=f(\vec{\Omega},T_A)$ (16). Формула (14) – закон Кирхгофа для интегральных по спектру степени черноты и поглощательной способности.



Задача. Солнечное излучение падает на поверхность элемента конструкции КА на орбите вокруг Земли. Температура поверхности $T_A = 1000$К. Задана направленная **интегральная** степень черноты (график). Вычислить плотность **интегрального по спектру потока** излучения, поглощенного поверхностью, в элементарном телесном угле, если угол падения излучения, отсчитываемый от нормали, θ= 45^0. $\dfrac{dQ_a(\theta=45^0,T_A)}{dAd\vec{\Omega}}$?

Решение: (8) $\boldsymbol{dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A)=\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)I_i(\nu,\vec{\Omega})d\vec{\Omega}dAcos\theta d\nu}$. Отсюда: $\dfrac{dQ_a(\nu,\vec{\Omega},T_A)}{\cos(45)dAd\vec{\Omega}}=\alpha(\nu,\vec{\Omega},T_A)I_i(\nu,\vec{\Omega})d\nu$;

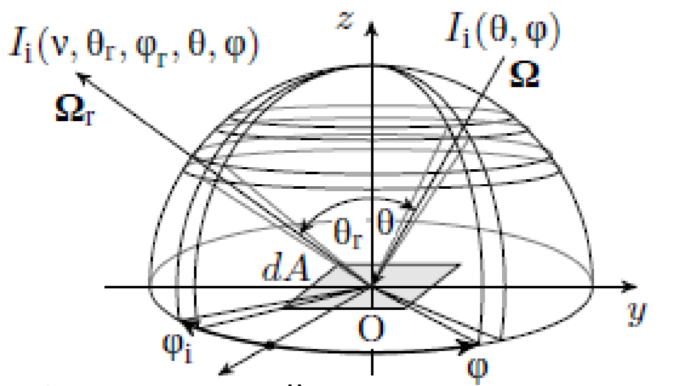
Интегральный по спектру поглощённый dA поток энергии: $\dfrac{dQ_a(\theta=45^0,T_A)}{\cos(45)dAd\vec{\Omega}}=\int_0^\infty\dfrac{dQ_a(\nu,\theta=45^0,T_A)}{\cos(45)dAd\vec{\Omega}}d\nu=\dfrac{1}{\cos(45)dAd\vec{\Omega}}\int_0^\infty dQ_a(\nu,\theta=45^0,T_A)\,d\nu$

$dQ_a(\theta=45^0,T_A)=\int_0^\infty dQ_a(\nu,\theta=45^0,T_A)\,d\nu$. Т.к. по условию задачи задана интегральная по спектру $\boldsymbol{\varepsilon(\theta=45^0,T_A)}$, то: (из (14)

$dQ_a(\theta=45^0,T_A)=\boldsymbol{\alpha(\theta=45^0,T_A)}\int_0^\infty I_i(\nu,\theta=45^0,T_S=6000K)\,d\nu=\boldsymbol{\varepsilon(\theta=45^0,T_A)}\int_0^\infty B(\nu,T_S=6000K)\,d\nu=0.45\dfrac{\sigma(6000)^4}{\pi}$! **Ошибка!**

Падающее на dA излучение $I_i(\nu,\theta=45^0)=B(\nu,T=T_S\approx 6000^0K)$ не может быть представлено в виде $\boldsymbol{C(\vec{\Omega}(\theta,\varphi))B(\nu,T_A=1000^0K)}$!!

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (1)



Элементарный акт отражения

Элементарный акт отражения (ЭАО): отражение от элементарной «нечёрной» площадки dA излучения, падающего на неё в направлении $\vec{\Omega}(\theta,\varphi)$ в виде спектральной интенсивности $I_i(\nu,\theta,\varphi)$. Часть этого излучения отражается в направлении $\vec{\Omega}_r(\theta_r,\varphi_r)$ (без изменения частоты). Полная величина интенсивности излучения, отражённого от dA $I_r(\nu,\vec{\Omega}_r(\theta_r,\varphi_r),\vec{\Omega}(\theta,\varphi))$ – сумма интенсивностей всех ЭАО в верхнюю полусферу, охватывающей dA. Вклад в $I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r,\theta,\varphi)$ ЭАО обозначим: $I_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)dAd\nu$. Фундаментальное понятие, характеризующее ЭАО:

$$\boxed{\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)=\frac{I_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)dAd\nu}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}=\frac{I_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)}{I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}}} \quad (1)\ [\rho_r'']-\text{ср}^{-1}$$

ρ_r''-**двунаправленная спектральная отражательная способность** (*bidirectional reflectance distribution function* — BRDF) –физическое свойство материала поверхности dA. Знание ρ_r'' позволяет определить $I_r(\nu,\vec{\Omega}_r(\theta_r,\varphi_r),\vec{\Omega}(\theta,\varphi))=I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r,\theta,\varphi)$:

$$\boxed{I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r)=\int_{(-2\pi)}\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\,I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}}$$

(2)- **уравнение отражения**

Для принятой модели ЭАО: $\boxed{\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)=\rho_r''(\nu,\theta,\varphi,\theta_r,\varphi_r)}$ (3) – **соотношение взаимности для BRDF**

Практические задачи на использование введённых понятий.

1) Рассчитать поток энергии, отражённой от *dA* в верхнюю полусферу, за счёт энергии, падающей в одном направлении $\vec{\Omega}(\theta,\varphi)$:

$$dQ_r(\nu,\theta,\varphi)=\left[\int_{(+2\pi)}I_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r\right]d\nu dA=\left[\int_{(+2\pi)}I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}\,\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r\right]d\nu dA=$$

$$=\underline{I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}}\left[\int_{(+2\pi)}\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r\right]\underline{d\nu dA}=dQ_i(\nu,\theta,\varphi)\left[\int_{(+2\pi)}\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r\right]=$$

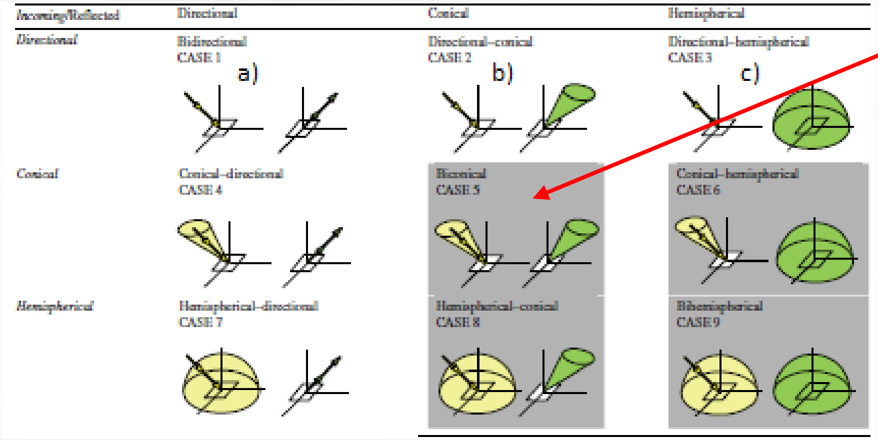
$$=dQ_i(\nu,\theta,\varphi)\,\boldsymbol{\rho_r'(\nu,\theta,\varphi)} \quad (4) \quad dQ_r(\nu,\theta,\varphi)/dQ_i(\nu,\theta,\varphi)=\boldsymbol{\rho_r'(\nu,\theta,\varphi)}$$

$$\boxed{\rho_r'(\nu,\theta,\varphi)=\int_{(+2\pi)}\rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r}$$

(5) – **спектральная направленная полусферическая отражательная способность**

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (3)

Основные определения (термины), связывающие падающее на dA и отраженное от dA излучения, используемые при решении практических задач



G. Schaepman-Strub ets. Reflectance quantities in optical remote sensing—definitions and case studies. Remote Sensing of Environment 103 (2006) 27–42

2) **Двуконическая отражательная способность** (conical–conical reflectance factor, CCRF; Case 5):

$$\text{CCRF}=\rho'(\theta,\varphi,\Delta\vec{\Omega},\theta_r,\varphi_r,\Delta\vec{\Omega}_r)=\frac{\int_{\Delta\vec{\Omega}}\int_{\Delta\vec{\Omega}_r}\rho''(\theta,\varphi,\theta_r,\varphi_r)I_i(\theta,\varphi)d\vec{\Omega}d\vec{\Omega}_r}{\frac{\Delta\vec{\Omega}_r}{\pi}\int_{\Delta\vec{\Omega}_i}I_i(\theta,\varphi)\cos\theta d\vec{\Omega}} \quad (6),$$

где в (6) в нормировочном коэффициенте: $\Delta\vec{\Omega}_r=\int_{\Delta\vec{\Omega}_R}\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r$ - спроектированный на dA телесный угол конуса отражения.

3) Если в определении (5) $\rho'_r(\nu,\theta,\varphi)=\int_{(+2\pi)}\rho''_r(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r$ углы падающего излучения θ,φ положить: $\theta=\theta_{sun},\varphi=\varphi_{sun}$ (θ_{sun} и φ_{sun} - угловые координаты Солнца на небосводе как колимированного источника (Caze 3), то из (5) следует, что:

$$\rho'_r(\nu,\theta_{sun},\varphi_{sun})=\frac{dQ_r(\nu,\theta_{sun},\varphi_{sun})}{S_{sun}(\nu)\cos\theta_{sun}}=\int_{(+2\pi)}\rho''_r(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta_{sun},\varphi_{sun})\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r \quad (7)$$

Если в (7) в качестве $\rho''_r(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta_{sun},\varphi_{sun})$ брать характеристики земной поверхности, то (7) - **плоское альбедо**. Земли. В общем случае в астрономии и геофизике определение (7) обобщается как отношение светового потока, рассеянного телом конечных размеров (например, планетой или Луной) во всех направлениях, к потоку, падающему на это тело от коллимированного источника (Солнца). Эту характеристику объектов называют **сферическим альбедо** или **альбедо Бонда.** Одним из способов оценки альбедо являются измерения с поверхности Земли, а также с искусственных спутников энергии отражаемого Луной излучения, падающего от Земли, освещаемой Солнцем (**пепельный свет Луны**). Альбедо Земли является одним из факторов, определяющих климатические изменения: возрастание альбедо приводит к увеличению отражаемого в космос солнечного излучения, что приводит к снижению глобальной температуры, и наоборот, снижение альбедо нагревает Землю. Среднепланетарное альбедо Земли определяется вкладом альбедо характерных природных образований на ее поверхности.

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (4)

Модели отражающих поверхностей, соответствующие предельным случаям:

– диффузно отражающие поверхности (ДОП);

– зеркально отражающие поверхности (ЗОП).

1. Диффузно отражающие поверхности. Излучение, падающее на ДОП в направлении **Ω**(θ, ф) и затем отражённое от неё, имеет одинаковую по всем направлениям **Ω**r(θr, фr) интенсивность; однако, величина энергии отражённого излучения может зависеть от угла падения. В этом случае BRDF $\rho_r''(\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)(1)$ не зависит от (θ_r,φ_r) и поэтому формула (5) для направленной полусферической отражательной способности (5):

$$\rho_r'(\nu,\theta,\varphi) = \int_{(+2\pi)} \rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r \longrightarrow \boxed{\rho_{r,d}'(\nu,\theta,\varphi) = \rho_r''(\nu,\theta,\varphi)\int_{(+2\pi)}\cos\theta_r d\vec{\Omega}_r = \pi\,\rho_r''(\nu,\theta,\varphi)} \quad (8).$$

Уравнение отражения (2):

$$I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r) = \int_{(-2\pi)} \rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\, I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega} \longrightarrow \boxed{I_{r,d}(\nu) = \frac{1}{\pi}\int_{(-2\pi)} \rho_{r,d}'(\nu,\theta,\varphi)\, I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}} \quad (9)$$

При более сильном допущении: $\rho_{r,d}'(\nu,\theta,\varphi)=\rho_{r,d}'(\nu)$, т.е. ДОП не зависит от направления падающего излучения: (9):

$$I_{r,d}(\nu) = \frac{\rho_{r,d}'(\nu)}{\pi}\int_{(-2\pi)} I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta\, d\vec{\Omega} \quad (10)$$, где $\rho_{r,d}'(\nu)$ **- спектральный коэффициент диффузного отраже**ния

2. Зеркально отражающие поверхности: 1) $\theta_r = \theta;\ \varphi_r = \varphi + \pi.$ 2) Нормаль к *dA* и все углы – в одной плоскости.

3) Только для этих углов двунаправленная спектральная отражательная способность отлична от нуля:

$$\rho_r''(\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\big|_{mir} = \rho_r''(\theta_r=\theta,\varphi_r=\varphi+\pi;\theta,\varphi)=\rho_{r,mir}''(\theta,\varphi) \quad (11),$$

Т.е. BRDF зеркальной поверхности зависит только от направления падающего луча. Уравнение отражения (2) для ЗОП:

$$I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r) = \int_{(-2\pi)} \rho_r''(\nu,\theta_r,\varphi_r;\theta,\varphi)\, I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega} \qquad \boxed{I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r)=\int_{(-2\pi)} \rho_{r,mir}''(\nu,\theta,\varphi) I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}} \quad (12)$$

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (5)

Продолжение ЗОП. В (12) $I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r)=\int_{(-2\pi)}\rho''_{r,mir}(\nu,\theta,\varphi)I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}$ подынтегральное выражение будет отлично от нуля только в малом телесном углу, осью которого является направление θ,φ в силу свойства $\rho''_{r,mir}(\nu,\theta,\varphi)$.

Поэтому (12) → $\boxed{I_r(\nu,\theta_r,\varphi_r)=\rho''_{r,mir}(\nu,\theta,\varphi)\ I_i(\nu,\theta,\varphi)cos\theta d\vec{\Omega}\ \ (13)}$

Соотношение между излучательными (НССЧ), поглощательными (НСПС) и отражательными характеристиками нечерных поверхностей

Падающий на **полупрозрачную** dA в направлении θ,φ поток излучения $dQ_i(\nu,\theta,\varphi)$ отражается ($dQ_r(\nu,\theta,\varphi)$) и поглощается ($dQ_a(\nu,\theta,\varphi)$) ($dQ_t(\nu,\theta,\varphi)$ - проходящий через площадку поток). т.е.:

$$\boxed{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)=dQ_a(\nu,\theta,\varphi)+dQ_r(\nu,\theta,\varphi)+dQ_t(\nu,\theta,\varphi)}\qquad(14).$$

Перепишем (14) в виде: $\frac{dQ_a(\nu,\theta,\varphi)}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}+\frac{dQ_r(\nu,\theta,\varphi)}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}+\frac{dQ_t(\nu,\theta,\varphi)}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}=1$ (15), где $\frac{dQ_a(\nu,\theta,\varphi)}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}=\alpha(\nu,\theta,\varphi,T_A)$ – НСПС;

$\frac{dQ_r(\nu,\theta,\varphi)}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}=\rho'_r(\nu,\theta,\varphi)$ - спектральная направленная полусферическая отражательная способность; $\frac{dQ_t(\nu,\theta,\varphi)}{dQ_i(\nu,\theta,\varphi)}=t(\nu,\theta,\varphi)$ – спектральное направленное пропускание Для непрозрачной площадки

(15) → $\boxed{\alpha(\nu,\theta,\varphi,T_A)+\rho'_r(\nu,\theta,\varphi,T_A)=1}$ (16). В рамках гипотезы об ЛТР НСПС $\alpha(\nu,\theta,\varphi,T_A)=\varepsilon(\nu,\theta,\varphi,T_A)$ – НССЧ;

Поэтому вместо (16) имеем $\boxed{\varepsilon(\nu,\theta,\varphi,T_A)+\rho'_r(\nu,\theta,\varphi,T_A)=1}$ (17).

Для интегральных по спектру потоков (14): $dQ_i(\theta,\varphi)=dQ_a(\theta,\varphi)+dQ_r(\theta,\varphi)$ (18), откуда $\boxed{\alpha(\theta,\varphi,T_A)+\rho'_r(\theta,\varphi,T_A)=1}$ (19)

Вопрос: Возможна ли в (19) замена интегральной по спектру направленной поглощательной способности $\alpha(\theta,\varphi,T_A)$ на интегральную по спектру направленную степень черноты $\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$?

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕЧЁРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (6)

В соотношении (19) между **интегральными по спектру** направленной поглощательной способностью $\alpha(\theta,\varphi,T_A)$ и направленной полусферической отражательной способностью $\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)$ $\boxed{\alpha(\theta,\varphi,T_A)+\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)=1}$ вместо $\alpha(\theta,\varphi,T_A)$ можно использовать интегральную по спектру степень черноты $\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$ только при условии, что спектр падающего на dA излучения подобен (пропорционален) спектру излучения АЧТ при $T=T_A$.

Т.е. прежде, чем пользоваться распространенным на практике соотношением $\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)+\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)=1$, из которого зная, например, интегральную по спектру степень черноты $\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$, находим интегральную по спектру отражательную способность $\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)$, необходимо проверить выполнение условия $\boxed{I_i(\nu,\vec{\Omega})=C(\vec{\Omega})B(\nu,T_A)}$ **(20)**

Если это условие не выполняется, что очень часто имеет место, пользоваться соотношениями $\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)+\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)=1$ и $\alpha(\theta,\varphi,T_A)=\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$ для решения задач с излучением является **грубой ошибкой**!

Что делать, если в задаче необходимо определять интегральные по спектру потоки: **поглощенный** $dA\ (dQ_a(\theta,\varphi,T_A))$ или **отраженный** от $dA\ \left(dQ_r(\theta,\varphi,T_A)\right)$ при заданном интегральном по спектру **падающем** на $dA\ \left(dQ_i(\theta,\varphi)\right)$ и заданной $\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$. Прежде чем пользоваться рабочими формулами: $dQ_a(\theta,\varphi,T_A)=\alpha(\theta,\varphi,T_A)\,dQ_i(\theta,\varphi)$ и $dQ_r(\theta,\varphi,T_A)=\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)dQ_i(\theta,\varphi)$, где $\alpha(\theta,\varphi,T_A)=\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$ и $\rho_r'(\theta,\varphi,T_A)=1-\varepsilon(\theta,\varphi,T_A)$, надо проверить выполнение условия (20).

Правильный подход. Если (20) не выполняется, то **исходные рабочие формулы** для решения задачи :

$$dQ_a(\theta,\varphi,T_A)=\int_0^\infty dQ_a(\nu,\theta,\varphi,T_A)d\nu=\int_0^\infty \alpha(\nu,\theta,\varphi,T_A)\,dQ_i(\nu,\theta,\varphi)\,d\nu;$$

$$dQ_r(\theta,\varphi,T_A)=\int_0^\infty dQ_r(\nu,\theta,\varphi,T_A)d\nu=\int_0^\infty \rho_r'(\nu,\theta,\varphi,T_A)\,dQ_i(\nu,\theta,\varphi)\,d\nu$$

где можно считать, что $\alpha(\nu,\theta,\varphi,T_A)=\varepsilon(\nu,\theta,\varphi,T_A)$ и $\rho_r'(\nu,\theta,\varphi,T_A)=1-\varepsilon(\nu,\theta,\varphi,T_A)$. Т.е. в исходных данных надо иметь данные по $\varepsilon(\nu,\theta,\varphi,T_A)$ и $I_i(\nu,\vec{\Omega})$ или моделировать их.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УПЛЭ. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕЧЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Квазистационарное уравнение переноса лучистой энергии (УПЛЭ) в изучающей, поглощающей и рассеивающей среды в состоянии ЛТР. Неизвестная функция – спектральная интенсивность излучения (неполяризованного) $I(\nu,\vec{\Omega},\vec{r},t)$.

$$\mathbf{\Omega}\nabla I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)+\beta'(\nu,\mathbf{r},t)I(\nu,\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)=\varkappa'(\nu,\mathbf{r},t)B[\nu,T(\mathbf{r},t)]+ \\ +\frac{\sigma_S(\nu,\mathbf{r},t)}{4\pi}\int\limits_{(4\pi)} I(\nu,\mathbf{\Omega'},\mathbf{r},t)\chi(\nu,\mathbf{\Omega'},\mathbf{\Omega},\mathbf{r},t)\,d\mathbf{\Omega'}.$$

Механизмы взаимодействия излучения в среде с границей раздела: а) излучение поверхности при $T=T_A$; б) отражение падающего на поверхность излучения; в) поглощение поверхностью падающего на неё излучения.

Граничное условие для УПЛЭ на поверхности: $I(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})=I_e(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})+I_r(\nu,\vec{\Omega},\vec{\Omega}_i,\vec{r}=\vec{r_s})$ (21)

В (21) $\vec{r_s}$ - радиус-вектор координат поверхности: $I_e(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})$ - спектральная интенсивность собственного излучения поверхности при $T=T_A$; $I_r(\nu,\vec{\Omega},\vec{\Omega}_i,\vec{r}=\vec{r_s})$ - спектральная интенсивность излучения, отраженного от поверхности; $\vec{\Omega}_i$ - вектор-направление излучения падающего на поверхность.

В общем случае: $I_e(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})=I_e(\nu,\vec{\Omega},T=T_A)=\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)B(\nu,T_A)$ (22), а для $I_r(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})$ используется уравнение отражения, которое в самом общем случае имеет вид:

$$I_r(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})=I_r(\nu,\theta,\varphi,T_A)=\int_{(-2\pi)}\rho_r''(\nu,\theta,\varphi,\ \theta_i,\varphi_i,T_A)\,I_i(\nu,\theta_i,\varphi_i)cos\theta_i d\vec{\Omega}_i$$

Таким образом (см (21), в общем случае ГУ на непрозрачной ПП для УПЛЭ:

$$I(\nu,\vec{\Omega},\vec{r}=\vec{r_s})=\varepsilon(\nu,\vec{\Omega},T_A)B(\nu,T_A)+\int_{(-2\pi)}\rho_r''(\nu,\theta,\varphi,\ \theta_i,\varphi_i,T_A)\,I_i(\nu,\theta_i,\varphi_i)cos\theta_i d\vec{\Omega}_i \qquad (22)$$

Упражнение: вывести аналог (22) для диффузно отражающей поверхности (ДОП).