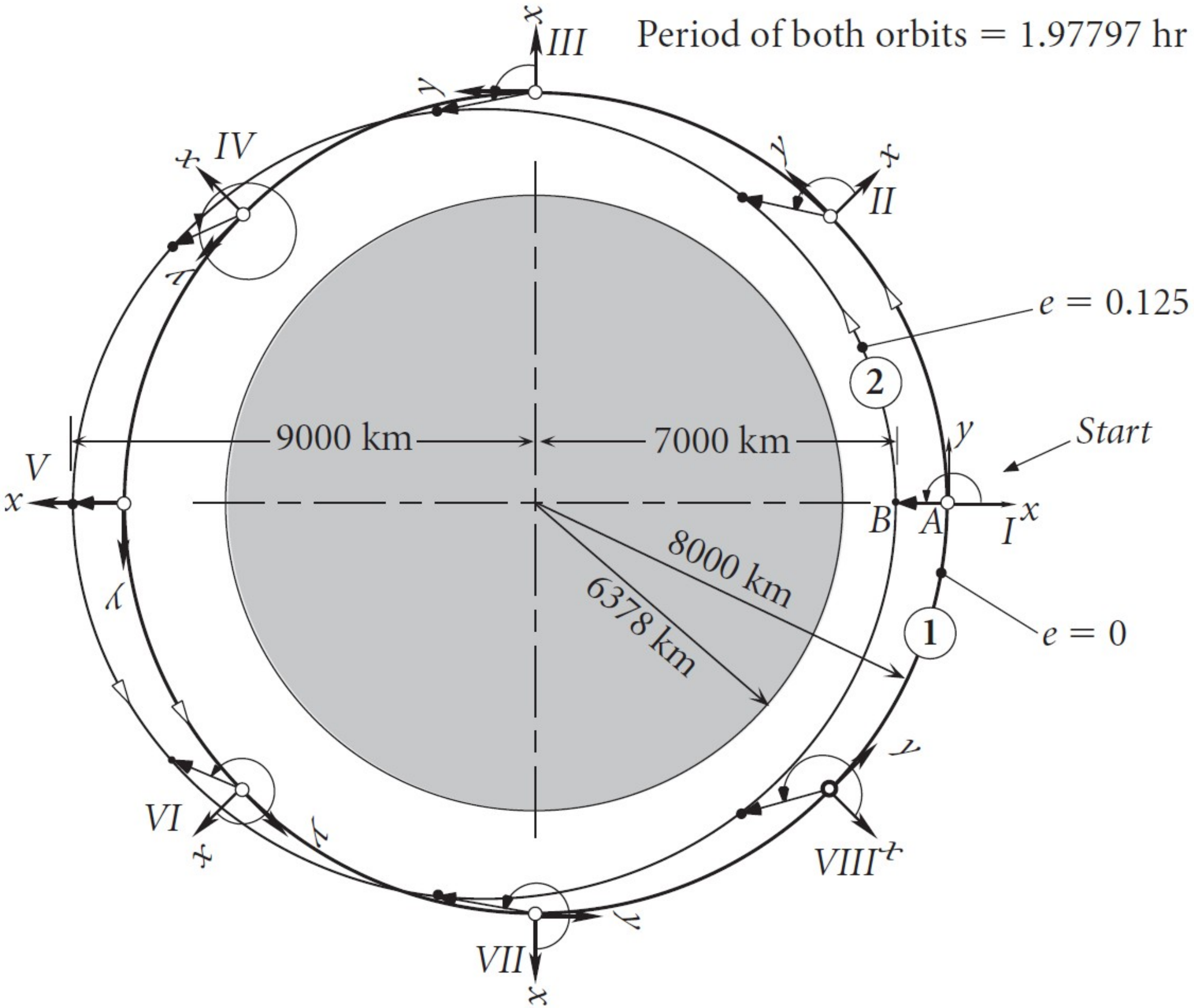
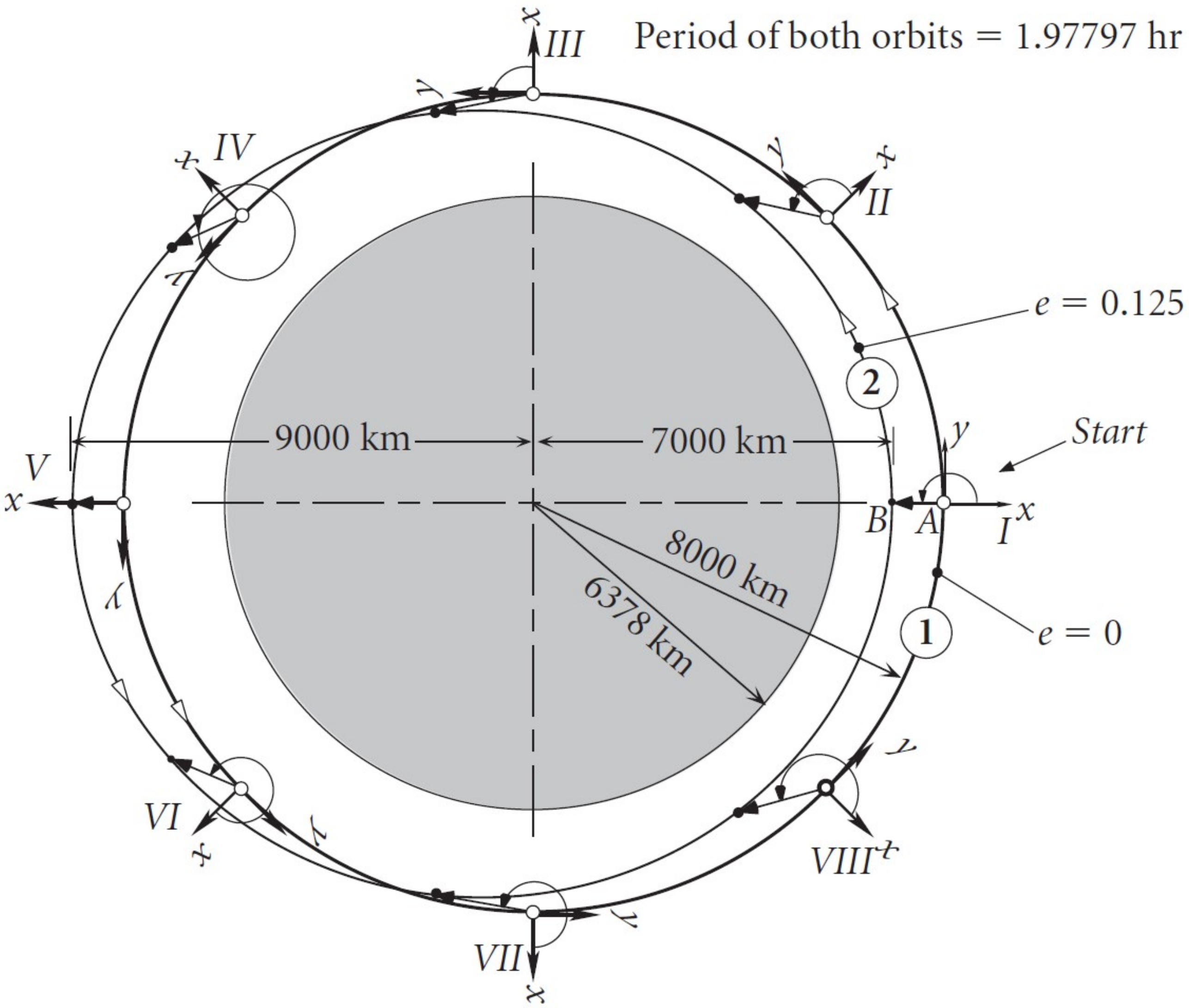
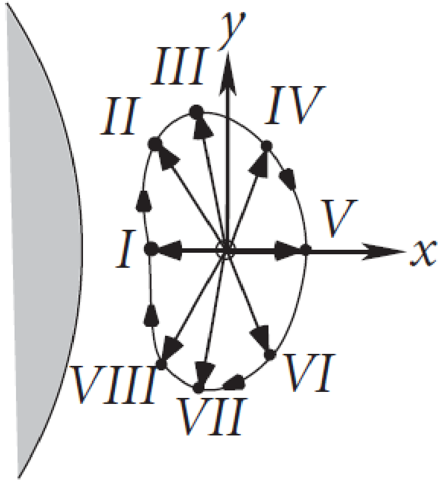
Маневрирование относительно объекта на орбите


Period of both orbits = 1.97797 hr
III
IV
II
e = 0.125
2
Start
9000 km
7000 km
V
B
A
I
8000 km
6378 km
1
e = 0
VI
VIII
VII
x
y



Наблюдаемая траектория из
движущейся по орбите №1
системы коорбинат



$$\mathbf{h} = \mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0 = (r_0 v_{0\perp})\hat{\mathbf{k}} = (r_0^2 \Omega)\hat{\mathbf{k}} = r_0^2 \boldsymbol{\Omega}$$

Из чего следует

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0}{r_0^2}$$

Берем производную **по времени**

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{1}{r_0^2}(\dot{\mathbf{r}}_0 \times \mathbf{v}_0 + \mathbf{r}_0 \times \dot{\mathbf{v}}_0) - \frac{2}{r_0^3}\dot{r}_0(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0)$$

Учитывая

$$\dot{\mathbf{r}}_0 \times \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_0 \times \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$$

$$\dot{\mathbf{v}}_0 = -\frac{\mu}{r_0^3}\mathbf{r}_0$$

$$\mathbf{r}_0 \times \dot{\mathbf{v}}_0 = \mathbf{r}_0 \times \left(-\frac{\mu}{r_0^3}\mathbf{r}_0\right) = -\frac{\mu}{r_0^3}(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}_0) = \mathbf{0}$$

Относительная скорость

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{rel}} + \mathbf{v}_{\text{rel}}$$

Относительное ускорение

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{\text{rel}} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{rel}}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{\text{rel}} + \mathbf{a}_{\text{rel}}$$

Получаем

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\frac{2}{r_0}\dot{r}_0\boldsymbol{\Omega}$$

$$\dot{r}_0 = \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r}_0 / r_0$$

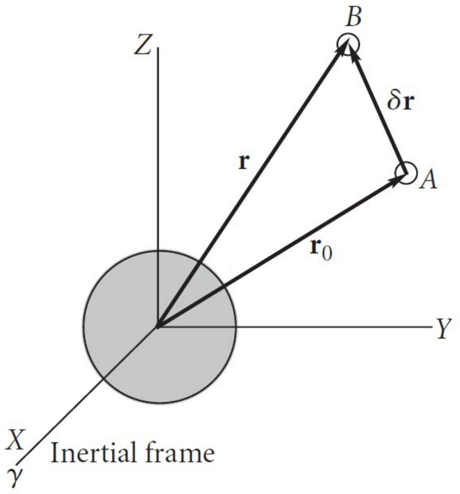
$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\frac{2(\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0)}{r_0^2}\boldsymbol{\Omega}$$

Линеаризация

$$\frac{\delta r}{r_0} \ll 1$$

Положение одного объекта относительно второго

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}$$



$$\begin{aligned}\delta\ddot{\mathbf{r}} &= -\ddot{\mathbf{r}}_0 - \mu\left(\frac{1}{r_0^3} - \frac{3}{r_0^5}\mathbf{r}_0\cdot\delta\mathbf{r}\right)(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}) \\ &= -\ddot{\mathbf{r}}_0 - \mu\left[\frac{\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}}{r_0^3} - \frac{3}{r_0^5}(\mathbf{r}_0\cdot\delta\mathbf{r})(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r})\right] \\ &= -\ddot{\mathbf{r}}_0 - \mu\left[\frac{\mathbf{r}_0}{r_0^3} + \frac{\delta\mathbf{r}}{r_0^3} - \frac{3}{r_0^5}(\mathbf{r}_0\cdot\delta\mathbf{r})\mathbf{r}_0 + \overbrace{\text{terms of higher order than 1 in }\delta\mathbf{r}}^{\text{neglect}}\right]\end{aligned}$$

$$\boxed{\delta\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r_0^3}\left[\delta\mathbf{r} - \frac{3}{r_0^2}(\mathbf{r}_0\cdot\delta\mathbf{r})\mathbf{r}_0\right]}$$

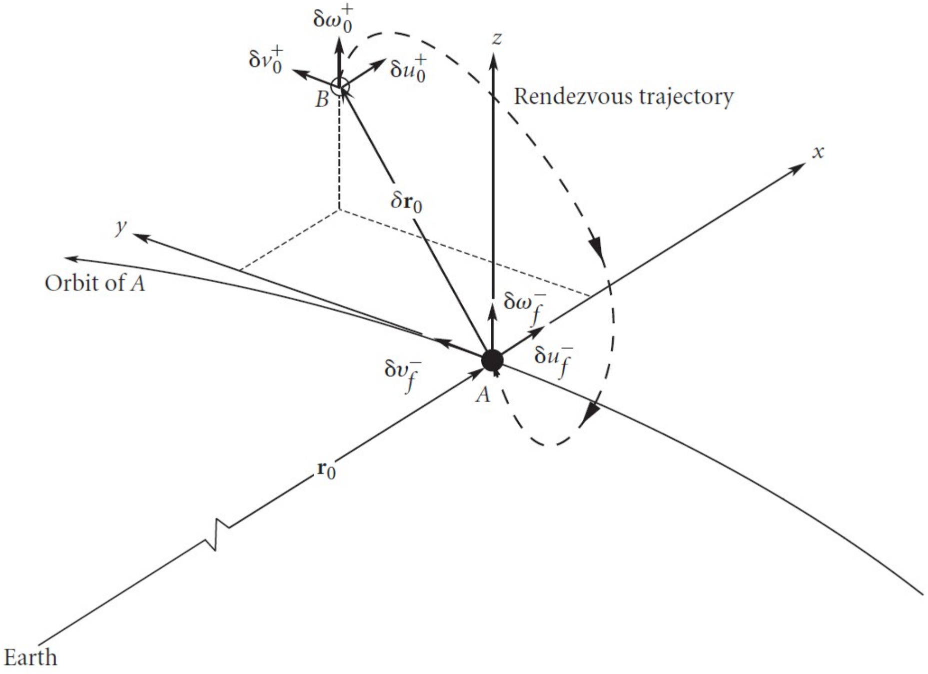
Уравнения
Клохесси Уилтшира

$$\delta \mathbf{v}_{\mathrm{rel}} = \delta \dot{x}\hat{\mathbf{i}} + \delta \dot{y}\hat{\mathbf{j}} + \delta \dot{z}\hat{\mathbf{k}}$$

$$\delta \mathbf{a}_{\mathrm{rel}} = \delta \ddot{x}\hat{\mathbf{i}} + \delta \ddot{y}\hat{\mathbf{j}} + \delta \ddot{z}\hat{\mathbf{k}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \delta\ddot{x} - 3n^2\delta x - 2n\delta\dot{y} &= 0 \\ \delta\ddot{y} + 2n\delta\dot{x} &= 0 \\ \delta\ddot{z} + n^2\delta z &= 0 \end{aligned}}$$

Решение уравнений Клохесси Уилтшира



При решении уравнений Клохесси Уилтшира получается траектория сближения с объектом на орбите.