

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Отчёт по лабораторной работы 1.4.5

Изучение колебаний струны.

Выполнил студент:

Сериков Василий Романович

группа: Б03-102

Москва, 2021 г.

Цель работы: изучить поперечные стоячие волны на тонкой натянутой струне; измерить собственные частоты колебаний струны и проверить условие образования стоячих волн; измерить скорость распространения поперечных волн на струне и исследовать её зависимость от натяжения струны.

В работе используется: закрепленная на станине стальная струна, набор грузов, электромагнитные датчики, звуковой генератор, двухканальный осциллограф, частотомер.

Теория: Струной в акустике называют однородную тонкую гибкую упругую нить. Примерами могут служить сильно натянутый шнур или трос, струны гитары, скрипки и других музыкальных инструментов. В данной работе изучаются поперечные колебания стальной гитарной струны, натянутой горизонтально и закрепленной между двумя неподвижными зажимами. Основное свойство струны — гибкость — обусловлено тем, что её поперечные размеры малы по сравнению с длиной. Это означает, что напряжение в струне может быть направлено только вдоль неё, и позволяет не учитывать изгибные напряжения, которые могли бы возникать при поперечных деформациях (то есть при изгибе струны)

Второй закон Ньютона для вертикального движения элемента струны запишется в следующем виде:

$$\delta_m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2$$

Основываясь на предположении, что отклонения струны от положения равновесия малы, можем сделать ряд упрощений:

1. Длина участка струны в смещенном состоянии практически равна длине участка в положении равновесия *, поэтому добавочным напряжением вследствие удлинения струны при деформации можно пренебречь. Следовательно, силы T_1 и T_2 по модулю равны силе натяжения струны: $T_1 \approx T_2 \approx T$.

2. Углы наклона α малы, поэтому $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$, и, следовательно, можно положить $\alpha \approx \frac{\partial y}{\partial x}$

Тогда волновое уравнение примет вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \text{ где } u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$$

Стоячие волны на струне с закреплёнными концами образуются, только если на длине струны укладывается целое число полуволн: $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

Поскольку длина волны однозначно связана с её частотой, струна может колебаться только с определёнными частотами: $\nu_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$

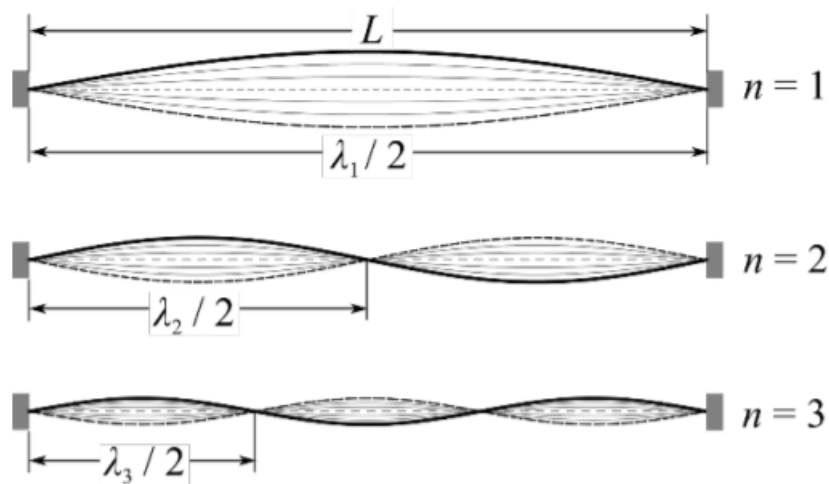


Рис. 1: Стоячие волны (собственные моды колебаний струны) для $n = 1, 2, 3$

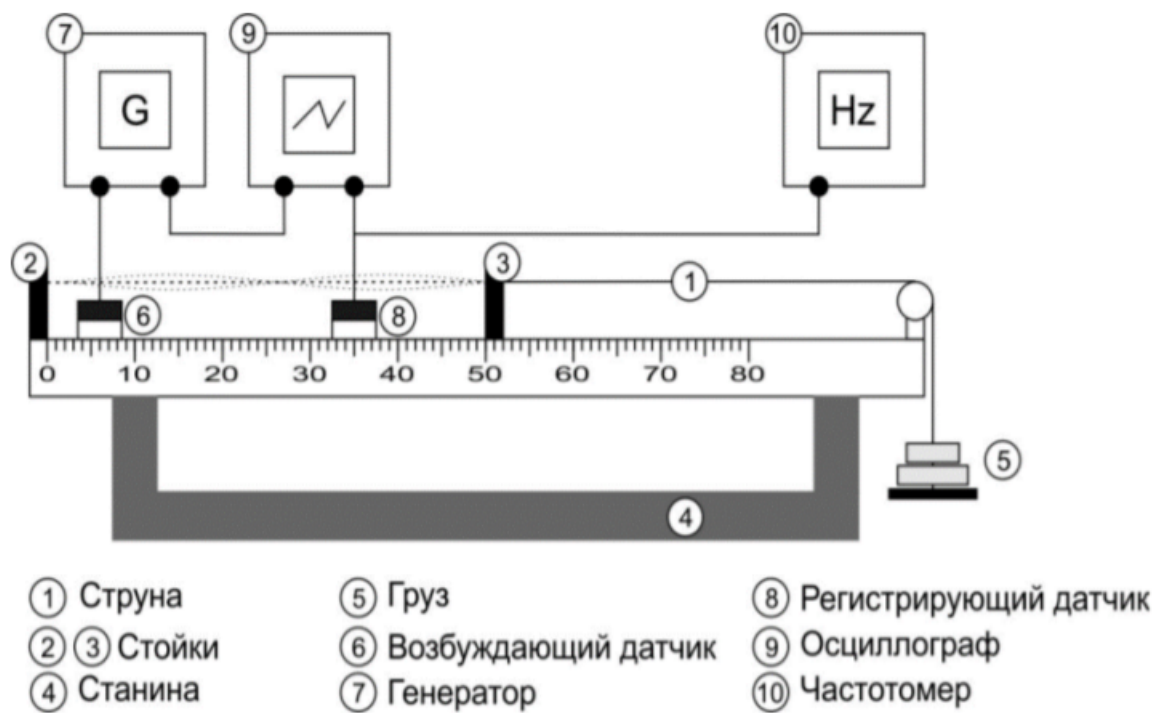


Рис. 2: Экспериментальная установка

Ход работы:

1. Проведем предварительные расчёты. Оценим скорость распространения волны u по формуле: $u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$, где $T = 12,3$ Н, $\rho_l = 568,4$ мг/м, Тогда $u = 151$ м/с.

Также рассчитаем частоту основной гармоники ν_1 по формуле: $\nu_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$,

$$\sigma \nu_n = \nu_n \frac{\sigma L}{L}, L = 50,0 \pm 0,1 \text{ см.}$$

$$\nu_1 = (15,1 \pm 0,1) * 10 \text{ Гц}$$

2. Запишите значения частот ν_n стоячих волн, которые удастся пронаблюдать, изменяя частоту генератора.

n	ν , Гц
1	151,2
2	306,5
3	453,6
4	604,8
5	756,0

Таблица 1: Частоты наблюдаемых стоячих волн

3. Проведем измерения частот для четных и нечетных гармоник стоячих волн при разных натяжениях струны. Данные занесем в таблицы 2-6. Погрешность измерения частоты данным способом имеет значение $\sigma \nu_n = \pm 1$ Гц, данное значение получено экспериментально.

n	ν , Гц
1	181
2	365
3	549
4	733
5	906
6	1095
7	1273
8	1467
9	1636

n	ν , Гц
1	205
2	412
3	619
4	824
5	1030
6	1238
7	1444
8	1655
9	1861

Таблица 2: Частоты при $T=17,1$ Н Таблица 3: Частоты при $T=21,9$ Н

n	ν , Гц
1	229
2	460
3	687
4	940
5	1147
6	1379
7	1609
8	1843
9	2075

Таблица 4: Частоты при $T=26,8$ Н

n	ν , Гц
1	249
2	499
3	746
4	996
5	1244
6	1492
7	1745
8	1993
9	2249

Таблица 5: Частоты при $T=31,7$ Н

n	ν , Гц
1	262
2	524
3	786
4	1048
5	1312
6	1575
7	1837
8	2099
9	2366

Таблица 6: Частоты при $T=35$ Н

4. Построим график (Рис.3) зависимости частоты от номера гармоники для 5 натяжений проволоки.

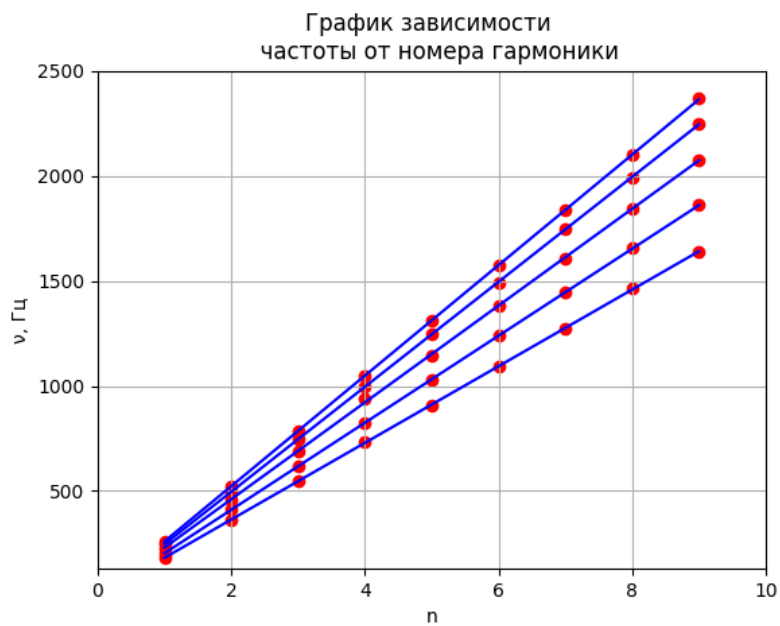


Рис. 3:

5. Вычислим скорость волн u по наклону прямой по МНК, также вычислим погрешность. Результаты занесем в таблицу 7.

u м/с	173	196	218	237	248
σ_u м/с	2	2	2	3	3

Таблица 7: Значения скорости волн

6. Построим график (Рис.4) зависимости квадрата скорости волны u^2 от силы натяжения T .

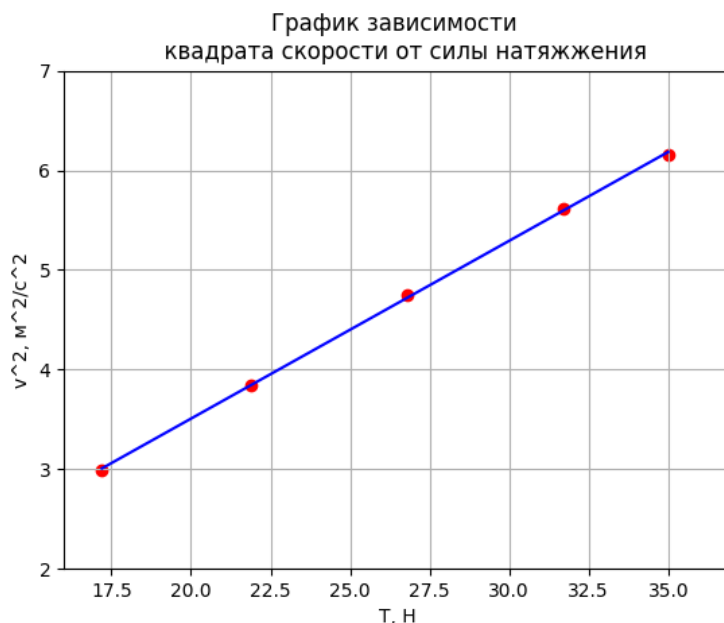


Рис. 4:

7. По наклону прямой определим погонную плотность, также определим значение погрешности по МНК. $\rho_l = (56,1 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$ кг/м. Полученное нами значение погонной плотности совпадает в пределах погрешности со значением указанным на установке (568,4 мг/м).
8. Благодаря высокой добротности струны, возможно возбуждение её колебаний при кратных частотах генератора, меньших, чем ν_1 . Уменьшим частоту на генераторе до значения $\nu = \nu_1/2$. На осциллографе получим фигуру Лиссажу с одним самопересечением (Рис.5). Полученная фигура имеет одну точку самопересечения, так как настроенная частота отличается от резонансной в 2 раза.

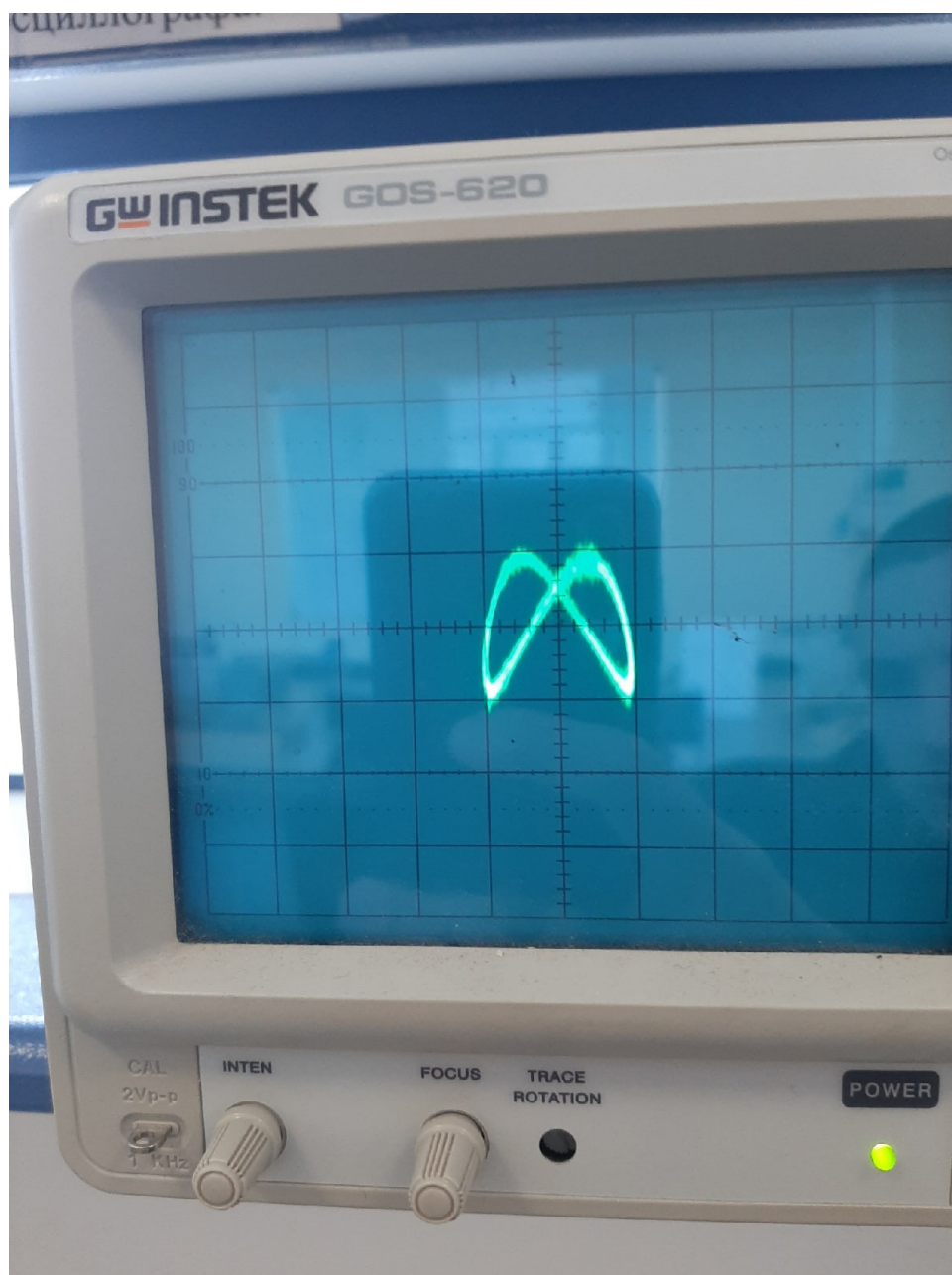


Рис. 5:

Вывод: : В данной работе мы изучили поперечные стоячие волн на тонкой натянутой струне, измерили собственные частоты колебаний струны, измерили скорость распространения поперечных волн на струне и исследовали её зависимость от натяжения струны. По полученным данным построили графики.