

Задание №1: Матрица направляющих косинусов углов Эйлера

$$\begin{aligned}
 C \cdot B \cdot A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\sin \gamma \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \gamma \cos \alpha & -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \sin \gamma - \sin \beta \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Задание №2: Кинематические и динамические уравнения Эйлера

$$\begin{cases} \omega_\xi = \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\ \omega_\eta = \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ \omega_\zeta = \dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_\xi & 0 & 0 \\ 0 & I_\eta & 0 \\ 0 & 0 & I_\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_\xi \\ \dot{\omega}_\eta \\ \dot{\omega}_\zeta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} I_\xi & 0 & 0 \\ 0 & I_\eta & 0 \\ 0 & 0 & I_\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \omega_\xi = \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\ \omega_\eta = \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ \omega_\zeta = \dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta \\ \dot{\omega}_\xi = \frac{M_1 - \omega_\zeta \omega_\eta (I_\zeta - I_\eta)}{I_\xi} \\ \dot{\omega}_\eta = \frac{M_2 + \omega_\xi \omega_\zeta (I_\zeta - I_\xi)}{I_\eta} \\ \dot{\omega}_\zeta = \frac{M_3 - \omega_\xi \omega_\eta (I_\eta - I_\xi)}{I_\zeta} \end{cases}$$

Задание №3: Матрица направляющих косинусов углов Крылова

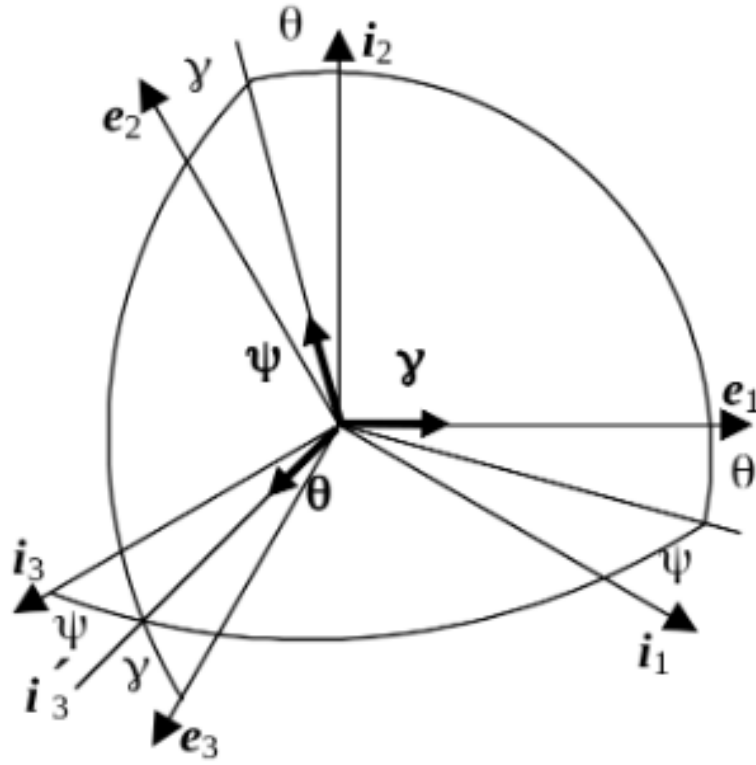


Рис. 1: Последовательность углов поворота Крылова (i исходный базис, e конечный)

1 поворот на угол рысканья ψ вокруг оси i_2

2 поворот на угол тангажа θ вокруг оси i'_3

3 поворот на угол крена γ вокруг оси e_1

$$A_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} A_\theta = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}$$

$$A = A_\gamma A_\theta A_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\cos \psi \sin \theta \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma & \sin \gamma \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \cos \gamma \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \gamma & \cos \theta \sin \gamma \\ -\sin \psi \cos \theta & \cos \gamma \sin \psi \sin \theta + \cos \psi \sin \gamma & -\sin \gamma \sin \psi \sin \theta + \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}$$