

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Отчёт по лабораторной работы 4.3.6
Саморепродукция

Выполнил студент:
Сериков Василий Романович
группа: Б03-102

Москва, 2023 г.

Аннотация

Цель работы:

Изучение явления саморепродукции и применение его к измерению параметров периодических структур.

В работе используются:

Лазер, кассета с сетками, мира, короткофокусная линза с микрометрическим винтом, экран, линейка.

Теория:

При дифракции на предмете с периодической структурой наблюдается явление саморепродукции: на некотором расстоянии от предмета вдоль направления распространения волны появляется изображение, которое потом периодически повторяется.

Найдём выражение для расстояния между этими плоскостями. Плоской монохроматической волной называется волна вида

$$E(r, t) = a_0 e^{-i(\omega t - kr - \psi_0)}$$

где амплитуда a_0 — действительная постоянная, ω — круговая частота, k — волновой вектор ($|k| = 2\pi/\lambda$), ψ_0 — начальная фаза. Колебания происходят синфазно во всех точках плоскости:

$$kr = ux + vy + \sqrt{k^2 - u^2 - v^2}z, z = \text{const.}$$

Направление распространения плоской монохроматической волны характеризуется волновым вектором k , а u и v есть проекции его на оси координат x и y соответственно. В дальнейшем мы будем опускать зависимость от времени $e^{-i\omega t}$ и использовать для описания монохроматической волны комплексную амплитуду. Для плоской волны (1) комплексную амплитуду можно представить в виде

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= a_0 e^{i\psi_0} e^{i(ux+vy)} e^{i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z} \\ &= f(x, y, 0) \cdot e^{i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z}. \end{aligned}$$

Таким образом, для того чтобы получить комплексную амплитуду плоской волны в произвольной плоскости $z = \text{const}$, надо ее значение в плоскости $z = 0$ домножить на фазовый множитель $e^{i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z}$.

Представим волну за периодическим объектом в виде суммы плоских волн разных направлений. Отдельные слагаемые плоские волны называют пространственными гармониками. Вдоль пути распространения волнового фронта на некотором расстоянии z_0 от предмета существует плоскость, где разность фазовых набегов любых пространственных гармоник (плоских волн идущих под углом θ к оси распространения), входящих в состав суперпозиции, кратна 2π . В этой плоскости фазовые соотношения между всеми плоскими волнами, входящими в состав суперпозиции, такие же, что и в предметной плоскости. Поэтому в результате интерференции этих волн возникает изображение, тождественное исходному периодическому объекту. Все сказанное справедливо для любого расстояния z_n , кратного z_0 . Для решетки с периодом d .

$$z_n = \frac{2d^2}{\lambda} n \quad (1)$$

Суть эксперимента по саморепродукции состоит в том, что дифрагированная на периодическом транспаранте (решетка, сетка) плоская монохроматическая волна лазера (лазерный пучок) воспроизводит изображение транспаранта без каких-либо оптических элементов.

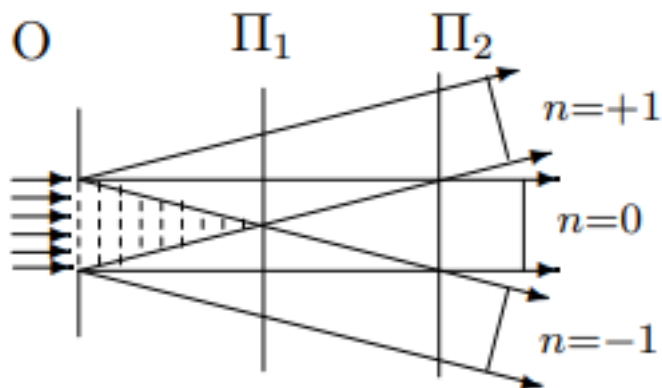


Рис. 1: Принципиальная схема дифракции на сетке. Между сеткой 0 и плоскостью П1 наблюдаются репродуцированные изображения сетки

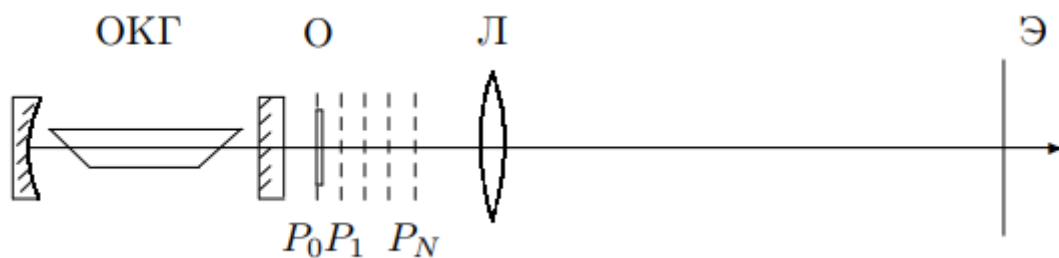


Рис. 2: Схема установки: ОКГ — гелий-неоновый лазер, 0 — двумерная решетка, РN — плоскости, где наблюдаются репродуцированные изображения, Л — короткофокусная линза, Э — экран для наблюдения изображения объекта

Ход работы:

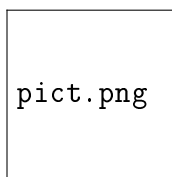
1. Определим период решёток по их пространственному спектру. Для каждой сетки определим расстояние x между соседними дифракционными максимумами на экране: измерим расстояние X между двумя достаточно удалёнными друг от друга максимумами и поделим на число промежутков m между ними ($x = X/m = f(N^{\circ})$).

По результатам измерений спектра получим период каждой решётки по формуле $d = L \frac{\lambda}{x}$, $\lambda = 532$ нм. Полученные результаты занесем в таблицу 1.

X , см	m	x , см	d , мкм	L , см
21,5	6	$3,58 \pm 0,03$	$20,7 \pm 0,3$	133 ± 2
14,2	6	$2,36 \pm 0,03$	$29,9 \pm 0,4$	
11,8	10	$1,18 \pm 0,02$	60 ± 1	
9,5	16	$0,59 \pm 0,01$	120 ± 2	
8,5	19	$0,45 \pm 0,01$	157 ± 2	

Таблица 1: Полученные значения для расстояний x между дифракционными максимумами и периода d каждой решетки. $\sigma_X = 0,2$ см

2. Исследуем зависимость интенсивности спекл-картины по пикселям.



3. Определим период решёток по изображению, увеличенному с помощью линзы. Рассчитаем периоды всех сеток $d_{\text{л}} = Da/b = f()$.

D , мм	$d_{\text{л}}$, мкм	a , см	b , см
$1 \pm 0,5$	42 ± 20	$5,6 \pm 0,5$	133 ± 2
$1,5 \pm 0,5$	63 ± 20		
$2 \pm 0,5$	84 ± 20		
$3 \pm 0,5$	126 ± 20		
$3,5 \pm 0,5$	147 ± 20		

Таблица 2: Полученные значения для периода $d_{\text{л}}$ каждой решетки.

4. Снимем зависимость $z_N = f(N)$, наблюдая на координате z_N саморепродуцированное изображение сеток. Построим графики $z_N = f(N)$. По наклону прямых с помощью $z_N = 2d^2 N / \lambda$ рассчитаем периоды сеток $d = f(N^{\circ})$.

$N^{\circ}_{\text{изм.}}$	1	2	3	4	5
z_N^1 , мм	2,0	3,2	4,1	4,9	6,3

z_N^2 , мм	2,1	3,9	5,4	7,0	8,8
z_N^3 , мм	4,1	7,0	10,0	13,8	16,6
z_N^4 , мм	11,7	29,1			
z_N^4 , мм	18,6				

Таблица 3: Полученные значения для расстояний саморепродукции z_N^i для каждой решетки. $\sigma_{z_N} = 0,1$ мм.

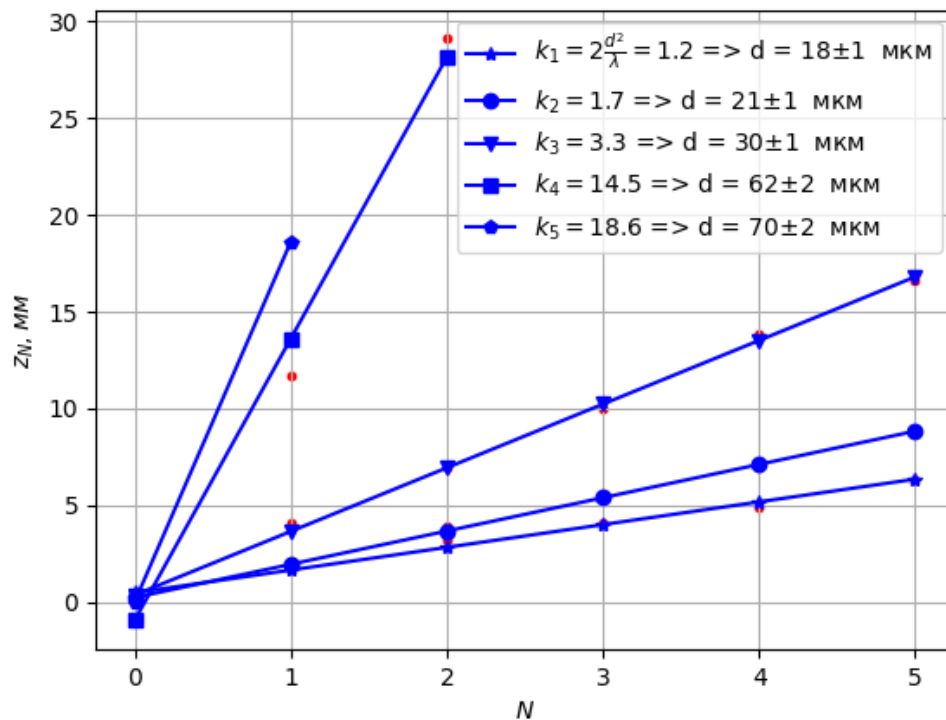


Рис. 3: График зависимости $z_N(N)$ и расчет периода для каждой сетки

Обсуждение результатов и выводы:

№	Саморепродукция, d мкм	Линза, d мкм	Дифракция, d мкм
1	18 ± 1	42 ± 20	$20,7 \pm 0,3$
2	21 ± 1	63 ± 20	$29,9 \pm 0,4$
3	18 ± 1	84 ± 20	60 ± 1
4	18 ± 2	126 ± 20	120 ± 2
5	18 ± 2	147 ± 20	157 ± 2

Таблица 4: Сводная таблица полученных результатов для периодов решеток тремя различными способами

В данной работе мы наблюдали эффект саморепродукции, определили с помощью данного

эффекта периоды различных решеток. Сравнили полученные результаты с результатами других опытов для определения периода решетки: методом линзы и дифракции.

По полученным результатам стоит отметить, что более точный результат получился методом дифракции. Метод линзы плохо показал себя на сетках с малым периодом, а метод саморепродукции наоборот на сетках с наибольшим периодом. Эти результаты объясняются большой погрешностью измерения малых расстояний в первом случае и больших расстояний во втором.