Орбитальные переходы

Маневры создаются за счет ускорения
двигательной установки.

Ускорение при отсутствии внешних сил возникает за счет импульса выпускаемых в противоположную сторону частиц.
По закону сохранения импульса скорость системы чистицы+КА при этом не меняется.

Характеристическая скорость ΔV – это скорость, которую КА развил бы в пространстве, **лишенном** полей тяготения и в **отсутствии** сопротивления движению или иного побочного силового воздействия.

Характеристическая скорость — удобная величина для рассмотрения возможностей маневрирования КА.

$$\Delta v = \int_{t_0}^{t_1} \frac{|T|}{m}\, dt$$

T — мгновенная тяга двигателя,
m — мгновенная масса корабля.

Уравнение Циолковского

Орбитальные манёвры, как правило, выполняются выбросом из ракетного двигателя рабочего тела (газов) для создания противосилы, действующей на корабль

$$\Delta v = \int_{t_0}^{t_1} |a| \, dt$$

$$F = V_{и} \, \dot{m}$$

$V_{и}$ — скорость истечения газа (рабочего тела),
$\dot{m}$ — массовый расход рабочего тела.

Ускорение, вызванное этой силой

$$\dot{v} = \frac{F}{m} = V_{и} \frac{\dot{m}}{m}$$

Меняя переменную уравнения с времени t на массу корабля m, получаем

$$\Delta v = -\int_{m_0}^{m_1} V_{и} \frac{dm}{m}$$

$$\Delta v = V_{и} \, \ln\left(\frac{m_0}{m_1}\right)$$

Типы двигателей

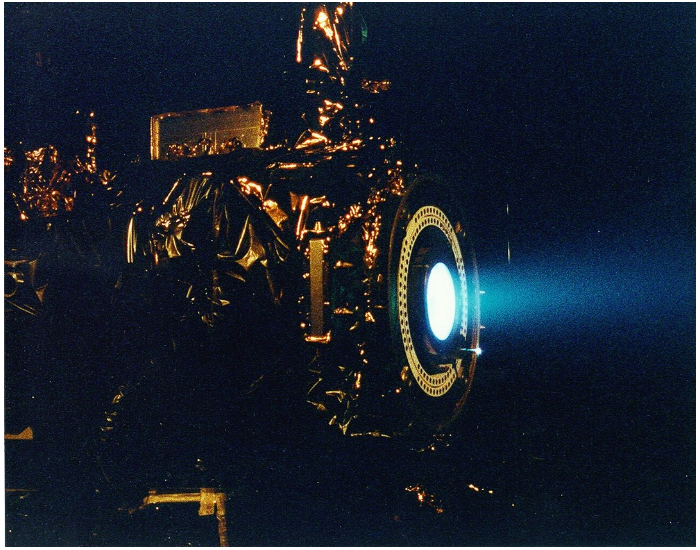
- холодный газ

- горячий газ
– моно
– двухкомпонентный
– нагреватель

- ионные

- *ядерные

Другие
- солнечный парус



Движение в космосе:
+ почти нет сил сопротивления
± есть силы притяжения

Когда можно **пренебрегать** орбитальной динамикой
и использовать законы прямолинейного движения?

Малое расстояние и малое время.

Разница сил притяжения и **длительность** их действия **мала** по сравнению с силой **двигательной установки**.

Например: движение брошенных предметов вблизи МКС в течение **короткого** времени.

Но в большинстве случаев действие сил притяжения играет
определяющую роль в динамике движения.

В общем виде маневр представляет участок орбиты, где создается ускороение. Маневры могут быть или почти мгновенными или длиться несколько минут или часов или продолжаться на протяжении всей орбиты (ионный двигатель, солнечный парус)

Текущие двигатели КА могут работать либо долго и слабо,
либо «сильно» и коротко.

Будем рассматривать случаи, когда отрезок
маневрирования мал по сравнению с отрезком
«свободного» движения
(свободное падение согласно ОТО).

В этом случае задачей маневрирования является **переход**
на нужную **орбиту**.

Импульсное приближение для маневров

В импульсном приближении результат маневра это изменение скорости без изменения положения

поэтому можно представить, что
$r_2 = r_1$ и $v_2 = v_1 + \Delta v$

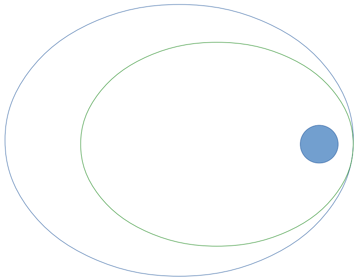
Новая орбита может быть расчитана исходя из новой скорости и положения (**r**,**v**)->(elements)

Справедливо и обратное.
Если **желаемая** орбита **пересекается** с **текущей**, то требуемый импульс для перехода равен разнице скоростей в **точке пересечения**.

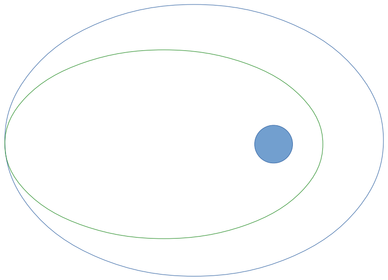
В этом случае (импульсное приближение) задача расчета маневрирования сводится к поиску **пересечений** текущей орбиты и промежуточных орбит и целевой орбиты. А также времени.

Изменение апсид

Маневр в
перицентре



Маневр в
апоцентре



Гомановский переход

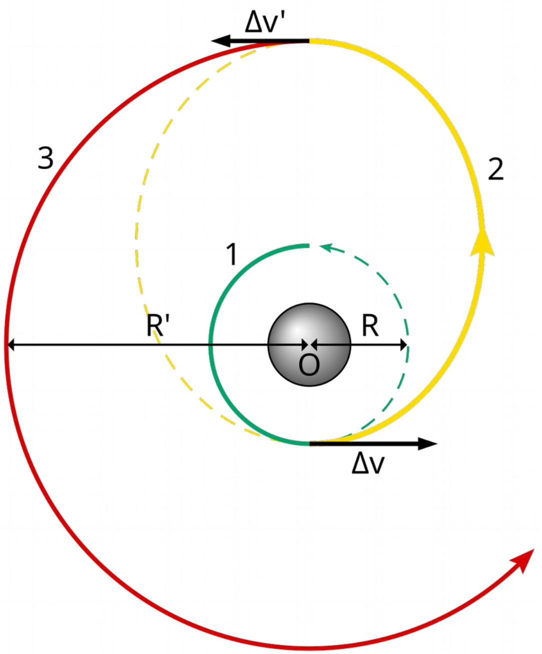
Удельная энергия орбиты

$$\varepsilon = -\frac{\mu}{2a}$$

Энергия орбиты как сумма кинетической и потенциальной

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{-GMm}{2a}$$

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

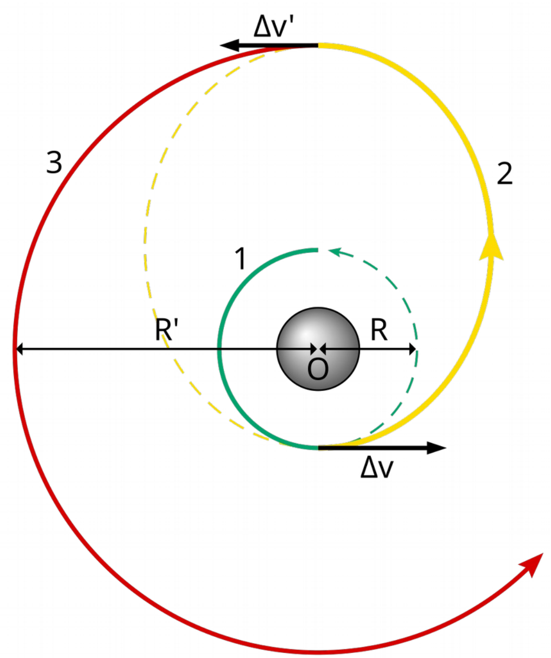


$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right)$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right)$$

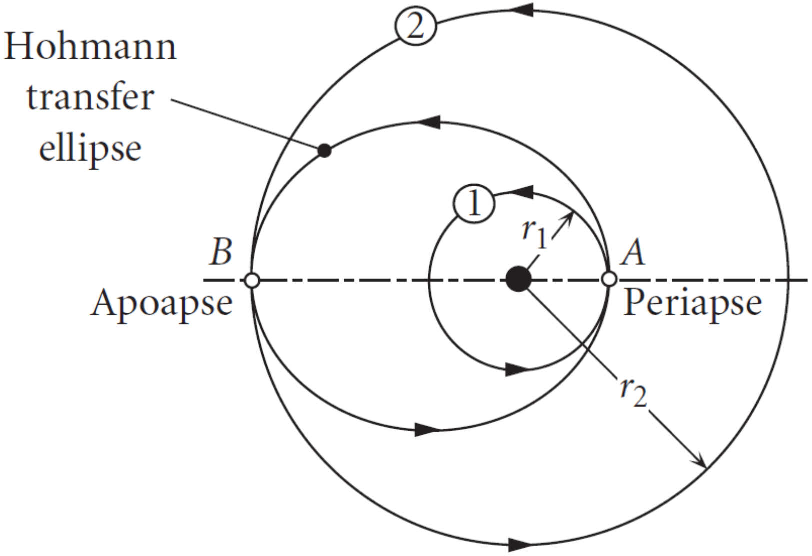
$$\Delta v_{\text{total}} = \Delta v_1 + \Delta v_2$$

$$t_{\mathrm{H}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi^2 a_{\mathrm{H}}^3}{\mu}} = \pi\sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^3}{8\mu}}$$



Гомановский переход

Максимальное Δv достигается при различии радиусов орбит 15.58 раз



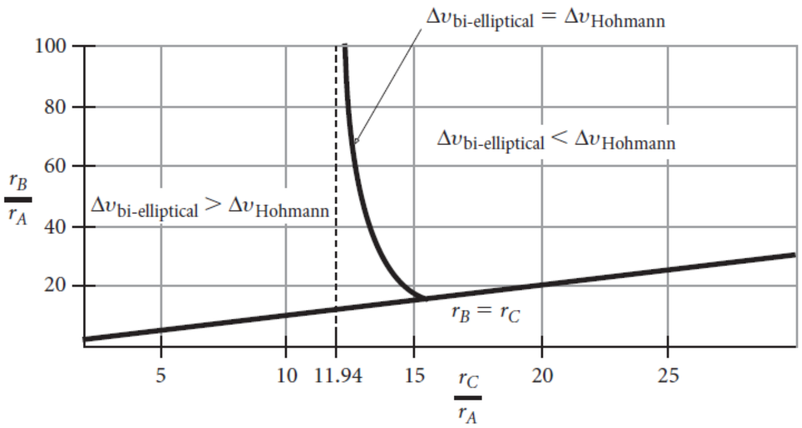
Howard D. Curtis Orbital Mechanics for Engineering Students

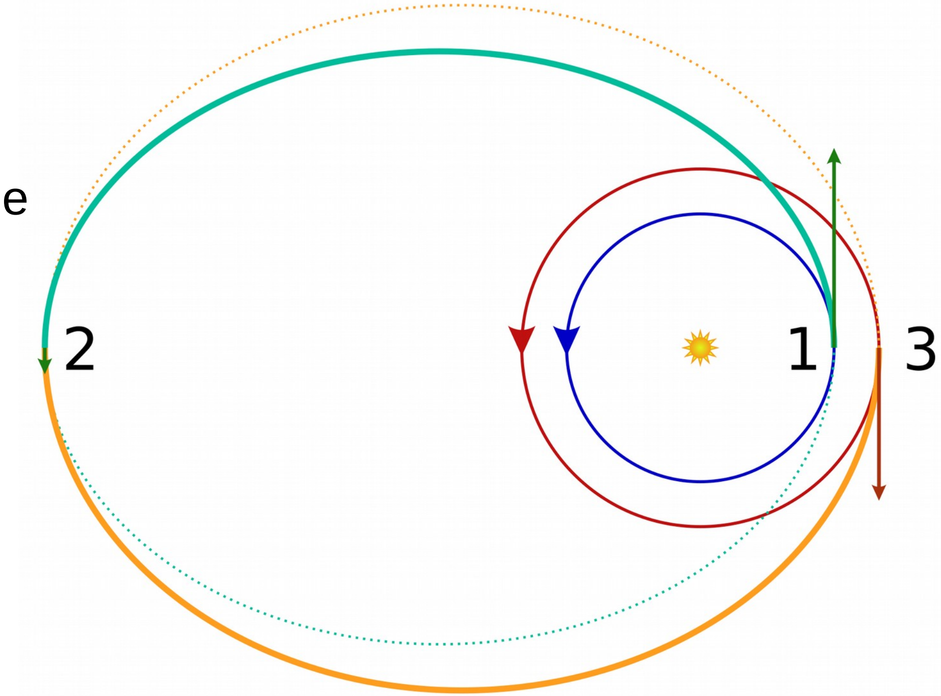
Би-эллиптический переход

Выгоднее, чем Гомановский переход только при отношении радиусов орбит > 12.

Выгода небольшая.

Время выполнения маневра на порядок больше Гомановского перехода.

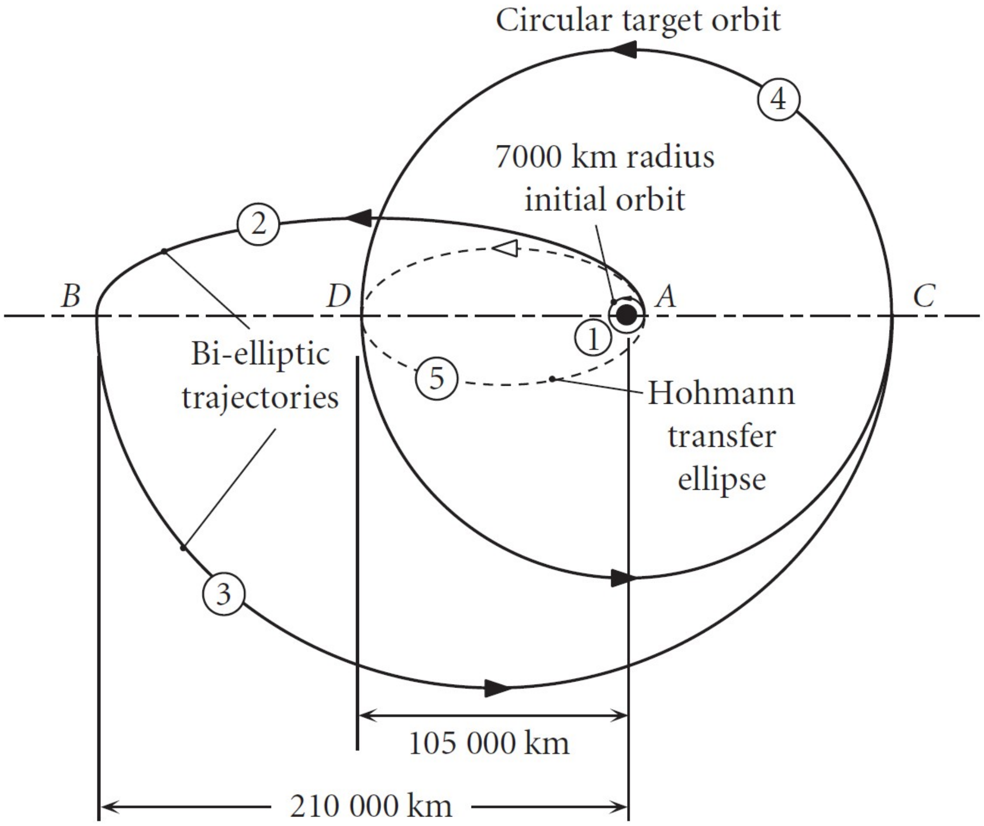




Howard D. Curtis Orbital Mechanics for Engineering Students

$$\Delta v_{total})_{Hohmann} = 4.0463 \text{ km/s}$$

$$\Delta v_{total})_{bi\text{-}elliptical} = 4.0285 \text{ km/s}$$



Howard D. Curtis Orbital Mechanics for Engineering Students

Задача маневрирования

Задача

Текущая орбита известна. (Известны орбитальные элементы).

Целевая орбита известна. (Известны орбитальные элементы целевой орбиты).

Требуется получить $\boldsymbol{\Delta V}$ и t_0 для маневра.

Общий подход к решению:

- Найти $\boldsymbol{\Delta V}$

Для этого находится **точка пересечения** r текущей и целевой орбиты.
Разница скоростей в этой точке является требуемым $\boldsymbol{\Delta V}$

- Найти t_0 маневра

Для этого найдо найти сколько времени пройдет с текущего момента.

- Найти t_0 маневра

Для этого найдо найти сколько времени Δt пройдет с текущего момента $t_{current}$.

$$t_0 = t_{current} + \Delta t$$

Для нахождения Δt используется средняя аномалия M_0 **места** маневра и текущая средняя аномалия $M_{current}$.

$$M_0 = M_{current} + \Delta M + k*2\pi$$

Текущая $M_{current}$ находится из текущих орбитальных элементов.

M_0 **места** маневра находится из **истинной аномалии** места маневра υ_0 с помощью уравнения Кеплера

Истинная аномалия места маневра υ_0 находится из точки пересечения r с помощью алгоритма $\boldsymbol{r,v} \rightarrow$ *(elements)*

Произвольная орбита

Задача
Текущая орбита известна. (Известны орбитальные элементы).
Целевая орбита известна. (Известны орбитальные элементы целевой орбиты).
Требуется получить $\boldsymbol{\Delta V}$ и t_0

Набор маневров для достижения **произвольной** целевой орбиты
(без учета оптимальности):

— Изменение плоскости орбиты

— Изменение высоты орбиты
(Гомановский переход)

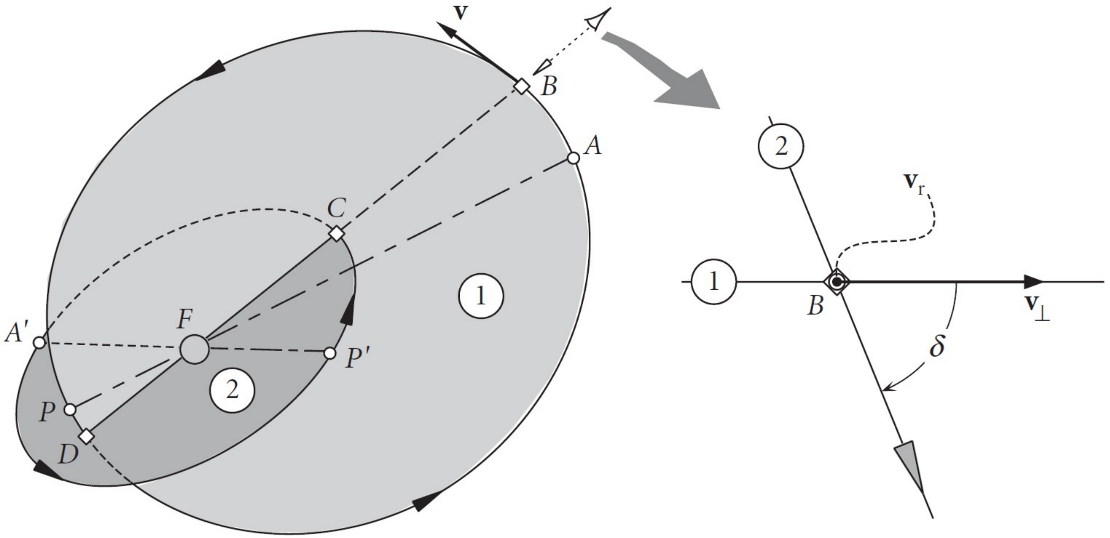
— Изменение эксцентриситета орбиты
(изменение апоцентра или перицентра)

— Изменение аргумента перицентра
орбиты

— Изменение истинной аномалии
(фазирование)

Смена плоскости орбиты

Произвольная смена плоскости



Частные случаи:

Смена долготы восходящего узла Ω

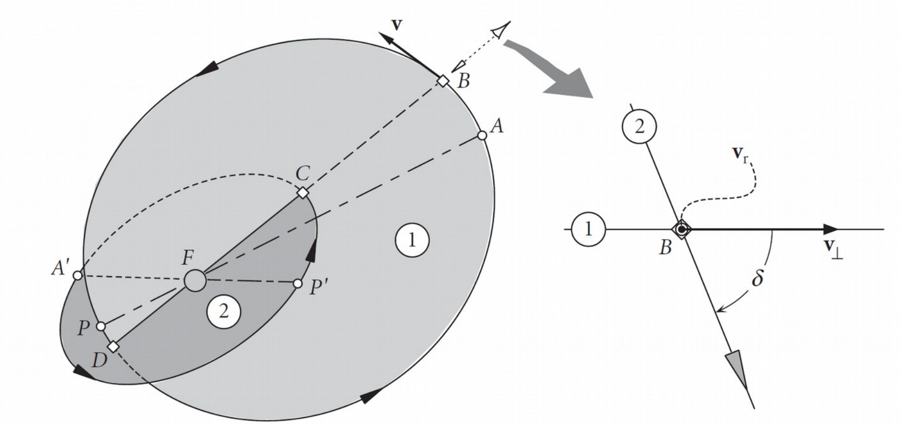
Смена наклонения i

Смена плоскости является очень дорогим маневром.
На низких орбитах для изменения плоскости на 1° приходится тратить 140м/с.
Этого достаточно для изменения высоты на 240 км.
Смена плоскости орбиты становится **дешевле** на **больших** расстояниях от Земли, где орбитальная скорость **ниже**.

Расчет маневра смены плоскости

Расчет маневра смены плоскости:

Найти точки пересечения орбит.
Расчитать разницу скоростей.



Точки пересечения орбит.
При повороте плоскости орбиты считаем остальны орбитальные параметры неизменными.

Точки пересечения находятся:
- найти линию пересечения как векторное произведение **момента импульса текущей** и **новой** орбиты

- найти **истинную аномалию** точки пересечения как **угол** между **осью апсид** и **линией пересечения**. (через угол до линии узлов и аргумент перицентра)

- найти **координаты** точки пересечения.

- вычислить разницу скоростей

**Смена долготы восходящего
узла Ω**

Поворот орбиты вокруг полюса.

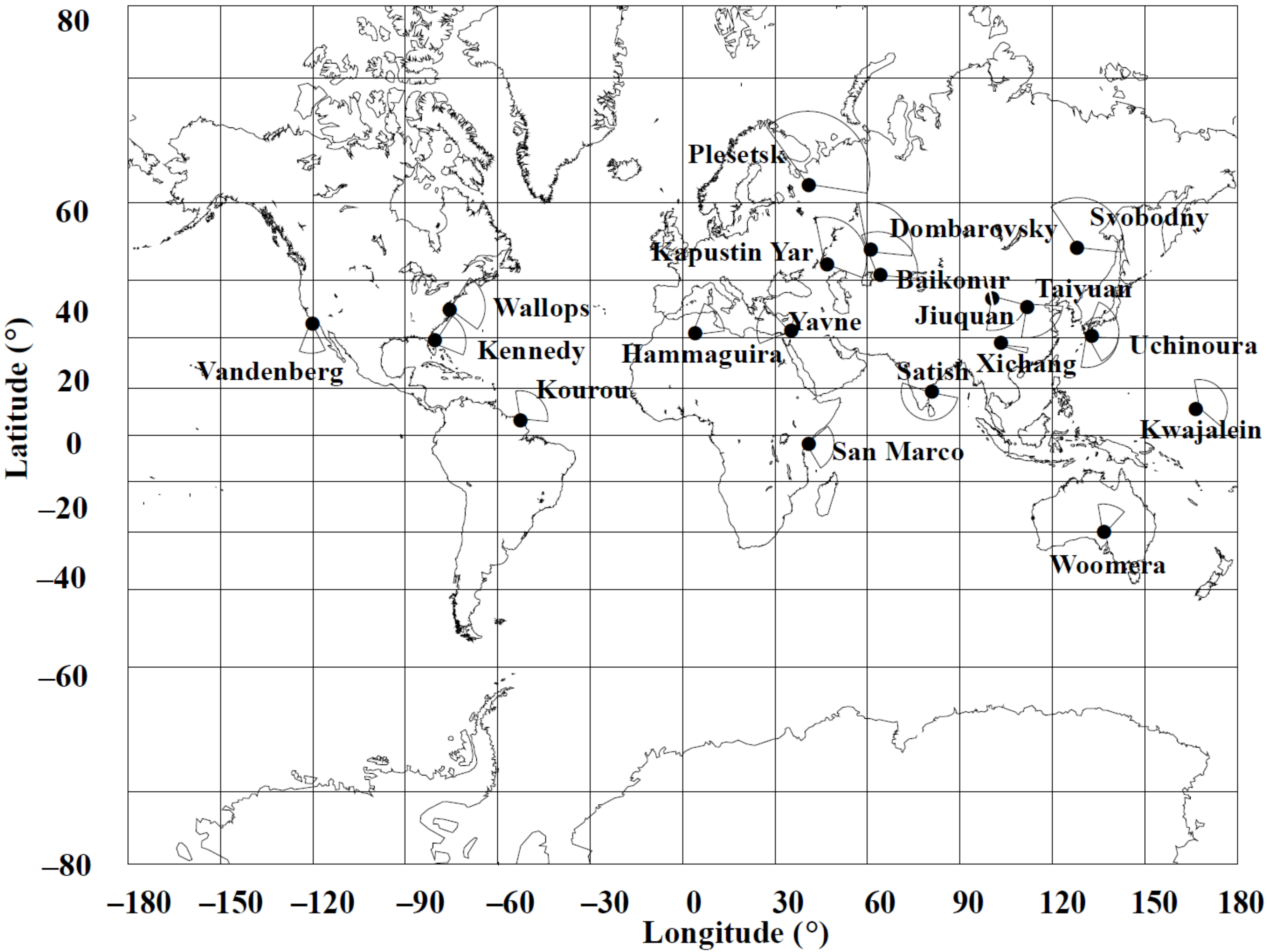
Нахождение точки пересечения текущей и
целевой орбиты.

Смена наклонения *i*

Поворот орбиты вокруг линии узлов (пересечени орбиты и экватора)

Всегда осуществляется **над экватором**. В одной из двух точек
пересечения орбиты и плоскости экватора (**восходящий узел**
или **нисходящий узел**)

Смена плоскости возможно производить в несколько этапов.


Plesetsk
Dombarovsky
Svobodny
Kapustin Yar
Baikonur
Taiyuan
Wallops
Jiuquan
Yavne
Kennedy
Hammaguira
Uchinoura
Xichang
Vandenberg
Satish
Kourou
Kwajalein
San Marco
Woomera
80
60
40
20
0
−20
−40
−60
−80
Latitude (°)
−180
−150
−120
−90
−60
−30
0
30
60
90
120
150
180
Longitude (°)

Изменение фазового угла

$$t = \frac{T_1}{2\pi}(E - e_1 \sin E)$$

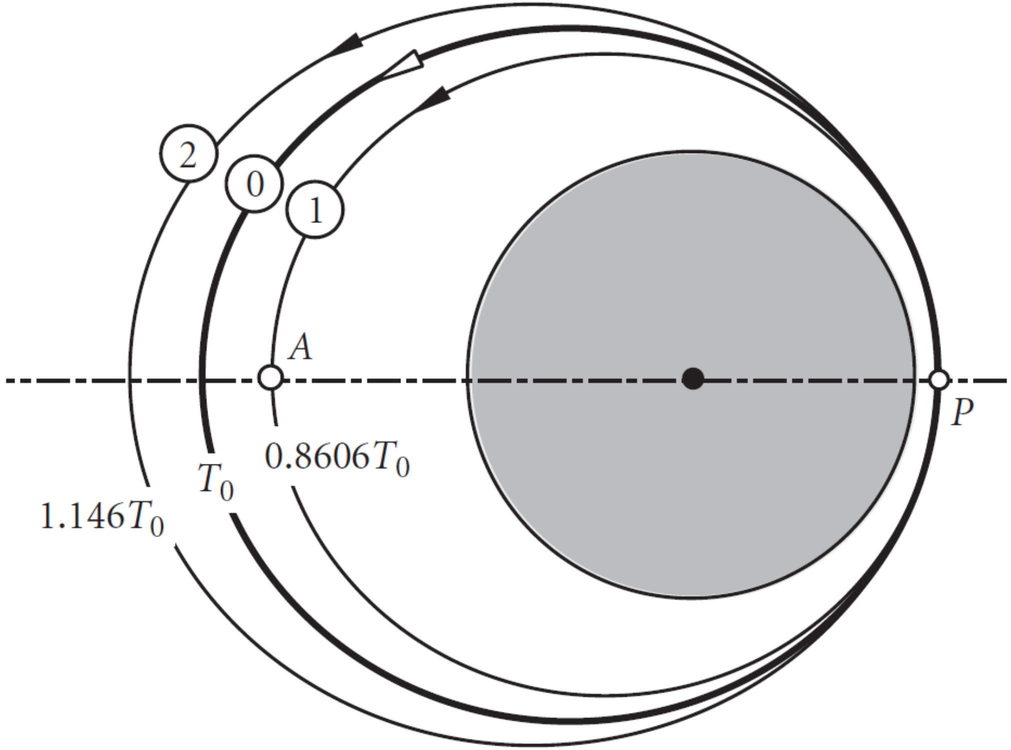
$$E = 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-e_1}{1+e_1}}\tan\frac{\phi}{2}\right)$$

Период орбиты
фазирования

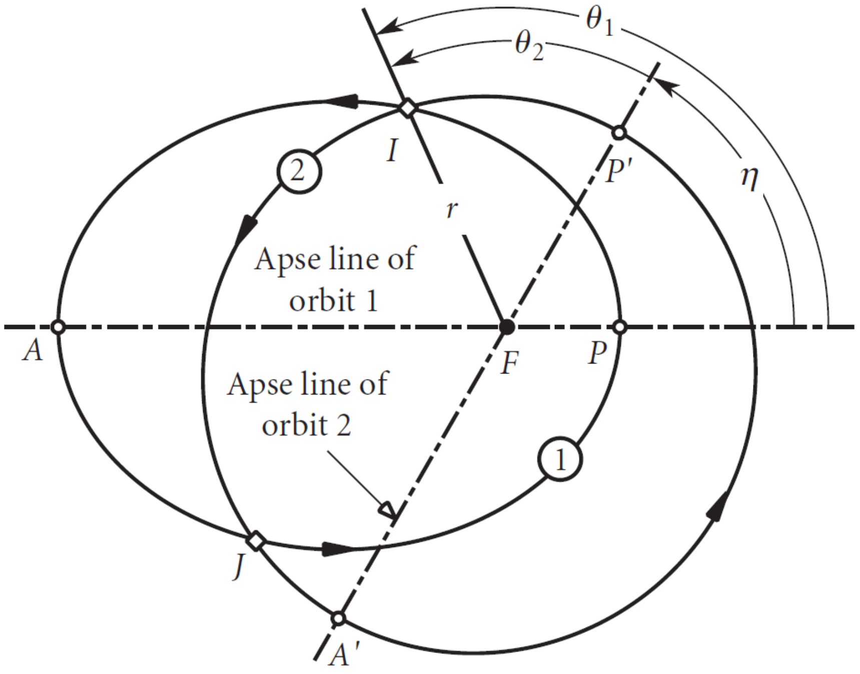
$$T_2 = T_1 - t$$

$$a_2 = \left(\frac{\sqrt{\mu}T_2}{2\pi}\right)^{2/3}$$

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$



Изменение аргумента перицентра



Надо найти точку пересечения

Приравниваем расстояние до Земли в точке пересечения орбит

$$r = \frac{h_1^2}{\mu}\frac{1}{1 + e_1\cos\theta_1} \quad \text{(orbit 1)}$$

$$r = \frac{h_2^2}{\mu}\frac{1}{1 + e_2\cos\theta_2} \quad \text{(orbit 2)}$$

$$e_1 h_2^2\cos\theta_1 - e_2 h_1^2\cos\theta_2 = h_1^2 - h_2^2$$

$$\cos(\theta_1 - \eta) = \cos\theta_1\cos\eta + \sin\theta_1\sin\eta$$

$$\theta_2 = \theta_1 - \eta$$

$$a\cos\theta_1 + b\sin\theta_1 = c$$

$$a = e_1 h_2^2 - e_2 h_1^2\cos\eta \qquad b = -e_2 h_1^2\sin\eta \qquad c = h_1^2 - h_2^2$$

$$\boxed{\theta_1 = \phi \pm \cos^{-1}\left(\frac{c}{a}\cos\phi\right) \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{b}{a}}$$

Теперь можно найти координату точки пересечения и разницу скоростей.

Обратная задача

$$\tan\theta_2 = \frac{(v_{\perp_1} + \Delta v_\perp)(v_{r_1} + \Delta v_r)}{(v_{\perp_1} + \Delta v_\perp)^2 e_1\cos\theta_1 + (2v_{\perp_1} + \Delta v_\perp)\Delta v_\perp}\frac{v_{\perp_1}^2}{(\mu/r)}$$

Howard D. Curtis Orbital Mechanics for Engineering Students

Фазирование

Задача фазирования — переход на орбиту с другим периодом, чтобы за один или несколько оборотов оказаться в **заданной точке** целевой орбиты в **заданное время**.

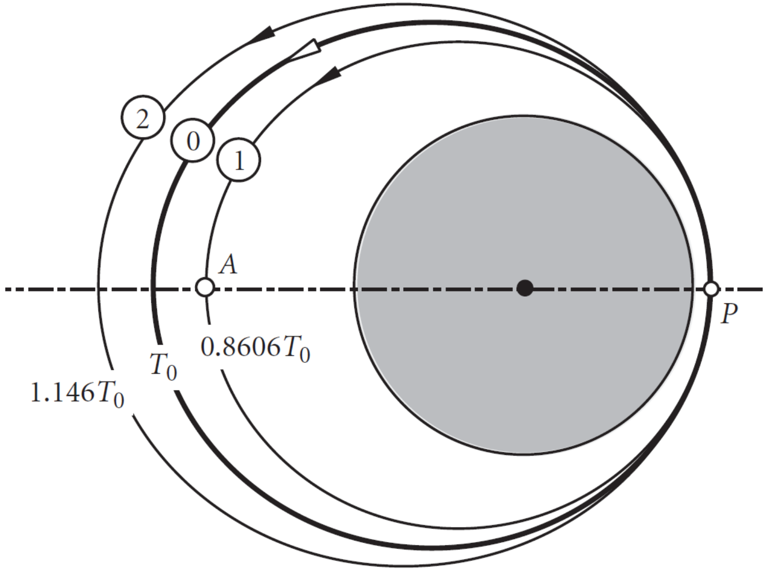
Применение

- Вывод аппарата на нужную точку геостационарной орбиты. (Заданная точка **движется** по орбите над постоянным местоположением на Земле)

- Стыковка с космической станцией (МКС)

- Разведение космических аппаратов на заданное расстояние на одной орбите. (Starlink)

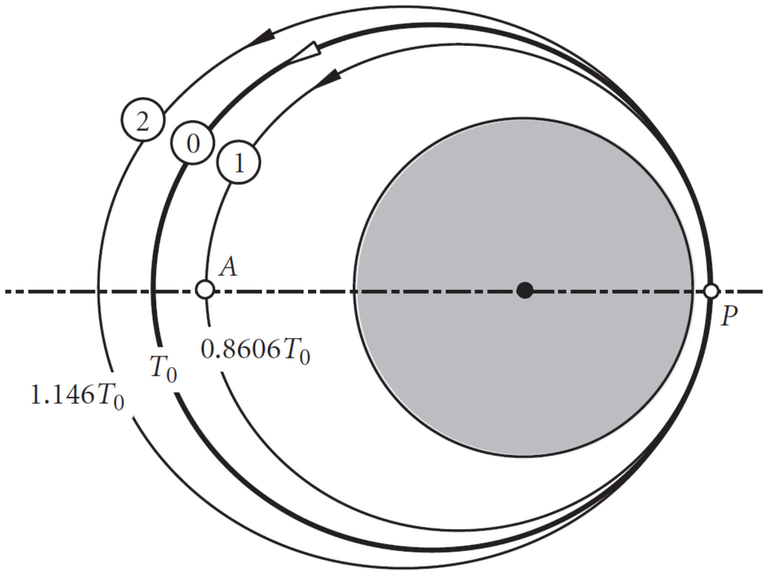
- Коррекция времени наблюдения аппарата с Земли (GPS)



Расчет

Выбирается точка на целевой орбите. Орбита фазирования должна **касаться** целевой орбиты в выбранно точке.
Тогда эта точка будет находиться одновременно на обоих орбитах.

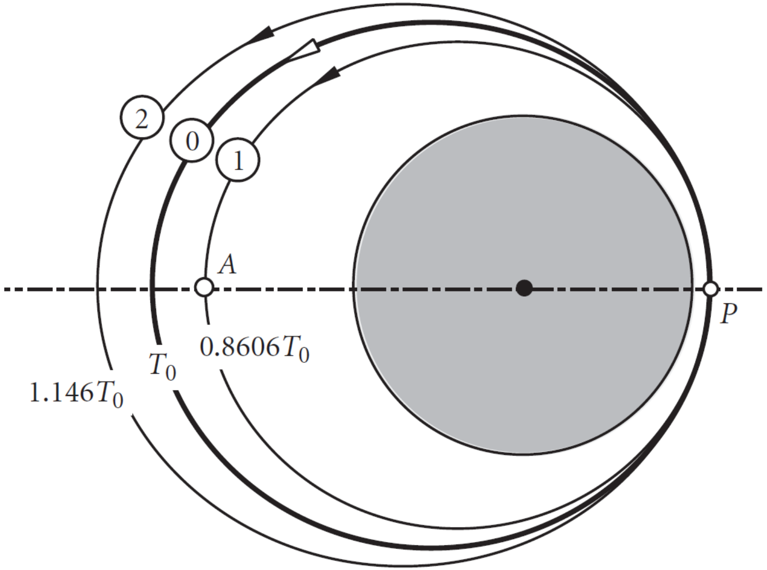
Эта точка является местом осуществления маневров.



Рассматриваем случай **совпадающих круговых** орбит.

Вычисляется разница углов υ между **текущим** положением и положением **целевой** точки.

Вычисляется **период** для орбиты фазирования. Период орбиты **фазирования** должен отличаться от периода **целевой** орбиты на время, которое требуется для преодоления угла υ движением по целевой орбите.



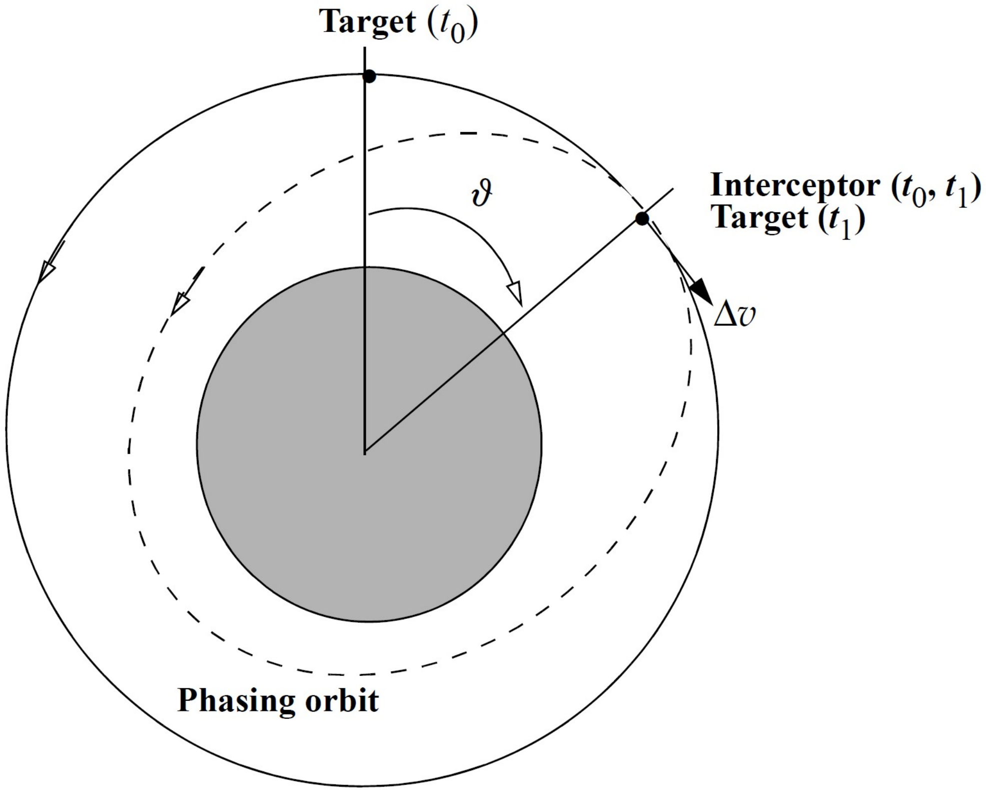
$$\tau_{phase} = \Delta t = t_1 - t_0 = \frac{k_{tgt}(2\pi) + \vartheta}{\omega_{tgt}}$$

Вычисляется большая полуось орбиты фазирования

$$a_{phase} = \left(\mu\left(\frac{\tau_{phase}}{k_{int}(2\pi)}\right)^2\right)^{1/3}$$

Так как орбиты касаются друг друга, то апогей (или перигей) орбиты фазирования будет равен радиусу целевой орбиты.

В случае более **высокой** орбиты фазирования
перигей орбиты фазирования должен оставаться **достаточнро высоким**, чтобы КА не затормозил об атмосферу.

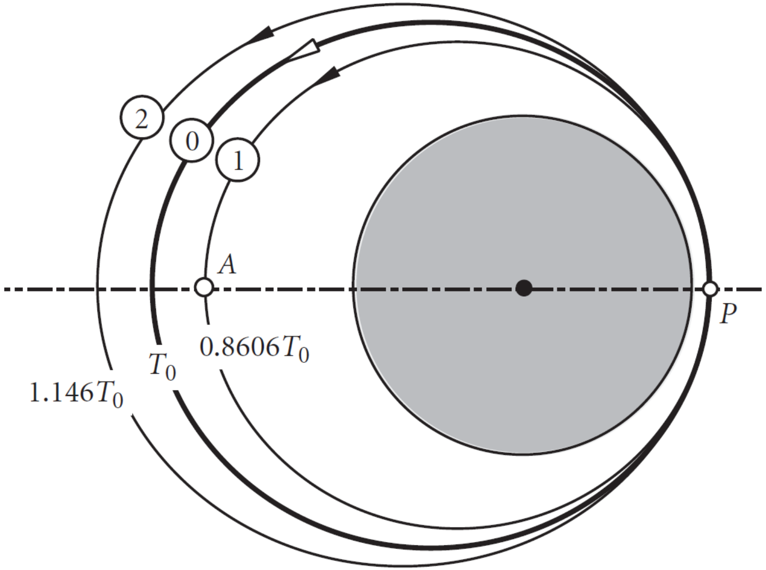


D.Vallado Fundamentals of astrodynamics and applications

Вычисляется разница скоростей между текущей орбитой и орбитой фазирования

После одного или нескольких оборотов осуществляется переход на целевую орбиту в точке касания орбит.

Для случая круговых орбит переход на орбиту фазирования стоит столько же, сколько и обратный переход на целевую орбиту.



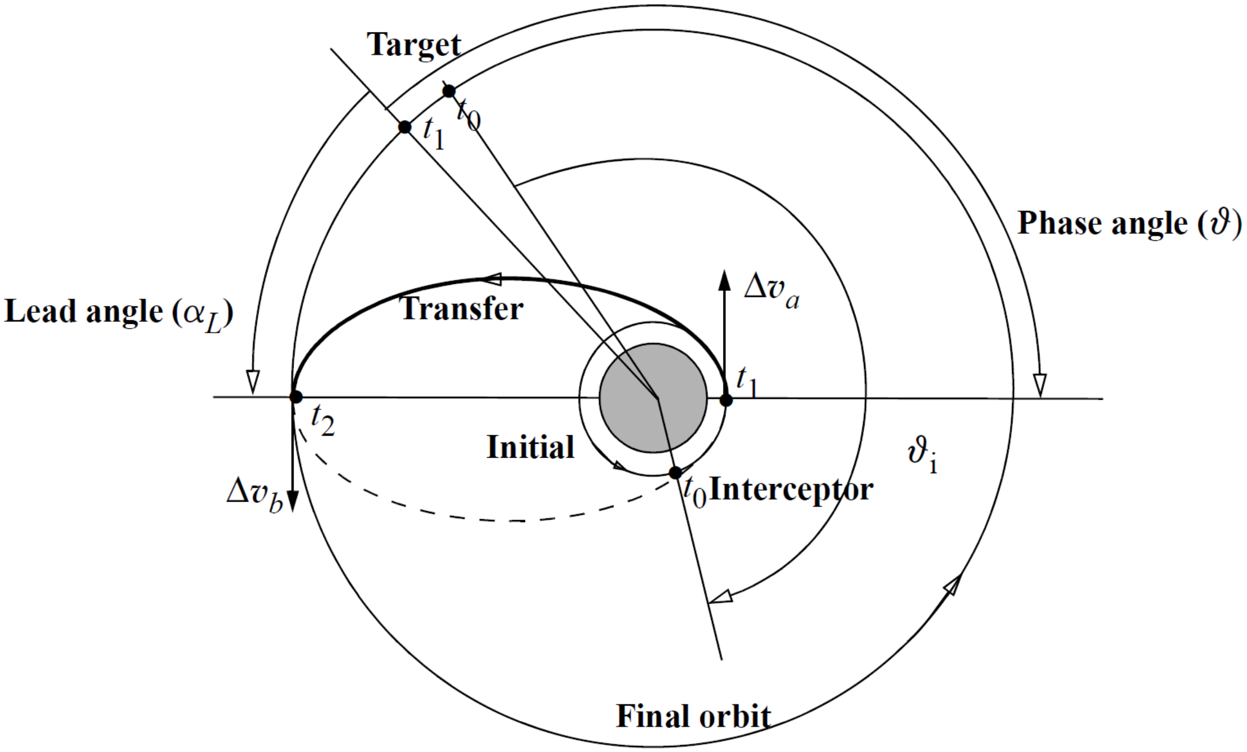
Орбитальные переходы с ожиданием.

Угол

$$\alpha_L = \omega_{tgt}\tau_{trans}$$

Время ожидания

$$\tau_{wait} = \frac{\vartheta - \vartheta_i + 2\pi k}{\omega_{int} - \omega_{tgt}}$$



Эффект Оберта