

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Отчёт по лабораторной работы 2.2.1
ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ ДИФФУЗИИ ГАЗОВ.

Выполнил студент:
Сериков Василий Романович
группа: Б03-102

Москва, 2022 г.

Аннотация

Цель работы: Регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов. Определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

Приборы: Измерительная установка, форвакуумный насос, баллон с газом, манометр, источник питания, компьютер с программой.

Теоретические сведения и методика измерений: Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о взаимной (или концентрационной) диффузии. В системе из двух компонентов зависимость плотности потока компонентов $j_{a,b}$ от их концентрации $n_{a,b}$, подчиняются *закону Фика*:

$$j_{a,b} = -D\nabla n_{a,b}$$

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха в тонкой трубе. Давление и температура в условиях опыта предполагаются неизменными. Поэтому для любых изменений концентрации справедливо $\Delta n_{He} = -\Delta n_{возд.}$, где n_{He} , $n_{возд.}$ – концентрации гелия и воздуха соответственно. Значит, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например для гелия.

$$j_{He} = -D \frac{\partial n_{He}}{\partial x}$$

В силу того, что в работе концентрация гелия должна быть мала и из-за того, что атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух, средняя тепловая скорость частиц гелия велика по сравнению с частицами воздуха, а значит, перемешивание газов в данном эксперименте можно приближенно описывать диффузией примеси легких частиц гелия на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен.

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}; \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

Для исследования взаимной диффузии газов и измерения коэффициента взаимной диффузии D используется два сосуда объемами V_1 и V_2 ($V_1 \approx V_2 = V$), соединенные трубкой длины L и сечения S . Предполагается, что сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии, проходящей в соединительной трубке, концентрации компонентов в сосудах с течением времени выравниваются.

Диффузия – относительно медленный процесс, и для его наблюдения необходимо отсутствие конвекции, т. е. макроскопических течений газа. Для этого необходимо обеспечить равенство давлений и температур в сосудах до начала измерений.

В данном опыте объем трубки сильно меньше объема сосуда, чтобы можно было считать концентрацию компонентов не зависящей от координат.

Зависимость концентрации от времени в данном эксперименте:

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x} = const$$

Следовательно, распределение концентрации в трубке $n(x)$ — линейная функция:

$$n(x) = \frac{\Delta n}{L}x$$

и плотность потока частиц всюду постоянна и равна

$$j = -D \frac{\Delta n}{L}$$

Произведение плотности потока на площадь сечения трубки S даёт количество частиц, пересекающих в единицу времени любое поперечное сечение трубки. Поэтому

$$\frac{dN_1}{dt} = jS,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -jS$$

Выразим отсюда скорость изменения Δn . Вычитая из второго равенства первое и деля результат на объём сосуда V

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau}$$

где

$$\tau = \frac{VL}{2SD}$$

Получаем, что разность концентраций будет убывать по экспоненциальному закону

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

где Δn_0 — разность концентраций примеси в сосудах в начальный момент времени. Видно, что величина τ есть характерное время выравнивания концентраций между сосудах. Оно определяется геометрическими размерами установки и коэффициентом диффузии. Отметим, что для применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время процесса τ много больше характерного времени диффузии отдельной частицы вдоль трубки L , которое согласно закону Эйнштейна–Смолуховского по порядку величины равно

$$\tau \sim \frac{L^2}{2D}$$

Таким образом, необходимо выполнение неравенства $\tau \ll \tau_{\text{диф}}$, что может быть переписано как $SL \ll V$, то есть объём трубки должен быть много меньше объёма сосудов. Кроме того, если сосуды расположены вертикально, может возникнуть вопрос о влиянии силы тяжести на диффузию. Влиянием гравитации можно пренебречь, если перепад потенциальной энергии в сосуде много меньше энергии теплового движения частиц $mgh \ll k_B \cdot T$. Нетрудно проверить, что для молекулярной диффузии в нашем эксперименте это выполняется с большим запасом.

Для измерения разности концентраций в установке применяются датчики теплопроводности. При этом используется тот факт, что теплопроводность смеси зависит от её состава. В общем случае зависимость довольно сложна, однако при малой разности концентраций в сосудах можно ожидать, что разность теплопроводностей будет изменяться прямо пропорционально Δn :

$$\Delta \kappa = \kappa(n_2) - \kappa(n_1) \approx \text{const} \cdot \Delta n$$

Эксперименты показывают, что если доля примеси гелия составляет менее 15%, отклонение от линейной зависимости не превышает 0,5%, что для наших целей вполне достаточно. Для измерения сопротивлений используется мостовая схема, позволяющая определять разность показаний датчиков с высокой точностью. Мост балансируется при заполнении сосудов одной и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «дизбаланс» моста. При незначительном различии в составах смесей показания вольтметра, подсоединённого к диагонали моста, будут пропорциональны разности концентраций примеси.

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Где U_0 – показание гальванометра в начальный момент времени. Из зависимости напряжения от времени можно получить соответствующее значение коэффициента диффузии.

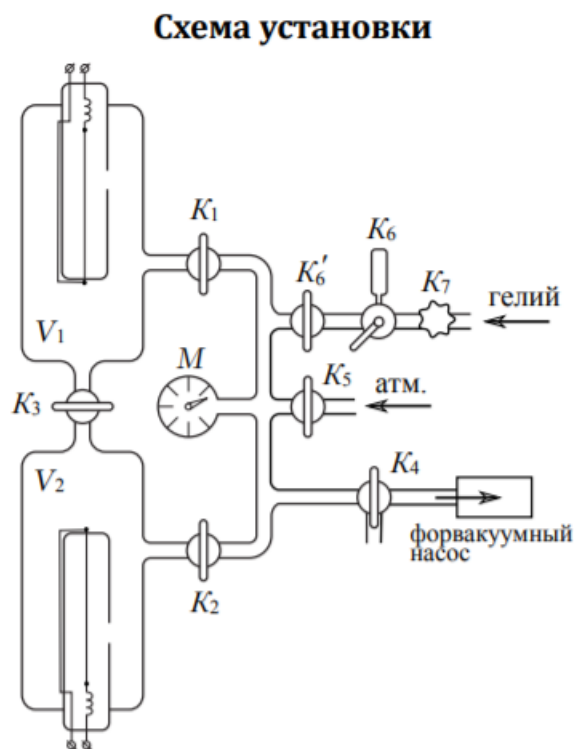


Рис. 1: Экспериментальная установка

Особенности установки: Кран К4 изолирует форвакуумный насос от установки. Для подачи воздуха в установку служит кран К5. Устройство и назначение кранов К6 и К7 подачи гелия соответствуют основному описанию. Дополнительный кран К'6 служит для вакуумной изоляции установки от системы подачи гелия. Краны К4, К5 и К'6 обладают повышенной вакуумплотностью и хорошо изолируют установку от протечек.

Результаты измерений и обработка данных:

1. Начальные условия и погрешности: $V = V_1 = V_2 = (775 \pm 10) \text{ см}^3$ - Объемы сосудов установки.

Инструментальная погрешность манометра - $0,5 \text{ кгс/см}^2$.

$L/S = (5,3 \pm 0,1) \text{ 1/см}$, где L, S - длина и сечение трубки между двумя сосудами.

$P_{\text{атм}} = 738 \text{ мм.рт.ст.}$ - атмосферное давление

2. Снимем зависимость напряжения на датчиках теплопроводности от времени при диффузии гелия и воздуха при различных давлениях в установке (40, 80, 120, 160, 200 Торр). Для сохранения результатов используется компьютерная программа, записывающая время и значение напряжения в отдельный файл.
3. По полученным данным строим графики зависимости $\ln U(t)$ для каждого давления.

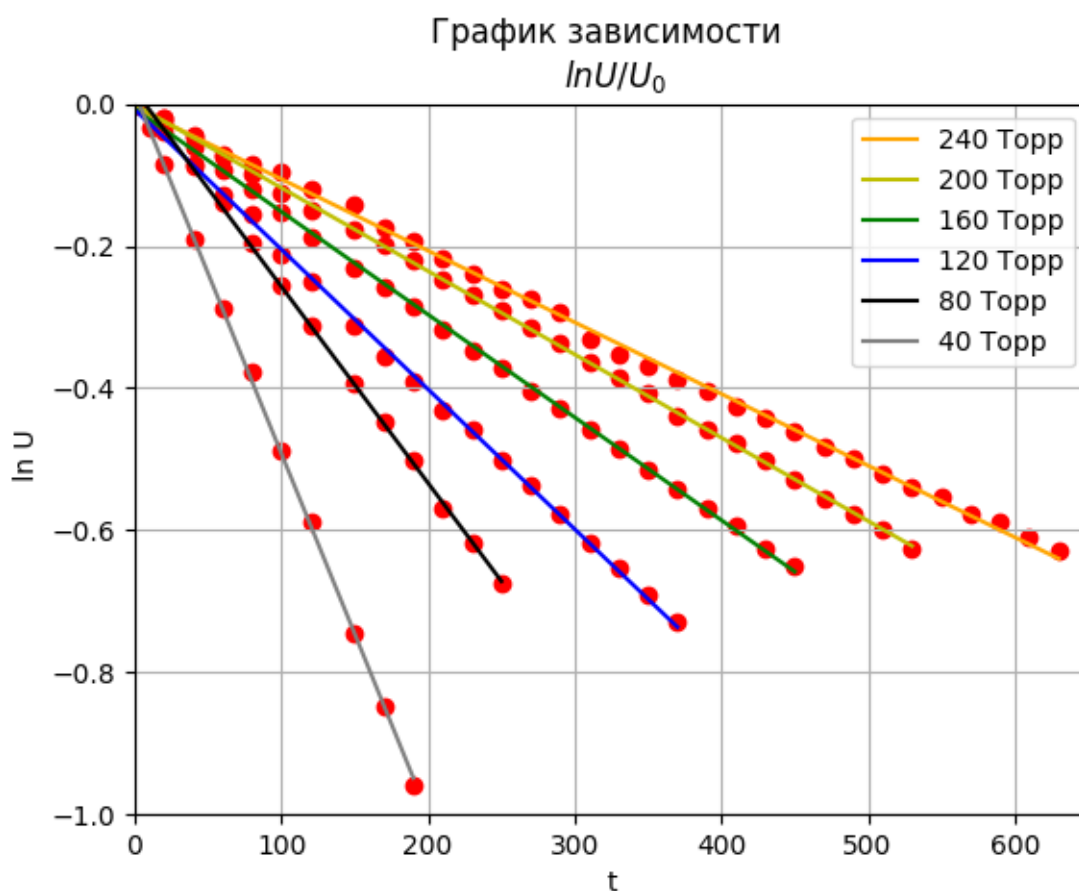


Рис. 2:

4. По коэффициентам наклона прямых можно определить коэффициенты диффузии по формуле:

$$D = -\frac{1}{2}kV\frac{L}{S},$$

$$\sigma_D = D\sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2},$$

где k - коэффициенты наклонов прямых

$$k = \frac{\langle \ln(U/U_0)t \rangle}{\langle t^2 \rangle},$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle \ln(U/U_0)^2 \rangle}{\langle t^2 \rangle} - k^2}.$$

P , торр	D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	σ_D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
40	10,4	0,1
80	5,7	0,1
120	4,04	0,09
160	2,97	0,08
200	2,41	0,07
240	2,07	0,07

Таблица 1: Давление и коэффициент диффузии

5. Построим график зависимости $D(1/P)$ и определим коэффициент диффузии при атмосферном давлении. Получим, что $D_{\text{атм}} = 1,01 \pm 0,04 \text{ см}^2/\text{с}$ (Табличное значение: $D_{\text{атм}} = 0,959 \text{ см}^2/\text{с}$)

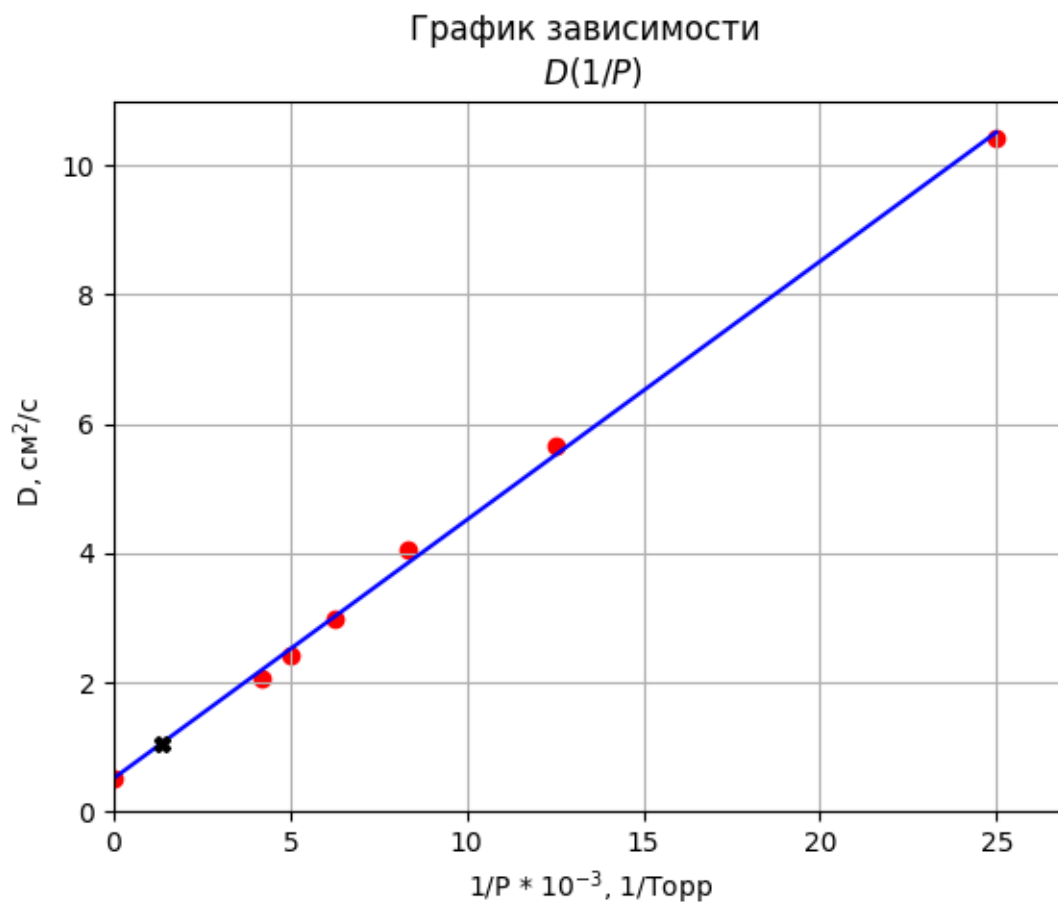


Рис. 3:

6. Оценим по полученным результатам длину свободного пробега атомов гелия в воздухе λ_{He} в условиях эксперимента, а также эффективное сечение столкновений атомов гелия с молекулами воздуха σ .

$$D = \frac{1}{3} \lambda_{He} \langle v \rangle, \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \sigma = \frac{kT}{\sqrt{2} \lambda_{He} P},$$

Получим, $\lambda_{He} = (208 \pm 6) \cdot 10^{-9}$ м,

$\sigma = (0,19 \pm 0,01) \cdot 10^{-18}$ м².

Табличные значения: $\lambda_{He} = 200 \cdot 10^{-9}$ м.

$\sigma = 0,2 \cdot 10^{-18}$ м².

7. Проверим утверждения о независимости коэффициента взаимной диффузии от пропорций компонентов, проведем измерения коэффициента диффузии примеси воздуха в гелии ($P_{He} = 0,9 P_0$, $P_{возд.} = 0,1 P_0$, $P_0 = 40$ Торр). Можно заметить, что прямые не совпадают, это значит, что коэффициенты различны. Это связано с тем, что время измерения изменения напряжения в случае примеси воздуха в гелии мало, так же малость времени измерения можно понять по разбросу точек в этом случае.

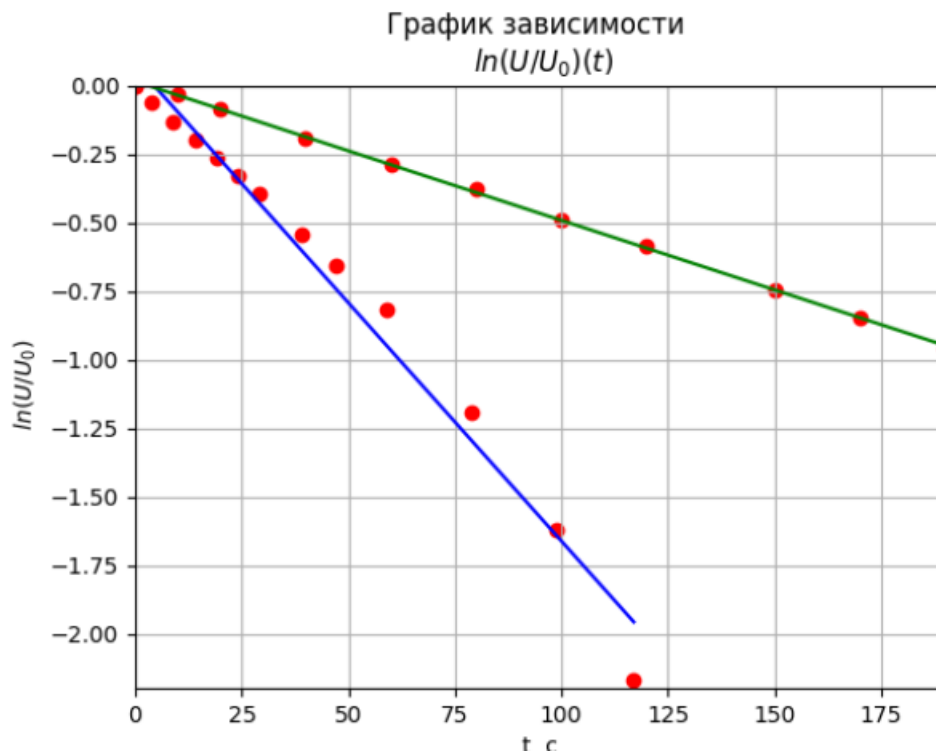


Рис. 4:

Обсуждение результатов: В ходе данной работы мы регистрировали зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов. Мы хотели подтвердить утверждения о независимости коэффициента взаимной диффузии от пропорций компонентов, однако при выполнении работы, мы получали низкое напряжение на датчиках

теплоемкости и это не дало снять необходимое количество точек для того, чтобы величины можно было сравнивать.

Вывод: Мы определили коэффициент диффузии по результатам измерений $D_{\text{атм}} = 1,01 \pm 0,04 \text{ см}^2/\text{с}$ что практически совпадает с табличным значением. Также мы определили длину свободного пробега атомов гелия в воздухе $\lambda_{\text{He}} = (208 \pm 6) \cdot 10^{-9} \text{ м}$ и эффективное сечение столкновения атомов гелия с молекулами воздуха $\sigma = 0,2 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2$. Полученные значения также практически совпадают с табличными.