

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

**Отчет по лабораторной работе 1.3.1-1.3.2**

**Определение модуля Юнга на основе исследования деформаций растяжения  
и определение модуля сдвига при помощи крутильных колебаний.**

Выполнил студент:

Сериков Василий Романович

группа: Б03-102

Москва, 2021 г.

**Цель работы:** экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для одноосного растяжения; по результатам измерений вычислить модуль Юнга. Измерение углов закручивания в зависимости от приложенного момента сил, расчет модулей кручения и сдвига для проволоки по измерениям периодов крутильных колебаний подвешенного на ней маятника.

**В работе используется:** Прибор Лермантова, проволока из исследуемого материала, зрительная трубка со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка, линейка, грузы, штангенциркуль.

**Теория:** В первой части работы производят растяжение проволоки, это соответствует случаю одноосного напряженного состояния. Для определения модуля Юнга используется прибор Лермантова (рис.1). Удлинение проволоки можно измерить по углу поворота зеркала.

Во второй части работы вращение стержня с закрепленным на нем грузами (рис.2) вокруг вертикальной оси происходит под действием упругого момента, возникающего в проволоке.

Модуль кручения:  $f = \frac{\pi R^4 G}{2l}$ , где G-модуль сдвига

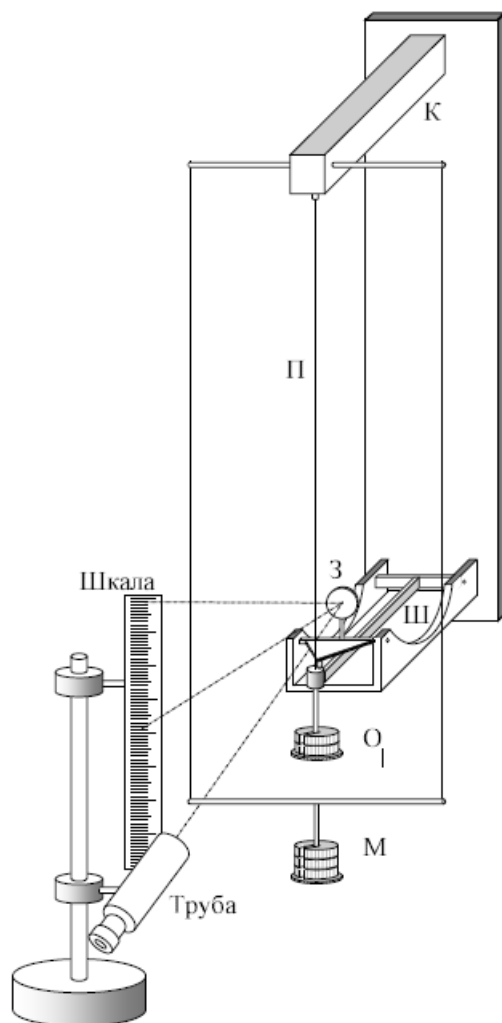


рис.1

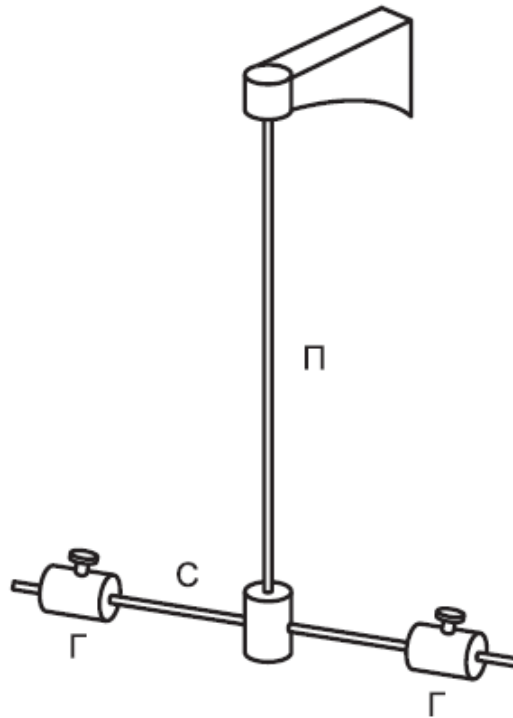


рис.2

### Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки

#### Ход работы

1. Диаметр проволоки -  $d = (0,51 \pm 0,01)$  мм.
2. Вычисляем площадь поперечного сечения проволоки

$$S = \frac{\pi(\bar{d})^2}{4} = 0,204 \text{ мм}^2$$

$$\sigma_S = S \sqrt{4 \left( \frac{\sigma_d}{d} \right)^2} = 0,007 \text{ мм}^2$$

$$S = (0,204 \pm 0,007) \text{ мм}^2$$

3. Измеряем длину проволоки  $l = (173,0 \pm 0,1)$  см
4. Направляем зрительную трубу на зеркальце так, чтобы мы четко видели шкалу, тогда свет от шкалы будет падать перпендикулярно шкале на зеркало, поэтому

$$\Delta l = \frac{\Delta n r}{2h}$$

$$\sigma_{\Delta l} = \Delta l \sqrt{\left( \frac{\sigma_n}{n} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_h}{h} \right)^2}$$

где  $r = (20 \pm 1)$  мм - расстояние от зеркала до проволоки, разница показаний шкалы -  $n$ , расстояние от шкалы до проволоки -  $h = (134,3 \pm 0,1)$  см.

5. Исходя из того, что  $\sigma_{\text{предел}} = 900 \text{ Н/мм}^2$  получаем, что предельный вес, который можно повесить, чтобы не выйти за пределы  $P_{\text{предел}} = 0,3\sigma_{\text{предел}}S \approx 54H$ .
6. Снимем зависимость удлинения проволоки от массы грузов при увеличении и уменьшении нагрузки 3 раза (табл.1).
7. Построим график зависимости удлинения проволоки от нагрузки. Найдем уравнение получившейся прямой по МНК (график 1). По наклону прямой определим жесткость проволоки, а по ней - модуль Юнга. По МНК посчитаем погрешность значения  $k$ . (табл.2).
8. По найденной графически жесткости проволоки найдем модуль Юнга по формуле

$$E = \frac{Pl_0}{\Delta l S}$$

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta l}}{\Delta l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l_0}}{l_0}\right)^2}$$

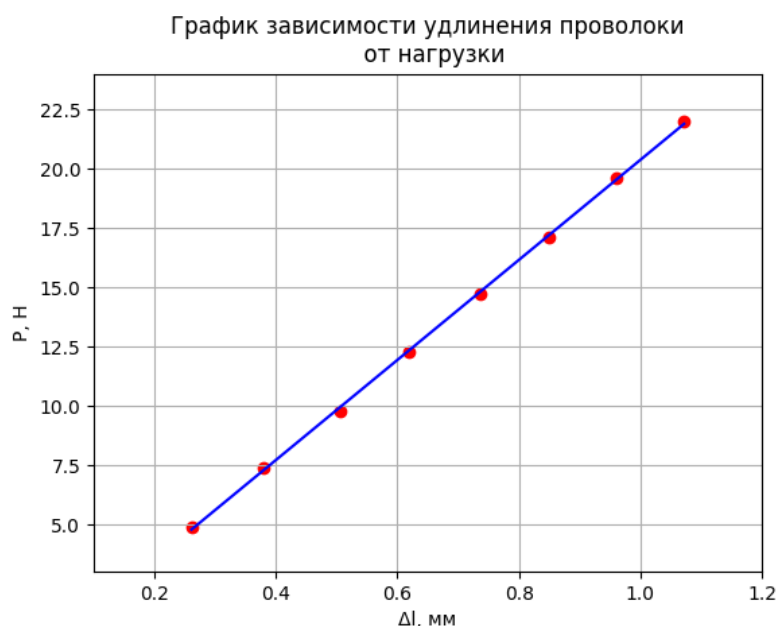


График 1

P, Н	2,45	4,9	7,4	9,8	12,3	14,7	17,2	19,6	22,0
$\Delta l, \text{ мм}$	0,13	0,26	0,38	0,51	0,62	0,74	0,85	0,96	1,07
$\sigma_{\Delta l}$	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,05
P, Н	22,0	19,6	17,2	14,7	12,3	9,8	7,4	4,9	2,45
$\Delta l, \text{ мм}$	1,07	0,96	0,85	0,74	0,62	0,51	0,38	0,26	0,13
$\sigma_{\Delta l}$	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01

P, Н	2,45	4,9	7,4	9,8	12,3	14,7	17,2	19,6	22,0
$\Delta l$ , мм	0,13	0,26	0,37	0,50	0,62	0,73	0,84	0,96	1,07
$\sigma_{\Delta l}$	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,05
P, Н	22,0	19,6	17,2	14,7	12,3	9,8	7,4	4,9	2,45
$\Delta l$ , мм	1,07	0,96	0,85	0,74	0,62	0,51	0,38	0,26	0,13
$\sigma_{\Delta l}$	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01
P, Н	2,45	4,9	7,4	9,8	12,3	14,7	17,2	19,6	22,0
$\Delta l$ , мм	0,13	0,26	0,37	0,50	0,62	0,73	0,84	0,96	1,07
$\sigma_{\Delta l}$	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,05
P, Н	22,0	19,6	17,2	14,7	12,3	9,8	7,4	4,9	2,45
$\Delta l$ , мм	1,07	0,96	0,85	0,74	0,62	0,51	0,38	0,26	0,13
$\sigma_{\Delta l}$	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01

Таблица 1: Зависимость удлинения проволоки от нагрузки.

	Значение	$\sigma$
k	$20,9 \cdot 10^3$ Н/м	$0,5 \cdot 10^3$ Н/м
E	$13,4 \cdot 10^{10}$ Па	$0,7 \cdot 10^{10}$ Па

Таблица 2: Значения k и E

### Определение модуля модуля сдвига при помощи крутильных колебаний

1. Измеряем длину проволоки  $l = (171,0 \pm 0,1)$  см
2. Диаметр проволоки -  $d = (1,56 \pm 0,01)$ мм.
3. Измерим время  $t_1$  10 колебаний :  $t_1 = (19,2 \pm 0,3)$ с.
4. Уменьшив амплитуду вдвое, измерим время  $t_2$  10 колебаний :  $t_2 = (19,1 \pm 0,3)$ с.
5. Таким образом получаем:  $t_1 \approx t_2$  в пределах погрешности. Также мы установили, что после 10 колебаний амплитуда уменьшается менее чем в 2 раза.
6. Установим грузы на стержне на одинаковом расстоянии  $l$  от оси проволоки до центра масс каждого грузика и измерим период колебаний  $T$  для 7 различных значений  $l$  дважды (чтобы исключить возможность промаха), данные занесем в таблицу 3 ( $\sigma_l=0,1$  см,  $\sigma_T=0.03$  с). Величину модуля кручения найдем из наклона прямой линии, проведенной по экспериментальным точкам, отложенным в координатах  $l^2, T^2$  (график 2). Период колебаний можно рассчитать по формуле

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{f} I_0 + \frac{(2\pi)^2}{f} 2m \cdot l^2$$

, где  $I_0$  - момент инерции системы без грузов,  $l$  - длина проволоки,  $T$  - период колебаний при заданной длине  $l$ ,  $m$  - масса одного груза. Тогда коэффициент наклона прямой будет равен  $k = \frac{(2\pi)^2}{f} 2m$ , откуда  $f = \frac{(2\pi)^2}{k} 2m$ ,  $m = 205,1$ г. По МНК посчитаем значение k и b и их погрешности.  $T^2 = kl^2 + b$

7. По найденному модулю кручения с помощью формулы  $f = \frac{\pi d^4 G}{32l}$  получим модуль сдвига G, оценим погрешности измерения, данные занесем в таблицу 4.

$$f = \frac{4\pi^2 2ml^2}{T^2 - b} \Rightarrow \sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial m} \sigma_m\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial T} \sigma_T\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l} \sigma_l\right)^2}$$

$$\sigma_G = G \sqrt{\left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + 16 \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2}$$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
T, с	1,91	1,92	2,04	2,04	2,25	2,23	2,47	2,43	2,66	2,65	2,92	2,90	3,13	3,14
l, см	4,5	4,5	5,5	5,5	6,5	6,5	7,5	7,5	8,5	8,5	9,5	9,5	10,5	10,5

Таблица 3: Зависимость периода от расстояния от проволоки до центра масс грузика

	Значение	$\sigma$
k	418,5 с <sup>2</sup> /м <sup>2</sup>	0,5 с <sup>2</sup> /м <sup>2</sup>
b	3,18 с <sup>2</sup>	0,08 с <sup>2</sup>
f	56,51 Н · мм/рад	0,06 Н · мм/рад
G	83,8 ГПа	0,5 ГПа

Таблица 4: Значения k, b, f, G

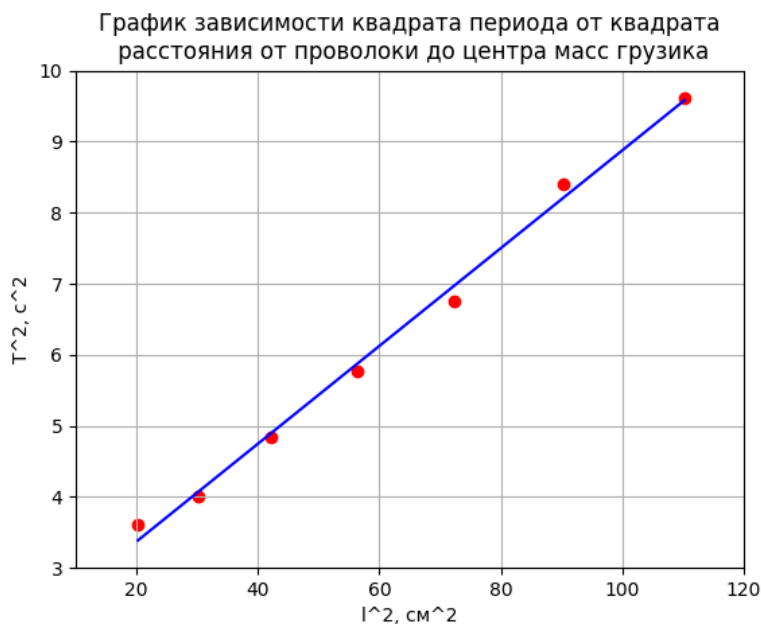


график 2

8. **Вывод:** Таким образом, сделав две работы по изучению модуля Юнга и модуля сдвига проволоки, мы установили что материал, из которого изготовлены проволоки - это низко углеродистая сталь.