

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

**Отчёт по лабораторной работы 4.3.6**  
**Саморепродукция**

Выполнил студент:  
Сериков Василий Романович  
группа: Б03-102

Москва, 2023 г.

## Аннотация

### Цель работы:

Изучение явления саморепродукции и применение его к измерению параметров периодических структур.

### В работе используются:

Лазер, кассета с сетками, мира, короткофокусная линза с микрометрическим винтом, экран, линейка.

### Теория:

При дифракции на предмете с периодической структурой наблюдается явление саморепродукции: на некотором расстоянии от предмета вдоль направления распространения волны появляется изображение, которое потом периодически повторяется.

Найдём выражение для расстояния между этими плоскостями. Плоской монохроматической волной называется волна вида

$$E(r, t) = a_0 e^{-i(\omega t - kr - \psi_0)}$$

где амплитуда  $a_0$  — действительная постоянная,  $\omega$  — круговая частота,  $k$  — волновой вектор ( $|k| = 2\pi/\lambda$ ),  $\psi_0$  — начальная фаза. Колебания происходят синфазно во всех точках плоскости:

$$kr = ux + vy + \sqrt{k^2 - u^2 - v^2}z, z = \text{const.}$$

Направление распространения плоской монохроматической волны характеризуется волновым вектором  $k$ , а  $u$  и  $v$  есть проекции его на оси координат  $x$  и  $y$  соответственно. В дальнейшем мы будем опускать зависимость от времени  $e^{-i\omega t}$  и использовать для описания монохроматической волны комплексную амплитуду. Для плоской волны (1) комплексную амплитуду можно представить в виде

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= a_0 e^{i\psi_0} e^{i(ux+vy)} e^{i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z} \\ &= f(x, y, 0) \cdot e^{i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z}. \end{aligned}$$

Таким образом, для того чтобы получить комплексную амплитуду плоской волны в произвольной плоскости  $z = \text{const}$ , надо ее значение в плоскости  $z = 0$  домножить на фазовый множитель  $e^{i\sqrt{k^2-u^2-v^2}z}$ .

Представим волну за периодическим объектом в виде суммы плоских волн разных направлений. Отдельные слагаемые плоские волны называют пространственными гармониками. Вдоль пути распространения волнового фронта на некотором расстоянии  $z_0$  от предмета существует плоскость, где разность фазовых набегов любых пространственных гармоник (плоских волн идущих под углом  $\theta$  к оси распространения), входящих в состав суперпозиции, кратна  $2\pi$ . В этой плоскости фазовые соотношения между всеми плоскими волнами, входящими в состав суперпозиции, такие же, что и в предметной плоскости. Поэтому в результате интерференции этих волн возникает изображение, тождественное исходному периодическому объекту. Все сказанное справедливо для любого расстояния  $z_n$ , кратного  $z_0$ . Для решетки с периодом  $d$ .

$$z_n = \frac{2d^2}{\lambda} n \quad (1)$$

Суть эксперимента по саморепродукции состоит в том, что дифрагированная на периодическом транспаранте (решетка, сетка) плоская монохроматическая волна лазера (лазерный пучок) воспроизводит изображение транспаранта без каких-либо оптических элементов.

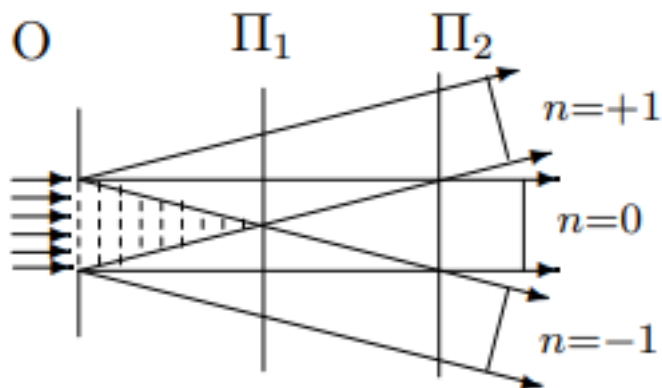


Рис. 1: Принципиальная схема дифракции на сетке. Между сеткой 0 и плоскостью  $\Pi_1$  наблюдаются репродуцированные изображения сетки

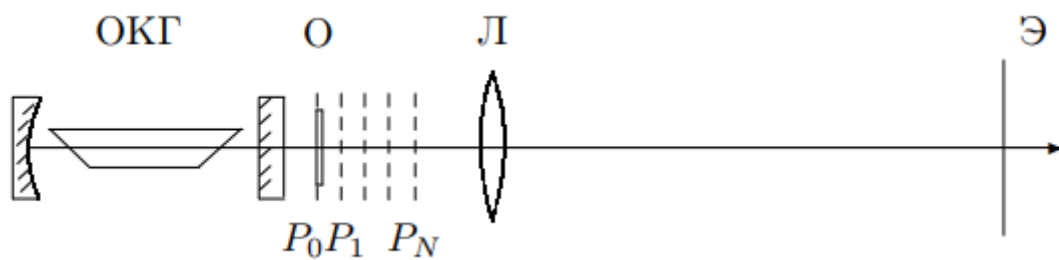


Рис. 2: Схема установки: ОКГ — гелий-неоновый лазер, 0 — двумерная решетка,  $P_N$  — плоскости, где наблюдаются репродуцированные изображения, Л — короткофокусная линза, Э — экран для наблюдения изображения объекта

### Ход работы:

1. Определим период решёток по их пространственному спектру. Для каждой сетки определим расстояние  $x$  между соседними дифракционными максимумами на экране: измерим расстояние  $X$  между двумя достаточно удалёнными друг от друга максимумами и поделим на число промежутков  $m$  между ними ( $x = X/m = f(N^0)$ ).

По результатам измерений спектра получим период каждой решётки по формуле  $d = L \frac{\lambda}{x}$ ,  $\lambda = 532$  нм. Полученные результаты занесем в таблицу 1.

$X$ , см	$m$	$x$ , см	$d$ , мкм	$L$ , см
21,5	6	$3,58 \pm 0,03$	$20,7 \pm 0,3$	133 $\pm$ 2
14,2	6	$2,36 \pm 0,03$	$29,9 \pm 0,4$	
11,8	10	$1,18 \pm 0,02$	$60 \pm 1$	
9,5	16	$0,59 \pm 0,01$	$120 \pm 2$	
8,5	19	$0,45 \pm 0,01$	$157 \pm 2$	

Таблица 1: Полученные значения для расстояний  $x$  между дифракционными максимумами и периода  $d$  каждой решетки.  $\sigma_x = 0,2$  см

2. Определим период решёток по изображению, увеличенному с помощью линзы. Рассчитаем периоды всех сеток  $d_{\text{л}} = Da/b = f()$ .

$D$ , мм	$d_{\text{л}}$ , мкм	$a$ , см	$b$ , см
$1 \pm 0,5$	$42 \pm 20$	$5,6 \pm 0,5$	133 $\pm$ 2
$1,5 \pm 0,5$	$63 \pm 20$		
$2 \pm 0,5$	$84 \pm 20$		
$3 \pm 0,5$	$126 \pm 20$		
$3,5 \pm 0,5$	$147 \pm 20$		

Таблица 2: Полученные значения для периода  $d_{\text{л}}$  каждой решетки.

3. Снимем зависимость  $z_N = f(N)$ , наблюдая на координате  $z_N$  саморепродуцированное изображение сеток. Построим графики  $z_N = f(N)$ . По наклону прямых с помощью  $z_N = 2d^2 N / \lambda$  рассчитаем периоды сеток  $d = f(N^0)$ .

$N^0_{\text{изм.}}$	1	2	3	4	5
$z_N^1$ , мм	2,0	3,2	4,1	4,9	6,3
$z_N^2$ , мм	2,1	3,9	5,4	7,0	8,8
$z_N^3$ , мм	4,1	7,0	10,0	13,8	16,6
$z_N^4$ , мм	11,7	29,1			
$z_N^4$ , мм	18,6				

Таблица 3: Полученные значения для расстояний саморепродукции  $z_N^i$  для каждой решетки.  $\sigma_{z_N} = 0,1$  мм.

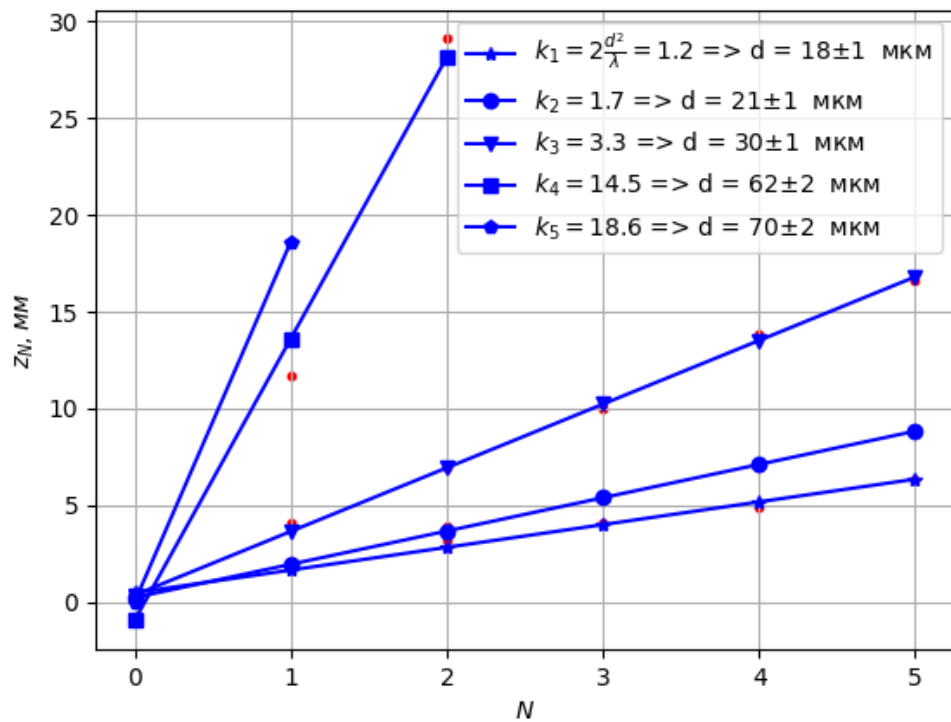


Рис. 3: График зависимости  $z_N(N)$  и расчет периода для каждой сетки

#### Обсуждение результатов и выводы:

№	Саморепродукция, d мкм	Линза, d мкм	Дифракция, d мкм
1	$18 \pm 1$	$42 \pm 20$	$20,7 \pm 0,3$
2	$21 \pm 1$	$63 \pm 20$	$29,9 \pm 0,4$
3	$18 \pm 1$	$84 \pm 20$	$60 \pm 1$
4	$18 \pm 2$	$126 \pm 20$	$120 \pm 2$
5	$18 \pm 2$	$147 \pm 20$	$157 \pm 2$

Таблица 4: Сводная таблица полученных результатов для периодов решеток тремя различными способами

В данной работе мы наблюдали эффект саморепродукции, определили с помощью данного эффекта периоды различных решеток. Сравнили полученные результаты с результатами других опытов для определения периода решетки: методом линзы и дифракции.

По полученным результатам стоит отметить, что более точный результат получился методом дифракции. Метод линзы плохо показал себя на сетках с малым периодом, а метод саморепродукции наоборот на сетках с наибольшим периодом. Эти результаты объясняются большой погрешностью измерения малых расстояний в первом случае и больших расстояний во втором.