

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Отчёт по лабораторной работы 3.1.3
Измерение магнитного поля Земли

Выполнил студент:
Сериков Василий Романович
группа: Б03-102

Москва, 2022 г.

Аннотация

Цель работы:

Исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются:

Неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

Теоретические сведения:

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \vec{m} тонкого витка площадью S с током I равен

$$\vec{m} = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n},$$

где $\vec{S} = S \vec{n}$ – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{m}, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией B на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда \vec{m} и \vec{B} параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{m}, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{m}, \vec{\nabla}) \vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, вытягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты $\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2 = \mathbf{m}$ двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = \mathbf{m} \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{\mathbf{m}^2}{r^4}.$$

Экспериментальная установка:

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для эксперимента важно, что: шары намагничены однородно, вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Магнитное поле однородно намагниченного шара радиусом R может быть вычислено точно. На расстояниях $r \geq R$ от центра шара оно совпадает с полем точечного магнитного диполя, расположенного в центре, магнитный момент \mathbf{m} которого совпадает с полным моментом шара. Внутри шара магнитное поле однородно: условия непрерывности нормальной компоненты индукции на поверхности шара нетрудно получить, что при $r < R$

$$B_0 = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi R^3}$$

Намагниченность (I) — характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции $B_r = \mu_0 I$. Индукция магнитного поля \vec{B}_p на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$B_p = B_0 = \frac{2}{3} B_r.$$

Определение величины магнитного момента магнитных шариков

Метод А

Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6\mathbf{m}^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow \mathbf{m} = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

Метод В

Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром d с магнитными моментами \mathbf{m} равна:

$$F_0 = \frac{6\mathbf{m}^2}{d^4}$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен: $F \approx 1.08F_0$. Тогда

$$m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$$

Определение величины магнитного поля Земли

Горизонтальная составляющая

Магнитная «стрелка» образована из n сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

где P_0 – магнитный момент стрелки, B_h – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, $I_n \approx \frac{1}{12}n^3md^3$, тогда период колебаний $T = kn$, где $k = \pi\sqrt{\frac{md^2}{3mB_h}}$. Измеряя зависимость $T = T(n)$, находится B_h :

$$B_h = \frac{\pi^2 md^2}{3k^2 m}$$

Вертикальная составляющая

Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор \vec{B} индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол β , зависящим от географической широты φ места, где проводится опыт. Величина угла β называется магнитным наклоном.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент M силы тяжести уравновешивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную «стрелку» $M(n) = nmB_v = m_{\text{гр}}gr_{\text{гр}}$, то есть

$$B_v = \frac{m_{\text{гр}}gr_{\text{гр}}}{mn}$$

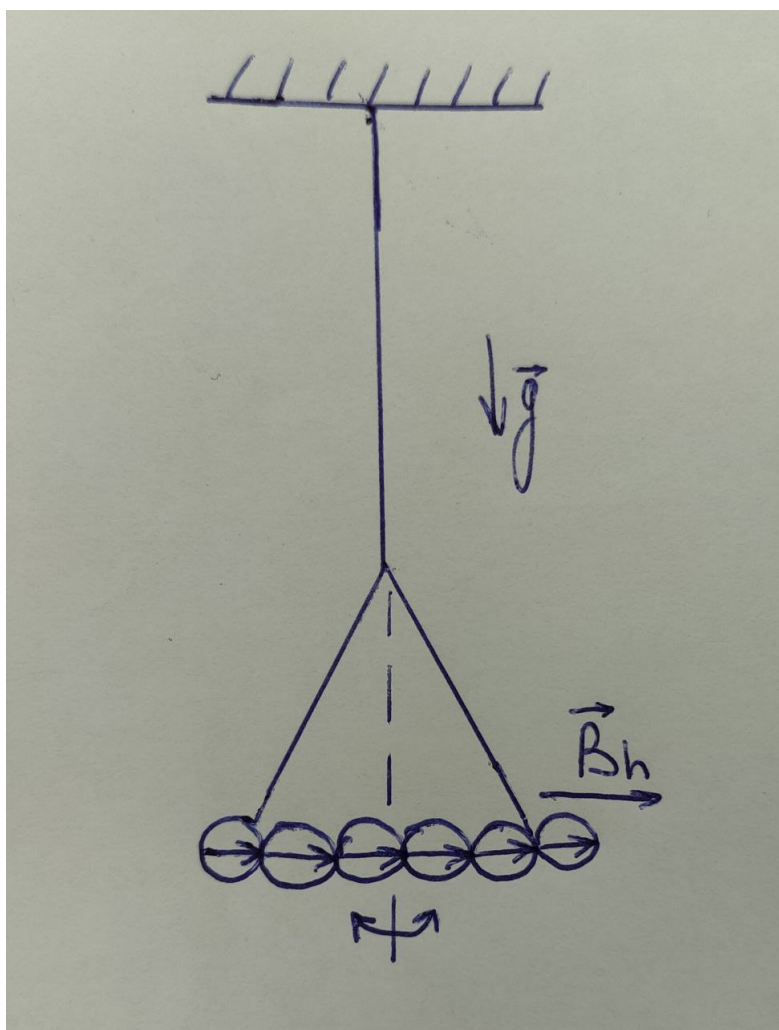


Рис. 1: Измерение горизонтальной составляющей поля и магнитного наклона

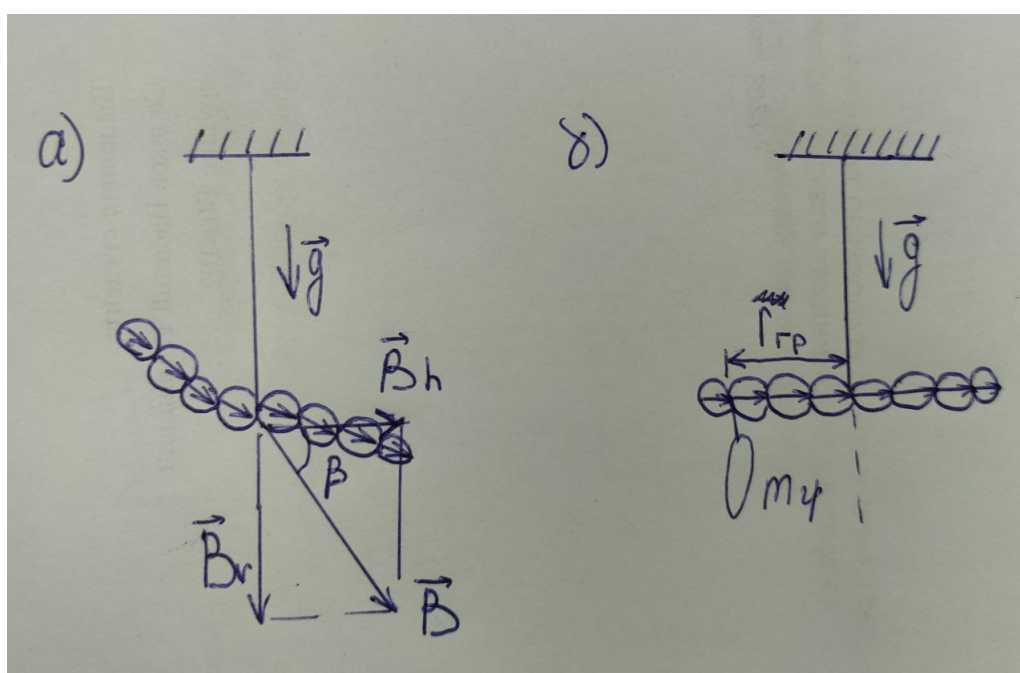


Рис. 2: Измерение вертикальной составляющей поля и магнитного наклона

Ход работы и обработка результатов:

1. Измерим массу шариков и их диаметр. Получим $m = 0,818 \pm 0,007$ г, $d = 6,39 \pm 0,01$ мм.
2. С помощью магнетометра измерьте индукцию поля B_p на полюсах шарика. Чтобы определить полюс шарика, соединим его с еще одним шариком, учтем влияние второго шарика и получим B_p . $B_p = B^{full} - B^{ball} = 226,0 - 17,3 = 208,7 \pm 0,3$ мТл.
3. Определим, на каком максимальном расстоянии r_{max} шарики удерживают друг друга в поле тяжести Земли и рассчитаем величину магнитного момента магнитика \mathbf{m} . $r_{max} = 23,0$ мм,

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} = 62 \pm 5 \text{ эрг/Гс}$$

4. Рассчитаем силу сцепления двух шаров и по ней определим магнитный момент шарика \mathbf{m} . $F_{max} = m_{max}g = 3,12$ Н.

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}} = 89,8 \pm 0,3 \text{ эрг/Гс}$$

5. Рассчитаем величину намагниченности материала шариков I и остаточную индукцию магнитного поля B_r . $I = \mathbf{m}/V = 654 \pm 6 \text{ эрг}/(\text{Гс} \cdot \text{см}^3)$

$$B_r = 4\pi I = 8218 \pm 80 \text{ Гс}$$

$$B_p = 2/3 \cdot B_r = 5478 \pm 53 \text{ Гс}$$

6. Определим горизонтальную составляющую магнитного поля Земли с помощью крутильного маятника и магнитных шариков. Проведем серию измерений периодов крутильных колебаний для различного количества шариков. Полученные данные занесем в таблицу 1.

n	12	10	8	7	6	4	3
T, с	4,9	3,9	2,9	2,7	2,2	2,0	1,2

Таблица 1: Периоды крутильных колебаний, $\sigma = 0,1\text{с}$

7. Определим вертикальную составляющую магнитного поля Земли. Для этого определим механический момент сил, действующий со стороны магнитного поля Земли на горизонтально расположенную магнитную «стрелку». Полученные данные занесем в таблицу 2.

n	10	8	6	4
\mathcal{M} , дин·см	274	183	115	100

Таблица 2: Моменты сил, действующие на стрелку, $\varepsilon = 1\%$

8. Построим график зависимости $T(n)$. По значению углового коэффициента рассчитаем величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3k^2 m} = 0,086 \pm 0,004 \text{ Гс}$$

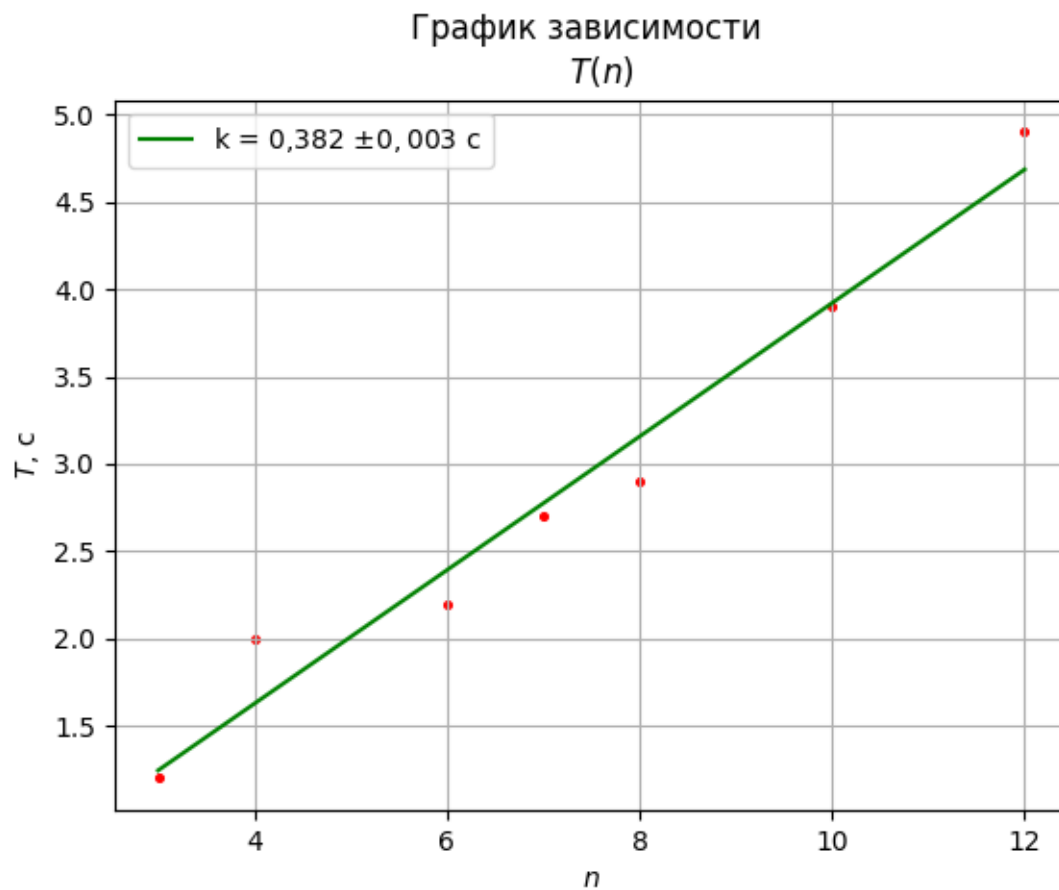


Рис. 3:

9. Построим график зависимости $\mathcal{M}(n)$. По значению углового коэффициента рассчитаем величину вертикальной составляющей магнитного поля Земли.

$$B_v = \frac{m_{\text{гр}} g r_{\text{гр}}}{m n} = k/m = 0,339 \pm 0,007 \text{ Гс}$$

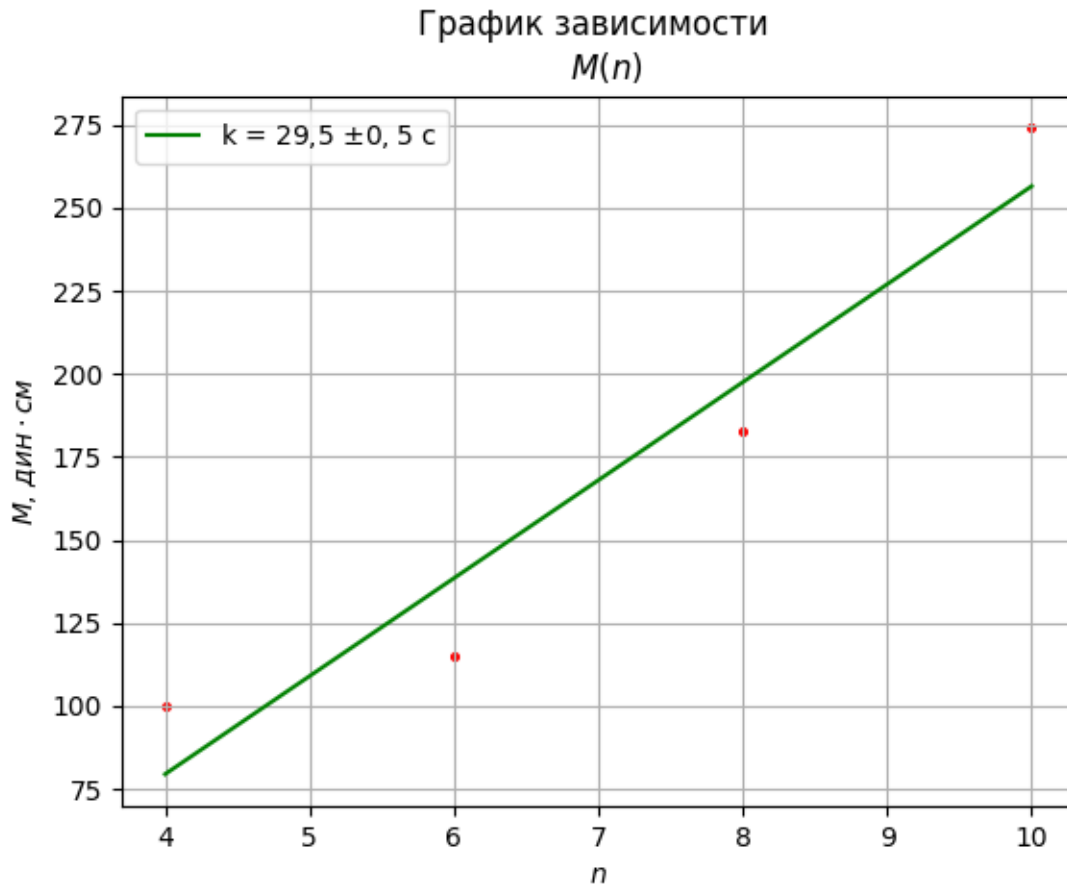


Рис. 4:

10. Используя результаты измерений B_h и B_v , определим магнитное наклонения β и полную величину индукции магнитного поля Земли на широте Долгопрудного.

$$\beta = \arctg \frac{B_v}{B_h} = (75 \pm 3)^\circ$$

$$B = \sqrt{B_v^2 + B_h^2} = 0,35 \pm 0,01 \text{ Гс}$$

11. Проведем эксперимент по измерению зависимости поля B от расстояния r для единичного магнита и набора магнитов. Данные системы можно представить как единичный виток с током и соленоид соответственно. Теория гласит, что зависимость в первом случае будет такая: $B = 2\pi I R^2 / (R^2 + r^2)^{3/2}$, где R - радиус витка, во втором случае $B = 2\pi I N / cl \cdot (\cos \beta - \cos \alpha)$, где l - длина соленоида, N - количество витков.

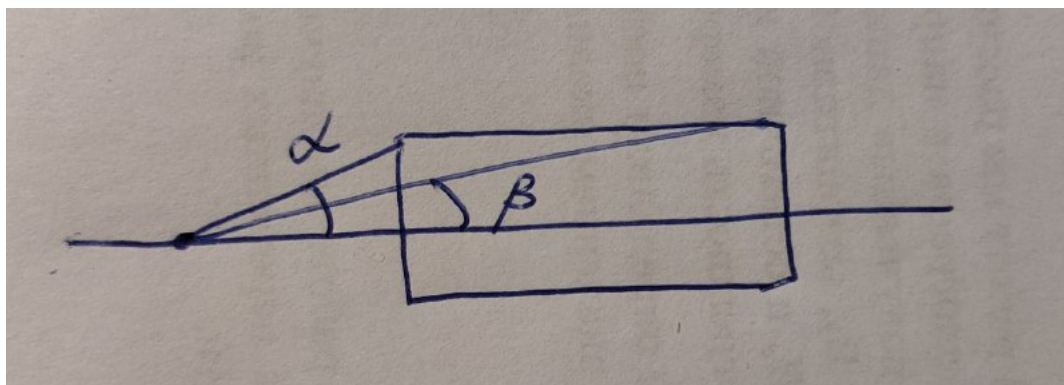


Рис. 5: Изображение соленоида для определения углов β, α

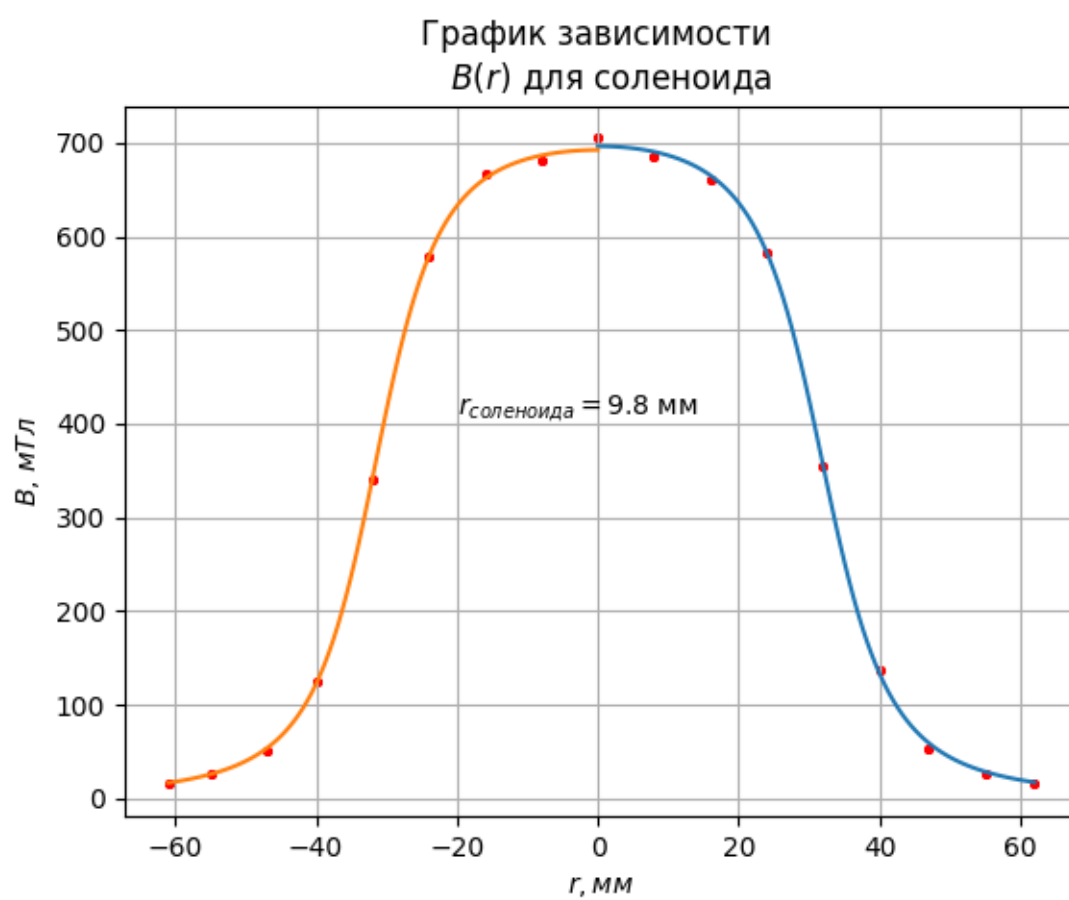


Рис. 6:

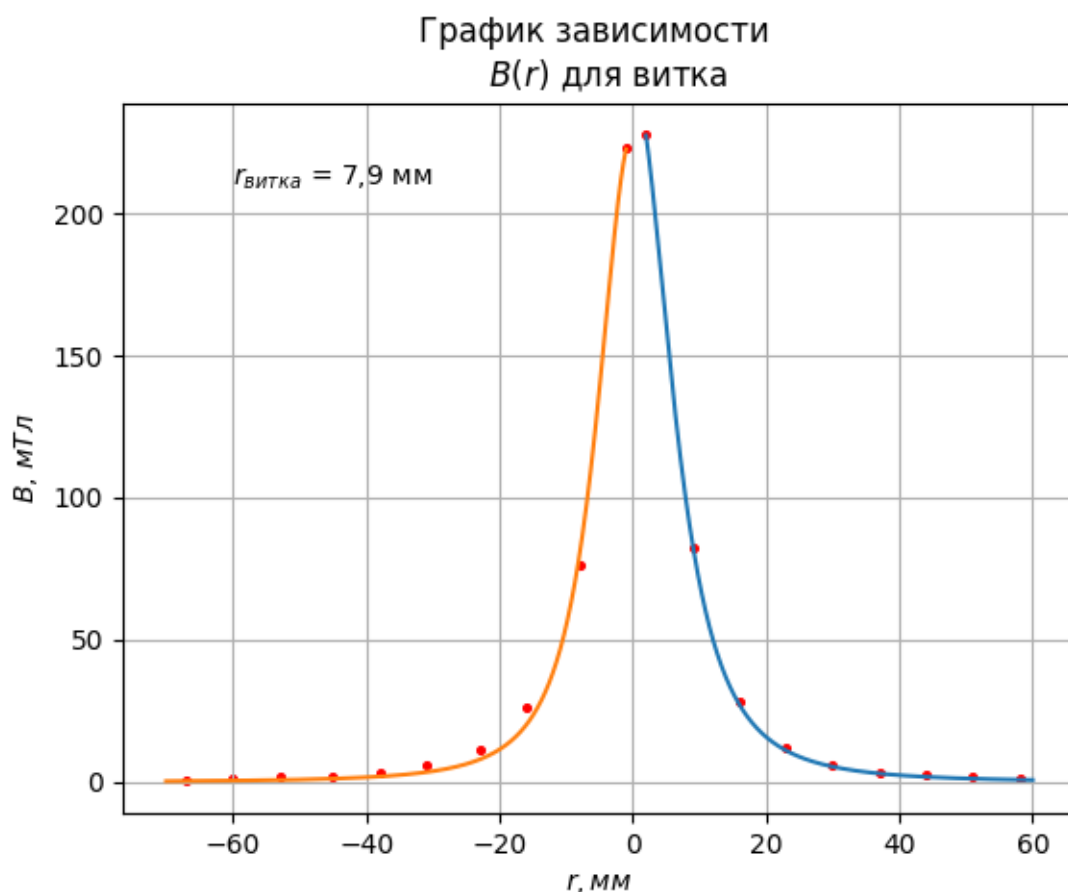


Рис. 7:

Обсуждение результатов и выводы:

В данной работе мы исследовали свойства постоянных неодимовых магнитов, измерили с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение. Полученные нами результаты немного отличаются от табличных ($B_h = 15 \text{ мкТл}$, $B_v = 48 \text{ мкТл}$), это можно объяснить тем, что условия проведения эксперимента не идеальные, так как мы находились в железобетонном здании рядом со множеством металлических изделий, что могли вносить какую-то погрешность. Также мы подтвердили зависимость $B(r)$ для витка с током и соленоида и определили радиус магнитов, из которых состоит соленоид и виток и получили $r_{\text{витка}} = 7.9 \text{ мм}$ и $r_{\text{соленоида}} = 9.8 \text{ мм}$ основной вклад в погрешность вносит погрешность измерения расстояния, полученная относительная погрешность $\varepsilon_r = 3\%$.