**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра Информационных систем**

отчет

**по лабораторной работе №2**

**по дисциплине «Конструирование программ»**

Тема: Интерполирование и экстраполирование данных. Интерполяционный многочлен Лагранжа

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 1376 |  | Серикова В.С. |
| Преподаватель |  | Копыльцов А.В. |

Санкт-Петербург

2023

**Цель работы.**

Научиться вычислять интерполяционный многочлен Лагранжа, находить приближенные значения функции с его помощью по схеме Эйткена.

**Основные теоретические положения.**

**Задача приближения функций**

Вычисление значений функции  - задача, с которой постоянно приходиться сталкиваться на практике. Часто бывает, что вычисление  затруднительно, например:

1) функция  задана таблично , а вычисление необходимо проводить в точках , не совпадающих с табличными;

2) вычисление функции  дорого;

3) для вычисления  необходим эксперимент.

Если ставится требование совпадения функции  с функцией  в некоторых фиксированных точках, то это приводит к задаче интерполяции.

### Интерполяция обобщенными многочленами

Рассмотрим обобщенный многочлен , удовлетворяющий условию  Эта формула, представленная в виде , очевидно, эквивалентна следующей системе линейных алгебраических уравнений:

 (2.2.1)

### Многочлен Лагранжа

Если в качестве базисной взять систему степенных функций, то есть , то получаем задачу полиномиальной интерполяции:

 (2.3.1)

*Теорема 2.1.* Существует единственный интерполяционный многочлен степени , удовлетворяющий условиям (2.3.1).

В качестве искомого многочлена возьмем многочлен степени  вида

 (2.3.2)

Таким образом, система функций, по которой строится интерполяционный многочлен, есть



Интерполяционной формула Лагранжа:

 (2.3.4)

Очевидно,  представляет собой многочлен степени , удовлетворяющий условию



### Вычислительная схема Эйткена

Согласно этой схеме интерполяционные многочлены любого вида вычисляются последовательно по формулам

 (2.8.1)

и так далее. Интерполяционный многочлен -й степени, принимающий в точках  значения  запишется следующим образом:

 (2.8.2)

Действительно, из первой формулы (2.8.1) при сразу получаем

****

Остальные формулы проверяются аналогично. Кроме того, мы получили, что . Это действительно так по теореме о единственности интерполяционного многочлена -й степени. Таким образом,  тождественно совпадают и являются по сути лишь *разной формой записи единого интерполяционного многочлена* -й степени.

Схема Эйткена применяется там, где не нужно общее выражение , а нужно лишь его значение при конкретных , и при этом значения функции даны в достаточно большом числе узлов. Вычисления по схеме Эйткена удобно вести с помощью таблицы, аналогичной таблице конечных или разделенных разностей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| ... | ... |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Таб. 1. Вычисления по схеме Эйткена с помощью таблицы

Вычисления прекращают, если  или если последовательные значения  совпадут в пределах заданной точности.

**Экспериментальные результаты.**

**Задание № 1.** По образцу разобранного примера восстановить многочлен Лагранжа, удовлетворяющий приведенным исходным данным.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 6 | 0 | 2 | 0 | 6 |

Таб. 2. Входные данные варианта задания 1

Для выполнения задания была написана программа на языке Matlab (Приложение 1). Результат выполнения программы:



Рис. 1. Результат выполнения программы 1

**Задание № 2.** Используя схему Эйткена, вычислить приближенное значение функции , заданной таблично при данном значении аргумента .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта |  |  |  |
| 12 | 0.665 | 0.45 | 2.5742 |
| 0.47 | 2.3251 |
| 0.52 | 2.0934 |
| 0.61 | 1.8620 |
| 0.66 | 1.7493 |
| 0.70 | 1.6210 |
| 0.74 | 1.3418 |
| 0.79 | 1.1212 |

Таб. 3. Входные данные варианта задания 2

Для выполнения задания была написана программа на языке Matlab (Приложение 2). Результат выполнения программы:



Рис. 2. Результат выполнения программы 2

**Выводы.**

В ходе выполнения лабораторной работы были приобретены навыки вычисления интерполяционного многочлена Лагранжа и нахождения приближенного значения функции с его помощью по схеме Эйткена.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1  
**листинг програмМы 1 на языке MATLAB**

clear, clc, close;

format short;

syms x;

x\_vector = [-1 0 1 2 3];

y\_vector = [6 0 2 0 6];

assert(length(x\_vector) == length(y\_vector))

values = length(x\_vector);

L = 0;

for i = 1:values

coef = 1;

for j = 1:values

if (j ~= i)

coef = coef \* (x - x\_vector(j)) / (x\_vector(i) - x\_vector(j));

end

end

L = L + coef \* y\_vector(i);

end

disp('Интерполяционный полином Лагранжа:');

disp(simplify(L))

ПРИЛОЖЕНИЕ 2  
**листинг ПРОГРАММЫ 2 на языке MATLAB**

clear, clc, close;

format short;

x = [0.45 0.47 0.52 0.61 0.66 0.70 0.74 0.79];

y = [2.5742 2.3251 2.0934 1.8620 1.7493 1.6210 1.3418 1.1212];

xt = 0.665;

P1 = zeros(1, length(x) - 1);

for i = 1:length(P1)

P1(i) = 1 / (x(i + 1) - x(i)) \* det([ ...

y(i) (x(i) - xt); ...

y(i + 1) (x(i + 1) - xt) ...

]);

end

P2 = zeros(1, length(P1) - 1);

for i = 1:length(P2)

P2(i) = 1 / (x(i + 2) - x(i)) \* det([ ...

P1(i) (x(i) - xt); ...

P1(i + 1) (x(i + 2) - xt) ...

]);

end

fprintf('f(%f) = %.3f\n', xt, P2(1));