**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра Информационных систем**

отчет

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Конструирование программ»**

Тема: Интерполирование и экстраполирование данных. Интерполяционный многочлен Ньютона

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 1376 |  | Серикова В.С. |
| Преподаватель |  | Копыльцов А.В. |

Санкт-Петербург

2023

**Цель работы.**

Научиться вычислять коэффициенты интерполяционного многочлена Ньютона при помощи программных средств.

**Основные теоретические положения.**

**Задача приближения функций**

Вычисление значений функции  - задача, с которой постоянно приходиться сталкиваться на практике. Часто бывает, что вычисление  затруднительно, например:

1) функция  задана таблично , а вычисление необходимо проводить в точках , не совпадающих с табличными;

2) вычисление функции  дорого;

3) для вычисления  необходим эксперимент.

Если ставится требование совпадения функции  с функцией  в некоторых фиксированных точках, то это приводит к задаче интерполяции.

### Интерполяция обобщенными многочленами

Рассмотрим обобщенный многочлен , удовлетворяющий условию  Эта формула, представленная в виде , очевидно, эквивалентна следующей системе линейных алгебраических уравнений:

 (2.2.1)

### Интерполяционный ногочлен Ньютона

Пусть функция  задана в  точках таблично, то есть известны

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **...** |  |
|  |  |  | ... |  |

Алгебраический многочлен -й степени

 (2.7.1)

называется интерполяционным многочленом Ньютона с разделенными разностями.Очевидна аналогия формулы (2.7.1) с формулой Тейлора. Действительно, так как по теореме 2.7  то  Формулы подраздела 2.4о погрешности интерполяции  в точке , не являющейся узловой, можно уточнить следующим образом:



В практическом плане формула (2.7.1) обладает рядом преимуществ перед формулой Лагранжа. Если, например, по каким-либо причинам необходимо увеличить степень интерполяционного многочлена на единицу, добавив в таблицу еще один узел , то при использовании формулы Лагранжа это приведет не только к увеличению числа слагаемых, но и к необходимости вычислять каждое из них заново. В то же время для вычисления  по формуле Ньютона (2.7.1) достаточно добавить к  лишь очередное слагаемое, так как  Если величина  мала, а функция  достаточно гладкая, то справедлива оценка:  из которой, с учетом предыдущего равенства, следует, что Тогда величину

 (2.7.3)

можно использовать для практической оценки погрешности интерполяции.

### Интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями

Если интерполируемая функция задана на таблице с постоянным шагом , то можно использовать связь между конечными и разделенными разностями:  В этом случае многочлен Ньютона можно записать несколько в ином виде:

Пусть 



Преобразуем разделенные разности в конечные:  тогда





 и так далее.

Тогда многочлен Ньютона можно переписать в следующем виде:



Эту формулу называют интерполяционным многочленом Ньютона с конечными разностями для интерполяции вперед. В ней используются только конечные разности, расположенные в верхней косой строке таблицы конечных разностей. Если использовать разности нижней косой строки, то аналогично получим многочлен Ньютона с конечными разностями для интерполяции назад:

 (2.10.2)

**Экспериментальные результаты.**

**Задание № 1.** Построить интерполяционный многочлен Ньютона по неравноотстоящей сетке узлов и найти приближенное значение интерполируемой функции  при значении аргумента .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта |  |  |  |
| 12 | 0.137 | 0.01 | 9.9182 |
| 0.11 | 9.5194 |
| 0.16 | 9.1365 |
| 0.23 | 8.8769 |
| 0.28 | 8.4164 |
| 0.39 | 8.0779 |
| 0.46 | 7.7530 |
| 0.50 | 7.4412 |

Таб. 1. Входные данные варианта задания 1

Для выполнения задания была написана программа на языке Matlab (Приложение 1). Полученный многочлен Ньютона:

Значение многочлена в точке :

Полученное значение близко к значению функции в этой точке.

**Задание № 2.** Вычислить приближенное значение функции  по интерполяционной формуле Ньютона для интерполяции вперед или назад.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта |  |  |  |
| 12 | 2.000 | 1.15 | 66.1659 |
| 1.55 | 63.9989 |
| 1.95 | 61.9658 |
| 2.35 | 60.0551 |
| 2.75 | 58.2558 |
| 3.15 | 56.5583 |
| 3.55 | 54.6807 |
| 3.95 | 52.7220 |
| 4.35 | 50.5229 |
| 4.75 | 48.1091 |

Таб. 2. Входные данные варианта задания 2

Для выполнения задания была написана программа на языке Matlab (Приложение 2). Полученный многочлен Ньютона:

Значение многочлена в точке :

Полученное значение близко к значению функции в этой точке.

**Выводы.**

В ходе выполнения лабораторной работы был приобретен навык вычисления коэффициентов интерполяционного многочлена Ньютона при помощи программных средств.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1  
**листинг програмМы 1 на языке MATLAB**

clear, clc, close;

syms x;

xt = 0.137;

xv = [0.01 0.11 0.16 0.23 0.28 0.39 0.46 0.50];

yv = [9.9182 9.5194 9.1365 8.8769 8.4164 8.0779 7.7530 7.4412];

assert(length(xv) == length(yv));

f1 = div\_diff(yv, xv, 1);

f2 = div\_diff(f1, xv, 2);

f3 = div\_diff(f2, xv, 3);

f4 = div\_diff(f3, xv, 4);

f5 = div\_diff(f4, xv, 5);

f6 = div\_diff(f5, xv, 6);

f7 = div\_diff(f6, xv, 7);

P = yv(1) ...

+ f1(1) \* product(x, xv, 1) ...

+ f2(1) \* product(x, xv, 2) ...

+ f3(1) \* product(x, xv, 3) ...

+ f4(1) \* product(x, xv, 4) ...

+ f5(1) \* product(x, xv, 5) ...

+ f6(1) \* product(x, xv, 6) ...

+ f7(1) \* product(x, xv, 7);

disp('Интерполяционный многочлен Ньютона P(x) = ');

disp(simplify(P));

fprintf('\nP(%f) = %f\n', xt, double(subs(P, x, xt)));

function [diff] = div\_diff(f, x, shift)

diff = zeros(1, length(f) - 1);

for i = 1:length(diff)

diff(i) = (f(i + 1) - f(i)) / (x(i + shift) - x(i));

end

end

function [expr] = product(var, x, to)

expr = 1;

for i = 1:to

expr = expr \* (var - x(i));

end

end

ПРИЛОЖЕНИЕ 2  
**листинг ПРОГРАММЫ 2 на языке MATLAB**

clear, clc, close;

syms x;

format short;

xt = 2.000;

xv = [1.15 1.55 1.95 2.35 2.75 3.15 3.55 3.95 4.35 4.75];

yv = [66.1659 63.9989 61.9658 60.0551 58.2558 56.5583 54.6807 52.7220 50.5229 48.1091];

f1 = div\_diff(yv, xv, 1);

f2 = div\_diff(f1, xv, 2);

f3 = div\_diff(f2, xv, 3);

f4 = div\_diff(f3, xv, 4);

f5 = div\_diff(f4, xv, 5);

f6 = div\_diff(f5, xv, 6);

f7 = div\_diff(f6, xv, 7);

f8 = div\_diff(f7, xv, 8);

f9 = div\_diff(f8, xv, 9);

P = yv(1) ...

+ f1(1) \* product(x, xv, 1) ...

+ f2(1) \* product(x, xv, 2) ...

+ f3(1) \* product(x, xv, 3) ...

+ f4(1) \* product(x, xv, 4) ...

+ f5(1) \* product(x, xv, 5) ...

+ f6(1) \* product(x, xv, 6) ...

+ f7(1) \* product(x, xv, 7) ...

+ f8(1) \* product(x, xv, 8) ...

+ f9(1) \* product(x, xv, 9);

disp('Интерполяционный многочлен Ньютона P(x) = ');

disp(simplify(P));

fprintf('\nP(%f) = %f\n', xt, double(subs(P, x, xt)));

function [diff] = div\_diff(f, x, shift)

diff = zeros(1, length(f) - 1);

for i = 1:length(diff)

diff(i) = (f(i + 1) - f(i)) / (x(i + shift) - x(i));

end

end

function [expr] = product(var, x, to)

expr = 1;

for i = 1:to

expr = expr \* (var - x(i));

end

end