

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА №1

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Прфессор, д-р техн. наук,
доцент
должность, уч. степень, звание

отлично

Рука 21.03.23
подпись, дата

Вершинина Л. П.
ициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №2

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ФАКТОРНЫХ ПЛАНОВ

по курсу: СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №

М011

21.03.23
подпись, дата

Борисов С. И.
ициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2023

Цель:

Построить модель системы с использованием факторных планов.

Задание:

В табл. 1 представлена матрица планирования трехфакторного эксперимента:

№ опыта	Планирование			
	X0	X1	X2	X3
1	+	-	-	-
2	+	+	-	-
3	+	-	+	-
4	+	+	+	-
5	+	-	-	+
6	+	+	-	+
7	+	-	+	+
8	+	+	+	+

Таблица 1

Построить уравнение регрессии вида:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3$$

без учета незначимых коэффициентов.

Статистическая обработка экспериментальных данных должна включать следующие этапы:

- Проверка воспроизводимости опытов.
- Расчет коэффициентов регрессии.
- Проверка значимости коэффициентов регрессии.
- Проверка адекватности модели.

Вариант на практическую работу представлен в таблице 2:

6 вар-т	выход		
	N	yI	yII
1	24	34	30
2	74	77	70
3	68	67	62
4	128	128	117
5	69	38	29
6	111	107	98
7	80	85	96
8	159	168	146

Таблица 2

Ход работы:

Исходя из уравнения регрессии, которое нам нужно построить, создадим следующую таблицу 3:

№ опыта	Планирование							
	X0	X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

Таблица 3

1. Проверка воспроизводимости опытов:

Построим следующую таблицу 4:

№ Опыта	Выход			Среднее значение строки	Дисперсия строки
	Y1	Y2	Y3	Yср	S^2
1	24	34	30	29,33	25,33
2	74	77	70	73,67	12,33
3	68	67	62	65,67	10,33
4	128	128	117	124,33	40,33
5	69	38	29	45,33	440,33
6	111	107	98	105,33	44,33
7	80	85	96	87,00	67,00
8	159	168	146	157,67	122,33

Таблица 4

В данной таблице:

$$Y_{ср_i} = \frac{Y_{1i} + Y_{2i} + Y_{3i}}{3}$$

$$S_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - Y_{ср})^2$$

С помощью данных, представленных в таблице 4 построим следующую таблицу 5:

Проверка воспроизводимости	
G(набл)	G(табл) = G($\alpha = 0,01, N=8, m - 1 = 3 - 1$)
0,58	0,62

Таблица 5

$$\text{Где: } G(\text{набл}) = \frac{\max(S_i^2)}{\sum_{i=1}^N S_i^2};$$

$G(\text{табл}) = 0,62$. Значение взято из таблицы критического значения распределения Кохрена с уровнем значимости $\alpha = 0,01$.

Из таблицы 5 видно, что $G(\text{набл}) < G(\text{табл})$, это означает, что опыт воспроизводим.

Дальнейшие расчеты производятся в предположении:

- y – случайная величина, имеющая нормальное распределение;
- дисперсии отклика в любой точке факторного пространства однородны;
- значения факторов x_i – неслучайные величины, т. е. установка и поддержание на выбранном уровне любого фактора существенно точнее, чем ошибка определения функции отклика y .

2. Расчет коэффициентов регрессии:

Для данного задания построим следующую таблицу 6:

№ Опыта	Планирование							
	X0	X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1
bi	86,04	29,21	22,63	12,79	3,13	3,46	0,87	-0,46
t(набл) i	15,27	5,18	4,01	2,27	0,55	0,61	0,16	0,08
t(kр) < t(набл)	1	1	1	0	0	0	0	0

Таблица 6

Где $b_i = \frac{1}{N} * \sum_{j=1}^m y j_{\text{ср}} * x_{ji}$ – коэффициенты регрессии.

3. Проверка значимости коэффициентов регрессии:

Для данного задания построим таблицу 7:

Проверка значимости коэффициентов регрессии		
S_B^2	$S\{bi\}$	$t(\text{кр})$
95,29	5,64	2,92

Таблица 7

где:

$$S_B^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_j^2$$

$$S\{bi\} = \sqrt{\left(\frac{S_B^2}{m}\right)}$$

$t(\text{кр})$ находим по таблице критического значения распределения Стьюдента.

Чтобы найти $t(\text{набл})$ воспользуемся формулой:

$$t(\text{набл}) = \frac{|bi|}{S\{bi\}}$$

Для того чтобы найти количество коэффициентов значимости регрессии сравним значения $t(\text{кр})$ со значениями $t(\text{набл})$.

В таблице 6 строка $t(\text{набл}) > t(\text{кр})$ принимает значение 1, если выражение истинно и значение 0, если выражение ложно.

Получаем следующее уравнение регрессии:

$$y = 86,04 + 29,21 * X_1 + 22,63 * X_2$$

4. Проверка адекватности модели:

Далее строим таблицу 8:

№	1	2	3	4	5	6	7	8
отклик	34,21	92,63	79,46	137,88	34,21	92,63	79,46	137,88
$(y - y_{\text{ср}})^2$	23,77	359,42	190,21	183,38	123,77	161,50	56,88	391,71

Таблица 8

Отклик считается подстановкой соответствующих факторов в уравнение регрессии.

Далее стром таблицу 9:

Проверка адекватности модели	
Sад ²	894,37
I	2
F(набл)	9,39
F(кр)	5,29

Таблица 9

Где:

$$S_{ad}^2 = \frac{1}{N-1-l} \sum_{j=1}^N (y_{cpj} - y_j)^2$$

l – число коэффициентов регрессии без свободного члена

$$F(\text{набл}) = \frac{S_{ad}^2}{S_B^2}$$

F(кр) – находим из таблицы критического значения распределения Фишера – Сnedекора.

Из таблицы 9 видно, что Fнабл > Fкрит , а это означает что наша линейная модель не адекватна.

Попробуем линейное описание объекта последовательно дополнить линейными членами с наибольшими вкладами (коэффициентами) вплоть до того, пока модель не станет адекватной.

Тогда получим следующее:

№	1	2	3	4	5	6	7	8
отклик	21,42	79,83	66,67	125,08	47,00	105,42	92,25	150,67
(y - yср) ²	62,67	38,03	1,00	0,56	2,78	0,01	27,56	49,00

Таблица 10

Проверка адекватности модели	
Sад ²	136,21
I	3
F(набл)	1,43
F(кр)	5,29

Таблица 11

Из таблицы 11 видно, что Fнабл < Fкрит , это означает что наша линейная модель адекватна.

Тогда уравнение регрессии будет выглядеть следующим:

$$y = 86,04 + 29,21 * X_1 + 22,63 * X_2 + 12,79 * X_3$$

Вывод:

Провёл статистическую обработку экспериментальных данных и в процессе обработки построил линейную модель системы в виде уравнения регрессии. На этапе проверки значимости коэффициентов мне удалось исключить все нелинейные взаимодействия факторов, оставить лишь линейные члены и свободный член уравнения регрессии. Результаты эксперимента прошли проверку воспроизводимости опытов, и линейная модель в виде уравнения регрессии прошла проверку адекватности модели. Обе гипотезы проверялись на уровне значимости $\alpha = 0,01$.