

Листинг 2

```

In[1]:= ClearAll["Global`*"]
        |очистить всё
SetDirectory[NotebookDirectory[]];
        |задать рабочую... |директория файла блокнота
Needs["FlowSolver`"]
        |необходимо

In[4]:= readGraph2[file_, dir_] := Module[{
        |программный модуль
    fn = FileNameJoin[{dir, file}],
        |соединить пути
    stream, imod, umod, u, b
    },
    stream = OpenRead[fn];
        |открыть для считывания
    imod = Read[stream, {Word, Number}][[2]];
        |считать |слово |число
    umod = Read[stream, {Word, Number}][[2]];
        |считать |слово |число

    u = ({#[[1]] ↔ #[[2]], #[[2]] ↔ #[[1]]} & /@ ReadList[stream, Expression, umod]) // Flatten;
        |считать в список |выражение |уплостить
    b = ConstantArray[0, imod];
        |постоянный массив
    (b[[Read[StringToStream[StringTake[#1, {5, -3}]], Number]]] = #2) & @@@
        |счи... |канал считывания... |взять часть строки |число
    ReadList[stream, {Word, Expression}, imod];
        |считать в список |слово |выражение
    {Graph[u, VertexSize -> Medium, VertexLabels -> Placed["Name", Center],
        |граф |размер вершины |средний |метки для вершин |расположен |центр
    VertexStyle -> Directive[White],
        |стиль вершины |директива |белый
    VertexShapeFunction -> {xx_ -> If[SameQ[b[[xx]], x], "Square", "Circle"]},
        |функция формы вершины |... |тождественны? |квадрат |круг
    VertexLabelStyle -> Directive[Black, 24], GraphLayout -> "CircularEmbedding", b]}

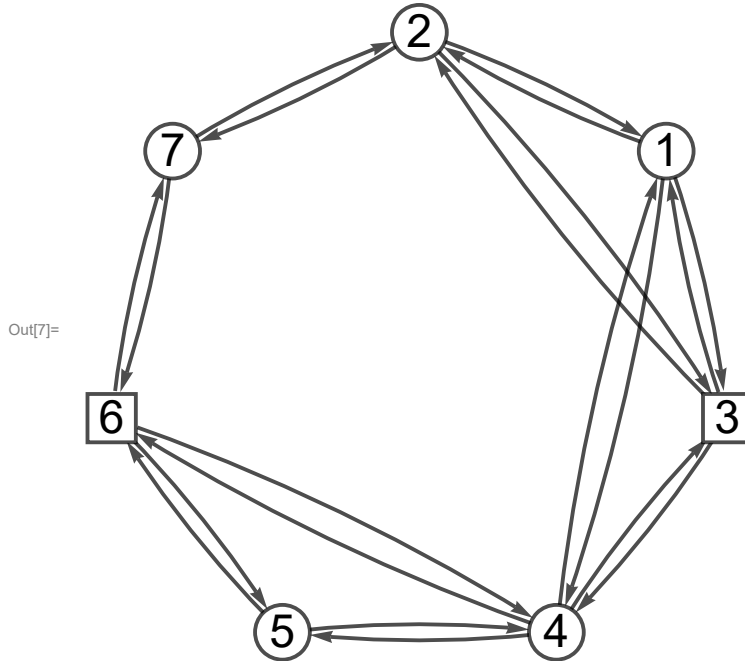
In[5]:= forma[ff_] := ({ff /. {εu→v -> εu,v}} // TableForm)
        |табличная форма

```

```

In[6]:=
{g, b} = readGraph2["gr1.txt", NotebookDirectory[]];
                                         директория файла блокнота
GraphPlot[g, EdgeStyle → Directive[Black, Thick],
[визуализация ... [стиль ребра [директива [чёрный [жирный
VertexStyle → Directive[EdgeForm[Thick], White], MultiedgeStyle → .05]
[стиль вершины [директива [стиль ребра [жирный [белый [стиль для множественных рёбер

```



```

In[8]:= balanceEqs = (Total[x_# & /@ EdgeList[g, _ → #]] - Total[x_# & /@ EdgeList[g, # → _]]) ==
[суммировать [список рёбер [суммировать [список рёбер
MapIndexed[#1 /. x → x_#2[[1]] &, b][[#]] & /@ VertexList[g];
[преобразовать с учётом индекса [список вершин графа
balanceEqs //
forma

```

Out[9]//TableForm=

$$\begin{aligned}
& x_{2,7} + x_{6,7} - x_{7,2} - x_{7,6} == 0 \\
& x_{1,2} - x_{2,1} - x_{2,3} - x_{2,7} + x_{3,2} + x_{7,2} == 0 \\
& x_{4,6} + x_{5,6} - x_{6,4} - x_{6,5} - x_{6,7} + x_{7,6} == x_6 \\
& -x_{1,2} - x_{1,3} - x_{1,4} + x_{2,1} + x_{3,1} + x_{4,1} == 0 \\
& x_{1,3} + x_{2,3} - x_{3,1} - x_{3,2} - x_{3,4} + x_{4,3} == x_3 \\
& x_{1,4} + x_{3,4} - x_{4,1} - x_{4,3} - x_{4,5} - x_{4,6} + x_{5,4} + x_{6,4} == 0 \\
& x_{4,5} - x_{5,4} - x_{5,6} + x_{6,5} == 0
\end{aligned}$$

```

In[10]:= M = {7};
Print["M = ", M];
[печатать
M = {7}

```

```

In[12]:= (*Do[inclist=EdgeList[g,u→_];
[оператор цикла [список рёбер
Do[p_v=1/Length[inclist];,{v,inclist}];,{u,VertexList[g]}]*)
[оператор [длина [список вершин графа

```

```

In[13]:= (*p_#&/@EdgeList[g]*)
[список рёбер

```

```

In[14]:= (*incl=
DeleteCases[DeleteDuplicates[Cases[IncidenceList[g,#],i_→j_→{i,j}]]//Flatten],
удалить случ... удалить дубликаты случая... список инцидентов упростить
v_/;v==#]&/@M*)
incl = (IncidenceList[g, #] & /@M) // Flatten
список инцидентов упростить

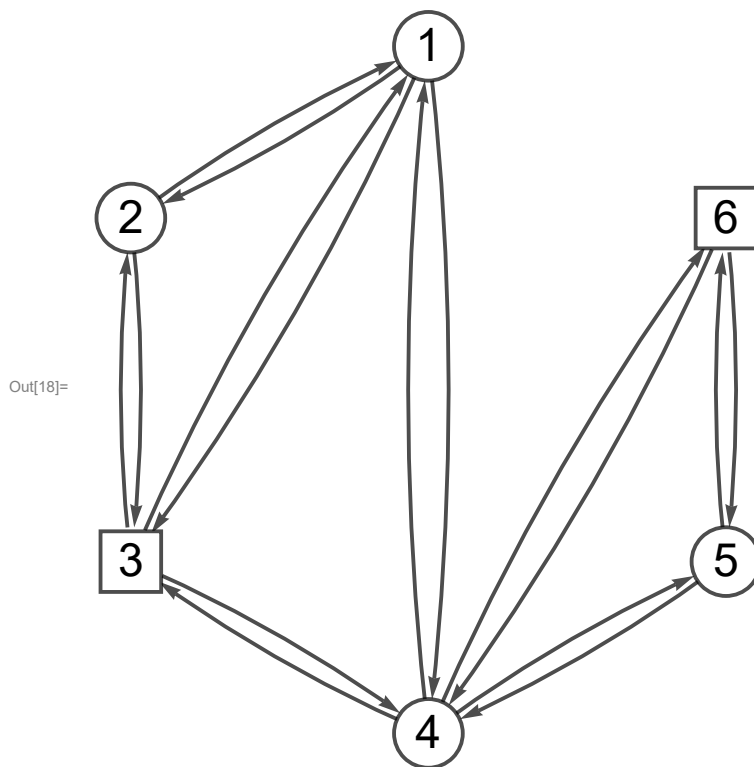
```

Out[14]= {7 ↔ 2, 2 ↔ 7, 7 ↔ 6, 6 ↔ 7}

```

In[15]:= (*Do[If[MemberQ[M,j[[1]]],b[[j[[2]]]]+=f_j,b[[j[[1]]]]-=f_j],{j,incl}])*
... элемент списка?
b = Fold[If[MemberQ[M, #2[[1]]], ReplacePart[#, #2[[2]] → #[[#2[[2]]] - f_#2],
све... элемент списка? заменить часть
ReplacePart[#, #2[[1]] → #[[#2[[1]]] + f_#2]] &, b, incl];
заменить часть
b = b[Range[g // VertexCount] ~ Complement ~ M];
диапазон число вершин дополнение
ng = VertexDelete[g, M];
удалить вершину
GraphPlot[ng, EdgeStyle → Directive[Black, Thick],
стиль ребра директива чёрный жирный
VertexStyle → Directive[EdgeForm[Thick], White], MultiedgeStyle → .05]
стиль вершины директива стиль реб... жирный белый стиль для множественных рё
b

```



Out[19]= {0, f_{2→7} - f_{7→2}, x, 0, 0, x + f_{6→7} - f_{7→6}}

```

In[20]:= CC[g_, M_] :=
(DeleteDuplicates[Cases[IncidenceList[g, #], i_ → j_ /; j == #]] & /@M) // Flatten
удалить дубликаты случая... список инцидентов упростить

ii_ [g_] := Cases[IncidenceList[g, i], u_ → v_ /; u == i → v]
случа... список инцидентов

```

In[22]:= $M^+ = CC[g, M]$

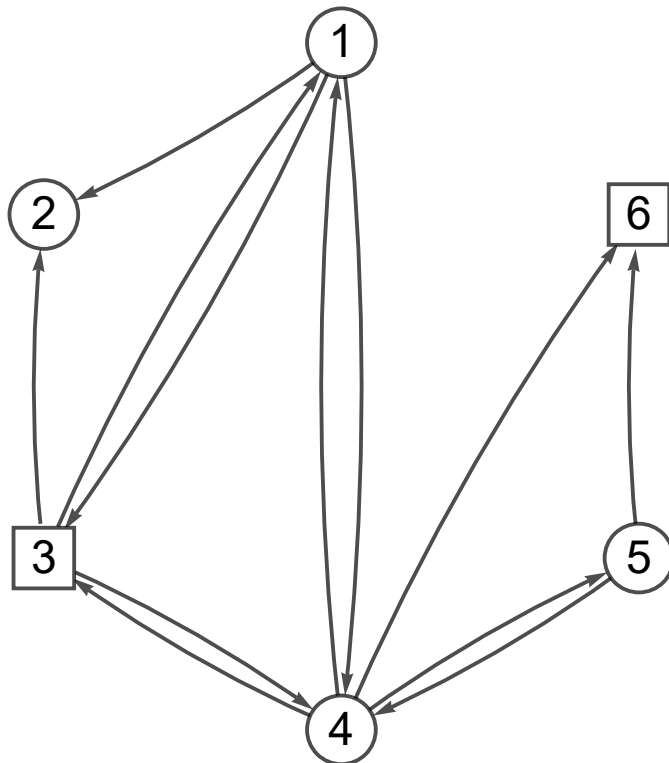
Out[22]:= $\{2 \leftrightarrow 7, 6 \leftrightarrow 7\}$

In[23]:= $\overline{b1} = \text{Fold}[\text{свернуть}$
 $\text{Module}[\{bb = \#1, i = \#2_{[[1]]}, k = \#2_{[[2]]}\}, \left(\text{Fold}[\text{Module}[\{bbb = \#1, jj = \#2\}, \text{ReplacePart}[\right.$
 $\text{программный модуль}$ $\left. \text{све...}$ $\text{программный модуль}$ $\left. \text{заменить часть}$
 $bbb, \left(\left(\left(\{jj \rightarrow bbb_{[[jj]]} - \frac{p_{i \rightarrow jj}}{p_{i \rightarrow k}} f_{i \rightarrow k}, i \rightarrow bbb_{[[i]]} + \frac{p_{i \rightarrow jj}}{p_{i \rightarrow k}} f_{i \rightarrow k} \right) \right) \right) //$
 $\text{Flatten}]] \&, bb, ii_i[\overline{ng}]] \right) \&, \overline{b}, M^+]$
 уплостить

Out[23]:= $\left\{ -\frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 1}}{p_{2 \rightarrow 7}}, f_{2 \rightarrow 7} - f_{7 \rightarrow 2} + \frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 1}}{p_{2 \rightarrow 7}} + \frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 3}}{p_{2 \rightarrow 7}}, x - \frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 3}}{p_{2 \rightarrow 7}}, \right.$
 $\left. -\frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 4}}{p_{6 \rightarrow 7}}, -\frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 5}}{p_{6 \rightarrow 7}}, x + f_{6 \rightarrow 7} - f_{7 \rightarrow 6} + \frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 4}}{p_{6 \rightarrow 7}} + \frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 5}}{p_{6 \rightarrow 7}} \right\}$

In[24]:= $\text{GraphPlot}[\text{Fold}[\text{HighlightGraph}[\#1, u \rightarrow v _ /; u == \#2, \text{GraphHighlightStyle} \rightarrow \text{"White"}] \&, \text{визуализа...}$ све... граф с подкраской $\text{стиль выделенных элемент...}$ белый
 $\overline{ng}, \#_{[[1]]} \& /@ M^+], \text{EdgeStyle} \rightarrow \text{Directive}[\text{Black}, \text{Thick}],$
 стиль ребра директива чёрный жирный
 $\text{VertexStyle} \rightarrow \text{Directive}[\text{EdgeForm}[\text{Thick}], \text{White}], \text{MultiedgeStyle} \rightarrow .05]$
 стиль вершины директива стиль ре... жирный белый $\text{стиль для множественных рёбер}$

Out[24]=

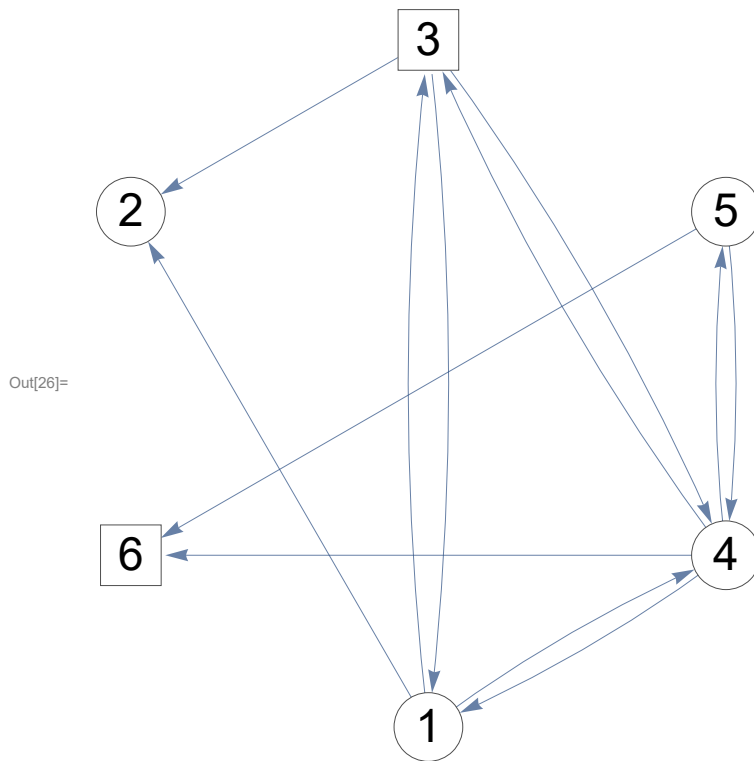


```
In[25]:=  $\overline{g1} = \text{Fold}[\text{EdgeDelete}[\#1, u \leftrightarrow v \text{ /; } u == \#2] \ \&, \overline{ng}, \#_{[1]} \ \& /@ M^+];$   

[све...] [удалить ребро]  

GraphPlot[ $\overline{g1}$ , MultiedgeStyle  $\rightarrow .05$ ]  

[визуализация гр... [стиль для множественных рёбер]
```



```
In[27]:=  $II_{rem} = \text{VertexList}[\overline{g1}] \sim \text{Complement} \sim (M^+ \llbracket All, 1 \rrbracket)$   

[список вершин гр... [дополнение] [всё]
```

Out[27]= {1, 3, 4, 5}

```
In[28]:=  $\lambda = \text{SparseArray}[\text{разрежённый массив}]$   


Replace[ $\left( \text{EdgeList}[\overline{g1}] \text{ /. } \# \ \& /@ \text{Flatten}[\text{Module}[\{i = \#, jf, Icur\}, \left( Icur = ii_i^+[\overline{g1}]; \right. \right.$   

[заменить] [список рёбер] [уплостить] [программный модуль]  

 $\left. jf = \text{First}[Icur]; \right. \left. \left( \left\{ (i \leftrightarrow jf) \rightarrow 1, (i \leftrightarrow \#) \rightarrow -\frac{p_{i \leftrightarrow \#}}{p_{i \leftrightarrow jf}} \right\} \ \& /@ Icur[[2 ;;]] \right) \ \& /@ II_{rem}, 1 \right] \right),$   

 $\_ \leftrightarrow \_ \rightarrow 0, 2]]$   

[первый]
```

Out[28]= SparseArray[ Specified elements: 16
Dimensions: {8, 12}]

In[29]:= **Grid[λ]**

таблица

	1	0	$-\frac{p_{1 \leftrightarrow 3}}{p_{1 \rightarrow 2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	$-\frac{p_{1 \leftrightarrow 4}}{p_{1 \rightarrow 2}}$	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	$-\frac{p_{3 \leftrightarrow 1}}{p_{3 \rightarrow 2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	$-\frac{p_{3 \leftrightarrow 4}}{p_{3 \rightarrow 2}}$	0	0	0	0	0
Out[29]=	0	0	0	0	0	1	0	$-\frac{p_{4 \leftrightarrow 3}}{p_{4 \rightarrow 1}}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	$-\frac{p_{4 \leftrightarrow 5}}{p_{4 \rightarrow 1}}$	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	$-\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}}$	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	$-\frac{p_{5 \leftrightarrow 6}}{p_{5 \rightarrow 4}}$	0

In[30]:= **g = $\overline{g1}$;**

b = $\overline{b1}$;

In[32]:= **II* = Cases[MapIndexed[{#1, #2} &, b],**

случай преобразовать с учётом индекса

{el_, i_} /; MemberQ[el, x] || SameQ[el, x] => i] // Flatten

элемент списка?

тождественны?

уплосить

Out[32]= {3, 6}

In[33]:= **buildt = Timing[{t, g} = buildTree[g, II*];][[1]]**

затраченное время

TableForm[t[[1 ;; 4]],

табличная форма

TableHeadings -> {"pred", "dir", "depth", "d"}, t // pred // Length // Range}

табличные заголовки

длина

диапазон

Out[33]= 0.

Out[34]//TableForm=

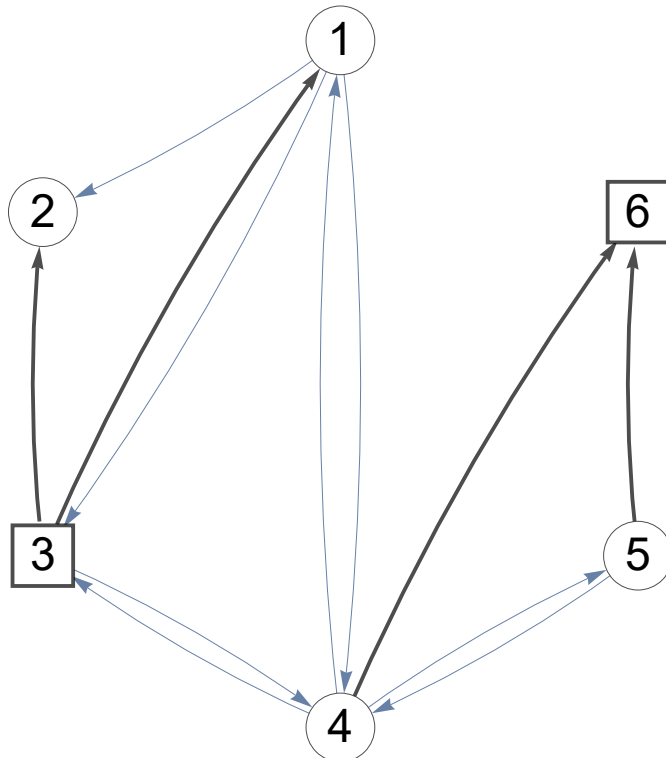
	1	2	3	4	5	6	7
pred	3	3	7	6	6	7	0
dir	1	1	1	-1	-1	1	0
depth	2	2	1	2	2	1	0
d	2	7	1	5	3	4	6

```

In[35]:= GraphPlot[HighlightGraph[
  визуализа... граф с подкраской
  Fold[HighlightGraph[#1, Style[u_ ↔ v_ /; u == #2, White]] &,  $\overline{ng}$ , #[[1]] & /@ M+],
  све... граф с подкраской стиль белый
  {Style[u_ /; VertexQ[g, u] && pred[t][[u]] == root[t], EdgeForm[Thick]],
  стиль вершина? стиль ре... жирный
  Style[u_ ↔ v_ /; (pred[t][[u]] == v && dir[t][[u]] == -1) ||
  стиль
    (pred[t][[v]] == u && dir[t][[v]] == 1), Directive[Black, Thick]}},
  директива чёрный жирный
  GraphHighlightStyle → None], MultiedgeStyle → .05]
  стиль выделенных элемен... ни од... стиль для множественных рёбер

```

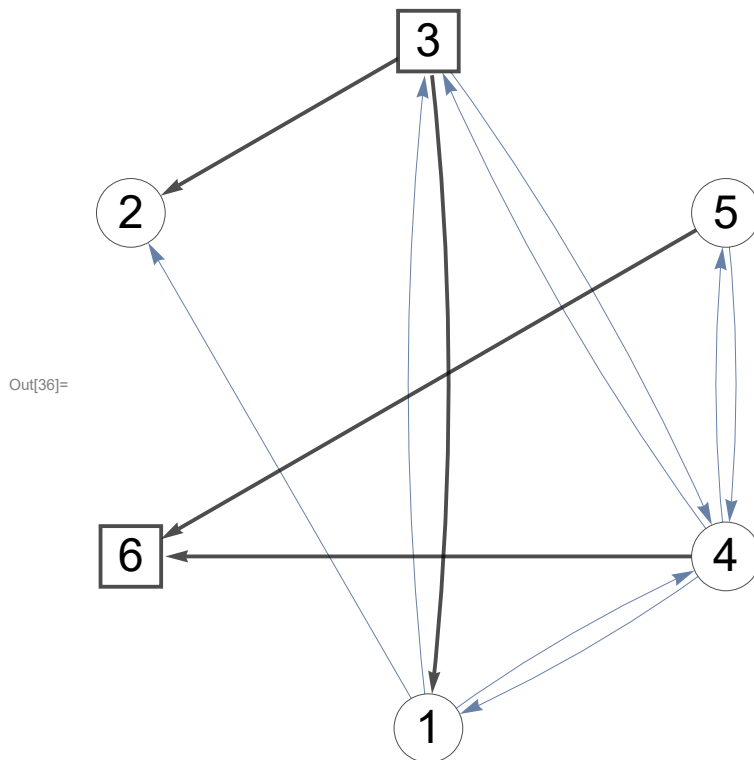
Out[35]=



```

In[36]:= GraphPlot[HighlightGraph[g1,
  визуализа... граф с подкраской
  {Style[u_ /; VertexQ[g, u] && pred[t][[u]] == root[t], EdgeForm[Thick]],
    стиль вершина? стиль реб... жирный
    Style[u_ → v_ /; (pred[t][[u]] == v && dir[t][[u]] == -1) ||
      стиль
      (pred[t][[v]] == u && dir[t][[v]] == 1), Directive[Black, Thick]}},
    директива чёрный жирный
    GraphHighlightStyle → None], MultiedgeStyle → .05]
  стиль выделенных элемен... ни од... стиль для множественных рёбер

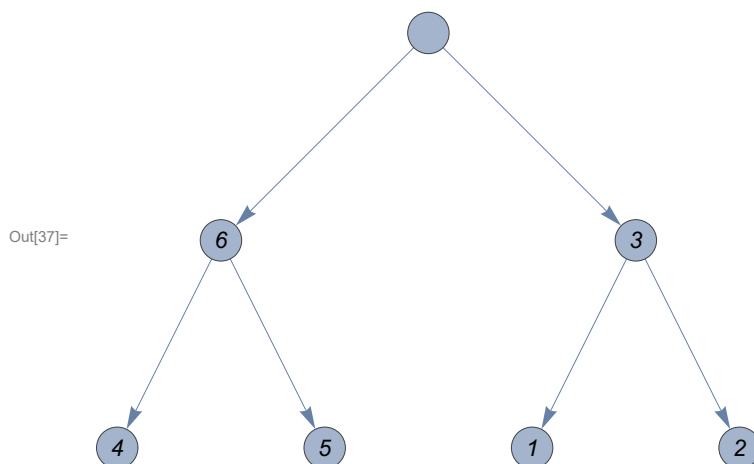
```



```

In[37]:= t[[7]] (*пометить на графе*)

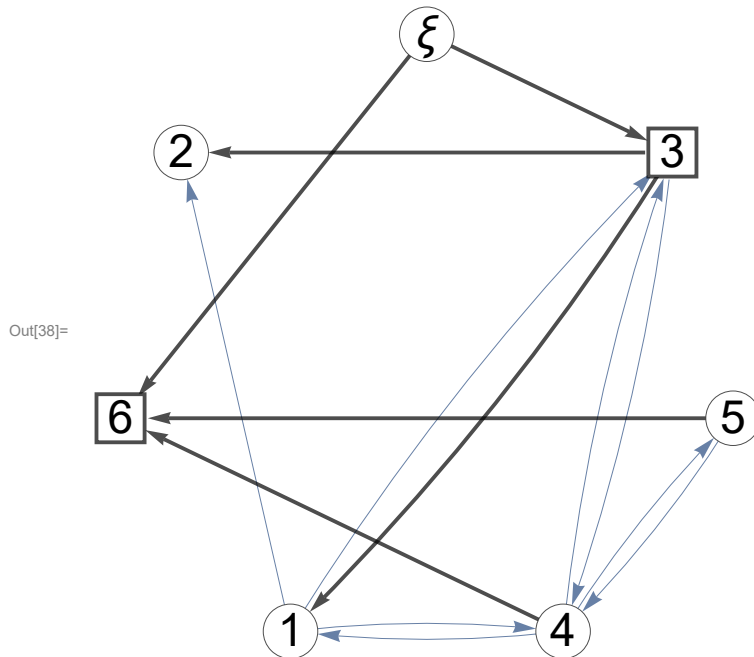
```




```

In[38]:= (*GraphPlot[g,MultiedgeStyle->.05]*)
          [визуализация... [стиль для множественных рёбер]
GraphPlot[HighlightGraph[g,
          [визуализация... [граф с подкраской]
          {Style[u_ /; VertexQ[g, u] && pred[t][[u]] == root[t], EdgeForm[Thick]],
            [стиль] [вершина? [стиль ре... [жирный]
          Style[u_ -> v_ /; (pred[t][[u]] == v && dir[t][[u]] == -1) ||
            [стиль]
          (pred[t][[v]] == u && dir[t][[v]] == 1), Directive[Black, Thick]}},
            [директива [чёрный [жирный]
          GraphHighlightStyle -> None], MultiedgeStyle -> .05]
          [стиль выделенных элемен... [ни од... [стиль для множественных рёбер]

```



```

In[39]:= AppendTo[b, -Total[b]];
          [добавить в ко... [суммировать]
b = Simplify[b /. x -> 0]
          [упростить]

```

$$\text{Out[40]} = \left\{ -\frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 1}}{p_{2 \rightarrow 7}}, -f_{7 \rightarrow 2} + \frac{f_{2 \rightarrow 7} (p_{2 \rightarrow 1} + p_{2 \rightarrow 3} + p_{2 \rightarrow 7})}{p_{2 \rightarrow 7}}, -\frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 3}}{p_{2 \rightarrow 7}}, -\frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 4}}{p_{6 \rightarrow 7}}, \right. \\
 \left. -\frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 5}}{p_{6 \rightarrow 7}}, -f_{7 \rightarrow 6} + \frac{f_{6 \rightarrow 7} (p_{6 \rightarrow 4} + p_{6 \rightarrow 5} + p_{6 \rightarrow 7})}{p_{6 \rightarrow 7}}, -f_{2 \rightarrow 7} - f_{6 \rightarrow 7} + f_{7 \rightarrow 2} + f_{7 \rightarrow 6} \right\}$$

```
In[41]:= balanceEqs = ( (Total[x# & /@ EdgeList[g, _ -> #]] - Total[x# & /@ EdgeList[g, # -> _]]) /.
      |_суммировать |_список рёбер |_суммировать |_список рёбер
      root[t] -> ξ) == b[#] & /@ VertexList[g];
      |_список вершин графа
```

```
balanceEqs //
forma
```

Out[42]//TableForm=

$$\begin{aligned}
x_{1,2} + x_{3,2} &= -f_{7,2} + \frac{f_{2,7}(p_{2,1} + p_{2,3} + p_{2,7})}{p_{2,7}} \\
x_{4,6} + x_{5,6} + x_{\xi,6} &= -f_{7,6} + \frac{f_{6,7}(p_{6,4} + p_{6,5} + p_{6,7})}{p_{6,7}} \\
-x_{1,2} - x_{1,3} - x_{1,4} + x_{3,1} + x_{4,1} &= -\frac{f_{2,7} p_{2,1}}{p_{2,7}} \\
x_{1,3} - x_{3,1} - x_{3,2} - x_{3,4} + x_{4,3} + x_{\xi,3} &= -\frac{f_{2,7} p_{2,3}}{p_{2,7}} \\
x_{1,4} + x_{3,4} - x_{4,1} - x_{4,3} - x_{4,5} - x_{4,6} + x_{5,4} &= -\frac{f_{6,7} p_{6,4}}{p_{6,7}} \\
x_{4,5} - x_{5,4} - x_{5,6} &= -\frac{f_{6,7} p_{6,5}}{p_{6,7}} \\
-x_{\xi,3} - x_{\xi,6} &= -f_{2,7} - f_{6,7} + f_{7,2} + f_{7,6}
\end{aligned}$$

```
In[43]:= ps = partSolve[g, -b, t, ξ];
ps // forma
```

Out[44]//TableForm=

$$\begin{aligned}
\tilde{x}_{1,2} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{1,3} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{1,4} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{3,1} &\rightarrow -\frac{f_{2,7} p_{2,1}}{p_{2,7}} \\
\tilde{x}_{3,2} &\rightarrow -f_{7,2} + \frac{f_{2,7}(p_{2,1} + p_{2,3} + p_{2,7})}{p_{2,7}} \\
\tilde{x}_{3,4} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{4,1} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{4,3} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{4,5} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{4,6} &\rightarrow \frac{f_{6,7} p_{6,4}}{p_{6,7}} \\
\tilde{x}_{5,4} &\rightarrow 0 \\
\tilde{x}_{5,6} &\rightarrow \frac{f_{6,7} p_{6,5}}{p_{6,7}} \\
\tilde{x}_{7,3} &\rightarrow -f_{7,2} - \frac{f_{2,7} p_{2,1}}{p_{2,7}} - \frac{f_{2,7} p_{2,3}}{p_{2,7}} + \frac{f_{2,7}(p_{2,1} + p_{2,3} + p_{2,7})}{p_{2,7}} \\
\tilde{x}_{7,6} &\rightarrow -f_{7,6} - \frac{f_{6,7} p_{6,4}}{p_{6,7}} - \frac{f_{6,7} p_{6,5}}{p_{6,7}} + \frac{f_{6,7}(p_{6,4} + p_{6,5} + p_{6,7})}{p_{6,7}}
\end{aligned}$$

```
In[45]:= Simplify[(balanceEqs /. {x -> ξ, ξ -> root[t]}) /. ps]
      |_упростить
```

Out[45]= {True, True, True, True, True, True, True}

```
In[46]:= matrt = Timing[ $\delta$ Matr =  $\delta$ 1[g, t]];

```

затраченное время

```
roott = VertexCount[g];

```

число вершин

```
TableForm[ $\delta$ Matr, TableHeadings  $\rightarrow$  {uNb[g, t],  $\delta$ 
табличная форма табличные заголовки
 $\begin{cases} \# [2] & \# [1] == \text{roott} \ \& \ /@ \text{EdgeList}[g] \} \} // \text{forma} \\ \# [1] & \# [2] == \text{roott} \\ \# & \text{True} \end{cases}$ 
список рёбер

```

Out[48]//TableForm=

	$\delta_{1,2}$	$\delta_{3,2}$	$\delta_{1,3}$	$\delta_{3,1}$	$\delta_{1,4}$	$\delta_{4,1}$	$\delta_{3,4}$	$\delta_{4,3}$	$\delta_{4,5}$	$\delta_{5,4}$	$\delta_{5,6}$
1 \leftrightarrow 2	1	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1 \leftrightarrow 3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1 \leftrightarrow 4	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4 \leftrightarrow 1	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0
3 \leftrightarrow 4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4 \leftrightarrow 3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4 \leftrightarrow 5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5 \leftrightarrow 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1

```
In[49]:=  $\lambda$  = SparseArray[ $\lambda$ , {Length[ $\lambda$ ], Length[ $\lambda$ [ [1]]] + Length[II*]}];

```

разрежённый мас...

длина

длина

длина

```
(* $\lambda$ = $\lambda$ [ [;-2] ] *)

```

```
In[50]:= dopEq = # == 0 & /@ Flatten[ $\lambda$ . {x# & /@ EdgeList[g]}'];

```

уплостить

```
dopEq // forma

```

Out[51]//TableForm=

```
x1,2 -  $\frac{p_{1,3} x_{1,3}}{p_{1,2}}$  == 0
x1,2 -  $\frac{p_{1,4} x_{1,4}}{p_{1,2}}$  == 0
-  $\frac{p_{3,1} x_{3,1}}{p_{3,2}}$  + x3,2 == 0
x3,2 -  $\frac{p_{3,4} x_{3,4}}{p_{3,2}}$  == 0
x4,1 -  $\frac{p_{4,3} x_{4,3}}{p_{4,1}}$  == 0
x4,1 -  $\frac{p_{4,5} x_{4,5}}{p_{4,1}}$  == 0
x4,1 -  $\frac{p_{4,6} x_{4,6}}{p_{4,1}}$  == 0
x5,4 -  $\frac{p_{5,6} x_{5,6}}{p_{5,4}}$  == 0

```

```
In[52]:=  $\Delta$  =  $\lambda$ . ( $\delta$ Matr)T;

```

```
"cicle det's:"

```

```
 $\Delta$  // forma

```

Out[53]= cicle det's:

Out[54]//TableForm=

```
1 -  $\frac{p_{1 \leftrightarrow 3}}{p_{1 \leftrightarrow 2}}$  0 0 0 0 0 0
1 0 -  $\frac{p_{1 \leftrightarrow 4}}{p_{1 \leftrightarrow 2}}$  0 0 0 0
-1 -  $\frac{p_{3 \leftrightarrow 1}}{p_{3 \leftrightarrow 2}}$  -  $\frac{p_{3 \leftrightarrow 1}}{p_{3 \leftrightarrow 2}}$  -  $\frac{p_{3 \leftrightarrow 1}}{p_{3 \leftrightarrow 2}}$  0 0 0 0
-1 0 0 0 -  $\frac{p_{3 \leftrightarrow 4}}{p_{3 \leftrightarrow 2}}$  0 0 0
0 0 0 1 0 -  $\frac{p_{4 \leftrightarrow 3}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$  0 0
0 0 0 1 0 0 -  $\frac{p_{4 \leftrightarrow 5}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$  0
0 0 -  $\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$  1 +  $\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$  -  $\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$   $\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$   $\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$  -  $\frac{p_{4 \leftrightarrow 6}}{p_{4 \leftrightarrow 1}}$ 
0 0 0 0 0 0 -  $\frac{p_{5 \leftrightarrow 6}}{p_{5 \leftrightarrow 4}}$  1 +  $\frac{p_{5 \leftrightarrow 6}}{p_{5 \leftrightarrow 4}}$ 
```

In[55]:= **MatrixRank**[Δ]
 |ранг матрицы

Out[55]= 8

In[56]:= **"U_c="**
U_c = Range[8]
 |диапазон
"U_{nc}="
U_{nc} = {}

Out[56]= U_c =

Out[57]= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Out[58]= U_{nc} =

Out[59]= {}

In[60]:= **$\Delta_c = \Delta$ [[All, U_c]];**
 |ВСё
 $\Delta_{nc} = \Delta$ [[All, U_{nc}]];
 |ВСё
" Δ_c ="
 Δ_c // MatrixForm
 |матричная форма

Out[62]= Δ_c =

Out[63]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{p_{1 \rightarrow 3}}{p_{1 \rightarrow 2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{p_{1 \rightarrow 4}}{p_{1 \rightarrow 2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 - \frac{p_{3 \rightarrow 1}}{p_{3 \rightarrow 2}} & -\frac{p_{3 \rightarrow 1}}{p_{3 \rightarrow 2}} & -\frac{p_{3 \rightarrow 1}}{p_{3 \rightarrow 2}} & \frac{p_{3 \rightarrow 1}}{p_{3 \rightarrow 2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{p_{3 \rightarrow 4}}{p_{3 \rightarrow 2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{p_{4 \rightarrow 3}}{p_{4 \rightarrow 1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{p_{4 \rightarrow 5}}{p_{4 \rightarrow 1}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{p_{4 \rightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}} & 1 + \frac{p_{4 \rightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}} & -\frac{p_{4 \rightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}} & \frac{p_{4 \rightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}} & \frac{p_{4 \rightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}} & -\frac{p_{4 \rightarrow 6}}{p_{4 \rightarrow 1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{p_{5 \rightarrow 6}}{p_{5 \rightarrow 4}} & 1 + \frac{p_{5 \rightarrow 6}}{p_{5 \rightarrow 4}} \end{pmatrix}$$

In[64]:= **"det (Δ_c) ="**
Simplify[det = Det [Δ_c]] // forma
 |упростить |детерминант

Out[64]= det (Δ_c) =

Out[65]//TableForm=

$$-\frac{1}{p_{1,2}^2 p_{3,2}^2 p_{4,1}^3 p_{5,4}} \left((p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6}))) + p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6})))) + p_{1,3} p_{1,4} (p_{3,2} p_{3,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6}))) + p_{3,1} (p_{3,2} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{3,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6})))))) \right)$$

```
In[66]:= "U_T="
utind = Cases[t[[6]],  $\xi_{\_}$  /;  $\xi \neq 0$ ];
      \[случаи по образцу\]
U_T = EdgeList[g][[utind]]
      \[список рёбер\]
```

```
Out[66]= U_T=
```

```
Out[68]= {3  $\leftrightarrow$  1, 3  $\leftrightarrow$  2, 7  $\leftrightarrow$  3, 4  $\leftrightarrow$  6, 5  $\leftrightarrow$  6, 7  $\leftrightarrow$  6}
```

```
In[69]:= "U_Nb="
U_Nb = uNb[g, t]
```

```
Out[69]= U_Nb=
```

```
Out[70]= {1  $\leftrightarrow$  2, 1  $\leftrightarrow$  3, 1  $\leftrightarrow$  4, 4  $\leftrightarrow$  1, 3  $\leftrightarrow$  4, 4  $\leftrightarrow$  3, 4  $\leftrightarrow$  5, 5  $\leftrightarrow$  4}
```

```
In[71]:= A = - $\lambda$ .{ $\tilde{x}_{\#}$  & /@ EdgeList[g]}T /. ps;
"A="
A // MatrixForm
      \[матричная форма\]
```

```
Out[72]= A=
```

```
Out[73]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{7 \leftrightarrow 2} - \frac{f_{2 \leftrightarrow 7} (p_{2 \leftrightarrow 1} + p_{2 \leftrightarrow 3} + p_{2 \leftrightarrow 7})}{p_{2 \leftrightarrow 7}} - \frac{f_{2 \leftrightarrow 7} p_{2 \leftrightarrow 1} p_{3 \leftrightarrow 1}}{p_{2 \leftrightarrow 7} p_{3 \leftrightarrow 2}} \\ f_{7 \leftrightarrow 2} - \frac{f_{2 \leftrightarrow 7} (p_{2 \leftrightarrow 1} + p_{2 \leftrightarrow 3} + p_{2 \leftrightarrow 7})}{p_{2 \leftrightarrow 7}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{f_{6 \leftrightarrow 7} p_{4 \leftrightarrow 6} p_{6 \leftrightarrow 4}}{p_{4 \leftrightarrow 1} p_{6 \leftrightarrow 7}} \\ \frac{f_{6 \leftrightarrow 7} p_{5 \leftrightarrow 6} p_{6 \leftrightarrow 5}}{p_{5 \leftrightarrow 4} p_{6 \leftrightarrow 7}} \end{pmatrix}$$

```
In[74]:=  $\beta = A - \lambda n c . \{x_{\#} \& /@ U_{Nb}[[U_{nc}]]\}$ T;
" $\beta$ ="
 $\beta$  // forma
```

```
Out[75]=  $\beta$ =
```

```
Out[76]//TableForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{7,2} - \frac{f_{2,7} (p_{2,1} + p_{2,3} + p_{2,7})}{p_{2,7}} - \frac{f_{2,7} p_{2,1} p_{3,1}}{p_{2,7} p_{3,2}} \\ f_{7,2} - \frac{f_{2,7} (p_{2,1} + p_{2,3} + p_{2,7})}{p_{2,7}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{f_{6,7} p_{4,6} p_{6,4}}{p_{4,1} p_{6,7}} \\ \frac{f_{6,7} p_{5,6} p_{6,5}}{p_{5,4} p_{6,7}} \end{pmatrix}$$

```
In[77]:= "решаем уравнение  $\Delta_c x_c = \beta$ :"
xc = LinearSolve[ $\Delta_c$ ,  $\beta$ [[ ]]]
|решить линейные уравнения
```

Out[77]= решаем уравнение $\Delta_c x_c = \beta$:

Out[78]=
$$\left\{ \left\{ \left(f_{6 \rightarrow 7} p_{1 \rightarrow 3} p_{1 \rightarrow 4} p_{2 \rightarrow 7} p_{3 \rightarrow 1} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{4 \rightarrow 6} p_{5 \rightarrow 4} p_{6 \rightarrow 4} + f_{6 \rightarrow 7} p_{1 \rightarrow 3} p_{1 \rightarrow 4} p_{2 \rightarrow 7} p_{3 \rightarrow 1} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{4 \rightarrow 6} p_{5 \rightarrow 6} p_{6 \rightarrow 4} + \dots 1 \dots + \dots 48 \dots + \dots 1 \dots + f_{2 \rightarrow 7} p_{1 \rightarrow 3} \dots 8 \dots p_{6 \rightarrow 7} - f_{7 \rightarrow 2} p_{1 \rightarrow 3} p_{1 \rightarrow 4} p_{2 \rightarrow 7} p_{3 \rightarrow 2} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{4 \rightarrow 6} p_{5 \rightarrow 6} p_{6 \rightarrow 7} \right) / \right. \\ \left. \left(p_{2 \rightarrow 7} \left(p_{1 \rightarrow 2} p_{1 \rightarrow 3} p_{3 \rightarrow 1} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 1} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{5 \rightarrow 4} + p_{1 \rightarrow 2} p_{1 \rightarrow 4} p_{3 \rightarrow 1} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 1} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{5 \rightarrow 4} + \dots 24 \dots + p_{1 \rightarrow 3} p_{1 \rightarrow 4} p_{3 \rightarrow 1} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{4 \rightarrow 6} p_{5 \rightarrow 6} + p_{1 \rightarrow 3} p_{1 \rightarrow 4} p_{3 \rightarrow 2} p_{3 \rightarrow 4} p_{4 \rightarrow 3} p_{4 \rightarrow 5} p_{4 \rightarrow 6} p_{5 \rightarrow 6} \right) p_{6 \rightarrow 7} \right) \right\}, \dots 6 \dots, \left\{ \dots 1 \dots \right\} \right\}$$

large output show less show more show all set size limit...

```
In[79]:= xcp = MapThread[x#1 → #2 &, {Unb[[Uc]], Flatten[xc] }];
|нанизать преобразование |уплостить
```

```
xcp // TableForm
|табличная форма
```

Out[80]//TableForm=

... 1 ...

large output show less show more show all set size limit...

```
In[81]:= s = solveAll[g, t];
s // TableForm
|табличная форма
```

Out[82]//TableForm=

$$\begin{aligned} x_{3 \rightarrow 2} &\rightarrow -f_{7 \rightarrow 2} + \frac{f_{2 \rightarrow 7} (p_{2 \rightarrow 1} + p_{2 \rightarrow 3} + p_{2 \rightarrow 7})}{p_{2 \rightarrow 7}} - x_{1 \rightarrow 2} \\ x_{3 \rightarrow 1} &\rightarrow -\frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 1}}{p_{2 \rightarrow 7}} + x_{1 \rightarrow 2} + x_{1 \rightarrow 3} + x_{1 \rightarrow 4} - x_{4 \rightarrow 1} \\ x_{5 \rightarrow 6} &\rightarrow \frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 5}}{p_{6 \rightarrow 7}} + x_{4 \rightarrow 5} - x_{5 \rightarrow 4} \\ x_{4 \rightarrow 6} &\rightarrow \frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 4}}{p_{6 \rightarrow 7}} + x_{1 \rightarrow 4} + x_{3 \rightarrow 4} - x_{4 \rightarrow 1} - x_{4 \rightarrow 3} - x_{4 \rightarrow 5} + x_{5 \rightarrow 4} \\ x_{7 \rightarrow 3} &\rightarrow -f_{7 \rightarrow 2} - \frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 1}}{p_{2 \rightarrow 7}} - \frac{f_{2 \rightarrow 7} p_{2 \rightarrow 3}}{p_{2 \rightarrow 7}} + \frac{f_{2 \rightarrow 7} (p_{2 \rightarrow 1} + p_{2 \rightarrow 3} + p_{2 \rightarrow 7})}{p_{2 \rightarrow 7}} + x_{1 \rightarrow 4} + x_{3 \rightarrow 4} - x_{4 \rightarrow 1} - x_{4 \rightarrow 3} \\ x_{7 \rightarrow 6} &\rightarrow -f_{7 \rightarrow 6} - \frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 4}}{p_{6 \rightarrow 7}} - \frac{f_{6 \rightarrow 7} p_{6 \rightarrow 5}}{p_{6 \rightarrow 7}} + \frac{f_{6 \rightarrow 7} (p_{6 \rightarrow 4} + p_{6 \rightarrow 5} + p_{6 \rightarrow 7})}{p_{6 \rightarrow 7}} - x_{1 \rightarrow 4} - x_{3 \rightarrow 4} + x_{4 \rightarrow 1} + x_{4 \rightarrow 3} \end{aligned}$$

```
In[83]:= "общее решение:"
```

```
xsol = ( (s /. xcp) ~ Join ~ xcp );
```

соединить

```
xsol /. { $\xi_{-u} \rightarrow v \rightarrow \xi_{u,v}$ } // Simplify // TableForm
```

упростить

табличная ф

Out[83]= общее решение:

```
Out[ ]//TableForm=
```

$$X_{3,2} \rightarrow \frac{p_{3,1} p_{3,4} (-f_{6,7} p_{1,3} p_{1,4} p_{2,7} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} p_{6,4} + p_{5,6} (p_{6,4} + p_{6,5})) + (-f_{7,2} p_{2,7} (p_{1,3} p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} |$$

$$p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4}$$
$$X_{3,1} \rightarrow \frac{p_{3,2} p_{3,4} (-f_{6,7} p_{1,3} p_{1,4} p_{2,7} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} p_{6,4} + p_{5,6} (p_{6,4} + p_{6,5})) + (-f_{7,2} p_{2,7} (p_{1,3} p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,2} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,1} p_{4,2} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}))}{p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4})}$$
$$X_{5,6} \rightarrow p_{5,4}(f_{6,7}, p_{2,7}(p_{1,2}, p_{3,1}, p_{3,4}(p_{1,3}, p_{4,1}(p_{4,5}, p_{4,6}, p_{6,5} + p_{4,3}(p_{4,5}, p_{6,5} + p_{4,6}(p_{6,4} + p_{6,5}))))) + p_{1,4}(p_{4,3}, p_{4,5}, p_{4,6}, p_{6,5} + p_{4,1}(p_{4,5}, p_{4,6}, p_{6,5} + p_{4,$$
[illegible]
$$X_{7,3} \rightarrow -f_{6,7} p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} + p_{1,4} (p_{4,1} + p_{4,3})) + p_{1,3} p_{1,4} (p_{3,2} p_{3,4} (p_{4,1} + p_{4,3}) + p_{3,1} (p_{3,2} p_{4,3} + p_{3,4} (p_{4,1} + p_{4,3})))) p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4}$$
$$X_{7,6} \rightarrow \frac{-(f_{2,7} (p_{1,3} p_{1,4} (p_{2,3} + p_{2,7}) p_{3,1} p_{3,2} + p_{1,2} (p_{1,4} (p_{2,1} + p_{2,3} + p_{2,7}) p_{3,1} p_{3,2} + p_{1,3} ((p_{2,3} + p_{2,7}) p_{3,2} (p_{3,1} + p_{3,4}) + p_{2,1} (p_{3,2} p_{3,4} + p_{3,1} (p_{3,2}$$
$$X_{1,2} \rightarrow p_{1,3} p_{1,4} (f_{6,7} p_{2,7} p_{3,1} p_{3,4} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} p_{6,4} + p_{5,6} (p_{6,4} + p_{6,5})) + (-f_{7,2} p_{2,7} p_{3,2} (p_{3,1} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{3,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6}$$
$$X_{1,3} \rightarrow \frac{p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} +$$
$$x_{4,4} \rightarrow p_{1,2} p_{1,3} (f_{6,7} p_{2,7} p_{3,1} p_{3,4} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} p_{6,4} + p_{5,6} (p_{6,4} + p_{6,5})) + (-f_{7,2} p_{2,7} p_{3,2} (p_{3,1} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{3,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6}$$
$$p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} +$$
$$p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6}))) + p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}))) + p_{3,1} p_{3,2} (-f_6 p_{1,3} p_{1,4} p_{2,7} p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} p_{6,4} + p_{5,6} (p_{6,4} + p_{6,5}))) + (-f_7 p_{2,7} (p_{1,3} p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}))))$$
[illegible]
$$X_{4,3} \rightarrow p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6}))) + p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})))$$
$$X_{4,5} \rightarrow \frac{p_{4,1} p_{4,3} p_{5,6} p_{6,7} p_{2,7} p_{1,2} p_{1,3} p_{1,4} p_{3,1} p_{1,3} p_{1,4} p_{3,1} p_{3,2} p_{3,4} p_{5,4} p_{5,6} p_{4,5}}{p_{2,7} p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} (p_{4,6} p_{5,4} + p_{4,5} (p_{5,4} + p_{5,6}))) + p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6}) + p_{4,3} p_{5,6} p_{6,7} p_{2,7} p_{1,2} p_{1,3} p_{1,4} p_{3,1} p_{1,3} p_{1,4} p_{3,1} p_{3,2} p_{3,4} p_{5,4} p_{5,6} p_{4,5}))}$$
$$X_{5,4} \rightarrow \begin{array}{l} p_{5,6} (p_{6,7} p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} p_{6,5} + p_{4,3} (p_{4,5} p_{6,5} + p_{4,6} (p_{6,4} + p_{6,5})))) + p_{1,4} (p_{4,3} p_{4,5} p_{4,6} p_{6,5} + p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} p_{6,5} + p_{4,3} p_{2,7} (p_{1,2} p_{3,1} p_{3,4} (p_{1,3} p_{4,1} (p_{4,5} p_{4,6} (p_{5,4} + p_{5,6})))))) \end{array}$$

```
In[86]:= "eq test:"
```

```
Simplify[balanceEqs /.  $\xi \rightarrow \text{root}[t]$  /. s /. xcp]
```

упростить

```
Simplify[(dopEq /. s) /. xcp]
```

упростить

Out[86]= eq test:

```
Out[87]= {True, True, True, True, True, True, True}
```

```
Out[88]= {True, True, True, True, True, True, True, True}
```