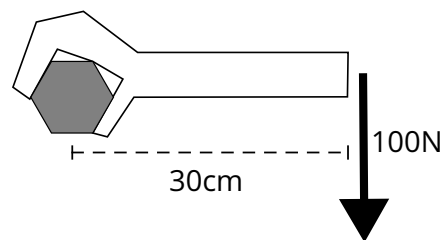


Facit till 3. Jämviktsproblem

3.1. $M = F \cdot l = 100 \text{ N} \cdot 0.3 \text{ m} = 30 \text{ N m}$

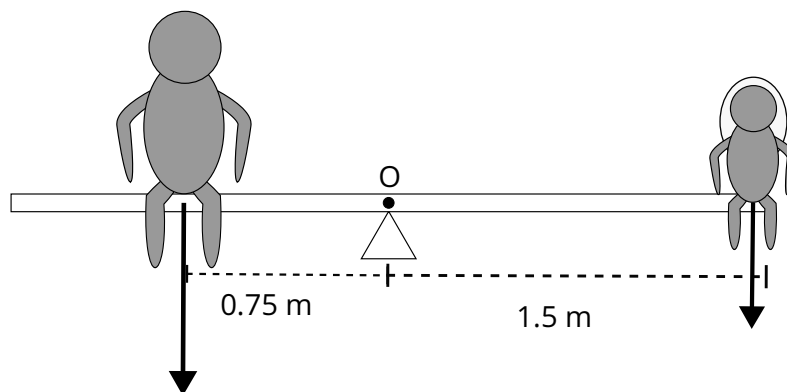


3.2. Vi kan kalla avståndet mellan Pelle och mittpunkt för x . Pelles massa är $m_P = 80 \text{ kg}$ och hans lillasysters massa är $m_L = 40 \text{ kg}$. Pelles tyngdkraft är $F_P = m_P \cdot g$ och hans lillasysters tyngdkraft är $F_L = m_L \cdot g$.

Vi söker x genom att sätta upp momentekvationen:

$$\begin{aligned}\hat{O}: \quad F_L \cdot 1.5 - F_P \cdot x &= 0 \\ m_L \cdot g \cdot 1.5 - m_P \cdot g \cdot x &= 0 \\ -m_P \cdot g \cdot x &= -m_L \cdot g \cdot 1.5 \\ x &= \frac{m_L \cdot g \cdot 1.5}{m_P \cdot g} \\ x &= \frac{m_L \cdot 1.5}{m_P} \\ x &= \frac{40 \text{ kg} \cdot 1.5}{80 \text{ kg}} \\ x &= 0.75 \text{ m}\end{aligned}$$

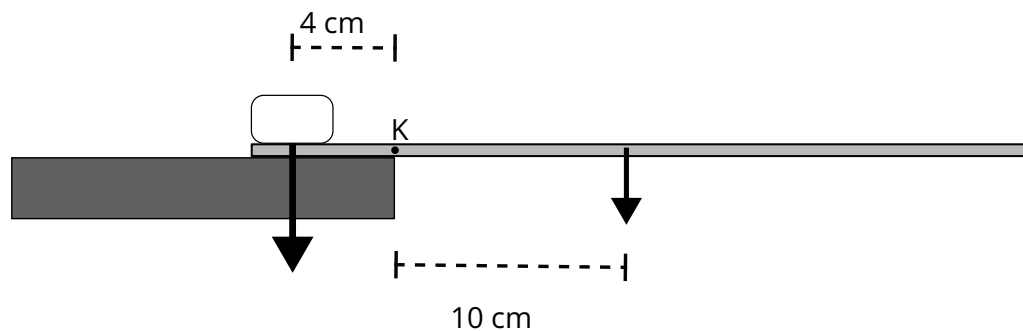
Svar: Pelle måste sitta 0.75 m från gungbrädans mittpunkt för att gungbrädan ska vara i balans.



3.3. Det okända i uppgiften är linjalens massa, m_L . Vi vet att suddigummits massa är $m_s = 30 \text{ g}$. Vi kan även räkna ut linjalens tyngdkraft, $F_L = m_L \cdot g$, och suddigummits tyngdkraft, $F_s = m_s \cdot g$.

Vi kan nu ställa upp en momentekvation kring kanten på bänken K :

$$\begin{aligned}\hat{K} : \quad & F_L \cdot 0.1 - F_s \cdot 0.04 = 0 \\ & m_L \cdot g \cdot 0.1 - m_s \cdot g \cdot 0.04 = 0 \\ & m_L \cdot g \cdot 0.1 = m_s \cdot g \cdot 0.04 \\ & m_L = \frac{m_s \cdot g \cdot 0.04}{g \cdot 0.1} \\ & m_L = \frac{m_s \cdot 0.04}{0.1} \\ & m_L = \frac{30 \text{ g} \cdot 0.04}{0.1} \\ & m_L = 12 \text{ g}\end{aligned}$$



3.4. Vi vet inte om styret är i jämvikt, alltså kan vi inte skriva upp hela momentekvationen med noll i högerled. Vi kan däremot undersöka vad totala vridmomentet medurs och moturs är.

Vi kan börja med att räkna ut vridmomentet från den vänstra kassen (medurs), $M_1 = F_1 \cdot l_1 = 5 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 0.2 \text{ m} = 10 \text{ N m}$. Vi kan sedan räkna ut vridmomentet från den högra kassen (moturs), $M_2 = F_2 \cdot l_2 = 3 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 0.5 \text{ m} = 15 \text{ N m}$.

Eftersom $M_2 > M_1$ så kommer styret vilja rotera moturs. Pelle kommer alltså behöva tillföra ett vridmoment på 5 N m medurs för att styret ska vara i balans.

Svar: Pelle kommer behöva tillföra ett vridmoment på 5 N m medurs för att styret ska vara i balans.

3.5. Vi kan välja antingen vänster eller höger stödyta som mittpunkt för rotation. Här väljer vi vänstra stödytan, och kallar den för V .

$$\begin{aligned}\hat{V} : m \cdot g \cdot 10 \text{ m} - F_H \cdot 15 \text{ m} &= 0 \\ m \cdot g \cdot 10 \text{ m} &= F_H \cdot 15 \text{ m} \\ F_H &= \frac{m \cdot g \cdot 10 \text{ m}}{15 \text{ m}} \\ F_H &= \frac{50\,000 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}}{15 \text{ m}} \\ F_H &= 327\,333 \text{ N} = 327.333 \text{ kN}\end{aligned}$$

Enligt jämvikt måste höger- och vänster stödyta sammanlagt ta upp hela tyngden av bron, så vi kan räkna ut vänster stödyta genom att subtrahera höger stödyta från tyngden av bron:

$$\begin{aligned}F_V + F_H &= m \cdot g \\ F_V &= m \cdot g - F_H \\ F_V &= 50\,000 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 - 327\,333 \text{ N} \\ F_V &= 163\,670 \text{ N} = 163.67 \text{ kN}\end{aligned}$$

Svar: Vänster stödyta tar upp 163.67 kN och höger stödyta tar upp 327.333 kN.

3.6. Vi kan lösa detta problem på två sätt. Vi kan antingen se till att totala vridmomentet kring upphängningspunkten O är noll, eller så kan vi se till att totala krafterna i y -led är noll. Vi väljer att lösa problemet med vridmoment.

m_b är balkens massa, m_p är Pelles massa, g är tyngdaccelerationen, F_l är linans kraft.

$$\begin{aligned}\hat{O} : -m_b \cdot g \cdot 2.5 \text{ m} - m_p \cdot g \cdot 3 \text{ m} + F_l \cdot \sin 30 \cdot 5 \text{ m} &= 0 \\ F_l \cdot \sin 30 \cdot 5 \text{ m} &= m_b \cdot g \cdot 2.5 \text{ m} + m_p \cdot g \cdot 3 \text{ m} \\ F_l &= \frac{m_b \cdot g \cdot 2.5 \text{ m} + m_p \cdot g \cdot 3 \text{ m}}{\sin 30 \cdot 5 \text{ m}} \\ F_l &= \frac{100 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 2.5 \text{ m} + 80 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m}}{\sin 30 \cdot 5 \text{ m}} \\ F_l &= \frac{4811.8}{2.5} \text{ N} \\ F_l &= 1924.7 \text{ N}\end{aligned}$$

Svar: Linan tar upp 1924.7 N.