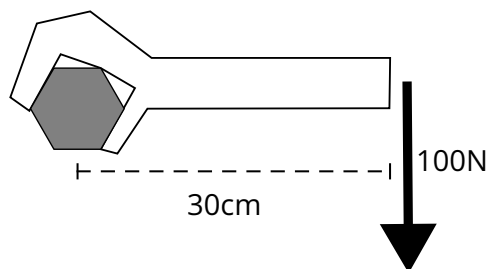
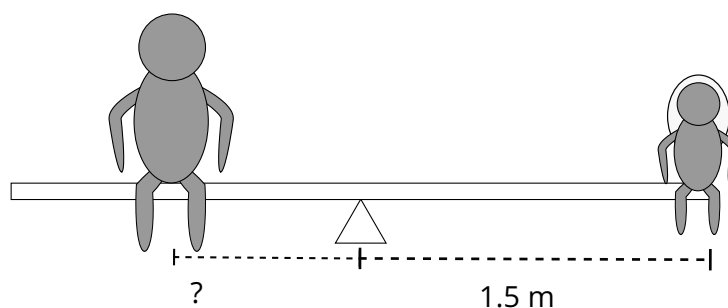


### 3 Vridmoment

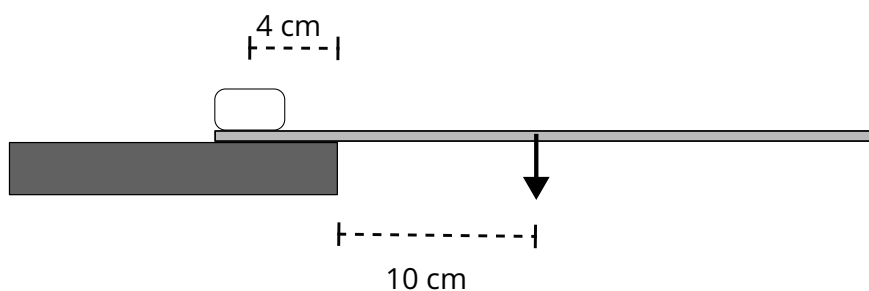
- 3.1. Pelle spänner åt en bult på bildäcket. Han använder en nyckel som är 30 cm lång. **Beräkna vridmomentet som skapas när Pelle drar i skiftnyckeln med 100 N.**



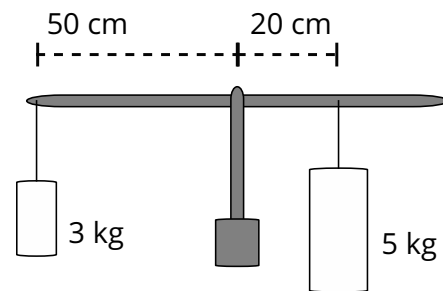
- 3.2. Pelle och hans lillasyster ska gunga på en 3m lång gungbräda. Pelle väger 80 kg och hans lillasyster väger 40 kg. Lillasystern sitter ute vid brädans ände. **Hur långt från gungbrädans mittpunkt måste Pelle sitta för att gungbrädan ska vara i jämvikt?**



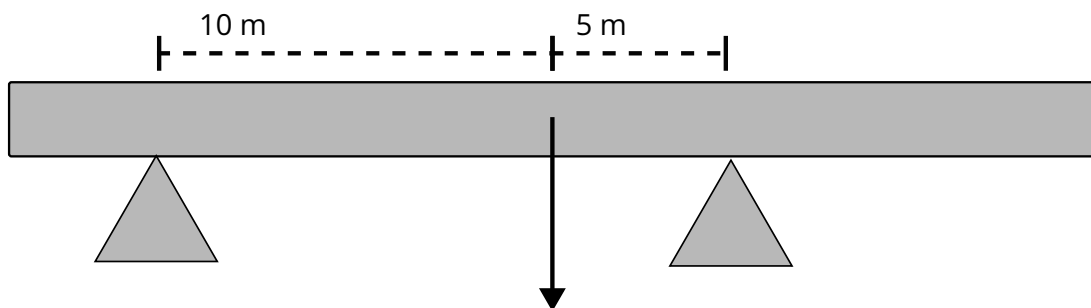
- 3.3. Pelle har tråkigt på en lektion och balanserar ett suddigummi på sin linjal som hänger över kanten på bänken. Han märker att allting är i balans när linjalens tyngdpunkt är 10 cm från bänkens kant, och suddigummit är 4 cm från bänkens kant. **Hur mycket väger linjalen om suddigummit väger 30 g?**



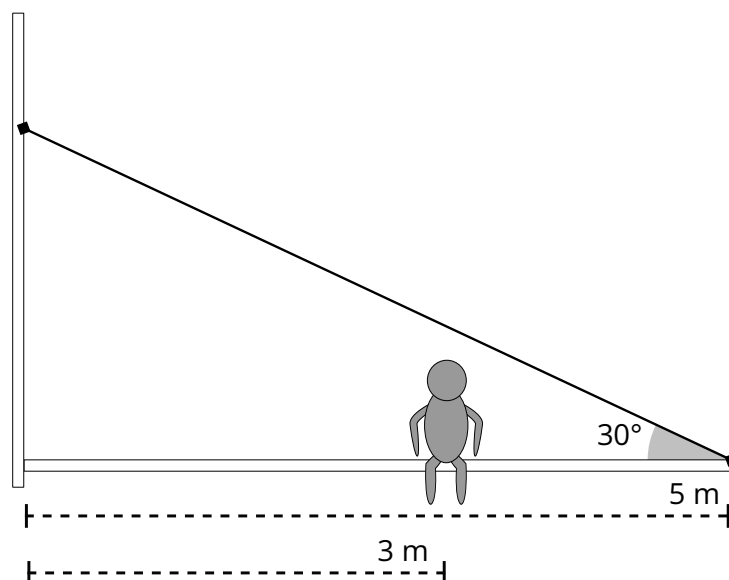
- 3.4.** Pelle har varit snäll och handlat mat åt sin familj. Han hänger matkassarna på styret på sin cykel. Den ena matkassen väger 5 kg och hänger 20 cm från styrets mitt. Den andra matkassen väger 3 kg och hänger 50 cm från styrets mitt. **Kommer kassarna att hänga i balans, eller kommer Pelle behöva tillföra vridmoment? (Hur mycket, och åt vilken riktning isåfall?)**



- 3.5.** En 50 ton bro ligger på två stödytor och är i jämvikt. Avstånd mellan tyngdpunkt och vänster stödyta är 10 meter och avståndet mellan tyngdpunkt och höger stödyta är 5 meter. **Hur mycket kraft tar varje stödyta upp?**

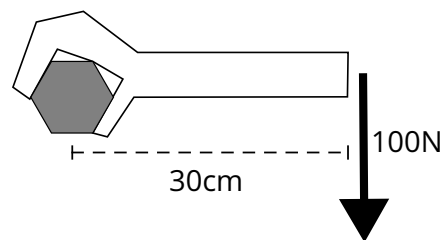


- 3.6.** Pelle har fått sommarjobb som byggarbetare. På kafferasten sitter han ute på en balk som spänns upp av en lina som är fäst i balkens ände. Linan bildar  $30^\circ$  mot horisontallinjen. Pelle väger fortfarande 80 kg och balken är 5 meter lång och väger 100 kg. **Hur mycket kraft tar linan upp?**



## Lösningar 3.

3.1.  $M = F \cdot l = 100 \text{ N} \cdot 0.3 \text{ m} = 30 \text{ N m}$

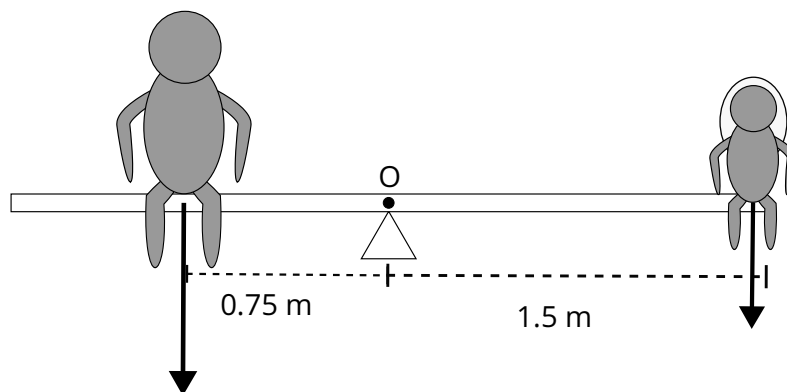


3.2. Vi kan kalla avståndet mellan Pelle och mittpunkt för  $x$ . Pelles massa är  $m_P = 80 \text{ kg}$  och hans lillasystems massa är  $m_L = 40 \text{ kg}$ . Pelles tyngdkraft är  $F_P = m_P \cdot g$  och hans lillasystems tyngdkraft är  $F_L = m_L \cdot g$ .

Vi söker  $x$  genom att sätta upp momentekvationen:

$$\begin{aligned}\hat{O}: \quad F_L \cdot 1.5 - F_P \cdot x &= 0 \\ m_L \cdot g \cdot 1.5 - m_P \cdot g \cdot x &= 0 \\ -m_P \cdot g \cdot x &= -m_L \cdot g \cdot 1.5 \\ x &= \frac{m_L \cdot g \cdot 1.5}{m_P \cdot g} \\ x &= \frac{m_L \cdot 1.5}{m_P} \\ x &= \frac{40 \text{ kg} \cdot 1.5}{80 \text{ kg}} \\ x &= 0.75 \text{ m}\end{aligned}$$

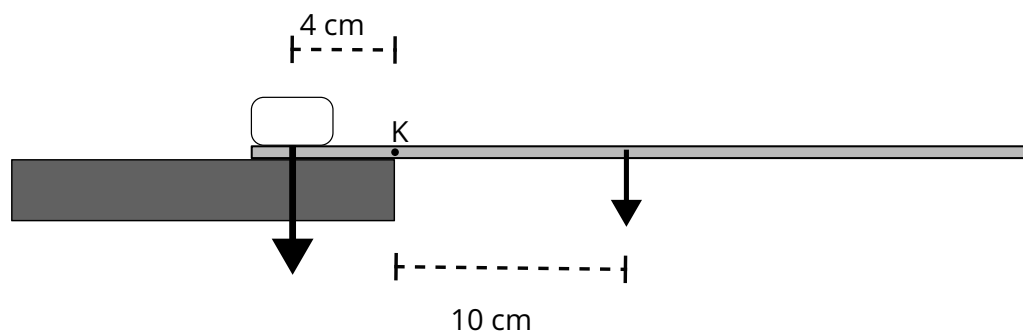
**Svar:** Pelle måste sitta 0.75 m från gungbrädans mittpunkt för att gungbrädan ska vara i balans.



**3.3.** Det okända i uppgiften är linjalens massa,  $m_L$ . Vi vet att suddigummits massa är  $m_s = 30 \text{ g}$ . Vi kan även räkna ut linjalens tyngdkraft,  $F_L = m_L \cdot g$ , och suddigummits tyngdkraft,  $F_s = m_s \cdot g$ .

Vi kan nu ställa upp en momentekvation kring kanten på bänken  $K$ :

$$\begin{aligned}\hat{K} : \quad & F_L \cdot 0.1 - F_s \cdot 0.04 = 0 \\ & m_L \cdot g \cdot 0.1 - m_s \cdot g \cdot 0.04 = 0 \\ & m_L \cdot g \cdot 0.1 = m_s \cdot g \cdot 0.04 \\ & m_L = \frac{m_s \cdot g \cdot 0.04}{g \cdot 0.1} \\ & m_L = \frac{m_s \cdot 0.04}{0.1} \\ & m_L = \frac{30 \text{ g} \cdot 0.04}{0.1} \\ & m_L = 12 \text{ g}\end{aligned}$$



**3.4.** Vi vet inte om styret är i jämvikt, alltså kan vi inte skriva upp hela momentekvationen med noll i högerled. Vi kan däremot undersöka vad totala vridmomentet medurs och moturs är.

Vi kan börja med att räkna ut vridmomentet från den vänstra kassen (medurs),  $M_1 = F_1 \cdot l_1 = 5 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 0.2 \text{ m} = 10 \text{ N m}$ . Vi kan sedan räkna ut vridmomentet från den högra kassen (moturs),  $M_2 = F_2 \cdot l_2 = 3 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 0.5 \text{ m} = 15 \text{ N m}$ .

Eftersom  $M_2 > M_1$  så kommer styret vilja rotera moturs. Pelle kommer alltså behöva tillföra ett vridmoment på  $5 \text{ N m}$  medurs för att styret ska vara i balans.

**Svar:** Pelle kommer behöva tillföra ett vridmoment på  $5 \text{ N m}$  medurs för att styret ska vara i balans.

- 3.5.** Vi kan välja antingen vänster eller höger stödyta som mittpunkt för rotation. Här väljer vi vänstra stödytan, och kallar den för  $V$ .

$$\begin{aligned}\hat{V} : m \cdot g \cdot 10 \text{ m} - F_H \cdot 15 \text{ m} &= 0 \\ m \cdot g \cdot 10 \text{ m} &= F_H \cdot 15 \text{ m} \\ F_H &= \frac{m \cdot g \cdot 10 \text{ m}}{15 \text{ m}} \\ F_H &= \frac{50\,000 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}}{15 \text{ m}} \\ F_H &= 327\,333 \text{ N} = 327.333 \text{ kN}\end{aligned}$$

Enligt jämvikt måste höger- och vänster stödyta sammanlagt ta upp hela tyngden av bron, så vi kan räkna ut vänster stödyta genom att subtrahera höger stödyta från tyngden av bron:

$$\begin{aligned}F_V + F_H &= m \cdot g \\ F_V &= m \cdot g - F_H \\ F_V &= 50\,000 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 - 327\,333 \text{ N} \\ F_V &= 163\,670 \text{ N} = 163.67 \text{ kN}\end{aligned}$$

**Svar:** Vänster stödyta tar upp 163.67 kN och höger stödyta tar upp 327.333 kN.

- 3.6.** Vi kan lösa detta problem på två sätt. Vi kan antingen se till att totala vridmomentet kring upphängningspunkten  $O$  är noll, eller så kan vi se till att totala krafterna i  $y$ -led är noll. Vi väljer att lösa problemet med vridmoment.

$m_b$  är balkens massa,  $m_p$  är Pelles massa,  $g$  är tyngdaccelerationen,  $F_l$  är linans kraft.

$$\begin{aligned}\hat{O} : -m_b \cdot g \cdot 2.5 \text{ m} - m_p \cdot g \cdot 3 \text{ m} + F_l \cdot \cos 30 \cdot 5 \text{ m} &= 0 \\ F_l \cdot \cos 30 \cdot 5 \text{ m} &= m_b \cdot g \cdot 2.5 \text{ m} + m_p \cdot g \cdot 3 \text{ m} \\ F_l &= \frac{m_b \cdot g \cdot 2.5 \text{ m} + m_p \cdot g \cdot 3 \text{ m}}{\cos 30 \cdot 5 \text{ m}} \\ F_l &= \frac{100 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 2.5 \text{ m} + 80 \text{ kg} \cdot 9.82 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m}}{\cos 30 \cdot 5 \text{ m}} \\ F_l &= \frac{4811.8}{4.33} \text{ N} \\ F_l &= 1111.1 \text{ N}\end{aligned}$$

**Svar:** Linan tar upp 1111.1 N.